

## Aufgaben Integralrechnung (Buch PMF UNI Novi Sad)

**Aufgabe 100. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

a)  $\int (4x^3 - 3x^2 + 2x - 3)dx;$

b)  $\int (2t + 1)^2 dt;$

c)  $\int (\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3}x - 3\sqrt{x})dx$

d)  $\int (1+x)(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2})dx;$

e)  $\int \frac{x^4 - 3x^3 + 2x + 1}{x^3} dx;$

f)  $\int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx.$

**Aufgabe 101. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

a)  $\int (x^3 + 3)^2 3x^2 dx;$

b)  $\int x^2 \sqrt[3]{x^3 + 3} dx;$

c)  $\int \frac{5x^2}{(x^3 + 3)^3} dx;$   
*Handwritten:  $dt = 3x^2 dx$   
 $t = x^3 + 3$*

d)  $\int \frac{2x^2}{\sqrt[5]{x^3 + 3}} dx.$

**Aufgabe 102. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

a)  $\int \frac{-6x dx}{\sqrt{1 - 3x^2}};$

b)  $\int \frac{(x+2)dx}{(x^2 + 4x)^2};$

c)  $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}};$

d)  $\int y^3 \sqrt[4]{1 + y^4} dy;$

e)  $\int \sqrt{x^2 - 3x^4} dx;$   
*Handwritten:  $\times \sqrt{1 - 3x^2}$*

f)  $\int \frac{(2 + \sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx.$

**Aufgabe 103. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

a)  $\int \frac{dx}{3x - 2};$

b)  $\int \frac{x}{1 - x^2} dx;$

c)  $\int \frac{x^3}{3 + 2x^4} dx;$

d)  $\int \frac{x-1}{x+1} dx;$

e)  $\int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x+2} dx;$

f)  $\int \frac{3x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2 + 3} dx.$

**Aufgabe 104. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int (e^{-x} + 1)dx; & \text{b)} \int e^{2x}dx; & \text{c)} \int a^{3x}dx, \quad a \neq 0, \quad a \neq 1; \\ \text{d)} \int \frac{e^{-1/x}}{x^2}dx; & \text{e)} \int e^x \sqrt{e^x + 1}dx; & \text{f)} \int \frac{dx}{e^x + 1}. \end{array}$$

**Aufgabe 105. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int (\sin 2x + \cos 3x)dx; & \text{b)} \int \sin^3 x \cos x dx; \\ \text{c)} \int \operatorname{tg} x dx; & \text{d)} \int x^2 \operatorname{ctg} x^3 dx; \\ \text{e)} \int e^x \cos e^x dx; & \text{f)} \int e^{2 \sin 3x} \cos 3x dx; \\ \text{g)} \int \frac{\sin x + \cos x}{\sin x} dx; & \text{h)} \int \frac{dx}{1 - \cos x} \end{array}$$

**Aufgabe 106. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \left( \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} + \frac{1}{4+9x^2} \right) dx; & \text{b)} \int \frac{3x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}; \\ \text{c)} \int \frac{x dx}{x^4 + 1}; & \text{d)} \int \frac{(2-x)dx}{\sqrt{4x-x^2}}; \\ \text{e)} \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}; & \text{f)} \int \frac{2x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 + 1} dx. \end{array}$$

**Aufgabe 107. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{dx}{x^2 + 10x + 31}; & \text{b)} \int \frac{dx}{25 - 8x + x^2}; \\ \text{c)} \int \frac{dx}{2x^2 - 2x + 5}; & \text{d)} \int \frac{(2x-2)dx}{x^2 + 6x + 13}; \\ \text{e)} \int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{27 + 6x - x^2}} & \text{f)} \int \frac{(x-4)dx}{\sqrt{5 - 4x - x^2}}. \end{array}$$

**Aufgabe 108. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 10x + 31}}; & \text{b)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 8x - 9}}; \\ \text{c)} \int \frac{(2x - 2)dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 13}}; & \text{d)} \int \frac{(x + 5)dx}{\sqrt{x^2 - 27 + 6x}}. \end{array}$$

**Aufgabe 109. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale (Hinweis: partielle Integration notwendig)**

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int x e^x dx; & \text{b)} \int x e^{-2x} dx; & \text{c)} \int x^3 e^{x^2} dx; \\ & \text{d)} \int x \sin x dx; & \text{e)} \int x^2 \cos x dx; \\ & \text{f)} \int \arcsin x dx; & \text{g)} \int \arctg 2x dx; \\ & \text{h)} \int x \arctg x dx; & \text{i)} \int x \arcsin x^2 dx; \end{array}$$

**Aufgabe 110. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale (Hinweis: partielle Integration notwendig)**

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int \ln x dx; & \text{b)} \int x^2 \ln x dx; & \text{c)} \int \ln(x^2 + 1) dx; \\ \text{d)} \int e^x \sin x dx; & \text{e)} \int e^{2x} \cos x dx; & \text{f)} \int e^{ax} \cos bx dx, \quad a^2 + b^2 > 0. \end{array}$$

**Aufgabe 111. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{2dx}{x^2 - 1}; & \text{b)} \int \frac{(x^3 - 2x - 35)dx}{x^2 - 2x - 15}; \\ \text{c)} \int \frac{(x + 1)dx}{x^3 - 2x^2 + x - 2}; & \text{d)} \int \frac{(x + 3)dx}{x^4 - 5x^2 + 4}; \\ \text{e)} \int \frac{(x^2 + 1)dx}{(x - 1)^3}; & \text{f)} \int \frac{(2x^2 - 4x + 3)dx}{x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4}; \\ \text{g)} \int \frac{x^2 - x - 21}{2x^3 - x^2 + 8x - 4} dx; & \text{h)} \int \frac{5x^3 - 3x^2 + 7x - 3}{(x^2 + 1)^2} dx. \end{array}$$

**Aufgabe 112. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int \frac{2dx}{\sqrt{x+1}}; & \text{b)} \int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+1}; & \text{c)} \int \frac{x\sqrt{x}dx}{\sqrt{x+x}}; \\ \text{d)} \int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1}dx; & \text{e)} \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+3}+1}; & \text{f)} \int \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt[3]{x}-1}. \end{array}$$

**Aufgabe 113. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int \sin^2 x dx; & \text{b)} \int \sin^4 2x dx; & \text{c)} \int \sin^3 x dx; \\ \text{d)} \int \cos^5 x dx; & \text{e)} \int \cos^6 \frac{x}{2} dx; & \text{f)} \int \cos^2 x \sin^3 x dx; \\ \text{g)} \int \cos^2 x \sin^2 x dx; & & \text{h)} \int \sin 3x \sin 2x dx; \\ \text{i)} \int \sqrt{1-\cos x} dx; & & \text{j)} \int \frac{dx}{\sin x}. \end{array}$$

**Aufgabe 113. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{dx}{1+\sin x-\cos x}; & \text{b)} \int \frac{dx}{2+\sin x}; \\ \text{c)} \int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}; & \text{d)} \int \frac{\sin x dx}{1+\sin^2 x}. \end{array}$$

**Hinweis: nutzen Sie folgende Substitutionen:**

$$\begin{array}{l} t = \tan \frac{x}{2}; \quad dx = \frac{2dt}{1+t^2}; \\ \sin x = \frac{2t}{1+t^2}; \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \end{array}$$

**Aufgabe 115. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{x^2+x+3}{\sqrt{x^2+1}} dx; & \text{b)} \int \frac{x^2+x+2}{\sqrt{x^2+x+1}} dx; \\ \text{c)} \int \sqrt{x^2+1} dx; & \text{d)} \int \frac{x^3+1}{\sqrt{x^2+x-1}} dx; \\ \text{e)} \int \frac{x^3+3x}{\sqrt{5-x^4-2x^2}} dx; & \text{f)} \int \frac{e^{3x}+e^{2x}+e^x}{\sqrt{e^{2x}-1}} dx. \end{array}$$



**Aufgabe 116. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{ll} a) \int \sqrt{16 - x^2} dx; & b) \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 9}}; \\ c) \int \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx; & d) \int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} dx; \end{array}$$

**Aufgabe 117. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale**

$$\begin{array}{lll} a) \int \frac{\sqrt{x} dx}{(1 + \sqrt{x})^2}; & b) \int \frac{x dx}{\sqrt{1 + \sqrt[3]{x}}}; & c) \int \frac{dx}{x^6 \sqrt{x^2 - 1}}. \end{array}$$

**Aufgabe 119. Berechnen Sie**

$$\begin{array}{ll} a) \int_{-1}^4 (8x^3 + 3x^2 + 1) dx; & b) \int_{-3}^{-1} \left( \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x} + \sqrt{-x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx; \\ c) \int_{\sqrt{3}}^3 \left( 2e^{3x} + 3 \frac{1}{x^2 + 9} + 1 \right) dx; & d) \int_0^{\pi/3} \left( \sin x + \operatorname{tg} x + 2 \cos \frac{x}{2} \right) dx. \end{array}$$

**Aufgabe 120. Berechnen Sie**

$$\begin{array}{lll} a) \int_3^6 \sqrt{x - 3} dx; & b) \int_{-1}^1 \frac{x^2 dx}{x - 2}; & c) \int_0^e \frac{\cos(\ln x) dx}{x}; \\ d) \int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x \cdot \operatorname{ctg}^2 x dx; & e) \int_0^1 \frac{e^x dx}{4 + e^{2x}}; & f) \int_1^2 x \ln x dx. \end{array}$$

**Aufgaben Integralrechnung (Buch FTN UNI Novi Sad)**

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale durch Substitution

2.  $\int \frac{\operatorname{arctg} \frac{x}{2}}{4 + x^2} dx$

3.  $\int \frac{x - \sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{1 + 4x^2} dx$

5.  $\int \sqrt{\frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}{1+x^2}} dx$

7.  $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale durch partielle Integration

1.  $\int x\sqrt{x^2+1}\ln\sqrt{x^2-1} dx$

2.  $\int \arcsin x \ln x dx$

6.  $\int \cos^2(\ln x) dx$

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale die ein quadratisches Trinom beinhalten

1.  $\int \frac{dx}{x^2+2x+5}$

2.  $\int \frac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale rationaler Funktionen

1.  $\int \frac{x^2 dx}{(x^2-3x+2)^2}$

2.  $\int \frac{x^2+3x-1}{(x-1)(x^2+x+1)^2} dx$

5.  $\int \frac{x^4-6x^3+12x^2+6}{x^3-6x^2+12x-8} dx$

**Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale trigonometrischer Funktionen**

5.  $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x + \cos x} dx$

8.  $\int \frac{\sin^5 x}{\cos^4 x} dx$

