



Nombre de la materia: Métodos Numéricos

Maestr@: Sergio Castillo

Parcial: (I)
Actividad

Método de Punto Fijo

Fecha de entrega: 01/6/2025

Nombre del alumno: Abraham Natanael Pecina Flores
Matricula: 741095

Método de punto fijo

El método de punto fijo es una técnica iterativa usada en el análisis numérico para encontrar soluciones aproximadas de ecuaciones no lineales. Su simplicidad lo convierte en un método accesible para resolver ecuaciones, siempre y cuando se cumplan ciertas condiciones matemáticas.

Definición

El método de punto fijo consiste en transformar una ecuación de la forma $f(x) = 0$ en una forma equivalente $x = g(x)$.

El valor x que satisface esta nueva ecuación se conoce como punto fijo de la función $g(x)$. Un número real x es un punto fijo si: $x = g(x)$.

El método se basa en hallar una función g , partiendo de una estimación inicial x_0 hasta obtener un valor que cumpla aproximadamente esa igualdad.

Antecedentes

El fundamento teórico del método está basado en el teorema de Punto Fijo de Banach, también conocido como el teorema de la Contracción.

Algoritmo

Paso 1: Reformulación

Transformar la ecuación $f(x) = 0$ en una forma equivalente $x = g(x)$.

Paso 2: Valor inicial

Seleccionar una aproximación inicial x_0 cercana a la raíz esperada.

Paso 3: Iteración

Aplicar la fórmula iterativa $x_{n+1} = g(x_n)$.

Paso 4: Criterio de Convergencia

Ejemplo

$$f(x) = 2e^{x^2} - 5x \quad x = g(x)$$

$$x_0 = 0$$

$$\text{error} = 1\%$$

Iteración 1 $n=0$

Paso 1

$$2e^{x^2} - 5x = 0$$

$$x = \frac{0.4e^{x^2}}{g(x)}$$

Paso 2 $n=0$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

$$x_1 = g(x_0)$$

$$x_1 = 0.4e^{(0)^2}$$

$$x_1 = 0.4$$

Paso 3

$$\text{Error} = \left| \frac{x_{\text{actual}} - x_{\text{anterior}}}{x_{\text{actual}}} \right| \times 100$$

$$= \left| \frac{x_1 - x_0}{x_1} \right| \times 100 = \left| \frac{0.4 - 0}{0.4} \right| \times 100 = 100\%$$

Iteración 2 $n=1$

$$x_2 = g(x_1)$$

$$x_2 = 0.4e^{(0.4)^2}$$

$$x_2 = 0.4694$$

Paso 3

$$\text{Error} = \left| \frac{x_2 - x_1}{x_2} \right| \times 100$$

$$\text{error} = \left| \frac{0.4694 - 0.4}{0.4694} \right| \times 100$$

$$= 14.78\%$$

Iteración 3

 $n=2$

Paso 2 $X_3 = g(X_2)$
 $X_3 = 0.4e^{(0.4694)^2}$
 $X_3 = 0.4985$

Paso 3

$$\text{error} = \left| \frac{X_3 - X_2}{X_3} \right| \times 100 = \left| \frac{0.4985 - 0.4694}{0.4985} \right| \times 100$$
$$= 5.83\%$$

Iteración 4

 $n=3$

Paso 2 $X_4 = g(X_3)$
 $X_4 = 0.4e^{(0.4985)^2}$
 $X_4 = 0.5128$

Paso 3

$$\text{error} = \left| \frac{0.5128 - 0.4985}{0.5128} \right| \times 100$$
$$= 2.78\%$$

Iteración 5

 $n=4$

Paso 2 $X_5 = g(X_4)$
 $X_5 = 0.5203$

Paso 3 $\text{error} = \left| \frac{0.5203 - 0.5128}{0.5203} \right| \times 100$
 $= 1.44\%$

Abraham

29

03

2025

Scribe

Iteración 6

$n = 5$

Paso 2 $X_6 = g(X_5)$
 $X_6 = 0.5243$

Paso 5 error = 0.76%

Comprobación

$$f(x) = 2e^{x^2} - 5x$$

$$X_0 = 0.5243$$

$$f(X_6) = 2e^{(0.5243)^2} - 5(0.5243)$$

$$C(X_6) = \underline{0.0112} \quad \text{Con un error del } 0.77\%$$

Fórmula del método

$$X_{n+1} = g(X_n)$$