Mathematik 1 AI (1. Semester)

László Juhász

7.10.2016

Zur Person

Prof. Dr. László Juhász

geb. 1970

Lehrgebiet: Mess- und Regelungstechnik

Start: 1.9.2015

Material:

Ilearn.th-deg.de → Anmelden → **AI1 - Mathematik 1 – Juhász**

Einschreibeschlüssel: **100%Mathe**

Erreichbarkeit : **THD, C-218, Sprechzeiten Dienstag, 10:15-11:15**
nach Anmeldung

Tel: 0991 / 3615–532
E-Mail: laszlo.juhasz@th-deg.de

Organisatorisches

Präsenzveranstaltung!

keine Benutzung von Laptops, Handys etc.!

Aufmerksamkeit gefordert!

intensive Gespräche mit Nachbarn, Lesen von Zeitungen, Büchern etc., Lösen von Kreuzworträtseln, Sudokus etc. nicht zugelassen!

Fragen sehr erwünscht!

Zeitplan beachten!

Pünktlichkeit unbedingt erforderlich!

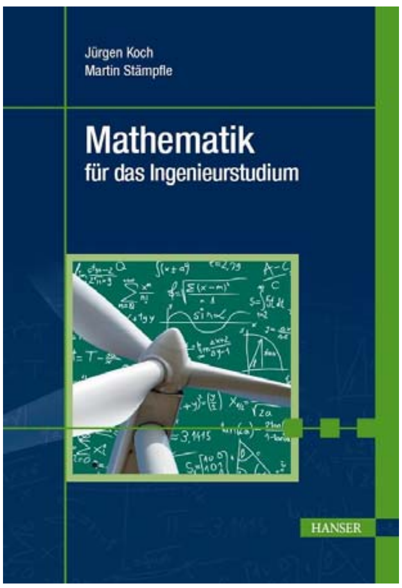
Mathematik im Stundenplan

1. Sem. Bachelor AI	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
1 08:00-09:30		Einführung in die Programmierung Vorlesung Bl I 101	Physik 1 Ku E 006	Einführung in die Programmierung Übung Gruppe 1 Bl E 214	**Mathematik 1** **Ju** **E 006**
2 09:45-11:15	Grundlagen der Elektronik Bö E 101	Grundlagen der Informatik Vorlesung Bl I 101	Physik 1 Ku E 006	Einführung in die Programmierung Übung Gruppe 2 Bl E 214	**Mathematik 1** **Ju** **E 006**
11:30-13:00	Grundlagen der Elektronik Bö E 001	Grundlagen der Informatik Übung Gruppe 1 Bl E 212	Mathematik 1 To E 006	Mathematik 1 To E 006	
4 14:00-15:30		Grundlagen der Informatik Übung Gruppe 2 Bl E 212		Grundlagen der Elektronik Ku E 006	

Vorlesungsinhalte Mathematik 1 AI (Anteil László Juhász)

1. Grundlagen, Mengen und Zahlenarten
2. Folgen
3. Funktionen
4. Differenzialrechnung einer Veränderlichen (Variablen)
5. Reihen
6. Integralrechnung einer Veränderlichen (Variablen)

Literaturempfehlung (Über Bibliothek THD herunterladbar)



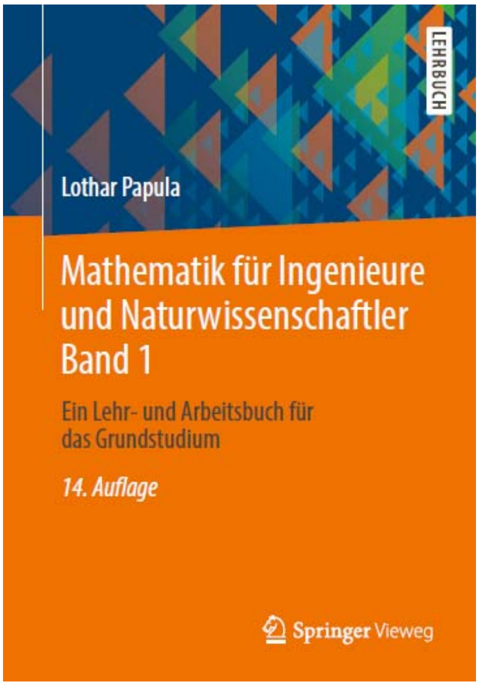
Jürgen Koch, Martin Stämpfle:
Mathematik für das Ingenieurstudium,

