



# Physik für Infotronik (23)

**Gerald Kupris**

**20.01.2016**

# Vorlesungen Physik WS2015/16

25.11.2015	Vorlesung 13	Das elektrische Feld
25.11.2015	Vorlesung 14	Ladungsverteilung und elektrisches Potenzial
02.12.2015	Vorlesung 15	Die Kapazität
02.12.2015	Vorlesung 16	Das Magnetfeld
09.12.2015	Vorlesung 17	Quellen des Magnetfelds
09.12.2015	Vorlesung 18	Die magnetische Induktion
16.12.2015	Vorlesung 19	Magnetische Induktion und Transformatoren
16.12.2015	Vorlesung 20	Elektromagnetische Wellen
<b>23.12.2015</b>	<b>vorlesungsfrei</b>	
13.01.2016	Vorlesung 21	Aufbau von Festkörpern
13.01.2016	Vorlesung 22	Leiter und Halbleiter
20.01.2016	Vorlesung 23	Wiederholung und Prüfungsvorbereitung
20.01.2016	Vorlesung 24	Wiederholung und Prüfungsvorbereitung
<b>01.02.2016</b>	<b>11:00 Uhr</b>	<b>Prüfung Physik</b>



# Vorlesungen Physik WS 2015/16

07.10.2015	Vorlesung 1	Messung und Maßeinheiten
07.10.2015	Vorlesung 2	Eindimensionale Bewegung
14.10.2015	Vorlesung 3	Bewegung in zwei und drei Dimensionen
14.10.2015	Vorlesung 4	Die Newtonschen Axiome
21.10.2015	Vorlesung 5	Anwendung der Newtonschen Axiome
21.10.2015	Vorlesung 6	Arbeit und kinetische Energie, Energieerhaltung
28.10.2015	Vorlesung 7	Der Impuls
28.10.2015	Vorlesung 8	Elastischer und inelastischer Stoß
04.11.2015	Vorlesung 9	Drehbewegungen
04.11.2015	Vorlesung 10	Drehimpuls
11.11.2015	Vorlesung 11	Harmonische Schwingungen und Resonanz
11.11.2015	Vorlesung 12	Wellenausbreitung und Doppler-Effekt

# Vorlesungen Physik WS2015/16

25.11.2015	Vorlesung 13	Das elektrische Feld
25.11.2015	Vorlesung 14	Ladungsverteilung und elektrisches Potenzial
02.12.2015	Vorlesung 15	Die Kapazität
02.12.2015	Vorlesung 16	Das Magnetfeld
09.12.2015	Vorlesung 17	Quellen des Magnetfelds
09.12.2015	Vorlesung 18	Die magnetische Induktion
16.12.2015	Vorlesung 19	Magnetische Induktion und Transformatoren
16.12.2015	Vorlesung 20	Elektromagnetische Wellen
13.01.2016	Vorlesung 21	Aufbau von Festkörpern
13.01.2016	Vorlesung 22	Leiter und Halbleiter
20.01.2016	Vorlesung 23	Wiederholung und Prüfungsvorbereitung
20.01.2016	Vorlesung 24	Wiederholung und Prüfungsvorbereitung

# Physikalische Größen: Internationales Einheitensystem

SI-Einheiten (SI = Système Internationale d'Unités)  
 MKSA-System (Meter-Kilogramm-Sekunde-Ampere)

## Basisgrößen

<i>Physikalische Größe</i>	<i>SI-Einheit</i>	<i>Definition</i>	<i>Unsicher heit</i>
Länge	Meter (m)	Strecke, die Licht im Vakuum in 1/299.792.458 Sekunden durchläuft (ab 1983; vorher: Krypton-Wellenlänge 1960; vorher: Pariser Urmeter 1795/1799/1889)	$10^{-14}$
Massa	Kilogramm (kg)	Platin-Iridium-Referenzzyylinder in Paris (Internationaler Kilogramm-Prototyp) (seit 1879)	$10^{-9}$
Zeit	Sekunde (s)	9.192.631.770fache Periodendauer des Übergangs zwischen den beiden Hyperfeinstruktur niveaus des Nuklids $^{133}\text{Cs}$ (seit 1967; vorher: mittlerer Sonnentag)	$10^{-14}$

# Physikalische Größen: Internationales Einheitensystem

Physikalische Größe	SI-Einheit	Definition	Unsicherheit
Stromstärke	Ampere (A)	Stärke eines zeitlich unveränderlichen elektrischen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft von $2 \times 10^{-7}$ Newton pro Meter hervorrufen würde (seit 1946; vorher: elektrolytische Abscheidung)	$10^{-6}$
Temperatur	Kelvin (K)	273,16-ter Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes von Wasser (seit 1967)	$10^{-6}$
Stoffmenge	Mol (mol)	Anzahl der Atome in 0,012 kg des Nuklids $^{12}\text{C}$ (seit 1971)	$10^{-6}$
Lichtstärke	Candela (cd)	Monochromatische Strahlung von $540 \times 10^{12}$ Hz mit einer Strahlstärke von 1/683 W/sr (seit 1979)	0.5%

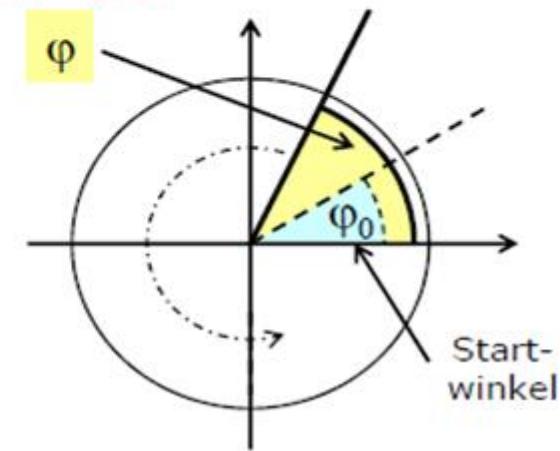
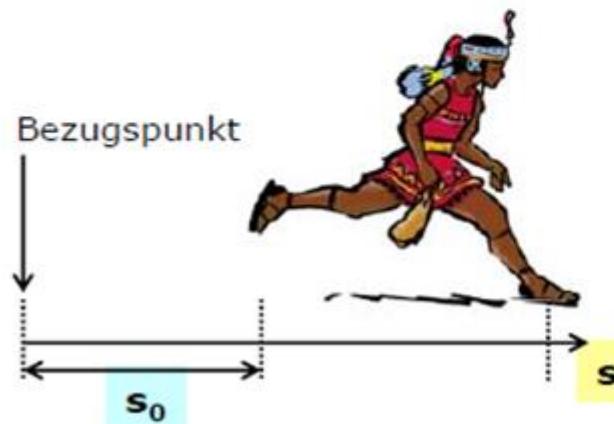
# Abgeleitete Einheiten (Elektrotechnik)

Physikalische Größe	Abgeleitete Einheit	Zusammenhang mit SI-Einheiten	Abweichungen amerikanisch
Frequenz	Hertz (Hz)	$s^{-1}$	c (= cycles)
Energie	Joule (J)	$\text{VAs} = \text{Ws} = \text{Nm} = m^2 kgs^{-2}$	
Leistung	Watt (W)	$\text{VA} = \text{Js}^{-1} = m^2 kgs^{-3}$	
Ladung	Coulomb (C)	$As$	
Spannung	Volt (V)	$WA^{-1} = JC^{-1} = m^2 kgs^{-3} A^{-1}$	
Widerstand	Ohm ( $\Omega$ )	$VA^{-1} = m^2 kgs^{-3} A^{-2}$	ohm
Leitwert	Siemens (S)	$AV^{-1} = m^{-2} kg^{-1} s^3 A^2$	mho
Kapazität	Farad (F)	$AsV^{-1} = m^{-2} kg^{-1} s^4 A^2$	
Induktivität	Henry (H)	$VsA^{-1} = m^2 kgs^{-2} A^{-2}$	(Hy)
Magn. Fluss	Weber (Wb)	$Vs = m^2 kgs^{-2} A^{-1}$	
M. Flussdichte	Tesla (T)	$Vsm^{-2} = Wbm^{-2} = kgs^{-2} A^{-1}$	

# Lineare Bewegung und Kreisbewegung

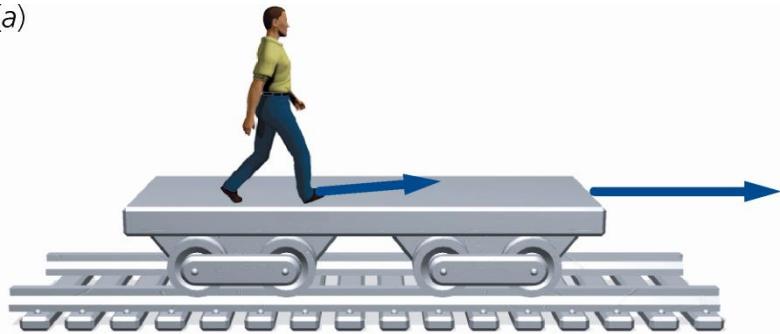
## Analogien zur Linearen Bewegung

Lineare gleichmäßig beschleunigte Bewegung		Gleichmäßig beschleunigte Kreisbewegung	
Weg	$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$	Winkel	$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha}{2} \cdot t^2$
Geschwindigkeit	$v(t) = v_0 + a \cdot t$	Winkelgeschwindigkeit	$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot t$
Beschleunigung	$a(t) = \text{const.}$	Winkelbeschleunigung	$\alpha(t) = \text{const.}$

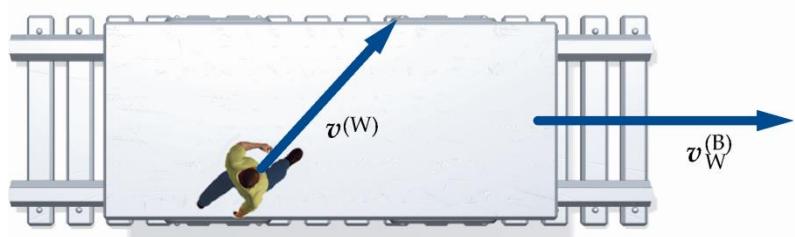


# Relativgeschwindigkeit

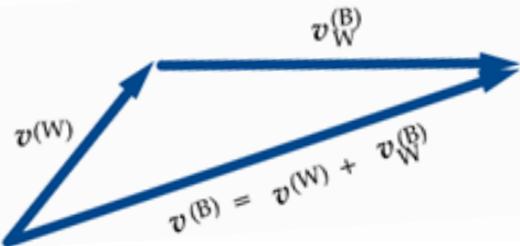
(a)



(b)



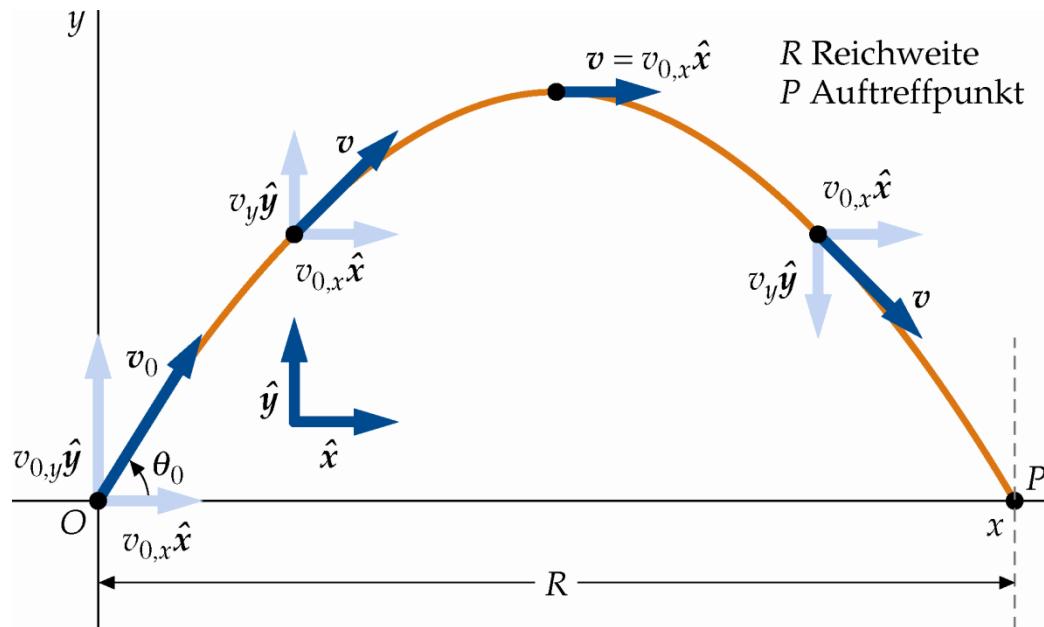
(c)



Vektorielle Größen wie Geschwindigkeit oder Beschleunigung lassen sich nicht nur addieren und zerlegen, sondern überlagern sich auch:

Die Geschwindigkeit der Person relativ zum Boden ist gleich der Summe der Geschwindigkeit der Person zum Wagen und der Geschwindigkeit des Wagens zum Boden.

# Die Parabelgleichung



$$\begin{aligned}x(t) &= x_0 + v_{0,x} t \\y(t) &= y_0 + v_{0,y} t - \frac{1}{2} g t^2\end{aligned}$$

$$y(x) = (\tan \theta_0) x - \left( \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta_0} \right) x^2$$

## Die horizontale Reichweite beim Wurf

Die horizontale Reichweite  $R$  beim Wurf kann durch die Anfangsgeschwindigkeit, den Wurfwinkel und die Anfangshöhe bestimmt werden.

Die horizontale Reichweite ergibt sich, indem die x-Komponente der Geschwindigkeit  $v_{0,x}$  mit der Gesamtdauer  $T$  multipliziert wird, die der Gegenstand in der Luft ist.

$$v_{0,y} T = \frac{1}{2} g T^2$$

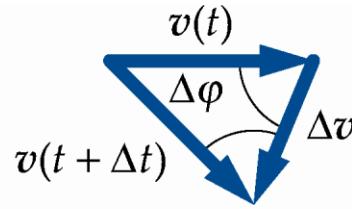
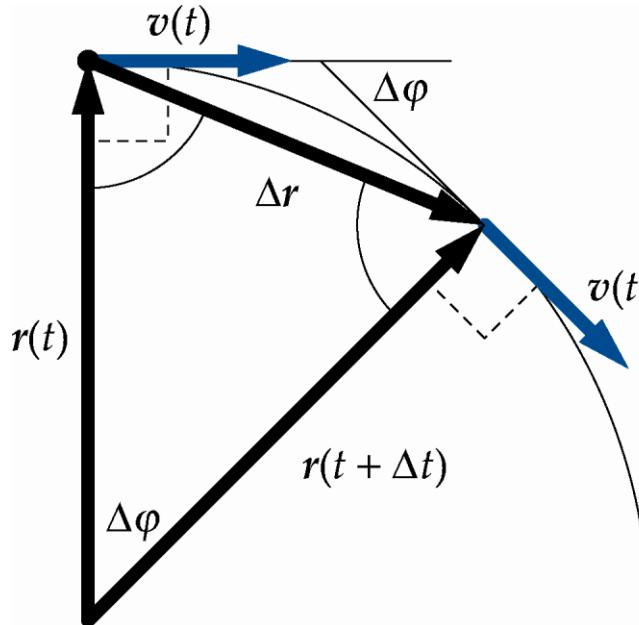
$$T = \frac{2 v_{0,y}}{g} = \frac{2 v_0}{g} \sin \theta_0$$

$$R = v_{0,x} T = (v_0 \cos \theta_0) \left( \frac{2 v_0}{g} \sin \theta_0 \right)$$

$$= \frac{2 v_0^2}{g} \sin \theta_0 \cos \theta_0$$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$$

# Die gleichförmige Kreisbewegung



$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \cdot \Delta r}{r \cdot \Delta t}$$

$$\Delta t \rightarrow 0 : \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a \quad \frac{\Delta r}{\Delta t} \rightarrow v$$

$$|a_{zp}| = \frac{v^2}{r} \quad \vec{a}_{zp} = -\frac{v^2}{r} \cdot \hat{r}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{t}$$

Zentripetalbeschleunigung:

## Das erste Newtonsche Axiom

Das Trägheitsprinzip („lex prima“):

Das erste Gesetz ist das Trägheitsprinzip. Es gilt nur in Inertialsystemen und wurde als erstes von Galileo Galilei im Jahre 1638 aufgestellt.

„Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.“

Die Geschwindigkeit ist also unter der genannten Voraussetzung in Betrag und Richtung konstant. Eine Änderung des Bewegungszustandes kann nur durch Ausübung einer Kraft von außen erreicht werden, beispielsweise durch die Gravitationskraft. In der klassischen Mechanik entspricht das erste Newtonsche Gesetz den Gleichgewichtsbedingungen.

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = 0 \iff \vec{v} = \text{const.}$$

## Das zweite Newtonsche Axiom

Das Aktionsprinzip („lex secunda“)

Das zweite Newtonsche Gesetz ist das Grundgesetz der Dynamik:

„Die Änderung der Bewegung einer Masse ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.“

Für die meisten technischen Systeme ist die Masse  $m$  während der Bewegungsänderung konstant. Das zweite Newtonsche Gesetz vereinfacht sich damit zu:

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$$

## Das dritte Newtonsche Axiom

Das Reaktionsprinzip („lex tertia“)

Das dritte Prinzip ist das Wechselwirkungsprinzip:

„Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).“

Das Wechselwirkungsprinzip wird auch als Prinzip von actio und reactio oder kurz „actio gleich reactio“ (lat. actio est reactio) bezeichnet. Das Prinzip lässt sich auch so formulieren, dass in einem abgeschlossenen System die Summe der Kräfte gleich Null ist.

$$\vec{F}_{AB} = - \vec{F}_{BA}$$

## Die Kraft als vektorielle Größe

Für die Beschreibung einer Kraft ist – neben ihrem Angriffspunkt – nicht nur ihre Stärke, sondern auch die Angabe der Richtung notwendig, in der die Kraft wirkt. Solche Größen, festgelegt durch die Angabe von Zahlenwert, Einheit und Richtung, nennt man eine vektorielle Größe, sie ist darstellbar durch Pfeile in einem Koordinatensystem. In einem kartesischen Koordinatensystem hat ein Kraftvektor drei Komponenten:

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

Um beispielsweise die Gewichtskraft zu beschreiben, mit der ein Körper der Masse  $m$  von der Erde angezogen wird, kann ein Koordinatensystem mit vertikaler  $z$ -Achse gewählt werden:

$$\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

Der Körper wird (mit der Erdbeschleunigung  $g$ ) nach unten beschleunigt, deshalb ist die  $z$ -Komponente negativ.

# Superpositionsprinzip

Das Superpositionsprinzip der Mechanik, welches in Newtons Werk auch als „lex quarta“ bezeichnet wird, besagt: Wirken auf einen Punkt (oder einen starren Körper) mehrere Kräfte, so addieren sich diese vektoriell zu einer resultierenden Kraft auf.

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$$

Wenn zwei am selben Angriffspunkt angreifende Kräfte und gleich große, aber entgegengesetzt gerichtet sind, so ist die resultierende Kraft gleich Null, man spricht dann auch von einem Kräftegleichgewicht (die Kräfte »kompensieren sich« bzw. »sie gleichen sich aus«).

Wirken zwei Kräfte in unterschiedlicher Richtung, so ergeben sich Richtung und Betrag der Resultierenden zeichnerisch durch ein Kräfteparallelogramm. Die Kräfte und werden zu einem Parallelogramm ergänzt, die Parallelogramm–Diagonale entspricht der resultierenden Kraft. Die resultierende Kraft mehrerer Kräften unterschiedlicher Richtung kann zeichnerisch oder rechnerisch (mit Hilfe der Vektorrechnung) bestimmt werden.

# Kräftegleichgewicht im freien Fall

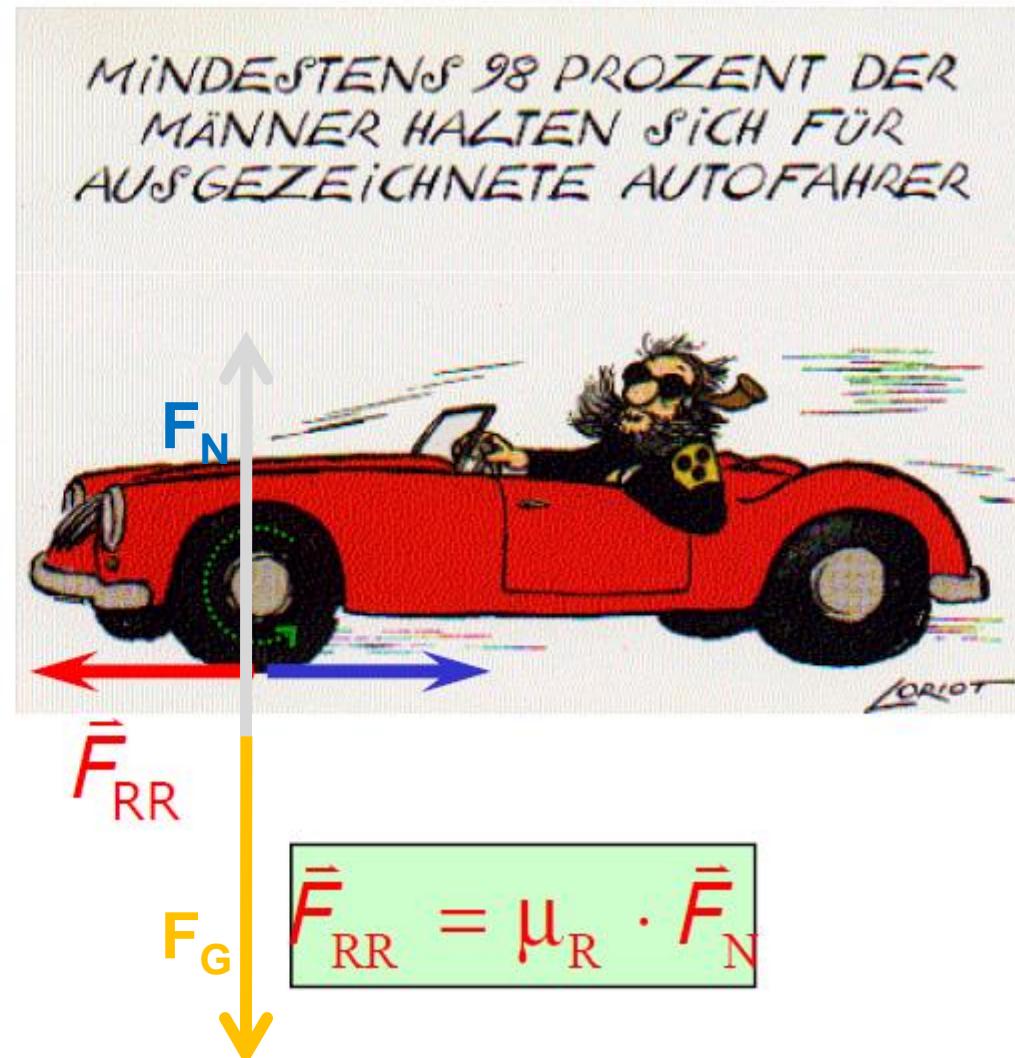
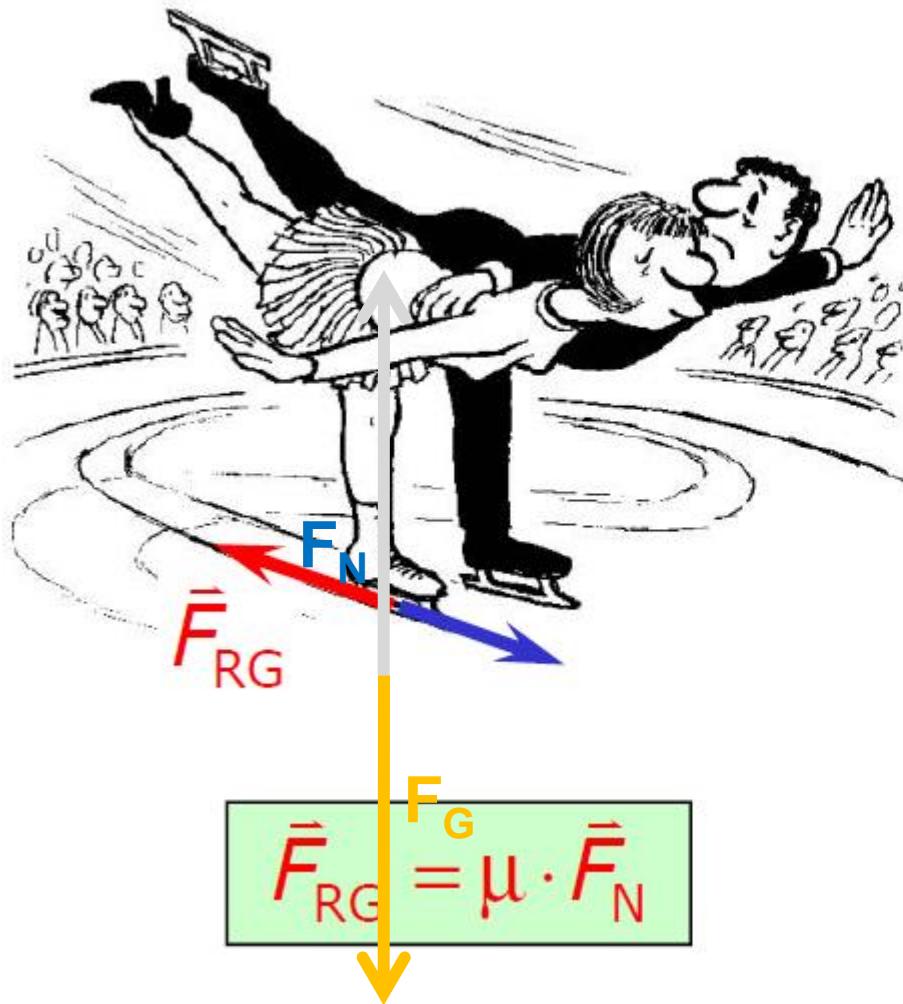


## Prinzip von d'Alembert:

Ein Körper befindet sich im **dynamischen Gleichgewicht**, wenn die Summe aus eingeprägten Kräften und Trägheitskräften gleich null ist:

$$\bar{F}' = \bar{F} + \bar{F}_T = 0$$

# Gleit- und Rollreibung



# Die schiefe Ebene

$\alpha$  : Neigungswinkel der schiefen Ebene

$l$  : Länge der schiefen Ebene

$$h : h = l \cdot \sin \alpha$$

$$b : b = l \cdot \cos \alpha$$

$m$  : Masse des Körpers

$$F_G : F_G = m \cdot g$$

$$F_{GN} : F_{GN} = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

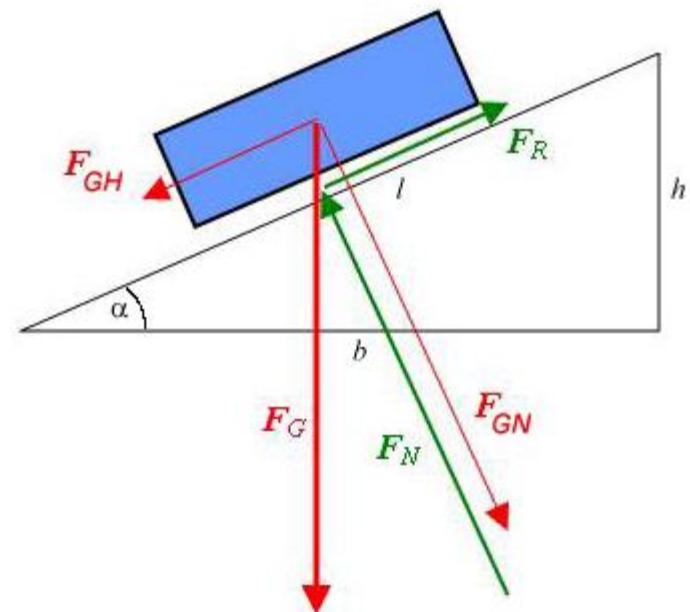
$$F_N : F_N = -F_{GN}$$

$$F_{GH} : F_{GH} = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

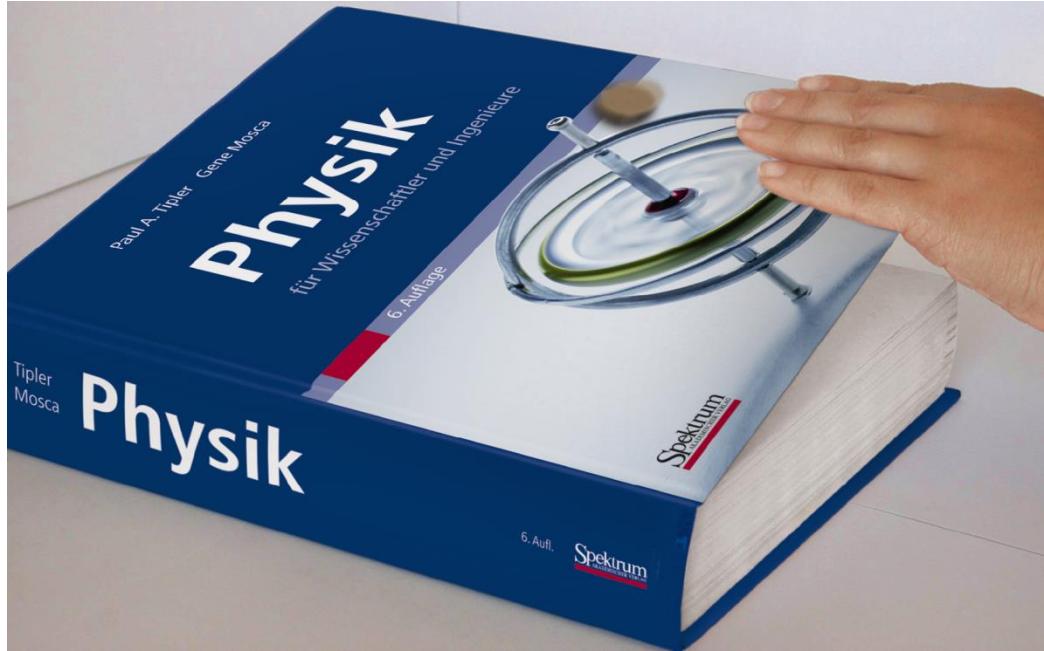
$$F_R : F_R = \mu_H \cdot F_N$$

$\mu_H$  : Haftreibungskoeffizient

$\mu$  : Gleitreibungskoeffizient

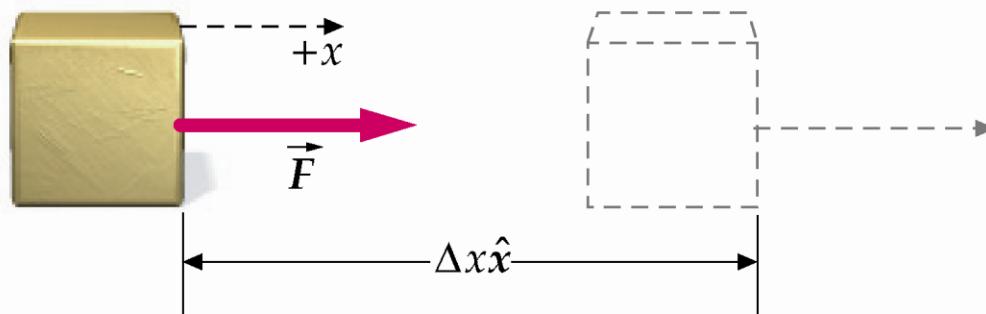


## Versuch: die Münze auf dem Buchrücken



Ein Buch mit festem Umschlag liegt mit der Titelseite nach oben auf dem Tisch. Auf den Bucheinband wir eine Münze gelegt. Anschließend wird das Buch sehr langsam geöffnet, bis die Münze zu rutschen beginnt.  $\Theta_{max}$  (der Reibungswinkel) ist derjenige Winkel zwischen Bucheinband und der Horizontalen, bei dem sich die Münze gerade in Bewegung setzt. Berechnen Sie den Haftreibungskoeffizienten  $\mu_{R,h}$ .

# Arbeit durch Verschiebung

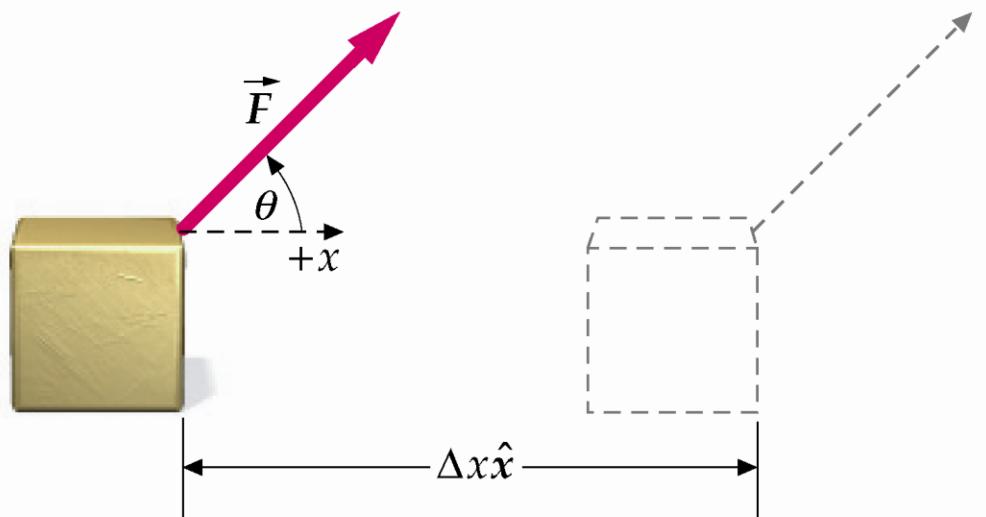


(a)

Wenn die Kraft in die selbe Richtung wirkt wie die Verschiebung:

$$W = |F| |\Delta x|$$

$$W = |\mathbf{F}| |\mathbf{s}| .$$



(b)

Wenn die Kraft in eine andere Richtung wirkt wie die Verschiebung:

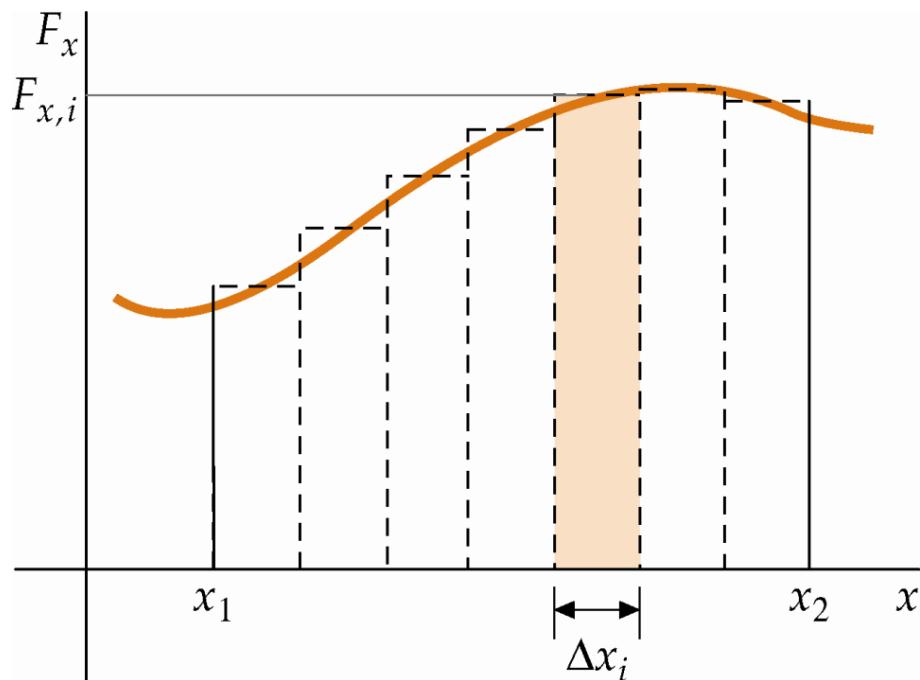
$$W = F_x \Delta x = |F| \cos \theta |\Delta x|$$

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = |\mathbf{F}| |\mathbf{s}| \cos \alpha .$$

Einheit der Arbeit: **Joule**

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg m}^2 / \text{s}^2$$

# Arbeit einer ortsabhängigen Kraft



$$W \approx \sum_{i=1}^N W_i = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}(\mathbf{s}_i) \Delta \mathbf{s}_i .$$

$$W = \int_{\mathbf{s}_1}^{\mathbf{s}_2} \mathbf{F}(\mathbf{s}) d\mathbf{s} ,$$

Die Arbeit, die eine ortsabhängige Kraft verrichtet, kann grafisch als die Fläche unter der Kurve  $F_x(x)$  dargestellt werden.

## Die Leistung P

Die Definition der Arbeit macht keine Aussage darüber, wie lange es dauert, diese Arbeit zu verrichten. Die Rate, mit der eine Kraft Arbeit verrichtet wird Leistung P genannt (von engl. „Power“).

Die Leistung P ist der Quotient aus verrichteter Arbeit  $\Delta W$  oder dafür aufgewendeter Energie  $\Delta E$  und der dazu benötigten Zeit  $\Delta t$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta W}{\Delta t} .$$

Die Einheit für die Leistung ist das **Watt**.

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} \quad 1 \text{ W} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3}$$

## Mechanische Leistung

Bei zeitlich veränderlicher Leistung gibt es eine Augenblicksleistung beziehungsweise Momentanleistung  $P(t)$ , die sich aus dem Grenzwert ergibt, wenn der Zeitabschnitt  $\Delta t$  gegen null geht:

$$P(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}, \quad P(t) = \frac{dW(t)}{dt}.$$

Um in einer Zeit  $dt$  eine Strecke  $ds$  mit der Geschwindigkeit  $v$  gegen eine Kraft  $F$  zurückzulegen, ist also eine Leistung  $P$  nötig.

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$P = \frac{F ds}{dt} = F \cdot v \quad P = \frac{\vec{F} d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

# Die Energie

**Definition: Die Energie eines Systems ist seine Fähigkeit, Arbeit zu verrichten.**

Energie ist nötig, um einen Körper zu beschleunigen oder um ihn entgegen einer Kraft zu bewegen, um eine Substanz zu erwärmen, um ein Gas zusammenzudrücken, um elektrischen Strom fließen zu lassen oder um elektromagnetische Wellen abzustrahlen.

Pflanzen, Tiere und Menschen benötigen Energie, um leben zu können. Energie benötigt man auch für den Betrieb von Computersystemen, für Telekommunikation und für jegliche wirtschaftliche Produktion.

