Aufgaben:

1. Bestimmen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = xy^2$$

2. Bestimmen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = \ln(xy^2)$$

3. Bestimmen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = x^2y^3 + y * \ln(x)$$

4. Berechnen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = sin(x) * cos(y)$$

5. Berechnen Sie die partielle erste Ableitung folgender Funktion nach x:

$$z = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$$

6. Bestimmen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = e^{xy^3}$$

7. Bestimmen Sie die partielle zweite Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = xy$$

8. Berechnen Sie die partielle Ableitungen f_{xyz} , f_{yyz} und f_{yyx} für:

$$f(x, y, z) = x^3 y^2 \cos(z)$$

Lösungen:

1. Bestimmen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = xy^2$$

Lösung:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2xy$$

2. Bestimmen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = \ln(xy^2)$$

Lösung:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2}{y}$$

3. Bestimmen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = x^2y^3 + y * \ln(x)$$

Lösung:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2xy^3 + \frac{y}{x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3x^2y^2 + \ln(x)$$

4. Berechnen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = \sin(x) * \cos(y)$$

Lösung:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \cos(x) * \cos(y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -\sin(x) * \sin(y)$$

5. Berechnen Sie die partielle erste Ableitung folgender Funktion nach x:

$$z = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$$

Lösung:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{2x}{\left(1 + x^2 + y^2\right)^2}$$

6. Bestimmen Sie die partielle erste Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = e^{xy^3}$$

Lösung:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y^3 e^{xy^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3xy^2 e^{xy^3}$$

7. Bestimmen Sie die partielle zweite Ableitungen folgender Funktion:

$$f(x,y) = xy$$

Lösung:

$$f_{xx}=0$$

$$f_{xy}=1$$

$$f_{yx} = 1$$

$$f_{yy}=0$$

8. Berechnen Sie die partielle Ableitungen f_{xyz} , f_{yyz} und f_{yyx} für:

$$f(x,y,z) = x^3 y^2 \cos(z)$$

Lösung:

$$f_{xyz} = -6x^2 y sin(z)$$

$$f_{yyz} = -2x^3 \sin(z)$$

$$f_{yyx} = 6x^2 \cos(z)$$