2. Auflage
Verlag: Hanser Verlag, München 2010
Sprache: Deutsch
ISBN-10: 3446422162

3. Auflage
Verlag: Hanser Verlag, München 2015
ISBN13: 978-3-446-44454-6

Lösungen der Aufgaben:
www.mathematik-fuer-ingenieure.de

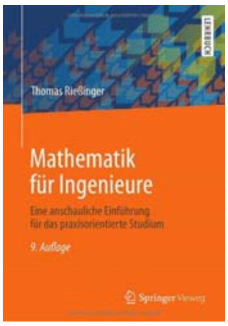
Literaturempfehlung



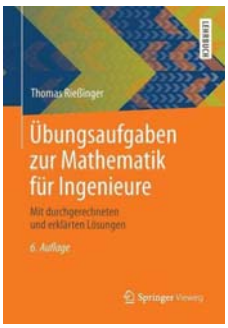
Lothar Papula:
Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 1

Verlag: Springer Vieweg; Auflage: 14., 2014
Sprache: Deutsch
ISBN-10: 3658056193
ISBN-13: 978-3658056193

Literaturempfehlung (Über Springer Link herunterladbar):
- bei „Anfangsschwierigkeiten“



Rießinger:
Mathematik für Ingenieure: Eine anschauliche Einführung für das praxisorientierte Studium
Verlag: Springer, Berlin; Auflage: 9. Aufl. (September 2013)
Sprache: Deutsch
ISBN-10: 3642368581
ISBN-13: 978-3642368585



Rießinger:
Übungsaufgaben zur Mathematik für Ingenieure: Mit durchgerechneten und erklärten Lösungen
Verlag: Springer, Berlin; Auflage: 6. Aufl. (September 2013)
Sprache: Deutsch
ISBN-10: 3642369200
ISBN-13: 978-3642369209

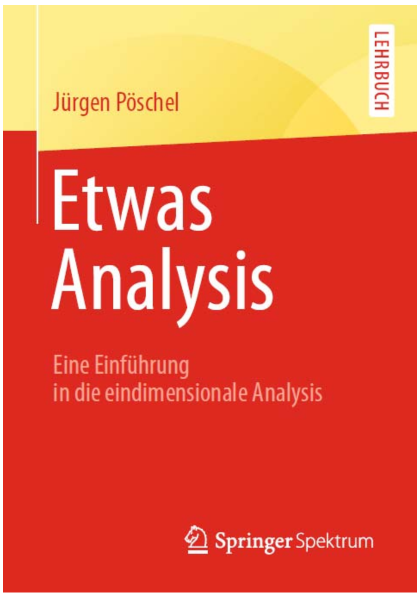
Literaturempfehlung: *detailreiche Erklärungen*

Heidrun Matthäus, Wolf-Gert Matthäus : Mathematik für Ingenieur-Bachelor: Schritt für Schritt mit ausführlichen Lösungen

Verlag: Vieweg+Teubner Verlag; Auflage: 2011
Sprache: Deutsch
ISBN-10: 3834813818
ISBN-13: 978-3834813817

TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

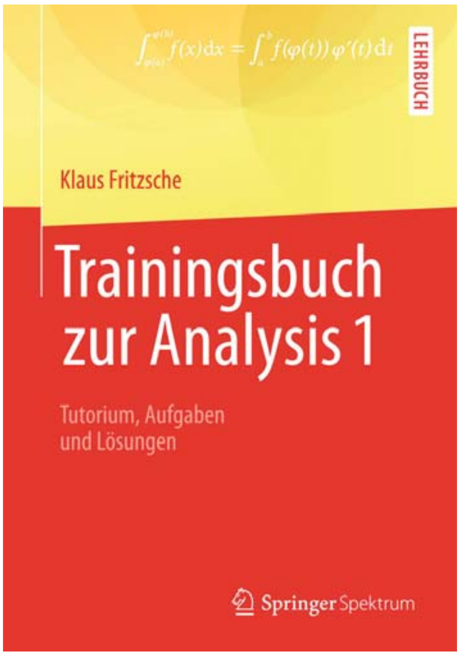
Literaturempfehlung: darf es ein bisschen mehr sein?



