

## Aufgaben Stetigkeit von Funktionen (Buch FTN Architektur, UNI Novi Sad)

**Aufgabe 39.** Bestimmen Sie den Parameter  $a$  so dass die Funktion überall in Definitionsbereich stetig ist

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases} & \text{d) } f(x) = \begin{cases} 1+x, & x \leq 1 \\ 3-ax^2, & x > 1 \end{cases} \\ \text{b) } f(x) = \begin{cases} ax + e^{\frac{1}{x-1}}, & x < 1 \\ a, & x = 1 \\ \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}, & x > 1 \end{cases} & \text{*e) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}, & x < 1 \\ a, & x \geq 1 \end{cases} \\ \text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases} & \text{*f) } f(x) = \begin{cases} a+x, & x \leq 1 \\ \frac{x-1}{x^3-1}, & x > 1 \end{cases} \end{array}$$

Lösungen:

a)  $a=0$ , b)  $a = \pi/2$ , c)  $a = 1$ , d)  $a = 1$ , e)  $a = 1/4$ , f)  $a = -2/3$

## Aufgaben Stetigkeit von Funktionen (Buch PMF, UNI Novi Sad)

**Aufgabe 28.** Untersuchen Sie die Stetigkeit folgender Funktionen in den angegebenen Punkt  $x$

a) für  $x = 1$ :

$$f(x) = \frac{1}{x-1};$$

b) für  $x = 1$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{za } x \neq 1, \\ 2 & \text{za } x = 1; \end{cases}$$

c) für  $x = 1$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{za } x \neq 1, \\ 5 & \text{za } x = 1; \end{cases}$$

d) für  $x = 0$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{za } x \neq 0, \\ 10 & \text{za } x = 0; \end{cases}$$

e) für  $x = 0$ :

$$f(x) = |x|;$$

f) für  $x = 0$ :

$$f(x) = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x = 0, \\ -1 & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

Lösungen:

- a) nicht möglich da Funktion für  $x=1$  nicht definiert
- b) stetige Funktion
- c) nicht stetige Funktion
- d) nicht stetige Funktion
- e) stetige Funktion
- f) nicht stetige Funktion

## Aufgaben Stetigkeit von Funktionen

(Buch FTN, Maschinenbau, UNI Novi Sad)

**Aufgabe 10.** Untersuchen Sie die Stetigkeit folgender Funktionen in den angegebenen Punkt  $x$

a)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  für  $x = 1$ .

b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & , \quad x \neq 2 \\ 4 & , \quad x = 2 \end{cases}$  für  $x = 2$ .

c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & , \quad x \neq 2 \\ 3 & , \quad x = 2 \end{cases}$  für  $x = 2$ .

d)  $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}} & , \quad x \neq 0 \\ e & , \quad x = 0 \end{cases}$  für  $x = 0$ .

e)  $f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \\ -1 & , \quad x < 0 \end{cases}$  für  $x = 0$ .

f)  $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & , \quad x \leq 3 \\ (x-2)^{\frac{1}{(x-3)^2}} & , \quad x > 3 \end{cases}$  für  $x = 3$ .

Lösungen:

- a) nicht möglich da Funktion für  $x=1$  nicht definiert
- b) stetige Funktion, da  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 = f(2)$
- c) nicht stetige Funktion da  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 \neq f(2) = 3$
- d) stetige Funktion
- e) Unstetigkeit 1. Art (Sprungstelle)
- f) Unstetigkeit 2. Art (Polstelle)

**Aufgabe 11. Bestimmen Sie die Bereiche  $A \subseteq \mathbb{R}$  in dem sind die Funktionen stetig:**

a)  $f(x) = x^5 + 3x$ .      b)  $f(x) = \frac{x}{1-x}$ .      c)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

d)  $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ .      e)  $f(x) = |x|$ .

Lösungen:

- a)  $A = \mathbb{R}$
- b)  $A \subseteq \mathbb{R} \setminus \{1\}$
- c)  $A = (-\infty, 2)$
- d)  $A = \mathbb{R}$
- e)  $A = \mathbb{R}$

**Aufgabe 12. Bestimmen Sie die Parametren  $A$  und  $B$  so dass die Funktion in ganzem Definitionsbereich stetig ist**

a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0. \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} Ax - 1, & x \leq 1 \\ 3x^2 + 1, & x > 1. \end{cases}$

c)  $f(x) = \begin{cases} (x+2)e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ A, & x = 0 \\ \frac{-1}{1+\ln x}, & x > 0. \end{cases}$

d)  $f(x) = \begin{cases} -\sin x, & x \leq -\pi/2 \\ A \sin x + B, & -\pi/2 < x < \pi/2 \\ \cos x, & x \geq \pi/2. \end{cases}$

e)  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}, & x \neq -8 \wedge x \leq 1 \\ A, & x = -8. \end{cases}$

- a)  $A = 1$
- b)  $A = 5$
- c)  $A = 0$
- d)  $A = -\frac{1}{2}, B = \frac{1}{2}$
- e)  $A = -2$

## Aufgaben Stetigkeit von Funktionen (Buch FTN, Elektrotechnik, UNI Novi Sad)

Aufgaben 1-3. Bestimmen Sie den Wert von A damit die Funktion stetig ist (falls möglich)

1)

$$f(x) = \begin{cases} (e+x)^{\sin x}, & x \geq 0 \\ \sin x + A, & x < 0. \end{cases}$$

Lösung:  $A = 1$

2)

$$f(x) = \begin{cases} (x+2) \cdot e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ A, & x = 0 \\ -\frac{1}{1+\ln x}, & x > 0. \end{cases}$$

Lösung:  $A = 0$

3)

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(1 + \frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ A, & x = 0. \end{cases}$$

Lösung: *nicht möglich, da*

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{arctg}\left(1 + \frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{arctg}\left(1 + \frac{1}{x}\right) = -\frac{\pi}{2}$$