

Aufgaben Folgen (Buch FTN Architektur, UNI Novi Sad)

Aufgabe 30. Bestimmen Sie die Grenzwerte mittels Grenzwertgleichungen

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100n}{n^2 + 1}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 6n - 1}{2n^3 + 3n^2}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{8n + 100}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} + 2n + 3}{n^2 + 2n + 1}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + (-3)^{n+1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{n+2} - 4^n}$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+2} - 3^n}{(-4)^{n+1} - 5^n}$

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + (-2)^n}{3^{n+2} + 5}$

h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + (-5)^n}{3^{n+1} - 4^n}$

Lösungen:

a) 0, b) 3/2, c) $+\infty$, d) 0, e) 0, f) -25, g) $+\infty$

Aufgabe 31. Berechnen Sie die Grenzwerte mittels Grenzwertgleichungen

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 4n + 1} - \sqrt{n^2 + n})$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 1})$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + n + 1})$

Lösungen:

a) 3/2, b) 0, c) 3/2, d) -1/2

Aufgabe 32. Berechnen Sie die Grenzwerte mittels Grenzwertgleichungen

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{n^2}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3}\right)^{n+2}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-3}\right)^{n-1}$

Lösungen:

a) e^{-2} , b) $e^\infty = \infty$, c) e^{-4} , d) e^5

Aufgaben Folgen (Buch PMF, UNI Novi Sad)

Aufgabe 15. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte mittels Majorantenkriterium

$$\begin{array}{ll} a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n!}; & b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n!}; \\ c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n}; & d) \lim_{n \rightarrow \infty} q^n. \end{array}$$

Lösungen:

a) 0, b) 0, c) 0, d) 0

Aufgabe 16. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte mittels Grenzwertgleichungen

$$\begin{array}{ll} a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^5 - 3n^2 + 1}{n^5 + 3n + 2}; & b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 + 2n^2 + 1}{n^3 + 1}; \\ c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 3n + 1}{n^3 + 2}; & d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)^3 - 8n^3}{n^2 + 1}; \\ e) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2n + 3}{n + 1} - \frac{n^3 + 1}{n^2 + 2n + 1} \right); & f) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n + 2} - \sqrt{n}); \\ g) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n); & h) \frac{\sqrt{n + 1}}{\sqrt{n + 2} + \sqrt{n + 3}}. \end{array}$$

Lösungen:

a) 2, b) ∞ , c) 0, d) 12, e) 3, f) 0, g) 1, h) 1/2

Aufgabe 17. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte

$$\begin{array}{ll} a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2}; & b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}; \\ c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}. \end{array}$$

Lösungen:

a) 1/2, b) 1/3, c) 4/3

Aufgabe 19. Wenn Sie wissen dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e = 2,71828\dots,$$

Bestimmen Sie folgende Grenzwerte

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n};$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n;$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n}\right)^{3n+2};$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n;$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)^{n^2};$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2};$

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \sqrt{n+1} - \ln \sqrt{n}}{n};$ h) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot (\ln \sqrt{n+1} - \ln \sqrt{n}).$

Lösungen:

a) e^3 , b) $1/e$, c) $e^{9/2}$, d) e^2 , e) e^{-2} , f) 0, g) 0, h) $\frac{1}{2}$

Aufgaben Folgen (Buch FTN, Elektrotechnik Mathe I, UNI Novi Sad)

Aufgabe 4. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n + 4}{3n^3 + 5n^2 + 1}.$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 3n + 5}{3n^3 + 5n^2 + 1}.$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7 - 3n^4 + 8n^2 - 10}{6n^6 - 1}.$

Lösungen:

a) 0, b) $4/3$, c) ∞

Aufgabe 5. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - 6n}{3n + 1}.$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 + n} + n)^2}{\sqrt[3]{n^6 + 1}}.$

Lösungen:

a) 0, b) $4/3$, c) ∞

Aufgabe 5. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - 6n}{3n + 1}$. b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 + n} + n)^2}{\sqrt[3]{n^6 + 1}}$.

Lösungen:

a) -2 , b) 4

Aufgabe 6. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 5n + 4} - n \right)$.
b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 2n^2} - \sqrt[3]{n^3 - 2} \right)$.
c) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n})$.

Lösungen:

a) $-5/2$, b) $2/3$, c) $1/6$

Aufgabe 7. Bestimmen Sie folgenden Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 5^{n+1}}{3^n - 5^n}$$

Lösung:

a) -5

Aufgabe 8. Bestimmen Sie folgenden Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{13} - 13}{4 - \sqrt[n]{4}}$$

Lösung:

a) -4

Aufgabe 9. Bestimmen Sie folgenden Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^n + n!}{n^3 + (n+2)!}$$

Lösung:

a) 0

Aufgabe 10. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2}.$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right).$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 3 + \dots + (2n-1)}{n+1} - \frac{2n+3}{2} \right).$

Lösungen

a) 1/2 , b) 1, c) -5/2

Aufgabe 11. Bestimmen Sie folgenden Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}}}$$

Lösung:

a) 4/3

Aufgabe 12. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n.$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n} \right)^n.$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^3 + 2}{5n^3} \right)^{n^3}.$

Lösungen

a) e^{-1} , b) $e^{-1/3}$, c) $e^{2/5}$