MÉTODOS NUMÉRICOS

"MÉTODO DE BISECCIÓN O INTERVALO MEDIO"

ABRAHAM NATANAEL PECINA FLORES
AI741095

DEFINICIÓN DEL MÉTODO

El método de bisección es un procedimiento numérico que permite encontrar una raíz de una función continua f(x) en un intervalo cerrado [a,b], siempre que se cumpla que $f(a) \cdot f(b)<0$. Este criterio garantiza que existe al menos una raíz en el intervalo, según el teorema del valor intermedio.

Se necesita un intervalo inicial [a, b] en el que la función cambie de signo (es decir, f(a) y f(b) tienen signos opuestos). Esto asegura que al menos una raíz de la ecuación $f(x) = 0$ se encuentra dentro de este intervalo.

El método consiste en dividir repetidamente el intervalo a la mitad, evaluando la función en el punto medio, y seleccionando el subintervalo donde ocurre un cambio de signo.

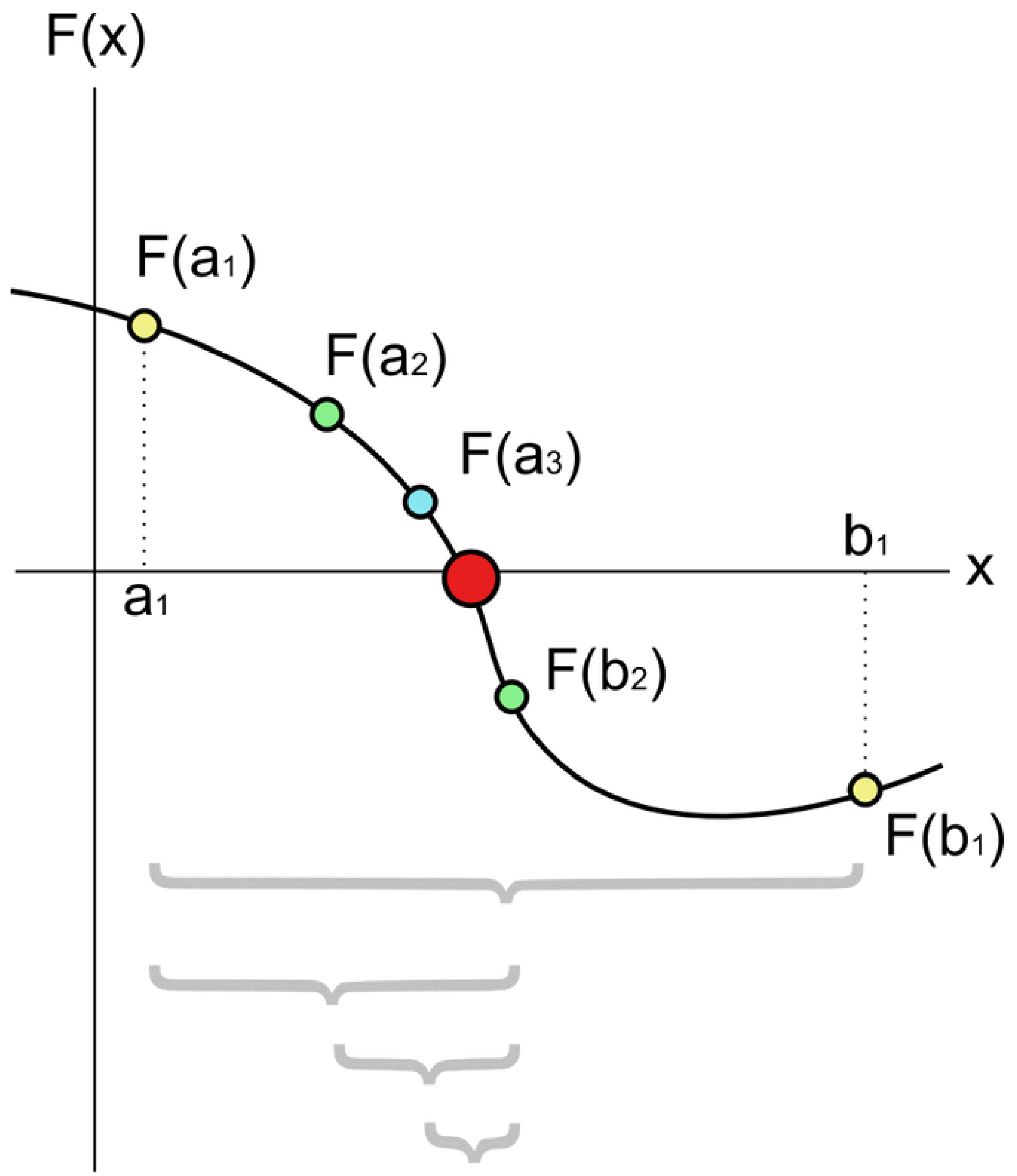
Este proceso se repite hasta que se alcanza una precisión deseada o hasta que se encuentra una raíz exacta.

ANTECEDENTES DEL MÉTODO Y CON CUALES SE RELACIONA

El método de bisección está basado en dos teoremas, el teorema de Bernard Bolzano (quien demostró el método por primera vez en 1817 y el teorema del valor medio, posteriormente el matemático Augustin-Louis Cauchy da un asegunda demostración el 1821.

Método de la Secante

- Usa una recta secante entre dos puntos para aproximar la raíz.
- A diferencia del método de bisección, no requiere cambio de signo en el intervalo.
- Es más rápido que la bisección, pero menos estable.
- No garantiza convergencia si no se escoge bien el intervalo.



Método del Punto Fijo

- Reescribe la ecuación como x=g(x)x = g(x)x=g(x) y busca un valor fijo.
- No requiere que la función cambie de signo.
- Más teórico y depende mucho de la función g(x)g(x)g(x).
- Convergencia lenta y no siempre garantizada.

FÓRMULA MATEMÁTICA

$$x_r = \frac{x_1 + x_u}{2}$$

$$f(Xa) * f(Xr)$$

$$Ep = \left|\frac{Xr(Actual) + Xr(anterior)}{Xr(actual)}\right.(100)$$

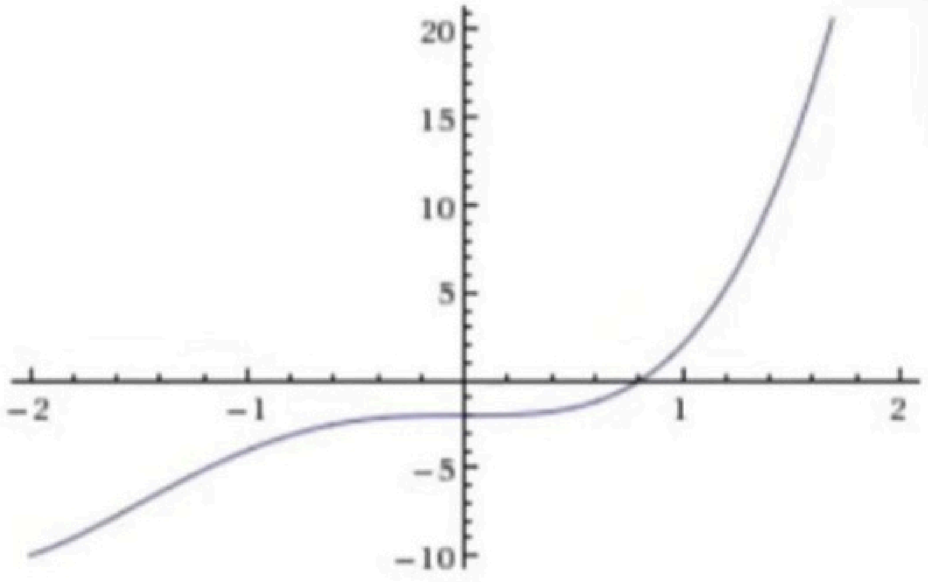
ALGORITMO

1. División del Intervalo: Se comienza con un intervalo [a, b]
donde la función cambia de signo. Se calcula el punto medio m entre a y b.
2. Selección del Subintervalo:
- Si f(a) * f(m) < O, la raíz está en [a, m].
- Si f(a) * f(m) > O, la raíz está en [m, b].
- Si f(a) * f(m) = 0, m es la raíz.
3. Iteración: Se repiten los pasos anteriores hasta que se alcance la precisión
deseada, cuando el error aproximado sea menor a la norma de paro.
En resumen, el método de bisección divide el intervalo a la mitad y selecciona el
subintervalo que contiene la raíz.

EJEMPLO PRÁCTICO

Ejemplo

$$x^4 + 3x^3 - 2$$



x	f (x)
-1.5	-7.6
-1	-4
0	-2
1	2
1.5	13.18

Xa= 0

Xb= 1

$$\boxed{x^4 + 3x^3 - 2}$$

Xa= 0

Xb= 1

ITERACIÓN 1:

$$Xr = \frac{0+1}{2} = 0.5$$

$$Xr = \frac{Xa+Xb}{2}$$

$$f(Xr) = (0.5)^4 + 3(0.5)^3 - 2 = -1.56$$

f (Xa) * f (Xr) = (-2) (-1.56) = 3.12 > 0

$$f(Xa) * f(Xr)$$

Como el resultado es mayor que 0, entonces Xr se sustituye en Xa

$$x^4 + 3x^3 - 2$$

Xa= 0.5

Xb= 1

ITERACIÓN 2:

$$Xr = \frac{0.5 + 1}{2} = 0.75$$

$$Xr = \frac{Xa+Xb}{2}$$

$$Ep = \left|\frac{0.75 + 0.5}{0.75}(100) = 33\%\right|$$

$$Ep = \left|\frac{Xr(Actual) + Xr(anterior)}{Xr(actual)}(100)\right|$$

$$f(Xr) = (0.75)^4 + 3(0.75)^3 - 2 = -0.41$$

$$f(Xa) * f(Xr) = (-1.56)(-0.41) = 0.63 \quad > \quad 0$$

$$f(Xa) * f(Xr)$$

Como el resultado es mayor que 0, entonces Xr se sustituye en Xa

$$\boxed{x^4 + 3x^3 - 2}$$

Xa= 0.75

Xb= 1

ITERACIÓN 3:

$$Xr = \frac{0.75 + 1}{2} = 0.87$$

$$Xr = \frac{Xa+Xb}{2}$$

$$Ep = \left|\frac{0.87 + 0.75}{0.87}(100) = 13\%\right|$$

$$Ep = \left|\frac{Xr(Actual) + Xr(anterior)}{Xr(actual)}(100)\right|$$

$$f(Xr) = (0.87)^4 + 3(0.87)^3 - 2 = 0.54$$

$$f(Xa) * f(Xr) = (-0.41)\,(0.54) = -0.22 \quad < \quad 0$$

$$f(Xa) * f(Xr)$$

Como el resultado es menor que 0, entonces Xr se sustituye en Xb

$$x^4 + 3x^3 - 2$$

$Xa = 0.75$

$Xb = 0,87$

ITERACIÓN 4:

$$Xr = \frac{0.75 + 0.87}{2} = 0.81$$

$$Xr = \frac{Xa+Xb}{2}$$

$$Ep = \left|\frac{0.81 + 0.87}{0.81}(100) = 7\%\right|$$

$$Ep = \left|\frac{Xr(Actual) + Xr(anterior)}{Xr(actual)}(100)\right|$$

$$f(Xr) = (0.81)^4 + 3(0.81)^3 - 2 = 0.02$$

$$f(Xa) * f(Xr) = (-0.41)(0.02) = -8.2*10^{-3} < 0$$

$$f(Xa) * f(Xr)$$

Como el resultado es menor que 0, entonces Xr se sustituye en Xb

$$x^4 + 3x^3 - 2$$

$Xa = 0.75$
$Xb = 0.81$

ITERACIÓN 5:

$$Xr = \frac{0.75 + 0.81}{2} = 0.78$$

$$Xr = \frac{Xa+Xb}{2}$$

$$Ep = \left|\frac{0.78 + 0.81}{0.78}(100) = 3\%\right|$$

$$Ep = \left|\frac{Xr(Actual) + Xr(anterior)}{Xr(actual)}(100)\right|$$

$$f(Xr) = (0.78)^4 + 3(0.78)^3 - 2 = -0.20$$

f (Xa) * f (Xr) = (-0.41) (-0.20) = 0.08 > 0

$$f(Xa) * f(Xr)$$

Como el resultado es mayor que 0, entonces Xr se sustituye en Xa

$$\boxed{x^4 + 3x^3 - 2}$$

Xa= 0.78
Xb= 0.81

ITERACIÓN 6:

$$Xr = \frac{0.78 + 0.81}{2} = 0.79$$

$$Xr = \frac{Xa+Xb}{2}$$

$$Ep = \left|\frac{0.79 + 0.78}{0.79}(100) = 1\%\right|$$

$$Ep = \left|\frac{Xr(Actual) + Xr(anterior)}{Xr(actual)}(100)\right|$$

Como vemos llegamos al error porcentual óptimo, de 1%

APLICACIÓN EN LA VIDA COTIDIANA

Ingeniería (estructuras, mecánica, electricidad)

- Ejemplo: Calcular el punto exacto donde una viga se deforma una cantidad específica bajo cierta carga.
- La ecuación que describe esa deformación no puede resolverse fácilmente de forma exacta, así que se usa el método de bisección para encontrar el valor que cumple con las condiciones físicas.

Economía y Finanzas

- Ejemplo: Calcular la tasa interna de retorno (TIR) de una inversión.
- La TIR se encuentra al resolver una ecuación no lineal en la que se iguala el valor actual neto a cero.
- El método de bisección permite encontrar esa tasa de forma aproximada.

Medicina y Biología

- Ejemplo: En modelado de crecimiento bacteriano o metabolismo, se usan ecuaciones que deben resolverse numéricamente.
- Si queremos saber cuándo se alcanza cierta concentración de una sustancia, usamos el método para encontrar el tiempo exacto.

Informática y programación gráfica

- Ejemplo: Encontrar el punto donde una curva (como una parábola o una onda) cruza el eje x en una simulación o videojuego.
- El algoritmo busca la intersección aplicando el método de bisección de forma repetida hasta hallar un valor cercano.

¡GRACIAS POR SU ATENCIÓN!