Energie kann in verschiedenen Energieformen vorkommen. Hierzu gehören beispielsweise potentielle Energie, kinetische Energie, chemische Energie oder thermische Energie. Die Arbeit wandelt Energie zwischen verschiedenen Energieformen um.

# Potenzielle Energie

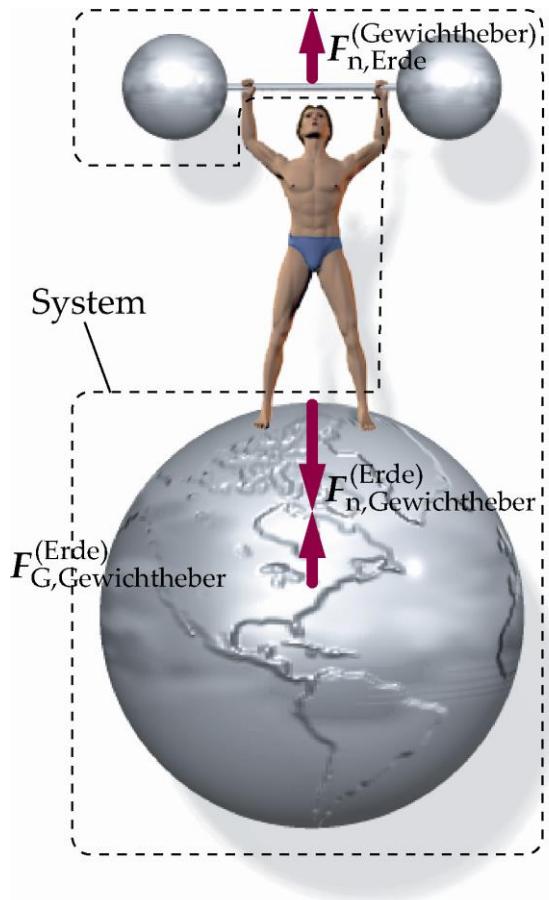
Die potenzielle Energie (auch Höhen- oder Lageenergie) ist eine der Formen von Energie in der Physik.

Es handelt sich dabei um diejenige Energie, welche ein Körper durch seine Position oder Lage in einem **konservativen** Kraftfeld (etwa einem Gravitationsfeld oder elektrischen Feld) enthält. Man spricht daher auch von Lageenergie.

Ein bestimmter Ort in diesem Feld dient dabei als Bezugspunkt; beim Gravitationsfeld der Erde kann dies beispielsweise die Erdoberfläche sein. Die Begriffe Potenzial und potenzielle Energie sind eng verwandt und unterscheiden sich nur um einen konstanten Faktor (in der Mechanik die Masse, in der Elektrostatik die elektrische Ladung). Als Formelzeichen für die potenzielle Energie wird üblicherweise **V** oder **E<sub>pot</sub>** verwendet.

$$E_{pot}(r) = - \int_{r1}^{r2} F(r) dr$$

# Potenzielle Energie der Gravitationskraft



In der Nähe der  
Erdoberfläche:

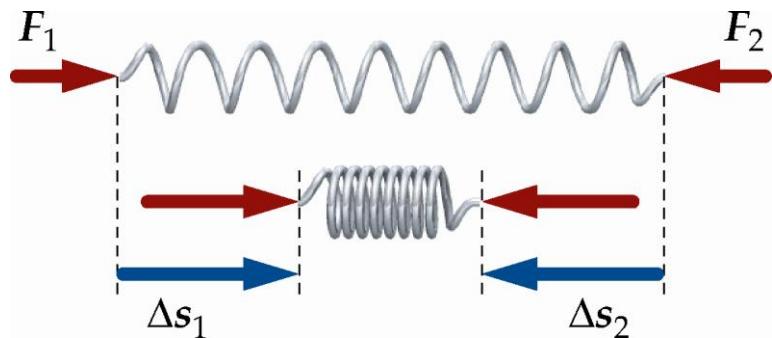
$$\mathbf{F} = -m g \hat{\mathbf{y}}$$

$$E_{\text{pot}} = \int m g \, dy = m g y + E_{\text{pot},0}$$

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{pot},0} + m g y$$

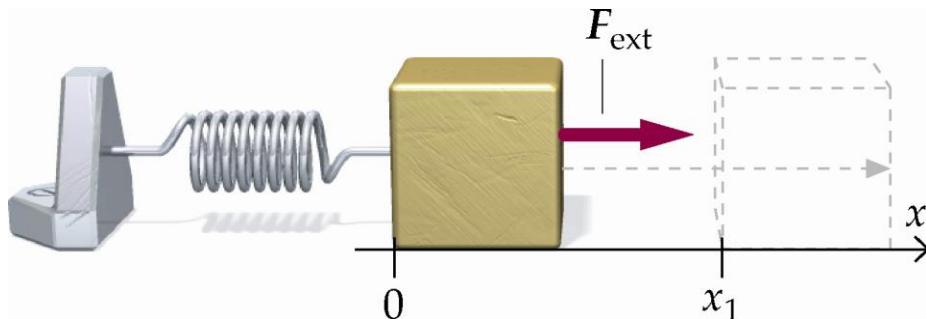
$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

# Potenzielle Energie einer Federkraft



$$dE_{pot} = -F \cdot ds = -F_x \cdot dx = -(k_F x)dx = k_F x \cdot dx$$

$$E_{pot} = \int k_F x \cdot dx = \frac{1}{2} k_F x^2 + E_{pot,0}$$



$$E_{pot} = \frac{1}{2} k_F x^2$$

# Kinetische Energie

Die kinetische Energie (von griechisch *kinesis* = Bewegung) oder auch Bewegungsenergie ist die Energie, die ein Objekt aufgrund seiner Bewegung enthält.

Sie entspricht der Arbeit, die aufgewendet werden muss, um das Objekt aus der Ruhe in die momentane Bewegung zu versetzen. Sie hängt von der Masse  $m$  und von der Geschwindigkeit  $v$  des bewegten Körpers ab.

Als Formelzeichen für die kinetische Energie wird in der theoretischen Physik üblicherweise **T** verwendet, seltener auch **E<sub>kin</sub>**.

$$E_{kin} = \frac{m}{2} v^2$$

$$E_{kin} = \frac{m}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

# Kinetische Energie

Ein Teilchen der Masse  $m$   
bewegt sich unter Wirkung der  
Kraft  $F$  entlang der  $x$ -Achse:

Bei konstanter Kraft ist auch  
die Beschleunigung konstant:

$$F_x = m a_x$$

$$v_{E,x}^2 = v_{A,x}^2 + 2 a_x \Delta x$$

$$F_x = m a_x \quad a_x = \frac{1}{2 \Delta x} (v_{E,x}^2 - v_{A,x}^2)$$

$$F_x \Delta x = \frac{1}{2} m v_{E,x}^2 - \frac{1}{2} m v_{A,x}^2$$



Die kinetische Energie hängt vom *Betrag* der Geschwindigkeit eines Teilchens und nicht von seiner Geschwindigkeit selbst ab. Ändert sich die Richtung der Geschwindigkeit, während ihr Betrag gleich bleibt, bleibt auch die kinetische Energie dieselbe.

$$W = \frac{1}{2} m v_{E,x}^2 - \frac{1}{2} m v_{A,x}^2$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W = \Delta E_{\text{kin}}$$

# Energieerhaltungssatz

Der Energieerhaltungssatz sagt aus, dass die Gesamtenergie eines abgeschlossenen Systems sich nicht mit der Zeit ändert. Zwar kann Energie zwischen verschiedenen Energieformen umgewandelt werden, beispielsweise von Bewegungsenergie in Wärme. Es ist jedoch nicht möglich, innerhalb eines abgeschlossenen Systems Energie zu erzeugen oder zu vernichten: Die Energie ist eine Erhaltungsgröße.

**Die Gesamtenergie in einem abgeschlossenen System bleibt konstant.**

Unter einem abgeschlossenen System versteht man ein System ohne Energie-, Informations- oder Stoffaustausch und ohne Wechselwirkung mit der Umgebung.

**Allgemeiner Energieerhaltungssatz:**

$$E_{\text{ges}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{wärm}} + E_{\text{chem}} + \dots = \text{const.}$$

**Energieerhaltungssatz der klassischen Mechanik:**

$$E_{\text{mech}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = T + V = \text{const.}$$

## Der Impuls

Die physikalische Größe Impuls  $p$  beschreibt die Bewegung der Masse, die ein Körper enthält. So wie die Geschwindigkeit dieser Bewegung ist der Impuls eine Vektorgröße, hat also neben einem Betrag auch eine Richtung (die der Bewegung selbst). Newton bezeichnete den Impuls auch als „Bewegungsgröße“.

Jeder bewegliche Körper kann einen Impuls beispielsweise bei Stößen ganz oder teilweise auf andere Körper übertragen oder von anderen Körpern übernehmen.

Der Impuls ist eine additive Erhaltungsgröße. Wenn die (Vektor-) Summe der äußeren Kräfte verschwindet, bleibt der Gesamtimpuls erhalten.

In Newtons Mechanik ist der Impuls eines Teilchens das Produkt aus seiner Masse  $m$  und seiner Geschwindigkeit:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Impuls und Geschwindigkeit sind dabei Vektoren mit gleicher Richtung.

## Der Impuls

Man kann sich den Impuls als ein Maß für die Schwierigkeit vorstellen, ein Teilchen, das eine bestimmte Masse und eine bestimmte Geschwindigkeit hat, innerhalb einer bestimmten Zeit zum Stillstand zu bringen.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

Die auf ein Teilchen einwirkende Kraft ist gleich der zeitlichen Änderung des Teilchen-impulses.

**Satz der Erhaltung des Impulses: Wenn die Summe aller äußeren Kräfte auf ein System null ist, dann bleibt der Gesamtimpuls des Systems konstant.**

Dieser Satz ist weiter anwendbar als der Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie, weil die inneren Kräfte, die von einem Teilchen des Systems auf ein anderes ausgeübt werden, oft nicht konservativ sind.

## Der Impuls

Die Maßeinheit des Impulses ist:

$$1 \text{ N} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Der Impulserhaltungssatz spricht aus, dass Teilchen träge sind. Um ihre Geschwindigkeit zu ändern, muss ein Impuls übertragen werden. Der pro Zeit übertragene Impuls ist die Kraft:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Der Impuls erfüllt zusammen mit der Masse und der kinetischen Energie die Beziehung:

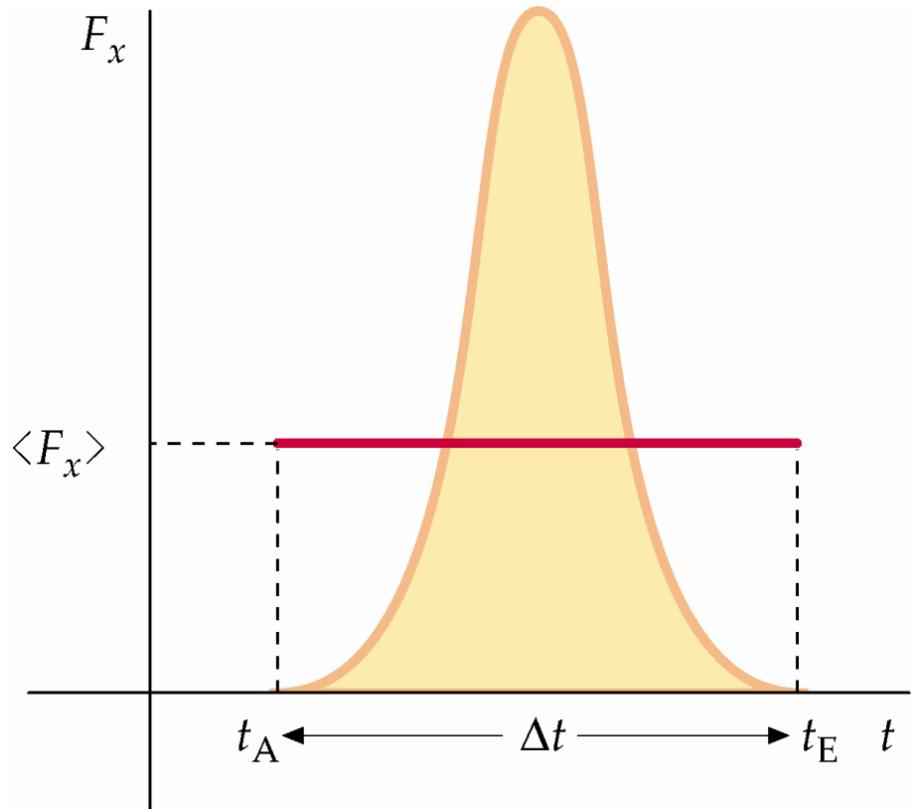
$$E_{kin} = \frac{m}{2} \vec{v}^2 = \frac{m}{2} \left( \frac{\vec{p}}{m} \right)^2 = \frac{\vec{p}^2}{2m}$$

# Kraftstoß

Wenn zwei Körper zusammenstoßen, üben sie normalerweise sehr große Kräfte aufeinander aus, jedoch nur für eine sehr kurze Zeit. Eine solche Kraft wird manchmal stoßartig genannt. Während der Stoßzeit  $\Delta t$  ist die Kraft groß, für alle anderen Zeiten ist sie vernachlässigbar klein. Die durch das zeitliche Einwirken einer Kraft auf einen Körper hervorgerufene Impulsänderung wird auch **Kraftstoß** genannt.

Der Kraftstoß  $\Delta p$  ist definiert als:

$$\begin{aligned}\Delta p &= F \Delta t \\ &= m a \Delta t = m (\Delta v / \Delta t) \Delta t \\ &= m \Delta v\end{aligned}$$



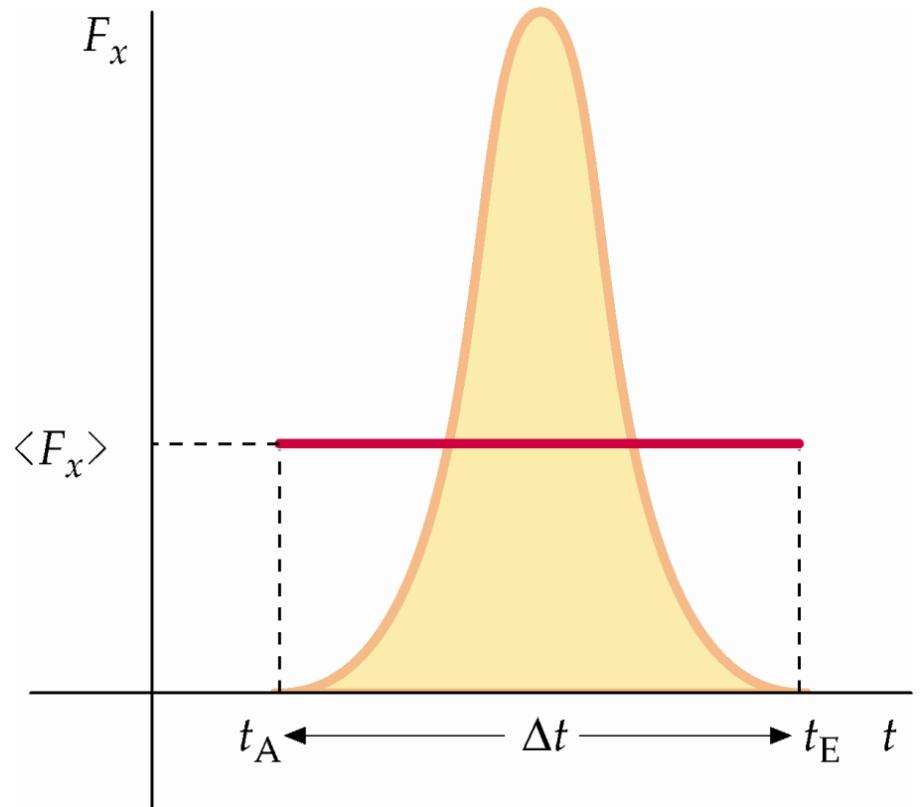
# Kraftstoß und zeitliches Mittel der Kraft

Die mittlere Kraft ist diejenige konstante Kraft, die den gleichen Kraftstoß liefert, wie die tatsächlich im Intervall  $\Delta t$  wirkende Kraft.

$$\Delta p_s = \langle F \rangle \cdot \Delta t$$

Das ist ein Rechteck in der nebenstehenden Abbildung.

Die mittlere Kraft lässt sich aus der Impulsänderung bestimmen, wenn die Stoßzeit bekannt ist. Diese kann man oft aus der Strecke abschätzen, die einer der beiden Stoßpartner während des Stoßes zurücklegt.



## Vorgehensweise: Abschätzung der mittleren Kraft

Um die mittlere Kraft abzuschätzen, schätzen wir zunächst den Kraftstoß  $\Delta p_s$ . Dabei betrachten wir alle Kräfte außer der Stoßkraft als vernachlässigbar. Der Kraftstoß ergibt sich als Änderung des Impulses, die man als Produkt aus der Masse  $m$  und der Geschwindigkeitsänderung  $v_E - v_A$  berechnen kann. Eine Abschätzung für die Geschwindigkeitsänderung erhält man aus den (geschätzten) Werten für die Stoßzeit  $\Delta t$  und die während des Stoßes zurückgelegte Strecke  $\Delta r$ .

- 1) Berechnen oder schätzen Sie den Kraftstoß  $\Delta p_s$  und die Stoßzeit  $\Delta t$ . Für diese Schätzung müssen die Stoßkräfte auf den Körper wesentlich größer sein als alle anderen auf den Körper wirkenden Kräfte. Dieser Weg ist nur gangbar, wenn man die während des Stoßes zurückgelegte Strecke bestimmen kann.
- 2) Zeichnen Sie eine Skizze mit der Lage des Körpers vor und nach dem Stoß. Kennzeichnen Sie die Geschwindigkeiten  $v_E$  und  $v_A$  sowie die Strecke  $\Delta r$ .
- 3) Berechnen Sie die Impulsänderung des Körpers durch den Stoß  $\Delta p_s = m \cdot \Delta v$ .
- 4) Durch kinematische Überlegungen können Sie die Stoßzeit abschätzen.
- 5) Berechnen Sie die mittlere Kraft:  $\langle F \rangle = \Delta p_s / \Delta t = m \cdot \Delta v / \Delta t$

## Erhaltung des Impulses vs. Erhaltung der Energie

**Wann benutzt man den Satz der Erhaltung der (mechanischen) Energie und wann benutzt man den Satz der Erhaltung des Impulses?**

Der Satz der Erhaltung des Impulses gilt immer und unabhängig von der Energie.

Der Satz der Erhaltung der mechanischen Energie gilt nur in einem konservativen System (d. h. die Gesamtarbeit an einem Teilchen auf einer beliebigen geschlossenen Bahn ist gleich null).

Bei den meisten Stößen wird mechanische Energie (zumindest teilweise) in eine andere Energieform umgewandelt, das System ist dann **nicht** konservativ.

Wenn die kinetische Gesamtenergie nach dem Stoß dieselbe ist wie davor, dann spricht man von einem **elastischen** Stoß, andernfalls von einem **inelastischen** Stoß.

Ein Extremfall ist der **vollständig inelastische Stoß**, in dem die gesamte kinetische Energie in thermische oder innere Energie des Systems umgewandelt wird und die beiden Körper eine gemeinsame Geschwindigkeit haben (meist, weil sie aneinander haften).

