

Travaux dirigés 2
Statistique décisionnelle
CIIDBD S7 : 2025-2026

Exercice 1 :

On admet que la durée de vie de lampes fluorescentes produites par un fabricant peut être présentée par une variable aléatoire normal X de moyenne m et d'écart-type σ qui sont inconnus et on se propose de les estimer à partir d'un échantillon de taille n de X . Les durées de vie observées de 9 ampoules ont été, en heurs, les suivantes : 8850, 9330, 10250, 8940, 9130, 7720, 8250, 7380, 9110

1. Donner les estimateurs habituels de m et de σ^2 , indiquer leurs propriétés.
2. Donner les estimateurs de m et de σ^2 aux quelles les observations précédentes vous conduisent
3. Donner un intervalle de confiance au niveau %95 pour m
4. Le fabricant inscrit sur les boites de lampes " durée de vie des ampoules : 9000 heures", cette affirmation vous semble-t-elle compatible avec le résultat précédente ?
5. On suppose maintenant qu'on veut tester 900 ampoules au lieu de 9 et que l'on a obtenu la même estimations de m et de σ^2 que celle à la question 2, la durée de vie de 900 ampoules semble-t-elle compatible avec le nouvel intervalle de confiance obtenu sur m ?

Exercice 2 :

Un fabricant de boites de conserve veut contrôler la contenance des boites. On suppose que la contenance d'une boite est une v.a.r X de loi normale de moyenne m et d'écart-type σ . Un échantillon de 10 boites donne les contenances (exprimées en grammes) suivantes :

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 490 | 492 | 497 | 502 | 505 | 490 | 495 | 492 | 490 | 497 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

1. Donner un intervalle de confiance de m . et de σ au niveau %90.
2. Le fabricant affirme que les boites ont en moyenne une contenance de 500 g. Donner un intervalle de confiance de σ au niveau %90.

Exercice 3 :

Dans le but d'estimer le poids moyen des grains de blé d'une ferme-laboratoire et qu'on suppose de loi normal, on tire au hasard 10 grains de blé d'un sac contenant un très grand nombre de grains. On obtient les poids suivants en milligrammes : 10 ; 9 ; 10 ; 12 ; 12 ; 9 ; 12 ; 11 ; 10 ; 10.

1. Donner une estimation par intervalle de confiance au niveau 95% de la moyenne théorique du poids des grains de blé.
2. Déterminer un intervalle de confiance pour la variance de cette population

Exercice 4 :

Un confiseur de vend des boites de bonbons d'un modèle. On note X la masse d'une boite plein et qu'on suppose de loi normale. Les pesées de 8 boites ont conduit aux masses (en kg)

| | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.22 | 1.23 | 1.21 | 1.19 | 1.23 | 1.24 | 1.18 | 1.21 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|

1. Donner une estimation par intervalle de confiance de la moyenne au risque $\alpha = 5\%$.
2. Donner une estimation par intervalle de confiance de la moyenne au risque $\alpha = 10\%$.
3. Discuter la sensibilité de l'intervalle de confiance par rapport à une variation du risque d'erreur.
4. On suppose que la variance soit connue et égale à la variance observée, donner pour la moyenne un intervalle de confiance au seuil de confiance de 95% et comparer avec le résultat de 1.
5. Donner pour la variance un intervalle de confiance au risque de 10%

Exercice 5 :

La contenance d'une bouteille de lait est une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne m et d'écart type σ . Les paramètres m et σ sont inconnus. Pour estimer m et σ , il est prélevé un échantillon de taille $n = 25$. Soient $(x_1, x_2, \dots, x_{25})$ les contenances en litres respectives de 25 bouteilles prélevées au hasard dans la production. Ces prélèvements aboutissent à :

$$\sum_{i=1}^{25} x_i = 24,75 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 24,505956$$

1. Estimer m et σ^2
2. Déterminer la réalisation d'un intervalle de confiance au niveau 0,95 pour m .
3. Déterminer un intervalle de confiance pour σ^2 au niveau de confiance 0,95.

Exercice 6 :

On veut évaluer le nombre de truites dans un lac. Pour cela on procède à la pêche de 600 truites que l'on marque, et que l'on rejette à l'eau. Ensuite, on procède à la pêche de 2000 truites parmi lesquelles on trouve 150 truites marquées.

1. Donner une estimation ponctuelle de la proportion des truites marquées p et en déduire le nombre de truites qui vivent dans ce lac.
2. Donner une estimation par intervalle de confiance au niveau 97% de la proportion p et en déduire un intervalle de confiance pour le nombre total de truites qui vivent dans ce lac