Pöschel:
Etwas Analysis: Eine Einführung in die eindimensionale Analysis

Verlag: Springer Spektrum; Auflage: 2014 (Juli 2014)
Sprache: Deutsch
ISBN-10: 365805798X
ISBN-13: 978-3658057985

Literaturempfehlung: darf es ein bisschen mehr sein?

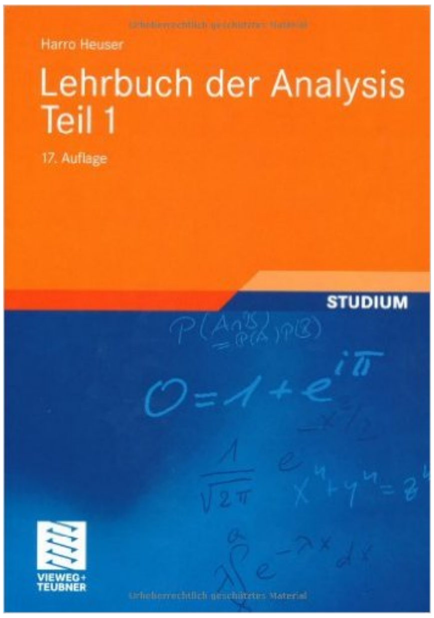


Fritzsche:
Trainingsbuch zur Analysis 1: Tutorium, Aufgaben und Lösungen

Verlag: Springer Spektrum; Auflage: 2013 (Juli 2014)
Sprache: Deutsch
ISBN-10: 3642377955
ISBN-13: 978-3642377952

TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

Literaturempfehlung: darf es *noch* ein bisschen mehr sein?



Heuser:
Lehrbuch der Analysis, Teil 1
Verlag: Vieweg+Teubner Verlag; Auflage: 17., 2009
Sprache: Deutsch
ISBN-10: 383480777X
ISBN-13: 978-3834807779

Vorlesungsinhalte Mathematik 1 AI (Anteil László Juhász)

1. Grundlagen, Mengen und Zahlenarten

2. Folgen

3. Funktionen

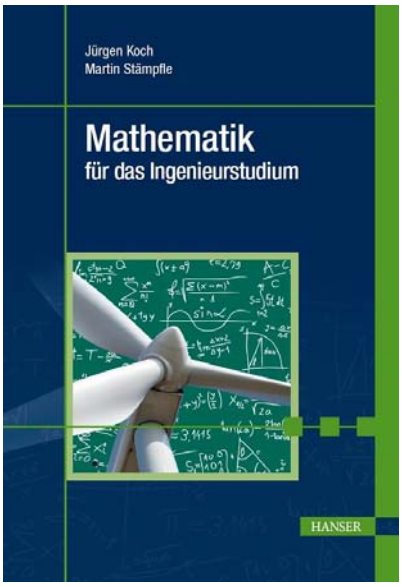
4. Differenzialrechnung einer Veränderlichen (Variablen)

5. Reihen

6. Integralrechnung einer Veränderlichen (Variablen)

TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

Grundlagen



Jürgen Koch, Martin Stämpfle:
Mathematik für das Ingenieurstudium,

2. Auflage
Verlag: Hanser Verlag, München 2010
Sprache: Deutsch
ISBN-10: 3446422162

3. Auflage
Verlag: Hanser Verlag, München 2015
ISBN13: 978-3-446-44454-6

Lösungen der Aufgaben:
www.mathematik-fuer-ingenieure.de

Beweise (Koch / Stämpfle)

1.6.1 Direkter Beweis

Am einfachsten ist der direkte Beweis. Aus mehreren bekannten Aussagen A_1 bis A_m wird eine neue Aussage B direkt durch Implikation abgeleitet:

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_m \quad \Longrightarrow \quad B.$$

Hier wird nochmals deutlich, dass insbesondere die Aussagenlogik eine zentrale Rolle in der Mathematik spielt.

