

Algorithmie

File de priorité

BOULCH Alexandre

Plan de la séance

File de priorité et HeapSort

Heap Sort

TP

On veut créer une file où les éléments sortent selon une priorité qui leur est donnée (un score).

Il faut donc maintenir la file triée au fur et à mesure qu'on insert des éléments.

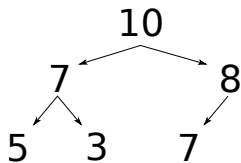
Compromis

- ▶ Accéder en $O(1)$, implique une insertion en $O(N)$
- ▶ Insérer en $O(1)$, implique un accès en $O(N)$

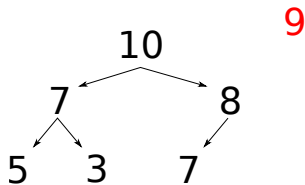
Solution

On fait le choix d'une insertion et un accès en $O(\log N)$. Pour cela, on utilise une structure d'arbre binaire (chaque parents a au plus 2 fils). On construit l'arbre de sorte que chaque parent ait une priorité au moins aussi grande que ses fils.

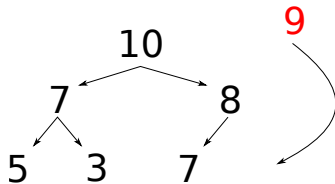
File de priorité : insertion (push)



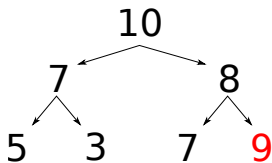
File de priorité : insertion (push)



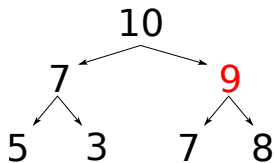
File de priorité : insertion (push)



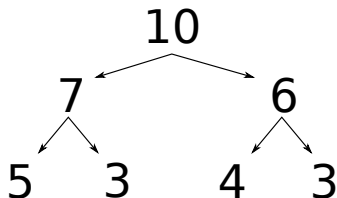
File de priorité : insertion (push)



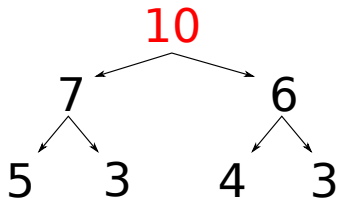
File de priorité : insertion (push)



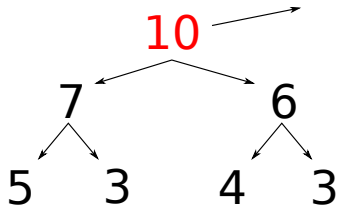
File de priorité : retrait (pop)



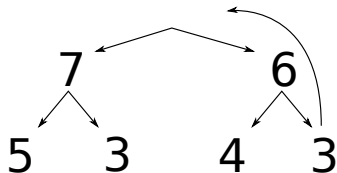
File de priorité : retrait (pop)



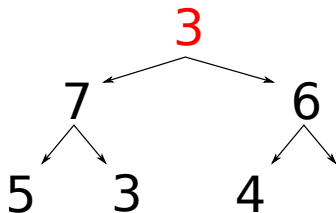
File de priorité : retrait (pop)



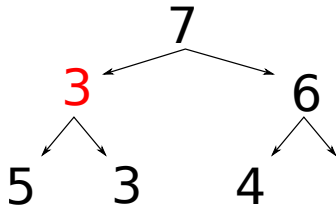
File de priorité : retrait (pop)



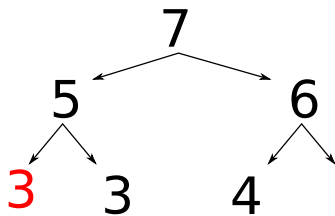
File de priorité : retrait (pop)



File de priorité : retrait (pop)

