Physik für Infotronik (9)

Gerald Kupris

04.11.2015

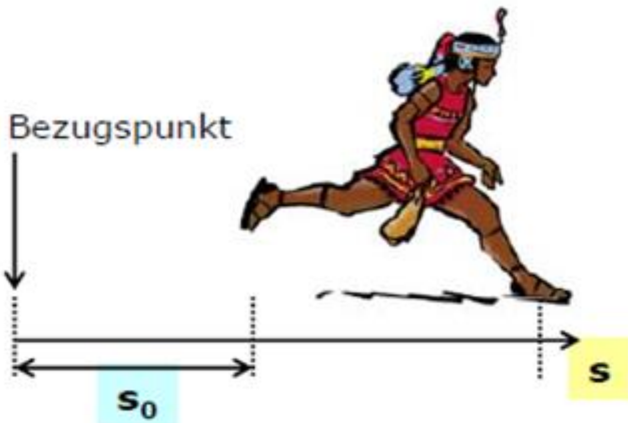
Vorlesungen Physik WS 2015/16

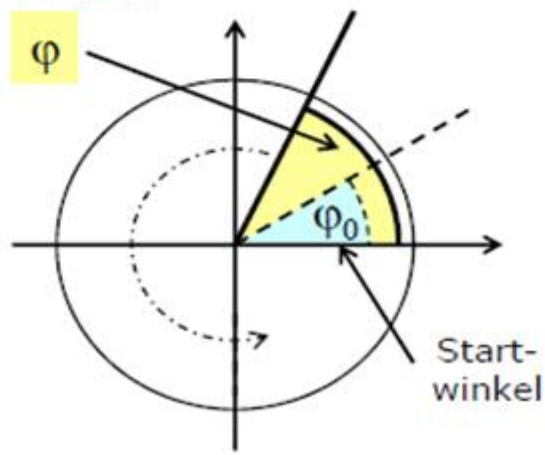
07.10.2015	Vorlesung 1	Messung und Maßeinheiten
07.10.2015	Vorlesung 2	Eindimensionale Bewegung
14.10.2015	Vorlesung 3	Bewegung in zwei und drei Dimensionen
14.10.2015	Vorlesung 4	Die Newtonschen Axiome
21.10.2015	Vorlesung 5	Anwendung der Newtonschen Axiome
21.10.2015	Vorlesung 6	Arbeit und kinetische Energie, Energieerhaltung
28.10.2015	Vorlesung 7	Der Impuls
28.10.2015	Vorlesung 8	Elastischer und inelastischer Stoß
04.11.2015	Vorlesung 9	Drehbewegungen
04.11.2015	Vorlesung 10	Drehimpuls
11.11.2015	Vorlesung 11	Harmonische Schwingungen und Resonanz
11.11.2015	Vorlesung 12	Wellenausbreitung und Doppler-Effekt
18.11.2015	**erweitertes Tutorium**	

Gleichförmige Kreisbewegung

Analogien zur Linearen Bewegung

Lineare gleichmäßig beschleunigte Bewegung		Gleichmäßig beschleunigte Kreisbewegung	
Weg	$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$	Winkel	$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha}{2} \cdot t^2$
Geschwindigkeit	$v(t) = v_0 + a \cdot t$	Winkel-geschwindigkeit	$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot t$
Beschleunigung	$a(t) = const.$	Winkel-beschleunigung	$\alpha(t) = const.$





Radiant

Der Radiant (Einheitenzeichen: ***rad***) dient zur Angabe der Größe eines ebenen Winkels. Er ist eine abgeleitete Einheit im SI-Einheitensystem. Der ebene Winkel von 1 Radiant umschließt auf der Umfangslinie eines Kreises mit 1 Meter Radius einen Bogen der Länge 1 Meter. Der Vollwinkel umfasst ***2π*** Radiant: 1 Vollwinkel ***= 2 π rad***.

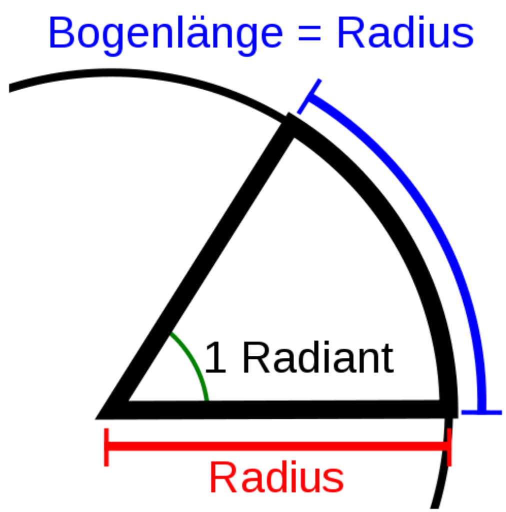
Durch das nicht notwendige, aber bewusst vorgenommene Hinzufügen des Einheitenzeichens ***rad*** in Größenwerten lässt sich in manchen Fällen darauf hinweisen, welche physikalische Größe gemeint ist, ohne sie namentlich anzugeben.

$$2\pi\,\mathrm{rad} = 360^\circ$$

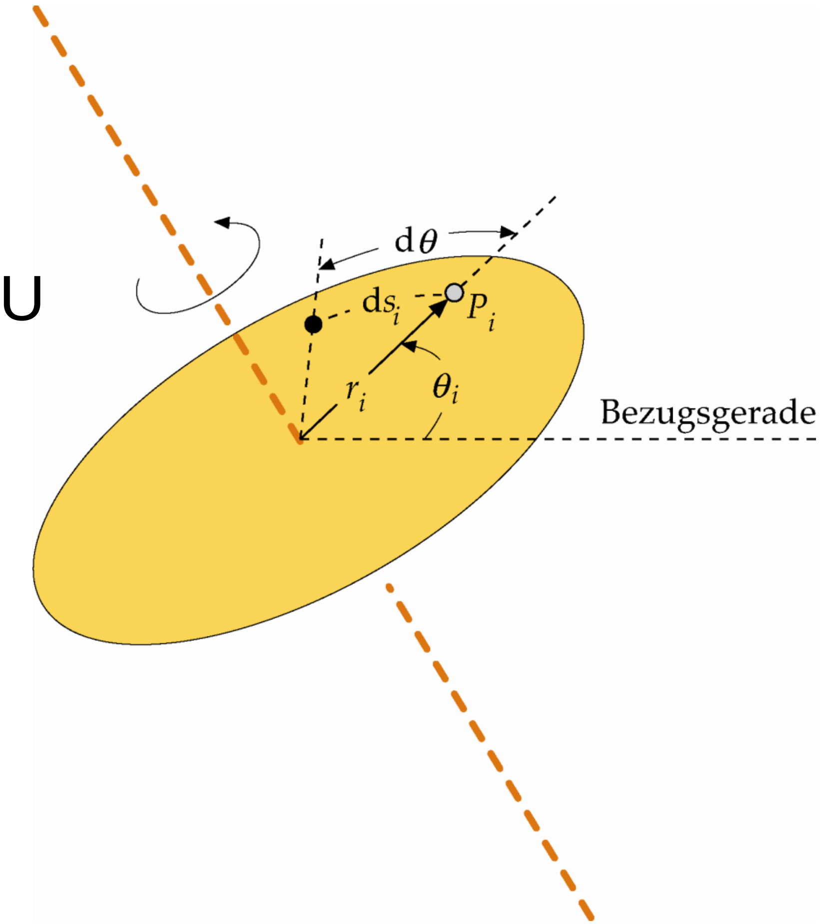
$$1\,\mathrm{rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57{,}29577951^\circ$$

$$360^\circ = 2\pi\,\mathrm{rad}$$

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360}\,\mathrm{rad} = \frac{\pi}{180}\,\mathrm{rad} \approx 0{,}017453293\,\mathrm{rad}$$



Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung



Länge des Kreisbogens:

$$ds_i = r_i\, d\theta$$

Drehwinkel (Theta):

$$\Delta\theta = s_i / r_i$$

Ganze Umdrehung:

$$2\pi \mathrm{rad} = 360° = 1\mathrm{U}$$

Winkelgeschwindigkeit (Omega):

$$\omega = d\theta \,/\, dt$$

Mittlere Winkelbeschleunigung (Alpha):

$$\langle\alpha\rangle = \Delta\omega \,/\, \Delta t$$

Momentane Winkelbeschleunigung:

$$\alpha = d\omega \,/\, dt = d^2\theta \,/\, dt^2$$

Entsprechungen bei eindimensionaler Bewegung

Der Drehwinkel θ entspricht der Verschiebung Δx.
Die Drehgeschwindigkeit ω entspricht der Geschwindigkeit v.
Die Winkelbeschleunigung α entspricht der Beschleunigung a.

Winkelgeschwindigkeit und konstante Winkelbeschleunigung:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

entspricht:

$$v_x = v_{0,x} + a_x t$$

Drehwinkel und konstante Winkelbeschleunigung:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\, \alpha\, t^2$$

entspricht:

$$x = x_0 + v_{0,x} t + \tfrac{1}{2}\, a_x\, t^2$$

Drehwinkel, Winkelgeschwindigkeit und konstante Winkelbeschleunigung:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\, (\theta - \theta_0)$$

Tangentiale und Zentripetale Beschleunigung

Tangentialgeschwindigkeit:

$$v_{t,i} = \mathrm{d}s_i \,/\, \mathrm{d}t = (r_i \mathrm{d}\theta) \,/\, \mathrm{d}t = r_i(\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t)$$

$$v_{t,i} = r_i\,\omega$$

Tangentiale Beschleunigung:

$$a_{t,i} = \mathrm{d}v_{t,i} \,/\, \mathrm{d}t = r_i\,\mathrm{d}\omega \,/\, \mathrm{d}t$$

$$a_t = r\,\alpha$$

Zentripetalbeschleunigung:

$$a_{n,i} = v^2_{t,i} \,/\, r_i = (r_i\omega)^2 \,/\, r_i$$

$$a_{n,i} = r_i\,\omega^2$$

Der Winkel muss im Bogenmaß (Radiant) angegeben sein!

Kinetische Energie der Drehbewegung

Kinetische Energie des i-ten Massepunkts:

$$E_{kin,i} = ½\, m_i\, v_i^2$$

Summation über alle Massepunkte:

$$E_{kin} = \sum (½\, m_i\, v_i^2) = ½ \sum (m_i\, r_i^2\, \omega^2) = ½\, (\sum m_i\, r_i^2)\, \omega^2$$

Trägheitsmoment ***I*** (Drehmasse):

$$\boldsymbol{I} = \sum m_i\, r_i^2$$

Kinetische Energie eines rotierenden Körpers:

$$E_{kin} = ½\, I\, \omega^2$$

Berechnung von Trägheitsmomenten

Das Trägheitsmoment eines Körpers bezüglich einer Achse hängt sowohl von der Masse des Körpers als auch von der Masseverteilung bezüglich der Drehachse ab.

Wenn ein Körper aus sehr kleinen Masseteilchen zusammengesetzt ist, dann wird

$$\boldsymbol{I} = \sum m_i r_i^2$$

zu

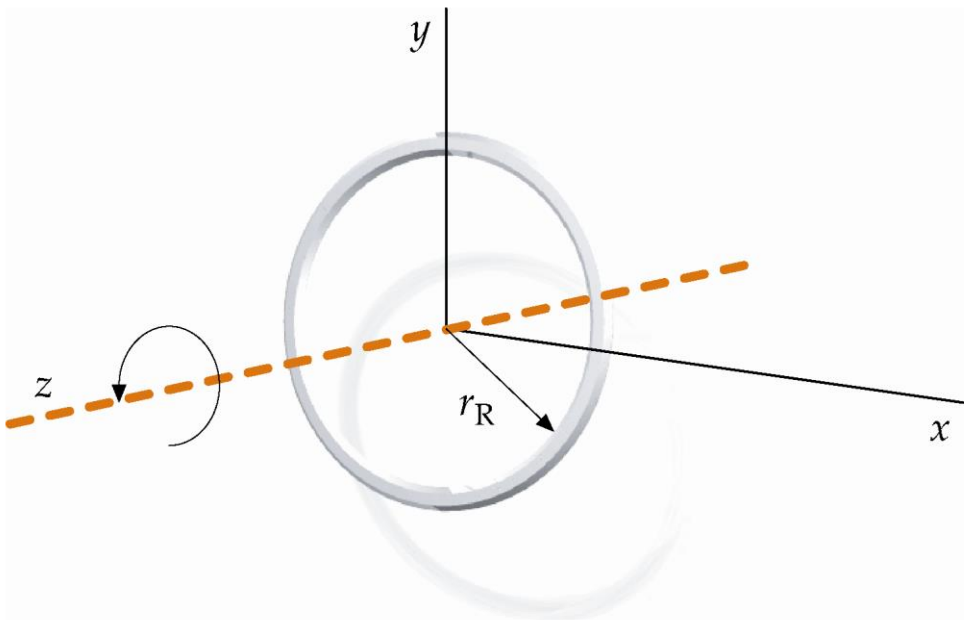
$$\boldsymbol{I} = \int r^2 dm$$

r bezeichnet hier den radialen Abstand des Masseelements ***dm*** von der Drehachse.

Beispiel: Trägheitsmoment eines Ringes

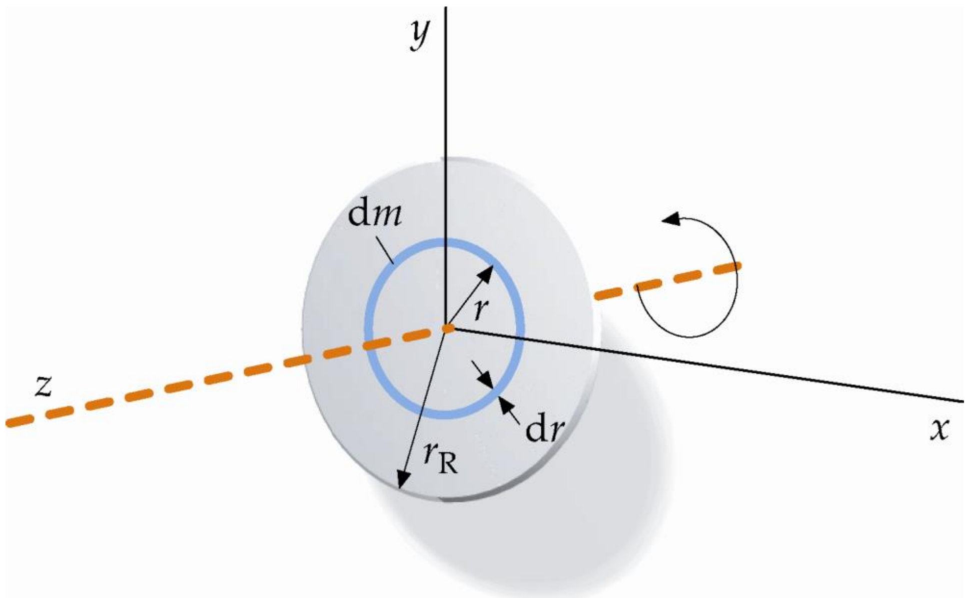
Die Gesamtmasse ist im Abstand r_R von der Drehachse konzentriert.

Das Trägheitsmoment ist dann: $\boldsymbol{I} = m\, r_R^2$



Trägheitsmoment einer Scheibe / eines Zylinders

$$\boldsymbol{I} = \tfrac{1}{2}\, m_0\, r_R^2$$



Trägheitsmomente

Zylinder mit dünnem Mantel, Drehachse = Körperachse: $I = m\,r^2$
Massiver Zylinder, Drehachse = Körperachse: $I = \frac{1}{2}\,m\,r^2$
Hohlzylinder, Drehachse = Körperachse: $I = \frac{1}{2}\,m\,(r_1^2+r_2^2)$

Zylindermantel, Drehachse senkrecht zur Körperachse: $I = \frac{1}{2}\,m\,r^2 + 1/12\,m\,l^2$
Massiver Zylinder, Drehachse senkrecht zur Körperachse: $I = 1/4\,m\,r^2 + 1/12\,m\,l^2$
Hohlzylinder, Drehachse senkrecht zur Körperachse: $I = 1/4\,m\,(r_1^2+r_2^2) + 1/12\,m\,l^2$