Beispiel 1.24 (Direkter Beweis)
Wir betrachten die Behauptung

„Das Quadrat einer ungeraden Zahl ist ungerade."

Ist n eine ungerade Zahl, so hat sie die Form $n = 2m + 1$, wobei m eine ganze Zahl ist. Für das Quadrat gilt dann

$$n^2 = (2m + 1)^2 = 4m^2 + 4m + 1 = 2(2m^2 + 2m) + 1.$$

Also ist n^2 wegen dieser Darstellung ebenfalls ungerade. Wir haben die Behauptung direkt aus bekannten Tatsachen, hier der Binomischen Formel, hergeleitet. ■

Beweise (Fritsche)

- Indirekter Beweis: Beweis durch **Widerspruch**

Ein **indirekter Beweis** oder **Beweis durch Widerspruch** ist etwas komplizierter. Um eine Aussage $\mathscr{A} \Longrightarrow \mathscr{B}$ zu beweisen, fügt man der Voraussetzung $\mathscr{A}$ noch eine weitere Voraussetzung hinzu, nämlich die „Annahme" $\neg\mathscr{B}$. Es sollte nicht überraschen, dass man mit Hilfe von zwei Voraussetzungen leichteres Spiel als nur mit einer Voraussetzung hat. Aber das Ziel kann jetzt natürlich nicht die Aussage $\mathscr{B}$ sein, das wäre unsinnig. Stattdessen versucht man, durch eine mehr oder weniger umfangreiche Kette von Implikationen zu einer offensichtlich falschen Aussage $\mathscr{C}$ zu gelangen, dem „Widerspruch".

Hat man beim Beweis $\mathscr{A} \wedge \neg\mathscr{B} \Longrightarrow \mathscr{C}$ alles richtig gemacht, so ist diese zusammengesetzte Implikation wahr. Weil $\mathscr{C}$ aber falsch ist und nur aus einer **falschen** Aussage eine falsche Aussage folgen kann, muss auch die Prämisse $\mathscr{A} \wedge \neg\mathscr{B}$ falsch sein. Die ursprüngliche Voraussetzung $\mathscr{A}$ wird natürlich als wahr angesehen. Es bleibt nur der Ausweg, dass $\neg\mathscr{B}$ falsch ist. Und damit ist man am Ziel, $\mathscr{B}$ muss wahr sein. Quod erat demonstrandum! (Was zu beweisen war).

Beispiel indirekter Beweis (Fritsche)

Bewiesen werden soll die Aussage „$n \in \mathbb{N}$ und n^2 ungerade $\implies$ n ungerade.“

Wir machen die Annahme „n gerade“. Das bedeutet, dass n ein Vielfaches von 2 ist: $n = 2k$. Dann ist $n^2 = 4k^2 = 2 \cdot (2k^2)$ auch ein Vielfaches von 2, also gerade. Da n nicht zugleich gerade und ungerade sein kann, ist damit ein Widerspruch erreicht. Die Annahme muss falsch sein, die Behauptung ist bewiesen.

In Wirklichkeit liegt hier ein Sonderfall vor. Die Aussagen $\mathscr{A} \implies \mathscr{B}$ und $\neg\mathscr{B} \implies \neg\mathscr{A}$ sind äquivalent, wie man sofort mit Hilfe einer Wahrheitstafel zeigen kann. Beweist man die zweite Implikation, so ist automatisch auch die erste Implikation bewiesen. Man spricht von **Kontraposition**, einem Beweistyp, der oft mit dem Widerspruchsprinzip verwechselt wird, der aber weniger komplex ist. Einen echten Widerspruchsbeweis $\mathscr{A} \implies \mathscr{B}$ erkennt

Beispiel indirekter Beweis (Fritsche)

Betrachten wir deshalb ein weiteres Beispiel: Für reelle Zahlen $a, b \geq 0$ soll die Ungleichung

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

bewiesen werden (die Ungleichung zwischen dem arithmetischen und dem geometrischen Mittel).