# Elastischer und inelastischer Stoß

## (vollständig) elastischer Stoß

Die kinetische Gesamtenergie ist nach dem Stoß dieselbe wie davor.

Es wird keine Energie in Wärme umgewandelt.

Es gelten der Satz der Erhaltung des Impulses und der Satz der Erhaltung der mechanischen Energie.

### Beispiele:

Kollision von zwei Stahlkugeln,  
Kollision von Teilchen

## (vollständig) inelastischer Stoß

Die kinetische Gesamtenergie ist nach dem Stoß anders wie davor.

Es wird Energie in Wärme umgewandelt.

Es gilt der Satz der Erhaltung des Impulses. Meist haften die Stoßpartner aneinander.

### Beispiele:

Kollision von zwei Knetekugeln,  
Ankoppeln von Eisenbahnwagen

# Vollständig inelastischer Stoß

In einem vollständig inelastischen Stoß haben die Stoßpartner nach dem Stoß die selbe Geschwindigkeit, oft weil sie aneinander haften. Beispielsweise ist der Stoß zwischen einem sich langsam bewegenden Eisenbahnwaggon und einem anfangs ruhenden zweiten Waggon vollständig inelastisch, wenn die beiden Waggons automatisch aneinander gekoppelt werden. Bei einem solchen vollständig inelastischen Stoß sind die Endgeschwindigkeiten der Stoßpartner gleich.

$$v_{1,E} = v_{2,E} = v_s$$

$$(m_1 + m_2) \cdot v_s = m_1 \cdot v_{1,E} + m_2 \cdot v_{2,E}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{p^2}{2 \cdot m}$$

$$E_{kin,A} = \frac{p^2}{2 \cdot m_1} \qquad v_s = \frac{m_1 \cdot v_{1,E} + m_2 \cdot v_{2,E}}{m_1 + m_2}$$

$$E_{kin,E} = \frac{p^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)}$$



# Elastischer Stoß

Bei einem elastischen Stoß ist die kinetische Gesamtenergie nach dem Stoß die selbe wie davor. Es gelten der Satz der Erhaltung des Impulses und der Satz der Erhaltung der kinetischen Energie.

$$\begin{aligned}
 (m_1 \cdot \vec{v}_1) + (m_2 \cdot \vec{v}_2) &= (m_1 \cdot \vec{v}'_1) + (m_2 \cdot \vec{v}'_2) & \frac{m_1 \cdot |v_1|^2}{2} + \frac{m_2 \cdot |v_2|^2}{2} &= \frac{m_1 \cdot |v'_1|^2}{2} + \frac{m_2 \cdot |v'_2|^2}{2} \\
 (m_1 \cdot \vec{v}_1) - (m_1 \cdot \vec{v}'_1) &= (m_2 \cdot \vec{v}'_2) - (m_2 \cdot \vec{v}_2) & \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} - \frac{m_1 \cdot v'^2_1}{2} &= \frac{m_2 \cdot v'^2_2}{2} - \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} \\
 m_1 \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) &= m_2 \cdot (\vec{v}'_2 - \vec{v}_2) & \frac{m_1}{2} \cdot (v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) &= \frac{m_2}{2} \cdot (v'_2 - v_2)(v'_2 + v_2)
 \end{aligned}$$

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2 m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v'_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot v_2 + 2 m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}$$

## Sonderfälle des elastischen Stoßes

Stoß von zwei Körpern gleicher Massen:  $m_1 = m_2$

$$v_1' = v_2$$

$$v_2' = v_1$$

Die Geschwindigkeit wird „getauscht“.

**Beispiel:** Billiardkugeln

Ein leichter Körper stößt auf einen ruhenden Körper wesentlich größerer Masse:

$$m_1 \ll m_2; \quad v_2 = 0$$

$$v_1' = -v_1$$

$$v_2' = 0$$

Der schwere Körper bleibt in Ruhe, der leichte Partner wird "reflektiert", d.h. er behält seine kinetische Energie bei, bewegt sich jedoch in umgekehrter Richtung.

**Beispiel:** Tennisball an der Wand, Stoß von Gasatomen mit schwerer Behälterwand

# Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung

Länge des Kreisbogens:

$$ds_i = r_i d\theta$$

Drehwinkel (Theta):

$$\Delta\theta = s_i / r_i$$

Ganze Umdrehung:

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ = 1U$$

Winkelgeschwindigkeit (Omega):

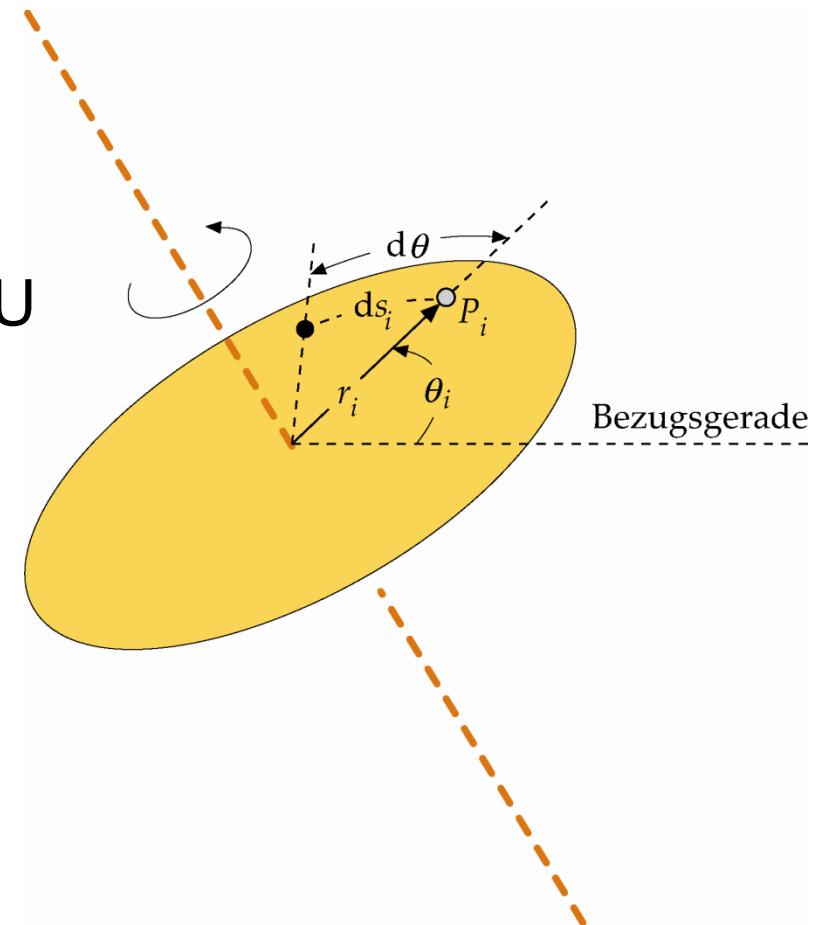
$$\omega = d\theta / dt$$

Mittlere Winkelbeschleunigung (Alpha):

$$\langle\alpha\rangle = \Delta\omega / \Delta t$$

Momentane Winkelbeschleunigung:

$$\alpha = d\omega / dt = d^2\theta / dt^2$$



# Kinetische Energie der Drehbewegung

Kinetische Energie des i-ten Massepunkts:

$$E_{\text{kin},i} = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Summation über alle Massepunkte:

$$E_{\text{kin}} = \sum (\frac{1}{2} m_i v_i^2) = \frac{1}{2} \sum (m_i r_i^2 \omega^2) = \frac{1}{2} (\sum m_i r_i^2) \omega^2$$

Trägheitsmoment  $I$  (Drehmasse):

$$I = \sum m_i r_i^2$$

Kinetische Energie eines rotierenden Körpers:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

## Berechnung von Trägheitsmomenten

Das Trägheitsmoment eines Körpers bezüglich einer Achse hängt sowohl von der Masse des Körpers als auch von der Masseverteilung bezüglich der Drehachse ab.

Wenn ein Körper aus sehr kleinen Masseteilchen zusammengesetzt ist, dann wird

$$I = \sum m_i r_i^2$$

zu

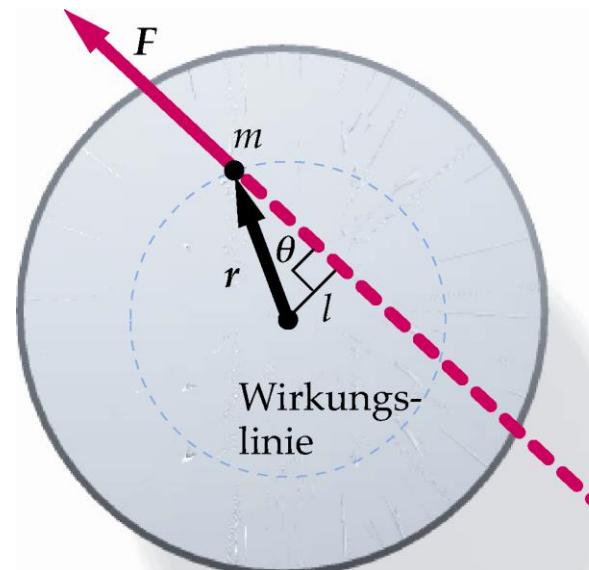
$$I = \int r^2 dm$$

**r** bezeichnet hier den radialen Abstand des Masselements **dm** von der Drehachse.

# Drehmoment bezüglich einer Achse = Kraftmoment

$$M = F_t \cdot r = F \cdot r \cdot \sin\theta = F \cdot l$$

$l$  = Hebelarm



## Leistung der Drehbewegung

Wenn man einen Körper in Drehung versetzt, dann verrichtet man Arbeit an ihm und seine kinetische Energie nimmt zu.

$$dW = F dx = Fr d\theta = M d\theta$$

**M** ist dabei das Drehmoment, dass durch die Kraft **F** verursacht wird.

$$dW = M \cdot d\theta$$

Die zeitliche Änderung der Arbeit ist die Leistung **P** des Drehmoments.

$$P = dW/dt = M d\theta/dt$$

$$P = M \cdot \omega$$

## Der Drehimpuls

Der Impuls eines Teilchens ist  $p = m v$

Der Drehimpuls ist das Vektorprodukt von  $r$  und  $p$ :

$$L = r \times p$$

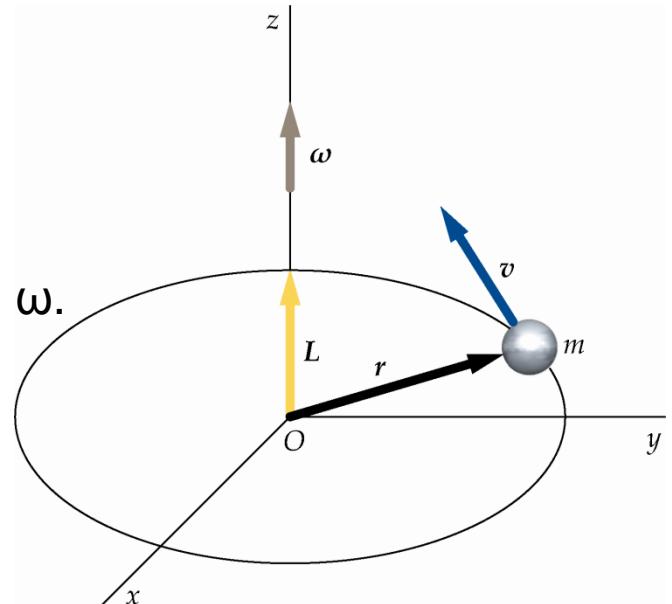
$$L = m r^2 \omega$$

$$L = I \omega$$

Der Drehimpuls ist parallel zur Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ .

Das Drehmoment, das von außen auf ein System wirkt, ist gleich der zeitlichen Änderung des Drehimpulses (zweites Newtonsches Axiom):

$$M_{\text{ext}} = dL / dt$$



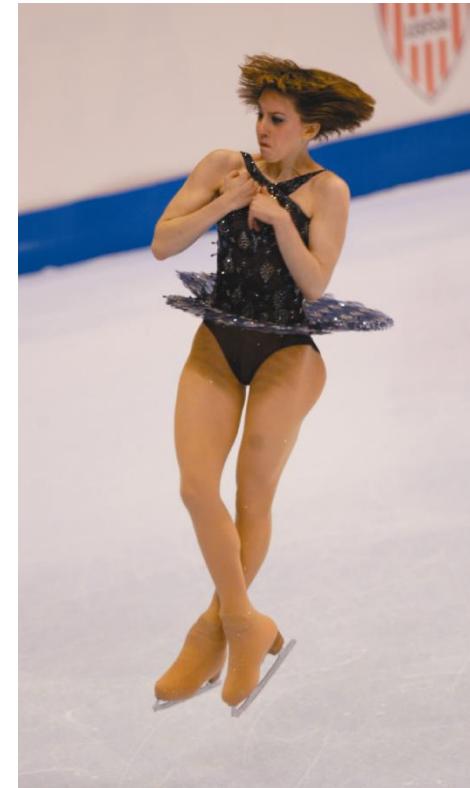
## Satz der Erhaltung des Drehimpulses

Wenn das gesamte auf ein System wirkende äußere Drehmoment bezüglich eines Punktes Null ist, dann ist der Drehimpuls des Systems bezüglich dieses Punktes konstant.

$$M = dL / dt = 0$$

$$L = \text{const.}$$

Beim Eiskunstlauf ist das Drehmoment, das vom Eis auf die Eisläuferin ausgeübt wird, nur gering - daher bleibt der Drehimpuls bei einer Pirouette nahezu konstant. Wenn die Eisläuferin ihr Trägheitsmoment verringert, indem sie die Arme an den Körper drückt, steigt ihre Drehgeschwindigkeit.



# Vergleich von Drehbewegung und linearer Bewegung

Drehbewegung		Lineare Bewegung	
Drehwinkel	$\Delta\theta$	Verschiebung	$\Delta x$
Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	Geschwindigkeit	$v = \frac{dx}{dt}$
Winkelbeschleunigung	$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$	Beschleunigung	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$
Gleichungen für den Fall konstanter Winkelbeschleunigung	$\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\Delta\omega = \langle\omega\rangle \Delta t$ $\langle\omega\rangle = \frac{1}{2} (\omega_0 + \omega)$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \alpha \Delta\theta$	Gleichungen für den Fall konstanter Beschleunigung	$v = v_0 + a t$ $\Delta x = \langle v \rangle \Delta t$ $\langle v \rangle = \frac{1}{2} (v_0 + v)$ $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ $v^2 = v_0^2 + 2 a \Delta x$
Drehmoment	$M$	Kraft	$F$
Trägheitsmoment	$I$	Masse	$m$
Arbeit	$dW = M d\theta$	Arbeit	$dW = F ds$
Kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2$	Kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$
Leistung	$P = M \omega$	Leistung	$P = F v$
Drehimpuls	$L = I \omega$	Impuls	$p = m v$
Zweites Newton'sches Axiom	$M_{ext} = I \alpha = \frac{dL}{dt}$	Zweites Newton'sches Axiom	$F_{ext} = m a = \frac{dp}{dt}$

# Harmonische Schwingung

Betrag der Federkraft:  $F_x = -k_F \cdot x$  ( $k_F$  = Federkonstante [N/m])

Zweites Newtonsches Axiom:  $F_x = m \cdot a_x$

$$F_x = -k_F \cdot x = m \cdot a_x$$

$$a_x = -\frac{k_F}{m} x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k_F}{m} x$$

Die Beschleunigung ist proportional zur Auslenkung - das Minuszeichen zeigt, dass sie ihr entgegengesetzt gerichtet ist.

**Bei einer harmonischen Schwingung sind die Beschleunigung (und damit auch die resultierende Kraft) auf einen Körper proportional zu dessen Auslenkung aus der Gleichgewichtslage und stets zu dieser hin gerichtet.**

## Schwingungsdauer

Die Zeit, die der Körper benötigt, um eine vollständige Schwingung (von einer extremen Auslenkung aus der Ruhelage zur anderen und wieder zurück) auszuführen, wird als Schwingungsdauer **T** oder Schwingungsperiode bezeichnet.

Der Kehrwert der Schwingungsdauer heißt Frequenz:  $f = \frac{1}{T}$

Die Frequenz gibt die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde an.

Die Einheit der Frequenz wird Herz genannt:  $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$

Kreisfrequenz:  $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$

# Vergleich verschiedener Pendel

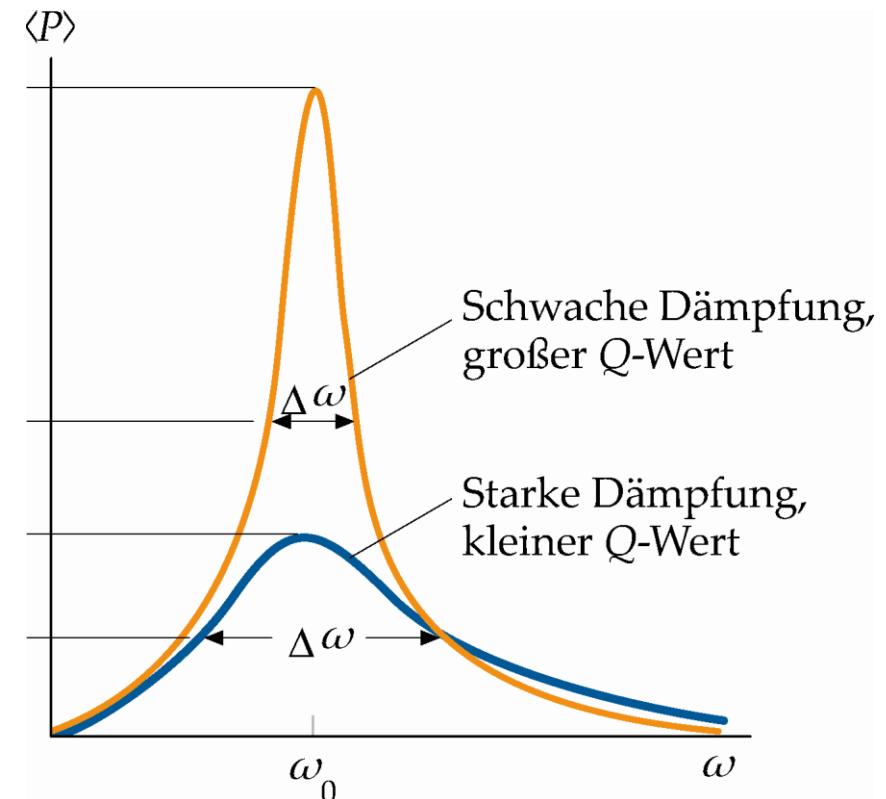
	Federschwinger	Torsionspendel	mathematisches Pendel	physikalisches Pendel
Periodendauer	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_F}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}}$
Eigenfrequenz	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_F}{m}}$	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{I}}$	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{I}}$
Komponenten	$m$ = Masse $k_F$ = Federkonstante	$I$ = Trägheitsmoment $k$ = Torsionskonstante	$l$ = Länge $g$ = Fallbeschleunigung	$I$ = Trägheitsmoment $m$ = Masse $g$ = Fallbeschleunigung $d$ = Abstand

# Erzwungene Schwingungen und Resonanz

Damit ein gedämpftes System über längere Zeit in Bewegung bleibt, muss man ihm mechanische Energie zuführen. In einem solchen Fall spricht man von einer angeregten oder **erzwungenen Schwingung**.

Ist die Frequenz  $\omega$  der treibenden Kraft näherungsweise gleich der Eigenfrequenz des Systems  $\omega_0$ , schwingt das angeregte System mit einer relativ großen Amplitude.

Dieses Phänomen nennt man Resonanz. Resonanzerscheinungen können bei allen gekoppelten Schwingungssystemen auftreten und haben ein breites Anwendungsfeld bei mechanischen Schwingungen in Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern.  
Die Eigenfrequenz eines Systems wird als **Resonanzfrequenz** bezeichnet.



## Zusammenfassung Wellen

Wenn man das Ende einer gespannten Saite periodisch auf- und ab bewegt, dann erzeugt man auf der Saite eine periodische Welle.

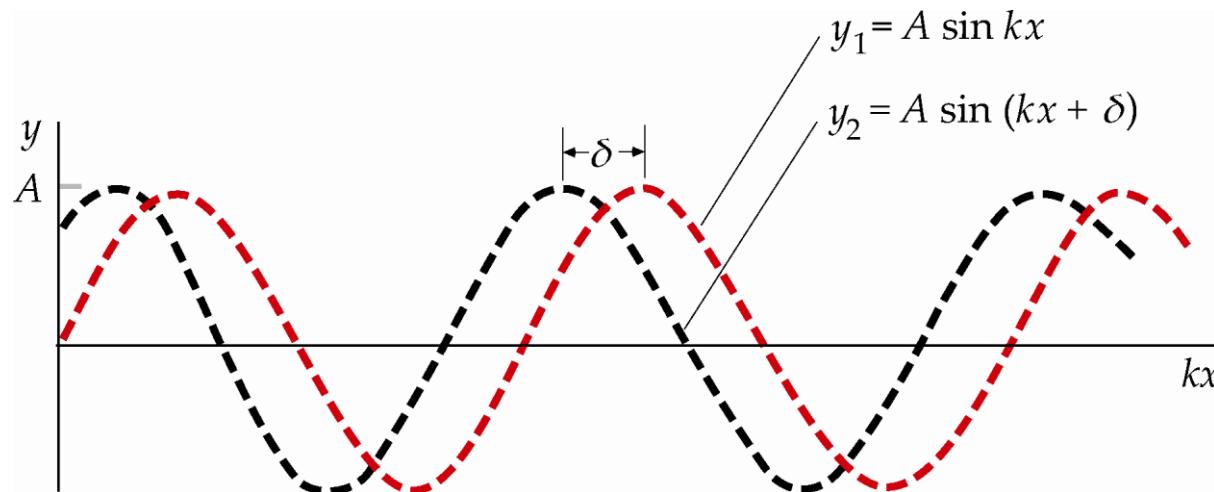
Wenn sich eine harmonische Welle durch das Medium ausbreitet, dann führt jeder Punkt des Mediums harmonische Schwingungen aus.

$$f = \frac{1}{T} \quad f = \text{Frequenz}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

Wellenlänge:  $\lambda = \frac{v}{f}$

## Addition zweier gleichfrequenter Schwingungen



Es gelten die Rechenregeln, die wir bereits kennengelernt hatten: Nach dem Superpositionsprinzip überlagern sich zwei Schwingungen  $y_1 = A_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$  und  $y_2 = A_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$  ungestört und ergeben die resultierende

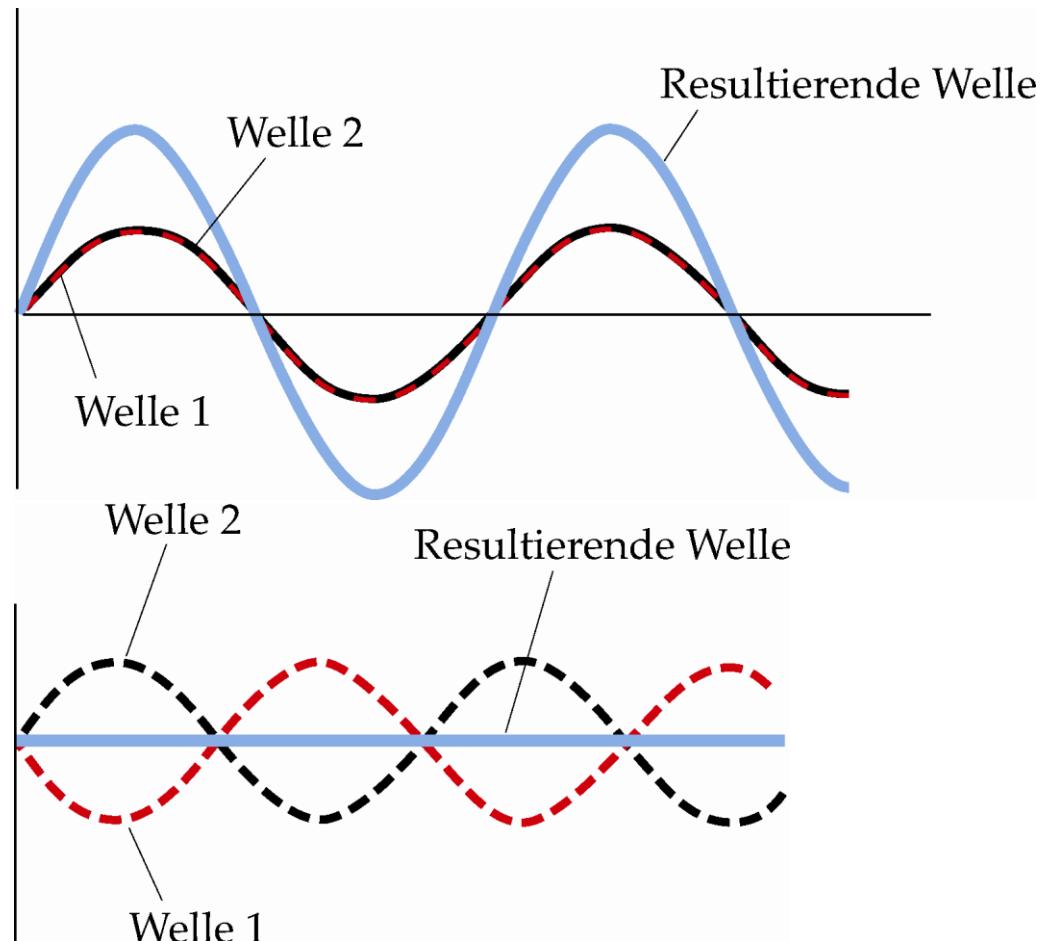
$$y = y_1 + y_2 = A_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_2) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Amplitude  $A$  und Phase  $\varphi$  lassen sich schrittweise aus den Amplituden  $A_1$  und  $A_2$  sowie den Phasenwinkeln  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  der Einzelschwingungen berechnen.

# Interferenz

## Konstruktive Interferenz:

Sind zwei harmonische Wellen gleicher Frequenz in Phase, dann addieren sie sich.



## Destruktive Interferenz:

Haben zwei Wellen eine Phasendifferenz von  $\pi$  ( $180^\circ$ ), dann ergibt sich die Amplitude als Differenz der Einzelamplituden.

# Schwebung

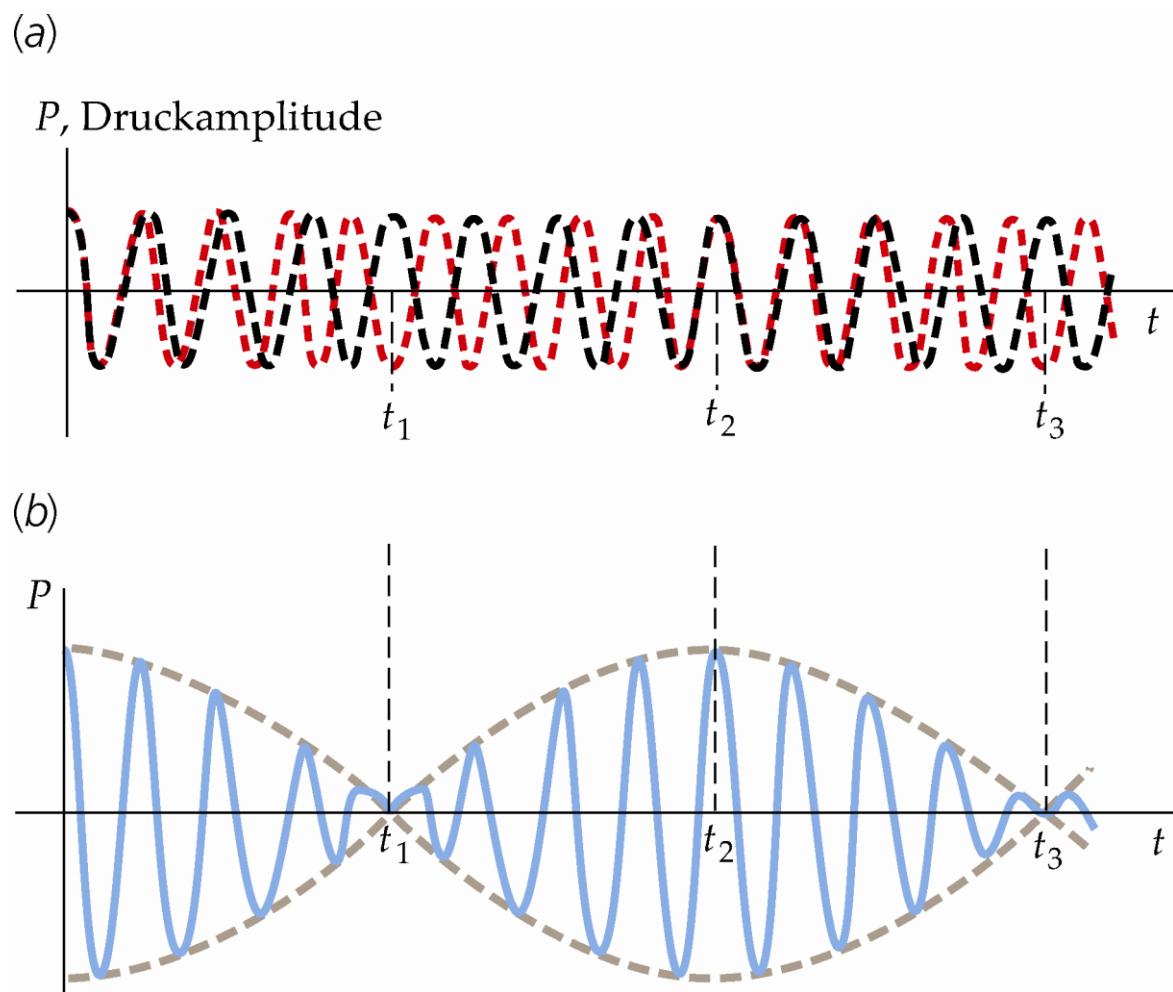
Zwei Wellen mit beinahe gleicher Frequenz sind bei  $t_0$  in Phase, bei  $t_1$  um  $180^\circ$  verschoben und bei  $t_2$  wieder in Phase.

Die resultierende Welle, die sich aus der Überlagerung der beiden Wellen ergibt, hat etwa dieselbe Frequenz wie die ursprünglichen Wellen, die Amplitude ist aber mit einer neuen Frequenz verändert („moduliert“).

$$f_{\text{Schwebung}} = \Delta f$$

## Beispiele!

Überlagerung zweier Wellen zu einer resultierenden Welle.



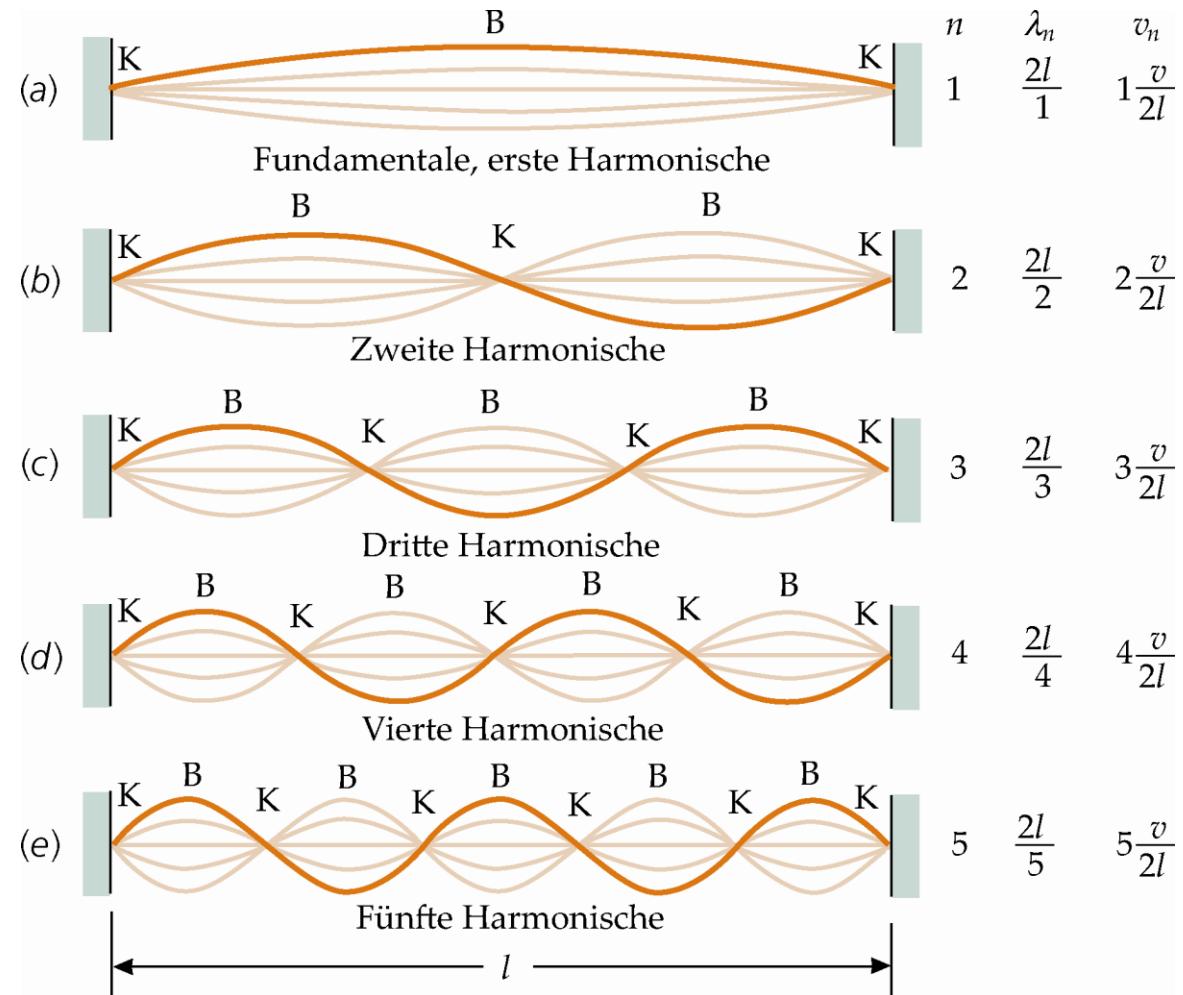
# Stehende Wellen

Wenn sich Wellen nur in einem bestimmten räumlichen Gebiet ausbreiten können, treten an den Enden des Gebietes Reflektionen auf. Dadurch überlagern sich die Wellen.

Das führt zu **stehenden Wellen**.

## Beispiel:

Stehende Wellen auf einer beidseitig eingespannten Saite:  
 B = Schwingungsbäuche  
 K = Schwingungsknoten

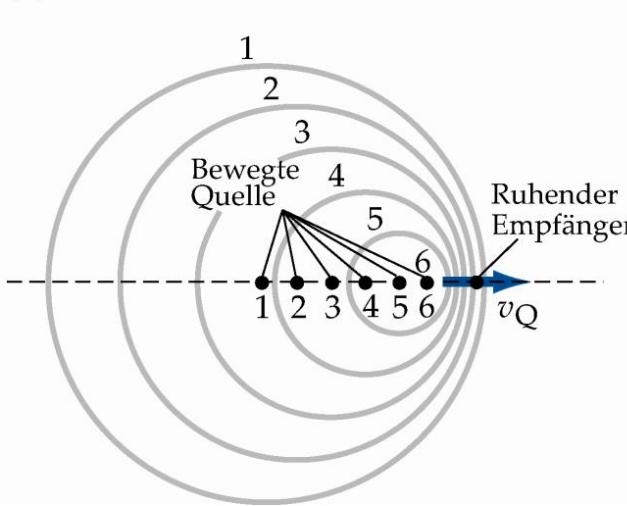


# Doppler-Effekt

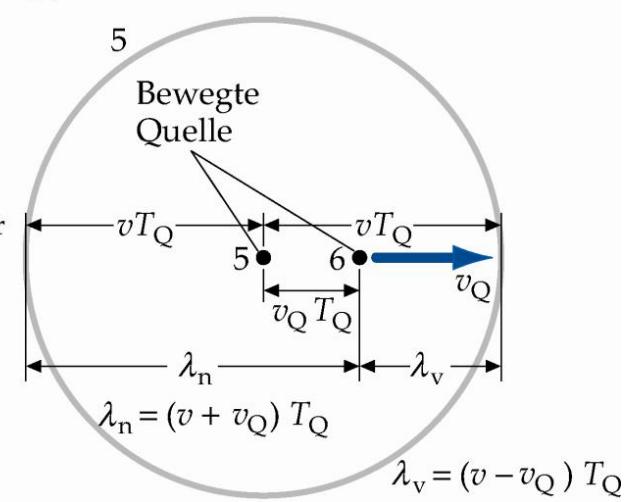
(a)



(b)



(c)



$v_Q$  = Geschwindigkeit der Quelle

$v_E$  = Geschwindigkeit des Empfängers

$v$  = Geschwindigkeit der Welle

$f_Q$  = gesendete Frequenz

$f_E$  = empfangene Frequenz

$T_Q$  = Schwingungsdauer der Quelle

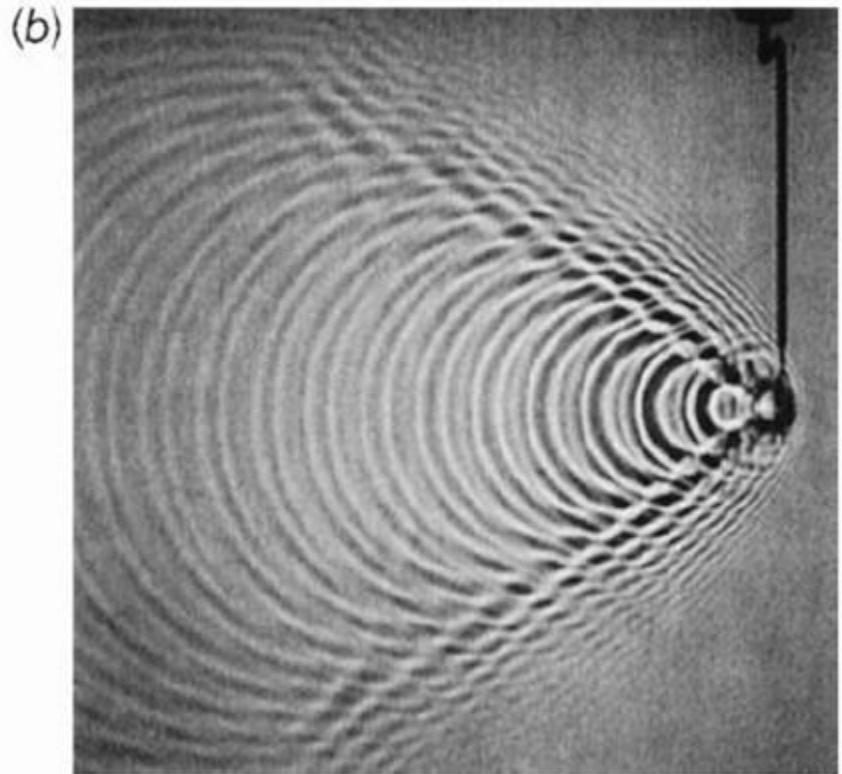
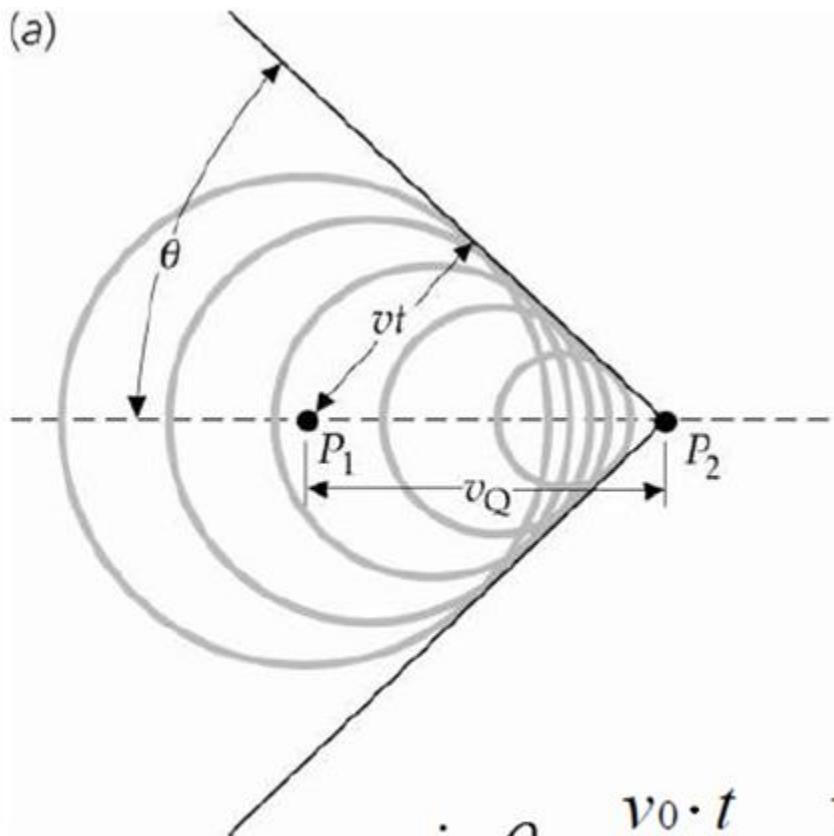
$\lambda_n$  = Wellenlänge nach der Quelle

$\lambda_v$  = Wellenlänge vor der Quelle

$$\lambda_{n,v} = (v \pm v_Q) \cdot T_Q = \frac{v \pm v_Q}{f_Q}$$

$$f_E = \frac{v \pm v_E}{v \pm v_Q} f_Q$$

# Mach-Winkel = Kegelöffnungswinkel



$$\sin \theta = \frac{v_0 \cdot t}{v_Q \cdot t} = \frac{v_0}{v_Q}$$

## Das Coulombsche Gesetz

Die Kraft, die von einer Punktladung auf eine andere ausgeübt wird, wirkt längs der Verbindungsgeraden zwischen den Ladungen. Sie ändert sich umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands der Ladungen und proportional zum Produkt der Ladungen.

Die Kraft ist abstoßend, wenn beide Ladungen ein gleiches Vorzeichen haben, und anziehend für Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens.

$$| F | = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{| q_1 \cdot q_2 |}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,98758 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2 \approx 8,99 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

$\epsilon_0$  = elektrische Feldkonstante = Dielektrizitätskonstante:

$$\epsilon_0 = 8,85416 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$$

# Die vier fundamentalen Wechselwirkungen

Wechselwirkung	Relative Stärke	Reichweite
Starke Wechselwirkung	1	$10^{-15}$ m
Elektromagnetische Wechselw.	$10^{-2}$	$\infty$
Schwache Wechselwirkung	$10^{-5}$	$10^{-18}$ m
Gravitation	$10^{-40}$	$\infty$

Alle diese Wechselwirkungen werden durch Feldtheorien beschrieben. Nur die elektromagnetische und die gravitative Wechselwirkung sind allerdings so langreichweitig, dass sie sich makroskopisch bemerkbar machen und in diesem Bereich durch klassische Feldtheorien erfasst werden können.

Die starke und die schwache Wechselwirkung dagegen sind auf so kleine Abstände beschränkt, dass nur eine Beschreibung im Rahmen quantisierter Feldtheorien sinnvoll ist.

## Das elektrische Feld

Das elektrische Feld  $E$  am Ort der Ladung  $q_0$  ist definiert als der Quotient aus der resultierenden Kraft  $F$  auf  $q_0$  und dem Betrag der Ladung  $q_0$ :

$$E = \frac{F}{q_0} [N/C]$$

Elektrisches Feld einer Punktladung:

$$E_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r^2} [N/C]$$

Felder können besonders anschaulich mit Hilfe von Feldlinien beschrieben werden, deren Tangenten in jedem Raumpunkt die Richtung der Feldgrößen (Vektoren) darstellen. Die Feldstärke, also der Betrag der Feldvektoren in den Raumpunkten, wird durch die Dichte der Feldlinien dargestellt.

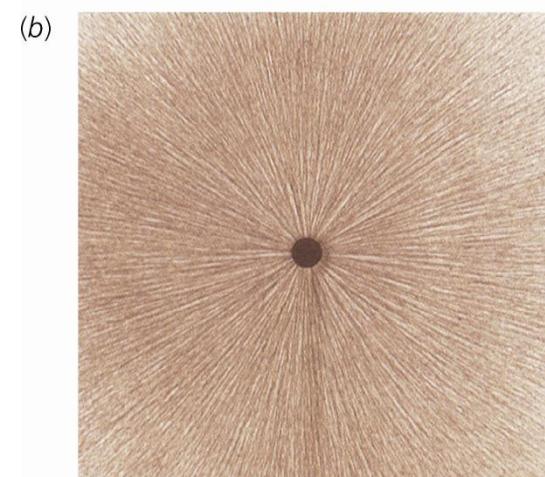
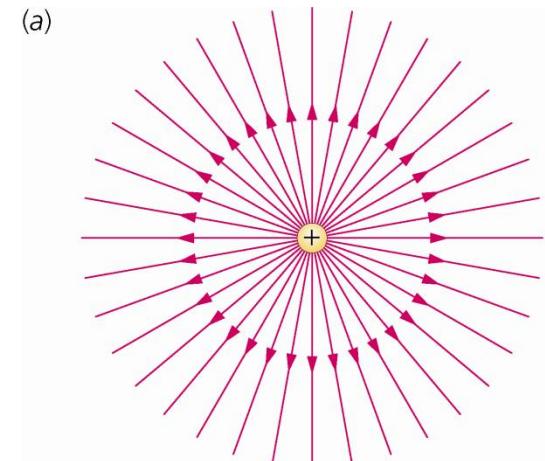
# Elektrische Feldlinien einer einzelnen positiven Punktladung

a) Man kann sich das elektrische Feld durch gerichtete Linien veranschaulichen, die man elektrische Feldlinien nennt und aus denen man sowohl den Betrag als auch die Richtung des Feldes ablesen kann.

Wenn die Ladung positiv ist, dann zeigen die Pfeile von der Ladung weg, wenn die Ladung negativ wäre, dann würden die Pfeile in die andere Richtung zeigen.

**Elektrische Feldlinien gehen von + nach -**

b) elektrische Feldlinien, sichtbar gemacht durch in Öl suspendierte Fasern. Das elektrische Feld des geladenen Objektes in der Mitte lädt die Enden jeder Faser durch elektrostatische Influenz entgegengesetzt auf, wodurch sich die Fasern parallel zum Feld ausrichten.



# Das elektrische Feld in einem Leiter

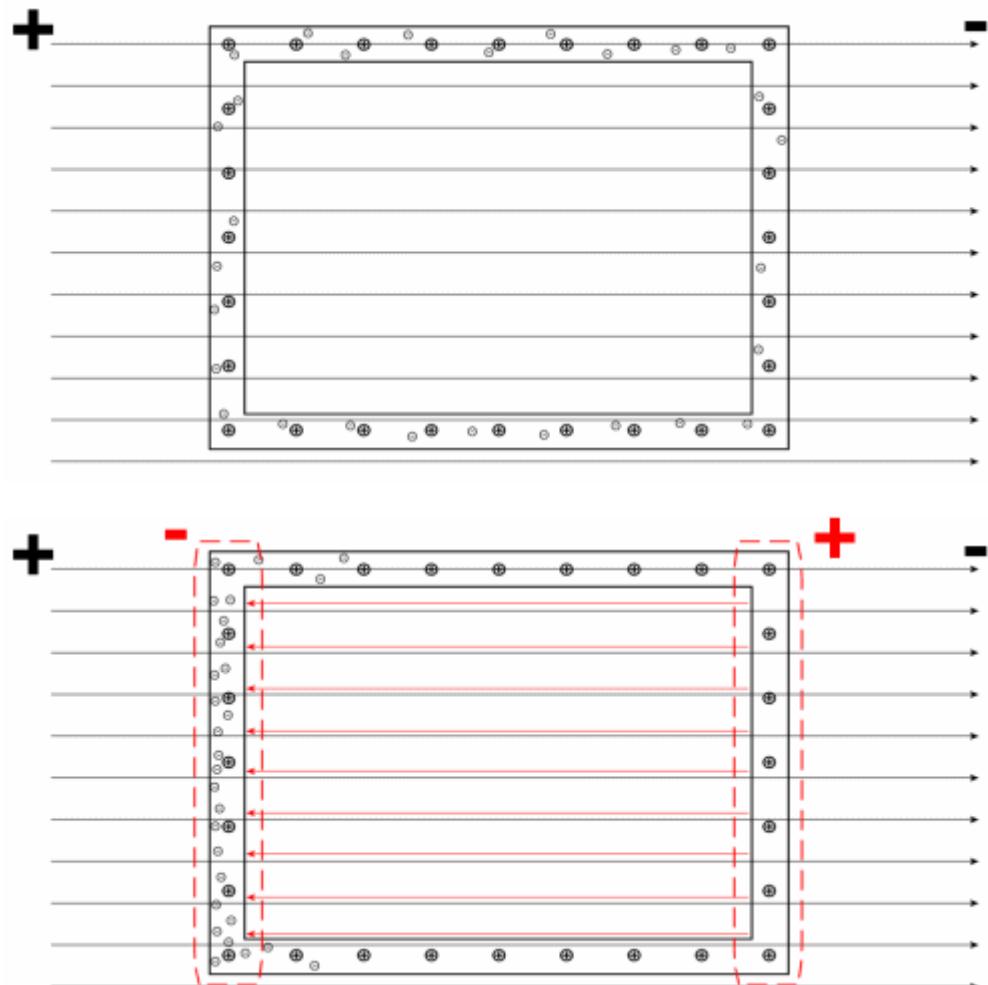
Das elektrische Feld im Inneren eines Leiters ist immer gleich null.

Wenn ein Leiter in ein elektrisches Feld platziert wird, erfolgt eine Ladungstrennung durch Influenz.

Dadurch entsteht ein elektrisches Feld in dem Leiter, das dem äußeren elektrischen Feld entgegengesetzt ist.

Die beiden elektrischen Felder heben sich gegenseitig auf, das resultierende Feld im Inneren des Leiters ist null.

Das trifft auch auf Hohlkörper zu.



## Elektrische Energie und Potenzial

Das von einem elektrischen Feld  $\mathbf{E}$  auf eine Probe  $q$  induzierte Kraftfeld  $\mathbf{F}$  ist konservativ, das heißt die potentielle Energie  $E_{el}$  der Probe im elektrischen Feld ist nur abhängig von der Position  $x$  der Probe, nicht aber vom Weg, auf dem die Probe nach  $x$  bewegt wurde.

Das bedeutet auch, dass sich das elektrische Feld als Gradient eines elektrostatischen Potentials  $\Phi$  darstellen lässt. Die potentielle Energie einer Probe im Potential ist also

$$E_{el} = q_0 \cdot \Phi$$

Das Verschwinden des elektrischen Feldes,  $\mathbf{E} = 0$ , ist gleichbedeutend mit einem konstanten elektrischen Potential,  $\Phi = \text{const.}$

Der Differenz zweier elektrischer Potentiale entspricht die elektrische Spannung.

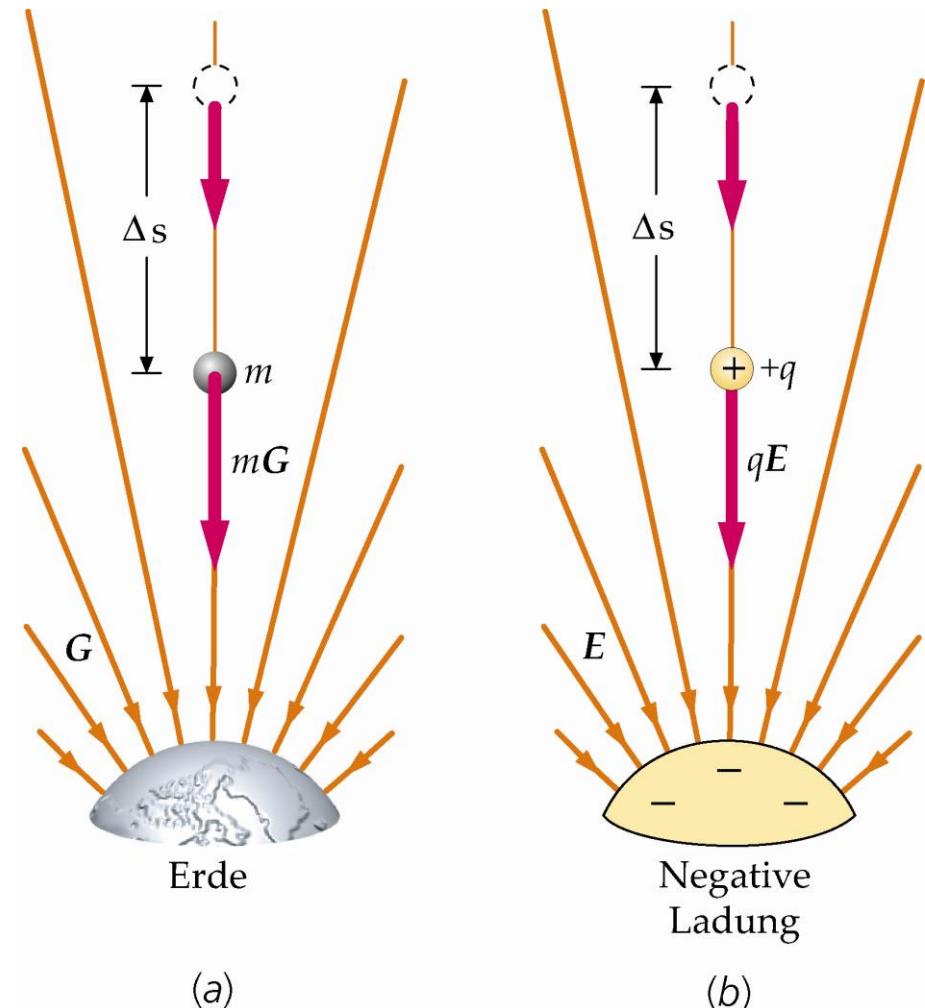
$$U = \Phi_2 - \Phi_1$$

# Arbeit in Gravitationsfeld und elektrischem Feld

a) Die Arbeit, die das Gravitationsfeld **G** an einer Masse **m** verrichtet, ist gleich der Abnahme der potenziellen Gravitationsenergie.

b) Die Arbeit, die das elektrische Feld **E** an einer Ladung **q** verrichtet, ist gleich der Abnahme der elektrischen Energie.

Das elektrische Feld **E** zeigt in die Richtung, in der das Potenzial  **$\Phi$**  am schnellsten abnimmt.



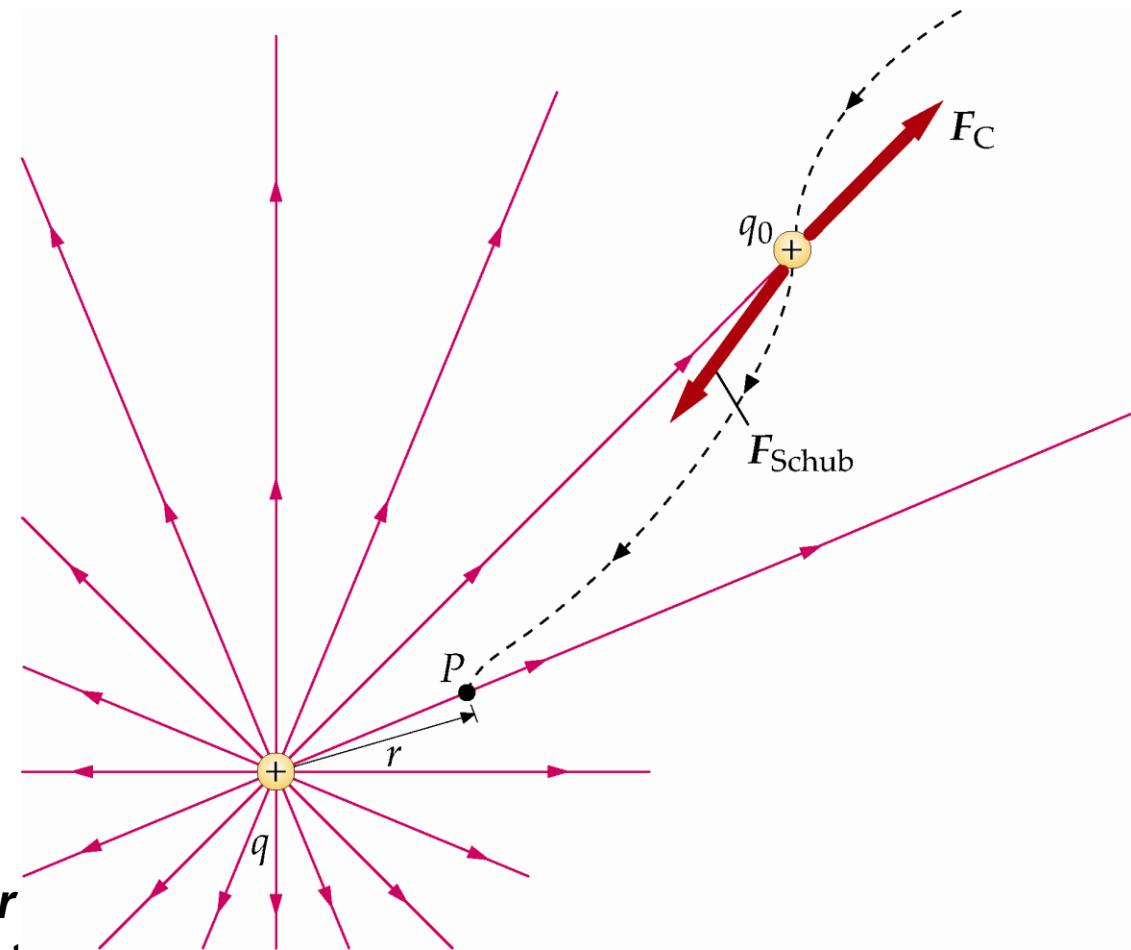
# Das Potenzial eines Punktladungssystems

Die Arbeit, die verrichtet werden muss, um eine zu Beginn im Unendlichen ruhende Probeladung  $q_0$  gegen die Coulomb-Abstoßung aus dem Unendlichen zu einem Punkt P zu bringen, ist

$$q_0 \cdot q / 4\pi\epsilon_0 r$$

Die Arbeit pro Ladungseinheit ist  $q / 4\pi\epsilon_0 r$ , entspricht also dem elektrischen Potenzial im Punkt P, wenn das Potenzial im Unendlichen gleich null gesetzt wird.

Falls die Probeladung vom Punkt P losgelassen wird, verrichtet das elektrische Feld an ihr die Arbeit  $q_0 \cdot q / 4\pi\epsilon_0 r$  während sie ins Unendliche beschleunigt.



## Durchschlagsfestigkeit

Die Durchschlagfestigkeit (meist angegeben in MV/m) eines Isolators ist diejenige elektrische Feldstärke, welche in dem Material höchstens herrschen darf, ohne dass es zu einem Spannungsdurchschlag (Funke) kommt.

Die Durchschlagsfestigkeit  $E$  eines Isolationswerkstoffes entspricht der elektrischen Feldstärke, sie wird dementsprechend auch als Durchschlagsfeldstärke bezeichnet. Sie ist die Durchschlagsspannung  $U$  bezogen auf die Dicke  $l$  der Isolation:

$$E = \frac{U}{l}$$



# Materialwerte für Durchschlagsfestigkeit

Die angegebenen Werte stellen Richtwerte dar, da die Durchschlagsfestigkeit von weiteren Parametern, wie der genauen Zusammensetzung und Reinheit der Werkstoffe und der Zeit der Einwirkung der Spannung abhängt. Bei Luft und anderen Werkstoffen hängt sie insbesondere von der Feuchte ab.

Bei vielen Stoffen ist die Durchschlagsspannung nicht proportional zur Dicke, da es insbesondere bei Gleichspannung zu inhomogener Feldverteilung kommen kann. Daher besitzen dünne Folien höhere Durchschlagsfestigkeiten als große Materialdicken.

Material	Durchschlagsfestigkeit [MV/m]
Luft	≤ 2 bis 3,3
Porzellan	30...35
Glas, Emaille	10
Quarzglas	40
Aluminiumoxid	35
Polycarbonat	25...35
Polyester	25 bis ≥ 150
Plexiglas	35...40
FR4	40
Polypropylen	bis 100
Polystyrol	55...135
Isolieröl	4...20
Polyvinylchlorid	30...50
ABS	bis 120
Polyoxymethylen	bis 120
Glimmer	25...42

# Der dielektrische Durchschlag von einer geladenen Kugel

Das Potenzial einer Kugel mit dem Radius  $r$  ist:

$\Phi = q / 4\pi\epsilon_0 r$ . Da eine Kugel den Oberflächeninhalt  $4\pi r^2$  hat, berechnet sich die Ladung aus:

$q = \sigma \cdot 4\pi r^2$ . Daraus ergibt sich  $\Phi = \sigma \cdot r / \epsilon_0$ .

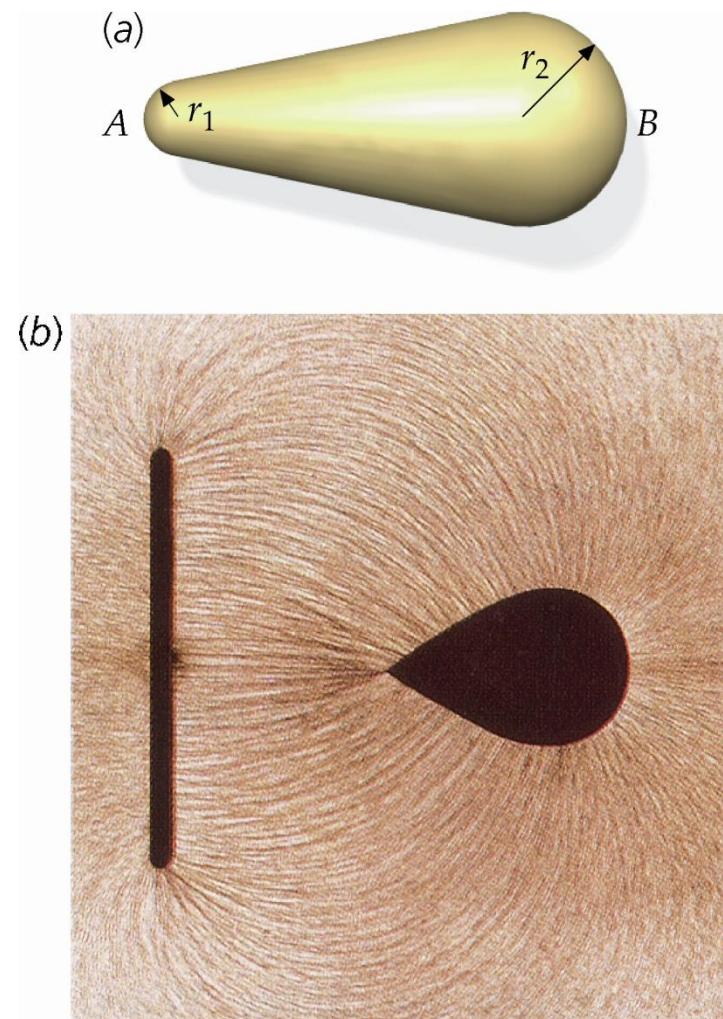
Wenn zwei Kugeln auf dem gleichen Potenzial sind, muss die Kugel mit dem kleineren Radius die größere Oberflächenladungsdichte haben.

Die Feldstärke in der Nähe eines Leiters ist:

$E = \sigma / \epsilon_0$ . Daraus ergibt sich, dass die elektrische Feldstärke an Punkten mit dem kleinsten Krümmungsradius am größten ist.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad E_{max} = \frac{\sigma_{max}}{\epsilon_0} \quad \sigma_{max} = \frac{\text{Ladung}}{\text{Fläche}} = \frac{q_{max}}{4\pi r^2}$$

$$q_{max} = 4\pi r^2 \sigma_{max} = 4\pi r^2 \epsilon_0 E_{max}$$



## Die Kapazität

Die elektrische Kapazität (Formelzeichen C, von lateinisch *capacitas* = Fassungsvermögen; Adjektiv *kapazitiv*) ist eine physikalische Größe, die die Fähigkeit eines zu diesem Zweck gebauten Kondensators oder einer anderen elektrischen Leiteranordnung definiert, elektrische Ladung zu speichern. Die elektrische Kapazität wird als Verhältnis der Ladungsmenge Q zur angelegten Spannung U bestimmt:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Die elektrische Kapazität wird in der abgeleiteten SI-Einheit Farad gemessen. Ein Farad (1 F) ist diejenige Kapazität, die beim Anlegen einer Spannung von 1 Volt eine Ladungsmenge von 1 Coulomb (As) speichert:

$$[C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{1\text{As}}{1\text{V}} = 1\text{F}$$

$1\mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$
$1\text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$
$1\text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$

Ein Kondensator der Kapazität 1 Farad lädt sich bei einem konstanten Ladestrom von 1 Ampere in 1 Sekunde auf die Spannung 1 Volt auf.

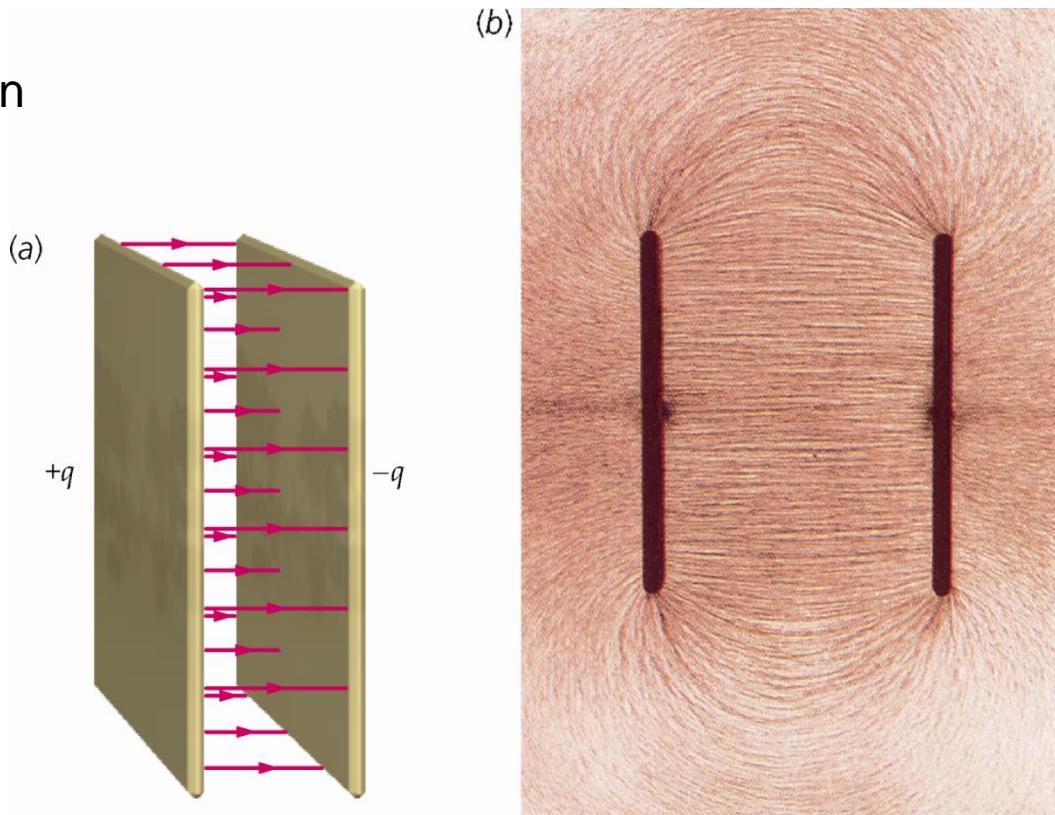
# Der Plattenkondensator

Eine große Rolle spielt in der Physik der Plattenkondensator, der aus zwei parallelen leitenden Platten aufgebaut ist.

$$U = E \cdot d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{q \cdot d}{\epsilon_0 \cdot A}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{q \cdot d / \epsilon_0 \cdot A} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$

Da die Spannung  $U$  proportional zur Ladung  $q$  ist, hängt die Kapazität weder von  $q$  noch von  $U$  ab.

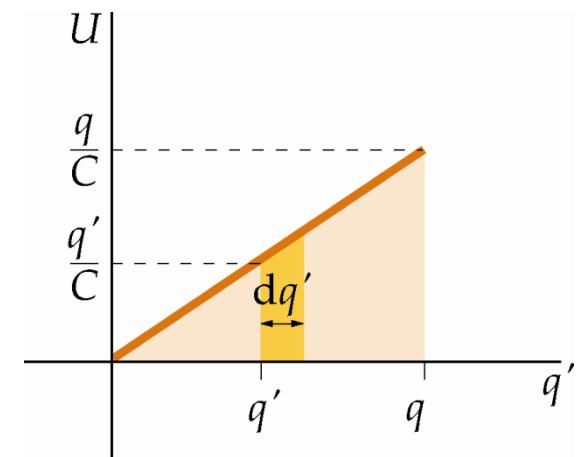
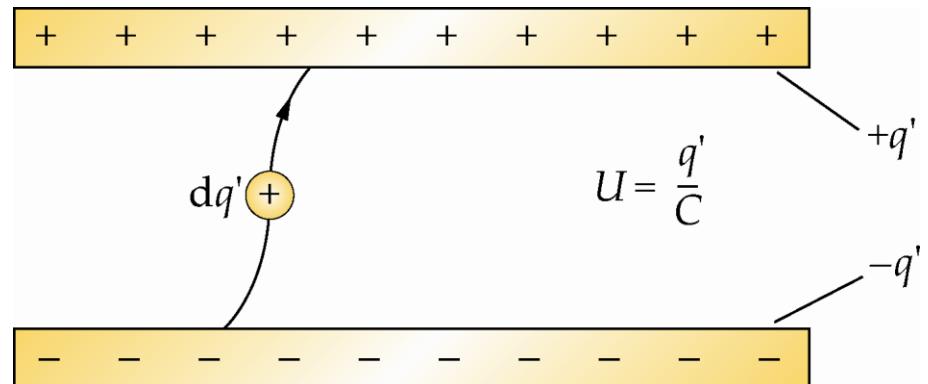


# Speicherung elektrischer Energie

Wenn eine kleine positive Ladung  $dq'$  vom negativen Leiter zum positiven gebracht wird, steigt ihre elektrische Energie um  $dE_{el} = U \cdot dq'$ , wobei  $U$  die Spannung ist.

Die Arbeit zum Laden eines Kondensators ist das Integral über  $U \cdot dq'$  von der Anfangsladung  $q' = 0$  bis zur Endladung  $q' = q$ . Diese Arbeit ist der Flächeninhalt unter der Kurve, d.h. der Flächeninhalt des Dreiecks mit der Höhe  $q/C$  und der Breite  $q$ .

$$E_{el} = \int_0^q U \cdot dq' = \frac{1}{2} q U = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2$$



# Parallel geschaltete Kondensatoren

Zwei parallel geschaltete Kondensatoren:

Die oberen Platten sind miteinander verbunden und damit auf dem gleichen Potenzial  $\Phi_a$ .

Die unteren Platten sind ebenfalls miteinander verbunden und auf dem gleichen Potenzial  $\Phi_b$ .

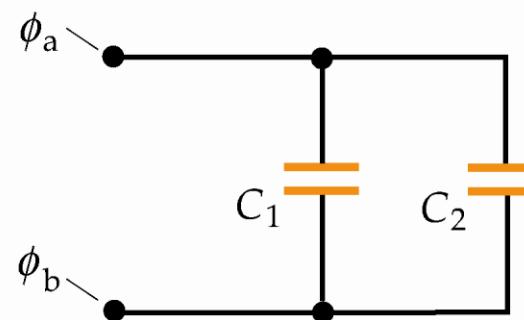
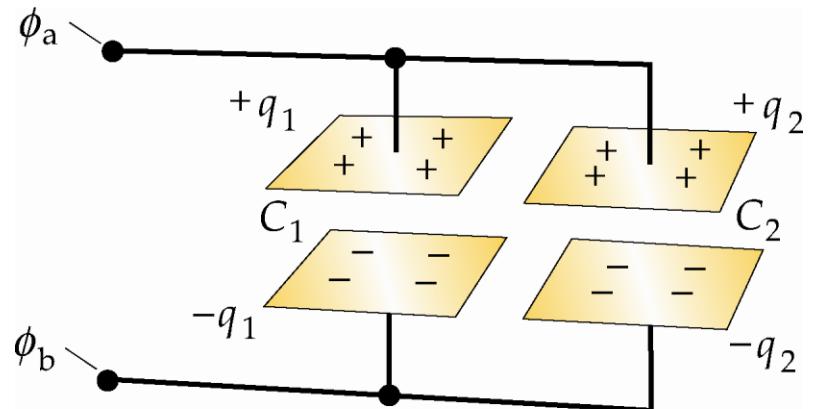
Wenn die beiden Kondensatoren die Kapazitäten  $C_1$  und  $C_2$  haben, ergeben sich die gespeicherten Ladungen  $q_1$  und  $q_2$ :

$$q_1 = C_1 \cdot U \quad q_2 = C_2 \cdot U$$

Die gespeicherte Gesamtladung ist dann:

$$q = q_1 + q_2 = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U = (C_1 + C_2) \cdot U$$

Die Ersatzkapazität ergibt sich:  $C = C_1 + C_2$



# Kondensatoren in Reihenschaltung

Die Gesamtladung der beiden miteinander verbundenen Kondensatorenplatten in der Mitte ist null.

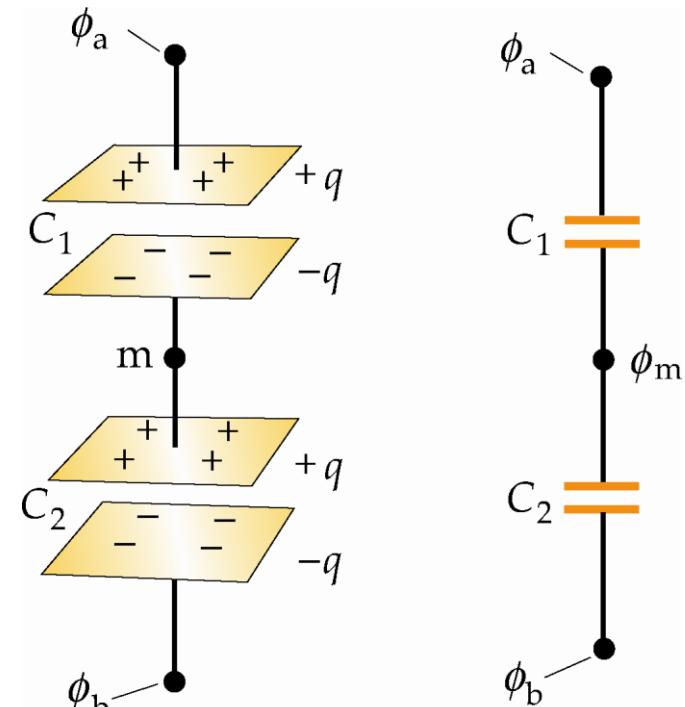
Die Spannung über dem Kondensatorpaar ist gleich der Summe der Spannungen über die Einzelkondensatoren. Die beiden Kondensatoren sind in Reihe geschaltet.

$$U_1 = \frac{q}{C_1}$$

$$U_2 = \frac{q}{C_2}$$

$$U = \Phi_a - \Phi_b = U_1 + U_2 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



## Das Dielektrikum

Als Dielektrikum (Mehrzahl: Dielektrika) wird jede elektrisch schwach- oder nichtleitende, nichtmetallische Substanz bezeichnet, deren Ladungsträger im Allgemeinen nicht frei beweglich sind. Ein Dielektrikum kann sowohl ein Gas, eine Flüssigkeit oder ein Feststoff sein.

Von Dielektrika spricht man üblicherweise, wenn diese Materialien mit elektrischen oder elektromagnetischen Feldern beaufschlagt werden. Dielektrika sind typischerweise unmagnetisch.

Die Dielektrizitätskonstante setzt sich aus der elektrischen Feldkonstante und der materialspezifischen Dielektrizitätszahl (Werte größer 1; die Dielektrizitätszahl von Luft ist annähernd 1 wie im Vakuum) zusammen:

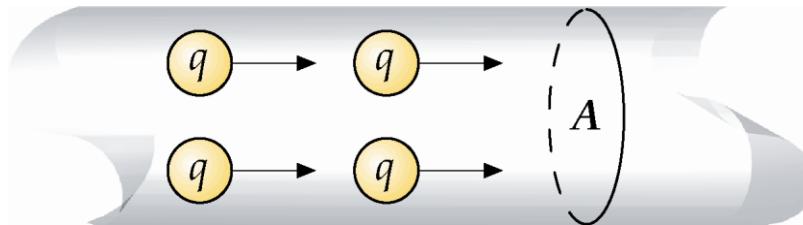
$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

Die Kapazität C eines Kondensators hängt im Wesentlichen vom verwendeten Dielektrikum und dessen Dielektrizitätszahl , der Elektrodenfläche A und dem Abstand d der Elektroden zueinander ab.

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

## Der elektrische Strom

Die Rate, mit der elektrische Ladung durch eine Fläche A (typischerweise ist das der Querschnitt eines leitfähigen Drahtes) fließt - also der Ladungsfluss - bezeichnen wir definitionsgemäß als **elektrischen Strom**.



Elektrischer Strom ist die Bezeichnung für den gerichteten Anteil einer Bewegung von Ladungsträgern, zum Beispiel von Elektronen oder Ionen, in einem Festkörper, einer Flüssigkeit, einem Gas oder im Vakuum.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad 1A = \frac{1C}{s}$$

# Magnetische Flussdichte

Die magnetische Flussdichte **B**, auch magnetische Induktion, bisweilen umgangssprachlich einfach nur „Flussdichte“ oder „Magnetfeld“ genannt, ist eine physikalische Größe der Elektrodynamik, für die Flächendichte des magnetischen Fluxes steht, der senkrecht durch ein bestimmtes Flächenelement hindurchtritt.

Die SI-Einheit der magnetischen Flussdichte ist das Tesla (**T**):

$$[B] = 1 \frac{\text{kg}}{\text{As}^2} = 1 \frac{\text{N}}{\text{Am}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{Am}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{Am}^2} = 1 \frac{\text{Ws}}{\text{Am}^2} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 1 \text{ T}$$

Eine veraltete Einheit für die magnetische Flussdichte ist das Gauß (**G**), das allerdings in der Technik immer noch häufig verwendet wird.

Es gilt: **1 T = 10000 G = 10<sup>4</sup> G**    **1 G = 10<sup>-4</sup> T = 100 μT**.

Am Äquator hat das Erdmagnetfeld eine Stärke von ca. **30 μT** = 30.000 nT. An den Polen ist der Betrag doppelt so groß. In Mitteleuropa sind es ca. **48 μT**, wobei ca. 20 μT in der horizontalen und ca. 44 μT in der vertikalen Richtung auftreten.

# Magnetische Kraftwirkung auf bewegte Ladungen

Auf ein Teilchen mit einer elektrischen Ladung  $q$ , das sich mit der Geschwindigkeit  $v$  in einem Bereich des Raums bewegt, in dem ein Magnetfeld  $B$  existiert, wirkt eine Kraft (**Lorentzkraft**).

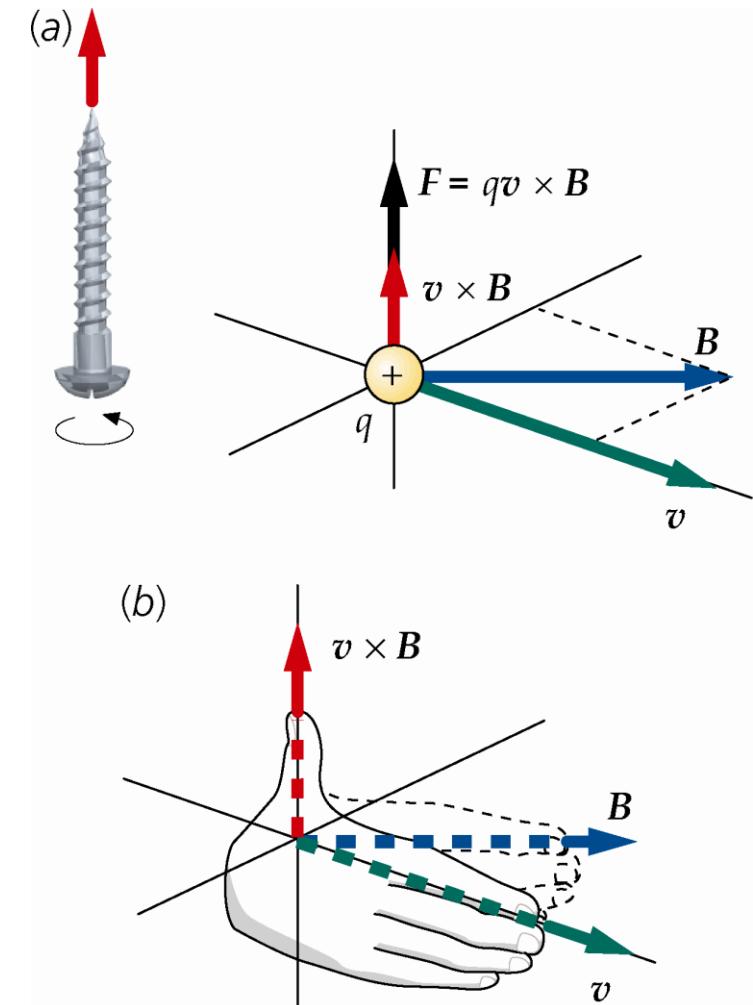
Diese Kraft ist proportional zu  $q$ ,  $v$ ,  $B$  und dem Sinus des Winkels, den die Richtungen von  $v$  und  $B$  einschließen.

Die Kraft ist senkrecht zu dem Geschwindigkeitsvektor und zu dem Feldvektor des Magnetfeldes gerichtet.

$$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

**Rechte-Hand-Regel:** Zeigefinger:  $\mathbf{v}$   
Mittelfinger:  $\mathbf{B}$   
Daumen:  $\mathbf{F}$

**Vorzeichen beachten!**



# Bewegung einer Punktladung in einem Magnetfeld

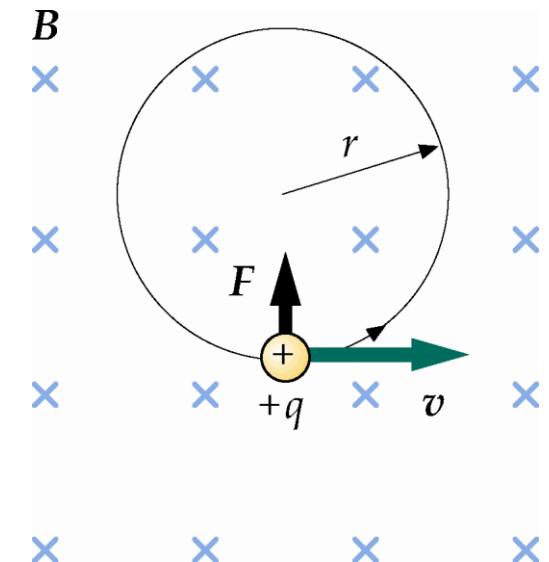
Wenn sich ein Teilchen in einem homogenen Magnetfeld bewegt und seine Geschwindigkeit senkrecht zu dem Magnetfeld gerichtet ist, dann beschreibt das Teilchen eine Kreisbahn.

$$a_n = \frac{F}{m} = \frac{q \cdot v \cdot B}{m}$$

$$\frac{q \cdot v \cdot B}{m} = \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$



# Magnetfeld eines geraden Leiters

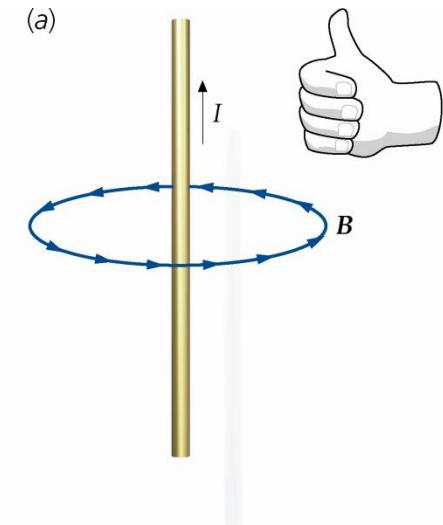
Abb. a): Zur Bestimmung der Richtung des von einem langen, geraden, stromdurchflossenen Leiter erzeugten Magnetfelds wenden wir die rechte-Hand-Regel an. Die Magnetfeldlinien bilden Kreise um den Draht in Richtung der Finger der rechten Hand, wenn der Daumen in Stromrichtung zeigt.

Abb. b): Feldlinien des von einem langen Draht herverufenen Magnetfeldes, sichtbar gemacht durch Eisenfeilspäne.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r_s}$$

$I$  - Strom durch den Leiter

$r_s$  - Radius senkrecht zum Leiter



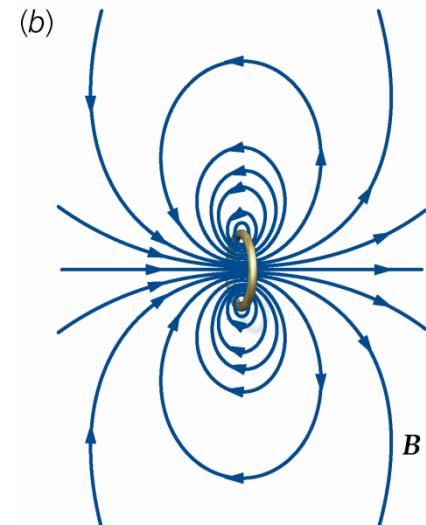
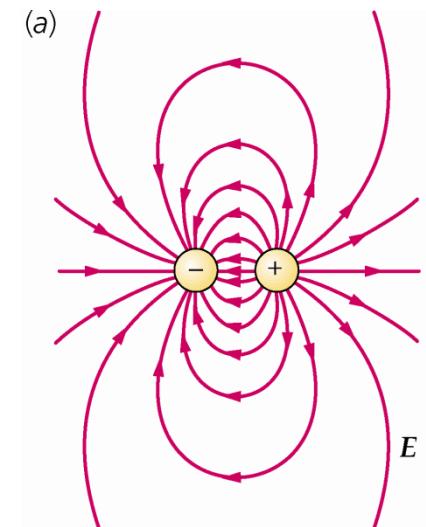
# Feldlinien

Abb. a): Elektrische Feldlinien eines elektrischen Dipols

Abb. b): Magnetfeldlinien eines magnetischen Dipols

In großer Entfernung von den Dipolen sind die Muster identisch.

Im Gebiet zwischen den elektrischen Ladungen (a) ist die Richtung der elektrischen Feldlinien entgegengesetzt der Richtung des Dipolmoments, innerhalb der Leiterschleife (b) sind die Magnetfeldlinien parallel zur Richtung des Dipolmoments.



## Der magnetische Fluss

Handelt es sich um eine ebene Fläche mit dem Flächeninhalt  $A$  und ist das Magnetfeld  $\mathbf{B}$  über die gesamte Fläche homogen (sind Betrag und Richtung konstant), so ist der magnetische Fluss durch die Fläche gleich:

$$\Phi_{mag} = \mathbf{B} \cdot A = |\mathbf{B}| \cdot |A| \cdot \cos \Theta = B_n \cdot A$$

Dabei ist der Winkel  $\Theta$  zwischen der Richtung von  $\mathbf{B}$  und der Richtung des Flächenvektors.

Häufig betrachten wir den magnetischen Fluss durch eine Fläche, die von einer Spule mit  $n$  Windungen umschlossen ist:

$$\Phi_{mag} = n \cdot |\mathbf{B}| \cdot |A| \cdot \cos \Theta$$

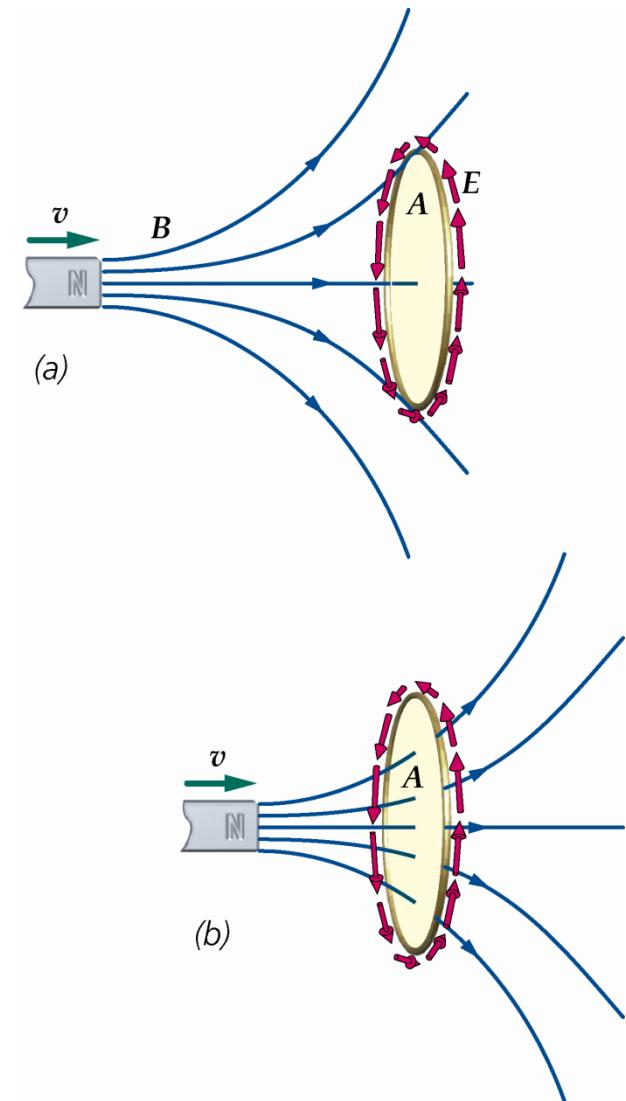
# Induktionsspannung

Experimente von Faraday, Henry und anderen zeigten, dass jede Änderung des magnetischen Flusses durch die von einem elektrischen Leiter (einem Draht) umschlossene Fläche eine Spannung in dem Leiter induziert, deren Stärke proportional zur Änderungsrate des Flusses ist.

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi_{mag}}{dt}$$

$$U_{ind} = -\frac{d}{dt} \cdot \int_S B \cdot dA$$

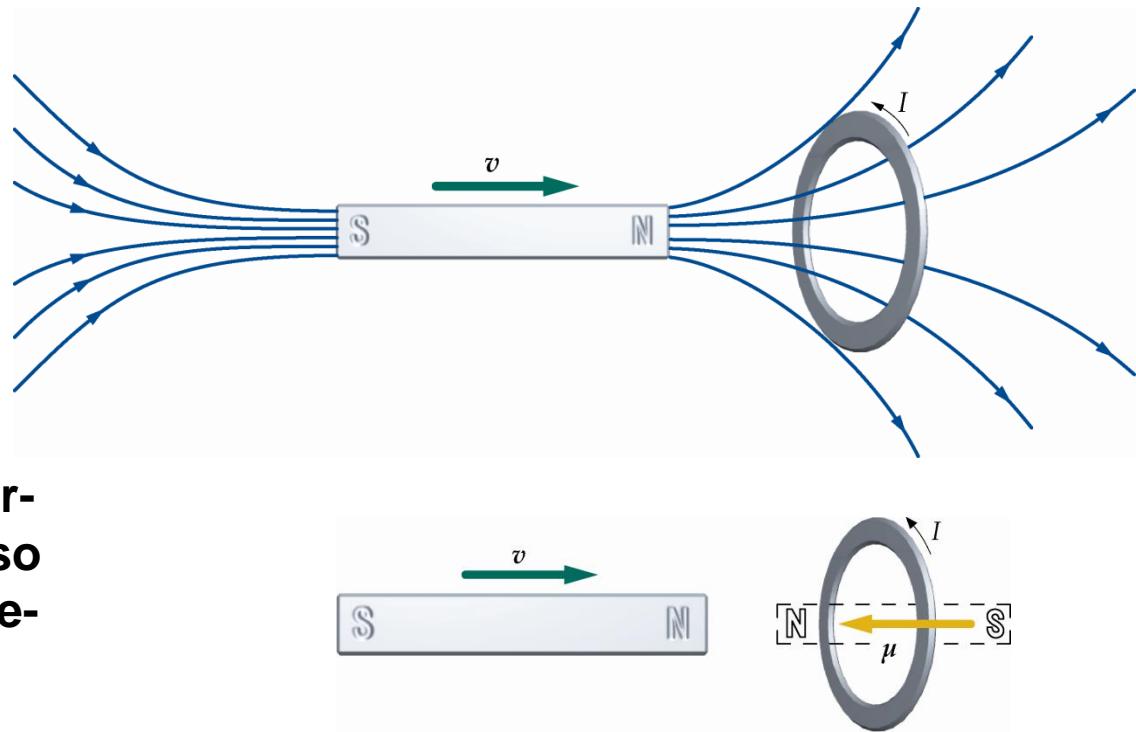
Diese Beziehung heißt **Faradaysches Gesetz**.



# Die Lenzsche Regel

Das negative Vorzeichen im Faraday-schen Gesetz ergibt sich aus der Richtung der Induktionsspannung. Diese folgt aus einem allgemeinen physikalischen Prinzip, der Lenzschen Regel:

**Die von einer Zustandsänderung verursachte Induktionsspannung ist stets so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegenzuwirken sucht.**



Bewegt sich ein Stabmagnet nach rechte auf den leitenden Ring zu, so wird im Ring eine Spannung induziert und in der angegebenen Richtung fließt ein Strom. Dieser Strom erzeugt seinerseits ein Magnetfeld, das auf den Stabmagneten eine Kraft ausübt, die der Annäherung entgegenwirkt.

# Der ideale Transformator

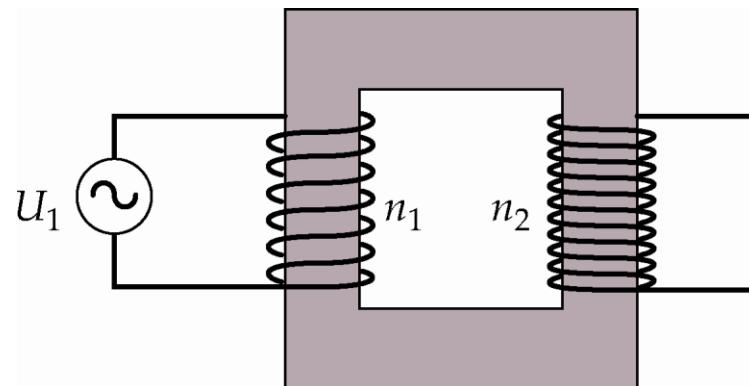
Der ideale Transformator hat einen Wirkungsgrad von 100%.

$$U_1 = -n_1 \frac{d\Phi_{mag}}{dt}$$

$$U_2 = -n_2 \frac{d\Phi_{mag}}{dt}$$

$$U_2 = \frac{n_2}{n_1} U_1$$

$$n_1 I_1 = -n_2 I_2$$



$$U_{1,eff} \cdot I_{1,eff} = U_{2,eff} \cdot I_{2,eff}$$

## Die Wellenlänge

Als Wellenlänge, Symbol  $\lambda$  (griechisch: Lambda), wird der kleinste Abstand zweier Punkte gleicher Phase einer Welle bezeichnet. Dabei haben zwei Punkte die gleiche Phase, wenn sie sich in gleicher Weise begegnen, d. h. wenn sie im zeitlichen Ablauf die gleiche Auslenkung (Amplitude) und die gleiche Bewegungsrichtung haben.

Es gilt:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad f = c/\lambda$$

wobei  $c$  die Ausbreitungsgeschwindigkeit (etwa  $3 \cdot 10^8$  m/s im Vakuum) oder die Phasengeschwindigkeit und  $f$  die Frequenz der Welle ist.

Für die Wellenlänge in einem Medium gilt:

$$\lambda' = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \frac{c}{f} \frac{1}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

## Literatur und Quellen

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009

<http://de.wikipedia.org/>



Technische Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf