TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

Physik für Infotronik (14)

Gerald Kupris

25.11.2015

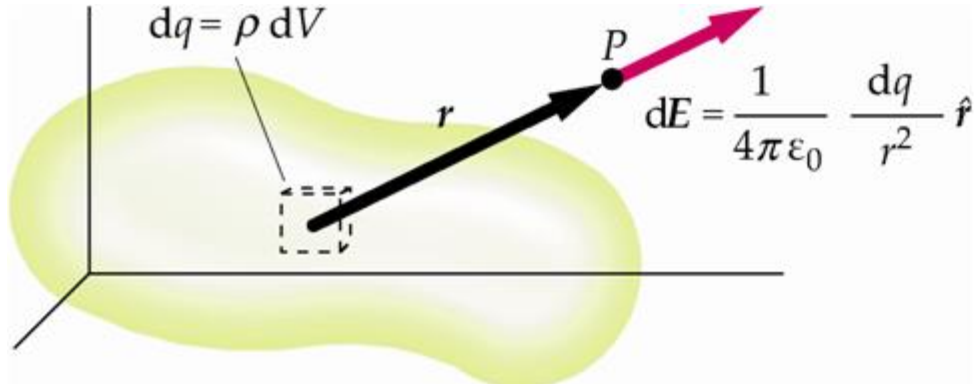
Vorlesungen Physik WS2015/16

25.11.2015	Vorlesung 13	Das elektrische Feld
25.11.2015	Vorlesung 14	Ladungsverteilung und elektrisches Potenzial
02.12.2015	Vorlesung 15	Die Kapazität
02.12.2015	Vorlesung 16	Das Magnetfeld
09.12.2015	Vorlesung 17	Quellen des Magnetfelds
09.12.2015	Vorlesung 18	Die magnetische Induktion
16.12.2015	Vorlesung 19	Magnetische Induktion und Transformatoren
16.12.2015	Vorlesung 20	Elektromagnetische Wellen
23.12.2015	**vorlesungsfrei**	
13.01.2016	Vorlesung 21	Aufbau von Festkörpern
13.01.2016	Vorlesung 22	Leiter und Halbleiter
20.01.2016	Vorlesung 23	Wiederholung und Prüfungsvorbereitung
20.01.2016	Vorlesung 24	Wiederholung und Prüfungsvorbereitung

Berechnung des elektrischen Feldes

Ein Ladungselement ***dq*** erzeugt ein Feld im Punkt ***P***.

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$



Das Feld in ***P*** berechnet man durch Integration über die gesamte Ladungsverteilung.

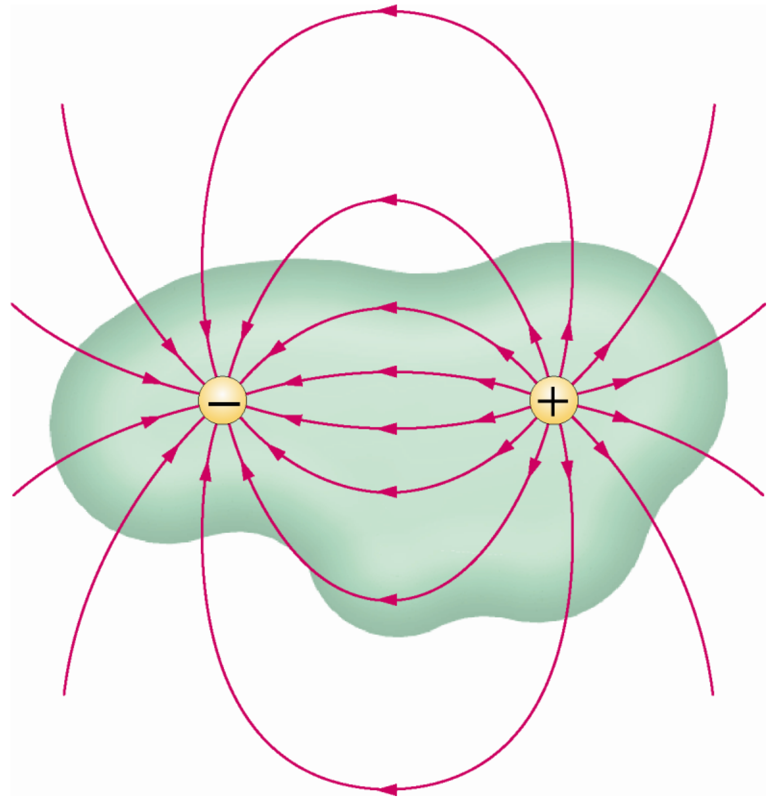
Wenn die Ladung auf einer Oberfläche verteilt ist, verwendet man dq = σ·dA, dabei ist σ die Oberflächenladungsdichte.

$$E = \int dE = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}\,\hat{r} = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma \cdot dA}{r^2}\,\hat{r}$$

Elektrische Feldlinien

Eine Oberfläche von beliebiger Gestalt, die einen elektrischen Dipol einschließt:

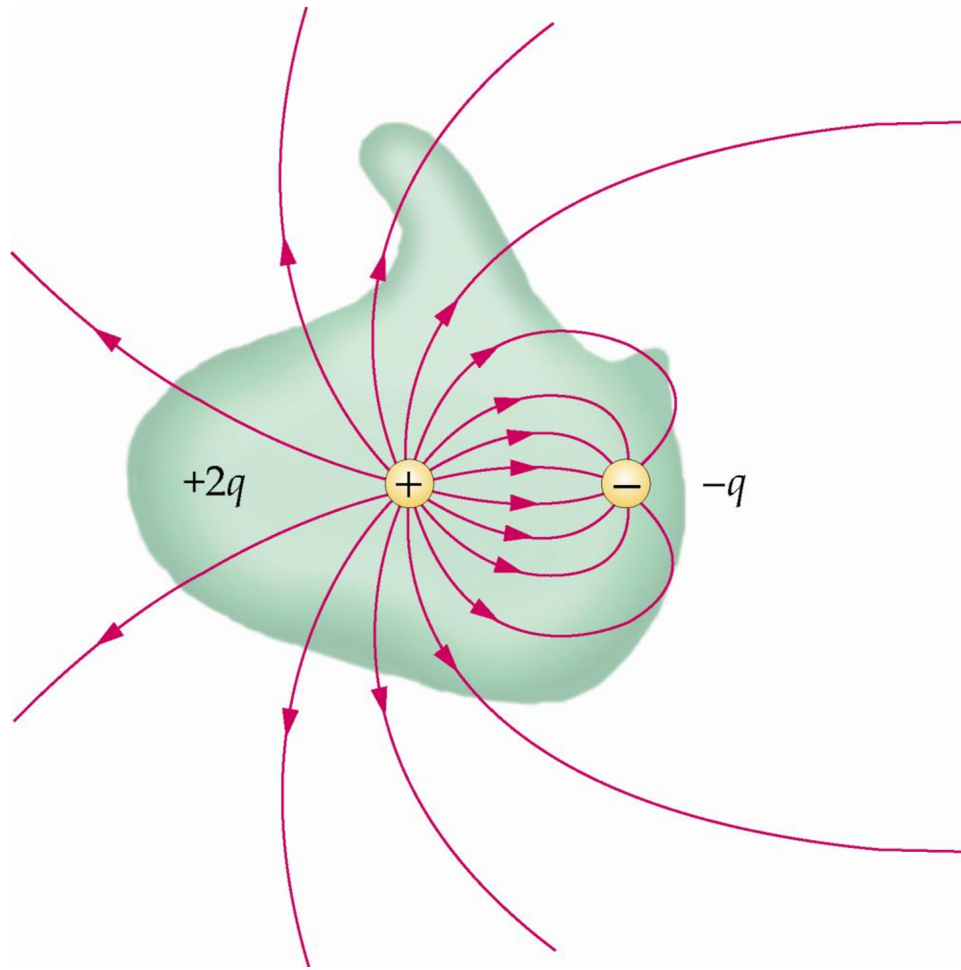
Wenn die Oberfläche beide Ladungen einschließt, dann ist die Zahl der Linien, die die Oberfläche von innen her durchstoßen, gleich der Zahl der Linien, die die Oberfläche von außen durchdringen - unabhängig davon, wie die Oberfläche gestaltet ist.



Elektrische Feldlinien

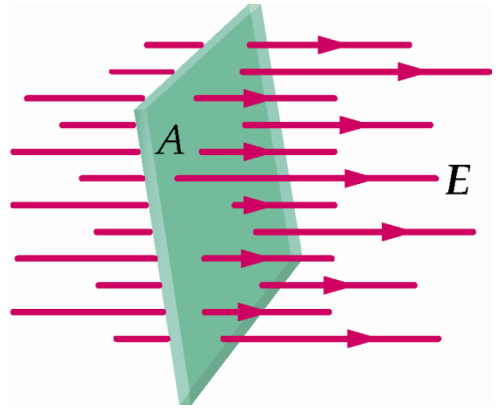
Eine Oberfläche von beliebiger Gestalt, die die Ladungen +2q und -q einschließt:

Jede Feldlinie, die an -q endet, verläuft entweder nur im Innengebiet oder verlässt die Oberfläche und tritt wieder ein. Die Gesamtzahl der Linien beider Ladungen, die durch die Oberfläche austreten, ist die gleiche wie bei einer einzelnen eingeschlossenen Ladung +q.



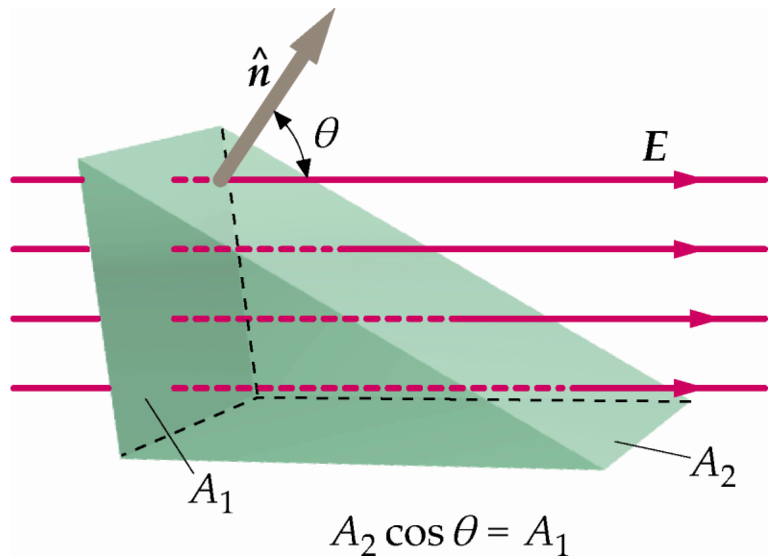
Der elektrische Fluss

Die mathematische Größe, die der Zahl der Feldlinien entspricht, die eine Fläche senkrecht durchstoßen, nennt man den elektrischen Fluss $\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{el}}$.



Für eine ebene Fläche senkrecht zu einem homogenen Feld ***E*** ist der elektrische Fluss das Produkt aus der Feldstärke ***E*** und der Fläche:

$$\Phi_{el} = E \cdot A$$



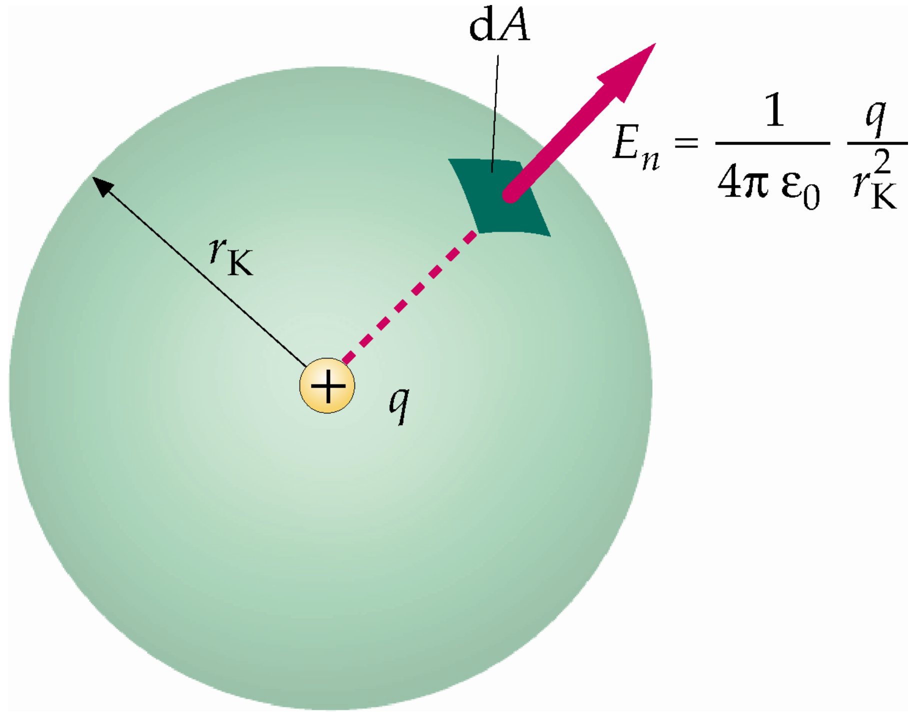
Da ***E*** nicht senkrecht zu der Fläche $\boldsymbol{A_2}$ steht, ist der Fluss $\boldsymbol{E_n \cdot A_2}$, dabei ist $\boldsymbol{E_n}$ die Projektion von E auf die Normalrichtung ***n***, also $\boldsymbol{E \cdot n = |E| \cos\Theta}$. Der Fluss durch die Fläche $\boldsymbol{A_2}$ ist der gleiche wie durch die Fläche $\boldsymbol{A_1}$.

Der elektrische Fluss durch eine Kugelfläche

Eine Kugeloberfläche mit einer eingeschlossenen Punktladung ***q***.

Das elektrische Feld steht überall senkrecht auf der Oberfläche und hat die Stärke:

$$E_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r_K^{\ 2}}$$



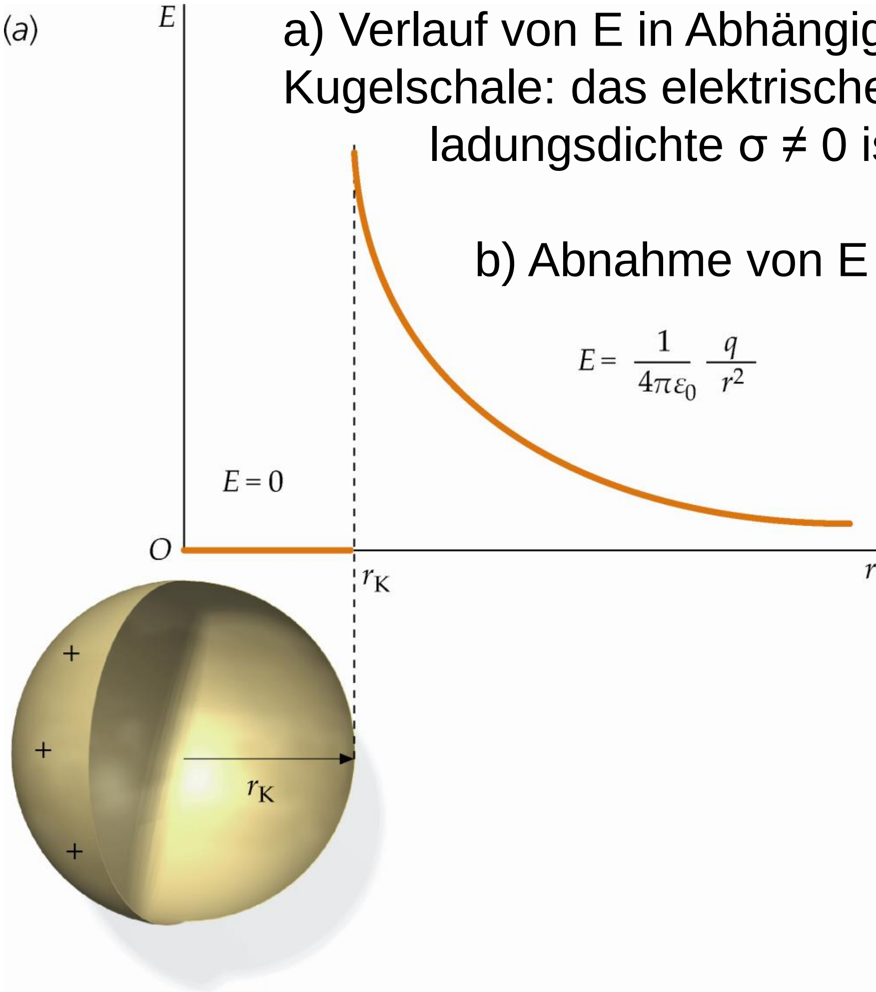
Der Gesamtfluss von ***E*** durch diese Kugelfläche ist das Produkt aus ***E*** $_n$ und dem Flächeninhalt der Kugel:

$$\Phi_{el} = E_n(4\pi r_K^{\ 2}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r_K^{\ 2}} \cdot (4\pi r_K^{\ 2}) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

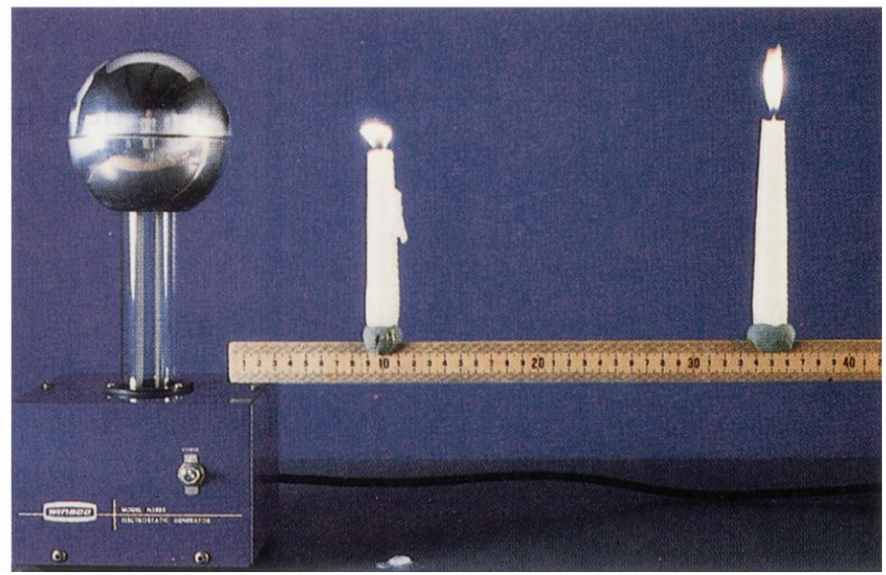
Ladungsverteilung einer Kugelschale

a) Verlauf von E in Abhängigkeit von r für die Ladungsverteilung einer Kugelschale: das elektrische Feld ist bei r_K unstetig, wo die Oberflächenladungsdichte $\sigma \neq 0$ ist.

b) Abnahme von E mit wachsender Entfernung r von der negativ geladenen Kugelschale

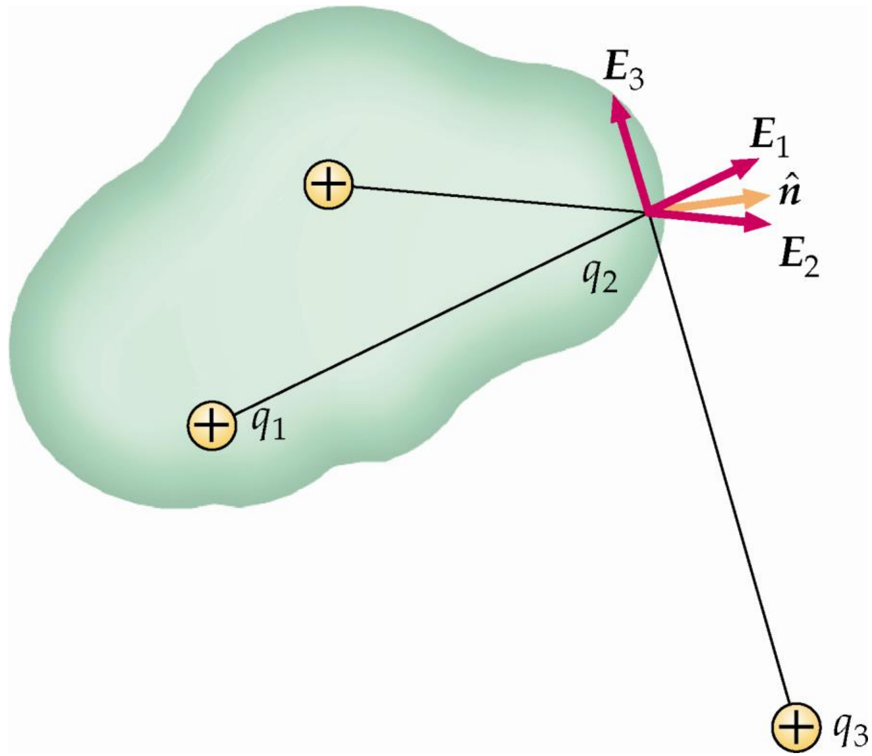


(b)



Das Gaußsche Gesetz

Eine Fläche, die die Punktladungen q_1 und q_2 einschließt, aber nicht die Ladung q_3. Der Gesamtfluss aus dieser Fläche heraus ist $(q_1 + q_2)/\varepsilon_0$.



Das Gaußsche Gesetz:

Der Gesamtfluss durch irgendeine geschlossene Fläche nach außen ist gleich dem Produkt von $1/\varepsilon_0$ multipliziert mit der durch die Fläche eingeschlossene Gesamtladung:

$$\Phi_{el} = \oint_A E \cdot dA = \oint_A E_n \cdot dA = \frac{q_{innen}}{\varepsilon_0}$$

Das elektrische Feld in einem Leiter

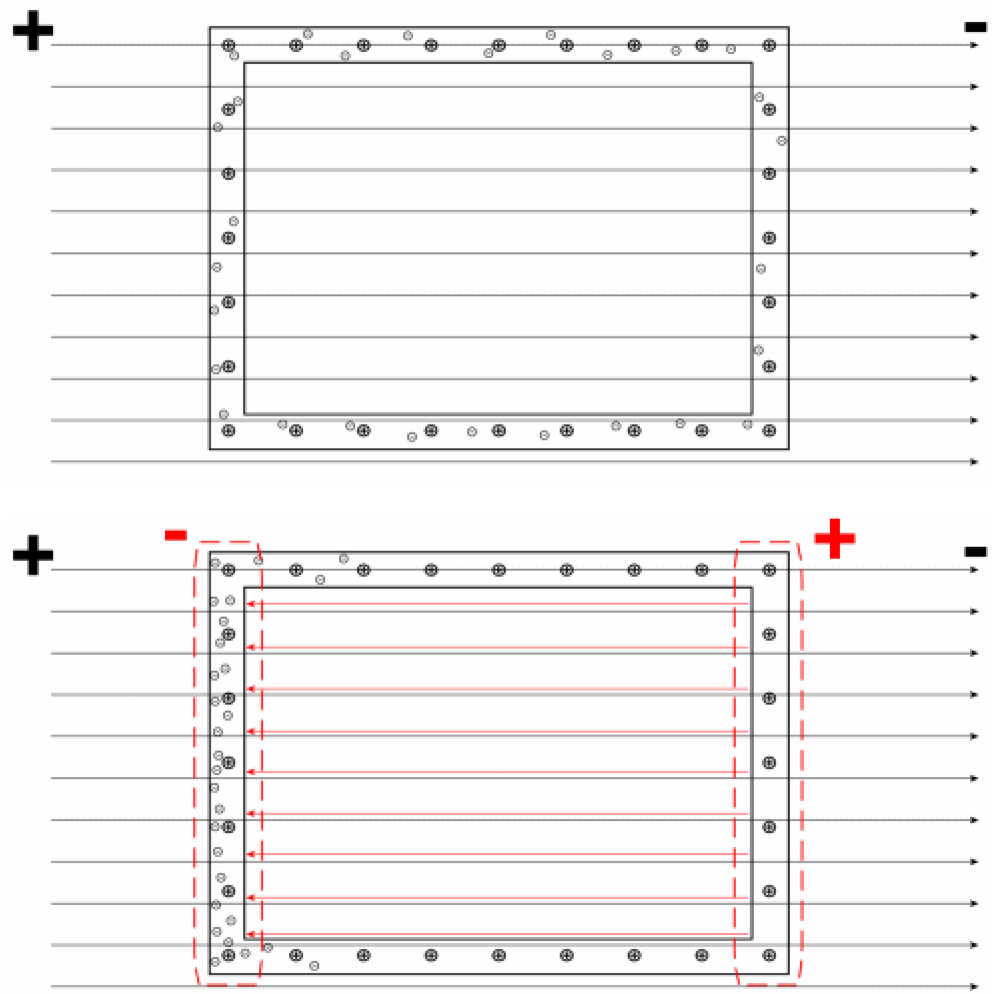
Das elektrische Feld im Inneren eines Leiters ist immer gleich null.

Wenn ein Leiter in ein elektrisches Feld platziert wird, erfolgt eine Ladungs-trennung durch Influenz.

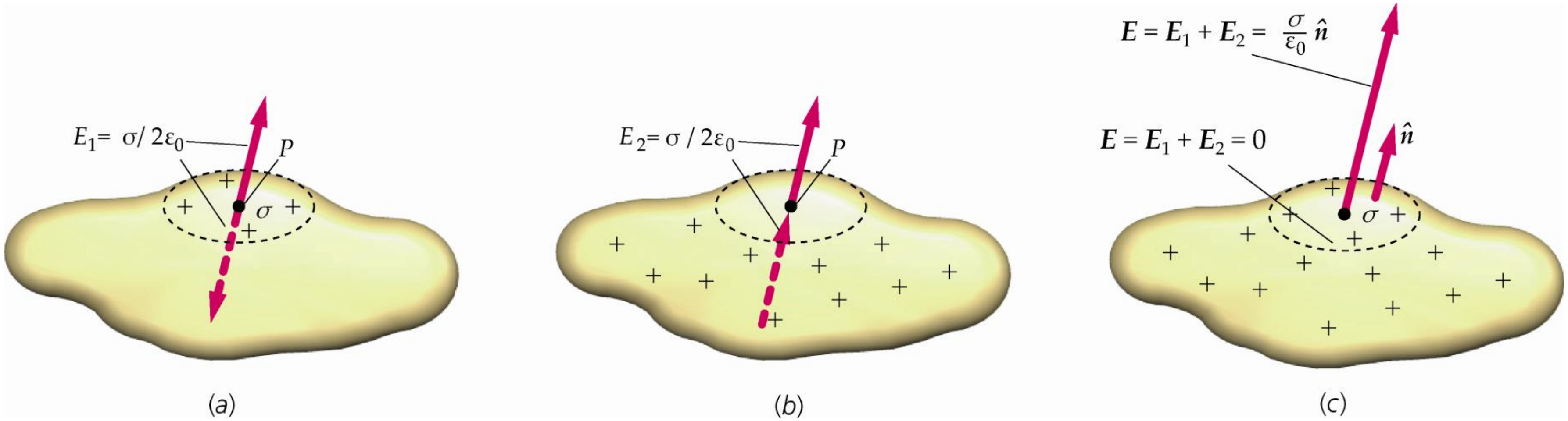
Dadurch entsteht ein elektrisches Feld in dem Leiter, das dem äußeren elek-trischen Feld entgegengesetzt ist.

Die beiden elektrischen Felder heben sich gegenseitig auf, das resultierende Feld im Inneren des Leiters ist null.

Das trifft auch auf Hohlkörper zu.



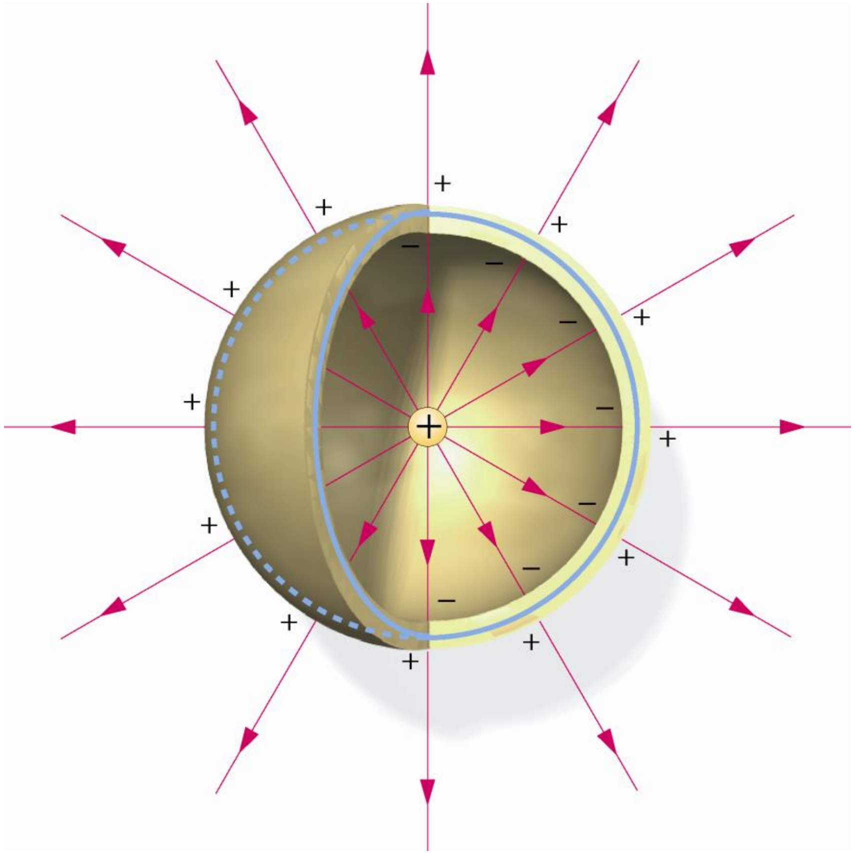
Ladung und Feld auf Leiteroberflächen



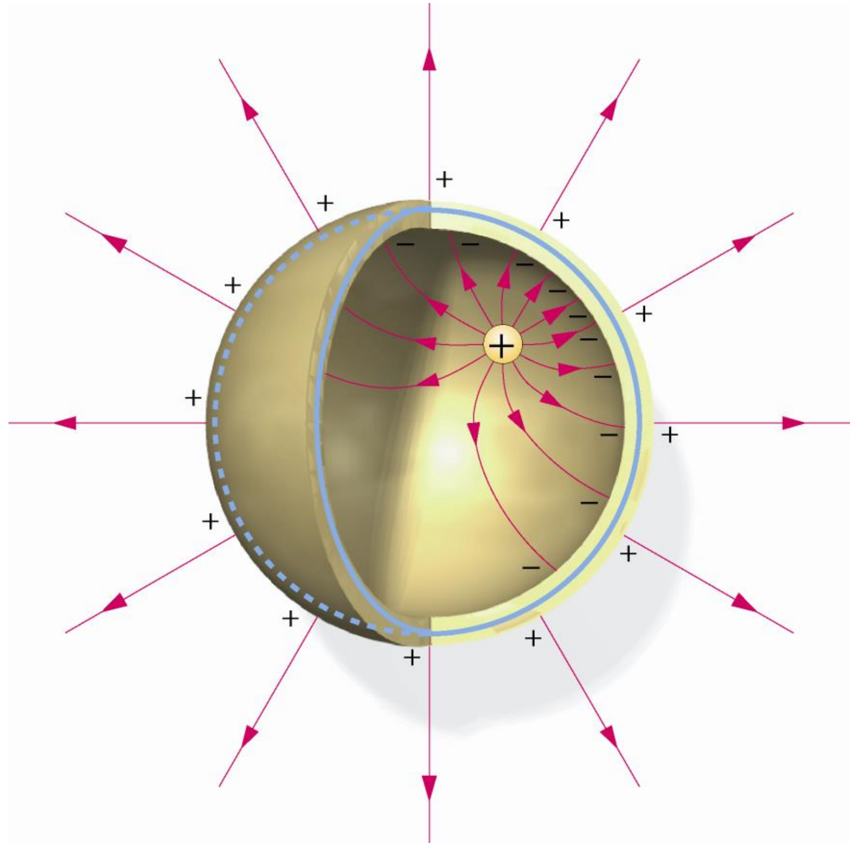
Ein beliebig geformter Leiter trägt eine Ladung auf seiner Oberfläche.
a) Die Ladungsverteilung in der Umgebung des Punktes P sieht aus wie eine kleine homogen geladene Kreisscheibe der Größe $\sigma/(2\varepsilon_0)$.
b) Da das Gesamtfeld im Inneren des Leiters gleich null ist, muss der Rest der Ladungen auf der Leiteroberfläche ein nach außen gerichtetes Feld der Größe $\sigma/(2\varepsilon_0)$ erzeugen.
c) Innerhalb der Fläche heben sich die Felder auf, aber außerhalb addieren sie sich zu

$$\mathbf{E_n = \sigma / \varepsilon_0}$$

Ladung und Feld auf Leiteroberflächen



Eine Punktladung ***q*** im Mittelpunkt einer leitenden Kugelschale endlicher Dicke.



Die Punktladung wurde aus dem Mittelpunkt der Kugel verschoben.

Der Faradaysche Käfig

Der Faradaysche Käfig (auch Faraday-Käfig) ist eine allseitig geschlossene Hülle aus einem elektrischen Leiter (z. B. Drahtgeflecht oder Blech), deren Innenraum dadurch bei tiefen Frequenzen von äußeren elektrischen Feldern oder elektromagnetischen Wellen abgeschirmt ist. Bei sehr hohen Frequenzen, zum Beispiel von Licht oder ionisierender Strahlung wirken andere Mechanismen der Abschirmung.

Der Leiterwerkstoff sorgt aufgrund seines geringen elektrischen Widerstandes (seiner hohen Leitfähigkeit) dafür, dass sich in ihm alle elektrischen Felder und Potential-unterschiede ausgleichen, es gibt also im Inneren kein elektrisches Feld. Ein äußeres elektrisches Feld kann dies nicht ändern.

Das Potenzial

Das Potential oder auch Potenzial (lat.: potentialis, von potentia Macht, Kraft, Leistung) ist in der Physik **die Fähigkeit** eines konservativen Kraftfeldes, **eine Arbeit zu verrichten.**

Es beschreibt die Wirkung eines konservativen Feldes auf Massen oder Ladungen unabhängig von diesen selbst.

Beispiele: Gravitationsfeld

$$d\boldsymbol{E}_{pot} = -\boldsymbol{F} \cdot ds$$ (Kraft mal Verschiebungsvektor)

Elektrisches Feld

$$d\boldsymbol{E}_{pot} = d\boldsymbol{E}_{el} = -q_0 \boldsymbol{E} \cdot ds$$

Daraus ergibt sich die Potenzialdifferenz als Änderung der potenziellen Energie pro Ladungseinheit bei der Verschiebung ds:

$$d\boldsymbol{\Phi} = d\boldsymbol{E}_{el}/q_0 = -\boldsymbol{E} \cdot ds$$

Potenzialänderung

$$d\Phi = \frac{dE_{el}}{q_0} = -E \cdot ds$$

$$\Delta\Phi = \Phi_b - \Phi_a = \frac{\Delta E_{el}}{q_o} = -\int_a^b E \cdot ds$$

Die Potenzialänderung bei einer endlichen Verschiebung einer Ladung von einem Punkt a zu einem Punkt b ist $\Delta\Phi$.

Die Potenzialdifferenz Φ_b - Φ_a ist das Negative der Arbeit pro Ladungseinheit, die das elektrische Feld an einer Probeladung verrichtet, die sich auf einem beliebigen Weg vom Punkt a zum Punkt b bewegt.
Die Funktion **Φ** heißt das elektrische Potenzial und ist ebenso wie das elektrische Feld **E** eine Ortsfunktion. Allerdings ist das Potenzial eine skalare Funktion, während das elektrische Feld **E** eine Vektorfunktion ist.

Elektrische Energie und Potenzial

Das von einem elektrischen Feld **E** auf eine Probe q induzierte Kraftfeld F ist konservativ, das heißt die potentielle Energie E_{el} der Probe im elektrischen Feld ist nur abhängig von der Position x der Probe, nicht aber vom Weg, auf dem die Probe nach x bewegt wurde.

Das bedeutet auch, dass sich das elektrische Feld als Gradient eines elektrostatischen Potentials Φ darstellen lässt. Die potentielle Energie einer Probe im Potential ist also

$$E_{el} = q_0 \cdot \Phi$$

Das Verschwinden des elektrischen Feldes, E = 0, ist gleichbedeutend mit einem konstanten elektrischen Potential, Φ = const.

Der Differenz zweier elektrischer Potentiale entspricht die elektrische Spannung.

$$U = \Phi_2 - \Phi_1$$

Potenzialdifferenz

Von Potentialdifferenz beziehungsweise Potentialunterschied spricht man immer dann, wenn zwei oder mehrere Objekte zueinander unterschiedliche Potentiale besitzen.

Eine Potentialdifferenz ist also ein körperunabhängiges Maß für die Stärke eines Feldes und beschreibt das Arbeitsvermögen eines Objektes in diesem. Entlang von Äquipotentialflächen (Flächen gleichen Potentials) herrscht somit keine Potentialdifferenz. Objekte (Körper, Ladungen) können entlang dieser ohne Arbeitsaufwand verschoben werden.

In der Elektrostatik ist die Potentialdifferenz definiert als elektrische Spannung zwischen zwei isolierten Ladungsträgern (Objekten unterschiedlichen Potentials).

$$U = \Phi_2 - \Phi_1$$

Maßeinheit für das elektrische Potenzial

Das elektrische Potenzial ist die elektrische Energie pro Ladungseinheit. Dafür wurde eine eigene Einheit, das Volt (V) als Joule pro Coulomb eingeführt:

$$1\ V = 1\ J\ /\ C$$

Die Dimension des Potenzials ist das Produkt der Dimensionen des elektrischen Felds und der Länge. Damit ist die Maßeinheit des elektrischen Felds das Volt pro Meter:

$$1\ N\ /\ C = 1\ V\ /\ m$$

Damit kann man die elektrische Feldstärke sowohl als Kraft pro Ladungseinheit als auch als Änderungsrate des Potenzials Φ pro Längeneinheit in einer gegebene Richt-tung ansehen. Die Dimension der Energie ist das Produkt aus der Dimension der Ladung und des elektrischen Potenzials:

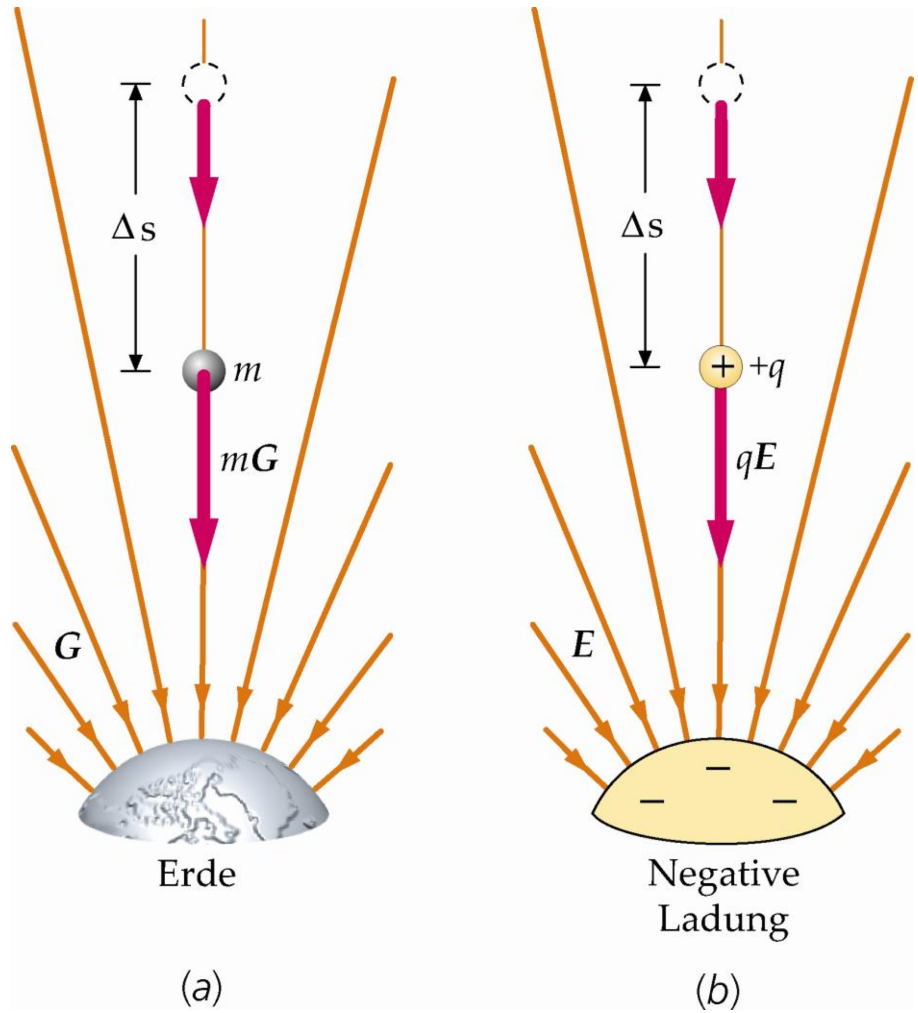
$$1\ eV = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ C \cdot V = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ J$$

Arbeit in Gravitationsfeld und elektrischem Feld

a) Die Arbeit, die das Gravitationsfeld **G** an einer Masse **m** verrichtet, ist gleich der Abnahme der potenziellen Gravitationsenergie.

b) Die Arbeit, die das elektrische Feld **E** an einer Ladung **q** verrichtet, ist gleich der Abnahme der elektrischen Energie.

Das elektrische Feld **E** zeigt in die Richtung, in der das Potenzial **Φ** am schnellsten abnimmt.



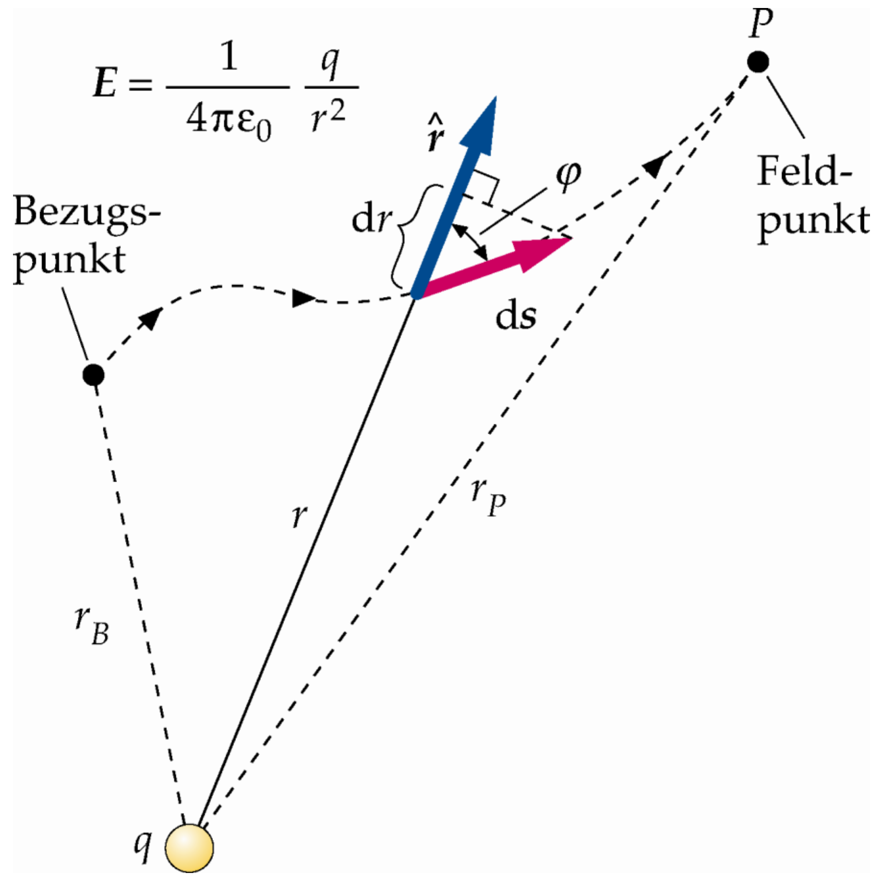
Das Coulomb-Potenzial

$$\Delta\Phi = \Phi_b - \Phi_a = \frac{\Delta E_{el}}{q_o} = -\int_a^b E \cdot ds$$

$$\Phi_P - \Phi_B = -\int_B^P E \cdot ds = -\int_B^P \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} dr$$

$$\Phi_P - 0 = -\int_0^P E \cdot ds = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q \cdot \int_0^P r^{-2} dr$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

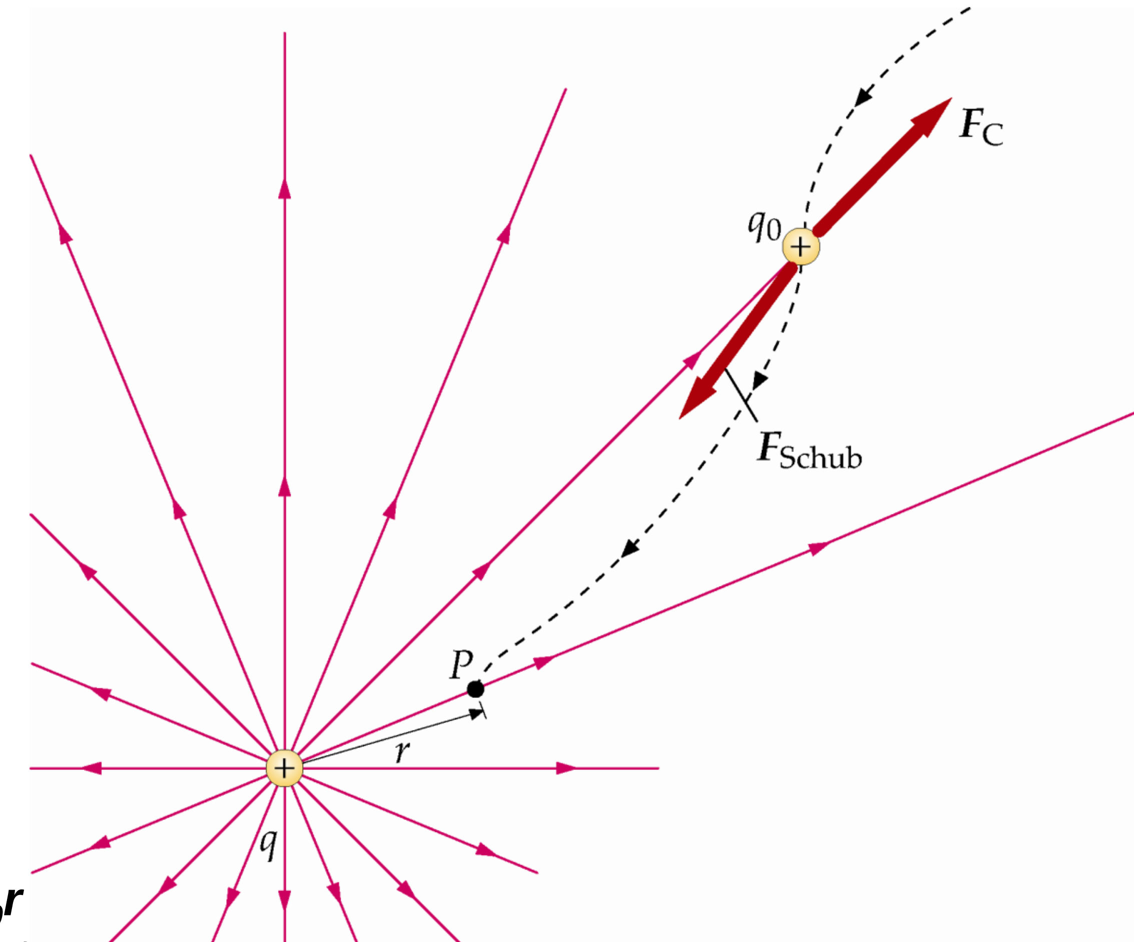


Das Potenzial eines Punktladungssystems

Die Arbeit, die verrichtet werden muss, um eine zu Beginn im Unendlichen ruhende Probeladung q_0 gegen die Coulomb-Abstoßung aus dem Unendlichen zu einem Punkt P zu bringen, ist

$$q_0 \cdot q \,/\, 4\pi\varepsilon_0 r$$

Die Arbeit pro Ladungseinheit ist $q \,/\, 4\pi\varepsilon_0 r$, entspricht also dem elektrischen Potenzial im Punkt P, wenn das Potenzial im Unendlichen gleich null gesetzt wird.
Falls die Probeladung vom Punkt P losgelassen wird, verrichtet das elektrische Feld an ihr die Arbeit $q_0 \cdot q \,/\, 4\pi\varepsilon_0 r$ während sie ins Unendliche beschleunigt.



Die elektrische Energie

Die elektrische Energie eines Systems von Punktladungen ist die Arbeit, die verrichtet werden muss, um die Ladungen aus unendlichem Abstand an ihre Ruhelagen zu bringen.

$$E_{el} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2 q_1}{r_{1,2}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_3 q_1}{r_{1,3}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_3 q_2}{r_{2,3}}$$

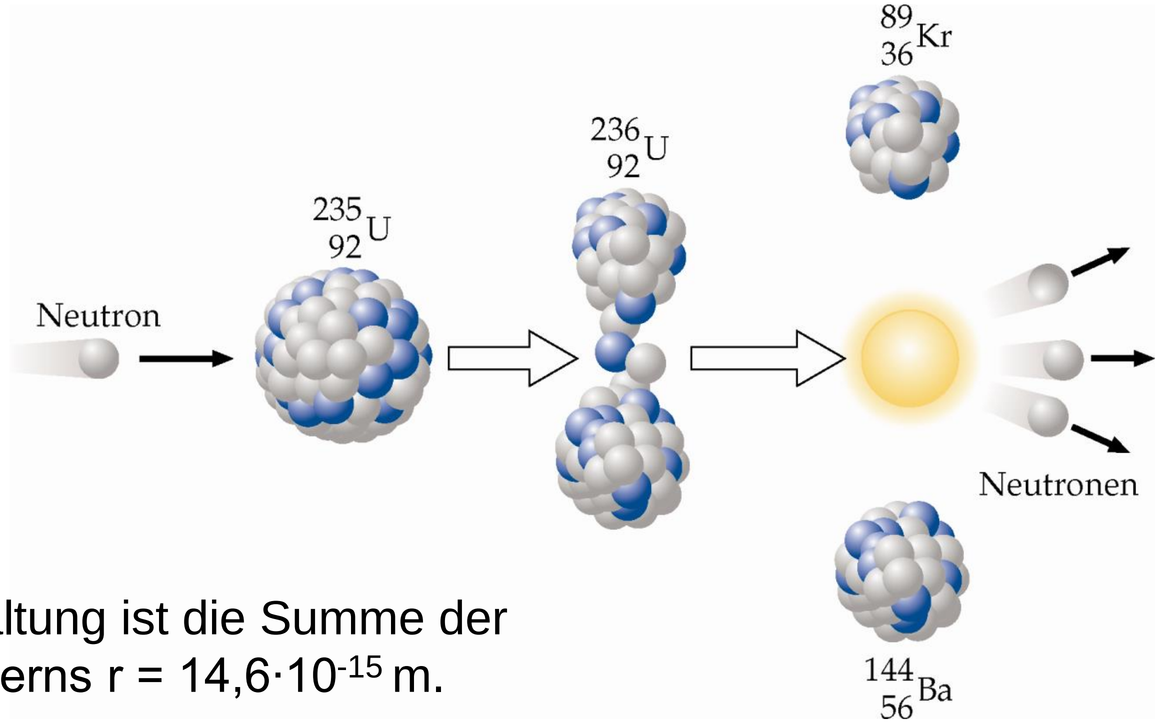
$$E_{el} = \frac{1}{2}\left(q_1\Phi_1 + q_2\Phi_2 + q_3\Phi_3\right)$$

$$E_{el} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \Phi_i$$

Das trifft für beliebige geladene Leiter zu, deren Potenzial $\Phi(\infty) = 0$ ist.

Beispiel: die elektrische Energie einer Kernspaltung

Bei der Kernspaltung fängt ein Atomkern von ^{235}Uran ein Neutron ein und bildet dabei einen instabilen Kern von ^{236}Uran. Dieser wird anschließend in zwei leichtere Kerne gespalten. Dabei werden zwei oder drei Neutronen freigesetzt. Manchmal sind die beiden Spaltungsprodukte ein Bariumkern (Ladung 56e) und ein Kryptonkern (Ladung 36e).



Der Abstand unmittelbar nach der Spaltung ist die Summe der Radien des Barium- und des Kryptonkerns $r = 14{,}6 \cdot 10^{-15}$ m.

Die elektrische Energie des Systems der beiden Ladungen ist:

$$E_{el} = q_1 \cdot q_2 / 4\pi\varepsilon_0 r = e\,(199 \cdot 10^6)\text{ V} = 199\text{ MeV} = 3{,}184 \cdot 10^{-11}\text{ J}$$

Berechnung des elektrischen Feldes aus dem Potenzial

$$d\Phi = -E \cdot ds = -|E| \cos\Theta |ds| = -E_t |ds|$$

$$E_t = -\frac{d\Phi}{|ds|}$$

$$E_x = -\frac{d\Phi(x)}{dx}$$

$$E = -\nabla\Phi$$

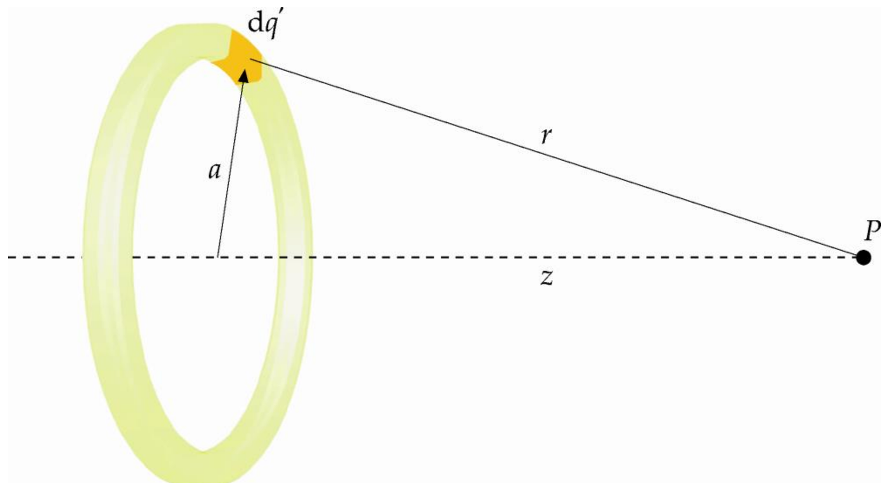
Ein Vektor, der in Richtung der Zunahme der größten Änderung einer skalaren Funktion zeigt und dessen Betrag gleich der Ortsableitung der Funktion in dieser Richtung ist, heißt Gradient der Funktion.

Damit ist das elektrische Feld E gleich dem Negativen des Gradienten des Potenzials Φ. Somit stimmt die Richtung des elektrischen Felds mit der Richtung des stärksten Abfalls des Potenzials mit der Entfernung überein.

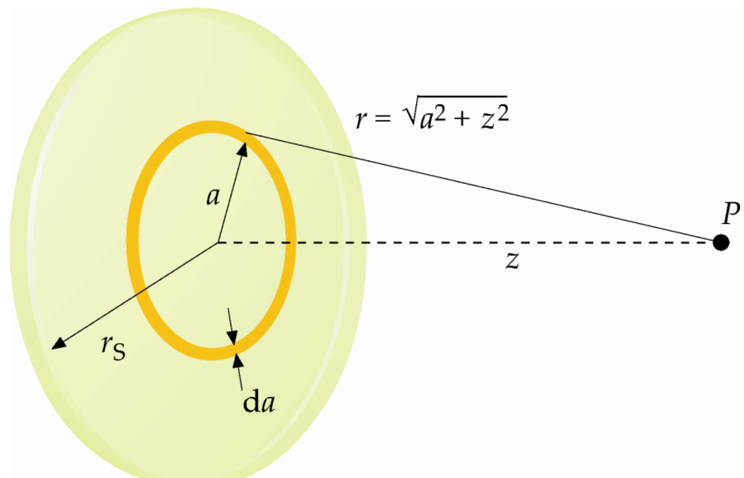
Berechnung des elektrischen Potenzials

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int \frac{dq}{r}$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\sqrt{z^2 + a^2}}$$



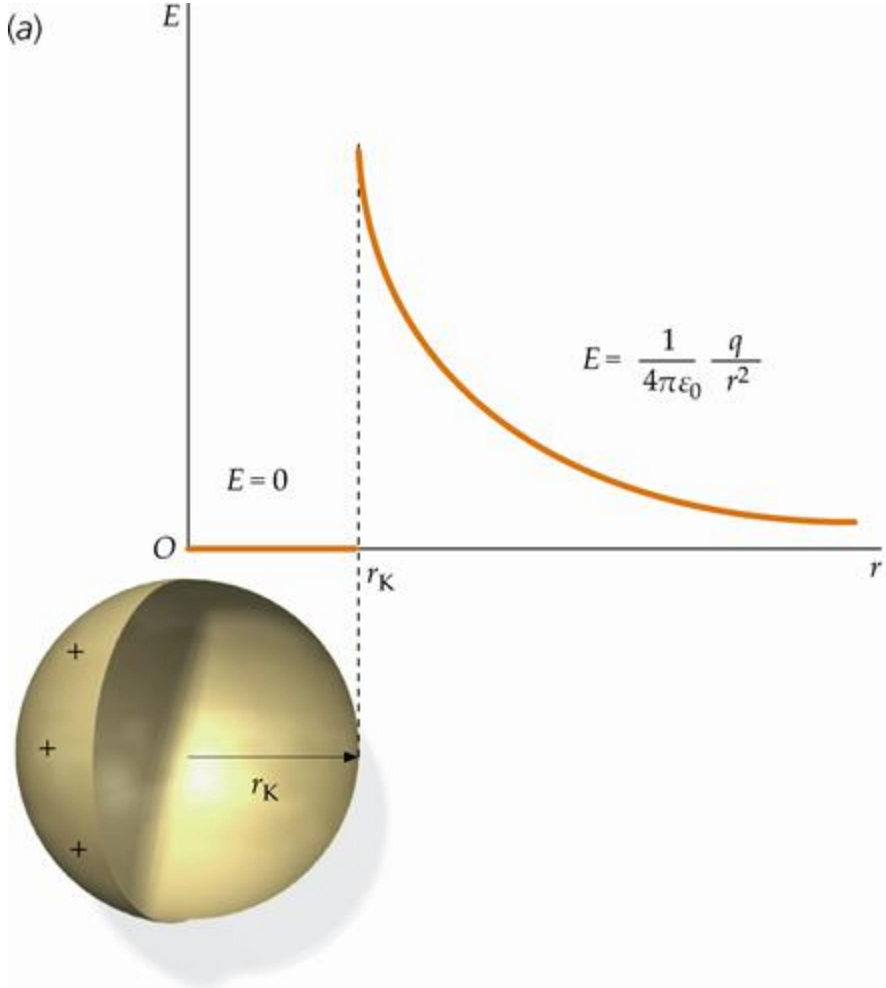
$$\Phi = \frac{1}{2\varepsilon_0} \cdot \sigma \, |z| \left(\sqrt{1 + \frac{r^2{}_S}{z^2}} - 1 \right)$$



Ladungsverteilung einer Kugelschale

a) Verlauf von E in Abhängigkeit von r für die Ladungsverteilung einer Kugelschale: das elektrische Feld ist bei r_K unstetig, wo die Oberflächenladungsdichte $\sigma \neq 0$ ist.

b) Abnahme von E mit wachsender Entfernung r von der negativ geladenen Kugelschale

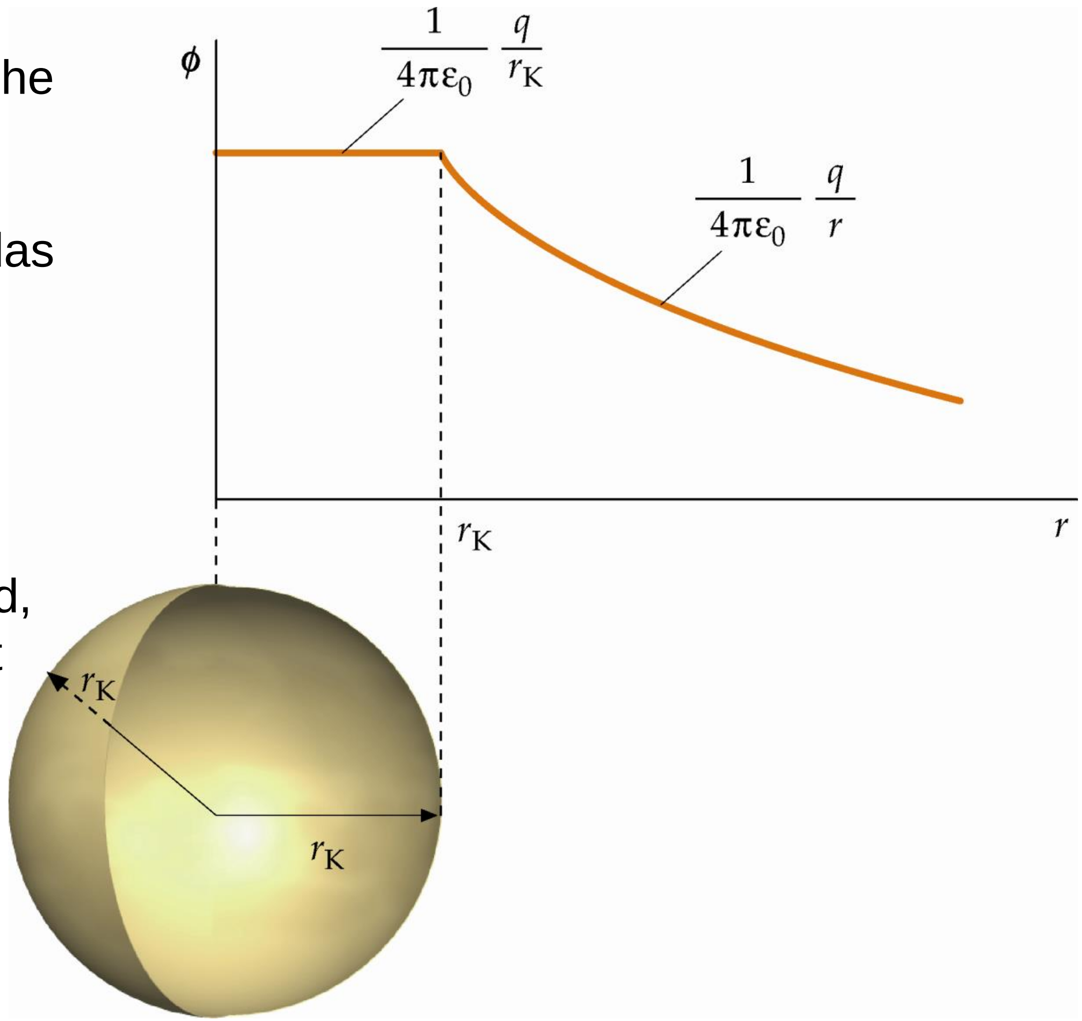


Potenzial innerhalb und außerhalb einer Kugelschale

Innerhalb der Kugelschale ist das elektrische Feld überall gleich null.

Allerdings bedeutet das nicht, dass auch das Potenzial gleich null ist. Es bedeutet, dass das Potenzial im Inneren der Kugelschale konstant ist.

Wenn eine Probeladung aus dem Unendlichen bis zur Kugelschale verschoben wird, dann muss die Arbeit $\mathbf{q / 4\pi\varepsilon_0 r_K}$ verrichtet werden. Innerhalb der Kugelschale herrscht kein elektrisches Feld, sodass keine Arbeit zu verrichtet werden braucht, um die Probeladung von einem Punkt zu einem anderen zu bringen.



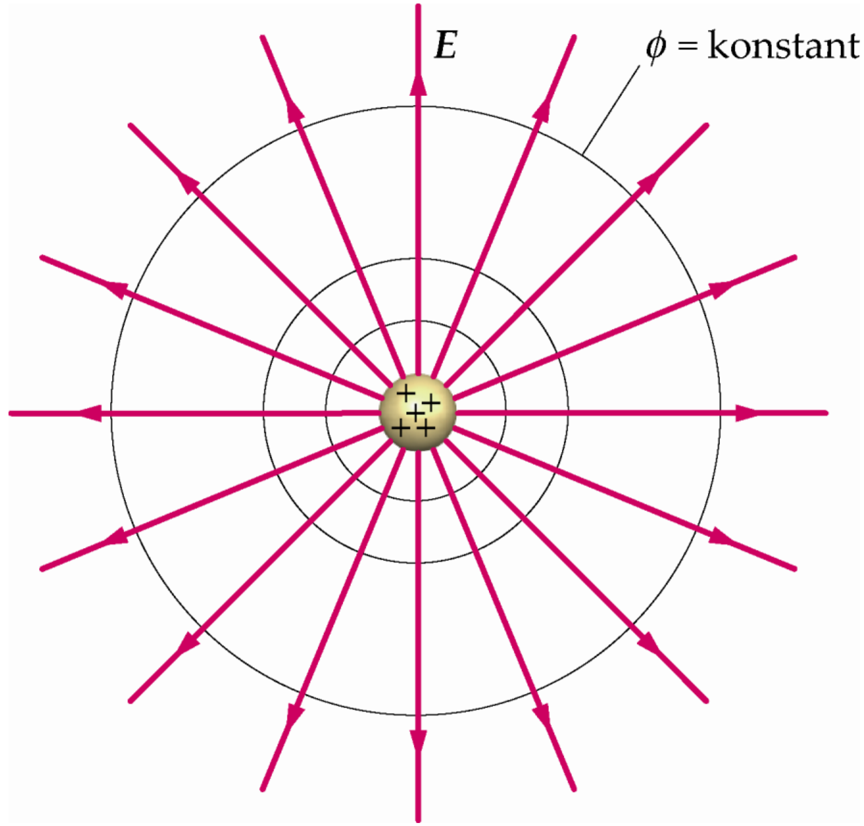
Äquipotenzialflächen

In einer Äquipotenzialfläche hat das Potenzial Φ überall den gleichen Wert.

Alle elektrischen Feldlinien stehen senkrecht auf den Äquipotenzialflächen.

$$d\Phi = -E \cdot dS$$

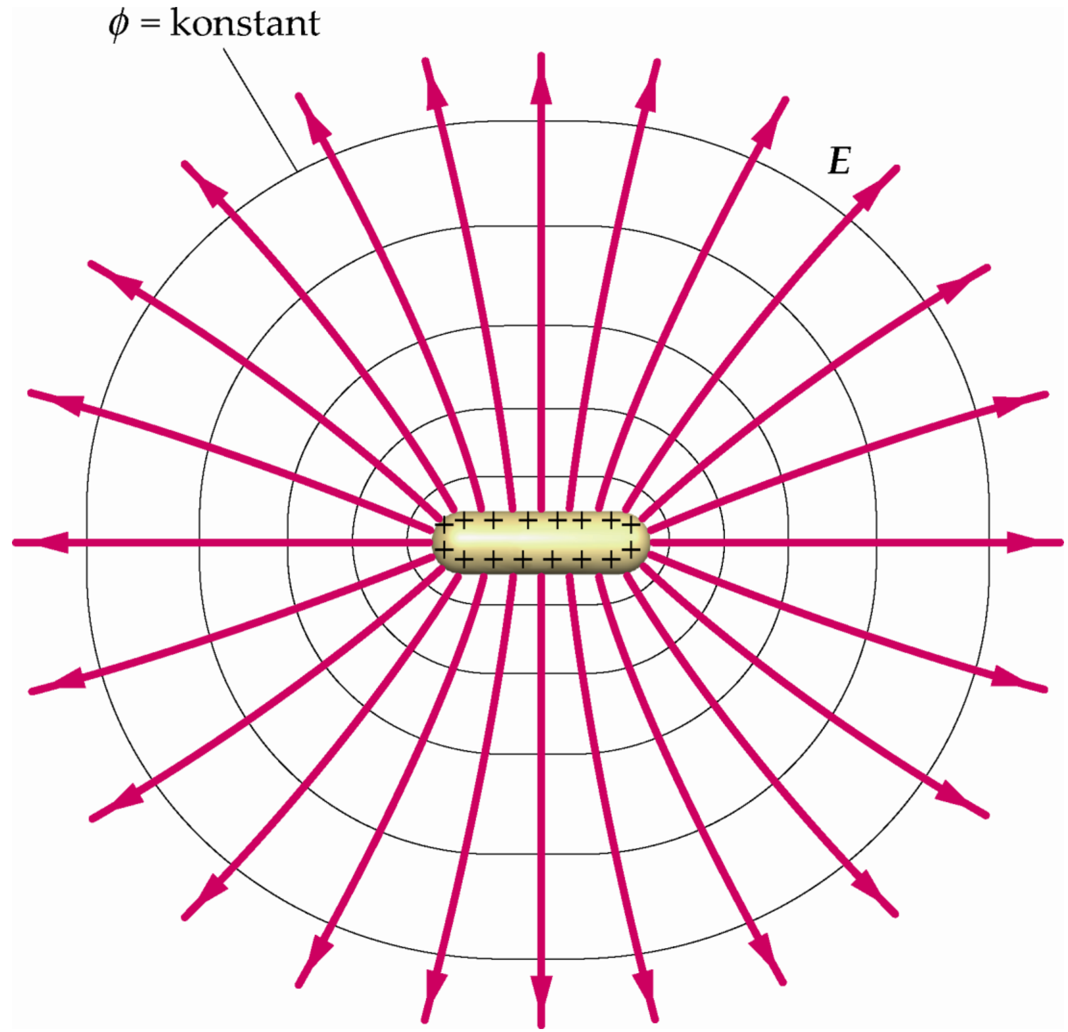
Im Ergebnis ist der Abstand zwischen zwei Äquipotenzialflächen, die sich um eine gegebene Potentialdifferenz ΔΦ an Stellen höherer elektrischer Feldstärke *E* kleiner.



Äquipotenzialflächen

Äquipotenzialflächen und elektrische Feldlinien außerhalb eines länglichen Leiters.

Auch hier stehen alle elektrischen Feldlinien senkrecht auf den Äquipotenzialflächen.



Potenzialdifferenz

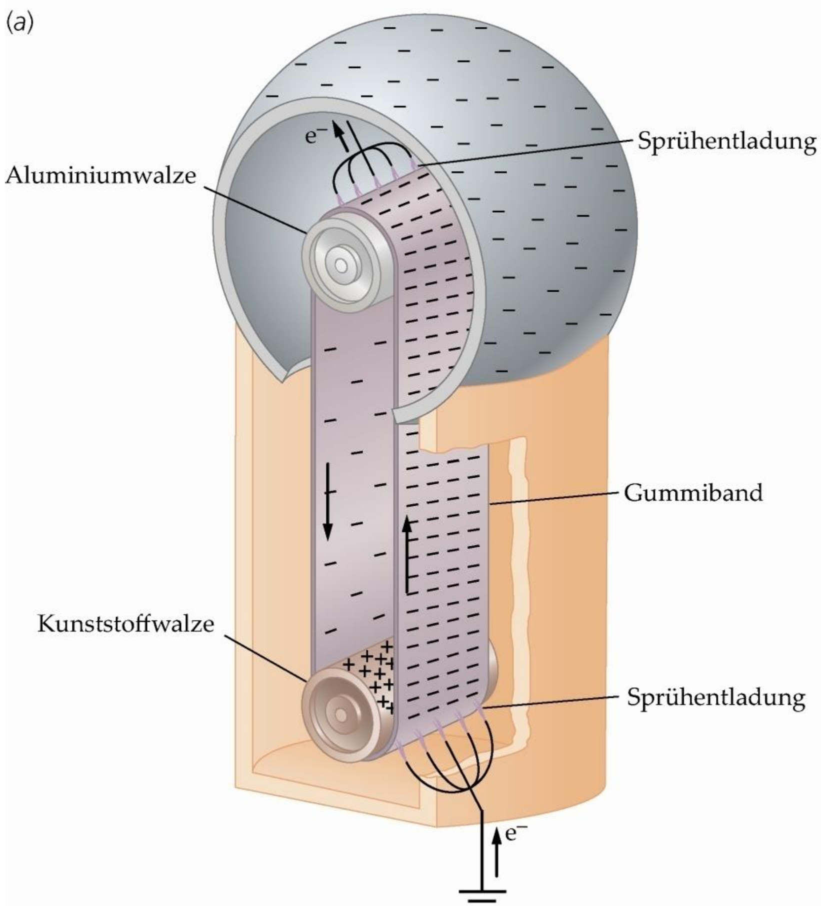
Von Potentialdifferenz beziehungsweise Potentialunterschied spricht man immer dann, wenn zwei oder mehrere Objekte zueinander unterschiedliche Potentiale besitzen.

Eine Potentialdifferenz ist also ein körperunabhängiges Maß für die Stärke eines Feldes und beschreibt das Arbeitsvermögen eines Objektes in diesem. Entlang von Äquipotentialflächen (Flächen gleichen Potentials) herrscht somit keine Potentialdifferenz. Objekte (Körper, Ladungen) können entlang dieser ohne Arbeitsaufwand verschoben werden.

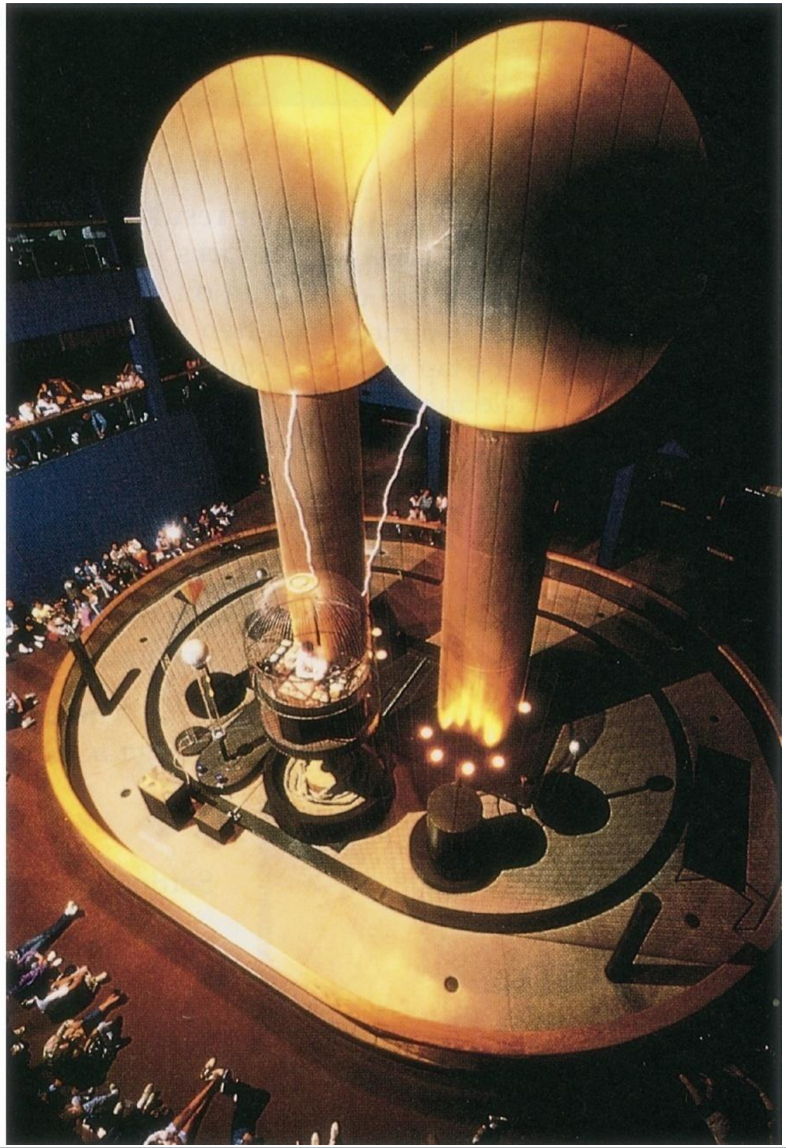
In der Elektrostatik ist die Potentialdifferenz definiert als elektrische Spannung zwischen zwei isolierten Ladungsträgern (Objekten unterschiedlichen Potentials).

$$U = \Phi_2 - \Phi_1$$

Van-de-Graaff-Generator



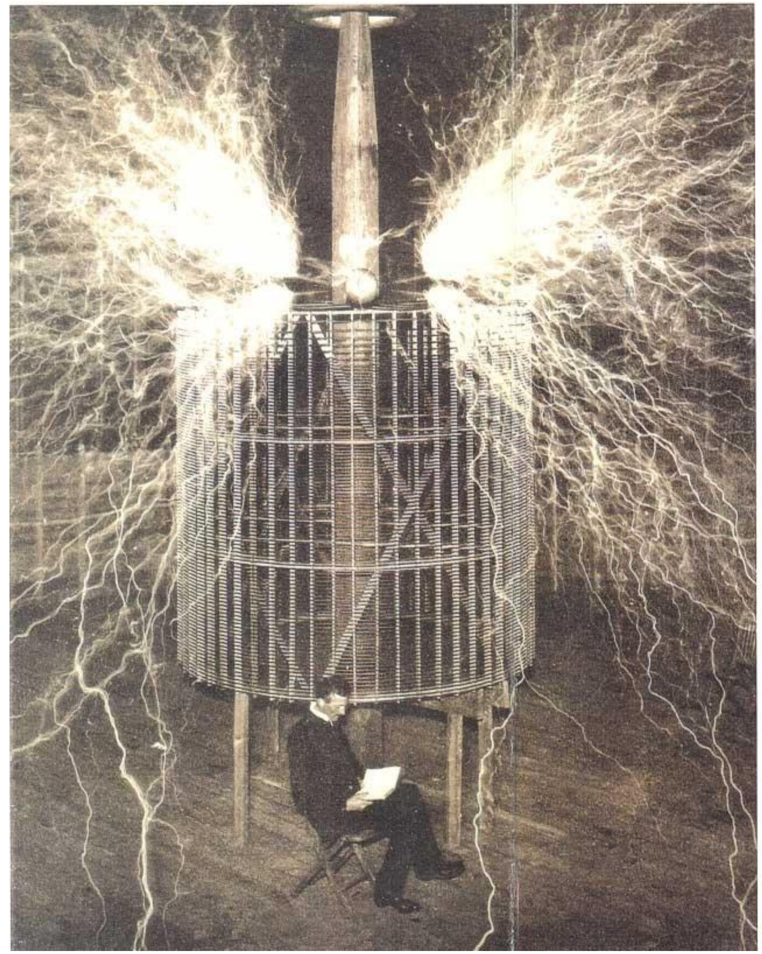
(b)



Spannungsdurchschlag

Wird an einen Isolator eine Spannung angelegt, die höher ist als die Durchschlagsfestigkeit bzw. Durchschlagspannung, so kommt es zu einem elektrischen Durchschlag, auch Spannungsdurchschlag genannt.

Es fließt nun Strom durch den Isolator, verbunden mit einer Ionisation des Isoliermaterials und Plasmabildung. Durch die damit einhergehende Ultraviolettstrahlung werden weitere Elektronen aus dem Material des Isolators herausgeschlagen und stehen dann zur Stromleitung zur Verfügung. Durch die Ionisation wird der Isolator zum elektrischen Leiter.



Durchschlagsfestigkeit

Die Durchschlagfestigkeit (meist angegeben in MV/m) eines Isolators ist diejenige elektrische Feldstärke, welche in dem Material höchstens herrschen darf, ohne dass es zu einem Spannungsdurchschlag (Funke) kommt.

Die Durchschlagsfestigkeit E eines Isolationswerkstoffes entspricht der elektrischen Feldstärke, sie wird dementsprechend auch als Durchschlagsfeldstärke bezeichnet. Sie ist die Durchschlagspannung U bezogen auf die Dicke l der Isolation:

$$E = \frac{U}{l}$$

Materialwerte für Durchschlagsfestigkeit

Die angegeben Werte stellen Richtwerte dar, da die Durchschlagsfestigkeit von weiteren Parametern, wie der genauen Zusammen-setzung und Reinheit der Werkstoffe und der Zeit der Einwirkung der Spannung abhängt. Bei Luft und anderen Werkstoffen hängt sie insbesondere von der Feuchte ab.

Bei vielen Stoffen ist die Durchschlag-spannung nicht proportional zur Dicke, da es insbesondere bei Gleichspannung zu inhomogener Feldverteilung kommen kann. Daher besitzen dünne Folien höhere Duchschlagsfestigkeiten als große Materialdicken.

Material	Durchschlags-festigkeit [MV/m]
Luft	≤ 2 bis 3,3
Porzellan	30…35
Glas, Emaille	10
Quarzglas	40
Aluminiumoxid	35
Polycarbonat	25…35
Polyester	25 bis ≥ 150
Plexiglas	35…40
FR4	40
Polypropylen	bis 100
Polystyrol	55…135
Isolieröl	4…20
Polyvinylchlorid	30…50
ABS	bis 120
Polyoxymethylen	bis 120
Glimmer	25…42

Spannungsdurchschlag im Vakuum

Auch in Vakuum kann ein elektrischer Durchschlag zwischen zwei benachbarten metallischen Leitern mit hoher Potentialdifferenz auftreten. Da im Vakuum kein Isolationsmaterial zwischen den Leitern vorhanden ist, das ionisiert werden könnte, wird der Durchschlag von Elektronen eingeleitet, die die Potentialbarriere (Austrittsarbeit) aus dem Metall zufolge der hohen elektrischen Feldstärke zwischen den Leitern überwinden (Feldemission). Diese Energien liegen bei Kupfer bei etwa 4,5 eV – dies entspricht elektrischen Feldstärken von ungefähr 1000 MV/m. Dies ist eine obere Grenze und nur bei ideal glatten Oberflächen des elektrischen Leiters der Fall. Praktisch treten durch kleine Unebenheiten in der Metalloberfläche lokal sehr hohe elektrische Feldstärken auf, während sich die mittlere Feldstärke im Bereich von nur 10 MV/m bewegt. Dadurch kann es schon bei niedrigeren Feldstärken zur Elektronenemission kommen.

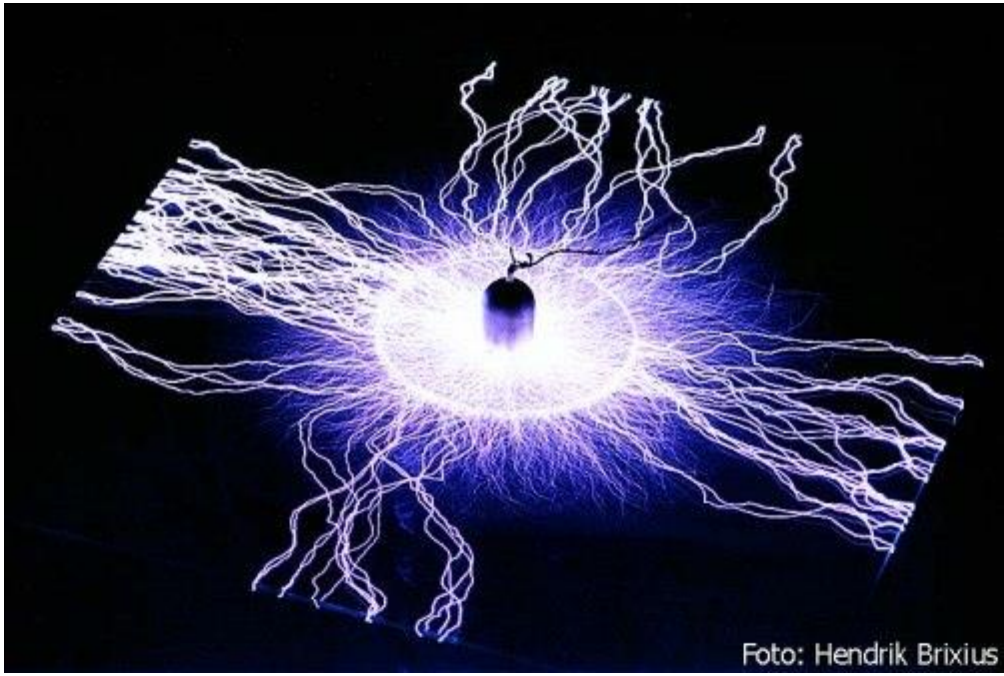


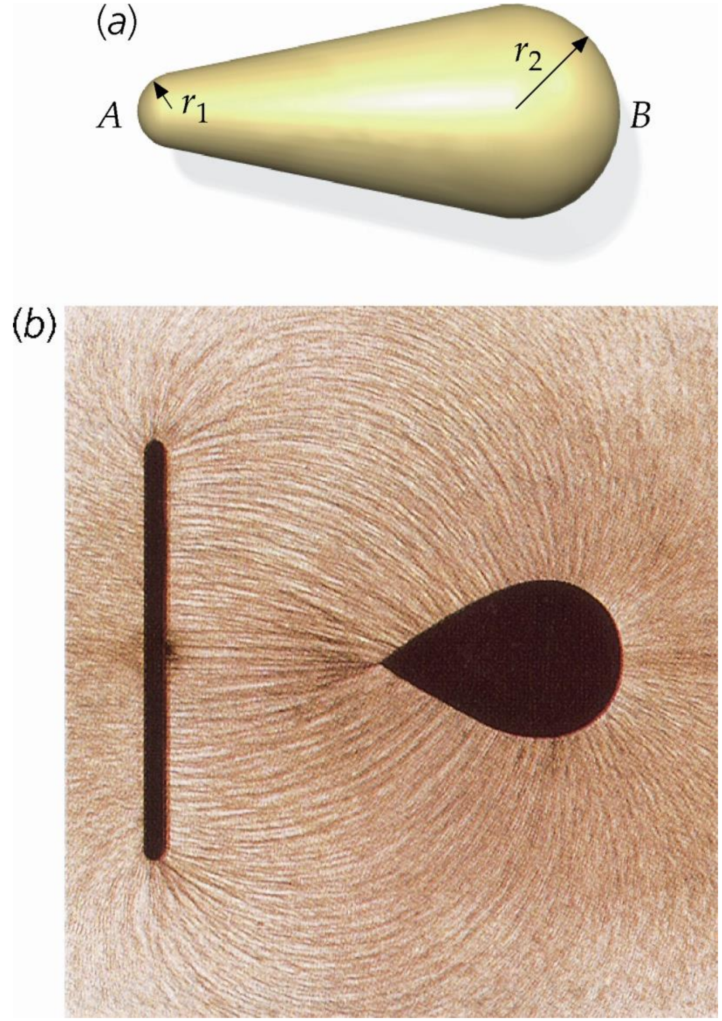
Foto: Hendrik Brixius

Der dielektrische Durchschlag von einer geladenen Kugel

Das Potenzial einer Kugel mit dem Radius r ist: $\boldsymbol{\Phi = q / 4\pi\varepsilon_0 r}$. Da eine Kugel den Oberflächeninhalt $4\pi r^2$ hat, berechnet sich die Ladung aus: $\boldsymbol{q = \sigma \cdot 4\pi r^2}$. Daraus ergibt sich $\boldsymbol{\Phi = \sigma \cdot r / \varepsilon_0}$. Wenn zwei Kugeln auf dem gleichen Potenzial sind, muss die Kugel mit dem kleineren Radius die größere Oberflächenladungsdichte haben. Die Feldstärke in der Nähe eines Leiters ist: $\boldsymbol{E = \sigma / \varepsilon_0}$. Daraus ergibt sich, dass die elektrische Feldstärke an Punkten mit dem kleinsten Krümmungsradius am größten ist.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad E_{max} = \frac{\sigma_{max}}{\varepsilon_0} \qquad \sigma_{max} = \frac{\text{Ladung}}{\text{Fläche}} = \frac{q_{max}}{4\pi r^2}$$

$$q_{max} = 4\pi r^2 \sigma_{max} = 4\pi r^2 \varepsilon_0 E_{max}$$



Berechnung:
Spannungen am Van-de-Graaff-Generator

Die Kugel eines Van-de-Graaff-Generators hat einen Durchmesser von 60 cm.

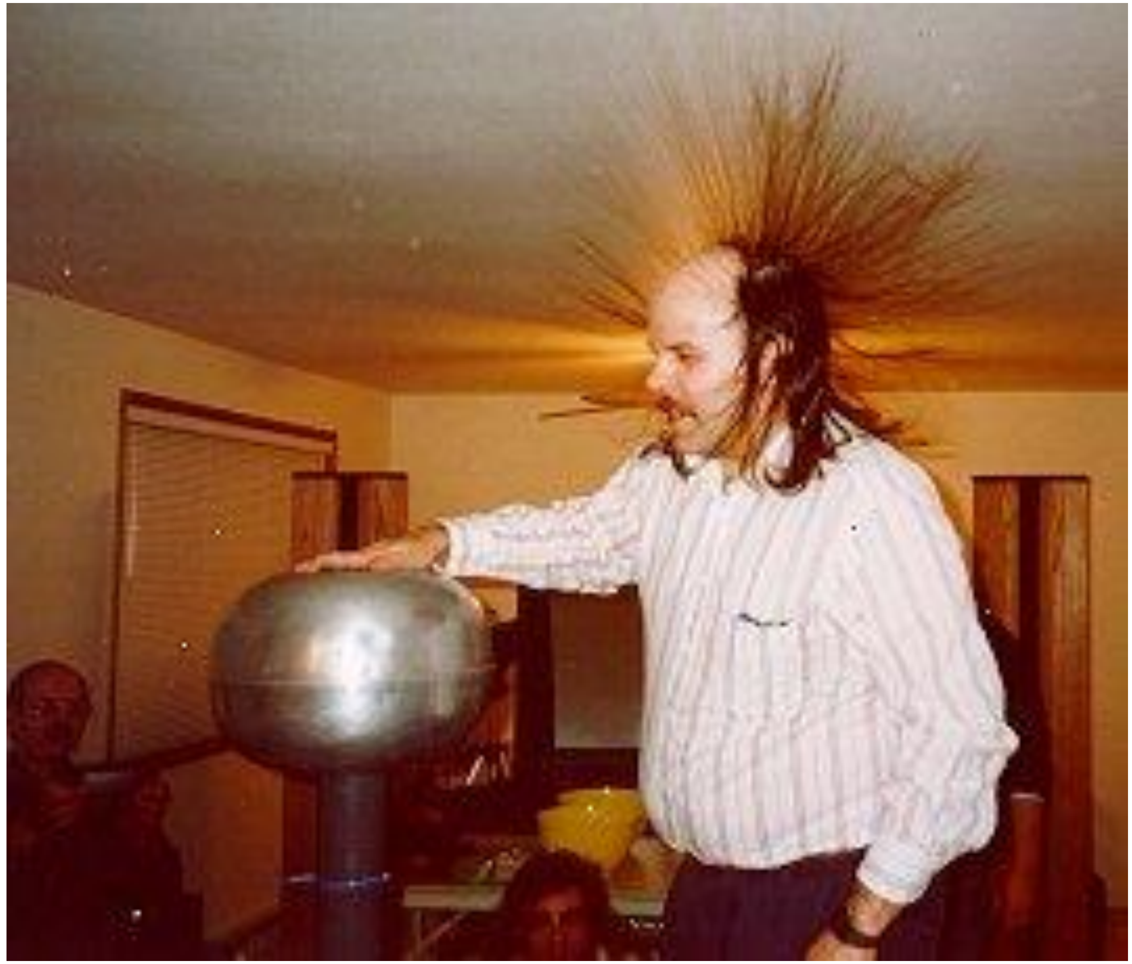
a) Wie hoch kann die Kugelschale maximal aufgeladen werden, bevor es zum Durchschlag durch die Luft kommt (Durchschlagsfestigkeit von Luft etwa 3 MV/m)?

b) Wie hoch ist das maximale Potenzial der Kugelschale?

Antworten:
a) $q_{max} = 3 \cdot 10^{-5}$ C
b) $\Phi_{max} = 9 \cdot 10^{5}$ V

Angenommen die Kugel würde auf ihr maximales Potenzial aufgeladen werden. Wie weit könnte eine geerdete Fläche entfernt sein, bevor es zum Durchschlag kommen würde?

Beispiele: Van-de-Graaff-Generator



Aufgaben

1. Die Kugel eines Van-de-Graaff-Generators hat einen Durchmesser von 60 cm.
   a) Wie hoch kann die Kugelschale maximal aufgeladen werden, bevor es zum Durchschlag durch die Luft kommt (Durchschlagsfestigkeit von Luft etwa 3 MV/m)?
   b) Wie hoch ist das maximale Potenzial der Kugelschale?

2. Die Van-de-Graaff-Generatoren für Schulexperimente haben aus Sicherheitsgründen nur einen Durchmesser von höchstens 30 cm.
   Berechnen Sie die maximale Ladung und das Potenzial eines kleinen Van-de-Graaff-Generators mit einem Kugeldurchmesser von 30 cm.

3. Wie klein kann der Radius einer leitenden Kugel gewählt werden, die auf ein Potenzial von 10,0 kV aufgeladen werden soll, damit das elektrische Feld in der Nähe der Kugel die Durchschlagsfestigkeit von Luft (etwa 3 MV/m) nicht übersteigt?

Aufgaben

4. Der Metallelektrodenkugel eines Van-de-Graaf-Generators wird durch ein Band mit einer Rate von 200 µC/s Ladung zugeführt. Zwischen dem Band und der Kugel herrscht eine Potenzialdifferenz von 1,25 MV. Die Kugel gibt mit derselben Rate Ladung an die Umgebung ab, sodass die Potenzialdifferenz von 1,25 MV erhalten bleibt. Mit welcher Leistung muss das Band mindestens angetrieben werden?

5. Ein kugelförmiger Leiter mit dem Radius r_1 wird auf 20 kV aufgeladen. Anschließend wird er über einen langen, dünnen leitenden Draht mit einer weit entfernten zweiten leitenden Kugel verbunden. Dabei fällt sein Potenzial auf 12 kV. Wie groß ist der Radius der zweiten Kugel?

6. Wie groß ist das elektrische Potenzial von einem Proton im Abstand $r_0=0{,}529 \cdot 10^{-10}$ m (dem durchschnittlichen Abstand zwischen dem Proton und dem Elektron in einem Wasserstoffatom)? Welche elektrische Energie haben das Elektron und das Proton in diesem Abstand?

Literatur und Quellen

Paul A. Tipler, Gene Mosca: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Spektrum Akademischer Verlag, August 2009

http://de.wikipedia.org/

TECHNISCHE HOCHSCHULE DEGGENDORF

Technische Hochschule Deggendorf – Edlmairstr. 6 und 8 – 94469 Deggendorf