Dünner Stab, Drehachse senkrecht durch Mittelpunkt: $I = 1/12\,m\,l^2$
Dünner stab, Drehachse senkrecht durch ein Ende: $I = 1/3\,m\,l^2$

Dünne Kugelschale, Drehachse durch Mittelpunkt: $I = 2/3\,m\,r^2$
Massive Kugel, Drehachse durch Mittelpunkt: $I = 2/5\,m\,r^2$

Massiver Quader, Drehachse durch Mittelpunkt: $\mathbf{I = 1/12\ m\ (a^2 + b^2)}$

Schwungrad

Ein Schwungrad (auch als Schwungmasse oder Schwungscheibe bezeichnet) ist ein Maschinenelement.

Es wird unter anderem zur Speicherung kinetischer Energie (Rotationsenergie) genutzt, indem seine Drehbewegung (Rotation) ausgenutzt wird.

Um möglichst viel Energie bei geringer Masse speichern zu können, sollte das Trägheits-moment so groß wie möglich sein. Dazu sollte sich so viel Masse wie möglich an der Außen-seite des Schwungrads befinden.

Beispiel: Gyrobus mit Schwungradspeicherung

Ein Gyrobus ist ein Omnibus mit einem Elektroantrieb, seine Energie erhält er von einer Schwungradspeicherung.
An den Haltestellen wird eine Verbindung mit dem Stromnetz hergestellt. Dabei wird dem Fahrzeug Strom mit einer Spannung von 500 V zugeführt, mit dessen Hilfe das Schwungrad beschleunigt wird.
Ein Gyrobus für 20 Personen und einen Aktionsradius von 20 Kilometern benötigt etwa 1,5 t Schwungradmasse, um etwa 9,15 kWh zu speichern.
Die Schwungscheibe hat einen Durchmesser von 1,6 m und rotiert mit bis zu 3000 U/min.

a) Berechnen Sie die Umfangsgeschwindigkeit.
b) Schätzen Sie die Form des Schwungrads ab.

Schwungrad-Speicher im Porsche 911 GT3 R Hybrid (1)

Porsche nutzt die VLN-Rennserie zur Erprobung seines ersten Hybrid-Rennfahrzeugs, dem 911 GT3 R Hybrid. Eine Besonderheit des Hybridantriebs ist der elektrische Schwungrad-Speicher.

Er ermöglicht gegenüber einer Batterielösung eine deutlich höhere Rekuperations-leistung in kurzer Zeit: Zwei Sekunden Bremszeit sollen genügen, um das Schwungrad über Generatoren voll aufzuladen.

Die dann vorliegende Rotationsenergie (bei bis zu zirka 40.000 U/min) reicht aus, um die zwei jeweils 60 Kilowatt starken Elektromotoren zirka sechs bis acht Sekunden mit voller Leistung anzutreiben.

In der anspruchsvollen Testumgebung der Nordschleife soll der Speicher durch-schnittlich etwa mit jeder zweiten Kurve vollständig gefüllt sein.

Schwungrad-Speicher im Porsche 911 GT3 R Hybrid (2)