Aus $\mathscr{A}$ und $\neg\mathscr{B}$ folgt nun $a + b < 2\sqrt{ab}$.

$$\begin{aligned} &\implies && (a+b)^2 < 4ab \\ &\implies && a^2 - 2ab + b^2 < 0 \\ &\implies && (a-b)^2 < 0. \end{aligned}$$

Die letzte Aussage ist offensichtlich falsch, ein Quadrat kann nicht negativ sein. Das ist der gewünschte Widerspruch, die Annahme muss falsch sein.

Beweise (Koch / Stämpfle)

1.6.4 Vollständige Induktion

Die vollständige Induktion kann nur bei speziellen Behauptungen eingesetzt werden, nämlich bei Behauptungen der Art

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_m \quad \Longrightarrow \quad B_n \text{ für jedes } n \in \mathbb{N}.$$

Die rechte Seite der Behauptung B besteht also aus einer ganzen Folge von Teilbehauptungen B_n. Für jedes $n \in \mathbb{N}$ muss die Aussage B_n bewiesen werden. Dazu startet man beim sogenannten Induktionsanfang B_1. Die Aussage B_1 wird direkt gezeigt. Anschließend zeigt man in einem Induktionsschritt, dass B_{n+1} immer dann gilt, wenn B_n wahr ist. Auf diese Art und Weise hangelt man sich von n zu $n+1$. Wesentlich dabei ist, dass der Induktionsschritt technisch nur einmal, dafür aber mit allgemeinem Index n, durchgeführt wird. Die vollständige Induktion lässt sich mit einem Domino-Effekt vergleichen. Man stößt den ersten Stein $n = 1$ um und mit jedem fallenden Stein n wird auch der Stein $n+1$ umgestoßen. Die vollständige Induktion ist erstmals 1654 bei *Blaise Pascal* und 1659 bei *Pierre de Fermat* zu finden.

Beweise (Fritsche)

- **Mathematische Induktion**

Der **Induktionsanfang** ist der Beweis dafür, dass die fragliche Aussage für $n = 1$ wahr ist. Oft wirkt diese Aussage so simpel, dass man nicht erkennt, was überhaupt gezeigt werden soll, oder dass man sie sogar ganz vergisst.

Der **Induktionsschluss** bereitet manchem noch mehr gedankliche Schwierigkeiten. Geht es um den Beweis einer Aussage $\mathscr{A}(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$, so muss beim Induktionsschluss nicht die Aussage $\mathscr{A}(n+1)$ bewiesen werden, sondern die Implikation $\mathscr{A}(n) \implies \mathscr{A}(n+1)$. Dass die Voraussetzung $\mathscr{A}(n)$ benutzt werden darf, ist ein starkes Geschütz. Deshalb sind Induktionsbeweise sehr wirkungsvoll und bei Experten beliebt. Und – nach einiger Übung – auch bei Anfängern.

Beweise (Fritsche)

- **Mathematische Induktion: Beispiel für Fehler**

1. Jemand behauptet: „$n(n+1)$ ist für jede natürliche Zahl n ungerade!“ Als Beweis führt er einen Induktionsschluss durch: Wenn $n(n+1)$ ungerade ist, dann folgt:

$$\begin{aligned}(n+1)\big((n+1)+1\big) &= (n+1)(n+2)\\ &= n(n+1)+2(n+1),\end{aligned}$$

und diese Zahl ist wieder ungerade.

Was stimmt hier nicht? Der Induktionsanfang wurde vergessen, und er wäre auch falsch. Tatsächlich ist $n(n+1)$ sogar immer gerade.

Beweise (Fritsche)

- **Mathematische Induktion: Beispiel für Summe**

Behauptung: $\displaystyle\sum_{i=1}^{n-1} i(i+1) = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$.

Beweis: Die linke Seite der Gleichung ist ein Ausdruck $A(n)$, die rechte ein Ausdruck $B(n)$. Zu beweisen ist die Gleichung $A(n) = B(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Per Induktion erledigt man das, indem man zunächst die Gleichung $A(1) = B(1)$ beweist, und dann die Implikation

$$A(n) = B(n) \implies A(n+1) = B(n+1).$$

Induktionsanfang: Es ist $A(1)$ eine leere Summe (also eine Summe ohne Summanden), und die hat definitionsgemäß den Wert Null. Andererseits ist $B(1) = \big((1-1)\cdot 1\cdot(1+1)\big)/3 = 0$, also offensichtlich $A(1) = B(1)$. Um logische Fehler zu vermeiden, empfiehlt sich bei solchen Beweisen von Formeln, immer die linke Seite und die rechte Seite getrennt zu berechnen und dann zu vergleichen.

Beweise (Fritsche)

- **Mathematische Induktion: Beispiel für Summe**

Induktionsschluss: Vorausgesetzt wird die Gleichung $A(n) = B(n)$. Dann folgt:

$$\begin{aligned} A(n+1) &= A(n) + n(n+1) \\ &= \frac{(n-1)n(n+1)}{3} + \frac{3n(n+1)}{3} \\ &= \frac{n(n+1)}{3}((n-1)+3) \\ &= \frac{n(n+1)(n+2)}{3} = B(n+1). \end{aligned}$$

Verständnisaufgaben (Koch, Stämpfle)

Aufgabe 1.1

Welche der Zahlen 0, -2, 0.815, $\sqrt{2}$, $\frac{51}{17}$, $-\frac{47}{11}$ gehören zu folgenden Mengen?

a) reelle Zahlen b) rationale Zahlen c) ganze Zahlen d) natürliche Zahlen

Aufgabe 1.3

Ordnen Sie die Zahlen $\frac{1}{3}, \frac{5}{14}, \frac{11}{30}, \frac{12}{35}, \frac{23}{70}, \frac{34}{105}$ der Größe nach, und zwar ohne Taschenrechner.

Verständnisaufgaben (Koch, Stämpfle)

Aufgabe 1.1

Welche der Zahlen $0,\ -2,\ 0.815,\ \sqrt{2},\ \frac{51}{17},\ -\frac{47}{11}$ gehören zu folgenden Mengen?

a) reelle Zahlen
alle

b) rationale Zahlen
0, -2, 0.815, 51/17, -47/11

c) ganze Zahlen
0, -2, 51/17=3

d) natürliche Zahlen
keine

Aufgabe 1.3

Ordnen Sie die Zahlen $\frac{1}{3}, \frac{5}{14}, \frac{11}{30}, \frac{12}{35}, \frac{23}{70}, \frac{34}{105}$ der Größe nach, und zwar ohne Taschenrechner.

$$\left.\begin{aligned} 3 &= 3 \\ 30 &= 2\cdot3\cdot5 \\ 35 &= 5\cdot7 \\ 70 &= 2\cdot5\cdot7 \\ 105 &= 3\cdot5\cdot7 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2\cdot3\cdot5\cdot7 = 210$$

$$\boxed{\frac{11}{30}=\frac{77}{210}>\frac{5}{14}=\frac{75}{210}>\frac{12}{35}=\frac{72}{210}>\frac{1}{3}=\frac{70}{210}>\frac{23}{70}=\frac{69}{210}>\frac{34}{105}=\frac{68}{210}}$$

Verständnisaufgaben

Aufgabe 1.4

Richtig oder falsch? Der Wurzelausdruck $\sqrt{a^2-b^2}$

a) ist nicht definiert,
b) kann zu $a-b$ vereinfacht werden,
c) kann zu $|a-b|$ vereinfacht werden,
d) kann zu $|a|-|b|$ vereinfacht werden,
e) kann zu $\pm|a-b|$ vereinfacht werden,
f) wird niemals negativ.