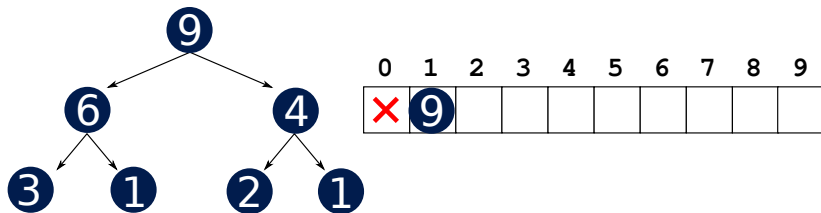


File de priorité : retrait (pop)



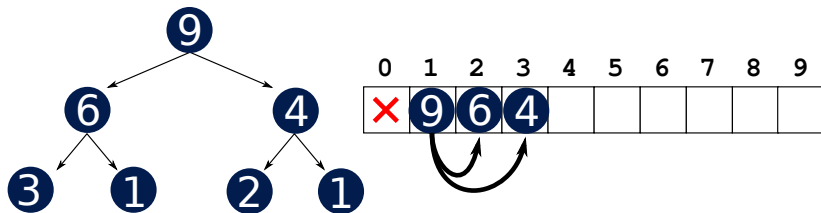
Stockage

On stocke la file de priorité dans un tableau. On commence à l'indice 1, de sorte que les fils du nœud i soient placés à $2i$ et $2i + 1$.



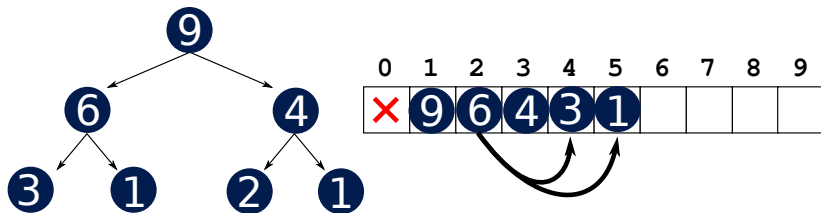
Stockage

On stocke la file de priorité dans un tableau. On commence à l'indice 1, de sorte que les fils du nœud i soient placés à $2i$ et $2i + 1$.



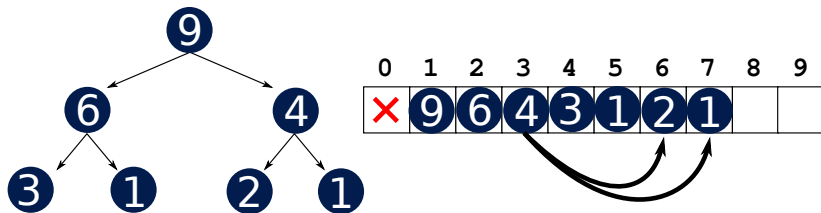
Stockage

On stocke la file de priorité dans un tableau. On commence à l'indice 1, de sorte que les fils du nœud i soient placés à $2i$ et $2i + 1$.



Stockage

On stocke la file de priorité dans un tableau. On commence à l'indice 1, de sorte que les fils du nœud i soient placés à $2i$ et $2i + 1$.



Plan de la séance

File de priorité et HeapSort

Heap Sort

TP

HeapSort

HeapSort remplit une file de priorité et puis retire les éléments un par un.

```
void HeapSort(std::vector<double> &v){  
    FilePriorite f;  
    for(int i=0; i<v.size(); i++){  
        f.push(v[i]);  
    }  
    for(int i=0; i<v.size(); i++){  
        v[i] = f.pop();  
    }  
}
```

Conclusion

HeapSort est un tri en $O(N \log N)$ dans tous les cas. Cependant en comparaison à QuickSort, il utilise plus de mémoire et est plus long en moyenne.

En pratique c'est QuickSort le plus utilisé.

Complexités à retenir

- ▶ Tri : $O(N \log N)$
- ▶ Recherche dans un tableau trié : $O(\log N)$
- ▶ Recherche dans un tableau non trié : $O(N)$

Plan de la séance

File de priorité et HeapSort

Heap Sort

TP

TP

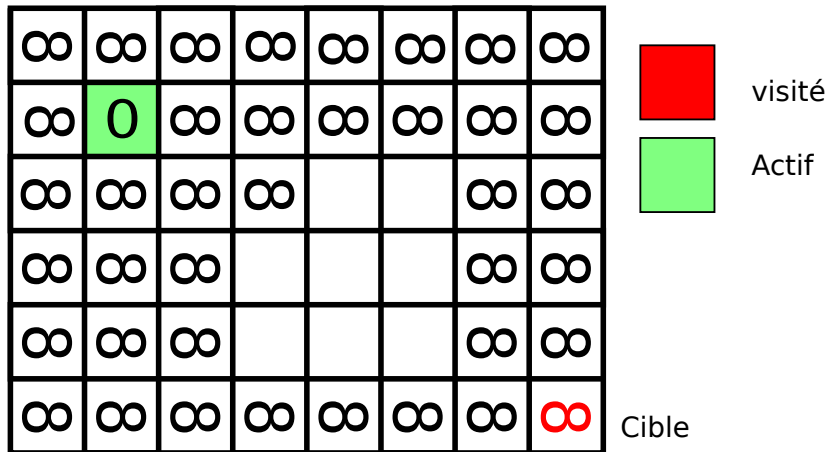
Deux parties :

- ▶ Implémentation
- ▶ Application au fast marching

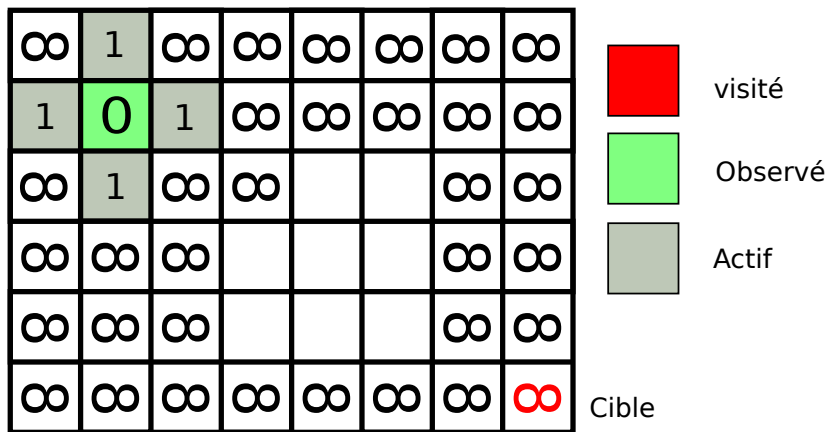
Algorithme de Dijkstra

L'algorithme de Dijkstra calcul les plus courts chemins dans un graphe.

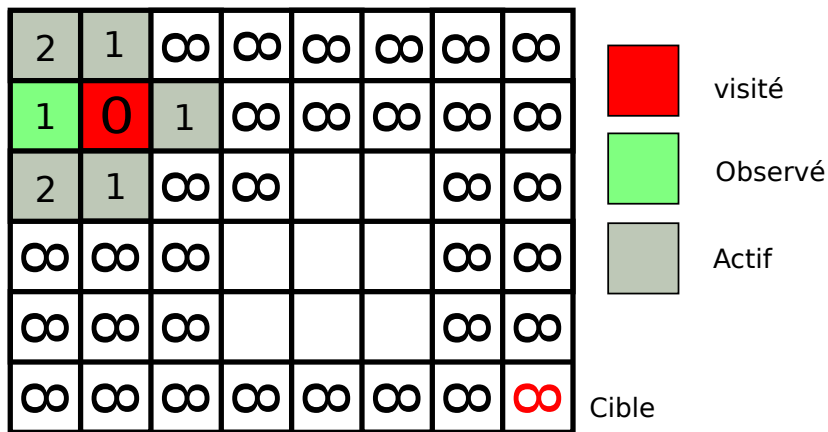
Algorithme de Dijkstra



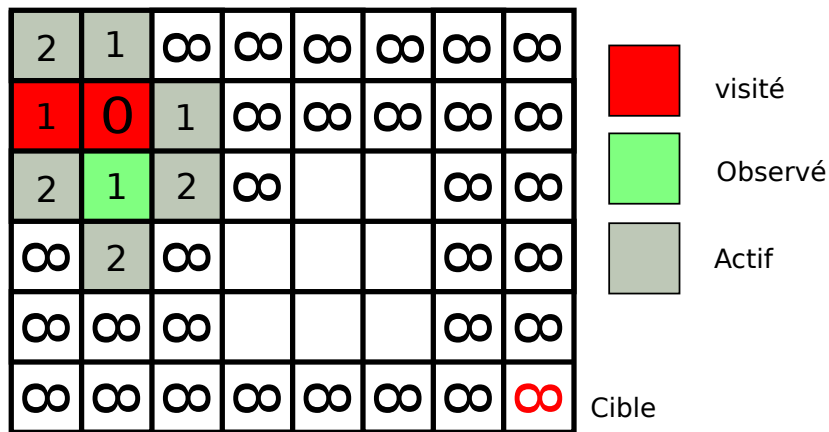
Algorithme de Dijkstra



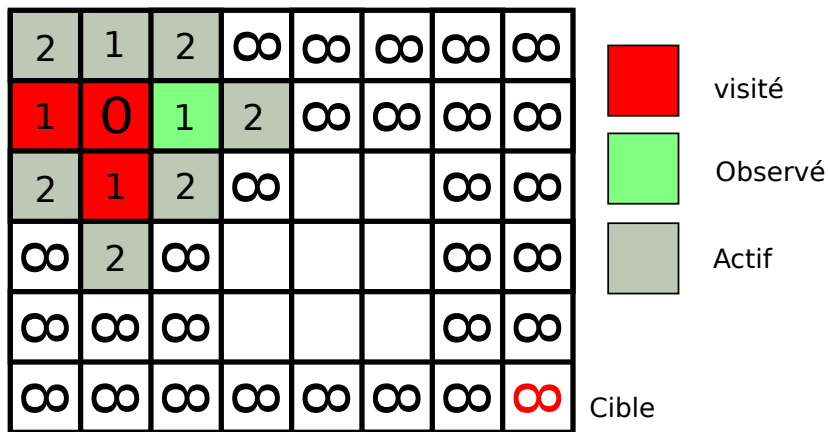
Algorithme de Dijkstra



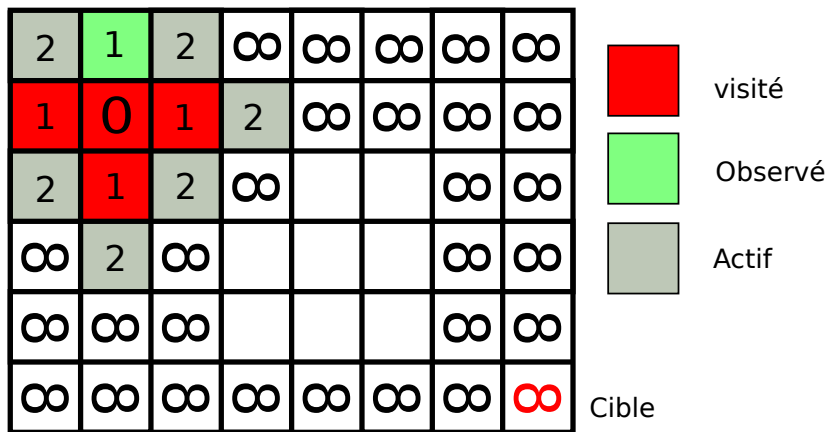
Algorithme de Dijkstra



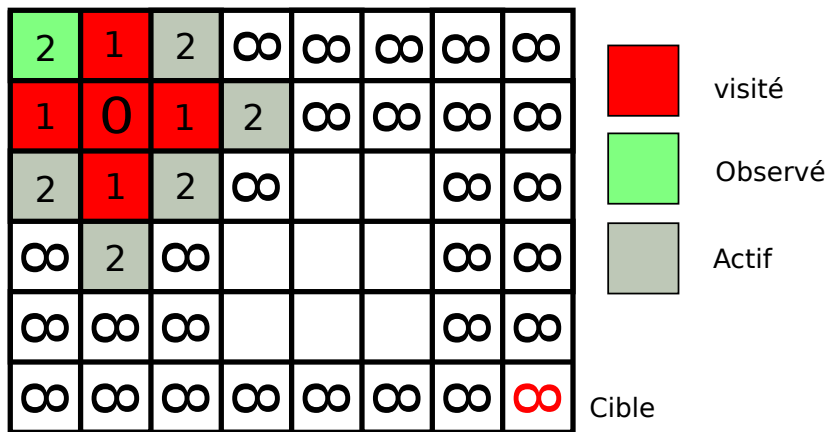
Algorithme de Dijkstra



Algorithme de Dijkstra



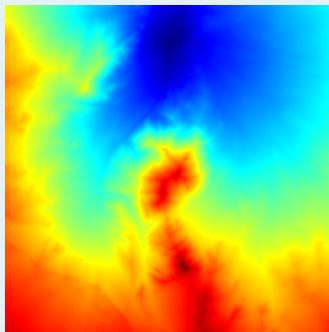
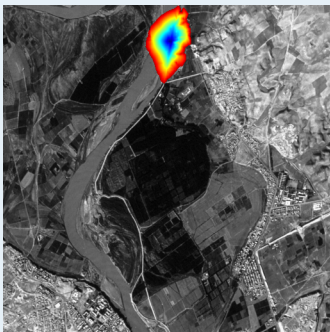
Algorithme de Dijkstra



Le fast marching est une modification de l'algorithme précédent pour que les distances soient correctement calculées (exemple distance euclidienne).

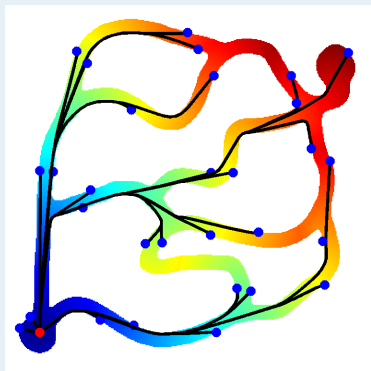
Fast marching

Calcul rapide de cartes de distances



Fast marching

Calcul de plus court chemin



Exercice : swap

Échanger deux nombres sans création de variable auxiliaire.

Exercice : Google Code Jam 2010

Soit une liste L de nombres. L contient-elle une paire dont la somme est K ? si oui, quels sont-ils ?

Exercice : tours de Hanoï

Proposer une méthode pour résoudre le problème pour K étages.

Exercice : le speed dating

Énoncé <https://nicolas.audebert.at/teaching/ENPC/>

Exercise : Google Code Jam 2010

Input

```
3
100
3
5 75 25
200
7
150 24 79 50 88 345 3
8
8
2 1 9 4 4 56 90 3
```

Output

```
Case #1: 2 3
Case #2: 1 4
Case #3: 4 5
```

Tester toutes les paires.

Solution naïve

Solution en $O(N^2)$. Risque de ne pas être efficace pour le gros dataset.

Solution 2

```
// charger les donnees du fichier
int S = ... // la somme
vector<int> articles = ...

// trier la liste des indices en fonction des prix
vector<int> id_tries = ...

// rechercher la paire dans un ensemble trie
int i=0, j=id_tries.size()-1;
while(i<j){
    if( article[id_tries[i]]+article[id_tries[j]]== S)
        break;
    if( article[id_tries[i]]+article[id_tries[j]] < S)
        i++;
    if( article[id_tries[i]]+article[id_tries[j]] > S)
        j--;
}

// ecrire la solution
```

Solution en $O(N \log N)$