1 - Leistungselektronik

2 - Portalachse mit
zwei Elektromaschinen

3 - Hochvoltkabel

4 - Elektrischer
Schwungradspeicher

5 - Leistungselektronik

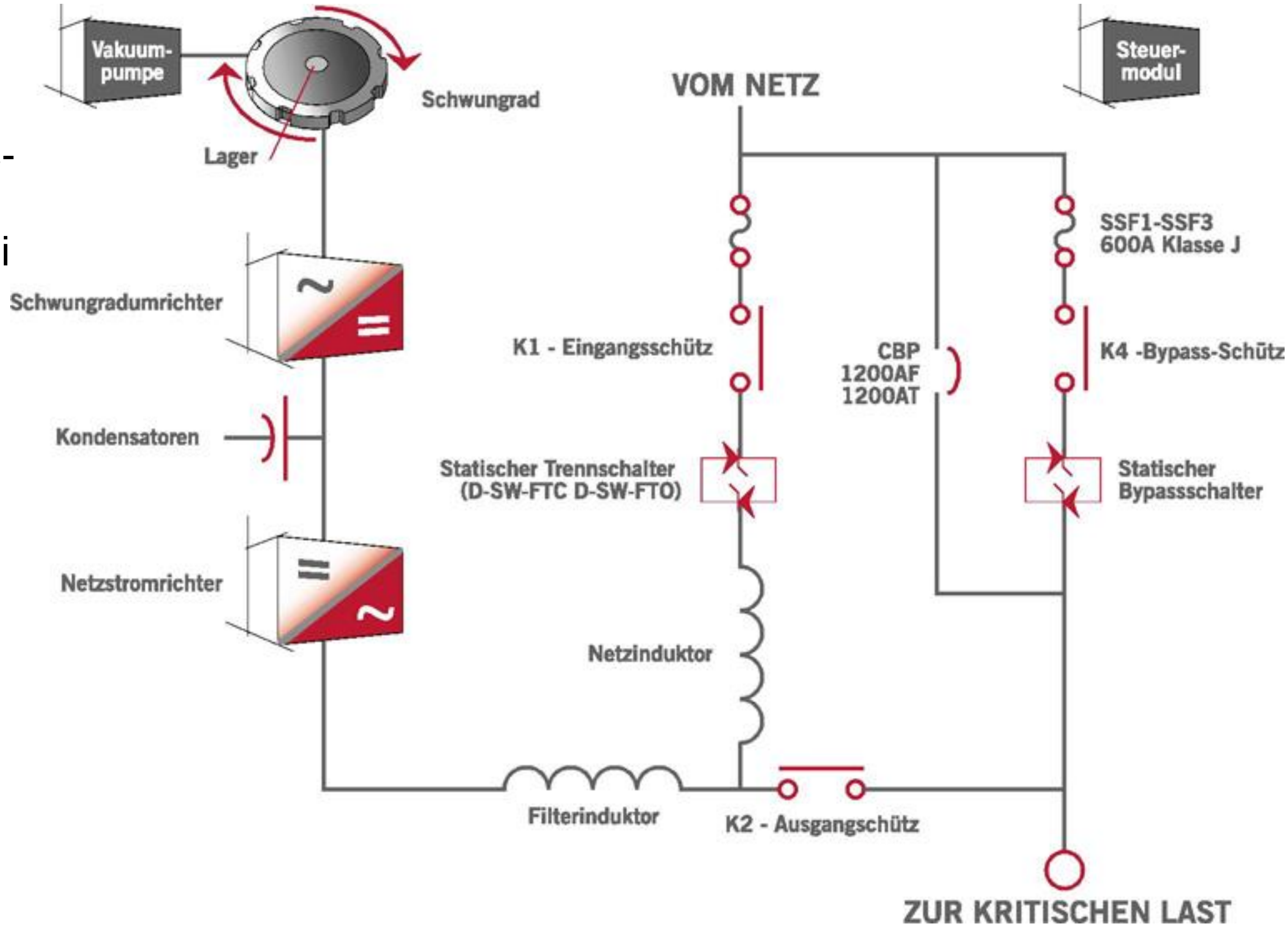
Energiespeicherung in Schwungrädern

Schwungräder statt der herkömmlichen Batterien: Damit senkt die hocheffiziente USV des amerikanischen Herstellers Active Power deutlich Energiekosten und schont die Umwelt.

Die Active Power USV nutzen elektromagnetisch gelagerte Schwungräder, die im Vakuum praktisch reibungsfrei rotieren. Während Batteriespeicher zehn Prozent und mehr der Eingangsleistung verbrauchen und damit bei 40 Prozent Kapazitätsauslastung lediglich einen Wirkungsgrad von 77 Prozent schaffen, erzielen schwungradbasierende USV bei vergleichbarer Last mindestens 96 Prozent.

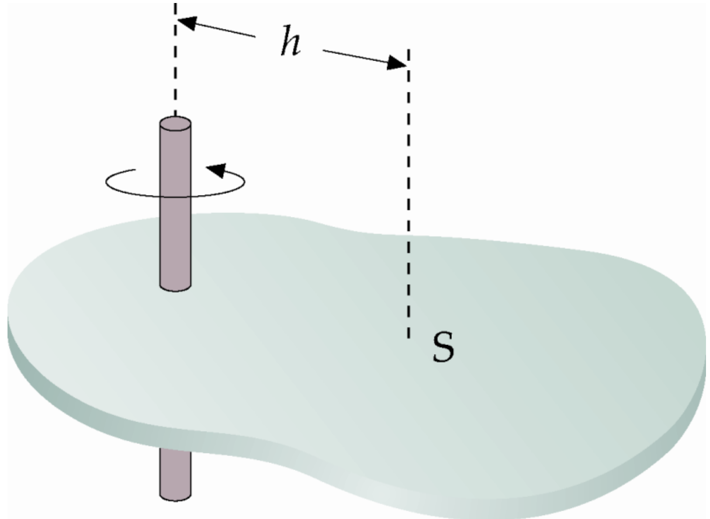
Die Nenndaten des Systems sind 300 kVA für 480-Volt-Systeme. Die volle Ladekapazität ist bei 7.700 U/min erreicht.

Die Schwungräder sind bei einer Lebensdauer von 20 Jahren praktisch wartungsfrei und verschleißen nicht, während selbst modernste Bleiakkus schon nach zwei bis drei Jahren eine Ausfallsrate von 20 Prozent aufweisen.



Der Steinersche Satz

Die Berechnung des Trägheitsmoments lässt sich in vielen Fällen durch einen Satz vereinfachen, der das Trägheitsmoment bezüglich einer Achse durch den Massenmittelpunkt mit dem Trägheitsmoment bezüglich einer beliebigen anderen, zur ersten parallelen Achse verknüpft.



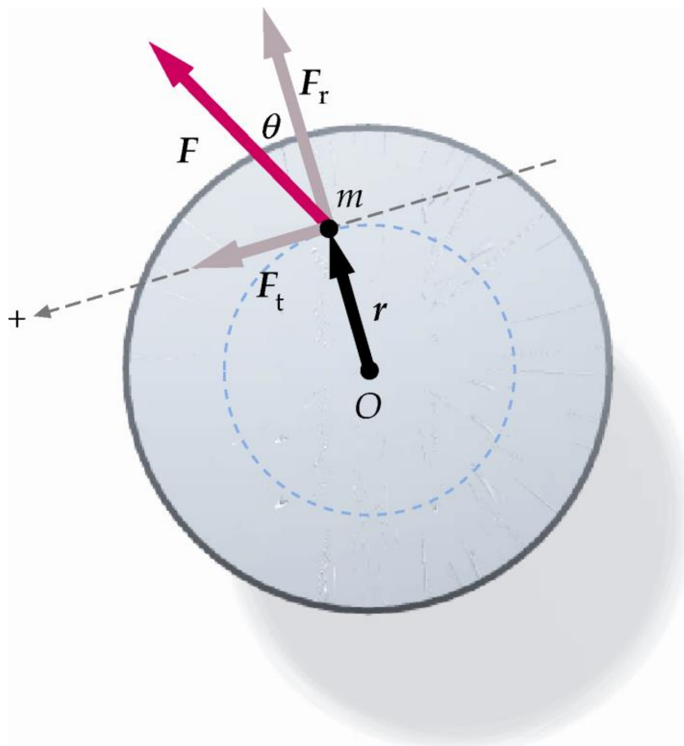
Wenn ein Körper der Masse m das Trägheitsmoment I_S bezüglich einer Achse durch den Massemittelpunkt S hat, dann ist das Trägheitsmoment I bezüglich einer parallelen Achse im Abstand h von der ersten Achse gegeben durch:

$$I = I_S + m \cdot h^2$$

Drehmoment

Drehmoment einer **tangential** angreifenden Kraft: $M = F_t \cdot r$

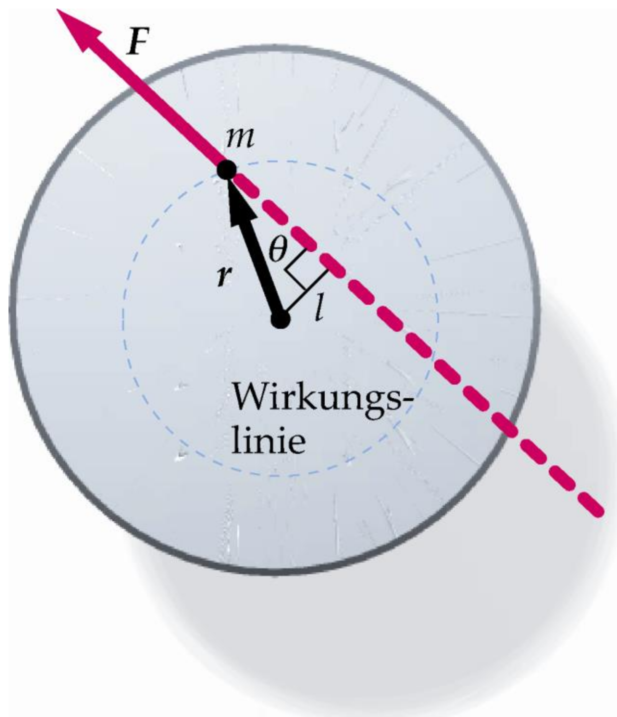
Zweites Newtonsches Axiom für Drehbewegungen: $M_{ext} = \boldsymbol{I} \cdot \alpha$



Drehmoment bezüglich einer Achse = Kraftmoment

$$M = F_t \cdot r = F \cdot r \cdot \sin\theta = F \cdot l$$

l = Hebelarm



Leistung der Drehbewegung

Wenn man einen Körper in Drehung versetzt, dann verrichtet man Arbeit an ihm und seine kinetische Energie nimmt zu.

$dW = F\,dx = F\,r\,d\theta = M\,d\theta$

M ist dabei das Drehmoment, dass durch die Kraft ***F*** verursacht wird.

$$dW = M \cdot d\theta$$

Die zeitliche Änderung der Arbeit ist die Leistung ***P*** des Drehmoments.

$P = dW/dt = M\,d\theta/dt$

$$P = M \cdot \omega$$

Beispiel: VW Golf TDI

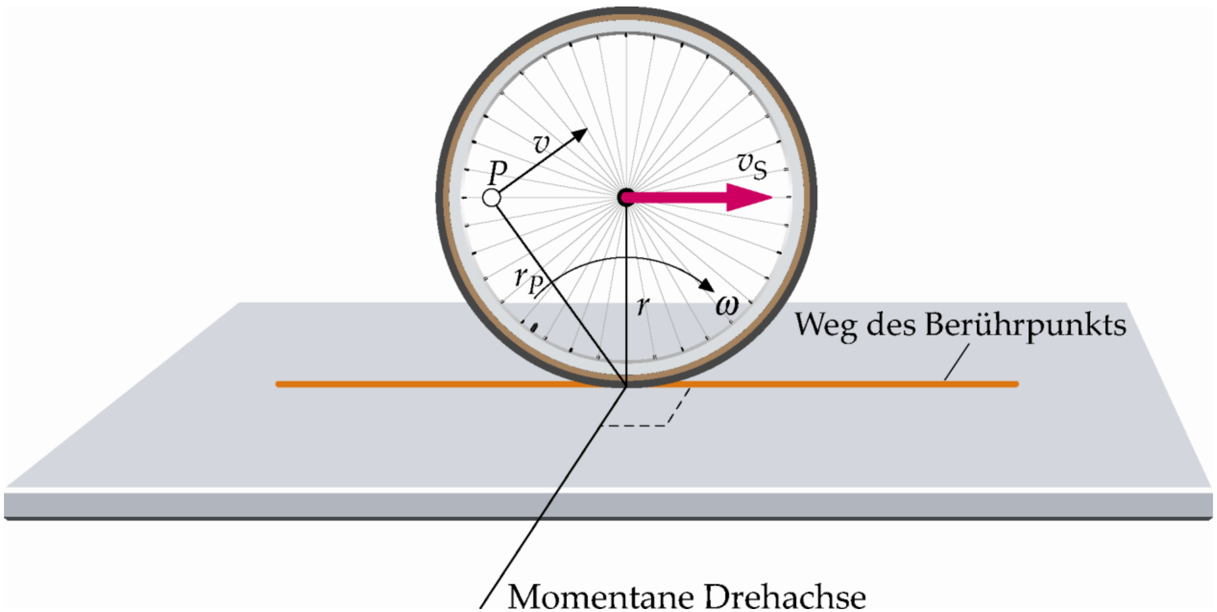
Ein VW Golf mit turbogeladenem Direktein-spritzer-Dieselmotor (TDI) produziert aus 2,0 Litern Hubraum bei 1750 U / min ein maximales Drehmoment von 350 N·m.

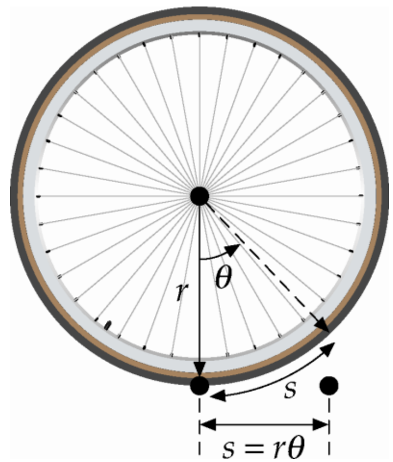
Berechnen Sie die Leistung des Motors für die Drehzahl des maximalen Drehmoments.

Die maximale Leistung des genannten Motors beträgt 125 PS bei 4200 U / min. Wie groß ist das Drehmoment bei dieser Leistung?

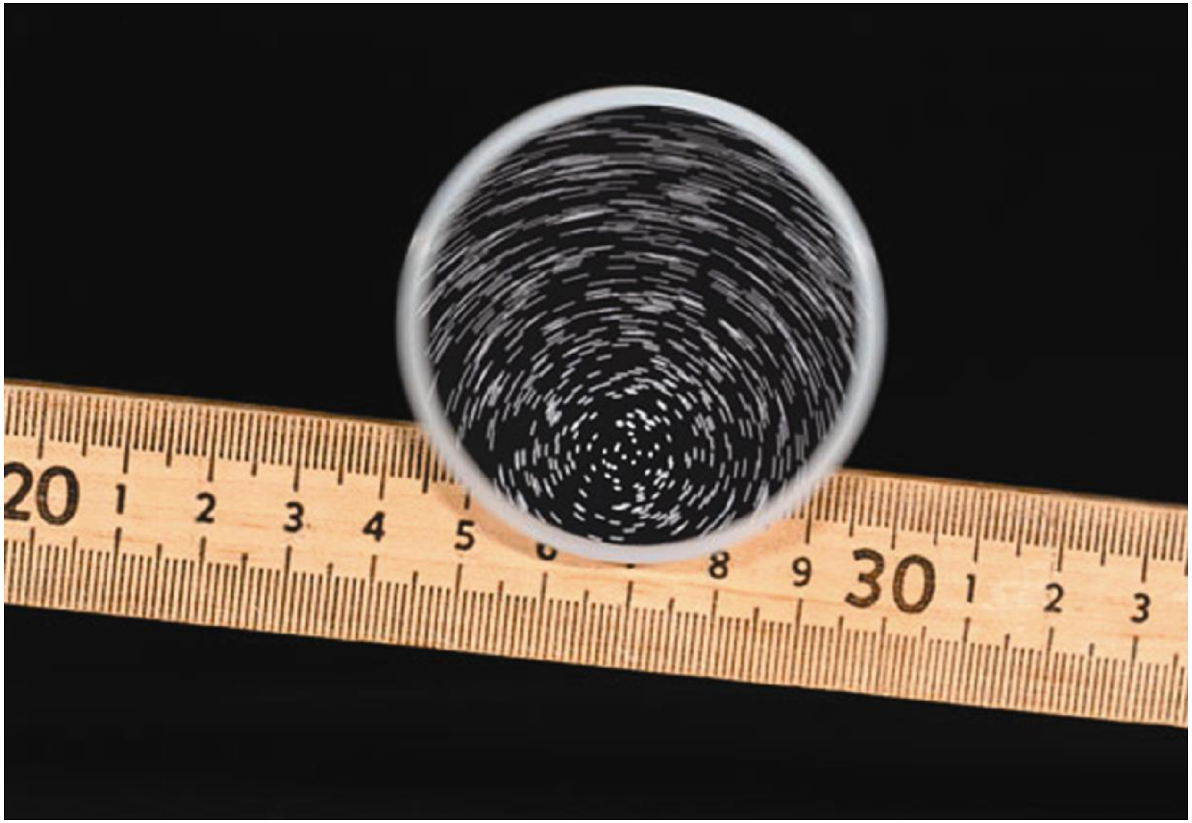
Rollende Körper

Der Punkt P bewegt sich mit der Geschwindigkeit: $v = r_P\, \omega$
Der Massemittelpunkt bewegt sich mit der Geschwindigkeit: $v_S = r\, \omega$
Rollbedingung für die Beschleunigung: $a_S = r\, \alpha$
Rollbedingung für die Entfernung: $s = r\, \theta$





Rollender Körper



Bei einem rollenden Körper ist der Berührpunkt des Körpers mit seiner Auflagefläche in Ruhe. Bei diesem Foto einer rollenden Garnspule sind alle bewegten Punkte unscharf abgebildet, nur der Berührpunkt ist scharf.

Kinetische Energie eines rollenden Körpers

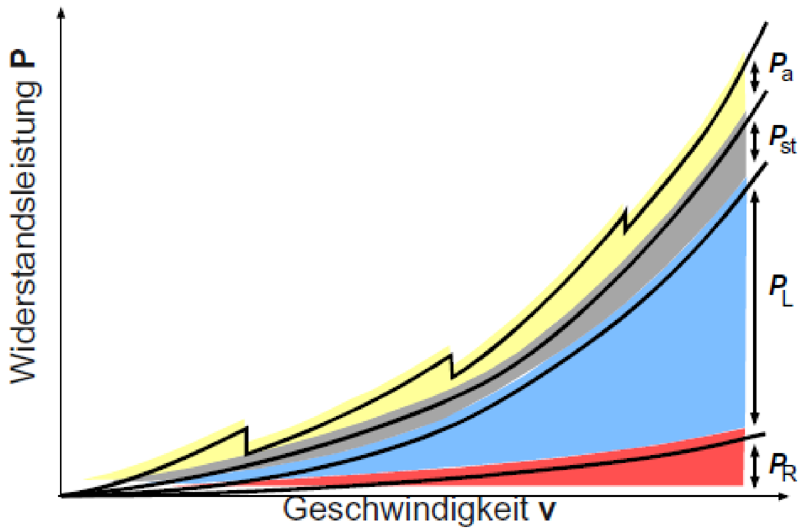
$$E_{\mathrm{kin}} = \tfrac{1}{2}\, m\, v_{\mathrm{S}}^2 + \tfrac{1}{2}\, I_{\mathrm{S}}\, \omega^2$$

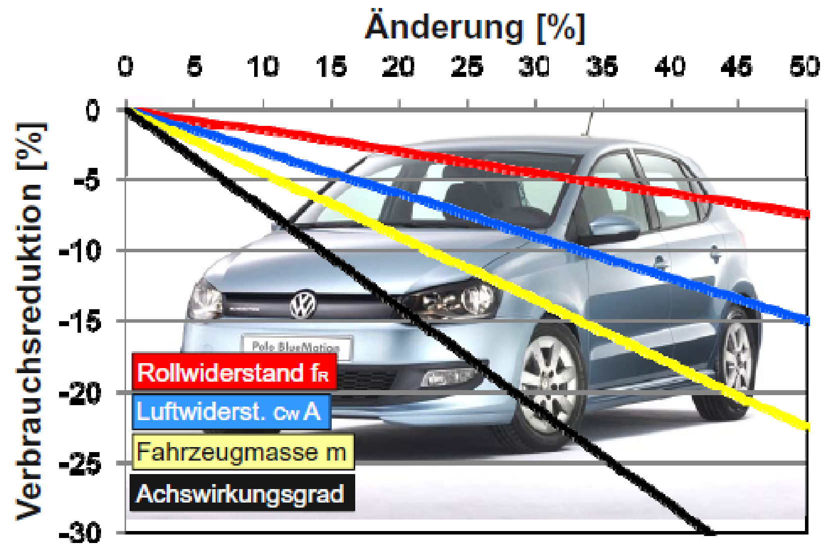
Ein rollender Körper enthält sowohl kinetische Energie einer Translationsbewegung als auch kinetische Energie einer Drehbewegung!

Beispiel: Fahrleistungsbedarf

$$P_{Bed} = f_R \cdot (m_{Fzg} + m_{Zul}) \cdot g \cdot v + 0{,}5 \cdot c_W \cdot A \cdot \rho \cdot v^3 + (m_{Fzg} + m_{Zul}) \cdot g \cdot \sin(\alpha) \cdot v + (e_i \cdot m_{Fzg} + m_{Zul}) \cdot a \cdot v$$

Rollwiderstand   Luftwiderstand   Steigungswiderstand   Beschleunigungsw.





Massenfaktor	e_i	Beschleunigung	a	Steigungswinkel	α	Luftdichte	ρ
Leergewicht	m_{Fzg}	Geschwindigkeit	v	Luftwiderstandsbeiwert	c_W	Rollwiderstandsbeiwert	f_R
Zuladung	m_{Zul}	Erdbeschleunigung	g	Stirnfläche	A		

In der Auslegung sind Masse, Aerodynamik und Rollwiderstand beeinflussbar

Beispiel: London Eye

Das zu den Milleniumsfeierlichkeiten in London errichtete „London Eye“ ist mit seinem Durchmesser von 135 m das größte Riesenrad Europas und kann bis zu 800 Passagiere befördern.
Die Bremsen sind stark genug, dass sich die Passagiergondeln beim Stoppen des Rads nicht mehr als 10 m weiterbewegen. Das Rad mit seiner Masse von 1600 Tonnen dreht sich im Normalbetrieb zweimal pro Stunde.

a) Berechnen Sie das benötigte Drehmoment, um das Rad zu stoppen, so dass der Umfang sich beim Bremsen nur noch um 10 m bewegt.

b) Nehmen Sie an, dass die Bremskraft am Umfang des Rades wirkt, wie groß muss diese Kraft dann sein?

Literatur und Quellen

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009

http://de.wikipedia.org/

TECHNISCHE
HOCHSCHULE
DEGGENDORF

Technische Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf