

**Aufgaben:**

1. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$$ty'' - ty' + y = 2 \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = -4$$

2. Schreiben Sie folgende Funktion mit Hilfe von Sprungfunktionen auf:

$$f(t) = \begin{cases} -4 & t < 6 \\ 25 & 6 \leq t < 8 \\ 16 & 8 \leq t < 30 \\ 10 & t \geq 30 \end{cases}$$

3. Bestimmen Sie die Laplace Transformierte folgender Funktion:

$$g(t) = 10u_{12}(t) + 2(t-6)^3u_6(t) - (7 - e^{12-3t})u_4(t)$$

4. Bestimmen Sie die inverse Laplace Transformierte folgender Funktion:

$$H(s) = \frac{se^{-4s}}{(3s+2)(s-2)}$$

5. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$$y'' - 5y' - 14y = 9 + u_3(t) + 4(t-1)u_1(t) \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 10$$

### Lösungen:

1. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$$ty'' - ty' + y = 2 \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = -4$$

Lösung:

$$y(t) = 2 - 4t$$

2. Schreiben Sie folgende Funktion mit Hilfe von Sprungfunktionen auf:

$$f(t) = \begin{cases} -4 & t < 6 \\ 25 & 6 \leq t < 8 \\ 16 & 8 \leq t < 30 \\ 10 & t \geq 30 \end{cases}$$

Lösung:

$$f(t) = -4 + 29u_6(t) - 9u_8(t) - 6u_{30}(t)$$

3. Bestimmen Sie die Laplace Transformierte folgender Funktion:

$$g(t) = 10u_{12}(t) + 2(t-6)^3u_6(t) - (7 - e^{12-3t})u_4(t)$$

Lösung:

$$G(s) = \frac{10e^{-12s}}{s} + \frac{12e^{-6s}}{s^3+1} - \left(\frac{7}{s} - \frac{1}{s+3}\right)e^{-4s}$$

4. Bestimmen Sie die inverse Laplace Transformierte folgender Funktion:

$$H(s) = \frac{se^{-4s}}{(3s+2)(s-2)}$$

Lösung:

$$h(t) = u_4(t)f(t-4), \quad \text{mit} \quad f(t) = \frac{1}{12}e^{\frac{2t}{3}} + \frac{1}{4}e^{2t}$$

5. Lösen Sie folgendes AWP mit Hilfe der Laplace Transformation:

$$y'' - 5y' - 14y = 9 + u_3(t) + 4(t-1)u_1(t) \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 10$$

Lösung:

$$f(t) = -\frac{1}{14} + \frac{1}{63}e^{7t} + \frac{1}{18}e^{-2t}$$

$$g(t) = \frac{5}{196} - \frac{1}{14}t + \frac{1}{441}e^{7t} - \frac{1}{36}e^{-2t}$$

$$h(t) = \frac{10}{9}e^{7t} - \frac{10}{9}e^{-2t}$$

$$y(t) = 9f(t) + u_3(t)f(t-3) + 4u_1(t)g(t-1) + h(t)$$