Aufgabe 1.5

Richtig oder falsch? Die Gleichung $\sqrt{(-x)^2}=2$

a) ist nicht definiert,
b) besitzt keine reelle Lösung,
c) hat die Lösung $x=-2$,
d) hat nur eine Lösung, nämlich $x=-2$,
e) besitzt die Lösungen $x=\pm\sqrt{2}$,
f) ist nicht eindeutig lösbar.

Aufgaben (Rießinger)

1.1 Es seien

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}, \ B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$$

und

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 1\}.$$

Bestimmen Sie $A \cap B$, $A \cup B \cup C$, $A \backslash C$ und $B \backslash C$.

TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

Aufgaben (Rießinger)

1.4 Veranschaulichen Sie die Formel

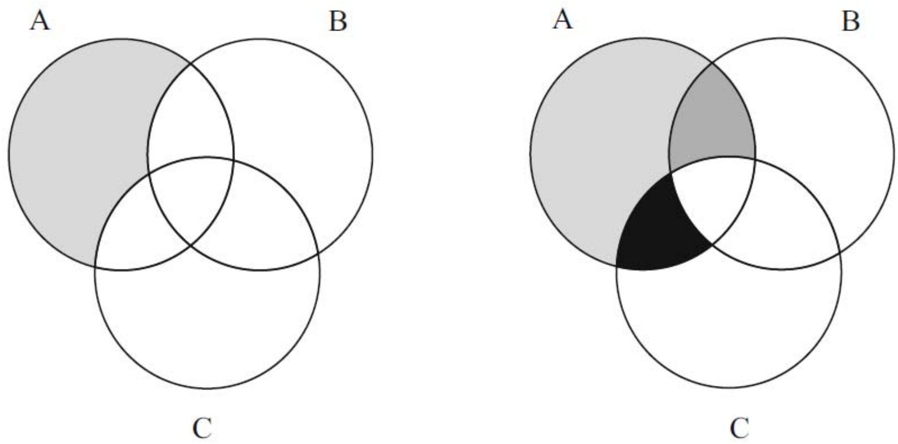
$$A \backslash (B \cup C) = (A \backslash B) \cap (A \backslash C).$$

Aufgaben (Rießinger)

1.4 Veranschaulichen Sie die Formel

$$A\backslash(B \cup C) = (A\backslash B) \cap (A\backslash C).$$

Abb. 1.3 $A\backslash(B \cup C) = (A\backslash B) \cap (A\backslash C)$



Aufgabe Wurzelgleichung (Koch, Stämpfle)

$$\sqrt{8-2x} = 1 + \sqrt{5-x}$$

$$x = ?$$

Aufgabe Wurzelgleichung (Koch, Stämpfle)

Durch Quadrieren der Wurzelgleichung

$$\sqrt{8-2x} = 1+\sqrt{5-x}\ \Big|^2 \implies 8-2x = \left(1+\sqrt{5-x}\right)^2 \implies 8-2x = 1+2\sqrt{5-x}+5-x$$

können wir eine der beiden Wurzeln beseitigen. Die verbleibende Wurzel isolieren wir nun und quadrieren nochmals:

$$2-x = 2\sqrt{5-x}\ \Big|^2 \implies (2-x)^2 = 4\,(5-x) \implies 4-4x+x^2 = 20-4x \implies x^2 = 16.$$

Der Test von $x_1 = 4$ in der ursprünglichen Wurzelgleichung

$$\underbrace{\sqrt{8-2\cdot 4}}_{0} = \underbrace{1+\sqrt{5-4}}_{2}$$

zeigt, dass $x_1 = 4$ keine Lösung ist. Beim zweiten Wert $x_2 = -4$ ergibt der Test

$$\underbrace{\sqrt{8-2\cdot(-4)}}_{4} = \underbrace{1+\sqrt{5-(-4)}}_{4}.$$

Somit ist $x_2 = -4$ die einzige Lösung. ■

TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

Aufgabe Ungleichungen (Koch, Stämpfle)

Die Ungleichung

$$-2\,x^2 + 4\,x < -6$$

ist für alle x-Werte definiert. Zur Bestimmung der Lösungsmenge berechnen wir zunächst die Lösungen der quadratischen Gleichung:

$$-2\,x^2 + 4\,x + 6 = 0 \implies x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+48}}{-4} \implies x_1 = -1,\ x_2 = 3.$$

Jetzt testen wir die Bereiche für x-Werte, die kleiner als -1 sind, für x-Werte zwischen -1 und 3 und für x-Werte, die größer als 3 sind. Wir können beispielsweise die Kandidaten $x = -2$, $x = 0$ und $x = 4$ testen:

$$\underbrace{-2\,(-2)^2 + 4\,(-2)}_{-16} < -6, \quad \underbrace{-2\,(0)^2 + 4\,(0)}_{0} < -6, \quad \underbrace{-2\,(4)^2 + 4\,(4)}_{-16} < -6.$$

Nur die beiden Kandidaten $x = -2$ und $x = 4$ haben den Test bestanden. Somit besteht die Lösungsmenge aus den beiden Intervallen $(-\infty, -1)$ und $(3, \infty)$.

Aufgabe Ungleichungen (Koch, Stämpfle)

Die Ungleichung

$$\frac{2}{x-4} \le \frac{1}{x+2}$$

ist für $x_1 = 4$ und $x_2 = -2$ nicht definiert. Die entsprechende Gleichung hat genau eine Lösung:

$$\frac{2}{x-4} = \frac{1}{x+2} \quad \Longrightarrow \quad 2\,x + 4 = x - 4 \quad \Longrightarrow \quad x_3 = -8.$$

Für den Bereich kleiner als -8 wählen wir den Testkandidaten $x = -10$, zwischen -8 und -2 wählen wir $x = -4$, zwischen -2 und 4 wählen wir $x = 0$ und für den Bereich größer als 4 wählen wir $x = 6$. Durch Testen dieser Werte

$$\frac{2}{-10-4} \le \frac{1}{-10+2}, \quad \frac{2}{-4-4} \le \frac{1}{-4+2}, \quad \frac{2}{0-4} \le \frac{1}{0+2}, \quad \frac{2}{6-4} \le \frac{1}{6+2}$$

ergeben sich die beiden Lösungsintervalle $(-\infty, -8]$ und $(-2, 4)$. Dabei ist zu beachten, dass der Wert 8 zur Lösungsmenge gehört, die beiden Werte -2 und 4 jedoch nicht. ■

Rechenaufgaben (Koch, Stämpfle)

Aufgabe 1.7
Stellen Sie den Ausdruck $\left|-3x^2 + 3x + 6\right|$ durch Fallunterscheidung ohne Betragszeichen dar.

Aufgabe 1.8
Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

a) $|2 - 5\,x| = 3$ b) $|2 + x| = 4\,x - 1$ c) $|x^2 - 4| = 5$

Aufgabe 1.9
Berechnen Sie die folgenden Summen:

a) $\sum_{k=1}^{5} k^2$ b) $\sum_{k=-1}^{3} 2^{k-1}$ c) $\sum_{k=0}^{3} \frac{(-1)^k}{k+1}$ d) $\sum_{k=1}^{3} \frac{(k+1)}{k^2}$

Literatur

Jürgen Koch, Martin Stämpfle: Mathematik für das Ingenieurstudium, Hanser Verlag, München 2015: **Kapitel 1**

Klaus Fritzsche, Trainingsbuch zur Analysis 1: Tutorium, Aufgaben und Lösungen, Springer Spektrum; Auflage: 2013 (Juli 2014) **Kapitel 1.1. 1.2**

Thomas Rießinger: Mathematik für Ingenieure, Springer Verlag, Berlin 2013, **Kapitel 1**

Lothar Papula: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Springer Vieweg, 2014, Band 1, **I Allgemeine Grundlagen**

Pöschel: Etwas Analysis: Eine Einführung in die eindimensionale Analysis, **Kapitel 1-3**
(insb.: aus **Kapitel 1.3, 1.4** Kartesisches Produkt, Relationen, Abbildungen, Operationen, Komposition)