Aufgaben:

1. Lösen Sie folgendes lineare Gleichungssystem:

Hinweis: mit Hilfe

- der Cramer'schen Regel (Determinante einer 4x4 Matrix: mit der Laplace-Entwicklung)
- oder des Gauss'schen Eliminationsverfahrens

$A + C = 0$

$-2A + B + D = 0$

$2A - 2B + 9C = 0$

$2B + 9D = 1$

2. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$y' + 2y = 2t - 4 \qquad y(0) = 1$

3. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$y'' + y' - 2y = \mathrm{e}^{-2t} \qquad y(0) = 1 \quad y'(0) = 1$

4. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$2y'' + 3y' - 2y = te^{-2t} \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = -2$

5. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$y'' - 6y' + 15y = 2\sin(3t) \qquad y(0) = -1 \qquad y'(0) = -4$

Lösungen:

1. Lösen Sie folgendes lineare Gleichungssystem:

$A + C = 0$

$-2A + B + D = 0$

$2A - 2B + 9C = 0$

$2B + 9D = 1$

Lösung:

$A = \frac{2}{85} \qquad B = -\frac{7}{85} \qquad C = -\frac{2}{85} \qquad D = \frac{11}{85}$

2. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$y' + 2y = 2t - 4 \qquad y(0) = 1$

Lösung:

$\mathrm{y(t)} = \mathrm{t} - \frac{5}{2} + \frac{7}{2}\mathrm{e}^{-2t}$

3. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$y'' + y' - 2y = \mathrm{e}^{-2t} \qquad y(0) = 1 \quad y'(0) = 1$

Lösung:

$\mathrm{y(t)} = \frac{10}{9}\mathrm{e}^{t} - \frac{1}{9}\mathrm{e}^{-2t} - \frac{t}{3}\mathrm{e}^{-2t}$

4. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$2y'' + 3y' - 2y = te^{-2t} \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = -2$

Lösung:

$\mathrm{y(t)} = \frac{1}{125}(-96\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{t}}{2}} + 96\mathrm{e}^{-2\mathrm{t}} - 10\mathrm{te}^{-2t} - \frac{25}{2}t^2e^{-2t})$

5. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$y'' - 6y' + 15y = 2\sin(3t) \qquad y(0) = -1 \qquad y'(0) = -4$

Lösung:

$\mathrm{y(t)} = \frac{1}{10}(\cos(3\mathrm{t}) + \frac{1}{3}\sin(3\mathrm{t}) - 11\mathrm{e}^{3t}\cos\left(\sqrt{6}\mathrm{t}\right) - \frac{8}{\sqrt{6}}\mathrm{e}^{3\mathrm{t}}\sin(\sqrt{6}\mathrm{t}))$