Technische Hochschule Deggendorf	**Platznummer:_______**
Sommersemester 2016 Prüfungsfach: **Mathematik I / Teil: Folgen, Reihen, Funktionen, Differential- und Integralrechnung** Studiengang: **Angewandte Informatik** Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner und zwei A4-Seiten mit eigenhändig geschriebenen Formeln (keine gelöste Aufgaben!). **Mobiltelefone sind ausdrücklich verboten!** **Bitte die Lösungen für Anteil Professorin Tóth und Prof. Juhász auf separate Blätter schreiben und separat abgeben!** **Bitte geben Sie Ihre Lösungen zusammen mit diesem Aufgabenblatt und die zwei Seiten eigenhändig geschriebenen Formeln ab!**	**Angabenblatt 1 / 1** Prüfer: Prof. Dr. Juhász Datum: **12.07.2016** Erreichbare Punktzahl: **45**

1	2	3a	3b	4									Σ

Aufgaben

1) Berechnen sie folgenden Grenzwert:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)$$ (8 Punkte)

2) Bestimmen sie die erste Ableitung folgender Funktion:

$$y=\left(x^3-9\right)^8 \qquad (\text{Definitionsbereich}: D=\mathfrak{R})$$ (6 Punkte)

3) Bestimmen sie den Konvergenzradius und Konvergenzbereich folgender Potenzreihen:

a) $P_1(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2^n}$ (8 Punkte)

b) $P_2(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}\cdot x^{n+1}$ (8 Punkte)

4) Berechnen sie folgenden unbestimmten Integral

$$I_1=\int 5\cdot e^{2x}\cdot\cos(x)\cdot dx$$ (15 Punkte)

Lösungen:

1) (8 Punkte)

1)

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)\cdot\left(\sqrt{n+2}+\sqrt{n}\right)}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(n+2)-\sqrt{n\cdot(n+2)}+\sqrt{(n+2)\cdot n}-n}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(n+2)-n}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}\right)=0$$

$n\in\mathbb{N}$, also $n>0$ immer!
daher z.B.
$\sqrt{n+2}\cdot\sqrt{n+2}=\left(\sqrt{n+2}\right)^2=n+2$
$\sqrt{n}\cdot\sqrt{n}=\left(\sqrt{n}\right)^2=n$
dabei $n\to\infty$

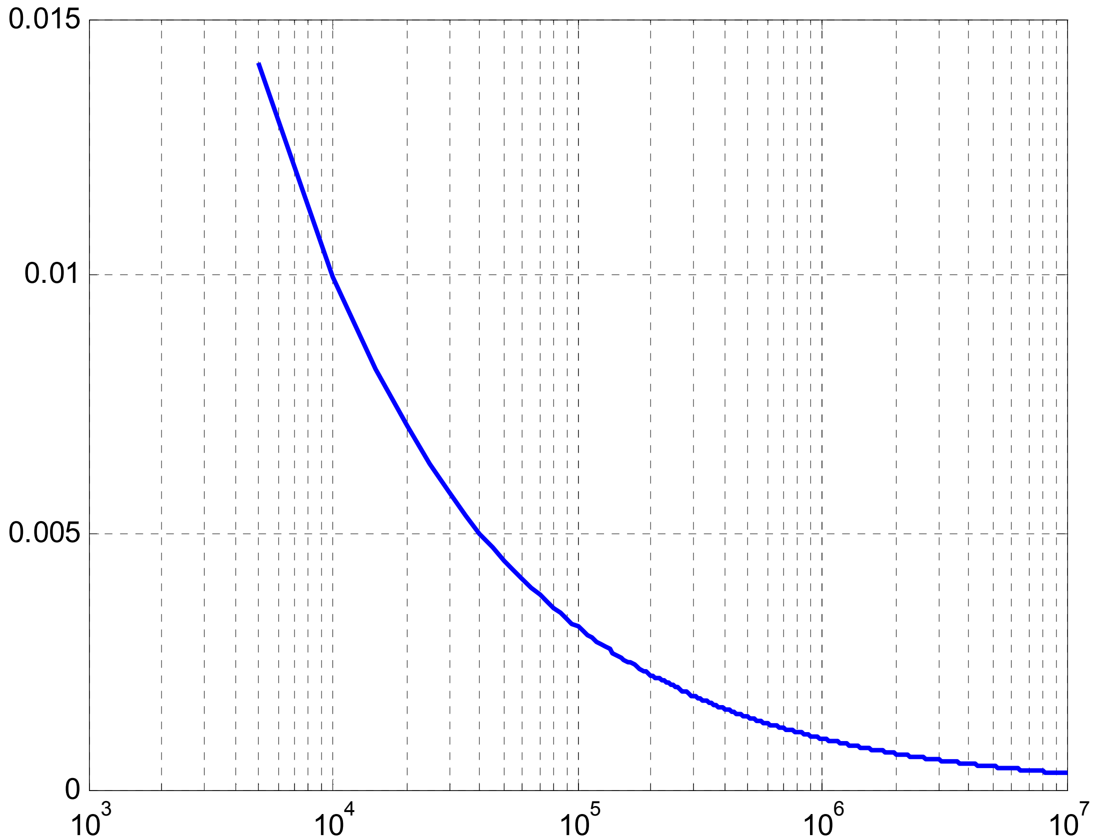

Diagramm zeigt den Wert des Folgengliedes in Abhängigkeit von n.

2) (6 Punkte)

$$y'=8\cdot\left(x^3-9\right)^7\cdot 3\cdot x^2=24\cdot x^2\cdot\left(x^3-9\right)^7$$

3a), 3b) (jeweils 8 Punkte)

a) $P_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$ $a_n = \frac{1}{2^n}$ $r = \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$

$$r = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2^n}}{\frac{1}{2^{n+1}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2$$

Randpunkte $x = \pm 2$

$\pm 1 + 1 \pm 1 \ldots$

$\boxed{r = 2}$ $\boxed{|x| < 2}$

b) $P_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \cdot x^{n+1}$ $a_n = \frac{n}{n+1}$

$$r = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{n+1}}{\frac{n+1}{n+2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n\cdot(n+2)}{(n+1)^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1\cdot(1+\frac{2}{n})}{(1+\frac{1}{n})^2} = 1$$

Randpunkte

$x = \pm 1$: $\frac{1}{2} \pm \frac{2}{3} \pm \frac{3}{4} \pm \frac{4}{5} \ldots$ divergiert in beiden Randpunkten

$\boxed{r = 1}$ $\boxed{|x| < 1}$

4) -> PMF, 110e leicht modifiziert, die Konstante 5 kann vor dem Integrieren herausgenommen werden und am Ende multipliziert er das Ergebnis

(4) a) $\int e^{2x} \cdot \cos(x)\,dx = \left[\begin{array}{ll} u = \cos(x) & dv = e^{2x} dx \\ du = -\sin(x)dx & v = \frac{1}{2}e^{2x} \end{array} \right] =$

$= \frac{1}{2}e^{2x} \cdot \cos(x) + \frac{1}{2}\int e^{2x} \cdot \sin(x)\,dx = \left[\begin{array}{ll} u = \sin(x) & dv = e^{2x} \\ du = \cos(x)dx & v = \frac{1}{2}e^{2x} \end{array} \right]$

$= \frac{1}{2}e^{2x} \cdot \cos(x) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}e^{2x} \cdot \sin(x) - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \int e^{2x} \cdot \cos(x)\,dx$

$$\frac{5}{4}\int e^{2x} \cdot \cos(x)\,dx = \frac{1}{2}e^{2x}\cos(x) + \frac{1}{4}e^{2x}\sin(x)$$

$$\boxed{\int e^{2x}\cos(x)\,dx = \frac{2}{5}e^{2x}\cos(x) + \frac{1}{5}e^{2x} \cdot \sin(x)}$$

$$I_1 = \int 5 \cdot e^{2x} \cdot \cos(x) \cdot dx = 5 \cdot \int e^{2x} \cdot \cos(x) \cdot dx = 2e^{2x} \cdot \cos(x) + e^{2x} \cdot \sin(x)$$