Nombre de la materia: Métodos Numéricos

Maestr@: Sergio Castillo

Parcial: (**I**)

Método Newton Raphson

Fecha de entrega: 25/5/2025

Nombre del alumno: Abraham Natanael Pecina Flores
Matricula: 741095

Abrahan Pecina Flores 22 05 2025

Metodo de Newton-Raphson

Sirve para encontrar raices de funciones reales

Comparte objetivo con biseccion y falsa posicion, pero converge mas rapido

Formula general:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

x_n = es la aproximacion actual de la raiz
x_{n+1} = es la sig. aproximacion de la raiz
$f(x_n)$ = es el valor de la funcion en x_n

Algoritmo

$f(x) = \cos(x) - x$

Iteracion 1

Elegir un valor inicial $(x_0) = 0.5$
Definir el criterio de error aproximado = 5%
Usar formula del metodo $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

Ejemplo.

$f(x) = \cos x - x$
$x_0 = 0.5$
error = 0.01 = 1%

Paso 1 Calcular $f'(x)$
$f(x) = \cos x - x$
$f'(x) = -\operatorname{sen} x - 1$

Paso 2 Evaluar $f'(x_0)$ y $f(x_0)$
$f(0.5) = \cos(0.5) - (0.5)$
$f(0.5) = 0.3775$
$f'(0.5) = -\operatorname{sen}(0.5) - 1$
$f'(0.5) = -1.4799$

Paso 3 Evaluar en Newton Raphsen
$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ $\quad x_1 = 0.5 - \frac{0.3775}{-1.4794}$

$x_1 = 0.7552$

Abraham 22 05 2023

Paso 4

$$\text{error} = \left|\frac{X_{n+1} - X_n}{X_{n+1}}\right| \times 100$$

$$\text{error} = \left|\frac{X_1 - X_0}{X_1}\right| \times 100$$

$$\text{error} = \left|\frac{0.7552 - 0.5}{0.7552}\right| \times 100$$

error = 33.79%

Iteración 2

$X_0 = 0.5$

$X_1 = 0.7552$

$n = 1$

Paso 2 Evaluar $f(x_1)$ y $f'(x_1)$

$f(0.7552) = \cos(0.7552) - (0.7552)$

$f(0.7552) = -0.02706$

$f'(0.7552) = -\text{sen}(0.7552) - 1$

$f'(0.7552) = -1.6859$

Paso 3 Evaluar X_{n+1}

$$X_2 = X_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$X_2 = 0.7552 - \frac{(-0.0270)}{(-1.6884)}$$

$X_2 = 0.7391$

Abrichon 22 05 2025

Paso 4 error $= \left|\frac{x_2 - x_1}{x_2}\right| \times 100$

error $= \left|\frac{0.7391 - 0.7552}{0.7391}\right| \times 100$

error = 2.1783 %

Iteración 3 n=2

$x_0 = 0.5$

$x_1 = 0.7552$

$x_2 = 0.7391$

Paso 2 Evaluar $f(x_2)$ y $f'(x_2)$

$f(x_2) = \cos(0.7391) - (0.7391)$

$f(x_2) = -2.4881 \times 10^{-5}$

$f(x_2) = -0.00002$

$f'(x_2) = -\operatorname{sen}(0.7391) - 1$

$f'(x_2) = -1.6736$

Paso 3 Evaluar $f(x_2)$ y $f'(x_2)$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

$$x_3 = 0.7391 - \frac{(-0.00002)}{(-1.6736)}$$

$x_3 = 0.7390$

$f(x_3) = \cos(0.7390) - (0.7390)$

$f(x_3) = 0.0001$

Paso 4 error $= \left|\frac{x_3 - x_2}{x_3}\right| \times 100$

error $= \left|\frac{0.7390 - 0.7391}{0.7390}\right| \times 100$

error = 0.013 %

raíz aprox

$x_3 = 0.7390$

Abraham 22 05 2025

Antecedentes

Fue desarrollado inicialmente por Isaac Newton en el siglo XVII, y más tarde perfeccionado y generalizando por el matemático inglés Joseph Raphson. Este método surge en un contexto histórico donde la necesidad de resolver ecuaciones no lineales, tanto en física como astronomía, impulsaba la creación de herramientas más sofisticados.

Relación con otros métodos

El método de Newton-Raphson se relaciona estrechamente con otros métodos numéricos, como:

- El método de la bisección
- El método de la secante
- Métodos de punto fijo

Aplicaciones

Diseño de circuitos no lineales – Ingeniería eléctrica

Resolver ecuaciones en modelos económicos – Economía y finanzas

Se usa en algoritmos de renderizado y simulación física – Diseño gráfico.