

Calculadora HP-12C: Fundamentos

(apostila do curso FDTA 2.01)

Por: Abrantes Araújo Silva Filho

© 2017 FDTA: From Data To Actions - Todos os direitos reservados

Sumário

1 Bem-vindo ao curso FDTA 2.01!	4
1.1 PÚBLICO ALVO E PRÉ-REQUISITOS	4
1.1.1 PÚBLICO ALVO	4
1.1.2 PRÉ-REQUISITOS	4
1.1.3 EQUIPAMENTOS, HARDWARE E SOFTWARE	5
1.2 OBJETIVOS E AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM	6
1.2.1 OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM	6
1.2.2 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM	8
1.3 MATERIAIS DO CURSO	8
1.4 AULAS ONLINE	9
1.5 PROBLEM SETS (PS)	9
1.6 POLÍTICA SOBRE TRABALHO COOPERATIVO	10
1.7 CARGA DE ESTUDO	10
1.8 COMO UTILIZAR ESTA APOSTILA?	10
1.9 NÃO PULE OS EXERCÍCIOS EM PAPEL!	11
2 CONHECENDO A CALCULADORA FINANCEIRA HP-12C	12
2.1 POR QUE COMPRAR A HP-12C, A “CALCULADORA QUE NÃO MORRE”?	12
2.2 TODAS AS CALCULADORAS FINANCEIRAS DA HP	13
2.3 AS TECLAS E SUAS FUNÇÕES	27
2.3.1 TECLAS DE FUNÇÕES E TECLAS DE PREFIXO	27
2.3.2 CONVENÇÕES UTILIZADAS NESTA APOSTILA	28
2.3.3 GRUPOS FUNCIONAIS DAS TECLAS	28
2.4 O VISOR DA CALCULADORA	33
2.5 MEMÓRIA CONTÍNUA	36
2.6 SITUAÇÕES DE ERRO	38
2.6.1 ERROS DO TIPO “OVERFLOW/UNDERFLOW”	38
2.6.2 ERROS DO TIPO “ERROR N”	38
2.6.3 ERRO “PR ERROR”	40
2.7 DETALHES SOBRE NOTAÇÃO CIENTÍFICA (EXPONENCIAL)	40
2.8 TROCANDO AS BATERIAS	42

3 Testes automáticos de funcionamento da HP-12C	44
3.1 Testes para calculadoras com teclado funcionando	44
3.1.1 Teste  	44
3.1.2 Teste  	44
3.1.3 Teste  	45
3.2 Teste para calculadoras que não respondem ao teclado	46
4 Configurando sua HP-12C	47
4.1 Ligando e desligando	47
4.2 Separador decimal e de classes numéricas	47
4.3 Número de casas decimais	47
4.3.1 Como a HP-12C arredonda números no visor?	48
4.4 Data no padrão brasileiro	49
4.5 Juros compostos em períodos fracionários	50
4.6 Modo de vencimento postecipado	50
4.7 Configuração adequada para este curso	50
5 Entenda a <i>Reverse Polish Notation (RPN)</i>	51
5.1 Notação “normal”	51
5.1.1 Problemas com a ordem de precedência das operações	52
5.1.2 Problemas com a associatividade dos operadores	55
5.1.3 Problemas com o operador menos (–) unário	56
5.1.4 E quais as vantagens da infix notation?	56
5.2 Notação Polonesa (<i>Polish Notation</i>)	57
5.3 Notação Polonesa Reversa (<i>Reverse Polish Notation —RPN</i>)	58
6 Use com eficiência a RPN em sua HP-12C	61
6.1 A pilha operacional (stack) da HP-12C	61
6.2 Operações com 1 operando	63
6.3 Operações com 2 operandos	66
6.4 Operações de 1 operando junto a operações de 2 operandos	69
6.5 Cálculo de séries numéricas	71
6.6 Cálculos encadeados com 1 nível de parênteses	75
6.7 Entrada de números negativos	79
6.8 Cálculos envolvendo notação exponencial	80
6.9 Cálculos de potências	81
6.10 Outras funções matemáticas	84
6.11 Registros de armazenamento (memórias)	85
6.12 O que vem a seguir?	89
7 Uso avançado da RPN em sua HP-12C	90
7.1 Manipulação do stack e o registro Last X	90
7.2 Cálculos encadeados com 2 ou mais níveis de parênteses	94
7.3 Como identificar e prevenir o <i>stack overflow</i>	100
7.4 Uso de  e  nos cálculos complexos	102
7.5 Recuperação de erros de digitação	103
7.6 Cálculos aritméticos com constantes (reuso de números)	104
7.7 Um pouco mais sobre o stack	106

8 Funções adicionais: porcentagens, datas e estatísticas	108
8.1 Funções de porcentagem	108
8.1.1 Proporção, razão e taxa	108
8.1.2 Uso da função %T	109
8.1.3 Uso da função %	110
8.1.4 Uso da função Δ%	112
8.2 Funções de datas	112
8.2.1 Uso da função DATE	113
8.2.2 Uso da função ΔDYS	114
8.3 Funções estatísticas	114
8.3.1 Como inserir os dados para os cálculos estatísticos	115
8.3.2 Cálculos univariados: média e desvio padrão amostral	116
8.3.3 Cálculos bivariados: média ponderada e regressão linear simples	119
9 Agradecimentos e sobre esta apostila	120

1 Bem-vindo ao curso FDTA 2.01!

Obrigado por ter escolhido a [FDTA: From Data to Actions](#)¹ como parceira em seu mais novo objetivo de aprendizado, a *Calculadora Financeira HP-12C*.

O curso FDTA 2.01 (Calculadora HP-12C: Fundamentos) lhe proporcionará as competências fundamentais, básicas e necessárias para o uso correto e eficiente da calculadora HP-12C. Nosso objetivo global é tornar o aluno confiante, seguro e competente na realização de cálculos básicos (e alguns nem tão básicos assim!) na HP-12C, de modo que ele não precise ficar repetindo as contas para conferir se o resultado obtido da primeira vez estava certo ou errado. Aliás, esse é um bom indicador do nível de competência no uso da HP-12C: você precisa repetir as contas para conferir os resultados? Se sim, você ainda tem algumas coisas para aprender e o FDTA 2.01 pode lhe ajudar a atingir a maturidade no uso dessa fantástica ferramenta.

Note que o FDTA 2.01 está focado nos aspectos básicos e fundamentais da HP-12C (como, por exemplo, entender o método de entrada RPN², compreender a pilha operacional, utilizar os registros, etc.) e não ensinará a utilizar as funções de cálculos financeiros (curso FDTA 2.02) nem as funções de programação (curso FDTA 2.03).

Restringir o curso aos aspectos básicos e fundamentais, deixando as funções financeiras e de programação para outros cursos, nos permite ensinar com profundidade, explicar e treinar conceitos em detalhes e, o melhor de tudo, praticar com *muitos* exercícios. Um curso que incluísse as funções financeiras e de programação seria muito extenso ou não ensinaria o conteúdo básico de forma detalhada o que, em nossa opinião, não permite que o aluno torne-se competente no uso da HP-12C.

Um benefício extra deste curso é que, ao aprender os fundamentos, você já saberá utilizar vários outros modelos de calculadoras da HP (e de até alguns outros fabricantes) que também utilizam o método RPN de entrada de dados, como a Calculadora Científica HP-15C. Até mesmo calculadoras mais avançadas, como a HP-17bII+, utilizam a base conceitual que você verá aqui.

As próximas seções (Seção 1.1 até Seção 1.9) detalham o programa de estudo deste curso conforme disponível no site oficial do FDTA 2.01 na internet, no endereço <http://fdta.com.br/cursos/hp-12c-fundamentos/>. Por favor, *LEIA O PROGRAMA DE ESTUDO* para compreender o que você aprenderá, como serão as aulas, como você será avaliado, o que você precisa para as aulas e qual a carga horária de dedicação semanal. Procure também vistar periodicamente a página do FDTA 2.01 na internet pois atualizações serão publicadas imediatamente no site, antes que esta apostila possa ser atualizada e distribuída aos alunos.

1.1 PÚBLICO ALVO E PRÉ-REQUISITOS

1.1.1 PÚBLICO ALVO

Pessoas que nunca utilizaram a HP-12C ou que a utilizam com insegurança, refazendo as contas várias vezes para conferir se os resultados estão corretos.

Note que até quem já utiliza a HP-12C pode se beneficiar deste curso pois vários conceitos fundamentais serão explicados em profundidade, otimizando assim o uso da calculadora.

1.1.2 PRÉ-REQUISITOS

Você não precisa ser matemático, contador, cientista ou engenheiro para aprender os fundamentos da HP-12C. Na realidade não existem pré-requisitos formais e obrigatórios para o curso 2.01, entretanto você aproveitará melhor o curso se:

¹FDTA: <http://fdta.com.br/>

²RPN: Reverse Polish Notation; Notação Polonesa Reversa.

- Tiver boas noções de matemática: álgebra, proporções, médias, raiz, potência, porcentagem, etc. Se você tem o segundo grau completo, tem toda a matemática necessária para o curso (mesmo que você não se lembre de alguma coisa, como logarítmos por exemplo).
- Tiver algum noção rudimentar de alguns cálculos estatísticos bem simples: média aritmética, média ponderada, desvio padrão, etc. OBSERVAÇÃO: esses conceitos serão revisados pelo instrutor, portanto não se preocupe se você já esqueceu tudo isso.

ATENÇÃO: as aulas online, os materiais de aula e os exercícios estão em PORTUGUÊS, assim como os textos, bibliografias e referências complementares. Excepcionalmente um ou outro material extra está disponível somente em INGLÊS, portanto leitura técnica em inglês pode ser desejável caso o aluno opte por estudar esses materiais extras (não obrigatório).

1.1.3 Equipamentos, hardware e software

Para que o aluno possa realizar o curso 2.01, deve ter o equipamento, hardware e/ou software listado abaixo:

- *Calculadora Financeira HP-12C*

- Mínimo: Calculadora Financeira HP-12C virtual. Existem diversas calculadoras HP-12C virtuais, algumas disponíveis para uso direto na web e outras disponíveis para instalação em diversos dispositivos (computador, smartphone, tablet, iPad, etc.), gratuitas ou pagas. Para o curso o aluno receberá a Calculadora Financeira Virtual HP-12C Gold Oficial, produzida diretamente pela HP. Outras calculadoras virtuais podem ser utilizadas mas devem ser autorizadas pelo instrutor na primeira aula (pois algumas fornecem o resultado errado!).
- Recomendado: Calculadora Financeira HP-12C Gold real. Qualquer modelo de calculadora HP-12C serve, como a Gold, a Platinum ou a Prestige. O curso será dado com o modelo Gold mas o aluno pode utilizar os outros modelos (nos modelos Platinum e Prestige somente será utilizado o método de entrada RPN, e não o algébrico – você saberá o motivo no curso!).

- *Som e imagem*

- Mínimo: MICROFONE + FONES DE OUVIDO
- Recomendado: WEBCAM + MICROFONE + FONES DE OUVIDO (as aulas online serão realizadas através dos [Google Hangouts](#)³, portanto para que sua participação seja proveitosa, terá que ser capaz de ver, ouvir, falar e interagir com o instrutor)

- *Monitor*

- Mínimo: um monitor/tela
- Para quem utilizará uma calculadora virtual: 2 monitores (isso não é obrigatório, o curso pode ser realizado perfeitamente com apenas 1 monitor, mas 2 monitores lhe permitirá assistir ao instrutor em uma tela e realizar as tarefas na calculadora virtual em outra tela, ao mesmo tempo, já que o curso é bastante prático).

³Google Hangouts: <https://hangouts.google.com/?hl=pt-BR>

- *Internet*

- Mínimo: conexão banda larga de 10 Mbps (menos do que isso é por sua conta e risco!).
- Recomendado: conexão banda larga de 15 Mbps ou superior.

- *Sistema Operacional*

- Windows: para quem utilizará a Calculadora Financeira Virtual HP-12C Gold Oficial, fornecida pelo curso 2.01. Infelizmente essa calculadora virtual oficial só funciona no Windows (talvez funcione no Linux via Wine, mas não é garantido).
- Linux ou Mac: para quem utilizará calculadores virtuais disponíveis online diretamente nos browsers.
- Android ou iOS: para quem utilizará calculadores virtuais disponíveis para dispositivos com Android ou iOS (a HP vende calculadores virtuais HP-12C oficiais para esses dispositivos).

- *E-mail*

- Obrigatório: uma conta gratuita de e-mail no [Gmail⁴](https://gmail.com/). Isso é necessário pois o curso utilizará o Google Hangouts e, em algumas aulas, o [Google Docs⁵](https://docs.google.com/).

- *Browser*

- Obrigatório: [Google Chrome⁶](https://www.google.com/chrome/) ou [Mozilla Firefox⁷](https://www.mozilla.org/firefox/). O uso do Internet Explorer ou outro browser da Microsoft não é recomendado e é por sua conta e risco!

- *Plugins*

- Obrigatório: [Google Hangouts Plugin⁸](https://www.google.com/tools/dlpage/hangoutplugin?hl=pt-BR) instalado no browser (Chrome ou Firefox).

1.2 Objetivos e avaliação da aprendizagem

1.2.1 Objetivos de aprendizagem

Ao terminar o curso 2.01 o aluno estará apto a utilizar a calculadora HP-12C com segurança e eficiência, sem medo e incertezas sobre o resultado obtido pelas contas e sem ter que ficar refazendo os cálculos para conferir os resultados. Em particular o aluno irá:

- Conhecer os modelos de calculadores financeiros da HP e saber porque a HP-12C é o padrão de fato para cálculos financeiros rápidos e precisos.
- Conhecer os diferentes modelos da HP-12C, sabendo as vantagens e desvantagens de cada um.
- Saber como testar o funcionamento da HP-12C.
- Conhecer a função de todas as teclas da HP-12C, mesmo que as teclas financeiras e de programação são sejam utilizadas no curso.

⁴Gmail: <https://gmail.com/>

⁵Google Docs: <https://docs.google.com/?hl=pt-BR>

⁶Google Chrome: <https://www.google.com/chrome/>

⁷Mozilla Firefox: <https://www.mozilla.org/firefox/>

⁸Google Hangouts Plugin: <https://www.google.com/tools/dlpage/hangoutplugin?hl=pt-BR>

- Saber o que é a notação polonesa reversa (RPN), entender seu funcionamento, entender como encadear cálculos e compreender porque esse tipo de método de entrada de dados é muito melhor do que o método algébrico.
- Compreender porque não existe uma tecla de “=” ou teclas de parênteses na HP-12C, e como isso facilita a realização de cálculos
- Fazer cálculos simples e complexos, únicos e encadeados.
- Entender o funcionamento da pilha operacional da calculadora, utilizando os 4 registradores básicos para encadear cálculos complexos.
- Saber utilizar as funções de data da calculadora, calculando a quantidade de dias entre duas datas ou a data futura a partir do dia de hoje, ou saber em que dia da semana foi seu nascimento.
- Saber calcular proporções e porcentagens, bem como a porcentagem de aumento ou diminuição de algum número, e outros. Entender porcentagens e suas representações absolutas (por exemplo, saber que 0,05% é igual a 0,0005, ou que dar 3% de aumento é a mesma coisa que multiplicar por 1,03).
- Utilizar todos registradores (memórias) da calculadora com eficiência (a HP-12C tem 50 registradores, mais alguns outros específicos para programação, que podem ser utilizados para seus cálculos).
- Saber entrar números em notação científica, fazendo cálculos com tais números.
- Alternar o símbolo separador de decimais (de ponto para vírgula) e configurar o número de casas decimais exibidas.
- Saber que cada tecla tem 1, 2 ou 3 funções diferentes, e saber como utilizar cada função.
- Saber calcular potências, raízes, inversos, fatoriais e logarítmos.
- Utilizar registradores específicos (como o $\boxed{LST\ x}$) e a tecla de inversão entre os registradores X e Y ($\boxed{x\gtrless y}$).
- Entender o funcionamento da memória contínua da calculadora e como se beneficiar disso nos cálculos encadeados.
- Calcular médias de forma eficiente.
- Saber utilizar as funções estatísticas básicas da HP-12C.
- Entender os tipos de erros apresentados pela calculadora.
- Entender como a HP-12C arredonda os números.
- Saber porque a HP-12C está na mesa de todos os gerentes de bancos, ao invés da HP-17bII+ (que é a calculadora financeira mais avançada da HP ainda em comercialização).
- Saber quando trocar as pilhas.

1.2.2 Avaliação da aprendizagem

Para receber o certificado de conclusão do curso 2.01, o aluno deverá atingir 80% de aproveitamento, atingindo pelo menos 800 pontos de um total de 1.000 pontos do curso. A pontuação do curso funcionará da seguinte maneira:

- *Participação nas aulas online:* 40 pontos para cada hora de aula online que o aluno participar, totalizando 400 pontos. Note que participar da aula implica em assistir a aula online ativamente, fazendo perguntas ao instrutor, respondendo perguntas e realizando as tarefas online de cada aula. Ligar o monitor e não participar da aula é o mesmo que não ter participado.
- *Tarefas de casa - Problem Set (PS):* 140 pontos para cada tarefa de casa completada e entregue no prazo, totalizando 420 pontos. Depois de cada aula online o aluno receberá um “Problem Set” (PS) para ser realizado em casa. Cada aula online, exceto a última, terá um PS que deverá ser feito em casa e entregue ANTES DA PRÓXIMA AULA ONLINE. PS entregues com atraso receberão somente 70 pontos. Não entregar um PS até a penúltima aula do curso implica em nota zero nesse PS.
- *Exame de conclusão:* vale 180 pontos e será realizado na primeira metade da última aula online do curso. A segunda metade da última aula online do curso será utilizada para encerramento e questões finais, bem como para uma avaliação da qualidade do curso feita pelos alunos.

Note que o nível de aproveitamento exigido para a emissão do certificado de conclusão é bem alto, de 80%, enquanto outros cursos online sobre a HP-12C exigem de 50% a 60% de aproveitamento. Fazemos isso pois queremos que nossos alunos se dediquem e realmente aprendam o conteúdo do curso, durante o curso!

Note também que a soma dos pontos das aulas online (400), com o das tarefas de casa (420) e o do exame final (180) é de 1.000 pontos. Você precisa alcançar 80% (800 pontos) nessa soma para receber o certificado de conclusão do curso, portanto recomenda-se o seguinte:

- Participe ativamente de todas as aulas online. Só isso já garante 40% de aproveitamento no curso.
- Entregue todos os PS dentro do prazo estabelecido. Isso garante mais 42% no aproveitamento do curso.
- Se você participou ativamente de todas as aulas online e entregou todos os PS no prazo, já alcançou 820 pontos (82% de aproveitamento) e pode fazer o exame final com tranquilidade e melhorar sua nota final.
- Não fique dependendo da nota do exame final para alcançar os 800 pontos, pois o exame final vale só 180 pontos (18% da nota total)! Isso é assim pois um exame é uma avaliação pontual de um conteúdo extenso, portanto a melhor forma de avaliação da aprendizagem do aluno, no caso do curso 2.01, é através da participação ativa nas aulas e da resoluções dos PS para casa.

1.3 Materiais do curso

Depois de se matricular, logo antes do início do curso, você receberá um link para o download da apostila e da calculadora virtual do curso. Outros materiais e textos serão disponibilizados durante o andamento das aulas.

Recomenda-se *ENFATICAMENTE* que você adquira uma HP-12C real para o curso, de preferência o modelo Gold (os modelos Platinum e Prestige são mais caros e não apresentam uma vantagem real sobre o modelo Gold).

1.4 Aulas online

Serão realizadas através do Google Hangouts. Verifique se seu computador atende aos mínimo solicitado na Seção 1.1.3 (na página 5). Se possível, teste antecipadamente com algum amigo se seu sistema consegue participar corretamente de um Hangout do Google.

As aulas online serão realizadas 2 vezes por semana, geralmente na terça (de 20:00h até 22:00h) e na sexta (de 20:00 até 23:00h). Excepcionalmente, com a concordância de todos, esses dias e horários podem ser alterados.

A participação ativa nas aulas online é esperada e, como as turmas são muito pequenas (8 alunos no máximo), você receberá bastante atenção pessoal. Lembre-se que a participação ativa nas aulas será fundamental na pontuação que você poderá obter.

Durante as aulas online você será requisitado a realizar diversos procedimentos práticos em sua HP-12C, para treinar os conceitos discutidos. Pode ser que você seja escolhido para compartilhar a tela de seu computador para a classe para mostrar como você resolveu algum problema em sua calculadora HP-12C virtual.

Também é altamente recomendável que você LEIA PREVIAMENTE o material da próxima aula online, para aproveitar melhor o conteúdo, esclarecer suas dúvidas e realizar as tarefas dentro do prazo estabelecido. O instrutor indicará as leituras prévias necessárias.

ATENÇÃO: as aulas online NÃO SERÃO GRAVADAS, portanto se você perder alguma aula terá que tirar suas dúvidas na próxima aula.

Caso alguma aula online não possa ser realizada por problemas técnicos do instrutor (por exemplo: falta de energia elétrica ou perda de conexão à internet) ela será remarcada sem prejuízo aos alunos, em data acordada previamente com todos.

1.5 Problem Sets (PS)

Nossos famosos Problem Sets (PS) (conjuntos de problemas) serão distribuídos em todas as aulas online (exceto a última) e constam de problemas, exercícios e questões que os alunos devem resolver em casa e ENTREGAR ANTES DA PRÓXIMA AULA ONLINE.

Cada PS incluirá questões cujo objetivo é reforçar os conteúdos vistos em aula, com dois tipos de problemas. Alguns problemas serão “curtos e rápidos”, para que você revise rapidamente o conteúdo da aula e se familiarize com os conceitos abordados e com a prática equivalente. Outros problemas serão “longos e demorados”, para o obrigar a pensar e explorar idéias e métodos para resolução do que está sendo solicitado.

Note que a resolução de cada PS é fundamental para seu aprendizado e eles foram projetados para serem feitos e entregues ANTES DA PRÓXIMA AULA ONLINE. O motivo disso é que, no geral, cada aula online aumentará e expandirá o conteúdo tendo como base o que foi aprendido na aula anterior e, assim, cada PS deve ser respondido antes da próxima aula para garantir que você realmente entendeu e aprendeu o conteúdo da aula anterior e que está apto para assistir a próxima.

Acreditamos que cada PS é fundamental pois enquanto a performance em um exame pontual fornece uma indicação básica de competência, a performance em cada PS é sua maior oportunidade de demonstrar comprometimento com os estudos e competências adquiridas. Performance ruim nessas tarefas de casa resultarão em notas mais baixas e indicam que você não está compreendendo o assunto! Converse com o instrutor e solicite ajuda!

Lembre-se também que entregar a resolução do PS no prazo lhe garantirá 140 pontos (e somente 70 pontos se for entregue com atraso), e que notas baixas nos PS tornam virtualmente impossível obter os 80% de aproveitamento necessário para obter o certificado de conclusão do curso (mesmo que você participe ativamente das aulas online).

1.6 Política sobre trabalho cooperativo

A maioria das pessoas aprende com mais eficiência quando estudam em pequenos grupos e/ou cooperam de diversas maneiras durante a realização das tarefas de casa (os PS).

O curso 2.01 estimula que os alunos, sempre que possível, atuem em conjunto para realizar as tarefas de casa. Isso pode ser um tanto difícil devido à distância de cada um em um curso online, mas ferramentas de comunicação instantânea como o Skype ou e-mail podem ajudar.

Dessa forma aceitamos que os PS sejam feitos em grupo desde que as seguintes regras sejam obedecidas:

- Você deve participar ativamente da resolução do PS junto com seu grupo. Só copiar as respostas não é aceitável.
- Cada aluno deve responder o PS individualmente, ou seja: as discussões podem ser em grupo mas cada aluno deve escrever e entregar individualmente as suas respostas, sem copiar o trabalho dos demais membros do grupo.
- Quando você entregar um PS que tenha sido discutido em grupo, você deve indicar o nome das pessoas que participaram do grupo e de que modo elas ajudaram.
- Quando você entrega um PS com seu nome, assumimos que você está certificando que esse foi o seu trabalho e que você se envolveu em todos os aspectos da tarefa (mesmo que você tenha tido dúvidas e tenha discutido com seus colegas de grupo). Não entregue apenas uma cópia do trabalho do grupo, escreva a sua própria versão. Isso significa que você escreveu o arquivo por conta própria e que não apenas anotou seu nome em um trabalho feito por outra pessoa (o que seria plágio).

1.7 Carga de estudo

A maioria dos cursos da HP-12C são de aproximadamente 40 horas, englobando tudo da calculadora: o funcionamento básico, os cálculos financeiros e as funções de programação. Por que o curso 2.01, só com os fundamentos, tem 10 horas de aulas online, ao vivo, e mais cerca de 15 a 25 horas para estudo em casa? Porque queremos que você saiba **REALMENTE** utilizar a calculadora ANTES de aprender cálculos financeiros e funções de programação.

Se você dedicar esse tempo todo para dominar o básico, quando você for estudar os cálculos financeiros e as funções de programação já estará em vantagem sobre quem não domina os fundamentos da HP-12C. Além disso em cursos completos de 40 horas a parte de fundamentos é vista quase que de raspão, não sendo ensinados os detalhes que acreditamos serem importantes

Reserve de 10 a 15 horas por semana para o curso: 5 horas para as aulas online e mais 5 a 10 horas para as tarefas de casa (os PS).

1.8 Como utilizar esta apostila?

Esta apostila não foi escrita como um material de referência no qual você pode ler a parte que precisa no momento, isolada dos outros conteúdos. Ao contrário, ela foi escrita para ser um guia auxiliar do curso 2.01, portanto segue uma seqüência lógica de ensino e deve ser lida do

começo ao fim. Cada seção pressupõe o domínio da seção anterior. O instrutor informará quais as leituras obrigatórias para cada aula.

Caso você queira fazer alguma sugestão, crítica ou correção deste material, favor enviar um e-mail para abrantes@fdta.com.br. Sua colaboração será muito bem-vinda!

1.9 Não pule os exercícios em papel!

Uma última observação: embora você possa estar ansioso e emocionado para começar a usar sua HP-12C, evite ao máximo a tentação para começar a “apertar botões” e usar a calculadora para responder a todos os exercícios desta apostila e dos PS. Muitos exercícios, particularmente a respeito de RPN, precisam ser feitos com lápis e papel *antes* que você tente resolvê-los na calculadora.

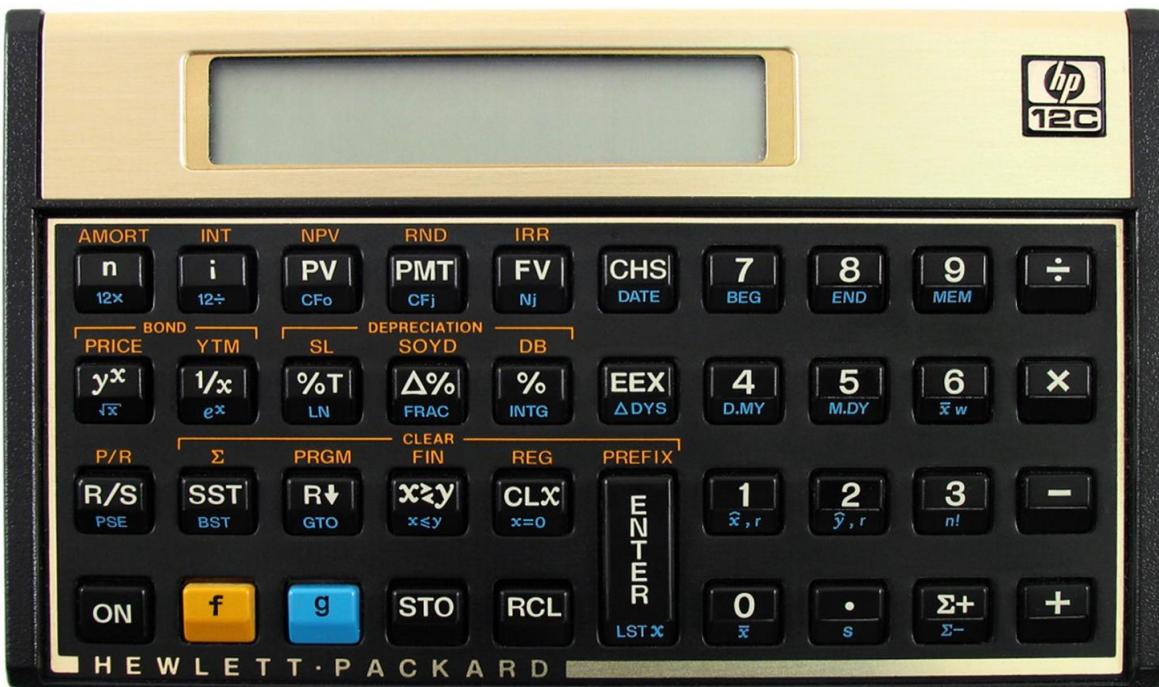
Não pule os exercícios de lápis e papel! Eles são fundamentais para seu aprendizado e formam a base para o entendimento da notação RPN e da pilha operacional para resolução de cálculos (e, por conseguinte, do uso da HP-12C para cálculos matemáticos e financeiros). Vença a tentação de usar a calculadora para tudo e, quando indicado, use lápis e papel (e, claro, a borracha também será muito útil).

2 Conhecendo a calculadora financeira HP-12C

2.1 Por que comprar a HP-12C, a “calculadora que não morre”?

O [The Museum of HP Calculators](#)⁹ descreve a calculadora HP-12C com essas palavras: *The calculator that wouldn't die* (a calculadora que não morreria — embora esteja mais para a calculadora que não morrerá, pelo menos tão cedo). Considerando que ela foi lançada em 1981 e que diversos concorrentes e a própria HP já lançaram modelos mais novos mais potentes e com muito mais recursos¹⁰, por que a HP-12C não sai de linha? Por que ela não morre? Por que modelos mais novos e melhores já saíram de linha enquanto a HP-12C continua em produção e é, até hoje, a líder de vendas entre todas as calculadoras financeiras?

Figura 1: Calculadora Financeira HP-12C, modelo Gold



O próprio The Museum of HP Calculators elenca algumas razões e teorias:

- É uma calculadora *puramente RPN*, sem opções algébricas que confundem o usuário.
- Os compradores são ligados à área de negócios e finanças e são um tanto conservadores, preferindo continuar com a calculadora já *tradicional* no ramo.

⁹The Museum of HP Calculators: <http://www.hpmuseum.org/>. Este museu online não é um site oficial da HP, mas foi criado por entusiastas dos vários modelos de calculadoras e é uma das principais e melhores fontes de informações sobre essas máquinas. Iniciativas assim são extremamente importantes já que a própria HP não dá a menor importância em manter um histórico detilhado de seus produtos em seu site e nem mesmo sequer se esforça para manter ativos (ou pelo menos redirecionar) os links a respeito de seus produtos. O site da HP é muito confuso e nunca mantém seu conteúdo estável: hoje você consegue achar uma informação, amanhã eles já retiraram a página ou a esconderam de forma que você nunca mais consiga achar. The Museum of HP Calculators mantém um grande acervo de informações sobre as calculadoras HP, embora esteja um pouco desatualizado. A única tentativa oficial da HP em manter um histórico da empresa e de seus produtos é a [HP History](#), <http://www8.hp.com/us/en/hp-information/about-hp/history/overview.html>, também acessível em <http://www.hp.com/go/garage>.

¹⁰Em uma propaganda da própria HP a respeito de uma nova calculadora financeira, a HP-19bII+, está escrito em lestras grandes e em negrito: “A HP-19bII+ é 15 vezes mais rápida do que a HP-12C e exibe 9 vezes mais informações do que a HP-12C, além de ter muito mais funções.”

- Os compradores da área de negócios são menos aficionados às especificações técnicas e preferem seguir as indicações de seus colegas, que indicam a HP-12C por ser tradicional no mercado e resolver os problemas a que se propõe.
- Tem uma aparência boa (e cara).
- Tem uma *construção sólida*, parecida com um tijolo, que parece muito mais resistente e que outros modelos não conseguem copiar exatamente.
- Já virou parte do “uniforme do executivo”, sendo facilmente distinguida das calculadoras baratas e simples devido ao seu design.
- Talvez ela realmente ofereça exatamente as *funções apropriadas*, com um design em *formato apropriado*, e pelo *preço justo*.

De fato a HP-12C é uma calculadora extremamente *robusta* que, se bem cuidada, durará anos e anos funcionando perfeitamente. Eu mesmo tenho duas calculadoras HP-12C¹¹: uma já com 16 anos de bons serviços (ainda em uso, funcionando como nova!) e uma com 4 anos de uso. Além de sua *simplicidade* de operação, tem *ótima ergonomia* e esse é, em minha opinião, um fator fundamental em sua popularidade: é muito fácil e rápida de operar pois os dois polegares podem ser utilizados ao mesmo tempo! Em uma calculadora com formato vertical, temos que segurá-la com uma mão e usar indicador da outra mão para apertar as teclas; já em uma calculadora com formato horizontal, seguramos com as duas mãos mas mantemos ambos os polegares livres para apertar as teclas ao mesmo tempo. Com treinamento você consegue fazer cálculos de forma extremamente rápida e precisa na HP-12C.

Enfim, a HP-12C revolucionou o mercado de calculadoras financeiras em 1981 e até hoje é a campeã de vendas. Claro que algumas de suas funções tornaram-se “obsoletas” com a disseminação dos computadores: se você tem um software financeiro específico ou até mesmo uma planilha eletrônica, consegue fazer todos os cálculos proporcionados pela HP-12C de forma muito mais rápida; mas mesmo assim a HP-12C continuará, por muitos anos, como o *padrão de fato* quando falamos de calculadoras financeiras.

Se você está no curso 2.01 provavelmente já tem uma HP-12C em suas mãos. Caso contrário recomendamos enfaticamente que você compre uma dessas poderosas máquinas. Em particular, sugerimos a HP-12C modelo “Gold”, que é o modelo clássico lançado em 1981. Existem outros dois modelos, o “Platinum” e o “Prestige”. Esses dois modelos são mais novos e contam com algumas funções extras que o modelo “Gold” clássico não tem, mas também têm uma grande desvantagem: elas são calculadoras Algébricas/RPN, ou seja, elas podem trabalhar no modo RPN e também no algébrico. Em nossa opinião isso é um fator de confusão no uso da calculadora (além de deixá-la mais cara), tornando-a um pouco mais difícil de operar. Portanto, se você ainda não tem uma HP-12C, recomendamos o modelo “Gold” clássico.

2.2 Todas as calculadoras financeiras da HP

Apresentamos aqui todas as calculadoras financeiras já produzidas pela HP, anteriores e posteriores à HP-12C. Veja quanto tempo demorou para que a HP “acertasse a mão” com a HP-12C, e veja quantas tentativas infrutíferas ela já fez de aposentá-la. É por isso que a HP-12C continua sendo a calculadora que não morre.

Ignoramos aqui as calculadoras financeiras de empresas concorrentes já que a HP tem modelos suficientes para nos deixar entretidos por muito tempo! Se você realmente quiser conhecer outros modelos de calculadoras, uma rápida busca no Google ou na Wikipedia lhe proporcionará as informações necessárias.

¹¹Além de mais alguns outros modelos de calculadoras HP que serão posteriormente citadas neste curso.

A primeira calculadora financeira da HP foi a HP-80 (fig. 2), um modelo RPN lançado em 1973 e produzido até 1978.

Figura 2: Calculadora HP-80, a primeira financeira: 1973–1978



MoHPC

Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Juntamente com a HP-80 foi lançada a HP-81 (fig. 3), uma calculadora financeira de mesa RPN com mais funções e uma impressora incorporada. Foi produzida de 1973 a 1978.

Figura 3: Calculadora HP-81, a primeira financeira de mesa: 1973–1978



MoHPC

Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Em 1974 foi lançada a HP-70 (fig. 4), um modelo RPN mais barato e simplificado, produzido até 1975.

Figura 4: Calculadora HP-70, um modelo simplificado: 1974–1975



MoHPC

Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Em 1975 a HP lançou sua nova calculadora financeira, a HP-22 (fig. 5), também um modelo RPN que, de certo modo, tinha algumas funções mais avançadas que a HP-80. Foi produzida de 1975 a 1978.

Figura 5: Calculadora HP-22, um modelo um pouco mais avançado: 1975–1978



MoHPC

Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Depois de passar o ano de 1976 sem lançar nenhuma calculadora financeira, apesar de ter lançado várias científicas, em 1977 a HP lança a calculadora HP-92 (fig. 6), uma calculadora financeira RPN de mesa com impressora incorporada, representando uma evolução da HP-81. Foi produzida de 1977 a 1980.

Figura 6: Calculadora HP-92, um modelo de mesa mais avançado: 1977–1980



Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Em 1978 é lançada a HP-37E (fig. 7), um modelo financeiro que objetivava substituir a HP-22 e as outras financeiras de até então. Era um modelo RPN e, assim como os modelos anteriores, não era programável. Foi produzida de 1978 a 1983.

Figura 7: Calculadora HP-37E, a substituta da HP-22: 1978–1983



Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Ainda em 1978 ocorre o lançamento da HP-38E (fig. 8), outro modelo financeiro RPN que tinha mais funções que todas as outras até então. Além disso a HP-38E foi a primeira calculadora financeira programável e tornou-se a calculadora financeira mais avançada da HP até então. Foi produzida até 1981.

Figura 8: Calculadora HP-38E, a primeira financeira programável: 1978–1981



Retirado do Gerardo's Calculator Collection (<http://www.geocities.ws/rinconcentral/index.html>)

Um ano depois, em 1979, foi lançada a HP-38C (fig. 9), que era um modelo idêntico ao HP-38E, mas com o acréscimo de memória contínua. Foi produzida até 1983.

Figura 9: Calculadora HP-38C, com memória contínua: 1979–1983



Retirado do The Museum of HP Calculators (<http://www.hpmuseum.org/>)

Em 1981 ocorre o lançamento do modelo que se tornaria o padrão mundial para calculadoras financeiras: a HP-12C (fig. 10). Era um modelo RPN, programável, com memória contínua e com mais funções do que todas as suas antecessoras. Está em produção até hoje (2017), tornando-se a calculadora mais longevedade de todos os tempos (36 anos em produção, sem previsão de encerramento!).

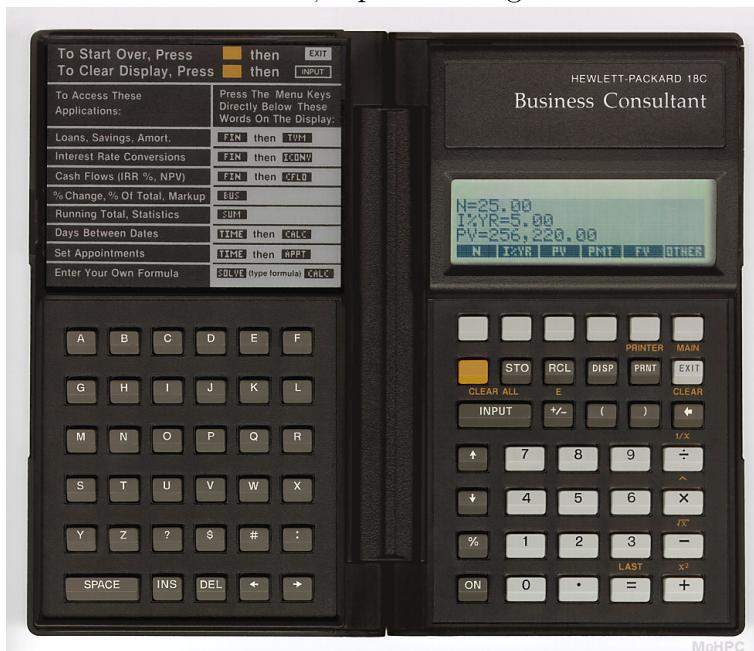
Figura 10: Calculadora HP-12C, o padrão mundial: 1981–hoje



Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Depois de ficar 5 anos sem lançar nenhuma outra calculadora financeira, devido ao estrondoso sucesso da HP-12C, a HP decidiu investir em calculadoras financeiras ainda mais sofisticadas. Em 1986 foi lançada a HP-18C (fig. 11), uma calculadora dobrável com teclado alfa-numérico, que funcionava no modo algébrico para a entrada de dados (foi a primeira calculadora algébrica de mão da HP). Não teve boa aceitação e foi produzida somente até 1988.

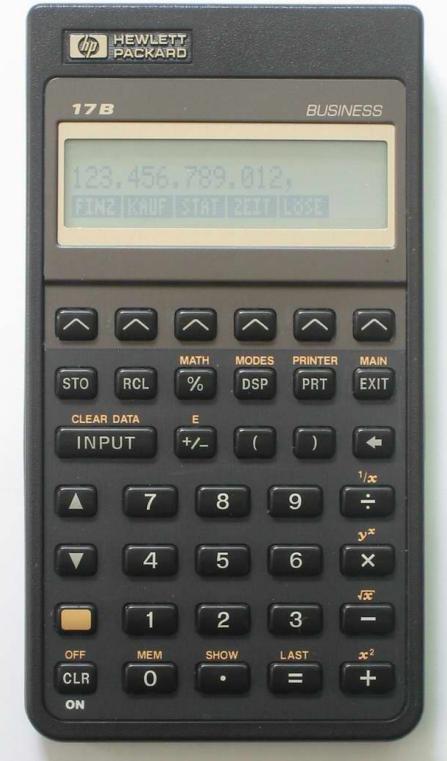
Figura 11: Calculadora HP-18C, a primeira algébrica e dobrável: 1986–1988



Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Em 1988 foi lançada a HP-17B (fig. 12), um modelo algébrico, não dobrável e que tinha muitas funções acessíveis por menus. Foi produzida até 1990.

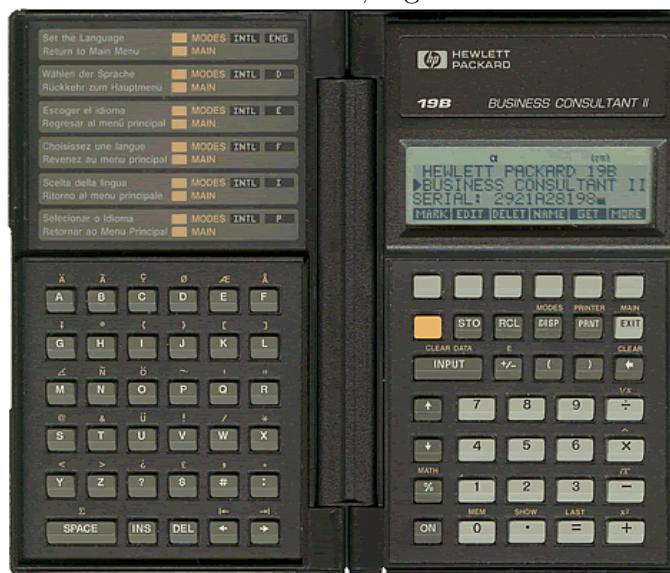
Figura 12: Calculadora HP-17B, algébrica não-dobrável: 1988–1990



Retirado do My Hewlett Packard calculator collection
(<http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php>)

Ainda em 1988 é lançada a HP-19B (fig. 13), também um modelo algébrico só que dobrável. Tinha muitas funções e era bem poderosa. Foi produzida até 1990.

Figura 13: Calculadora HP-19B, algébrica dobrável: 1988–1990



Retirado do My Hewlett Packard calculator collection
(<http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php>)

Para celebrar os 50 anos da HP, ainda em 1988, foi lançado o modelo financeiro HP-14B (fig. 14). Era um modelo algébrico e foi produzido até 1993. Algumas edições traziam uma frase escrita como “edição de aniversário” e outras não.

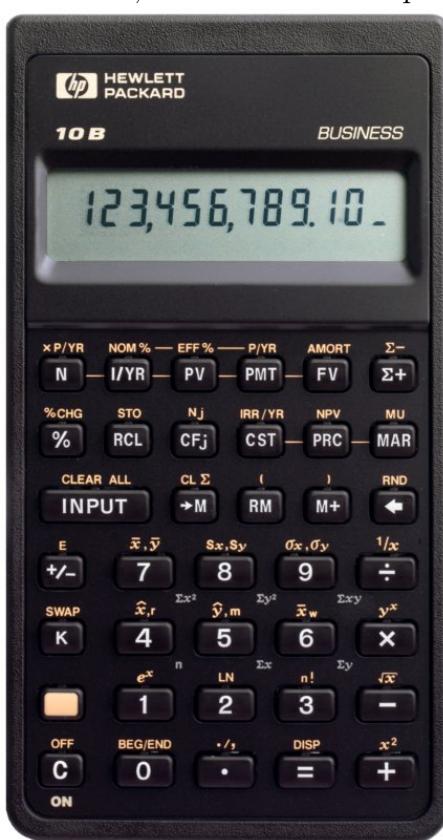
Figura 14: Calculadora HP-14B, algébrica para comemorar os 50 anos da HP: 1988–1993



Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Em 1989 foi lançada a HP-10B (fig. 15), um modelo algébrico promovida como uma calculadora financeira básica para estudantes — mas que na prática competia de perto com a HP-12C. Foi produzida até o ano 2000.

Figura 15: Calculadora HP-10B, modelo financeiro para estudantes: 1989–2000

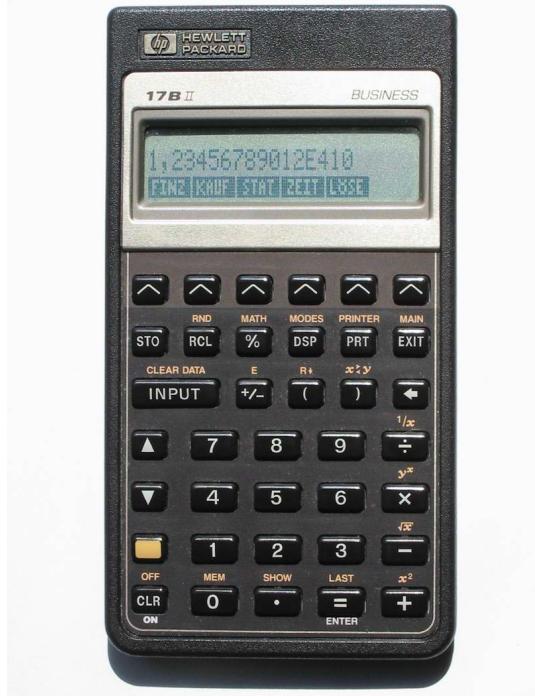


Retirado do [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Em 1990 a HP lançou pela primeira vez duas calculadoras que tinham os dois métodos de entrada, RPN e Algébrico, e o usuário poderia escolher em qual método trabalhar: a HP-17BII e a HP-19BII.

A HP-17BII (fig. 16) era uma evolução da HP-17B, com o acréscimo da opção de entrada RPN. Foi produzida de 1990 a 2003.

Figura 16: Calculadora HP-17BII, algébrica/RPN: 1990–2003



Retirado do [My Hewlett Packard calculator collection](http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php)
(<http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php>)

A HP-19BII (fig. 17) era uma evolução da HP-19B, com o acréscimo da opção de entrada RPN. Foi produzida de 1990 a 2003.

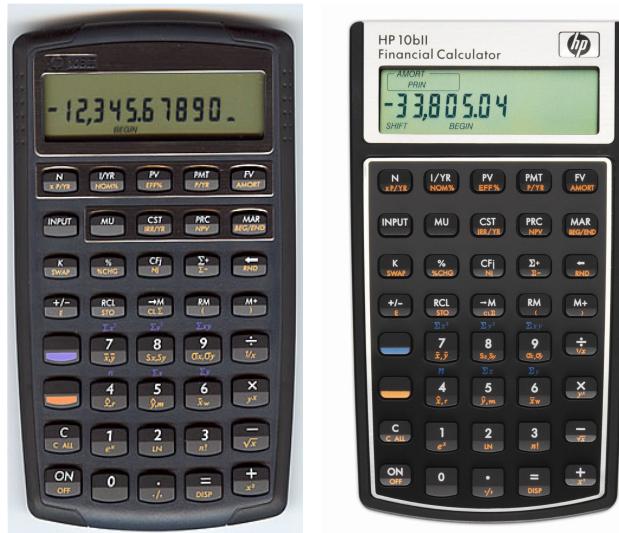
Figura 17: Calculadora HP-19BII, algébrica/RPN: 1990–2003



Retirado do [My Hewlett Packard calculator collection](http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php)
(<http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php>)

Depois dos lançamentos de calculadoras financeiras em 1990, a HP dedicou-se a lançar novos modelos científicos e modelos gráficos os mais variados. Depois de 10 anos sem lançar nenhum novo modelo financeiro, a HP lança, em 2000, a HP-10BII (fig. 18), uma evolução de seu modelo básico para estudantes, com entrada somente algébrica. Em 2008 um modelo com outro design foi lançado, e ficou em produção até 2011.

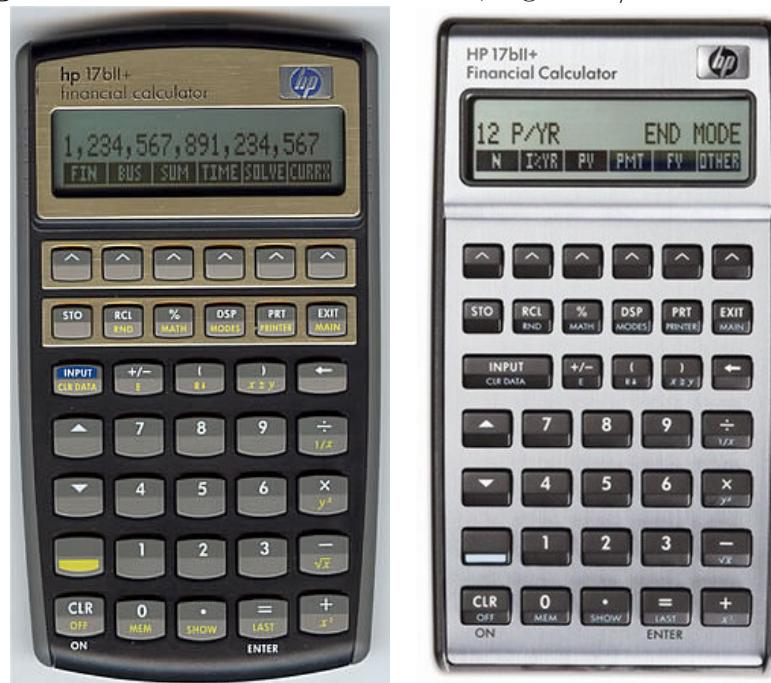
Figura 18: Calculadoras HP-10BII, algébrica: 2000–2011



Retirado do My Hewlett Packard calculator collection
(<http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php>)

Em 2003 é lançada a HP-17BII+ (fig. 19), uma evolução da HP-17BII, ainda mantendo os dois métodos de entrada, RPN e Algébrico, e dois designs diferentes. Está em produção até hoje.

Figura 19: Calculadoras HP-17BII+, algébrica/RPN: 2003–hoje



Retirado do My Hewlett Packard calculator collection
(<http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php>)

Ainda em 2003 a HP lança a HP-12C Platinum (fig. 20), uma evolução da HP-12C clássica com mais funções e memória, incluindo uma opção algébrica para entrada de dados. Modelos diferentes foram lançados, incluindo edições ditas “de aniversário”. Está em produção até hoje.

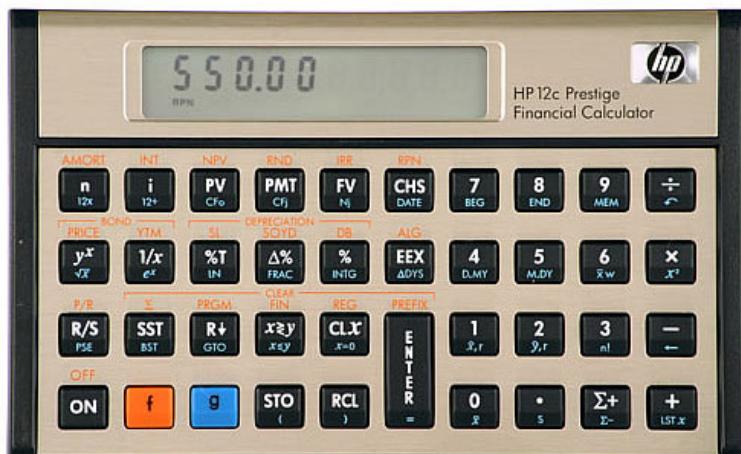
Figura 20: Calculadoras HP-12C Platinum, RPN/algébrica: 2003–hoje



Retirado do My Hewlett Packard calculator collection
(<http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php>)

Em 2006 é lançada a HP-12C Prestige (fig. 21), um modelo repaginado da HP-12C Platinum, que foi lançado exclusivamente no Brasil (talvez pelo grande sucesso da HP-12C Gold e da HP-12C Platinum por estas terras...). É um modelo RPN e algébrico e foi produzido até 2012.

Figura 21: Calculadora HP-12C Prestige, RPN/algébrica, exclusiva no Brasil: 2006–2012



Retirado do My Hewlett Packard calculator collection
(<http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php>)

No ano de 2008 a HP lança a HP-20B (fig. 22), um modelo algébrico e RPN que incluía algumas funções científicas e estatísticas. Ficou em produção até 2014.

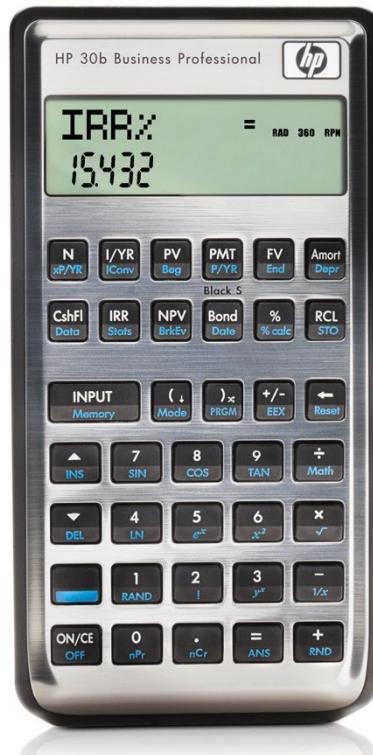
Figura 22: Calculadora HP-20B, algébrica/RPN: 2008–2014



Retirado do [My Hewlett Packard calculator collection](http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php)
(<http://www.keesvandersanden.nl/calculators/index.php>)

Em 2010 é lançada a HP-30B (fig. 23), uma evolução da HP-20B. Continua sendo um modelo algébrico/RPN que inclui, além das funções financeiras, algumas funções científicas e estatísticas. Foi produzida até 2014.

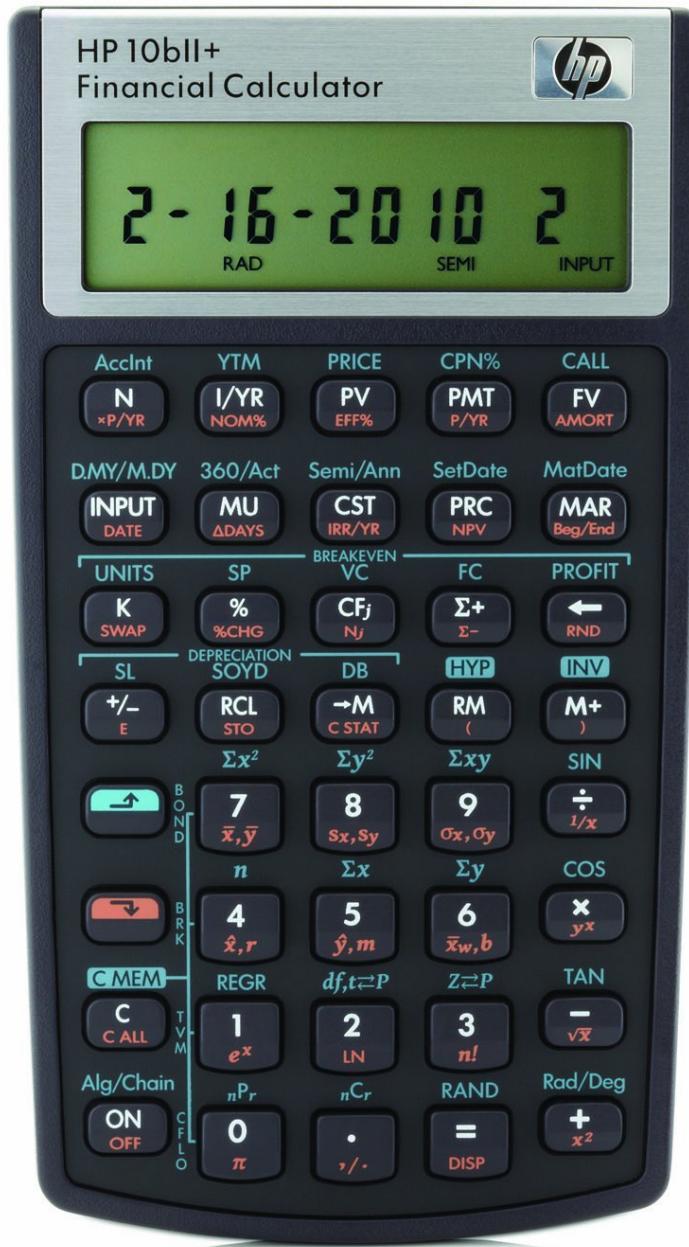
Figura 23: Calculadora HP-30B, algébrica/RPN: 2010–2014



Retirado do [Amazon](http://www.amazon.com) (<http://www.amazon.com>)

Por fim, em 2011 é lançada a HP-10BII+ (fig. 24), um modelo somente algébrico que é uma evolução da HP-10BII. Além das funções financeiras, incluiu mais algumas funções científicas e estatísticas. Está em produção até hoje.

Figura 24: Calculadora HP-10BII+, algébrica: 2011–hoje



Retirado do [Amazon](http://www.amazon.com) (<http://www.amazon.com>)

Caso você não tenha contado, até agora (janeiro de 2017) a HP já lançou 23 calculadoras financeiras¹² sendo 8 calculadoras (HP-80, HP-81, HP-70, HP-22, HP-92, HP-37E, HP-38E e HP-38C) antes da HP-12C e 14 calculadoras (HP-18C, HP-17B, HP-19B, HP-14B, HP-10B, HP-17BII, HP-19BII, HP-10BII, HP-17BII+, HP-12C Platinum, HP-12C Prestige, HP-20B, HP-30B e HP-10BII+) apóis a HP-12C.

¹²Somente por curiosidade, a HP já lançou no total 109 calculadoras entre modelos financeiros, científicos, básicos e gráficos, desde 1968.

De todas as 23 calculadoras financeiras já lançadas, somente 4 ainda estão em produção hoje em dia (janeiro/2017):

- HP-12C
- HP-12C Platinum
- HP-10BII+
- HP-17BII+

Comparando os 4 modelos em produção, conforme as especificações técnicas básicas da própria HP, podemos montar a seguinte tabela (tab. 1):

Tabela 1: Comparativo entre os 4 modelos financeiros em produção em janeiro/2017

<i>Especificação</i>	<i>HP-12C</i>	<i>HP-12C Plat</i>	<i>HP-10BII+</i>	<i>HP-17BII+</i>
<i>Setores</i>	Imobiliário, bancário, finanças, negócios, contabilidade	Imobiliário, bancário, finanças, negócios, contabilidade	Imobiliário, bancário, finanças, negócios, contabilidade, matemática geral, ciência, estatística, álgebra	Imobiliário, bancário, finanças, negócios, contabilidade
<i>Funções embutidas</i>	120+	130+	170+	250+
<i>Registradores</i>	20	20	22	N.A.
<i>Memória</i>	N.A.	N.A.	N.A.	28 KB
<i>Entrada</i>	RPN	RPN e algébrico	Algébrico	RPN e algébrico
<i>Display</i>	1 linha e 10 caracteres	1 linha e 10 caracteres	1 linha e 12 caracteres	2 linhas, 22 caracteres e outros
<i>Preço US\$</i>	69.99	79.99	29.99	99.99

N.A. = não se aplica

Você se lembra da seção 2.1, elencando os motivos pelos quais a HP-12C é a calculadora que não morre? Você consegue fazer um paralelo entre aqueles motivos e a tabela acima? Note que a HP-12C Platinum não representa uma vantagem real em relação ao modelo clássico e, para piorar, tem uma opção de entrada algébrica complicando um pouco a operação e confundindo o usuário. A HP-17BII+ é a calculadora financeira mais poderosa ainda em produção, tão poderosa que talvez faça sentido usar um computador ao invés da calculadora. Além disso a HP-17BII+ tem formato vertical e opção algébrica, tudo isso contribuindo para confundir e atrapalhar o usuário. E a HP-10BII+ tem a grande desvantagem de ser somente algébrica e, apesar de contar com funções estatísticas e científicas, se você precisa dessas funções está melhor servido comprando uma calculadora científica.

2.3 As teclas e suas funções

2.3.1 Teclas de funções e teclas de prefixo

As teclas da HP-12C podem ser divididas em dois grandes grupos: as teclas de *funções* (que são quase todas as teclas existentes na calculadora) e as teclas de *prefixo* (que são apenas cinco das teclas da calculadora).

Cada tecla de *função* executa uma, duas ou três funções diferentes, de acordo com o seguinte código de cores:

- **Branco:** é a primeira função da tecla, caracteres em branco face superior da tecla
- **Azul:** é a segunda função da tecla, caracteres em azul na face inferior da tecla
- **Dourado:** é a terceira função da tecla, caracteres em dourado acima da tecla

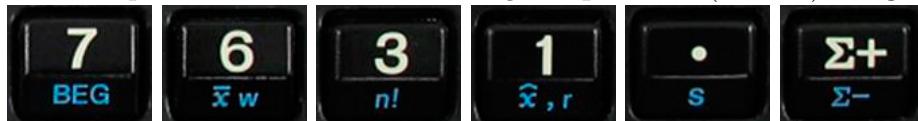
Alguns exemplos de teclas com apenas uma função (fig. 25):

Figura 25: Exemplos de teclas com somente uma função



Exemplos de teclas com duas funções (fig. 26), sendo que a primeira está em branco e a segunda está em azul:

Figura 26: Exemplos de teclas com duas funções: primeira (branca) e segunda (azul)



Exemplos de teclas com três funções (fig. 27), sendo que a primeira está em branco, a segunda está em azul e a terceira em dourado:

Figura 27: Exemplos de teclas com três funções: primeira (branca), segunda (azul) e terceira (dourado)



As teclas de *prefixo* são especiais e não executam nenhuma função diretamente. Existem 5 teclas de prefixo na HP-12 (fig. 28 na próxima página): **f**, **g**, **STO**, **RCL** e **GTO**¹³. Como o próprio nome diz, as teclas de prefixo devem ser utilizadas *antes* de outras teclas. Veremos seu uso adiante.

¹³A tecla de prefixo **GTO** é utilizada somente com as funções de programação e não será vista neste curso. Note também que a tecla **GTO** é uma tecla de prefixo acessível através da segunda função de uma outra tecla, pois ela está em azul

Figura 28: Teclas de prefixo da HP-12C

Para executar a primeira função de cada tecla, a função que está em branco, basta pressionar a tecla. Por exemplo: para usar a função de porcentagem basta pressionar a tecla $\%$, pois a função de portencagem é a primeira função da tecla (está em branco).

Para executar a segunda função (azul) da tecla temos que pressionar a tecla de prefixo azul $[g]$ primeiro, e depois pressionar a tecla desejada. Por exemplo: para usar a função de logarítmos neperianos $[LN]$, temos que pressionar a seqüência $[g] [LN]$.

Para executar a terceira função (dourada) da tecla — lembre-se que a função dourada está escrita logo acima da tecla — temos que pressionar a tecla de prefixo dourado $[f]$ primeiro, e depois pressionar a tecla desejada. Por exemplo: para usar a função de taxa interna de retorno $[IRR]$, temos que pressionar a seqüência $[f] [IRR]$.

Note que quando pressionamos as teclas de prefixo $[f]$ ou $[g]$, surgirá no visor da calculadora o indicador “f” ou “g”, indicando que a tecla de prefixo correspondente está ativada. Após o uso da tecla de função (azul ou dourada) o indicador “f” ou “g” se apagará automaticamente. As teclas de prefixo $[STO]$ e $[RCL]$ não têm nenhum indicador no visor.

Se você pressionou qualquer uma das teclas de prefixo por engano, pode cancelá-la apertando $[f] [CLEAR] [PREFIX]$. Note que como a tecla $[PREFIX]$ também é utilizada para exibir a mantissa (todos os 10 dígitos do número no mostrador), essa mantissa será exibida por cerca de um segundo no visor.

2.3.2 Convenções utilizadas nesta apostila

Para designar as teclas nesta apostila utilizamos as convenções padronizadas pela HP no manual do usuário da HP-12C. São elas:

- Ao referenciarmos uma função, o nome da função aparecerá dentro de uma caixa na cor apropriada (branca, azul ou dourada dependendo se é a primeira, segunda ou terceira função da tecla). Por exemplo: $[CHS]$, $[s]$, $[AMORT]$, $[\div]$, $[\sqrt{x}]$, $[INT]$.
- O uso da primeira função da tecla não tem nenhuma convenção especial, é somente a tecla. O uso da segunda ou terceira funções das teclas serão precedidas pelas teclas de prefixo adequadas. Por exemplo: $[CHS]$, $[g] [s]$, $[f] [AMORT]$, $[\div]$, $[g] [\sqrt{x}]$, $[f] [INT]$.
- As funções numéricas (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0) serão indicadas somente pelos números, sem nenhuma caixa.
- Referências às funções douradas agrupadas no teclado sob a palavra “CLEAR” serão indicadas precedidas por essa palavra, por exemplo: $[f] [CLEAR] [FIN]$ ou $[CLEAR] [FIN]$. Essas teclas estão enfatizadas desse jeito pois são teclas que limpam o conteúdo da memória de diversos registradores, então foram enfatizados para mostrar que ao executar tais funções, a memória dos registros será apagada.

2.3.3 Grupos funcionais das teclas

Agora que você já sabe que as teclas podem ser de função ou de prefixo, e que as teclas de função podem executar de uma a três funções diferentes (branca, azul ou dourada), veremos

como essas teclas estão mais ou menos agrupadas no teclado da HP-12C conforme sua categoria funcional.

Observação: nas figuras desta seção várias teclas estão com uma ou duas funções desfocadas. Isso foi feito de propósito para colocar em evidência somente a função que está sendo especificada no momento. Ao estudar esta seção, procure em sua calculadora todos os grupos e teclas informadas! Não se preocupe com o que cada função é ou faz agora, tente apenas achar as teclas e familiarizar-se com a HP-12C.

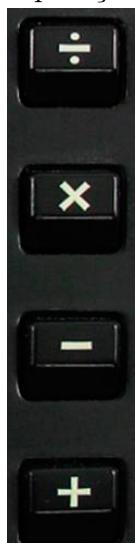
Primeiro temos as *teclas numéricas*, para informar números (fig. 29), incluindo o separador decimal (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 e “.”):

Figura 29: Teclas numéricas



Outro grupo de teclas são as *teclas de operações matemáticas básicas* (fig. 30), para as operações básicas da matemática: $+$, $-$, \times , \div . Note que não existe uma tecla de $=$ na HP-12C!

Figura 30: Teclas de operações matemáticas básicas



Existe um grupo de *teclas de operações matemáticas avançadas* (fig. 31), y^x , \sqrt{x} , $1/x$, e^x , \ln , FRAC , INTG , RND , CHS , $n!$ e EEX . Algumas estão próximas e outras espalhadas pelo teclado:

Figura 31: Teclas de operações matemáticas avançadas



Para cálculos envolvendo porcentagens, existe o grupo de *teclas de porcentagem* (fig. 32): $\%T$, $\Delta\%$ e $\%$.

Figura 32: Teclas de porcentagem

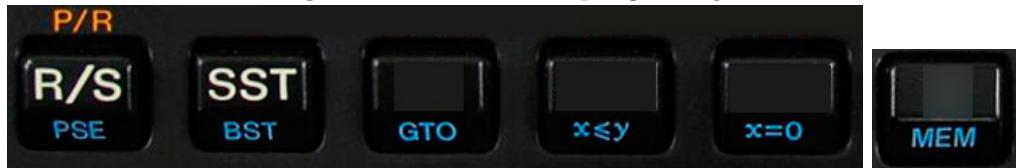


A HP-12C também disponibiliza algumas funções estatísticas básicas, portanto existe um grupo de *teclas estatísticas* (fig. 33): $\bar{x}w$, \hat{x}, r , \hat{y}, r , \bar{x} , s , $\sum +$ e $\sum -$.

Figura 33: Teclas estatísticas



Para o uso das funções de programação da calculadora (que não serão vistas no FDTA 2.01), existe o grupo de *teclas de programação* (fig. 34 na próxima página): R/S , PSE , P/R , SST , BST , GTO , $x \leq y$, $x = 0$ e MEM .

Figura 34: Teclas de programação

A HP-12C nos proporciona algumas funções de data e calendário, portanto existe um grupo de *teclas de datas* (fig. 35): **DATE**, **Δ DYS**, **D.MY** e **M.DY**.

Figura 35: Teclas de datas

A fama da HP-12C deve-se, claro, à suas funções de cálculo financeiro (que não serão vistas no FDTA 2.01). Obviamente existe um grupo de *teclas financeiras* (fig. 36): **n**, **12 ×**, **AMORT**, **i**, **12 ÷**, **INT**, **PV**, **CF₀**, **NPV**, **PMT**, **CF_j**, **FV**, **N_j**, **IRR**, **BEG** e **END**.

Figura 36: Teclas financeiras

Para cálculos financeiros de depreciação (não vistos no FDTA 2.01), existe um grupo de *teclas de depreciação* (fig. 37): **SL**, **SOYD** e **DB**.

Figura 37: Teclas de depreciação

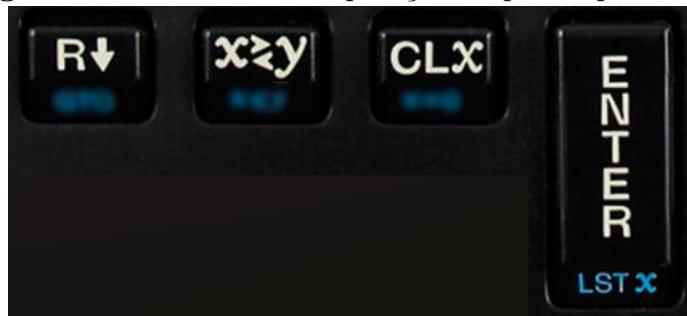
A HP-12C também fornece funções de cálculos de obrigações de títulos de dívida (conforme os títulos do Tesouro Americano dos EUA e Notas do Tesouro dos EUA), e fornece o grupo de *teclas de obrigações de títulos* (fig. 38 na próxima página): **PRICE** e **YTM**. Esses cálculos não serão vistos no FDTA 2.01.

Figura 38: Teclas de obrigações de títulos

Freqüentemente precisamos limpar o conteúdo de memória dos diversos registradores fornecidos pela HP-12C. Para isso existe o grupo de *teclas de limpeza* (fig. 39): **CLEAR** Σ , **CLEAR PRGM**, **CLEAR FIN**, **CLEAR REG** e **CLEAR PREFIX**.

Figura 39: Teclas de limpeza do conteúdo dos registros

Outro grupo muito utilizado de funções são as que manipulam a pilha operacional de cálculos da HP-12C, e para isso existe o grupo de *teclas de manipulação da pilha operacional* (fig. 40): **R↓**, **x>=y**, **CL x**, **ENTER** e **LST x**.

Figura 40: Teclas de manipulação da pilha operacional

O grupo de *teclas de prefixo* já foi mostrado (fig. 28 na página 28), e a única tecla que ficou de fora pois não está em nenhum grupo específico é a tecla para ligar/desligar a calculadora, a tecla **ON**.

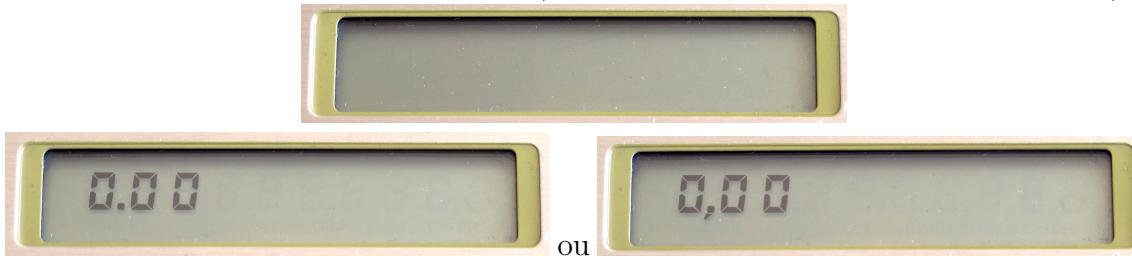
Algumas funções muito específicas são ativadas ou desativadas com uma combinação de teclas. Por exemplo: para ativar/desativar o uso de juros compostos em períodos fracionários temos que pressionar **STO** **EEX** (o indicador de juros compostos em períodos fracionários, a letra “C”, aparecerá no visor). Essas combinações específicas serão mostradas durante o curso.

2.4 O visor da calculadora

Agora que você já conhece todas as teclas de funções e prefixo, e todos os agrupamentos de teclas da HP-12C, está na hora de aprender a interpretar tudo o que aparece no visor da calculadora.

A HP-12C tem um visor com 1 linha de 10 caracteres e, abaixo dessa linha, uma pequena linha para indicadores de status da calculadora. Quando a calculadora está desligada nada aparece no visor e após ligada, se não houver nada em sua memória contínua, ela exibirá o número “0.00” (ou “0,00” dependendo da configuração do dígito separador decimal). Veja a figura abaixo (fig. 41):

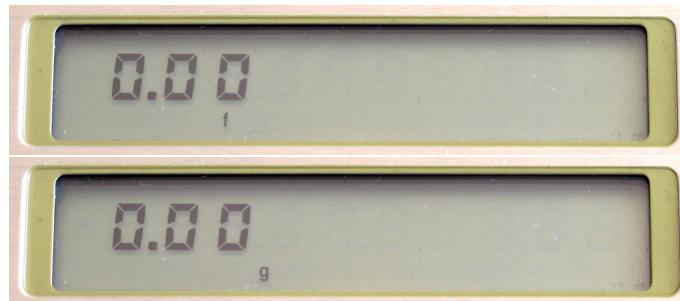
Figura 41: Visor desligado e ligado (com as duas opções de separador decimal)



Abaixo da linha principal do visor existe uma pequena linha secundária onde são exibidos os *indicadores de status* da calculadora, que são indicadores que nos informam qual a configuração atual da calculadora, qual o modo no qual a calculadora se encontra atualmente (normal ou programação) e se uma das teclas de prefixo **f** ou **g** estão ativas no momento.

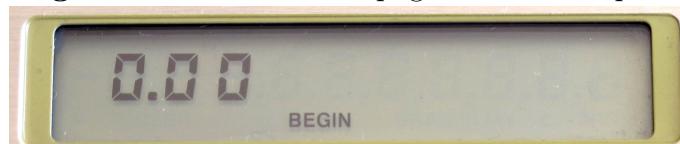
Quando clicamos nas teclas de prefixo **f** ou **g** (fig. 42), seus indicadores de status correspondentes aparecem no visor (lembre-se que as demais teclas de prefixo — **STO**, **RCL** e **GTO** — não têm indicadores de status no visor).

Figura 42: Indicadores de status para as teclas de prefixo **f** e **g**



Se o indicador de status “BEGIN” aparecer (fig. 43), a calculadora está configurada para fazer cálculos financeiros de pagamentos periódicos com capitalização antecipada, ou seja, os pagamentos são feitos no início do período de capitalização. Se esse indicador não estiver aparecendo, a calculadora está configurada para fazer cálculos financeiros de pagamentos periódicos com capitalização postecipada, ou seja, os pagamentos são feitos no final do período de capitalização.

Figura 43: Indicador de pagamento antecipado



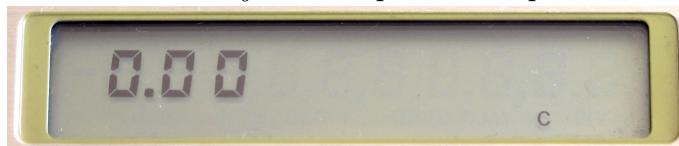
Para trabalhar com cálculos de datas, a HP-12C utiliza o formato americano (mês, dia e ano) ou o formato brasileiro (dia, mês e ano). A configuração padrão da calculadora é o formato americano. Quando configuramos a HP-12C para trabalhar no formato brasileiro, o indicador de status “D.MY” aparece no visor (fig. 44). Se esse indicador não aparece no visor a calculadora está trabalhando no formato americano.

Figura 44: Indicador de data no formato brasileiro



Quando trabalhamos com cálculos de juros com períodos inteiros e fracionários, por padrão a HP-12C utiliza juros compostos para os períodos não fracionários e juros simples nos períodos fracionários. Quando configuramos a calculadora para utilizar juros compostos em ambos os períodos (inteiros e fracionários) o indicador de status “C” aparece no visor (fig. 45). Se esse indicador não aparece no visor, a HP-12C utiliza juros simples para os períodos fracionários.

Figura 45: Indicador de juros compostos nos períodos fracionários



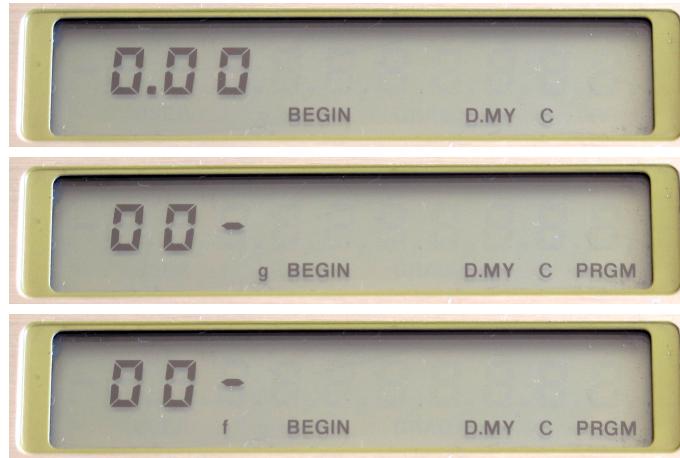
Você já sabe que a calculadora HP-12C é uma calculadora programável, na qual o usuário pode criar programas para fazer cálculos. Quando ela está no modo de programação, ou seja, as teclas são utilizadas não para fazer contas mas sim para digitar os programas que o usuário criou, o indicador de status “PRGM” aparece no visor (fig. 46). Note também que a linha principal mudou para “00 -” e isso é normal no modo de programação¹⁴.

Figura 46: Indicador de programação (a calculadora está no modo de programação)



Agora que você já conheceu os 6 indicadores de status (f, g, BEGIN, D.MY, C, PGRM), eles podem aparecer combinados de diversas formas, indicando que sua HP-12C está configurada de maneiras diferentes (fig. 47 na próxima página).

¹⁴Para aprender a programar sua HP-12C, não perca o curso FDTA 2.03!

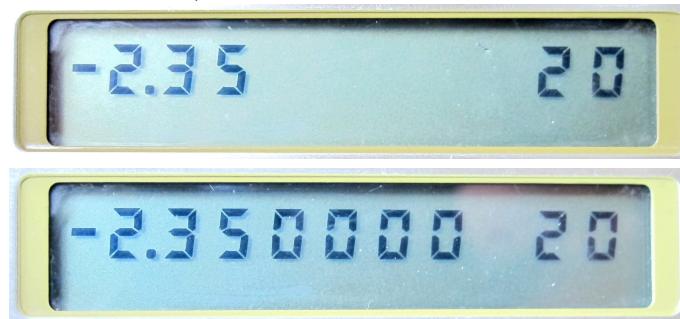
Figura 47: Vários indicadores de status ativos ao mesmo tempo

Os únicos indicadores de status que nunca aparecem ao mesmo tempo (exceto em uma situação especial, quando testamos a calculadora) são o “f” e o “g”, pois cada um indica uma função diferente de uma tecla e nunca poderiam aparecer ao mesmo tempo pois não é possível executar a segunda e a terceira funções de uma tecla ao mesmo tempo.

Os números são exibidos normalmente no visor e podem estar no formato americano (vírgula para separar as classes numéricas e ponto para separar os decimais) ou no formato brasileiro (ponto para separar as classes numéricas e vírgula para separar os decimais). Posteriormente você aprenderá a configurar os separadores de classes e decimais (fig. 48).

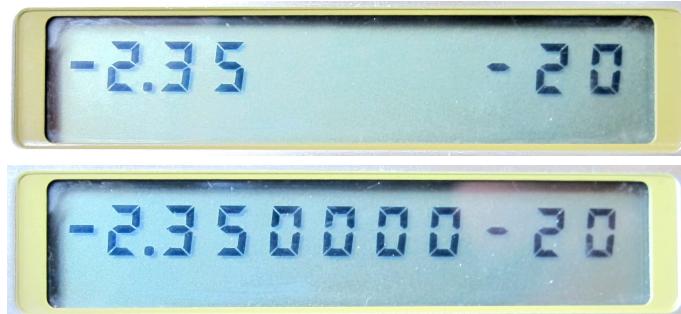
Figura 48: Formato americano e brasileiro de separação de classes e decimais

Alguns números podem ser digitados em notação científica (notação exponencial) e, nesse caso, o visor mostrará o significando na parte esquerda e o expoente de base 10 na parte direita (fig. 49), e sempre haverá a separação de pelo menos 1 caractere entre o significando e o expoente.

Figura 49: Notação científica (o número -2.35×10^{20} exibido de 2 formas diferentes)

Note que se o expoente for negativo, o espaço entre o significando e o expoente pode desaparecer pois é ocupado pelo sinal negativo do expoente (fig. 50).

Figura 50: Notação científica (o número -2.35×10^{-20} exibido de 2 formas diferentes)



Algumas funções e cálculos financeiros demoram alguns segundos para produzirem uma resposta. Nessa situação a palavra “running” (fig. 51) aparece no visor e fica piscando até que o cálculo termine e a resposta seja exibida. Seja paciente pois algumas funções financeiras tais como **NPV** e **IRR** podem demorar vários segundos para rodar e mostrar a resposta no visor!

Figura 51: Indicador “running” piscando informa que a HP-12C está calculando



Se a bateria de sua calculadora estiver fraca e necessitar de substituição, a HP-12C exibirá o indicador de bateria fraca no canto inferior esquerdo, que é um asterisco piscando (fig. 52).

Figura 52: Indicador de bateria fraca (asterisco piscando no canto inferior esquerdo)



Agora você já conhece praticamente todos os indicadores que podem aparecer no visor de sua HP-12C, na rotina diária de uso. Conhecendo os indicadores mostrados e o que significam, você já está em condições de interpretar muito bem o que sua calculadora está dizendo através do visor.

Existem alguns outros indicadores especiais que podem aparecer no visor tais como os indicadores de erro, de estouro da capacidade da calculadora (número maior ou menor do que o máximo e o mínimo que a calculadora pode trabalhar), de perda da memória contínua e indicadores especiais para teste da HP-12C e seus circuitos. Esses indicadores específicos serão mostrados a seguir e em seções posteriores.

2.5 Memória contínua

A HP-12C tem uma característica chamada de *memória contínua* que nada mais é do que a capacidade que a calculadora tem de, ao ser desligada, manter intactas uma série de configurações e informações na memória. Por exemplo: se o número 25.34 está no visor da calculadora, após desligá-la e ligá-la novamente, esse número aparecerá no visor.

As seguintes informações são mantidas na memória contínua da HP-12C:

- Configurações da calculadora: formato numérico, formato de data, separador decimal, número de casas decimais, juros simples ou compostos em períodos fracionários, modo de vencimento (pagamentos antecipados ou postecipados).
- Registros: todas as informações guardadas nos registros (“memórias”) da calculadora, incluindo os registros financeiros, de armazenamento de dados, e da pilha operacional (incluindo o **LST x**).
- Programação: todos os registros de programação.

Como você pôde ver, a memória contínua preserva TUDO o que está guardado nos registros da HP-12C, incluindo as configurações e os programas.

Note também que a memória contínua é mantida por um breve período de tempo quando as baterias são removidas para substituição (o manual da calculadora não especifica de quanto é esse breve período portanto, para evitar a perda da memória contínua ao trocar as baterias, faça a troca o mais rápido possível).

Existem situações nas quais, por um motivo ou outro, você quer APAGAR toda a memória contínua da calculadora voltando sua HP-12C para o estado “padrão de fábrica”. Isso é feito através do reset manual da memória contínua. O procedimento de reset da memória contínua é o seguinte:

1. Desligue a calculadora.
2. Com a calculadora desligada, pressione e mantenha pressionada a tecla **[-]**.
3. Mantendo a **[-]** pressionada, ligue a calculadora pressionando e soltando a **[ON]**.
4. Solte a **[-]**.

Nesse momento aparecerá uma mensagem de erro no visor: *Pr Error* (ver seção 2.6.3). Esse erro indica que o suprimento de energia para memória contínua da calculadora foi interrompido e tudo o que lá estava armazenado foi perdido fazendo com que a calculadora fosse reiniciada com as configurações de fábrica. A configuração padrão de fábrica é a seguinte:

- Todos os registros são apagados e zerados.
- A memória de programação é zerada e passa a conter 8 linhas de programação, cada uma com a instrução **[g] [GTO] 00**.
- O formato numérico é o americano, com duas casas decimais.
- O formato de data é o americano (M.DY).
- Cálculos de juros em períodos fracionários utilizam juros simples.
- O modo de vencimento em séries de pagamentos é o postecipado.

Além do reset manual, a memória contínua pode ser perdida se as baterias forem retiradas por um tempo prolongado, ou por um choque mecânico excepcionalmente forte.

2.6 Situações de erro

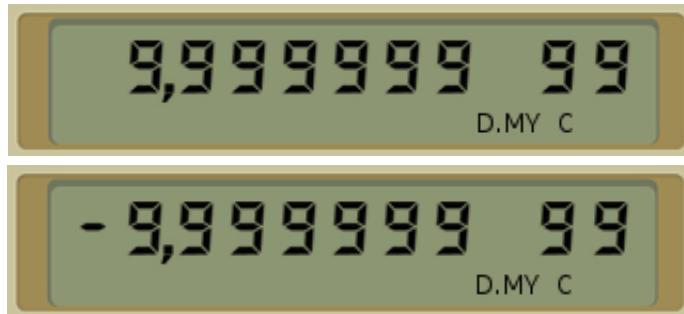
Durante o uso da HP-12C várias situações ou cálculos podem causar um erro na calculadora. Se uma dessas situações ocorrer, uma mensagem de erro será exibida no visor. As situações de erro da HP-12C enquadram-se em 3 grupos:

- *Overflow/Underflow*: essa situação ocorre quando o cálculo resulta em um número muito grande, maior do que a capacidade que a calculadora tem de armazená-lo, ou em um número muito pequeno, menor do que a capacidade que a calculadora tem diferenciá-lo de zero.
- *Error N*: são diversas situações que levam a calculadora a uma condição de erro e todo o processamento é encerrado. Ocorrem, por exemplo, quando você tenta realizar uma operação proibida.
- *Pr Error*: é uma situação na qual o suprimento de energia da calculadora foi interrompido (por choque mecânico, pilhas exauridas ou reset manual).

2.6.1 Erros do tipo “*Overflow/Underflow*”

O maior número que a HP-12C consegue entender é $\pm 9.99999999 \times 10^{99}$. Se algum cálculo resultar em um número maior do que esse, ocorre uma situação de *overflow*, ou seja, o número é tão grande que a calculadora não consegue armazená-lo internamente. Nessa situação o cálculo é interrompido e o indicador de estouro de armazenamento aparece no visor (fig. 53). Nessa situação a calculadora apenas exibe o número 9.999999 99 (se positivo) ou o número -9.999999 99 (se negativo) no visor.

Figura 53: Os dois possíveis indicadores de *overflow* da HP-12C

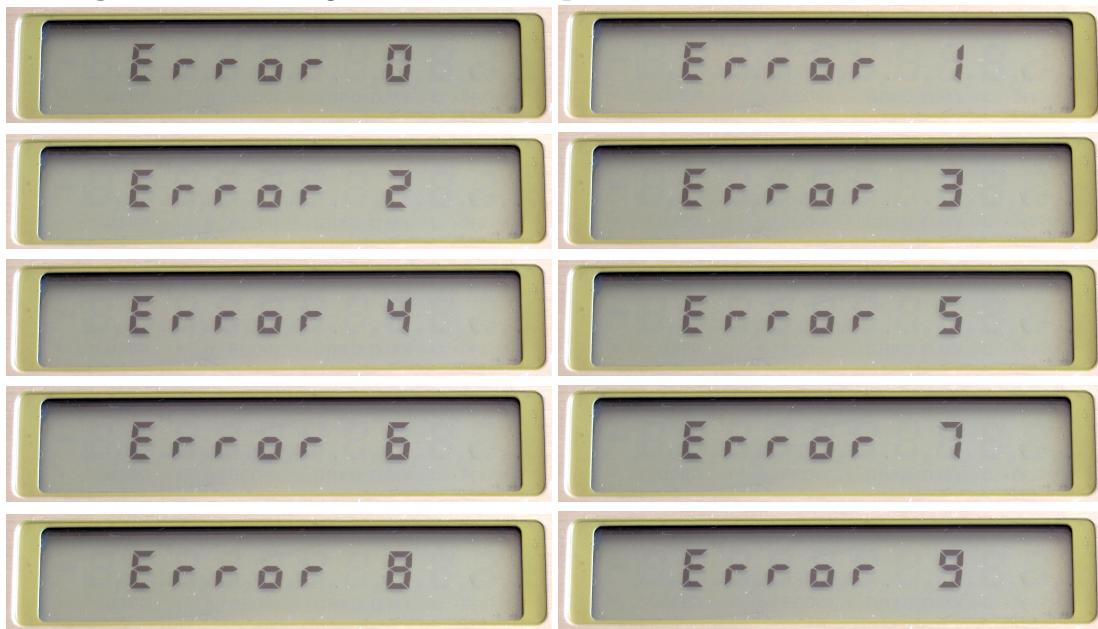


O menor número que a HP-12C consegue entender é 10^{-99} . Se algum cálculo resultar em um número menor do que esse ocorre uma situação de *underflow*, ou seja, o número é tão pequeno que a calculadora não consegue diferenciá-lo de zero. Nessa situação O CÁLCULO NÃO É INTERROMPIDO, mas o valor 0 (zero) é atribuído a este número em cálculos subsequentes. Note que a HP-12C não exibirá nenhum indicador especial de *underflow* no visor: ela irá considerar o número como 0 (zero) e continuará o processamento.

2.6.2 Erros do tipo “*Error N*”

Se alguma operação que você tentar realizar na calculadora for proibida ou impossível (como, por exemplo, dividir um número qualquer por 0), a HP-12C exibirá a mensagem “Error N” no visor, onde N é um número de 0 a 9 (fig. 54 na página seguinte).

Para apagar a mensagem de erro basta apertar qualquer tecla (a função da tecla não será executada, apenas restaurará a calculadora à sua condição antes da tentativa de realizar a operação proibida ou impossível).

Figura 54: Mensagens de erro do tipo “Error N”, onde N varia de 0 a 9

Cada *Error N* tem um significado específico, e a tabela 2, a seguir, resume isso:

Tabela 2: Significado dos códigos de *Error N*

<i>Error N</i>	<i>Tipo de erro</i>	<i>Exemplos*</i>
0	Matemático	Divisão por zero, raiz quadrada de números negativos, fatorial de números não inteiros
1	Estouro de registro de armazenamento	Tentar armazenar um número maior do que $\pm 9.99999999 \times 10^{99}$ nos registros 0 a 4
2	Estatístico	Cálculo de média quando $n = 0$
3	Cálculo de IRR	Cálculo muito complexo (você deve fornecer uma estimativa do resultado)
4	Memória	Mais de 99 linhas em um programa, aritmética com os registros 5–9 ou .0–.9
5	Cálculo de juros compostos	Valores de i, PV e FV não permitem solução para n, fluxos de caixa com mesmo sinal
6	Registros de armazenamento	Registro de armazenamento não existe, registro convertido em programa
7	Cálculo de IRR	Não existe resposta com os dados fornecidos
8	Cálculos de calendário	Data no formato errado, data não existe, data além da capacidade da calculadora
9	Assistência técnica	Teste executado erroneamente, calculadora com defeito

* As situações exemplificadas nesta tabela representam um subconjunto das situações possíveis. Verifique o manual de sua HP-12C para conhecer todas as situações onde o *Error N* é disparado.

Como a tabela 2 mostra somente algumas das situações que causam cada *Error N*, caso você não esteja conseguindo entender porque uma determinada operação ou cálculo está disparando o erro, verifique os **apêndices C, E, e B**, no manual de sua HP-12C. Esses três apêndices detalham todas as situações nas quais os *Error N* ocorrem.

2.6.3 Erro “*Pr Error*”

Se, por qualquer motivo, o suprimento de energia da calculadora for interrompido (choque mecânico excepcionalmente forte, retirada das pilhas por muito tempo, ou a realização de um reset manual), ao ser ligada a calculadora exibirá o indicador de erro *Pr Error* no visor (fig. 55). Essa mensagem de erro indica que houve uma interrupção do suprimento de energia e causou a **perda da memória contínua da calculadora**, ou seja, tudo o que estava armazenado nos registros e memórias de sua HP-12C (incluindo configurações como separador decimal, número de casas decimais, programas guardados nos registros de programação, etc.) foi perdido e a calculadora retornou ao padrão de fábrica.

Figura 55: Erro por corte da energia da calculadora: *Pr Error*



2.7 Detalhes sobre notação científica (exponencial)

Quando trabalhamos com números excepcionalmente grandes ou pequenos somos obrigados a utilizar notação científica (ou exponencial) para digitá-los na HP-12C. A notação científica está baseada em potências de 10, e tem a forma geral:

$$m \times 10^n \quad (1)$$

No formato geral da notação científica acima: m é chamado de *significando* ou de *mantissa*¹⁵ e pode ser qualquer número real (positivo ou negativo), e n é chamado de *expoente* e pode ser um número inteiro (positivo ou negativo). Alguns exemplos de números escritos em notação científica:

- 2×10^0
- $-5,3 \times 10^4$
- $7,51 \times 10^{-9}$
- 235×10^{70}

ATENÇÃO: a HP-12C utiliza o formato de notação científica chamado de “**normalizado**”, onde a calculadora escolhe um expoente n tal que o valor absoluto do significando m seja igual ou maior do que 1 e menor do que 10 ($1 \leq |m| < 10$).

Por causa do formato de notação científica normalizado, o expoente exibido pela calculadora pode ser diferente do expoente digitado pelo usuário! Isso faz com que muitas pessoas fiquem confusas quando trabalham com notação científica na HP-12C, pois digitaram um determinado expoente e a calculadora exibe outro.

Por exemplo, considere o número 235×10^{32} . Ele está escrito em notação científica não normalizada, pois o significando é maior do que 10. Ao digitarmos esse número na HP-12C, antes

¹⁵O termo “significando” (ou até mesmo “coeficiente”) é preferível ao termo “mantissa”. Na realidade o uso correto do termo “mantissa” é para designar a parte fracionária dos logarítmos comuns (logarítmos de base 10). Note que apesar de incorreto, o manual da HP-12C usa o termo “mantissa” no lugar de significando, e parece que esse termo já foi consagrado popularmente para designar o significando, além da parte fracionária dos logarítmos comuns.

de confirmarmos com a tecla **[ENTER]**, a calculadora exibe o número conforme informamos (fig. 56):

Figura 56: Notação científica normalizada na HP-12C: antes de **[ENTER]**



Após confirmarmos o número com a tecla **[ENTER]**, a HP-12C normalizará a notação científica e exibirá no visor o número $2,350000 \times 10^{34}$ (fig. 57). Note que a HP-12C “transfornou” 235 em 2,35 e alterou o expoente de 32 para 34, e é essa alteração que confundiu muitos usuários que trabalham com notação científica na HP-12C pela primeira vez. Note também que ela completou as casas decimais com zeros para que o significando seja sempre exibido com 7 dígitos, o que não altera o valor do número.

Figura 57: Notação científica normalizada na HP-12C: após **[ENTER]**



Números negativos também sofrem normalização (fig. 58) e a HP-12C escolherá o expoente tal que o valor absoluto do significando seja igual ou maior do que 1 e menor do que 10.

Figura 58: Notação científica normalizada na HP-12C, com significando e expoente negativos



Na HP-12C a notação científica é sempre exibida no formato normalizado sendo que o significando (“mantissa”) é exibido sempre com 7 dígitos e o expoente da base dez é exibido sempre com 2 dígitos.

Lembre-se que, matematicamente, se o expoente for positivo ele representa o número de casas decimais que o ponto decimal deve ser deslocado para a direita para escrever o número no formato padrão, e se for negativo representa o número de casas decimais que o ponto decimal deve ser deslocado para a esquerda para escrever o número no formato padrão. Por exemplo:

- $3,634 \times 10^{19} = 36.340.000.000.000.000.000,00$
- $3,634 \times 10^{-19} = 0,000000000000000003634$

A qualquer momento você pode configurar o formato de apresentação numérico de sua HP-12C para a notação científica normalizada, bastando pressionar **f** **•**: a calculadora sairá do modo de exibição configurado e apresentará o número em notação científica.

Por exemplo: se o número “14.874,56” estiver no visor e você apertar **f** **•**, a calculadora exibirá o número “1,487456 04” no visor ($1,487456 \times 10^4$) — veja a figura abaixo (fig. 59):

Figura 59: O número 14.874,56 antes e depois de **f** **•**:



Para sair do formato de notação científica, tecle “**f** **2**” (a configuração dos formatos numéricos e das casas decimais será explicada na Seção 4.3).

2.8 Trocando as baterias

Sempre que o indicador de bateria fraca aparecer no visor da calculadora (fig. 52 na página 36), um asterisco piscando no canto inferior esquerdo, você precisa trocar as baterias.

Dependendo do ano de fabricação e do modelo de sua HP-12C o formato das baterias utilizadas será diferente.

Algumas calculadoras, notadamente os modelos de fabricação mais antiga, utilizam 3 baterias do tipo LR44, de 1,5 V (fig. 60 e fig. 61):

Figura 60: Baterias LR44, de 1,5 V



Retirado da Wikipedia (https://en.wikipedia.org/wiki/LR44_battery)

Figura 61: Três baterias LR44 em uma HP-12C



Outras calculadoras, notadamente os modelos de fabricação mais nova, utilizam 1 bateria do tipo CR 2032, de 3 V (fig. 62 e fig. 63):

Figura 62: Bateria CR 2032, de 3 V



Retirado da Wikipedia (https://en.wikipedia.org/wiki/CR2032_battery)

Figura 63: Uma bateria CR 2032 em uma HP-12C



Verifique qual o tipo de bateria que sua HP-12C utiliza e compre o modelo e a quantidade necessária. O procedimento para a troca das baterias é o seguinte:

1. Desligue a calculadora. Isso é importante! Retirar as baterias com a calculadora ligada poderá acarretar a perda da memória contínua.
2. Abra a tampa do compartimento da bateria e remova a(s) bateria(s) antiga(s). Atenção: não aperte nenhuma tecla enquanto a calculadora estiver sem a(s) bateria(s), pois isso pode acarretar a perda da memória contínua e o teclado poderá parar de funcionar.
3. Insira a(s) bateria(s) nova(s), verificando a posição correta. Atenção: se sua calculadora utiliza 3 baterias LR44, *troque todas ao mesmo tempo*¹⁶!
4. Recoloque a tampa da bateria e ligue a calculadora com a tecla **[ON]** para testar se o procedimento foi correto.

Note que a memória contínua (Seção 2.5) da calculadora é mantida por um curto período de tempo após a remoção da(s) bateria(s). O manual da HP-12C não especifica o que é esse “curto período de tempo”, apenas diz que é um tempo suficiente para você realizar a troca da(s) bateria(s). Evite demorar muito tempo nessa troca.

Após a troca das baterias é prudente realizar testes para verificar se a calculadora está funcionando normalmente. A Seção 3 explicará como fazer isso.

Se, por qualquer motivo, a memória contínua for perdida, ao ser ligada novamente a HP-12C exibirá o erro *Pr Error* (Seção 2.6.3). Aperte qualquer tecla para apagar essa mensagem de erro e configure novamente a calculadora (Seção 4).

¹⁶Misturar baterias novas com velhas é perigoso pois as velhas podem vazar e danificar sua calculadora.

3 Testes automáticos de funcionamento da HP-12C

Após a troca das baterias ou sempre que você quiser verificar se sua calculadora está funcionando corretamente, poderá executar os testes automáticos de funcionamento pré-programados na HP-12C. Você também poderá executar uma seqüência específica de testes se o teclado de sua calculadora não estiver funcionando.

3.1 Testes para calculadoras com teclado funcionando

3.1.1 Teste \times [ON]

O primeiro teste automático a ser realizado é o “Teste \times [ON]”, que faz fará uma checagem de funcionamento nos circuitos eletrônicos da calculadora. Para executá-lo, siga o procedimento abaixo:

1. Desligue a calculadora.
2. Mantenha a \times pressionada.
3. Pressione e solte a [ON].
4. Solte a \times .

O teste será iniciado e o indicador *running* (fig. 51 na página 36) aparecerá piscando no visor por cerca de 25 segundos. Se tudo estiver funcionando corretamente o visor exibirá um número especial (-8,8,8,8,8,8,8,8,8,) e todos os indicadores de status (exceto o “*”), incluindo 2 indicadores que não são utilizados normalmente na HP-12C (“user” e “grad”). Veja a figura a seguir (fig. 64):

Figura 64: Resultado do Teste \times [ON] mostrando que tudo está correto



Se após o Teste \times [ON] o visor exibir o *Error 9*, se apagar ou mostrar qualquer outra coisa diferente da figura 64, a calculadora precisa de assistência técnica.

3.1.2 Teste $+$ [ON]

O “Teste $+$ [ON]” também testa o funcionamento dos circuitos eletrônicos da calculadora, só que o teste roda por tempo indeterminado, ou seja: enquanto você não solicitar o encerramento do teste, ele continua indefinidamente. Para executá-lo, siga o procedimento abaixo:

1. Desligue a calculadora.
2. Mantenha a $+$ pressionada.
3. Pressione e solte a [ON].
4. Solte a $+$.

O teste será iniciado e o indicador *running* (fig. 51 na página 36) aparecerá piscando no visor por tempo indeterminado. Se você não encerrar o teste, ele continuará por horas e horas até acabar com as baterias da calculadora. Para encerrar o teste basta *pressionar qualquer tecla* e aguardar cerca de 25 segundos. O teste será encerrado e, se tudo estiver correto com a calculadora, o visor exibirá o mesmo resultado do Teste \times [ON] (veja a fig. 64 na página 44).

Se após o encerramento do Teste $+$ [ON] o visor exibir o *Error 9*, se apagar ou mostrar qualquer outra coisa diferente da figura 64, a calculadora precisa de assistência técnica.

3.1.3 Teste \div [ON]

O “Teste \div [ON]” é diferente dos outros dois já citados pois ele exige sua participação ativa: é um teste de cada tecla da calculadora, individualmente, e dos segmentos do visor. Para iniciar o teste, o procedimento é o seguinte:

1. Desligue a calculadora.
2. Mantenha a \div pressionada.
3. Pressione e solte a [ON].
4. Solte a \div .

Nesse momento o visor de sua calculadora ficará igual ao da figura fig. 65:

Figura 65: Visor inicial do Teste \div [ON]



Agora você deverá clicar em todas as teclas da HP-12C, seguindo da esquerda para a direita, da linha de cima até a linha de baixo. Por exemplo: você clicará nas teclas n , i , PV , ..., 9 , \div . Nesse momento você passará para a segunda linha e continuará da esquerda para a direita, por exemplo: y^x , $1/x$, ..., 6 , \times . Ao terminar a segunda linha, passe para a terceira e assim por diante. ATENÇÃO: a tecla **ENTER** deve ser pressionada 2 vezes: uma vez na terceira linha e uma vez na quarta linha. Note que durante o teste, pressionar a [ON] não desliga a calculadora, ela é só mais uma tecla a ser clicada.

Note também que, como o teste verifica o funcionamento das teclas e do visor, para cada tecla pressionada (na ordem correta) o visor da HP-12C exibirá segmentos diferentes. Por exemplo: a figura 66 mostra o visor da calculadora após pressionar a n , e a figura 67 mostra o visor da calculadora após pressionar a i . Cada tecla pressionada exibirá um visor diferente, até chegar na última tecla (a tecla $+$). Não se assuste com os segmentos exibidos no visor, serão os mais variados possíveis até o término do teste.

Figura 66: Visor do Teste \div [ON] após pressionar a n



Figura 67: Visor do Teste \div ON após pressionar a i

Quando você acabar de pressionar todas as teclas na *ordem correta* (da esquerda para a direita, da linha de cima até a linha de baixo), se tudo estiver funcionando corretamente a calculadora exibe o número “12” no centro do visor (fig. 68).

Figura 68: Resultado do Teste \div ON mostrando que tudo está correto

Se a calculadora não estiver funcionando corretamente (ou se você clicou em alguma tecla fora da ordem “da esquerda para a direita, da linha de cima para linha de baixo) o visor exibirá a mensagem *Error 9*. Se você tem certeza que digitou todas as teclas corretamente e ao repetir o teste a calculadora continua exibindo *Error 9*, ela precisa de assistência técnica.

Para limpar o display com o “12” ou com o *Error 9*, pressione qualquer tecla.

3.2 Teste para calculadoras que não respondem ao teclado

Se por algum motivo o teclado de sua calculadora não estiver respondendo ao teclado e não quiser ligar¹⁷, siga o procedimento abaixo:

1. Pressione e solte simultaneamente as teclas **PMT** e **ON**. Se a calculadora voltar a responder, o conteúdo do visor (do registro X) será trocado por outro qualquer.
2. Se a calculadora ainda não responde ao teclado, remova e recoloque as baterias.
3. Se a calculadora ainda não responde ao teclado, troque as baterias por novas.
4. Se a calculadora ainda não responde ao teclado, precisa de assistência técnica.

¹⁷Nunca vi essa situação ocorrer, é extremamente rara.

4 Configurando sua HP-12C

4.1 Ligando e desligando

Para ligar sua HP-12C pressione a tecla **[ON]**. Para desligar, aperte a tecla **[ON]** novamente. Se a calculadora ficar ligada mas não estiver em uso, se desligará automaticamente dentro de 8 a 17 minutos.

4.2 Separador decimal e de classes numéricas

Por padrão a HP-12C utiliza o formato americano (fig. 69) para exibir números no visor, ou seja, a vírgula separa as classes numéricas e o ponto separa as casas decimais (99,999,999.99).

Figura 69: Número no formato americano



Para as pessoas que não gostam do padrão americano a HP-12C permite trocar o formato de exibição para o padrão brasileiro (fig. 70), ou seja, o ponto separa as classes numéricas e a vírgula separa as casas decimais (99.999.999,99).

Figura 70: Número no formato brasileiro



O procedimento para alternar entre o formato americano e o formato brasileiro é simples, mas tem que começar com a calculadora desligada. O procedimento está detalhado passo a passo a seguir:

1. Desligar a calculadora
2. Apertar e manter pressionada a tecla **[•]**
3. Enquanto a tecla **[•]** está pressionada, apertar a tecla **[ON]** (aperte e solte a tecla **[ON]**, não a mantenha pressionada)
4. Solte a tecla **[•]**

Note que se você soltar a tecla **[•]** *antes* de soltar a tecla **[ON]**, o separador decimal e de classes não será alterado.

4.3 Número de casas decimais

Por padrão a HP-12C exibe duas casas decimais, por exemplo: 3.67. Você pode diminuir ou aumentar a quantidade de casas decimais que serão exibidas no visor pressionando **[f]** e em seguida um número de 0 a 9 para especificar o número de casas decimais à direita da vírgula (cada número indica a quantidade de casas decimais a serem exibidas).

Exemplos de configurações de casas decimais:

- “**f** 2”: configura a calculadora para exibir 2 casas decimais (fig. 71)
- “**f** 4”: configura a calculadora para exibir 4 casas decimais (fig. 72)
- “**f** 9”: configura a calculadora para exibir 9 casas decimais (fig. 73)
- “**f** 0”: configura a calculadora para não exibir nenhuma casa decimal (fig. 74)

Figura 71: Duas casas decimais: **f** 2**Figura 72:** Quatro casas decimais: **f** 4**Figura 73:** Nove casas decimais: **f** 9**Figura 74:** Nenhuma casa decimal: **f** 0

ATENÇÃO: a quantidade de casas decimais *exibida* no visor não tem influência nenhuma na quantidade de casas decimais *utilizadas* nos cálculos: internamente, independentemente da quantidade de casas decimais exibidas no visor, a HP-12C sempre utiliza o maior número de casas decimais possíveis.

Por exemplo: se digitarmos o valor de π com nove casas decimais, 3.141592653, e a HP-12C estiver configurada para exibir três casas decimais, será exibido no visor o número 3.142 mas internamente a calculadora continuará utilizando todas as nove casas decimais para os cálculos.

4.3.1 Como a HP-12C arredonda números no visor?

Sempre que alteramos a quantidade de casas decimais que a HP-12C mostrará no visor, ela toma uma decisão sobre arredondamento numérico, decidindo entre duas opções: o número será arredondado para cima, ou o número será mantido.

O processo de arredondamento da HP-12C é o seguinte:

1. O número será arredondado para N casas decimais;
2. Se o número que está à direita da N-ésima casa decimal for 0, 1, 2, 3 ou 4, o número a ser exibido no visor será o número original com N casas decimais não modificadas;
3. Se o número que está à direita da N-ésima casa decimal for 5, 6, 7, 8 ou 9, o número a ser exibido no visor será o número original com N casas decimais, sendo a N-ésima casa decimal acrescida de 1 unidade.

Vamos ver alguns exemplos concretos para esclarecer o processo, arredondando o número 3,328732. Em primeiro lugar vamos arredondar para duas casas decimais. O número que está à direita da segunda casa decimal é 8, portanto após o arredondamento a N-ésima casa decimal (a segunda) será acrescida de 1 unidade, resultando no número arredondado 3,33. Se o arredondamento fosse para quatro casas decimais, o número que está à direita da quarta casa decimal é 3, portanto após o arredondamento a N-ésima casa decimal (a quarta) não será modificada. Os arredondamentos possíveis deste número são:

- Nenhuma casa decimal = 3
- Uma casa decimal = 3,3
- Duas casas decimais = 3,33
- Três casas decimais = 3,329
- Quatro casas decimais = 3,3287
- Cinco casas decimais = 3,32873

Em resumo: se o número que está à direita da casa decimal desejada for de 0–4, a casa decimal desejada não se modifica e descartamos as demais para exibir no visor. Se o número que está à direita da casa decimal desejada for de 5–9, a casa decimal desejada é aumentada em 1 unidade e descartamos as demais para exibir no visor.

ATENÇÃO: lembre-se que o arredondamento não causa a perda das casas decimais, o arredondamento é somente para o visor. Internamente a HP-12C continua trabalhando com o maior número de casas decimais possíveis! Se você arredondar um número para 2 casas decimais e, posteriormente, configurar a HP-12C para exibir 9 casas decimais, as casas decimais originais do número estarão lá.

ATENÇÃO 2: o número de casas decimais internas da HP-12C pode ser alterado se você utilizar as funções **RND**, **AMORT**, **SL**, **SOYD** e **DB**. No curso 2.01 a única função que usaremos é a **RND** (quando falarmos dessa função explicaremos como ela altera o arredondamento interno do número na calculadora, além do visor).

Note também que mesmo que a calculadora esteja configurada para exibir 9 casas decimais, se você digitar o número 145,123456789 será exibido no visor o número 145,1234567. Isso é assim pois o visor só suporta a exibição de 10 caracteres, mas internamente a HP-12C continua trabalhando com o maior número de casas decimais possíveis.

4.4 Data no padrão brasileiro

Para configurar a formato de data para o padrão brasileiro (dia, mês e ano), basta pressionar as teclas **[g] [D.MY]** (o indicador de status “D.MY” se acenderá no visor). Para voltar a calculadora para o padrão americano (mês, dia e ano), pressione as teclas **[g] [M.DY]** (o indicador de status “D.MY” se apagará do visor).

4.5 Juros compostos em períodos fracionários

Já foi citado que a configuração padrão da HP-12C utiliza juros simples nos cálculos de **i**, **PV**, **PMT** e **FV**, quando o período é fracionário. Para fazer com que a HP-12C utilize juros compostos nesses cálculos, devemos pressionar as teclas **STO** **EEX** (o indicador de status de juros compostos em períodos fracionários, “C”, se acenderá no visor).

Para fazer com que a calculadora volte a utilizar juros simples nos cálculos de **i**, **PV**, **PMT** e **FV**, quando o período é fracionário, basta pressionar as teclas **STO** **EEX** novamente (o indicador “C” se apagará do visor).

Observação: **STO** **EEX** não é uma combinação programável, portanto se você fez um programa (ver curso FDTA 2.03) que faz cálculos com períodos fracionários e você quer utilizar juros compostos nesses períodos, deve deixar a HP-12C configurada previamente com essa opção habilitada (indicador “C” ligado no visor).

4.6 Modo de vencimento postecipado

Você também já sabe que a HP-12C pode trabalhar com 2 modos de vencimento para o pagamento parcelado de um fluxo de caixa: *antecipado* ou *postecipado*, indicando que o pagamento será feito, respectivamente, no início ou no fim de cada período.

Para fazer com que a calculadora utilize o modo postecipado (mais comum no uso diário), basta pressionar as teclas **g** **END**. Note que nenhum indicador no visor aparecerá!

Para fazer com que a calculadora utilize o modo antecipado (mais raro no uso diário), basta pressionar as teclas **g** **BEG**. Nesse caso o indicador “BEGIN” será exibido no visor.

4.7 Configuração adequada para este curso

A configuração da HP-12C que utilizaremos neste curso é a seguinte:

- Formato brasileiro para exibição numérica
- Uso de 4 casas decimais
- Data no padrão brasileiro
- Juros compostos para cálculos financeiros com períodos fracionários¹⁸.
- Modo de vencimento postecipado

Se você configurou tudo corretamente, seu visor deve estar igual ao exemplo abaixo (fig. 75)¹⁹:

Figura 75: HP-12C configurada corretamente para o curso 2.01



¹⁸Os cálculos financeiros serão vistos no curso 2.02, mas é prudente criar deseja já o hábito de deixar a calculadora configurada para utilizar juros compostos em períodos fracionários nos cálculos financeiros de **i**, **PV**, **PMT** e **FV**.

¹⁹Obviamente a configuração do formato numérico e da quantidade de casas decimais varia conforme seu gosto pessoal e pode ser alterada sem problema. As únicas recomendações que fazemos é sempre manter o formato da data em “D.MY” e habilitar a utilização de juros compostos em períodos fracionários nos cálculos de **i**, **PV**, **PMT** e **FV** (indicador “C” ligado no visor).

5 Entenda a *Reverse Polish Notation (RPN)*

Até agora você leu aqui, em diversas seções deste documento, o termo “RPN”. Esse termo vêm do inglês “Reverse Polish Notation” e significa “Notação Polonesa Reversa”. Você também já sabe que a HP-12C utiliza RPN para a entrada de números e a realização de cálculos. Mas, afinal, o que é a RPN?

Para aprendermos sobre RPN vamos conhecer 3 métodos de notação matemática nas próximas seções: a notação normal, a notação polonesa (prefixada) e a notação polonesa reversa (postfixada).

5.1 Notação “normal”

A notação matemática que estamos acostumados, chamada de “normal”²⁰ ou, no inglês, *infix notation*. Essa notação matemática especifica que os operadores matemáticos (+, −, ×, ÷, etc.) estejam colocados entre os operandos (os números). Alguns exemplos de “infix notation”:

- $2 + 2$
- $2 \div 3$
- $\frac{2}{3}$
- $(12 \times 34) + (56 \times 78) - (3^2)$
- $\frac{\log 1}{\sqrt{121}}$
- $3 \times \{4 + [5 \times (6 + 7)]\}$
- $3 \times 4 + 5 \times 6 + 7$
- -3^2
- $6 \div 2 \times (1 + 2)$
- $\frac{\left(3^{\frac{2}{7}} + 4^{\frac{4}{9}}\right)}{\left(7^{\frac{1}{4}} + 8^{\frac{3}{5}}\right)}$
- $\sqrt{\frac{8.33(4 - 5.2) \div [(8.33 - 7.46) 0.32]}{4.3(3.15 - 2.75) - (1.71)(2.01)}}$
- $\sqrt[5]{\left[\left(\left\{\left[\left(1 + 0.2 \left[\frac{350}{661.5}^2\right]\right)^{3.5} - 1\right] \times [1 - (6.875 \times 10^{-6}) \times 25500]^{-5.2656}\right\} + 1\right)^{0.286} - 1\right]}$

A HP-12C clássica (“Gold”) não tem essa opção para a entrada de dados, pois é uma calculadora puramente RPN. Entretanto as calculadoras HP-12C Platinum, HP-12C Prestige e a HP-17BII+ permitem trabalhar com a infix notation (elas chamam essa notação de “modo algébrico”) e a calculadora HP-10BII+ só trabalha com infix notation.

²⁰Entre aspas pois não significa que as outras notações sejam anormais. Chamamos de notação “normal” apenas por ser a mais comumente utilizada.

Apesar da infix notation ser a notação mais comum no uso diário, ela traz uma série de dificuldades e desvantagens quando estamos usando essa notação em calculadoras ou computadores.

Os principais problemas que podem ocorrer quando usamos a infix notation são aqueles relacionados à:

- *Ordem de precedência das operações*: como é a calculadora que decide em qual ordem ela irá executar os cálculos, isso nem sempre leva a resultados corretos
- *Associatividade dos operadores*: como é a calculadora que decide qual a associatividade dos operadores no momento do cálculo, isso nem sempre leva a resultados corretos
- *Tratamento do operador menos (-) unário*: como é a calculadora que decide qual o significado de um operador menos (-) unário, isso nem sempre leva a resultados corretos

As próximas seções explicam cada um desses problemas da infix notations.

5.1.1 Problemas com a ordem de precedência das operações

A ordem de precedência das operações matemáticas é uma série de regras convencionadas que nos indicam que cálculos efetuar antes de outros ao resolvemos uma determinada expressão matemática. Para alterar a ordem dos cálculos, devemos utilizar parênteses (ou colchetes ou chaves) para indicar a ordem pretendida.

Por exemplo, o resultado correto da expressão $2 + 3 \times 4$ é 14, e não 20, pois a ordem de precedência da multiplicação é maior do que da adição. Para forçarmos uma alteração na ordem de precedência temos de usar parênteses, assim o resultado correto da expressão $(2 + 3) \times 4$ é 20, e não 14.

A ordem correta de precedência das operações é a seguinte:

1. Potências (expoentes) e raízes
2. Multiplicação e divisão
3. Adição e subtração

Existem três regras adicionais à ordem de precedência listada acima:

- Para operações de mesma precedência (potências e raízes; multiplicação e divisão; adição e subtração) os cálculos devem ser feitos da esquerda para a direita. Alguns exemplos:
 - O resultado correto da expressão $12 - 2 + 10$ é 20 (e não 0)
 - O resultado correto da expressão $8 \div 2 \times 2$ é 8 (e não 2).
- Parênteses (ou colchetes ou chaves) podem ser utilizados para alterar a ordem de precedência, e nesse caso os cálculos devem ser feitos do parêntese mais interno para o mais externo.
- Funções devem utilizar parênteses para indicar seus argumentos, mas podem omiti-los se o argumento for único. Alguns exemplos:
 - A função $\log 3 = \log (3)$.
 - Já a função $\log 3 + 5 = \log (3) + 5$ (e não $\log (3 + 5)$).

Apesar da ordem de precedência das operações ser muito simples a infix notation pode levar a casos nos quais a expressão está escrito de modo abíquo e ficamos na dúvida do modo correto de realizar os cálculos.

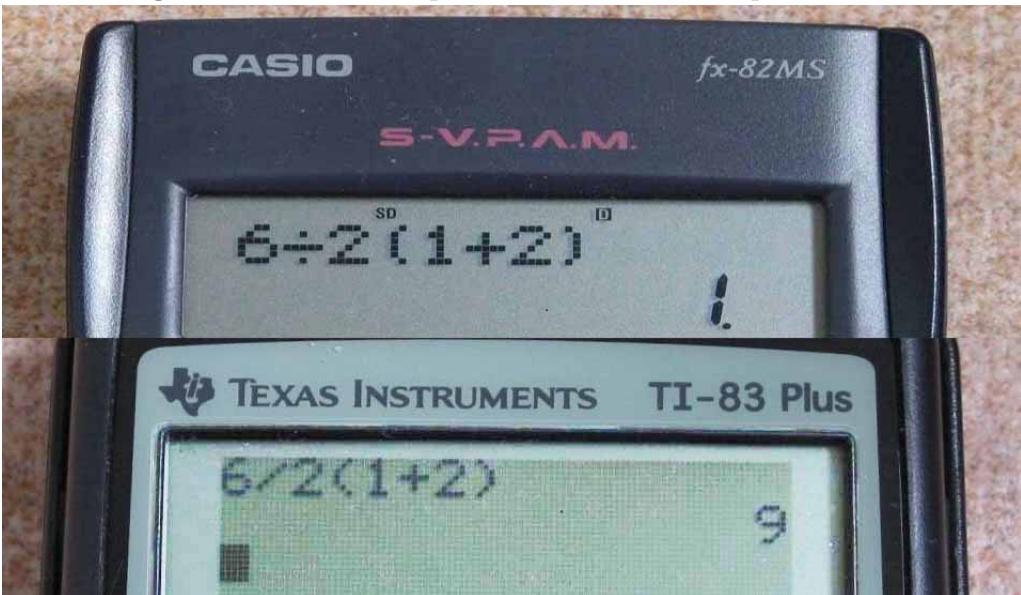
Além disso, diferentes fabricantes de calculadoras (HP, Casio, TI) seguem uma ordem de precedência que é diferente do padrão correto mostrado acima.

Para piorar a situação, até mesmo modelos diferentes de calculadoras de um mesmo fabricante seguem ordens de precedência diferentes, causando uma confusão enorme.

Para piorar mais ainda a confusão, algumas calculadoras oferecem um jeito de entrar números fracionários diretamente, como uma fração e não como uma divisão, e a ordem de precedência muda ainda mais nesses casos.

Por exemplo: qual calculadora está correta na figura abaixo (fig. 76)?

Figura 76: Confusão por causa da ordem de precedência



Retirado do RPN Tutorial, de Hans Klaver (<http://hansklav.home.xs4all.nl/rpn/>)

Na figura acima a Casio interpreta a expressão $6 \div 2(1 + 2)$ como $\frac{6}{2 \times (1 + 2)}$ e por isso dá como resultado 1. Já a Texas Instruments interpreta a expressão como $6 \div 2 \times (1 + 2)$ e por isso dá como resultado 9. E aí? Qual calculadora está correta? Ou ambas estão corretas?

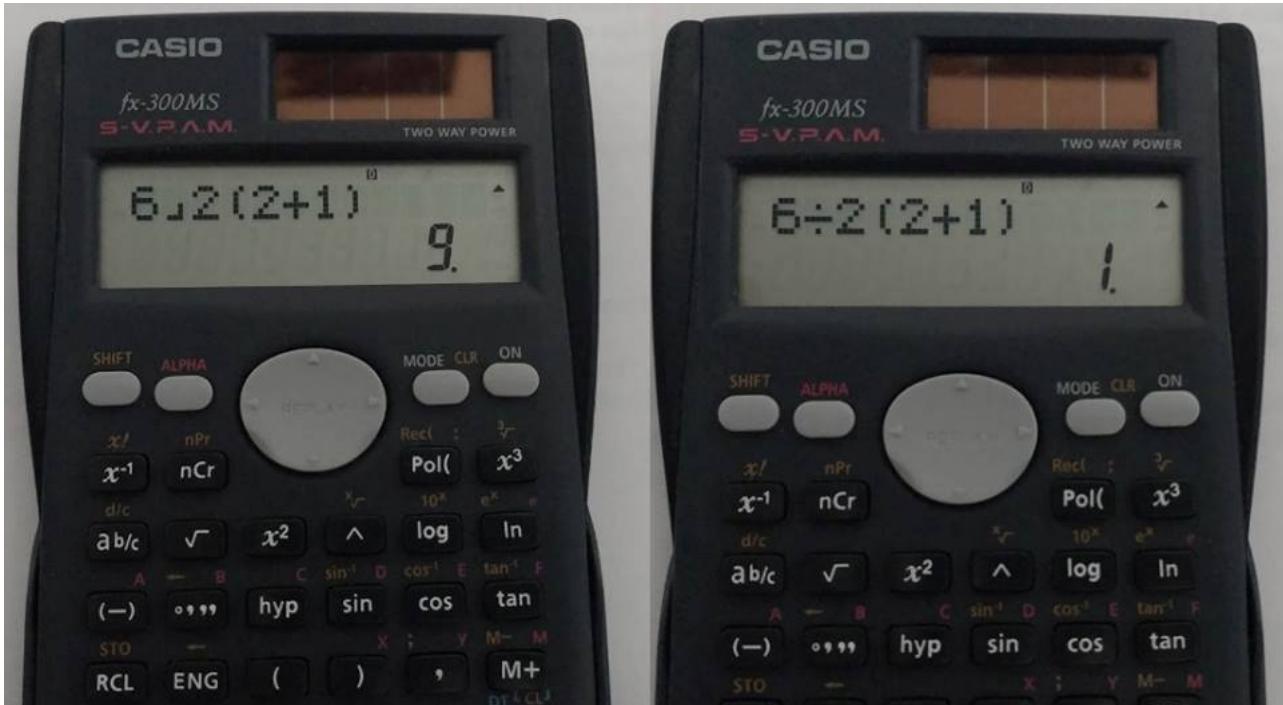
Conforme explicado, cada fabricante e cada modelo de calculadora de cada fabricante utiliza uma determinada ordem de precedência das operações, e é *obrigação do usuário* ler o manual para saber como operar corretamente sua calculadora.

No caso exibido na figura 76, a Texas Instruments utiliza a ordem de precedência mostrada aqui nessa apostila, e a Casio utiliza outra ordem de precedência, na qual operadores implícitos — $2(1 + 2)$ tem uma multiplicação implícita entre o 2 e o $(1 + 2)$ — têm maior precedência do que a divisão²¹

Então não é possível obter com a Casio o mesmo resultado do que com a Texas Instruments? Sim, é possível, basta conhecer os fundamentos de uso da calculadora. Veja a figura 77, a seguir:

²¹O modo correto de interpretar a expressão $1/2y$ é $\frac{1}{2} \times y$ (pelas regras de precedência), mas alguns textos, periódicos e calculadoras consideram que uma multiplicação implícita ($2y$) tem maior precedência do que a divisão (e isso é uma fonte de confusão danada), e interpretam $1/2y$ como $\frac{1}{2y}$. Na dúvida, sempre verifique o manual de sua calculadora para saber como ela interpreta expressões com operadores implícitos.

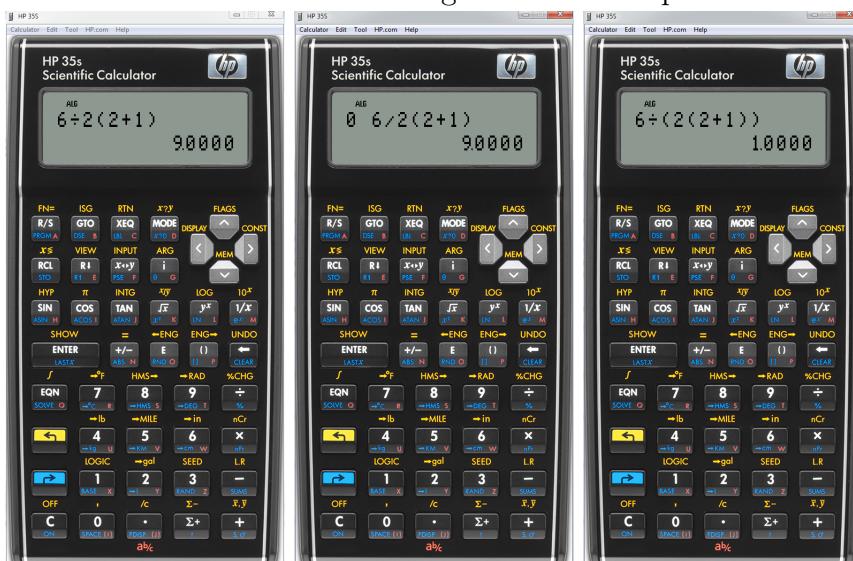
Figura 77: Mesma expressão entrada de modo diferente na mesma calculadora



Retirado de um comentário de Carolina Bruscantini em um post da página Interesting Engineering no Facebook, publicado em 13/01/2017 (<https://www.facebook.com/interestingengineering/photos/a.139188862817493.25247.139188202817559/1421300931272940/?type=3&pref=story>)

Como mostrado na figura acima a Casio também permite um método de entrada fracionário de dados que obtém a resposta correta. Apesar da Casio não seguir a ordem de precedência das operações de modo correto, seu manual de instruções ensina como realizar os cálculos. Em minha opinião isso é muito ruim pois causa muita confusão mas, enfim, é o jeito que a Casio trabalha. As calculadoras da HP que permitem entrada de expressões, como a calculadora científica HP-35S, também usam a ordem correta de precedência de operadores (fig. 78):

Figura 78: Calculadora HP-35S: segue a ordem de precedência correta



A primeira imagem mostra a entrada algébrica normal e a segunda mostra uma entrada fracionária: ambas fornecem o resultado correto. Os parênteses (terceira imagem) alteram a ordem de precedência.

5.1.2 Problemas com a associatividade dos operadores

Um outro problema que ocorre quando usamos a infix notation é que diferentes calculadoras utilizam regras diferentes para a associatividade dos operadores, e isso nem sempre leva a respostas corretas.

A associatividade de um operador é uma propriedade que determina como os operadores da mesma precedência serão agrupados e calculados na ausência dos parênteses:

- Os operadores $+$, $-$, \times e \div possuem associatividade à esquerda, ou seja, quando eles ocorrem em uma expressão, são calculados da esquerda para a direita.
- O operador $\hat{}$ (potência) possui associatividade à direita, ou seja, quando ocorrem em uma expressão, são calculados da direita para a esquerda.

Existem outras regras de associatividade, mas para manter a discussão simples vamos nos focar somente nessas duas.

A principal falha das calculadoras que utilizam infix notation (e de alguns softwares bem famosos, como o Microsoft Excel, LibreOffice e MATLAB, por exemplo) ocorre com cálculos que são potências de potências, como por exemplo 4^{3^2} . Como as operações de potência têm associatividade à direita ($a^{b^c} = a^{(b^c)}$), devem ser feitas da direita para a esquerda. Assim, no caso do exemplo em questão:

$$4^{3^2} = 4^{(3^2)} = 4^9 = 262144 \quad (2)$$

Como diferentes modelos de calculadoras de diferentes fabricantes (e diversos softwares também!) não seguem a regra correta de associatividade dos operadores, você deve ler o manual de instruções para saber o modo correto de realizar o cálculo. Por exemplo: a calculadora científica não-gráfica mais avançada da HP hoje em dia, a HP-35S, não segue a regra corretamente e precisamos usar parênteses para que o cálculo seja correto (fig. 79):

Figura 79: Calculadora HP-35S não calcula corretamente a^{b^c} sem os parênteses



A primeira imagem mostra o resultado 4.096, errado. A segunda imagem mostra que é necessário o uso de parênteses na HP-35S para obter a resposta correta do cálculo de potências de potências, que é 262.144.

5.1.3 Problemas com o operador menos ($-$) unário

O operador menos ($-$) unário é aquele sinal de menos dos números negativos, por exemplo, -3 ou $2 + (-9)$. Na maioria das situações esse número é interpretado corretamente, exceto quando tentamos fazer a exponenciação de, por exemplo, -3^2 .

Nessas situações a exponenciação tem maior precedência do que o menos unário, e a maneira correta de interpretar um número do tipo $-a^b$ é assim: $0 - (a^b)$. No exemplo em questão, -3^2 deve ser interpretado como $0 - (3^2) = -9$.

É um erro considerar que a precedência do menos unário é maior do que a exponenciação e considerar que, por exemplo, $-3^2 = (-3)^2 = 9$. O problema é que alguns modelos de calculadoras e até alguns softwares bem famosos (de novo, o Microsoft Excel e o LibreOffice) fazem o cálculo exatamente desse jeito errado.

A HP-12C Gold, por ser somente RPN, não tem esse problema (desde que você entre com os números e operadores na ordem RPN correta). A HP-12C Platinum e a HP-17BII+, quando no modo algébrico, fazem o cálculo do jeito errado, tenha cuidado! A HP-35S, quando trabalhando em modo algébrico, calcula corretamente a expressão (fig. 80):

Figura 80: HP-35S acerta e HP-17BII+ erra expressões do tipo $-a^b$, em modo algébrico



5.1.4 E quais as vantagens da infix notation?

Já vimos que a infix notation apresenta problemas com a ordem de precedência das operações (Seção 5.1.1), com a associatividade dos operadores (Seção 5.1.2) e com o operador menos unário (Seção 5.1.3). Além disso ela é mais difícil de processar em calculadoras ou em computadores. Então por que usar a infix notation?

Claridade. Qualquer expressão bem escrita em infix notation (parênteses para agrupar operações, evitar operadores implícitos e preferir usar a forma fracionária ao invés do sinal \div) é muito mais fácil de ser compreendida pelas pessoas. As linguagens que veremos a seguir são especialmente úteis para calculadoras e computadores, mas são de interpretação mais difícil pelas pessoas.

Abaixo estão duas expressões idênticas, a primeira em infix notation e a segunda em RPN. Qual é mais fácil de entender?

- $\frac{8^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{3}{8}}}$
- $8 \ 1 \ 3 \div \wedge \ 3 \ 3 \ 8 \div \wedge \div$ (onde \wedge é o operador de exponenciação)

Não se preocupe se você não entendeu a expressão em RPN acima... em muito pouco tempo você estará lendo expressões e fazendo contas em RPN com muita facilidade!

5.2 Notação Polonesa (*Polish Notation*)

Em 1924 o polonês Jan Łukasiewicz inventou um tipo de notação prefixada (prefix notation) na qual os operadores são colocados antes dos operandos e assim nenhum parêntese é necessário e a ordem das operações é identificada sem ambigüidade.

Considere a expressão $1 + 2$: em notação polonesa (prefix notation) ela é: $+ 1 2$. Vamos ver mais alguns exemplos de expressões em infix notation e prefix notation:

- $10 - 2$ é igual a $- 10 2$
- $1 + 2 + 3$ é igual a $+ 1 + 2 3$
- $5 - 6 \times 7$ é igual a $- 5 \times 6 7$
- $(5 - 6) \times 7$ é igual a $\times - 5 6 7$
- $((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$ é igual a $- \times \div 15 - 7 + 1 1 3 + 2 + 1 1$

Apesar de não utilizada comumente em calculadoras, a notação polonesa encontrou uso em algumas linguagens de computação, como Lisp e Tcl.

A notação polonesa eliminou a necessidade de parênteses, de regras para a ordem de precedência das operações, de erros de associação de operadores ou com o operador menos unário. Além disso é uma notação muito mais “fácil” para ser utilizada por computadores.

Somente a título informativo, pois nosso interesse é na notação polonesa *reversa*, vou mostrar aqui como realizar um cálculo em notação polonesa (em vermelho estão as operações que estão sendo executadas a cada passo e em verde o resultado das operações):

$$\begin{aligned}
 x &= - \times \div 15 - 7 + 1 1 3 + 2 + 1 1 \\
 &= - \times \div 15 - 7 + 1 1 3 + 2 + 1 1 \\
 &= - \times \div 15 - 7 \textcolor{green}{2} 3 + 2 \textcolor{green}{2} \\
 &= - \times \div 15 - 7 \textcolor{red}{2} 3 + 2 \textcolor{red}{2} \\
 &= - \times \div 15 \textcolor{green}{5} 3 \textcolor{green}{4} \\
 &= - \times \textcolor{red}{\div 15} \textcolor{green}{5} 3 \textcolor{green}{4} \\
 &= - \times \textcolor{green}{3} 3 \textcolor{green}{4} \\
 &= - \times \textcolor{red}{3} 3 \textcolor{red}{4} \\
 &= - \textcolor{green}{9} 4 \\
 &= - \textcolor{red}{9} 4 \\
 &= \textcolor{green}{5}
 \end{aligned} \tag{3}$$

5.3 Notação Polonesa Reversa (*Reverse Polish Notation —RPN*)

De acordo com a Wikipedia²² a Notação Polonesa Reversa foi inventada por Burks, Warren e Wright em 1954 (e reinventada independentemente por Bauer e Dijkstra no início da década de 1960) e consiste de uma notação posfixada (postfix notation) na qual os operadores são colocados depois dos operandos, de modo que nenhum parêntese seja necessário e que não haja ambigüidade na ordem de execução das operações.

Essa notação posfixada foi nomeada de Notação Polonesa Reversa (RPN) pois é o contrário da Notação Polonesa inventada por Jan Lukasiewicz (prefix notation) em 1924.

A RPN obteve um sucesso estrondoso pois quando comparada com a infix notation apresenta as seguintes vantagens:

- A velocidade de entrada dos dados na calculadora é muito maior (pois não são necessários digitar parênteses nem a tecla = (que nem existe nas calculadoras RPN). Isso é uma economia de tempo e toques nas teclas.
- O número de erros de digitação durante a entrada de dados é muito menor.
- É você, e não a calculadora, que está no comando do que é calculado e em que ordem os cálculos são executados (lembra-se dos erros de ordem de precedência dos operadores da seção 5.1.1?).
- Fornece um “insight” muito maior sobre os cálculos que você está efetuando.
- É uma notação muito mais consistente para ser utilizada nos cálculos, sem operadores implícitos ou outras ambigüidades.
- As subexpressões são calculadas imediatamente a medida em que são digitadas, tornando erros de entrada de dados mais óbvios e mais rápidos para serem descobertos (ao contrário de calculadora com infix notation, na qual os resultados somente são exibidos após toda a expressão ser digitada).
- Consistência entre calculadoras diferentes! Calculadoras algébricas dependem da ordem de precedência dos operadores, que nem sempre são as mesmas entre os fabricantes e até mesmo entre os diferentes modelos de um mesmo fabricante. Já as calculadoras RPN sempre trabalham do mesmo modo e, por isso, se você sabe usar uma calculadora RPN com eficiência saberá usar outra com eficiência também.

Aprender RPN é um preço muito pequeno a pagar pela quantidade de benefícios que você obterá ao usar calculadoras RPN como a HP-12C. Mas então, como é uma expressão matemática em formato RPN? Considere a expressão $1+2$. A RPN coloca os operadores após os operandos, portanto em RPN a expressão é reescrita para $1\ 2\ +$. Alguns outros exemplos de expressões em RPN:

- $10 - 2$ é igual a $10\ 2\ -$
- $1 + 2 + 3$ é igual a $1\ 2\ +\ 3\ +$
- $5 - 6 \times 7$ é igual a $5\ 6\ 7\ \times\ -$
- $(5 - 6) \times 7$ é igual a $5\ 6\ -\ 7\ \times$
- $((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$ é igual a $15\ 7\ 1\ 1\ +\ -\ \div\ 3\ \times\ 2\ 1\ 1\ +\ +\ -$

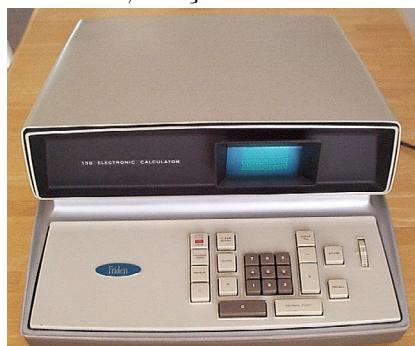
²²Artigo disponível em https://en.wikipedia.org/wiki/Reverse_Polish_notation

A resolução de uma expressão em RPN é semelhante à resolução de uma expressão em notação polonesa, só que aqui resolvemos primeiramente o par de operandos que está à esquerda de um operador. Estude a equação abaixo (em vermelho estão os pares que serão resolvidos e em verde o resultado da resolução de cada par):

$$\begin{aligned}
 x &= 15 \ 7 \ 1 \ 1 \ + \ - \ \div \ 3 \ \times \ 2 \ 1 \ 1 \ + \ + \ - \\
 &= 15 \ 7 \ \textcolor{red}{1} \ \textcolor{red}{1} \ + \ - \ \div \ 3 \ \times \ 2 \ \textcolor{red}{1} \ \textcolor{red}{1} \ + \ + \ - \\
 &= 15 \ 7 \ \textcolor{green}{2} \ - \ \div \ 3 \ \times \ 2 \ \textcolor{green}{2} \ + \ - \\
 &= 15 \ \textcolor{red}{7} \ \textcolor{red}{2} \ - \ \div \ 3 \ \times \ \textcolor{red}{2} \ \textcolor{red}{2} \ + \ - \\
 &= 15 \ \textcolor{green}{5} \ \div \ 3 \ \times \ \textcolor{green}{4} \ - \\
 &= \textcolor{red}{15} \ \textcolor{red}{5} \ \div \ 3 \ \times \ 4 \ - \\
 &= \textcolor{green}{3} \ 3 \ \times \ 4 \ - \\
 &= \textcolor{red}{3} \ \textcolor{red}{3} \ \times \ 4 \ - \\
 &= \textcolor{green}{9} \ 4 \ - \\
 &= \textcolor{red}{9} \ 4 \ - \\
 &= \textcolor{green}{5}
 \end{aligned} \tag{4}$$

A primeira calculadora do mundo a usar RPN foi um modelo de mesa fabricado pela Friden, em 1963, e chamado de EC-130 (fig. 81):

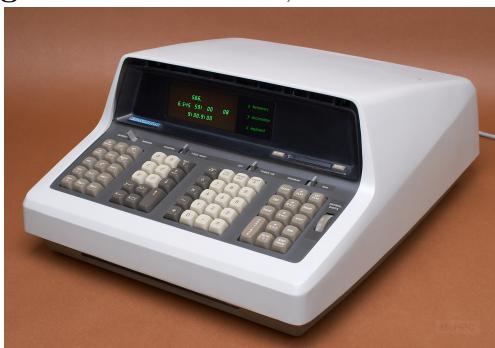
Figura 81: Friden EC-130, lançada em 1963: a 1^a RPN do mundo



Retirado de The Old Calculator Web Museum (<http://www.oldcalculatormuseum.com/index.html>)

A Friden lançou uma atualização, o modelo EC-132 em 1965. A HP lançou sua primeira calculadora RPN em 1968, o modelo de mesa 9100A (fig. 82). A HP-9100A popularizou a RPN entre a comunidade científica e de engenheiros.

Figura 82: HP 9100A, a 1^a RPN da HP



Retirado de The Museum of HP Calculators (<http://www.hpmuseum.org/>)

Em 1972 a HP lançou a primeira calculadora *de mão* do mundo a usar RPN, a HP-35 (fig. 83), que era um modelo científico. A partir de então a HP lançou várias calculadoras RPN, incluindo a financeira HP-12C!

Figura 83: Calculadora científica HP-35, a 1^a RPN de mão do mundo



Retirado de [The Museum of HP Calculators](http://www.hpmuseum.org/) (<http://www.hpmuseum.org/>)

Agora que você já sabe o que é a RPN, está na hora de efetivamente usá-la em sua HP-12C! A próxima seção ensina tudo o que é preciso saber para usar com eficiência a RPN em sua HP-12C.

6 Use com eficiência a RPN em sua HP-12C

Para o uso eficiente da RPN na HP-12C, devemos ter em mente os seguintes 4 princípios:

1. Cada operação é realizada com 1 ou 2 operandos (os números), e eles sempre deverão ser digitados na calculadora antes de qualquer operador ($+$, \div , \sqrt{x} , etc.). A ordem de entrada é sempre: *primeiro os operandos (números), depois os operadores.*
2. O resultado de toda operação aparece imediatamente no visor e *substitui* o número original (ou os dois números originais) dentro da calculadora. Essa operação ocorre na pilha operacional, que será descrita mais para a frente.
3. O resultado de cada operação pode ser imediatamente utilizado por uma nova operação ou pode ser automaticamente armazenado na pilha operacional quando um novo número é digitado.
4. Quando 2 ou mais *números novos* precisam ser digitados seqüencialmente antes que a próxima operação seja realizada, temos que separá-los com a tecla **ENTER**.

Veremos como realizar os mais diversos tipos de cálculos utilizando RPN na HP-12C mas, antes, temos que entender o que é a pilha operacional.

6.1 A pilha operacional (stack) da HP-12C

A *pilha operacional* (ou “stack” em inglês) consiste de 4 registros especiais de memória que são utilizados para armazenar os operandos (números) durante os cálculos. Esses registros são chamados de X, Y, Z e T, e são organizados como se estivessem empilhados. Além disso existe outro registro especial, *que não faz parte* da pilha operacional diretamente mas está à ela intimamente ligada, que é o “Last X”.

A figura abaixo é uma representação esquemática da pilha operacional (com os registros X, Y, Z e T) e do registro Last X. Note que os registros estão indicados por uma letra MAIÚSCULA e o conteúdo dos registros está indicada por uma letra *minúscula em itálico*:

Last X	<i>último x</i>
T	<i>t</i>
Z	<i>z</i>
Y	<i>y</i>
X	<i>x</i>

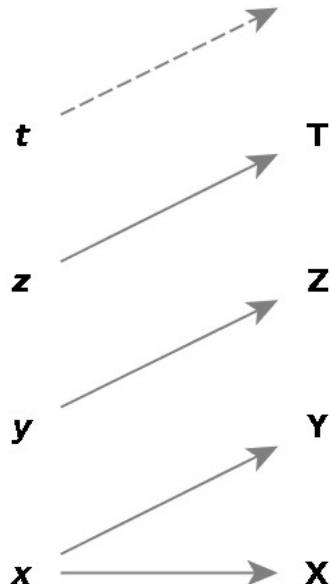
O número que é exibido no visor da calculadora é o conteúdo do registro X, a menos que a HP-12C esteja em modo de programação quando o visor não existe o registro X. Note também que o *conteúdo* do registro X é exibido no visor arredondado para o número de casas decimais configuradas na calculadora, mas internamente o conteúdo de qualquer registro mantém todas as casas decimais possíveis.

O número no registro X, no caso de funções de um único número, e os números nos registros X e Y, no caso de funções com dois números, são utilizados nos cálculos. Os registros Z e T servem para o armazenamento de números e resultados intermediários em cálculos complexos. O registro Last X armazena o último número que estava no visor.

A pilha operacional funciona de um modo onde *o último que entra é o primeiro que sai*, para os cálculos, a menos que a calculadora esteja em modo de programação. O conteúdo dos registradores se desloca para cima ou para baixo durante os cálculos e chamamos isso de deslocamento da pilha operacional (embora o mais correto seja deslocamento do conteúdo da pilha operacional).

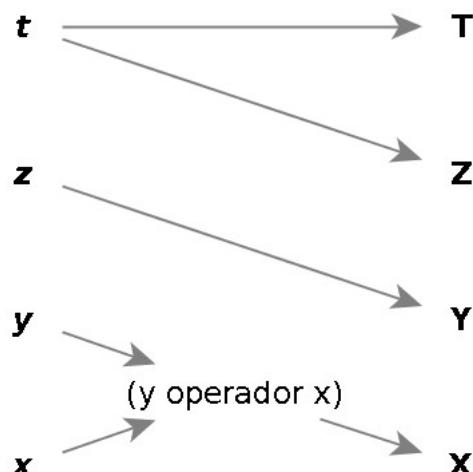
O deslocamento para cima ou para baixo da pilha operacional — incluindo situações nas quais a pilha não se desloca — será visto em detalhes nas próximas seções mas uma coisa deve ficar sempre em mente: nos deslocamentos para cima o conteúdo do registro T é perdido (fig. 84), e nos deslocamentos para baixo (quando um operador realiza um cálculo com os registros Y e X) o conteúdo do registro T é copiado para o registro Z (fig. 85):

Figura 84: Descolar a pilha para cima causa a perda do registro T



O deslocamento do stack para fez com que o conteúdo armazenado no registro T fosse perdido. Neste exemplo específico o deslocamento para cima foi causado pela cópia do conteúdo do registro X para o registro Y.

Figura 85: Descolar a pilha para baixo copia o regristro T para o Z



O deslocamento do stack para baixo copia o conteúdo do registro T para o registro Z. A pilha “caiu” pois um operador foi aplicado nos registros Y e X e o resultado foi armazenado no registro X.

6.2 Operações com 1 operando

Algumas operações matemáticas são aplicadas a somente 1 único operando (número), por exemplo:

- Raiz quadrada de 144: $\sqrt{144}$
- Recíproco de 25: $\frac{1}{25}$
- Logaritmo natural de 38: $\ln 38$

As operações com 1 operando são muito fáceis de serem feitas na HP-12C e serão as primeiras operações que você fará. Para cada operação é exibida uma tabela com as teclas a serem digitadas (e os resultados) e uma outra tabela com o que ocorre internamente na pilha operacional da HP-12C.

Para começar, vamos achar a $\sqrt{144}$:

Tabela 3: Cálculo da $\sqrt{144}$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
144	144	Digite o número e <i>não</i> tecle ENTER
[g] \sqrt{x}	12,00	Ao executar a operação o resultado é exibido imediatamente

O que a tabela acima nos mostrou? Que inicialmente bastou você digitar o número desejado (144) e esse número já apareceu no visor (o registro X). Imediatamente depois de digitar o número você executou a função de raiz quadrada (acessível através de [g] \sqrt{x}) e o resultado apareceu no visor. Esses são os dois primeiros princípios da RPN: primeiro digite o operando e depois o operador, e o resultado da operação aparece imediatamente no visor.

Internamente a HP-12C executou as seguintes alterações em sua pilha operacional:

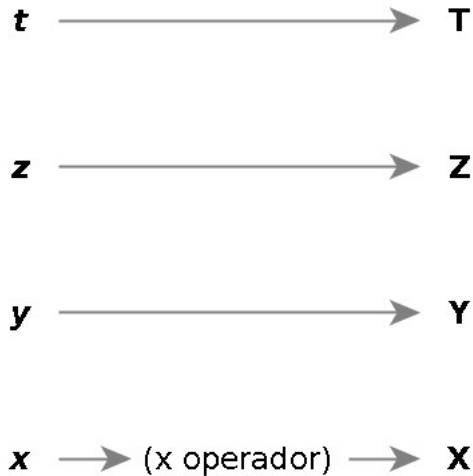
Tabela 4: Pilha operacional para o cálculo da $\sqrt{144}$:

T	t	z	z
Z	z	y	y
Y	y	x	x
X	x	144	12,00
Teclar		144	[g] \sqrt{x}

Analise a tabela 4 detalhadamente. A primeira coluna nos mostra os registros X, Y, Z e T (o registro Last X foi omitido por enquanto); a segunda coluna nos mostra o conteúdo prévio desses registros na HP-12C, antes de teclarmos qualquer coisa. A terceira coluna mostra que, quando digitamos o número 144, ele foi para o registro X e *deslocou o stack para cima* causando a perda do conteúdo do registro T. A quarta coluna mostra que ao executarmos a operação para o cálculo da raiz quadrada, o cálculo foi realizado e o resultado foi mantido no registro X *sem deslocar o stack para baixo*. Isso é muito importante: as operações com 1 operando não

deslocam o stack para baixo e o resultado sobrescreve o conteúdo anterior do registro X. Abaixo temos uma ilustração desse princípio (fig. 86):

Figura 86: Operações com 1 operando não deslocam o stack para baixo



Agora vamos ver o poder da RPN mesmo para os cálculos simples com apenas 1 operando: o resultado da operação pode ser imediatamente utilizado por outras operações, sejam elas operações com um ou mais operandos! Por exemplo, vamos calcular o recíproco da raiz quadrada de 121, $\frac{1}{\sqrt{121}}$:

Tabela 5: Cálculo de $\frac{1}{\sqrt{121}}$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
121	121	Digite o número e <i>não</i> tecle ENTER
[g] \sqrt{x}	11,00	Ao executar a operação o resultado é exibido imediatamente
$1/x$	0,09	O resultado anterior serviu imediatamente ao novo cálculo

Tabela 6: Pilha operacional para o cálculo de $\frac{1}{\sqrt{121}}$:

T	t	z	z	z
Z	z	y	y	y
Y	y	x	x	x
X	x	121	11,00	0,09
Teclar		121	[g] \sqrt{x}	$1/x$

Percebeu o poder da RPN? Você resolvou o recíproco de uma raiz quadrada apenas digitando três coisas: o número, o operador de raiz e o operador de recíproco. Isso foi possível pois esses

são operadores atuam em somente 1 operando. Usuários inexperientes com a HP-12C tendem a resolver o mesmo cálculo como uma através da combinação de um cálculo da raiz com o cálculo da divisão (1 [ENTER] 121 [g] \sqrt{x} \div), tendo que digitar cinco coisas ao invés de três.

Esse foi um exemplo do terceiro princípio da RPN: os resultados de um cálculo podem ser imediatamente utilizados por outro ou armazenados no stack para cálculos futuros.

Os operadores y^x , $1/x$, \sqrt{x} , e^x , LN e $n!$ são exemplos de operadores com apenas 1 único operando.

ATENÇÃO: note que se você quiser calcular 2 operações com 1 operando que não são relacionadas entre si (o resultado da primeira operação não será usado pela segunda operação), por causa da subida do stack você perderá o conteúdo do registro T novamente. Por exemplo: vamos calcular a $\sqrt{25}$ e depois calcular e^1 :

Tabela 7: Cálculo de $\sqrt{25}$ e de e^1 :

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
25	25	Digite o número e <i>não</i> tecle [ENTER]
[g] \sqrt{x}	5,00	Ao executar a operação o resultado é exibido imediatamente
1	1	Agora tecle o operando para a próxima operação (note que não faremos nada com o resultado do cálculo prévio)
[g] e^x	2,72	O resultado da nova operação é exibido no visor

Repare bem a tabela 7: a seqüência de duas operações com 1 operando que *não têm relação entre si* é interpretada da seguinte forma: primeiro eu calculei a $\sqrt{25}$ e, por algum motivo, não quis fazer nada com esse resultado e resolvi calcular e^1 . O visor final me mostra o resultado dessa última operação. Mas e o resultado da conta $\sqrt{25}$ foi para onde? Verifique o stack:

Tabela 8: Pilha operacional para o cálculo de $\sqrt{25}$ e de e^1 :

T	t	z	z	y	y
Z	z	y	y	x	x
Y	y	x	x	5,00	5,00
X	x	25	5,00	1	2,72
Teclar		25	[g] \sqrt{x}	1	[g] e^x

Estude a tabela 8 e tenha certeza de que você compreendeu o que ocorreu com a pilha operacional! A primeira coluna nos mostra o conteúdo prévio dos registros X, Y, Z e T. Quando digitamos o número 25 o *stack subiu* para acomodar o 25 no registro X e perdemos o conteúdo prévio do registro T. Ao efetuarmos a operação de raiz quadrada, o resultado 5 sobrescreveu o número 25 no registro X e o stack não foi deslocado. Depois digitamos o número 1 (para o próximo cálculo) e, nesse momento, o *stack subiu* de novo para acomodar o 1 no registro X, fazendo com que o 5 que estava previamente no registro X subisse para o registro Y e assim por diante (note que perdemos novamente o conteúdo prévio do registro T). As efetuarmos a

operação de potência (e^x) o resultado 2,72 sobrescreveu o número 1 no registro X e o stack não foi deslocado. Agora o detalhe: note que você NÃO PERDEU o resultado da operação $\sqrt{25}$, ele continua armazenado no stack e ainda pode ser utilizado para outras operações futuras!

6.3 Operações com 2 operandos

Essas são as operações matemáticas mais comuns, do tipo $10 + 0,34$, 4×8 ou $143,23 \div 77,99$. Como a HP-12C usa RPN, temos que calcular tais operações entrando primeiro os operandos e por último o operador. Por exemplo:

- 10 0,34 +
- 4 8 ×
- 143,23 77,99 ÷

Vamos calcular $456 + 123$:

Tabela 9: Cálculo de $456 + 123$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
456	456	Digite o primeiro número
ENTER	456,00	Você deve usar a ENTER para informar à HP-12C que você terminou o primeiro número e que irá digitar o segundo número
123	123	Digite o segundo número
+	579,00	O resultado aparece imediatamente no visor

A tabela 9 traz uma novidade: o uso de **ENTER**! Para realizar a soma $456 + 123$ primeiro você digitou o número 456. Você precisa de alguma coisa para informar à HP-12C que você terminou de digitar o número e que quer digitar o *próximo* número e essa é a tarefa da tecla **ENTER**: ela informa para a HP-12C que você terminou de digitar o primeiro número e está pronto para digitar o outro (note que após o uso da **ENTER** o número no visor pisca e aparece com as casas decimais, ou seja a HP-12C confirmou a entrada do número e apresentou as casas decimais). Imediatamente após a **ENTER** você deve digitar o segundo número e, em seguida, a tecla da operação desejada, no caso **+**. O resultado é imediatamente mostrado no visor.

Tabela 10: Pilha operacional do cálculo $456 + 123$:

T	t	z	y	y	y
Z	z	y	x	x	y
Y	y	x	456,00	456,00	x
X	x	456	456,00	123	579,00
Teclar		456	ENTER	123	+

Estude com atenção a tabela 10, pois existem duas novas situações. Tenha certeza de que você compreendeu toda a movimentação do stack no cálculo de $456 + 123$. Vamos ver passo a passo:

1. A primeira coluna somente mostra o nome dos registros da pilha e a a segunda coluna mostra o conteúdo prévio dos registros X, Y, Z e T.
2. A terceira coluna mostra que após digitarmos o primeiro número (456) ocorre a *subida do stack* para armazená-lo no registro X. Isso desloca para cima o conteúdo de todos os registros e o conteúdo prévio do registro T é perdido.
3. A quarta coluna mostra que após usarmos a tecla **ENTER** para informar à HP-12C que terminamos de digitar o primeiro número (456), o *stack sobe novamente e o conteúdo do registro X é copiado para o registro Y*. ATENÇÃO: toda vez que usamos a **ENTER** o stack sobe e o registro X é copiado para o registro Y. Note também que o conteúdo do registro T foi perdido mais uma vez.
4. A quinta coluna mostra que, após o **ENTER** podemos digitar o novo número *sem deslocar o stack!* O novo número simplesmente sobrescreve a cópia do número 456,00 que estava no registro X e não interfere no stack.
5. A sexta coluna mostra que a operação **[+]** efetuou a soma de 456 (que estava no registro Y) com 123 (que estava no registro X) e o resultado 579 foi colocado no registro X. Isso causou a *queda do stack* (você tinha dois números e agora só tem um resultado) e fez com que o *conteúdo do registro T fosse copiado para o registro Z*. Isso ocorre em toda queda do stack.

Note que não foi necessário digitar o **ENTER** depois do segundo número pois *todas as teclas de operação* também terminam a entrada de dados. Na verdade todas as teclas terminam a entrada de dados, exceto as teclas numéricas (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9), o **[•]**, a **CHS**, a **EEX** e as teclas de prefixo (**[g]**, **[f]**, **[STO]**, **[RCL]** e **[GTO]**).

As operações com 2 operandos *sempre* atuam sobre os registros Y e X, da seguinte forma: **Y operador X**. Isso é importante nos casos de operações não comutativas.

Se a operação for comutativa (a ordem dos operandos não altera o resultado, por exemplo: $10 + 2 = 2 + 10$), como **[+]** e **[×]**, você não precisa se preocupar com a ordem na qual digita os números na calculadora. Você pode digitar 10 **ENTER** 2 **[+]** ou pode digitar 2 **ENTER** 10 **[+]** que o resultado será o mesmo: 12.

Se a operação não for comutativa (a ordem dos operandos altera o resultado, por exemplo: $10 - 2 \neq 2 - 10$), como **[-]** e **[÷]**, você deverá ter cuidado ao entrar os números para não obter resultados errados. Se você digitar 10 **ENTER** 2 **[-]** o resultado será 8; mas se digitar 2 **ENTER** 10 **[-]** o resultado será -8.

Mantenha em mente que a tecla **ENTER** só deve ser utilizada para separar 2 ou mais *numeros novos* entrados seqüencialmente e *antes* que a próxima tecla de operação seja pressionada (ou sem nenhuma tecla de operação entre esses números). Se você usar a **ENTER** duas vezes pode obter um resultado errado sem receber nenhum aviso da calculadora.

Veja o exemplo a seguir, $27 + 38$:

Tabela 11: Uso errado de **[ENTER]** no cálculo de 27 + 38:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
27	27	Digite o primeiro número
[ENTER]	27,00	Você deve usar a [ENTER] para informar à HP-12C que você terminou o primeiro número e que irá digitar o segundo número
38	38	Digite o segundo número
[ENTER]	38,00	Errado! Você não deve digitar [ENTER] antes de alguma tecla de operação.
+	76,00	O resultado não é o correto para 27 + 38!

Por que a HP-12C “errou” a conta? Na verdade ela não errou a conta, você é que errou no uso da pilha operacional. Veja a tabela 12:

Tabela 12: Pilha operacional do cálculo 27 + 48 usando duas vezes a tecla **[ENTER]**:

T	t	z	y	y	x	x
Z	z	y	x	x	27,00	x
Y	y	x	27,00	27,00	38,00	27,00
X	x	27	27,00	38	38,00	76,00
Teclar		27	[ENTER]	38	[ENTER]	+

Quando você usou a tecla **[ENTER]** pela segunda vez, antes da tecla de função e não para separar números, a HP-12C fez o correto: *copiou o registro X para o registro Y* causando a subida do stack. Assim o número que você queria, o 27, passou para o registro Z e os registros Y e X (que são os únicos utilizados por qualquer operação com 2 operandos) passaram a ter o mesmo valor, o 38. Assim, quando você teclou o **+** a soma foi entre o conteúdo dos registros Y e X (38 e 38). Depois da soma o *stack caiu* normalmente e o conteúdo do registro T foi copiado para o registro Z.

Em relação ao uso de **[ENTER]**, lembre-se:

- Deve ser utilizada somente quando digitamos 2 ou mais números novos seqüencialmente, sem nenhuma tecla de operação entre eles.
- Normalmente não deve ser utilizada antes de uma tecla de operação²³.
- Sempre causa o deslocamento do stack para cima.
- Após o seu uso a subida do stack é temporariamente desligada, assim podemos digitar o próximo número sobrescrevendo o registro X e mantendo o resto do stack sem modificação.

²³Se você entendeu o funcionamento correto do stack, pode perceber que a expressão $34 + 7^2$ pode ser resolvida através da digitação de: 34 [ENTER] 7 [ENTER] **[x]** **[+]**. Essa é uma situação na qual é correto digitar **[ENTER]** antes de uma tecla de operação. Se você não entendeu porque nessa situação usar o “enter” antes de uma tecla de operação deu certo, faça uma tabela com o stack passo a passo para entender.

6.4 Operações de 1 operando junto a operações de 2 operandos

Em algumas situações precisamos realizar contas que misturam operações com 1 único operando e operações com 2 operandos, por exemplo:

- $\sqrt{25} + 10$: temos que realizar a cálculo da raiz quadrada de 25 (que é uma operação de 1 operando) e depois pegar o resultado e somar com 10 (que é uma operação de 2 operandos).
- $23 + \frac{1}{5}$: temos que somar (operação de 2 operandos) 23 com o recíproco de 5 (operação de 1 operando).

Nessas situações temos que ter cuidado com a tecla **ENTER** para evitar utilizá-la de forma errada (lembre-se: ela só deve ser utilizada para digiar *2 ou mais números novos seqüencialmente, sem nenhuma tecla de operação entre eles*). Vamos calcular os exemplos citados e entender o que ocorre na pilha operacional:

Tabela 13: Cálculo de $\sqrt{25} + 10$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
25	25	Digite o primeiro número e <i>não tecle ENTER</i> , pois você não entrará outro número agora
[g] \sqrt{x}	5,00	Digite a tecla de operação desejada e o resultado é imediato
10	10	Tecle o segundo número. Note que você NÃO PRECISOU TECLAR ENTER aqui pois você não digitou o número 5, ele foi resultado do cálculo anterior.
+	15,00	O resultado da conta é exibido corretamente.

Tabela 14: Pilha operacional do cálculo $\sqrt{25} + 10$:

T	<i>t</i>	<i>z</i>	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>y</i>
Z	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
Y	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	5,00	<i>x</i>
X	x	25	5,00	10	15,00
Teclar		25	[g] \sqrt{x}	10	+

Note que no cálculo de $\sqrt{25} + 10$ você não precisou da tecla **ENTER** nenhuma vez pois os dois números (25 e 10) foram digitados de forma não seqüencial, ou seja, uma operação foi executada entre os números.

O cálculo de $23 + \frac{1}{5}$ é diferente, pois você precisa entrar dois números seqüencialmente antes de poder realizar a primeira operação:

Tabela 15: Cálculo de $23 + \frac{1}{5}$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
23	23	Digite o primeiro número
ENTER	23,00	Utilize o ENTER para informar a calculadora que a digitação do primeiro número terminou e que você irá digitar o próximo número
5	5	Digite o próximo número
1/x	0,20	O resultado da conta do recíproco é exibido imediatamente
+	23,20	O resultado final é exibido

Tabela 16: Pilha operacional do cálculo $23 + \frac{1}{5}$:

T	<i>t</i>	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>y</i>
Z	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
Y	<i>y</i>	<i>x</i>	23,00	23,00	23,00	<i>x</i>
X	x	23	23,00	5	0,20	23,02
Teclar		23	ENTER	5	1/x	+

A tabela 16 ilustra um ponto importante: toda vez que você utiliza o ENTER, o deslocamento do stack é temporariamente suspenso para você digitar o próximo número sem deslocar o stack. Por esse motivo, quando você digitou o número 5 após o ENTER, o 5 sobrescreveu o 23 que estava no registro X e não causou a subida do stack. Note novamente que o $1/x$, por ser uma operação de 1 operando, também não desloca o stack e o resultado sobrescreve o registro X.

Usuários mais experientes calculam a equação $23 + \frac{1}{5}$ de modo um pouco mais eficiente: eles percebem que a operação é comutativa e invertem a ordem de cálculo para evitar ter que usar o ENTER e digitam o seguinte: 5 $1/x$ 23 +.

Se a operação fosse não comutativa, por exemplo $23 \div \frac{1}{5}$, inverter a ordem de cálculo leva ao resultado errado. Nesse caso a seqüência correta de operação é: 23 ENTER 5 $1/x$ ÷, com resultado correto de 115. Se você inverter a ordem de cálculo: 5 $1/x$ 23 ÷, terá o resultado errado de 0,01²⁴. Sempre tenha cuidado ao realizar cálculos com operações não comutativas!

²⁴Existe uma maneira de calcular sem usar o ENTER, utilizando a tecla $x \gtrless y$: 5 $1/x$ 23 $x \gtrless y$ ÷. A utilização da tecla $x \gtrless y$ será vista posteriormente.

6.5 Cálculo de séries numéricas

Sem entrar em detalhe, rigor extremo e complexidades matemáticas, uma série numérica é uma expressão do tipo:

$$u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n + \dots \quad (5)$$

Para o propósito de cálculos com RPN na HP-12C vamos adotar uma definição mais abrangente e considerar que o cálculo de séries numéricas significa o cálculo de vários operandos com *operadores com a mesma ordem de precedência*, ou seja, cálculos que não apresentam parênteses (implícitos ou explícitos) de forma que o cálculo pode ser feito normalmente da direita para a esquerda.

Os exemplos abaixo são considerados, para efeitos de cálculo RPN na HP-12C, cálculos em série:

- $1 + 3 + 5 + 7 + 9$
- $123 - 45 - 14,34 - 10$
- $2 \times 4 \times 6 \times 8$
- $1200 \div 2 \div 0,5 \div 3 \div 9$
- $1500 + \sqrt{25} - 100 + 3!$
- $200 \div 4 \times 3 \div 2$

Os exemplos a seguir *não* são considerados cálculos em série pois misturam operadores com ordem de precedência diferentes (apresentam parênteses implícitos ou explícitos):

- $5 + 3 \times 4$
- $((2 + 3) \div 4 + 5) \times 6$
- $\sqrt{25} + 5 \times 2$

Não importa o tamanho da série que está sendo calculada, o método de resolver na HP-12C é o mesmo:

- Digite o primeiro número
- Digite **[ENTER]** para indicar que o primeiro número foi finalizado e que o próximo número será digitado
- Digite o segundo número
- Digite o operador
- Digite o terceiro número
- Digite o operador
- Digite o quarto número
- Digite o operador
- ... (continue até terminar todos os números)

Vamos calcular a série da soma dos cinco primeiros números primos: $2 + 3 + 5 + 7 + 11$:²⁵

Tabela 17: Cálculo de $2 + 3 + 5 + 7 + 11$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
2	2	Digite o primeiro número
ENTER	2,00	Utilize o ENTER para informar para a calculadora que a digitação do primeiro número terminou e que você irá digitar o próximo número
3	3	Digite o segundo número
+	5,00	O resultado da conta é exibido imediatamente
5	5	Digite o terceiro número
+	10,00	O resultado é exibido imediatamente
7	7	Digite o quarto número
+	17,00	O resultado é exibido imediatamente
11	11	Digite o último número
+	28,00	O resultado final é exibido

Tabela 18: Pilha operacional do cálculo $2 + 3 + 5 + 7 + 11$:

T	t	z	y	y	y	y	y
Z	z	y	x	x	y	x	y
Y	y	x	2,00	2,00	x	5,00	x
X	2	2,00	3	5,00	5	10,00	
Teclar		2	ENTER	3	+	5	+

T	y	y	y	y		
Z	x	y	x	y		
Y	10,00	x	17,00	x		
X	7	17,00	11	28,00		
Teclar	7	+	11	+		

Estude a tabela 18 com atenção, e veja como o cálculo de séries numéricas é extremamente fácil na HP-12C. Repare nos comportamentos de elevação e queda do stack: com esses movi-

²⁵Não, o número 1 não é mais considerado um número primo.

mentos os números digitados vão para os registros X e Y e nunca vão encher o stack, por isso esses cálculos podem ser feitos infinitamente (obviamente você perdeu o conteúdo original dos registros T e Z). Repare também que o resultado de uma operação pode ser utilizado sem a necessidade de usarmos o **ENTER** para separá-lo do próximo número.

Note que o cálculo de séries numéricas pode ser feito mesmo quando existem operações de 1 operando na série. Por exemplo, vamos calcular $1500 + \sqrt{25} - 100 + 3!$:

Tabela 19: Cálculo de $1500 + \sqrt{25} - 100 + 3!$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
1500	1.500	Digite o primeiro número
ENTER	1.500,00	Utilize o ENTER terminar este número
25	25	Digite o segundo número
g √x	5,00	O resultado da conta é exibido imediatamente
+	1.505,00	O resultado da conta é exibido imediatamente
100	100	Digite o terceiro número
-	1.405,00	O resultado da conta é exibido imediatamente
3	3	Digite o último número
g n!	6,00	O resultado da conta é exibido imediatamente
+	1.411,00	O resultado final é exibido

Tabela 20: Pilha operacional do cálculo $1500 + \sqrt{25} - 100 + 3!$:

T	<i>t</i>	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>y</i>
Z	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>
Y	<i>y</i>	<i>x</i>	1.500,00	1.500,00	1.500,00	<i>x</i>	1.505,00
X	<i>x</i>	1500	1.500,00	25	5,00	1.505,00	100
Teclar		1500	ENTER	25	g √x	+	100

T	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>y</i>		
Z	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>y</i>		
Y	<i>x</i>	1.405,00	1.405,00	<i>x</i>		
X	1.405,00	3	6,00	1.411,00		
Teclar	-	3	n!	+		

Novamente, estude com atenção a tabela 20. Note que toda vez que você realizou uma operação de 1 único operando (\sqrt{x} e $n!$) o stack *não foi deslocado*. Note também que as operações de 2 operandos causaram a queda do stack (e o conteúdo do registro T foi copiado para o conteúdo do registro Z). Por último, lembre-se que no cálculo em questão você perdeu o conteúdo original dos registros T e Z.

Um último exemplo de cálculo de séries numéricas com operadores de 1 operando: vamos calcular a $\sqrt{2 \times 345 \div 4}$:

Tabela 21: Cálculo de $\sqrt{2 \times 345 \div 4}$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
2	2	Digite o primeiro número
ENTER	2,00	Utilize o ENTER terminar este número
345	345	Digite o segundo número
\times	690,00	O resultado da conta é exibido imediatamente
4	4	Digite o terceiro número
\div	172,50	O resultado da conta é exibido imediatamente
g \sqrt{x}	13,13	O resultado final é exibido

Tabela 22: Pilha operacional do cálculo $\sqrt{2 \times 345 \div 4}$:

T	t	z	y	y	y	y	y
Z	z	y	x	x	y	x	y
Y	y	x	2,00	2,00	x	690,00	x
X	2	2,00	345	690,00	4	172,50	
Teclar		2	ENTER	345	\times	4	\div

T	y					
Z	y					
Y	x					
X	13,13					
Teclar	g \sqrt{x}					

Com a RPN você resolveu primeiro o cálculo em série e depois calculou a raiz quadrada. Fácil! Note que após a realização de uma operação o stack sobe ao digitarmos o próximo número, e após o ENTER o stack não sobe ao digitarmos o próximo número!

6.6 Cálculos encadeados com 1 nível de parênteses

Outro tipo de cálculo são os cálculos encadeados com um único nível de parênteses (implícitos ou explícitos). Esses cálculos são semelhantes aos cálculos de séries numéricas com a exceção de que misturam operadores com ordem de precedência diferentes. Alguns exemplos de cálculos encadeados:

- $5 + 3 \times 4$
- $(2 + 3) \div 4 + 5 \times 6$
- $\sqrt{25} + 5 \times 2$
- $12 \times 1,58 + 8 \times 2,67 - 8 \div 2$ (note que os parênteses estão implícitos)
- $\frac{(2 + 3)}{4} + (3 \times 6)$
- $(13 + 8) \times \ln 100$
- $(7 + 3) \times (5 + 11) \times (13 + 7)$

Se você fosse resolver as equações acima em um caderno, resolveria primeiro as operações de maior precedência e depois as de menor precedência. É exatamente isso que faremos na HP-12C. Vamos calcular $5 + 3 \times 4$:

Tabela 23: Cálculo de $5 + 3 \times 4$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
5	5	Digite o primeiro número
ENTER	5,00	Utilize o ENTER terminar este número
3	3	Digite o segundo número
ENTER	3,00	Precisamos digitar ENTER novamente para poder digitar o próximo número
4	4	Digite o terceiro número
×	12,00	Agora realizamos a operação de maior precedência!
+	17,00	Somamos o resultado da multiplicação ao número 5 no stack!

Repare que (tabela 23) você precisou do **ENTER** duas vezes pois teve que digitar 3 números novos em seqüência antes de qualquer tecla de operação.

Note também que primeiro resolvemos a multiplicação 3×4 e, depois, fizemos a soma do resultado dessa multiplicação ao número 5 (que já tínhamos digitado). É a mesma coisa que faríamos em um papel: primeiro resolver o que tem maior precedência e, depois, o resto da equação.

Vamos ver como esses cálculos ocorrem na pilha operacional:

Tabela 24: Pilha operacional do cálculo $5 + 3 \times 4$:

T	t	z	y	y	x	x	x
Z	z	y	x	x	5,00	5,00	x
Y	y	x	5,00	5,00	3,00	3,00	5,00
X	x	5	5,00	3	3,00	4	12,00
Teclar		5	[ENTER]	3	[ENTER]	4	×

T	x					
Z	x					
Y	x					
X	17,00					
Teclar	+					

A tabela 24 ilustra um fato muito importante: ao digitarmos o segundo [ENTER] o número 5 (que tinha sido digitado primeiro) foi para o registro Z. Isso permitiu que:

- Você trabalhasse com os registros Y e X para efetuar a operação 3×4 .
- Quando a operação 3×4 terminou o resultado foi armazenado no registro X e o número 5, que estava no registro Z, caiu para o registro Y, permitindo que você pudesse efetuar então a soma $5 + 12$.
- Depois de realizar a soma $5 + 12$ o resultado 17 foi armazenado no registro X.
- Note que o conteúdo prévio do stack (x, y, z e t) somente o conteúdo que estava anteriormente no registro X foi mantido.
- Devido aos movimentos de elevação e queda do stack, o conteúdo antigo do registro X (x) acabou sendo copiado para os registros Y, Z e T ao final do cálculo.

Note como a elevação e a queda do stack armazenam automaticamente os resultados para encadear os cálculos corretamente e se alteram com a cópia do registro T para o registro Z no momento em que o stack cai, e com o deslocamento (ou cópia) do registro X para o Y. Essas movimentações do stack são fundamentais para o encadeamento de cálculos complexos via RPN e você deve dominar muito bem como o stack funciona.

Vamos para outro exemplo, o cálculo de $(2 + 3) \div 4 + (5 - 3) \times 6$:

Tabela 25: Cálculo de $(2 + 3) \div 4 + (5 - 3) \times 6$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
2	2	Digite o primeiro número
[ENTER]	2,00	Utilize o [ENTER] terminar este número
3	3	Digite o segundo número
+	5,00	Conforme os parênteses, resolvemos primeiro o $2 + 3$
4	4	Digite o terceiro número
÷	1,25	Agora realizamos a divisão de $(2 + 3)$ por 4
5	5	Digitamos agora o quarto número
[ENTER]	5,00	Temos que usar outro [ENTER] para poder digitar o segundo número 3 para resolver $(5 - 3)$.
3	3	Digitamos o segundo número 3
-	2,00	O resultado de $(5 - 3)$ é exibido
6	6	Digitamos agora o último número (6)
×	12,00	O resultado da divisão de $(5 - 3)$ por 6
+	13,25	O resultado final

A pilha operacional para esse cálculo é a seguinte:

Tabela 26: Pilha operacional do cálculo $(2 + 3) \div 4 + (5 - 3) \times 6$:

T	t	z	y	y	y	y	y
Z	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
Y	<i>y</i>	<i>x</i>	2,00	2,00	<i>x</i>	5,00	<i>x</i>
X	<i>x</i>	2	2,00	3	5,00	4	1,25
Teclar		2	[ENTER]	3	+	4	÷

T	y	x	x	x	x	x	x
Z	<i>x</i>	1,25	1,25	<i>x</i>	1,25	<i>x</i>	<i>x</i>
Y	1,25	5,00	5,00	1,25	2,00	1,25	<i>x</i>
X	5	5,00	3	2,00	6	12,00	13,25
Teclar	5	[ENTER]	3	-	6	×	+

Um último exemplo de cálculos encadeados: $\sqrt{49} - (13 \times 19) + (5 \div 7)$

Tabela 27: Cálculo de $\sqrt{49} - (13 \times 19) + (5 \div 7)$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
49	49	Digite o primeiro número
[g] \sqrt{x}	7,00	A raiz pode ser calculada diretamente
13	13	Digite o segundo número
[ENTER]	13,00	Termina a digitação desse número para digitarmos o próximo
19	19	Digite o terceiro número
\times	247,00	Resultado da multiplicação 13×19
$-$	-240,00	Realizada a operação $\sqrt{49} - (13 \times 19)$
5	5	Digite o quarto número
[ENTER]	5,00	Termina a digitação desse número para digitarmos o próximo
7	7	Digitamos o quinto número
\div	0,71	O resultado de $(5 \div 7)$ é exibido
$+$	-239,29	O resultado final

Tabela 28: Pilha operacional do cálculo $\sqrt{49} - (13 \times 19) + (5 \div 7)$:

T	t	z	z	y	x	x	x
Z	z	y	y	x	7,00	7,00	x
Y	y	x	x	7,00	13,00	13,00	7,00
X	x	49	7,00	13	13,00	19	247,00
Teclar		49	[g] \sqrt{x}	13	[ENTER]	19	\times

T	x	x	x	x	x	x	
Z	x	x	-240,00	-240,00	x	x	
Y	x	-240,00	5,00	5,00	-240,00	x	
X	-240,00	5	5,00	7	0,71	-239,29	
Teclar	$-$	5	[ENTER]	7	\div	$+$	

ATENÇÃO: *não existe limite* para a quantidade de operações que podem ser feitas encadeadas quando só existe 1 nível de parênteses (ou seja, se não existem parênteses dentro de parênteses).

6.7 Entrada de números negativos

Não erre na entrada de números negativos: primeiro você digita o número e *depois* pressiona a tecla **CHS**. O cálculo -3×4 é feito do seguinte modo:

Tabela 29: Cálculo de -3×4 :

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
3	3	Digite o primeiro número
CHS	-3	Depois do número, clique em CHS para torná-lo negativo
ENTER	-3,00	Termina a digitação desse número para digitarmos o próximo
4	4	Digite o próximo número
×	-12,00	Resultado final

Se você precisa negativar um cálculo, a regra é a mesma: primeiro execute o cálculo e *depois* pressione **CHS**. Por exemplo: $-(3 \times 4 + 8)$:

Tabela 30: Cálculo de $-(3 \times 4 + 8)$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
3	3	Digite o primeiro número
ENTER	3,00	Termina a digitação desse número para digitarmos o próximo
4	4	Digite o próximo número
×	12,00	Resultado da multiplicação
8	8	Digite o próximo número
+	20,00	Resultado da expressão dentro do parêntese
CHS	-20,00	Resultado final

A tecla **CHS** é um operador com 1 único operando, portanto ela negativa apenas o número que está no registro X (exibido no visor), sem deslocar o stack para cima ou para baixo.

Para transformar um número negativo em positivo, basta teclar **CHS** novamente.

Fica como tarefa para o leitor preparar os esquemas da pilha operacional para as tabelas 29 e 30.

6.8 Cálculos envolvendo notação exponencial

Números em notação exponencial são usados como quaisquer outros números nos cálculos. Por exemplo: $\sqrt{1,7814 \times 10^{12} + (-3,481 \times 10^9)}$:

Tabela 31: Cálculo de $\sqrt{1,7814 \times 10^{12} + (-3,481 \times 10^9)}$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
1,7814	1,7814	Digite o significando (“mantissa”) do número
EEX	1,7814 00	Informa que terminou a mantissa e inicia a digitar o expoente
12	1,7814 12	Digite o expoente
ENTER	1,781400 12	Confirma e termina a digitação do número
3,481	3,481	Comece a digitar o próximo significando
CHS	-3,481	Torna negativo o significando
EEX	-3,481 00	Termina a mantissa e inicia a digitação do expoente
9	-3,481 09	Digita o expoente
+	1,777919 12	Cálculo de dentro da raiz terminado
g \sqrt{x}	1.333.386,29	Resultado final

Quando o expoente é negativo o procedimento é o mesmo: digite a mantissa, pressione EEX, digite o expoente, pressione CHS. Por exemplo: $1 \div 3,23 \times 10^{-4} + 27$:

Tabela 32: Cálculo de $1 \div 3,23 \times 10^{-4} + 27$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
3,23	3,23	Digite o significando (“mantissa”) do número
EEX	3,23 00	Informa que terminou a mantissa e inicia a digitar o expoente
4	3,23 04	Digite o expoente
CHS	3,23 -04	Torna negativo o significando
1/x	3.095,98	Calcula o inverso do número digitado
27	27	Digita o último número
+	3.122,98	Resultado final

Usuários mais inexperientes tendem a não reconhecer a operação do recíproco e resolvem a equação acima com: 1 ENTER 3,23 EEX 4 CHS ÷ 27 +. O resultado é o mesmo mas a seqüência mostrada na tabela 32 é mais eficiente.

6.9 Cálculos de potências

O cálculo de uma potência, como 3^4 , é um cálculo que precisa de 2 operandos: a base e o expoente. Como todo cálculo na HP-12C, devemos digitar os números primeiro e depois usar a tecla de função para realizar o cálculo. Mas qual número digitar primeiro? a base ou o expoente?

Repare na tecla y^x : está explícito que a HP-12C utiliza o y como base e o x como expoente: y^x . Então devemos digitar primeiro a base e depois o expoente (isso fará com que a base vá para o registro Y e o expoente fique no registro X)²⁶. Por exemplo: vamos calcular 2^3 :

Tabela 33: Cálculo de 2^3 :

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
2	2	Digitamos a base
ENTER	2,00	Informamos que terminamos a base
3	3	Digitamos o expoente
y^x	8,00	Resultado final

Tabela 34: Pilha operacional do cálculo 2^3 :

T	t	z	y	y	y		
Z	z	y	x	x	y		
Y	y	x	2,00	2,00	x		
X	x	2	2,00	3	8,00		
Teclar		2	ENTER	3	y^x		

A tabela 34 deixa claro que o número 2 foi para o registro Y, o número 3 para o registro X e a função calculou y^x ($2^3 = 8$).

Existem *duas situações problemáticas* no cálculo de potências que podem levar a erros caso o usuário não realize os cálculos corretamente:

- Potências de potências
- Potências de números com o operador menos unário

Já vimos que o operador de potência tem *associatividade à direita*, significando que quando trabalhamos com potências de potências o método correto de cálculo é da *direita para esquerda*. O método correto de interpretar $5^{4^{3^2}}$ é $5^{(4^{3^2})}$. Isso causa uma dificuldade no momento de fazer esse tipo de cálculo na HP-12C.

²⁶Algumas outras teclas também deixam bem explícito sobre qual registro elas atuam: y^x , $1/x$, \sqrt{x} , e^x .

Tabela 35: Cálculo de 4^3 :

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
4	4	Digitamos a primeira base
[ENTER]	4,00	Informamos que terminamos a base
3	3	Digitamos a segunda base
[ENTER]	3,00	Terminamos a segunda base
2	2	Digitamos o expoente da segunda base
y^x	9,00	Calculamos 3^2 .
y^x	262.144,00	Resultado final.

Tabela 36: Pilha operacional do cálculo 4^3 :

T	t	z	y	y	x	x	x
Z	z	y	x	x	4,00	4,00	x
Y	y	x	4,00	4,00	3,00	3,00	4,00
X	x	4	4,00	3	3,00	2	9,00
Teclar		4	[ENTER]	3	[ENTER]	2	y^x

T	x						
Z	x						
Y	x						
X	262.144,00						
Teclar	y^x						

Podemos ver que após entrar todos os números (4, 3 e 2) eles ficaram em uma posição do stack que nos permitiu calcular primeiro $3^2 = 9$; esse resultado ficou no registro X e o número 4 caiu para o registro Y e assim foi possível calcular $4^9 = 262144,00$.

Com as potências que envolvem o menos umário, como -3^2 , devemos ter cuidado para interpretar corretamente o que está sendo calculado. Um número qualquer $-a^b$ deve ser interpretado como $0 - (a^b)$, e *não como* $(-a)^b$, por exemplo:

$$-4^2 = 0 - (4^2) = 0 - (16) = -16 \quad (6)$$

Para resolver esse tipo de cálculo na HP-12C, primeiro temos que resolver a potência e *depois* negativar o resultado.

Tabela 37: Cálculo de -3^2 :

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
3	3	Digitamos a base
ENTER	3,00	Informamos que terminamos a base
2	2	Digitamos o expoente
y^x	9,00	Calculamos 3^2 .
CHS	-9,00	Resultado final.

Uma situação diferente é quando você realmente quer realizar a potência de um número negativo, por exemplo: $(-3)^2$. Essa situação deve ser interpretada da seguinte maneira:

$$(-3)^2 = -3 \times -3 = 9 \quad (7)$$

Para resolver esse tipo de cálculo na HP-12C, primeiro temos que negativar a base e *depois* calcular a potência.

Tabela 38: Cálculo de $(-3)^2$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
3	3	Digitamos a base
CHS	-3	Negativamos a base
ENTER	-3,00	Informamos o término da digitação da base negativa
2	2	Digitamos o expoente
y^x	9,00	Resultado final.

Tome muito cuidado quando trabalhar no modo algébrico (**f ALG**) com as calculadoras HP-12C Platinum/Prestige ou até mesmo a HP-17BII+ pois, se você estiver no modo algébrico e entrar as equações totalmente no modo algébrico, o resultado será errado! Elas não levam em consideração as regras de ordem de precedência e da associatividade dos operadores e *exigem* que você digite parênteses para que o cálculo seja feito corretamente. Além disso alguns modelos como a HP-12C Platinum/Prestige, quando no modo algébrico, não são 100% algébricas e fazem uma baita confusão na hora de entrar os dados, obrigando o usuário a misturar entrada algébrica (infix notation) com RPN. Por exemplo: mesmo em modo algébrico (ou seja, os operadores e operandos são digitados na ordem em que aparecem na expressão), para calcular -3^2 na HP-12C Platinum somos obrigados a negativar o resultado como se estivéssemos em RPN: 3 **CHS** **y^x** 2 **g** **=** **CHS**. Se você não negativar o resultado obtido, estará com o resultado errado. Por isso é melhor *ignorar a opção algébrica* dessas calculadoras e trabalhar sempre em RPN. Em compensação a HP-12C Platinum (e a Prestige) tem uma função de potência que a HP-12C Gold não tem: a **x^2** (que eleva ao quadrado diretamente o que está no registro X).

6.10 Outras funções matemáticas

Você já aprendeu a utilizar todas as funções matemáticas básicas ($+$, $-$, \times , \div), já utilizou a maioria das funções matemáticas avançadas (y^x , $1/x$, \sqrt{x} , $n!$, LN , e^x), já usou **CHS** para negativar um número e **EEX** para notação exponencial. Relembrando algumas funções:

- **$1/x$** : calcula o recíproco de um número x , ou seja: $\frac{1}{x}$
- **\sqrt{x}** : calcula a raiz quadrada de um número x , ou seja: \sqrt{x}
- **y^x** : calcula a potência de um número y elevado a um número x , ou seja: y^x
- **$n!$** : calcula o factorial de um número x , ou seja: $n! = \prod_{k=1}^n$ (onde n e k são números inteiros). Observação: o maior factorial que a HP-12C pode calcular é 69! pois fatoriais de números maiores ou iguais a 70 causam um erro de overflow.
- **LN** : calcula o logaritmo natural (de base e) de um número x , ou seja: $\log_e x = \ln x$. Observação: a HP-12C não calcula diretamente logarítmos de base 10 ($\log_{10} x$), mas o cálculo é possível matematicamente.
- **e^x** : eleva a base e ao expoente x , ou seja: e^x

As três últimas funções matemáticas a serem vistas são: **RND**, **FRAC** e **INTG**.

A função **RND** altera internamente o número de casas decimais com as quais a calculadora trabalha, fazendo com que as casas decimais internas passem a ser iguais às casas decimais apresentadas no visor. Você já sabe que o número de casas decimais do visor (por exemplo, 2 casas decimais) é somente para a exibição do número que está no registro X, e o número nesse registro internamente é mantido com o maior número de casas decimais possíveis. A função **RND** faz com que o número interno armazenado no registro X perca as casas decimais e passe a ter a mesma quantidade de casas decimais do visor. Vamos confirmar isso:

Tabela 39: Uso da função **RND**

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
0,123456789	0,123456789	Digitamos um número com 9 casas decimais
ENTER	0,12	A HP mostrou só a quantidade configurada de casas decimais
f CLEAR PREFIX	1234567890	A função CLEAR PREFIX , além de limpar o prefixo, também serve para mostrar todos os números decimais internos
	0,12	Depois de alguns segundos o visor volta ao normal
f RND	0,12	Informamos para a HP-12C usar internamente o mesmo número de casas decimais que o visor, descartando o resto
f CLEAR PREFIX	1200000000	Internamente a HP descartou as demais casas decimais

As funções **FRAC** e **INTG** são intimamente relacionadas: a primeira descarta a parte inteira de um número e fica somente com a parte fracionária (tabela 40), e a segunda descarta a parte fracionária e fica somente com a parte inteira (tabela 41):

Tabela 40: Uso da função **FRAC**

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
100,46356	100,46356	Digitamos um número decimal
ENTER	100,46	Terminamos o número
g FRAC	0,46	Eliminamos a parte inteira do número. As outras casas decimais não são exibidas mas permanecem internamente

Tabela 41: Uso da função **INTG**

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
100,46356	100,46356	Digitamos um número decimal
ENTER	100,46	Terminamos o número
g INTG	100,00	Eliminamos a parte decimal do número, inclusive internamente, e ficamos somente com a parte inteira

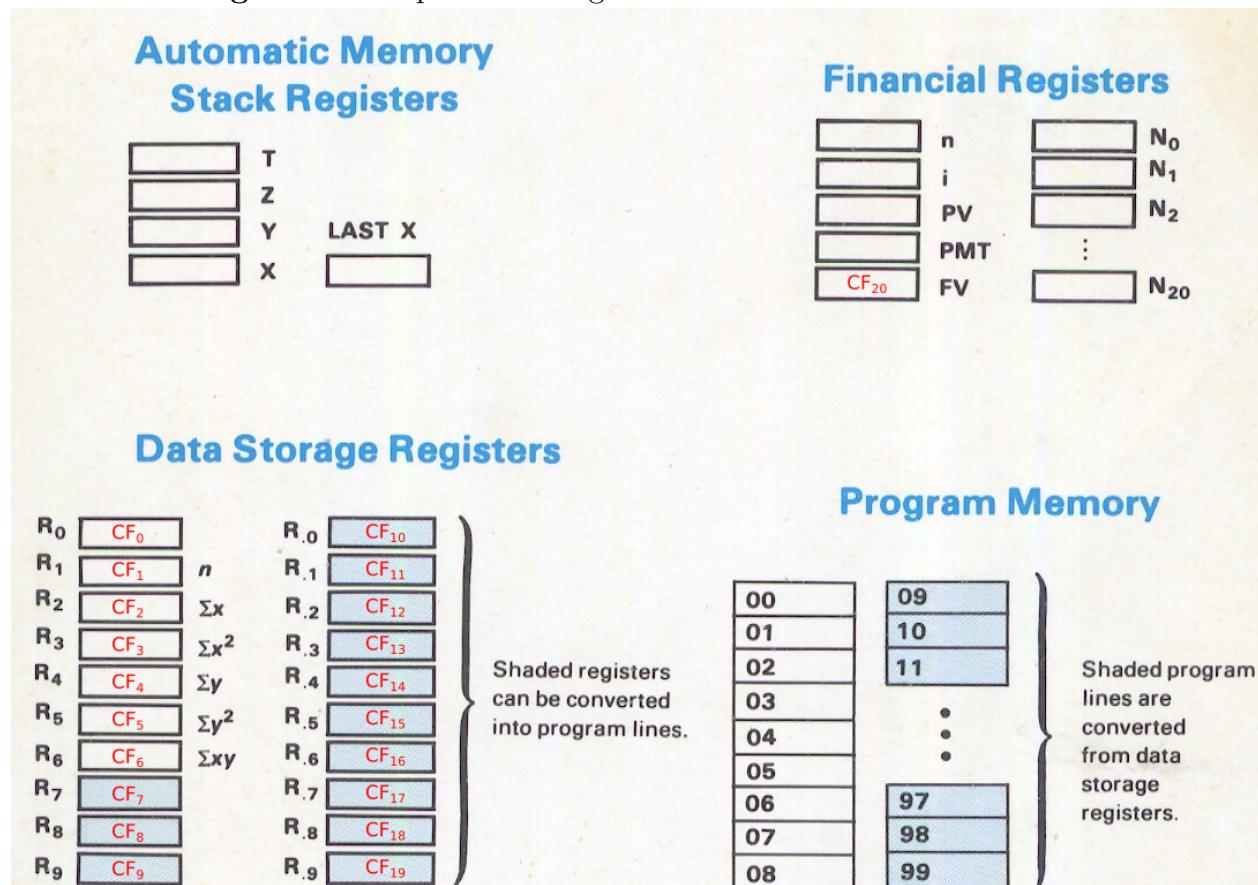
6.11 Registros de armazenamento (memórias)

Registros de armazenamento (“memórias”) servem para guardar os números durante os cálculos, sendo alguns desses registros *compartilhados*. A quantidade e os grupos de registros são:

- 5 registros relacionados à pilha operacional: X, Y, Z, T e Last X.
- 26 registros financeiros: n, i, PV, PMT, FV, N₀, N₁, N₂, …, N₂₀
- 20 registros de armazenamento de dados: R₀, R₁ R₂, …, R₉; e R_{.0}, R_{.1}, R_{.2}, …, R_{.9}. Esses registros são compartilhados da seguinte maneira:
 - Os registros de R_{.9} e seguindo em ordem descrecente até o registro R₇ são compartilhados com a memória de programação da calculadora da seguinte maneira: sempre que você precisar de mais do que 8 linhas de programação, cada um desses registros é convertido em sete linhas adicionais de programação, na medida de sua necessidade (começando por R_{.9} e terminando em R₇). Depois de convertidos em linhas de programa, não podem mais ser utilizados para guardar dados.
 - Os registros R₁ até R₆ são utilizados pelas funções estatísticas, temporariamente durante os cálculos, e ficam disponíveis para uso normal depois.
 - Os registros R₀ até o R_{.9} e o registro FV são utilizados para as informações de fluxo de caixa (CF₀ até CF₂₀), temporariamente durante os cálculos, e ficam disponíveis para uso normal depois.
- 8 linhas de programação independentes e mais 91 linhas de programação criadas a partir dos registros R_{.9} e terminando em R₇, conforme necessidade.

O esquema a seguir (fig. 87) ilustra todos os registros de armazenamento da HP-12C, indicando quais são compartilhados com linhas de programação e quais são utilizados temporariamente para cálculos estatísticos:

Figura 87: Esquema dos registros de armazenamento da HP-12C

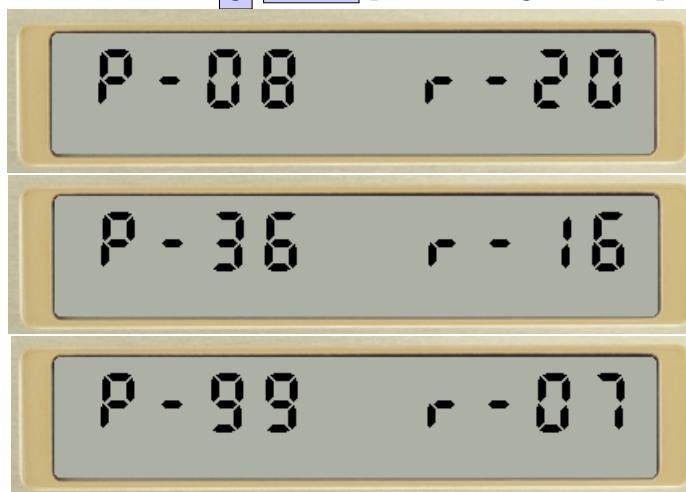


To expand program memory beyond the initial eight program lines, the calculator automatically converts each of the data storage registers R₉ through R₇ into seven program lines. The registers are converted one register at a time as needed, beginning with R₉ and ending with R₇.

Retirado do *HP-12C Owner's Handbook and Problem-Solving Guide*, 3a. edição, 1982.

O esquema original não incluía o compartilhamento para os 21 registros que podem ser utilizados durante o cálculo de fluxos de caixa (CF₀ até CF₂₀), portanto foram incluídos em vermelho.

A qualquer momento você pode ver quantas memórias estão disponíveis com o uso da função **MEM**, que mostra quantas linhas de programação estão em uso na calculadora e quantos registros de armazenamento ainda estão liberados, ou seja, quantos registros de armazenamentos que ainda *não foram utilizados* para armazenar linhas de programação. Veja a ilustração a seguir (fig. 88 na próxima página):

Figura 88: Uso de **[g] [MEM]** para ver registros disponíveis

O número após o “P” indica quantas linhas de programação estão na calculadora, e o número após o “r” indica quantos registros ainda não foram utilizados para armazenar linhas de programação (portanto estão livres para armazenar números).

A figura 88, é interpretada da seguinte maneira:

- Primeiro visor: indica que estão utilizadas 8 linhas de programação e que todos os 20 registros de armazenamento estão disponíveis (R_0 a $R_{.9}$).
- Segundo visor: indica que 36 linhas de programação estão armazenadas e que somente estão disponíveis 16 registros de armazenamento, os registros R_0 a $R_{.5}$ (os registros $R_{.9}$ até $R_{.6}$ foram convertidos em linhas de programação).
- Terceiro visor: indica que 99 linhas de programação estão armazenadas (o máximo possível) e que estão disponíveis 7 registros de armazenamento, os registros R_0 a $R_{.6}$ (os registros $R_{.9}$ até $R_{.7}$ foram convertidos em linhas de programação).

O uso dos registros de armazenamento é extremamente simples: para armazenar um número em algum dos 20 registros basta usar a tecla **[STO]** e digitar um número de 0 a 9 (para os registros R_0 a $R_{.9}$, ou digitar **[.]** 0 a **[.]** 9 (para os registros $R_{.0}$ a $R_{.9}$).

Tabela 42: Armazenar números nos registros R_0 a $R_{.9}$

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
23	23	Digite o número a ser armazenado
[STO] 6	23,00	O número foi armazenado no R_6
55	55	Digite outro número a ser armazenado
[STO] [.] 6	55,00	O número foi armazenado no $R_{.6}$

Atenção para uma coisa: a tecla **[STO]** termina a entrada de dados mas *não levanta o stack!* No exemplo da tabela 42 o número 23 foi para o registro Y e o número 55 foi para o registro X por causa da própria entrada desses números, mas o **[STO]** não alterou em mais nada o stack.

Tabela 43: Pilha operacional do uso de $\boxed{\text{STO}}$

T	t	z	z	y	y		
Z	z	y	y	x	x		
Y	y	x	x	23,00	23,00		
X	x	23	23,00	55	55,00		
Teclar		23	$\boxed{\text{STO}} 6$	55	$\boxed{\text{STO}} \bullet 6$		

A recuperação dos registros é feita com a tecla $\boxed{\text{RCL}}$, que faz uma cópia do número armazenado no registro especificado e coloca no registro X (causando a *subida do stack*):

Tabela 44: Recuperar números nos registros R_0 a R_9

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
	100,00	Número anterior que estava no registro X
$\boxed{\text{RCL}} 6$	23,00	Copia R_6 para o registro X
$\boxed{\text{RCL}} \bullet 6$	55,00	Copia $R_{.6}$ para o registro X

Tabela 45: Pilha operacional do uso de $\boxed{\text{RCL}}$

T	t	z	y				
Z	z	y	x				
Y	y	x	23,00				
X	x	23,00	55,00				
Teclar		$\boxed{\text{RCL}} 6$	$\boxed{\text{RCL}} \bullet 6$				

Você pode armazenar e recuperar números durante os cálculos e qualquer número recuperado pode ser utilizado normalmente como operando nas operações matemáticas. Por exemplo: imagine que você digitou o valor de π em R_3 e quer calcular a área de um círculo com raio de 5 centímetros. O cálculo pode ser feito assim: 2 $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{RCL}} 3$ $\boxed{y^x} 5 \times$ (primeiro calculamos π^2 e depois multiplicamos pelo raio).

Uma última característica dos registros de armazenamento é que 5 registros são especiais (R_0 a R_4), e podem realizar uma coisa chamada de *aritmética de registro de armazenamento*. Isso significa executar uma operação matemática básica ($+$, $-$, \times , \div) entre o número que está no registro e o número que está no visor, armazenando automaticamente o resultado no registro. Esquematicamente é isso o que ocorre:

$$\text{Registro Novo} = \text{Registro Antigo} \begin{pmatrix} + \\ - \\ \times \\ \div \end{pmatrix} \text{Número Visor} \quad (8)$$

Se o número armazenado em R_4 é 3, e o número 2 está no visor (no registro X), ao digitarmos **STO** \times 4, não estamos armazenando o número 2 no R_4 , estamos na verdade fazendo a multiplicação do conteúdo prévio do R_4 \times 2, e armazenando o resultado (6 nesse exemplo) em R_4 .

Outro exemplo: suponha que você controlará o saldo de sua conta bancária utilizando sua HP-12C e registrará todas as entradas e saídas de dinheiro. O procedimento é o seguinte:

1. Digite o saldo inicial e tecle **STO** 1 (você armazenou o saldo inicial no R_1).
2. Para cada entrada de dinheiro na conta, digite o valor no visor e tecle **STO** $+$ 1 (você está aumentando a quantidade no R_1 com o valor do visor).
3. Para cada retirada de dinheiro na conta, digite o valor no visor e tecle **STO** $-$ 1 (você está diminuindo a quantidade no R_1 pela quantidade do visor).
4. No final do mês seu filho foi ao banco e sacou todo seu dinheiro. Para lembrar quanto você tinha e zerar sua conta utilizando os registros digite: **RCL** 1 **STO** $-$ 1

Como os 5 registros são independentes você pode ter realizar várias seqüências de aritmética de registro simultaneamente, por exemplo: usar o R_1 para o saldo bancário, o R_2 para o cartão de crédito, etc.

Uma última coisa a respeito dos registros de armazenamento: você tem que saber como limpá-los, ou seja, armazenar zero nos registros:

- Para limpar um registro específico, armazene 0 nesse registro.
- Para limpar o visor (sem alterar o stack) use a tecla **CLx**.
- Para limpar os registros financeiros use **f CLEAR FIN**.
- Para limpar os registros estatísticos (R_1 a R_6), use **f CLEAR Σ** (essa operação também limpa o stack e, portanto, o visor também).
- Para limpar todos os registros use **f CLEAR REG** (essa função limpa todos os registros de armazenamento — exceto os que estiverem sendo usados para linhas de programação —, os registros financeiros, o stack e o registro Last X)²⁷.
- Para limpar as linhas de programação, use **f CLEAR PRGM** (essa função somente funciona quando a calculadora está no modo de programação e limpa todas as linhas de programação, inserindo **g GTO 00** nas oito primeiras linhas).

6.12 O que vem a seguir?

Ao dominar o conteúdo desta seção você será capaz de utilizar com eficiência sua HP-12C *exceto* em uma situação: cálculos encadeados com 2 níveis ou mais de parênteses (parênteses dentro de parênteses).

Esse tipo de cálculo será discutido na próxima seção pois a resolução dessas contas *esbarra no limite operacional* do stack da calculadora e, se você não tomar cuidado, obterá o resultado errado e nem perceberá. Além disso algumas outras funções de movimentação do stack serão necessárias para esse tipo de cálculo. Portanto, primeiro domine o conteúdo desta seção antes de passar para a próxima!

²⁷ **f CLEAR REG** não é programável

7 Uso avançado da RPN em sua HP-12C

Depois que você aprendeu a usar com eficiência a RPN em sua HP-12C (Seção 6) você está quase pronto para os cálculos mais complexos, que são os cálculos encadeados com 2 ou mais níveis de parênteses. Mas, antes, precisamos aprender a usar algumas teclas de manipulação do stack.

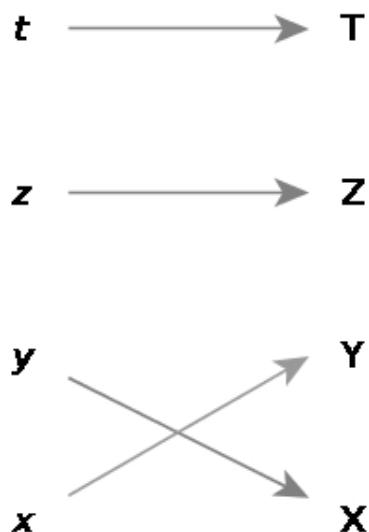
7.1 Manipulação do stack e o registro Last X

Em todos os cálculos que você realizou até agora o stack foi manipulado automaticamente pela calculadora. Foi a própria HP-12C que efetuou a subida, a queda e o manejo do stack. Você simplesmente realizou as contas e a calculadora cuidou do stack.

Entretanto, existem situações nais quais podemos realizar pequenas manipulações na ordem do stack para facilitar um cálculo. As funções de manipulação de stack que a HP-12C nos oferece são: $x \gtrless y$, LST x e R↓.

A função $x \gtrless y$ inverte o conteúdo dos registros X e Y, ou seja, o que estava no registro X vai para o registro Y, e o que estava no registro Y vai para o registro X. Veja a figura abaixo (fig. 89):

Figura 89: Efeito da função $x \gtrless y$: inverte o conteúdo dos registros X e Y



Por que a HP-12C tem uma função para inverter o conteúdo dos registros X e Y? Existem *duas razões*. Em primeiro lugar para facilitar a entrada de números quando a operação não é comutativa ($-$, \div e y^x). Considere o cálculo $3 - (4 \times 5)$: a maneira usual de resolver é fazendo $3 \text{ ENTER } 4 \text{ ENTER } 5 \times -$. Nessa situação você armazenou o número 3 no stack e depois calculou a multiplicação para só então realizar a subtração. Você pode trabalhar de um modo mais “natural” de fazer a conta, como se estivesse fazendo no papel: ignora o 3, resolve a multiplicação e depois faz a subtração. Para fazer isso na HP-12C precisamos da função $x \gtrless y$, e a seqüência de digitação seria: $4 \text{ ENTER } 5 \times 3 \text{ } x \gtrless y \text{ } -$. A próxima tabela (tabela 46) mostra a pilha operacional durante esse cálculo:

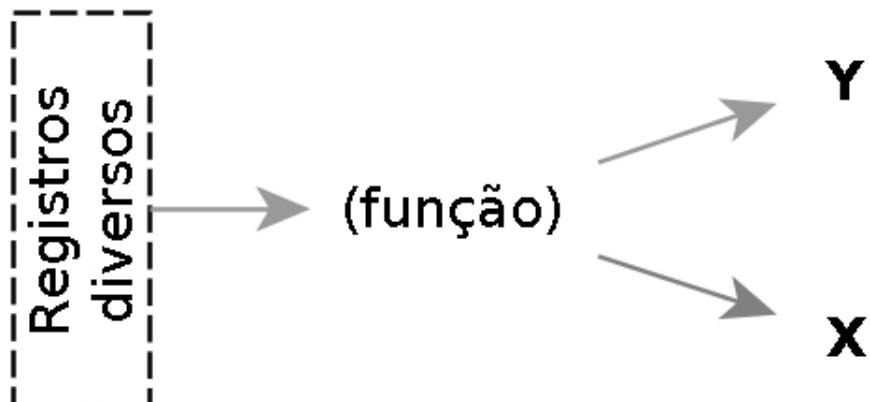
Tabela 46: Pilha operacional com o uso da $x \geq y$ para calcular $3 - (4 \times 5)$

T	t	z	y	y	y	y	y
Z	z	y	x	x	y	x	x
Y	y	x	4,00	4,00	x	20,00	3,00
X	x	4	4,00	5	20,00	3	20,00
Teclar		4	ENTER	5	\times	3	$x \geq y$

T	y						
Z	y						
Y	x						
X	-17,00						
Teclar	$-$						

A segunda razão para o uso da função $x \geq y$ é que algumas funções especiais retornam resultados para o registro X e para o registro Y *simultaneamente*, e não ocorre a queda do stack. Depois de executar uma dessas funções, o resultado visível está no registro X e você precisa usar a $x \geq y$ para poder ver o outro resultado que está no registro Y. As 10 funções que retornam resultados para ambos os registros X e Y são as seguintes (ver também a figura 90):

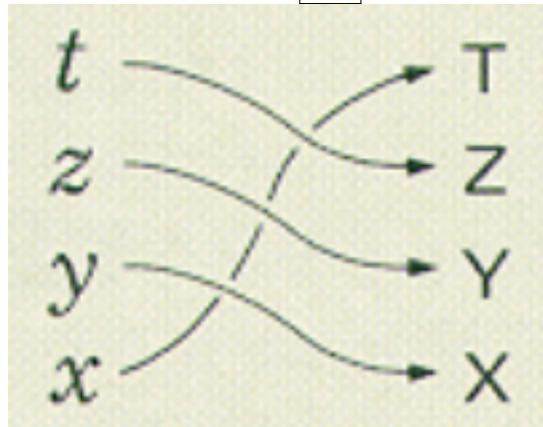
- Funções de calendário: ΔDYS
- Funções financeiras: $AMORT$
- Funções estatísticas: \bar{x} , S , \hat{x}, r e \hat{y}, r
- Funções de títulos de dívida: $PRICE$
- Funções de depreciação: SL , $SOYD$ e DB

Figura 90: Pilha operacional para funções que retornam resultados em X e Y ao mesmo tempo

Note que na figura 90 especificamos que o conteúdo original sobre o qual foi aplicada a função pode estar *espalhado em diversos registros*, não só nos registros da pilha operacional (por exemplo, os dados estatísticos estão guardados nos registros R₁ a R₆ mas as funções estatísticas retornam seus resultados para os registros X e Y simultaneamente).

A segunda função de manipulação do stack é a função $\boxed{R \downarrow}$, que faz a *rolagem* dos conteúdos dos registros. Ao ser pressionada o conteúdo do stack inteiro “rola para baixo” (fig. 91) e o que conteúdo do registro X sobe para o registro T.

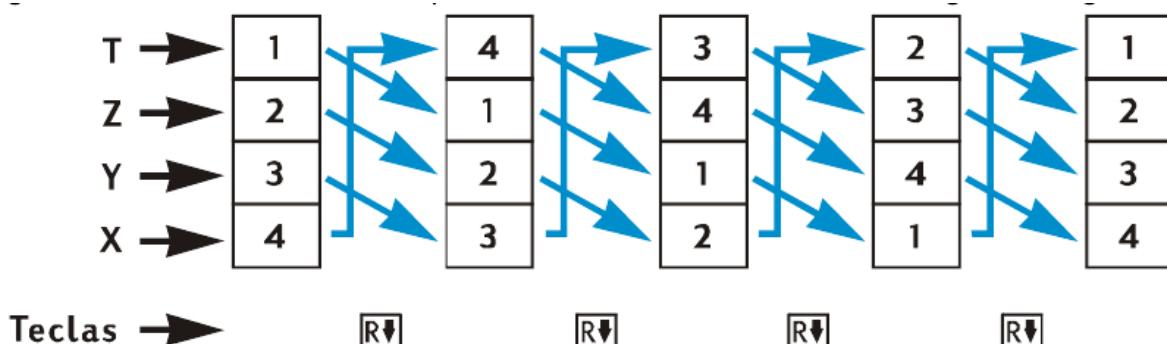
Figura 91: Resultado da tecla $\boxed{R \downarrow}$: o stack rola para baixo



Retirado do HP-35 Operating Manual

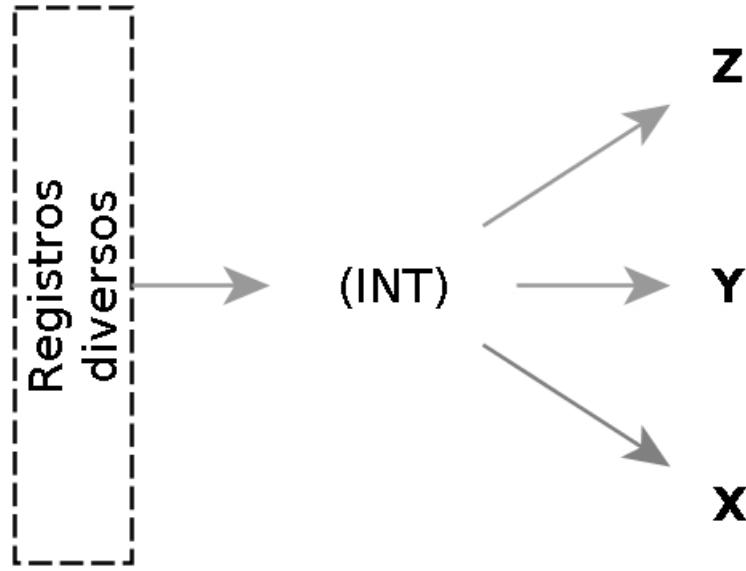
Obviamente, se a tecla $\boxed{R \downarrow}$ for pressionada 4 vezes seguidas o stack rolará para a posição inicial (fig. 92):

Figura 92: Ciclo completo de rolagem do stack



Retirado do Guia do Usuário da HP-12C

E por quê a HP-12C tem uma função para a rolagem do registro? Por duas razões. Em primeiro lugar você pode querer rolar o conteúdo do stack para ver o que está armazenado nos registros X, Y, Z e T ou para buscar um resultado intermediário qualquer para um novo cálculo. O segundo motivo é que a função financeira $\boxed{\text{INT}}$ retorna 3 resultados simultaneamente que são armazenados nos registros X, Y e Z (fig. 93 na próxima página) e, portanto, você precisa rolar o stack para poder vê-los.

Figura 93: Função **INT** retorna para 3 registros: X, Y e Z

A última função de manipulação do stack é a função **LST x**, que é usada para recuperar o conteúdo do registro Last X. Até agora esse registro foi citado somente de passagem (na Seção 6.1), mas temos que entender seu funcionamento para o uso correto da função **LST x**.

O registro Last X serve para armazenar o último número que estava no registro X *imediatamente antes* do uso de alguma das funções a seguir:

- Funções matemáticas básicas: $[+]$, $[-]$, $[\times]$, $[\div]$
- Funções matemáticas avançadas: $[y^x]$, $[1/x]$, \sqrt{x} , $[e^x]$, $[LN]$, $[n!]$, $[RND]$, $[FRAC]$, $[INTG]$
- Funções estatísticas: $[\sum +]$, $[\sum -]$, $[\hat{x}, r]$, $[\hat{y}, r]$
- Funções de porcentagem: $[\%]$, $[\Delta \%]$, $[\% T]$
- Funções de data: $[DATE]$, $[\Delta DYS]$

A tabela a seguir ilustra como o registro Last X é preenchido:

Tabela 47: Preenchimento do registro Last X: $4 \times 5 + 3$

Last X	w	w	w	w	5,00	5,00	3,00
T	t	z	y	y	y	y	y
Z	z	y	x	x	y	x	y
Y	y	x	4,00	4,00	x	20,00	x
X	x	4	4,00	5	20,00	3	23,00
Teclar		4	ENTER	5	×	3	+

O registro Last X sempre é preenchido automaticamente e nós não podemos armazenar voluntariamente nenhum número nesse registro. Entretanto, nós podemos recuperá-lo com a função **LST x**, e isso é muito útil por dois motivos: para *corrigir erros de digitação* e para *aritmética com constantes*. Nós veremos essas funcionalidades mais adiante.

7.2 Cálculos encadeados com 2 ou mais níveis de parênteses

Os cálculos encadeados com 2 ou mais níveis de parênteses (implícitos ou explícitos) são cálculos com muitos operandos e operadores com ordens de precedência diferentes, nos quais existem parênteses aninhados (parênteses dentro de parênteses). Alguns exemplos:

- $3 \times [4 + (5 \times (6 + 7))]$
- $\frac{4}{14 + (7 \times 3)} - 2$
- $1 - 1,001^{(-6,2-2^{3 \times (22 \div 7)})}$
- $(e^1 - 1)^{(2 \div ((22 \div 7) - \ln(22 \div 7)))}$

O problema com esses cálculos é que, quando solucionados da direita para a esquerda, podem precisar armazenar um número intermediário de resultados maior do que a capacidade do stack da HP-12C pode suportar (4 números nos registros X, Y, Z e T). Se essa situação ocorrer a calculadora não dará nenhum aviso (ela não tem como saber que você está usando o stack de forma errada) mas o resultado será errado, por exemplo, $3 \times [4 + (5 \times (6 + 7))]$:

Tabela 48: Cálculo de $3 \times [4 + (5 \times (6 + 7))]$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
3	3	Digitamos o primeiro número
ENTER	3,00	Confirmamos o número digitado
4	4	Digitamos o segundo número
ENTER	4,00	Confirmamos o segundo número
5	5	Digitamos o terceiro número
ENTER	5,00	Confirmamos o terceiro número
6	6	Digitamos o quarto número
ENTER	6,00	Confirmamos o quarto número
7	7	Digitamos o quinto número
+	13,00	Resolvemos a soma dos parênteses
×	65,00	Multiplicamos por 5
+	69,00	Somamos com o 4
×	276,00	RESULTADO ERRADO, o correto é 207!

Por que o cálculo de $3 \times [4 + (5 \times (6 + 7))]$ ilustrado na tabela 48 deu errado? Vamos ver a pilha de cálculo:

Tabela 49: Pilha operacional do cálculo $3 \times [4 + (5 \times (6 + 7))]$:

T	t	z	y	y	x	x	3,00
Z	z	y	x	x	3,00	3,00	4,00
Y	y	x	3,00	3,00	4,00	4,00	5,00
X	x	3	3,00	4	4,00	5	5,00
Teclar		3	ENTER	4	ENTER	5	ENTER
T	3,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00
Z	4,00	5,00	5,00	4,00	4,00	4,00	4,00
Y	5,00	6,00	6,00	5,00	4,00	4,00	4,00
X	6	6,00	7	13,00	65,00	69,00	276,00
Teclar	6	ENTER	7	+	×	+	×

A tabela 49 mostra claramente qual foi o problema: resolvendo essa equação da esquerda para a direita, você teve que armazenar 5 números no stack (3, 4, 5, 6 e 7) *antes de realizar a primeira operação*, mas o stack da HP-12C só permite armazenar 4 números. No momento em que você digitou o ENTER após o número 6, o número 3 (que estava no registro T) foi perdido. Durante a realização das contas o stack caiu de modo a copiar o número 4, não mais o 3 que foi perdido, por isso a última multiplicação foi feita com o 4 ao invés do 3, e o cálculo terminou com o resultado errado.

O modo correto de realizar esse tipo de cálculo na HP-12C é começar a fazer a conta a partir dos *parênteses internos* e ir calculando então cada parênteses um nível acima até resolver os mais externos e obter o resultado.

Começar os cálculos pelos parênteses mais internos e trabalhar “para fora” tem as seguintes vantagens:

- Digita menos teclas
- É mais fácil rastrear o que você está fazendo
- Requer menos registros no stack
- Mimetiza a maneira natural que fazemos essas contas no papel
- É mais fácil para perceber a ordem de precedência dos operadores

A tabela a seguir ilustra o modo correto de calcular $3 \times [4 + (5 \times (6 + 7))]$:

Tabela 50: Cálculo de $3 \times [4 + (5 \times (6 + 7))]$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
6	6	Digitamos o primeiro número do parênteses mais interno
[ENTER]	6,00	Confirmamos o número digitado
7	7	Digitamos o segundo número do parênteses interno
+	13,00	O cálculo do parênteses interno está pronto
5	5	Digitamos o número do próximo parênteses para o cálculo
×	65,00	Cálculo do segundo nível de parênteses concluído
4	4	Digitamos o número do próximo parênteses para o cálculo
+	69,00	Cálculo do terceiro nível de parênteses concluído
3	3	Digitamos o número fora dos parênteses
×	207,00	RESULTADO CORRETO!

Tabela 51: Pilha operacional do cálculo $3 \times [4 + (5 \times (6 + 7))]$:

T	t	z	y	y	y	y	y
Z	z	y	x	x	y	x	y
Y	y	x	6,00	6,00	x	13,00	x
X	x	6	6,00	7	13,00	5	65,00
Teclar		6	[ENTER]	7	+	5	×

T	y	y	y	y			
Z	x	y	x	y			
Y	65,00	x	69,00	x			
X	4	69,00	3	207,00			
Teclar	4	+	3	×			

Conforme a tabela 51 mostra, realizar o cálculo começando com os parênteses internos foi muito mais rápido, gastou menos teclas e, o melhor de tudo, só consumiu 2 registros da pilha operacional.

Apesar da facilidade para realizar os cálculos começando-se pelos parênteses mais internos, sempre que na equação houver alguma operação não comutativa ($-$, \div ou y^x) temos que tomar muito cuidado para não fazer a conta com os números na ordem errada. Aqui a tecla $[x \gtrless y]$ é

fundamental para os cálculos. Considere a equação $3 \times [4 - (5 \times (6 + 7))]$. Note que ela tem uma operação não comutativa (uma subtração). A ordem correta para o cálculo é:

Tabela 52: Cálculo de $3 \times [4 - (5 \times (6 + 7))]$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
6	6	Digitamos o primeiro número do parênteses mais interno
ENTER	6,00	Confirmamos o número digitado
7	7	Digitamos o segundo número do parênteses interno
+	13,00	O cálculo do parênteses interno está pronto
5	5	Digitamos o número do próximo parênteses para o cálculo
×	65,00	Cálculo do segundo nível de parênteses concluído
4	4	Digitamos o número do próximo parênteses para o cálculo
$x \gtrless y$	65,00	Invertemos o registro X com o registro Y
-	-61,00	Cálculo do terceiro nível de parênteses concluído
3	3	Digitamos o número fora dos parênteses
×	-183,00	RESULTADO CORRETO!

Tabela 53: Pilha operacional do cálculo $3 \times [4 - (5 \times (6 + 7))]$:

T	t	z	y	y	y	y	y
Z	z	y	x	x	y	x	y
Y	y	x	6,00	6,00	x	13,00	x
X	x	6	6,00	7	13,00	5	65,00
Teclar		6	ENTER	7	+	5	×

T	y	y	y	y	y		
Z	x	x	y	x	y		
Y	65,00	4,00	x	-61,00	x		
X	4	65,00	-61,00	3	-183,00		
Teclar	4	$x \gtrless y$	-	3	×		

Outro exemplo de cálculo encadeado com 2 níveis de parênteses é a equação $\frac{4}{14 - (7 \times 3) + 2}$. Nessa equação é muito importante reparar que o denominador, após a resolução dos parênteses, é uma série numérica com operadores de mesma precedência e, nesse caso, *devem ser resolvidos da esquerda para a direita*, o que significa que você deve subtrair o resultado da conta dos parênteses de 14, primeiro, e só depois somar o 2. Lembre-se:

$$14 - (7 \times 3) + 2 = -5 \quad (9)$$

Assim, o modo correto de fazer essa conta é:

Tabela 54: Cálculo de $\frac{4}{14 - (7 \times 3) + 2}$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
7	7	Digitamos o primeiro número do parênteses mais interno
ENTER	7,00	Confirmamos o número digitado
3	3	Digitamos o segundo número do parênteses interno
\times	21,00	O cálculo do parênteses interno está pronto
14	5	Digitamos o 14, e não o 2, devido à ordem de precedência!
$x \gtrless y$	21,00	Os registros X e Y foram invertidos
-	-7,00	O resultado é exibido
2	2	Por último, digitamos o 2 do denominador
+	-5,00	Terminamos o cálculo do denominador
4	4	Digitamos o numerador
$x \gtrless y$	-5,00	Invertemos os números para a fração ficar na ordem correta
\div	-0,80	RESULTADO CORRETO!

A ocorrência de operações não comutativas em cálculos encadeados com 2 ou mais níveis de parênteses é a situação que mais pode levar a erros no uso da HP-12C. Considere a equação $1 - 2 + 3 - [4 - (5 \times (6 + 7))]$: se você não tomar cuidado com as operações comutativas e com a ordem de precedência das operações, vai resolver a equação de modo errado:

$$6 \text{ ENTER} \ 7 \text{ } + \ 5 \text{ } \times \ 4 \text{ } x \gtrless y \text{ } - \ 3 \text{ } x \gtrless y \text{ } - \ 2 \text{ } + \ 1 \text{ } x \gtrless y \text{ } - = -65 \text{ (ERRADO!) } (10)$$

Você obteve o resultado errado na equação acima pois interpretou de modo errado as operações não comutativas e a ordem de precedência das operações. Note que existe um parênteses implícito (veja a equação abaixo):

$$1 - 2 + 3 - [4 - (5 \times (6 + 7))] = (1 - 2 + 3) - [4 - (5 \times (6 + 7))] \quad (11)$$

Portanto o modo correto de resolver $(1 - 2 + 3) - [4 - (5 \times (6 + 7))]$ é²⁸:

$$6 \text{ [ENTER]} 7 \text{ [+] } 5 \text{ [x] } 4 \text{ [x} \gtrless y \text{]} \text{ [-] } 1 \text{ [ENTER]} 2 \text{ [-] } 3 \text{ [+] } 4 \text{ [x} \gtrless y \text{]} \text{ [-] } = 63 \quad (12)$$

Os cálculos encadeados com 2 ou mais parênteses também podem ocorrer com outras operações matemáticas, por exemplo: $1 - 1,001^{(-6,2-2^3 \times (22 \div 7))}$. Essa expressão deve ser resolvida do seguinte modo:

Tabela 55: Cálculo de $1 - 1,001^{(-6,2-2^3 \times (22 \div 7))}$:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
22	22	Precisamos resolver os parênteses mais internos
[ENTER]	22,00	
7	7	
[÷]	3,14	Parênteses mais internos resolvidos
3	3	Passamos ao próximo nível: multiplicar por 3
[x]	9,43	Expoente da potência interna essa calculado
2	2	Digitamos a base
[x} \gtrless y]	9,43	Acertamos a ordem dos números nos registros X e Y
[y ^x]	689,10	Potência interna calculada
6,2	6,2	Digitamos o próximo número no cálculo
[CHS]	-6,2	Negativamos o número
[x} \gtrless y]	689,10	Acertamos a ordem dos números para ao cálculo
[-]	-695,30	Conteúdo do parênteses externo calculado
1,001	1,001	Digitamos a base para a potência
[x} \gtrless y]	-694,30	Organizamos a ordem dos números em X e Y para o cálculo
[y ^x]	0,4991	Resolvida a potência principal
1	1	O primeiro número da equação
[x} \gtrless y]	0,4991	Organiza os números para o cálculo
[-]	0,5009	RESULTADO CORRETO!

Alguns números estão com 4 casas decimais para exibir a diferença correta entre eles

²⁸Existem outros métodos também corretos para resolver a equação, por exemplo: começar a resolver a série da esquerda para a direita e, quando chegar nos parênteses aninhados, começar a resolver de dentro para fora:
1 [ENTER] 2 [-] 3 [+] 6 [ENTER] 7 [+] 5 [x] 4 [x} \gtrless y] [-] [-]

7.3 Como identificar e prevenir o *stack overflow*

As situações nas quais a pilha operacional da HP-12C não comporta a capacidade de números que precisam ser armazenados para os cálculos é chamada de *stack overflow*, sobrecarga da pilha.

Para saber se uma operação pode ser feita no stack de 4 registros da HP-12C é uma questão meramente de contagem: verifique a equação e conte quantos números intermediários serão armazenados no stack. Essa contagem é fácil em algumas situações e difícil em outras. A aparência da equação nem sempre é indicativo de stack overflow. As equações a seguir, por exemplo, apesar de parecerem extremamente complexas, podem ser feitas utilizando-se apenas o stack da HP-12C:

$$\sqrt{\frac{8,33 \times (4 - 5,2) \div [(8,33 - 7,46) \times 0,32]}{4,3 \times (3,15 - 2,75) - (1,71) \times (2,01)}} = 4,5728 \quad (13)$$

$$\sqrt{5 \left[\left(\left\{ \left[\left(1 + 0,2 \left[\frac{350}{661,5} \right]^2 \right)^{3,5} - 1 \right] \times [1 - (6,875 \times 10^{-6}) \times 25500]^{-5,2656} \right\} + 1 \right)^{0,286} - 1 \right]} = 0,8357 \quad (14)$$

FICA SOB RESPONSABILIDADE DO ESTUDANTE reproduzir as equações acima em sua HP-12C até obter o resultado correto. Você já tem conhecimento suficiente para tal, basta calma e confiança.

Agora pense bem: por que as complexas equações acima podem ser resolvidas, mas se tentarmos resolver uma equação simples como $3 \times [4 + (5 \times (6 + 7))]$ causa stack overflow se tentarmos resolver da esquerda para a direita? Lembre-se que:

- O stack somente pode armazenar 4 números (registros T, Z, Y e X). Para digitar esses números você digitou 3 números seguidos de **ENTER** e o último número foi somente digitado e apareceu no visor. Se você digitar **ENTER** após digitar o 4º número, você perderá o primeiro digitado! Lembre-se disso: você só precisa de três **ENTER** para digitar quatro números.
- Se o stack estiver com os 4 números você precisa abrir espaço *antes* de digitar qualquer outro número.
- A única maneira de abrir espaço no stack é fazendo uma *operação com 2 operandos* que já estejam no stack, pois esses 2 operandos serão transformados em 1 único resultado que será armazenado no registro X e a pilha cairá abrindo mais 1 espaço!

Esse comportamento do stack explica porque equações aparentemente simples não podem ser feitas da direita para esquerda, se precisarem armazenar mais do que 4 números *antes* da realização de alguma operação de 2 operandos para abrir espaço no stack.

Desse modo, a regra para saber se uma equação pode ser feita no stack na HP-12C, é: conte quantos números (ou resultados intermediários) você precisará armazenar no stack *antes* de realizar alguma operação de 2 operandos. Se a contagem for até 4, a equação pode ser solucionada na HP-12C utilizando-se somente o stack. Se a contagem for 5 ou mais, a equação não pode ser solucionada utilizando-se somente o stack mas, óbvio, pode ser solucionada utilizando-se os outros *registros de armazenamento* para guardar os resultados intermediários. Veremos isso mais à frente.

Para verificar se você entendeu realmente como contar os números que ficarão no stack, acompanhe os dois exercícios seguintes.

Primeiro exercício: verifique se a equação abaixo pode ser feita na HP-12C, utilizando-se somente o stack:

$$(e - 1)^{2 \div (e - \ln e)} \quad (15)$$

Na equação acima, a conta $(e - 1)$ deixará 1 resultado no stack. Depois precisaremos digitar mais 3 números antes de executar a primeira operação com 2 operandos. Como o total de números no stack é 4, essa equação pode ser feita com a HP.

Segundo exercício: verifique se a equação abaixo pode ser feita na HP-12C, utilizando-se somente o stack:

$$\frac{(3 + 1) \times (4 + 3) + (2 + 6) \times (4 + 6)}{(2 + 3) \times (2 + 1) + (3 + 5) \times (4 + 2)} \quad (16)$$

A equação acima, apesar de não parecer muito complexa, não pode ser feita somente com o stack da HP-12C, nem da esquerda para a direita, nem começando com os parênteses mais internos! Isso porque:

- Resolução do numerador

- Depois de resolver o termo $(3 + 1)$, teremos 1 registro ocupado no stack, e precisaremos de mais 2 registros para resolver o termo $(4 + 3)$. Até aqui, tudo bem (só 3 registros ocupados no stack).
- Depois de resolvemos o termo $(3+1) \times (4+3)$, voltamos a ficar com 1 stack ocupado.
- Agora vamos começar a resolver o termo $(2 + 6)$. Como já temos 1 registro ocupado e vamos digitar mais dois números, gastaremos 3 registros. Por enquanto, tudo bem.
- Após resolvemos o termo $(2 + 6)$, ficamos com 2 registros ocupados no stack: um registro com o resultado de $(3 + 1) \times (4 + 3)$ e o outro registro com o resultado de $(2 + 6)$.
- Agora precisamos resolver o termo $(4 + 6)$: como já temos 2 registros ocupados e precisaremos digitar outros dois números, gastaremos 4 registros no stack. Chegamos no limite, mas ainda é possível realizar a conta.
- Depois de resolvemos o termo $(2 + 6) \times (4 + 6)$ podemos somá-lo com o termo $(3 + 1) \times (4 + 3)$. Isso nos dará um único resultado no numerador.
- Após a resolução do numerador (que utilizou os 4 registros do stack nos cálculos), **ficamos com 1 registro ocupado**, que é o que mantém o resultado do numerador.

- Resolução do denominador

- A estrutura do denominador é a mesma do numerador, então já sabemos que em algum momento, para resolvemos o denominador precisaremos utilizar os 4 registros do stack.
- Mas como um dos registros do stack já está ocupado com o resultado do numerador, precisaríamos de um stack com 5 registros! Portanto essa conta NÃO PODE SER FEITA somente com o stack na HP-12C.

Um penúltimo exemplo: a equação abaixo não pode ser feita na HP-12C utilizando-se somente o stack se entrarmos todos os termos na ordem normal, mas pode ser realizada se o termo $8^{\frac{3}{5}}$ for resolvido ao contrário, calculando-se primeiro $\frac{3}{5}$ e depois realizando o cálculo da potência. Você sabe dizer por quê?²⁹

$$\frac{(3^{\frac{2}{7}} + 4^{\frac{4}{9}})}{(7^{\frac{1}{4}} + 8^{\frac{3}{5}})} \quad (17)$$

O último exemplo: a equação abaixo não pode ser feita na HP-12C, utilizando-se somente o stack. Você sabe dizer por quê?³⁰

$$(2^9 + 3^8) \times (4^7 + 5^6) - (6^5 + 7^4) \times (8^3 + 9^2) \quad (18)$$

Como regra geral, comece a resolver as contas pelos parênteses mais internos e continue resolvendo para fora. Isso resolverá a maior parte dos problemas sem causar nenhum stack overflow.

Nas raras (e são raras mesmo) situações nais quais precisamos armazenar mais de 4 números no stack (não importa de são todos novos ou se são números novos misturados com resultados intermediários) teremos que lançar mão de outro recurso da calculadora: *os registros de armazenamento!*

7.4 Uso de **STO** e **RCL** nos cálculos complexos

Se você seguir a regra de começar os cálculos sempre pelos parênteses mais internos dificilmente encontrará uma equação que não possa ser resolvida somente com o stack da HP-12C.

Mas se você é um “sortudo” que realmente encontrou uma situação de stack overflow ou — o que é mais comum — você está na dúvida se pode realizar a operação somente com o stack, utilize os *registros de armazenamento* para guardar os resultados intermediários!

Trabalhe por partes e guarde os resultados intermediários em algum registro com a função **STO**. Depois, quando esses resultados foram necessário, eles podem ser recuperados com a função **RCL** para terminar o cálculo (lembre-se de que se as operações forem não comutativas, pode ser necessária a função **$x \gtrless y$** para colocar os operandos na ordem correta).

Suponha que você não saiba se a equação $\frac{(3^{\frac{2}{7}} + 4^{\frac{4}{9}})}{(7^{\frac{1}{4}} + 8^{\frac{3}{5}})}$ pode ser feita somente com o stack.

Você pode fazer o seguinte:

1. Calcular o numerador e guardá-lo em algum registro de armazenamento
2. Calcular o denominador
3. Recuperar o numerador
4. Acertar a ordem dos operandos com a tecla **$x \gtrless y$** : o numerador precisa ir para o registro Y e o denominador precisa ir para o registro X
5. Calcular a divisão

²⁹Após resolver o numerador e o termo $7^{\frac{1}{4}}$, 2 registros no stack ficarão ocupados. Se o termo $8^{\frac{3}{5}}$ da esquerda para a direita seriam necessários 5 registros no stack, causando o stack overflow; mas se ele for calculado ao contrário, somente 4 registros são necessários.

³⁰Após os cálculos iniciais, calcular 9^2 exigiria 5 registros no stack.

A resolução de $\frac{(3^{\frac{2}{7}} + 4^{\frac{4}{9}})}{(7^{\frac{1}{4}} + 8^{\frac{3}{5}})}$, começando pelo numerador e armazenando-o no R₈, seria assim:

```
3 [ENTER] 2 [ENTER] 7 [÷] [yx] 4 [ENTER] 4 [ENTER] 9 [÷] [yx] + [STO] 8
7 [ENTER] 1 [ENTER] 4 [÷] [yx] 8 [ENTER] 3 [ENTER] 5 [÷] [yx] + [RCL] 8 [x≥y] [÷]
(19)
```

Você pode armazenar vários resultados intermediários nos registros de armazenamento e depois completar o cálculo utilizando somente esses registros. A escolha é sua mas lembre-se exatamente em qual registro você armazenou cada resultado intermediário para não errar a conta buscando o registro errado!

7.5 Recuperação de erros de digitação

Imagine a seguinte situação: você está no meio de um grande cálculo complexo e inadvertidamente digita um número errado! O que fazer? Começar tudo de novo?

A HP-12C nos permite corrigir os erros de digitação em algumas situações:

1. Durante a entrada de números:

- Você errou na digitação de um número antes de [ENTER]: use a função [CL x]
- Você errou na digitação de um número e deu [ENTER]: use a função [R↓]

2. Em funções com 1 operando:

- Você utilizou uma função com 1 operando errada: use a função [LST x]
- Você utilizou a função no número errado: use a função [LST x]

3. Em funções com 2 operandos:

- Você usou a função errada: use a função [LST x]
- Você digitou errado o segundo número: use a função [LST x]
- Você digitou errado o primeiro número: use a função [LST x]

A situação mais simples é quando você está digitando um número, inadvertidamente digita o número errado e percebe antes de terminar e teclar [ENTER]. Nessa situação o erro pode ser corrigido pressionando a tecla [CL x], que limpará o registro X, sem alterar o stack, de modo que você possa digitar o número novamente.

Se você errou o número mas só percebeu depois de usar o [ENTER], aí a situação fica mais complicada. Ela ainda pode ser corrigida rolando o stack com a função [R↓] até que apareça no visor o último número que você digitou corretamente. Aí é só digitar o número corrigido. Mas atenção: dependendo dos resultados intermediários armazenados no stack, você pode acabar perdendo alguma informação. Tenha cuidado.

Se você usou uma função de 1 operando errada, por exemplo, você queria usar a \sqrt{x} mas por engano usou a e^x , o procedimento para a correção é simples: limpe o resultado errado do visor com a tecla [CL x], depois recupere o registro Last X e, por último, utilize a função correta. Esse procedimento manterá o stack do jeito em que estava antes do uso da função errada. Por exemplo:

[CL x] [g] [LST x] usar a função de 1 operando correta

Se você digitou o número errado e usou uma função de 1 operando nesse número errado, por exemplo, você queria calcular a $\sqrt{25}$ mas calculou a $\sqrt{5}$, o procedimento para a correção é: limpar o visor, buscar o último X com o número errado, limpar o visor novamente, digitar o número correto e, por fim, repetir o uso da função. Esse procedimento manterá o stack do jeito em que estava antes do uso da função errada. Por exemplo:

CL x	g	LST x	CL x	digite o número correto	usar a função de 1 operando
------	---	-------	------	-------------------------	-----------------------------

Se você usou uma função de 2 operandos errada, por exemplo, você queria usar $+$ e usou \div , o procedimento para correção é: buscar o último X, executar uma operação inversa à operação errada, buscar o último X novamente e aplicar a operação correta. Esse procedimento causará a queda normal do stack após a aplicação da função correta. Por exemplo:

g	LST x	função inversa à errada	g	LST x	usar a função correta
---	-------	-------------------------	---	-------	-----------------------

Se você usou uma função de 2 operandos mas, inadvertidamente o 2º operando estava errado, por exemplo, o número era 100 mas você digitou 10, o procedimento para a correção é: buscar o último X, aplicar a *operação inversa* à que você usou, redigitar o segundo operando corretamente e usar novamente a função. Esse procedimento causará a queda normal do stack após a aplicação da função no número correto. Por exemplo:

g	LST x	usar função inversa	digitar corretamente o 2º operando	usar a função novamente
---	-------	---------------------	------------------------------------	-------------------------

Se você usou uma função de 2 operandos mas inadvertidamente o 1º operando estava errado, o procedimento para correção é: limpar o visor, digitar o 1º operando corretamente, recuperar o último X e aplicar a função novamente. Esse procedimento causará a queda normal do stack. Por exemplo:

CL x	digitar o 1º operando corretamente	g	LST x	usar a função novamente
------	------------------------------------	---	-------	-------------------------

Por favor tenha cuidado ao executar essas operações de correção pois se você não souber muito bem o que está fazendo pode acabar perdendo algum registro do stack e, ao invés de corrigir, você está introduzindo ainda mais erros no cálculo. A regra aqui é a seguinte: se está na dúvida se sabe como corrigir ou se está na dúvida se a correção alterará negativamente o stack, faça a conta de novo.

7.6 Cálculos aritméticos com constantes (reuso de números)

Am algumas situações é interessante realizar cálculos com constantes, reutilizando um determinado número que já está armazenado no stack.

Na HP-12C isso é possível pois quando ocorre a queda do stack o registro T permanece constante e é copiado para o registro Z, e se o stack cair de novo essa cópia chega no registro Y — e aqui pode ser utilizado indefinidamente como uma constante.

Considere o seguinte exemplo: sua empresa vendeu no ano passado 100.000 reais em produtos, e está projetando um aumento de 8,00% nas vendas a cada ano. Se esse crescimento se manter, qual será a venda estimada no 4º ano?

As tabelas 56 e 57, na próxima página, mostram duas maneiras de fazer isso: usando a queda do stack ou o registro Last X:

Tabela 56: Cálculo aritmético com constantes com a queda do stack:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
1,08	1,08	A taxa constante de aumento anual das vendas
[ENTER]	1,08	Copiou a taxa para o registro Y
[ENTER]	1,08	Copiou a taxa para o registro Z
[ENTER]	1,08	Copiou a taxa para o registro T
100.000	100.000	As venda do ano passado
×	108.000,00	Venda projetada para o primeiro ano
×	116.640,00	Venda projetada para o segundo ano
×	125.971,20	Venda projetada para o terceiro ano
×	136.048,90	Venda projetada para o quarto ano

Tabela 57: Cálculo aritmético com constantes com o uso do Last X:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
100.000	100.000	As venda do ano passado
[ENTER]	100.000,00	
1,08	1,08	A taxa de aumento nas vendas
×	108.000,00	Venda projetada para o primeiro ano
[g] [LST x]	1,08	Recupera a taxa de aumento nas vendas
×	116.640,00	Venda projetada para o segundo ano
[g] [LST x]	1,08	Recupera a taxa de aumento nas vendas
×	125.971,20	Venda projetada para o terceiro ano
[g] [LST x]	1,08	Recupera a taxa de aumento nas vendas
×	136.048,90	Venda projetada para o quarto ano

Existe ainda um outro tipo de cálculo aritmético com contantes, que é o cálculo onde a constante é multiplicada (ou somada, diminuida, etc.) por um número novo digitado no registro X. A constante é recuperada pela tecla **LST x**³¹.

Por exemplo: uma escola cobra R\$ 273,00 de mensalidade por aluno, e tem diversas salas com vários alunos. Você pode usar o valor da mensalidade como uma constante para calcular

³¹O manual da HP-12C traz ainda um jeito diferente de fazer esse tipo de cálculo, mas como eu acho muito confuso não mostrarei aqui. Aos interessados, está na página 183 do Guia do Usuário da HP-12C, versão em português, 4^a edição.

a soma das mensalidades nas diversas salas, de acordo com o número dos alunos, utilizando o procedimento ilustrado na tabela 58, a seguir:

Tabela 58: Cálculo aritmético com constantes e registro X variável, com o uso do Last X:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
20	20	Quantidade de alunos da primeira sala
ENTER	20,00	
273	273	A mensalidade por aluno
×	5.460,00	Total das mensalidades na primeira sala
14	14	Quantidade de alunos na segunda sala
[g] LST x	273,00	Recupera a mensalidade por aluno
×	3.822,00	Total das mensalidades na segunda sala
31	31	Quantidade de alunos na terceira sala
[g] LST x	273,00	Recupera a mensalidade por aluno
×	8.463,00	Total das mensalidades na terceira sala
19	19	Quantidade de alunos na quarta sala
[g] LST x	273,00	Recupera a mensalidade por aluno
×	5.187,00	Total das mensalidades na quarta sala

7.7 Um pouco mais sobre o stack

A compreensão da movimentação do stack no momento da entrada de números e no momento da realização de cálculos, é fundamental para o uso correto da HP-12C. Assim, resumindo o que você já viu e com mais algumas regras adicionais, a movimentação do stack ocorre conforme o seguinte:

- Quando um número é entrado no registro X, via teclado ou via registro de armazenamento (através da **RCL** ou da **LST x**), *normalmente* o stack sobe. O stack só não sobe se a última tecla pressionada antes da entrada do número for:

- **ENTER**
- **CL x**
- **$\sum +$**
- **$\sum -$**
- **12 \times**
- **12 \div**

- Além disso o stack também não sobe na entrada no registro X se a última operação realizada foi o armazenamento de um número em algum registro financeiro
- Funções com 1 operando não deslocam o stack e atuam somente no registro X
- Funções com 2 operandos deslocam o stack para baixo e atuam no registro X e Y
- **[ENTER]** faz subir o stack, copiando o registro X par ao Y
- A finalização da entrada de um número ocorre sempre que a tecla **[ENTER]** ou alguma tecla de função é pressionada, exceto as teclas de entrada de dados (teclas 0 a 9, **[.**, **[CHS** e **[EEX]**) e as teclas de prefixo (**[g]** **[f]** **[STO]**, **[RCL]** e **[GTO]**).

8 Funções adicionais: porcentagens, datas e estatísticas

Além das funções matemáticas que, obviamente, nos permitem realizar diversos cálculos — desde os mais simples até os mais complexos (Seção 5, Seção 6 e Seção 7) — a HP-12C conta com algumas funções utilitárias que nos permite trabalhar diretamente o cálculo de porcentagens, datas e, até mesmo, algumas funções estatísticas básicas.

Esta seção tratará dessas funções utilitárias apresentando também uma breve revisão matemática sobre conceitos envolvidos com os cálculos de porcentagem e estatísticos.

8.1 Funções de porcentagem

8.1.1 Proporção, razão e taxa

Para utilizar as funções de porcentagem da HP-12C é necessário, primeiro, saber em que tipo de cálculos tais funções podem ser utilizadas:

- Proporções: podemos usar todas as funções de porcentagem ($\%$, $\%T$ ou $\Delta\%$)
- Razões: não podemos usar as funções de porcentagem, exceto $\Delta\%$
- Taxas: não podemos usar as funções de porcentagem, exceto $\Delta\%$

Proporção

Uma proporção é um quociente (divisão) no qual o numerador *está incluído* no denominador, é *adimensional* e sempre *varia de 0 a 1*. A forma geral de uma proporção é:

$$p = \frac{a}{a+b} \quad (20)$$

Por exemplo: a proporção de homens em uma sala de aula com 18 homens e 15 mulheres é calculada por:

$$\text{Proporção de homens} = \frac{18}{18+15} = 0,5454 \quad (21)$$

Note que a proporção não tem dimensão (não tem unidade) e, quando expressa em números absolutos varia de 0 a 1 (0 indicaria que, do total de alunos, nenhum é homem; 1 indicaria que, do total de alunos, todos são homens). No exemplo a proporção de homens foi de 0,54 e mostra que pouco mais da metade dos alunos são homens.

Para que a proporção seja mais facilmente compreendida, costuma-se expressá-la em números relativos, sendo o uso da porcentagem a forma mais comum de expressão uma proporção de forma relativa. Para expressar uma proporção em forma porcentual, basta multiplicá-la por 100. Por exemplo, a proporção de homens na sala de aula foi de 54,54% (a cada 100 alunos aproximadamente 54 são homens):

$$\text{Proporção de homens} = \frac{18}{18+15} = 0,5454 \times 100 = 54,54\% \quad (22)$$

Razão

Uma razão é um quociente (divisão) no qual o numerador *não está incluído* no denominador. A forma geral de uma razão é:

$$r = \frac{a}{b} \quad (23)$$

Por exemplo: a razão de masculinidade entre homens e mulheres de uma sala é dada por:

$$\text{Razão de masculinidade} = \frac{18 \text{ homens}}{15 \text{ mulheres}} = 1,2 \text{ homem/mulher} \quad (24)$$

Uma razão não pode ser expressa em porcentagem mas podemos, para torná-la mais compreensível, multiplicar seu resultado por uma constante. No exemplo da razão de masculinidade:

$$\text{Razão de masculinidade} = \frac{18 \text{ homens}}{15 \text{ mulheres}} \times 100 = 120 \text{ homens/100 mulheres} \quad (25)$$

O resultado acima *não é uma proporção*, indica apenas que na situação em questão existiam 120 homens para cada 100 mulheres.

Taxa

Uma taxa é uma medida que reflete a *velocidade de variação de um fenômeno, por unidade de variação em outro fenômeno*. A velocidade média de um carro é uma taxa já que reflete a variação da distância percorrida (Km) em uma unidade de tempo (hora), ou seja, Km/h. Por exemplo:

$$\text{Velocidade média} = \frac{\text{distância percorrida (Km)}}{\text{tempo gasto (h)}} = \frac{382}{5} = 76,4 \text{ Km/h} \quad (26)$$

A interpretação das taxas é muito complexa e podem envolver taxas absolutas, relativas, médias e instantâneas mas, de qualquer modo, como as taxas *não são proporções*.

8.1.2 Uso da função $\boxed{\% T}$

A função $\boxed{\% T}$ calcula a porcentagem de um total, ou seja, calcula qual a porcentagem que um número é de outro. Por exemplo: em uma banca de frutas existem 23 morangos, 45 laranjas e 4 jacas, e queremos saber qual a porcentagem dos morangos em relação ao total de frutas. O método de resolução, matematicamente é:

$$\text{Porcentagem de morangos no total de frutas} = \frac{23}{23 + 45 + 4} = \frac{23}{72} = 0,3194 \times 100 = 31,94\% \quad (27)$$

Das 72 frutas, 31,94% eram morangos. Para fazer esse cálculo diretamente na HP-12C usamos a função $\boxed{\% T}$, mas temos que informar primeiro a soma do total de frutas. Se você já souber o total, basta fazer (tabela 59):

Tabela 59: Uso de $\boxed{\% T}$

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
72	72	Total de frutas
ENTER	72,00	
23	23	Número de morangos
$\boxed{\% T}$	31,94	Porcentagem de morangos em relação ao total de frutas

Se não soubermos o número total, temos de calcular antes (tabela 60):

Tabela 60: Uso de $\boxed{\%T}$

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
23	23	Morangos
ENTER	23,00	
45	45	Laranjas
ENTER	45,00	
4	4	Jacas
+	72,00	Total de frutas
23	23	Queremos saber a porcentagem dos morangos em relação ao total
$\boxed{\%T}$	31,94	Porcentagem de morangos

Observações:

- O cálculo de $\boxed{\%T}$ é feito pela HP da seguinte maneira: o total deve ficar no registro Y e o número cuja porcentagem queremos calcular deve ficar no registro X (por isso fizemos a soma do total primeiro e, depois, digitamos novamente o número de morangos).
- A calculadora executou o cálculo $(X \div Y) \times 100$, já fornecendo o número em formato porcentual (31,94%) e não em formato absoluto (0,3194).
- IMPORTANTE: diferentemente das outras funções que realizam cálculos com os registros Y e X retornando somente uma única resposta para o registro X, a função $\boxed{\%T}$ *não causa a queda do stack!* Isso ocorre pois a porcentagem calculada SOBRESCREVE o número que estava no registro X (o número cuja porcentagem calculamos), mantendo intacto o número no registro Y (o total).
- IMPORTANTE: Como a função $\boxed{\%T}$ mantém o total no registro Y, para calcular a porcentagem do total de outro item, basta limpar o registro X com a tecla $\boxed{CL\ X}$, digitar o novo número que queremos calcular a porcentagem do total e teclar $\boxed{\%T}$ novamente. Podemos calcular uma série de vários porcentuais de totais dessa maneira.

8.1.3 Uso da função $\boxed{\%}$

A função $\boxed{\%}$ calcula uma porcentagem de outro valor, por exemplo, quanto é 20% de 3.417,98? Para resolver essa conta matematicamente, teríamos que calcular a forma absoluta de 20% e *multiplicar* pelo valor:

$$3417,98 \times \frac{20}{100} = 683,60 \quad (28)$$

A HP-12C faz a conta diretamente, sem precisar transformar a porcentagem em número absoluto, do seguinte modo (tabela 61):

Tabela 61: Uso de $\%$

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
3417,98	3417,98	Informamos o número base
ENTER	3417,98	
20	20	Informamos a porcentagem desejada
%	683,60	Resultado: 683,60 corresponde a 20% de 3.417,98

Observações:

- O cálculo de $\%$ é feito pela HP da seguinte maneira: o número base deve ficar no registro Y e a porcentagem que queremos obter desse número base deve ficar no registro X.
- A calculadora executou o cálculo $Y \times \frac{X}{100}$.
- IMPORTANTE: diferentemente do comportamento das outras funções que realizam cálculos com os registros Y e X retornando somente uma única resposta para o registro X, a função $\%$ não causa a queda do stack! Isso ocorre pois a valor calculado SOBRESCREVE o número que estava no registro X, mantendo intacto o número base no registro Y.
- IMPORTANTE: Como a função $\%$ mantém o número base no registro Y, para calcular outra porcentagem do número base, basta limpar o registro X com a tecla $[CL\ X]$, digitar a nova porcentagem e teclar $\%$ novamente. Podemos calcular vários porcentuais de um número com esse procedimento.

Valor líquido

O valor líquido corresponde ao valor base *mais ou menos* a porcentagem calculada. Por exemplo: qual o novo preço de um produto que custava R\$ 356,99 e terá um aumento de 14%? Para fazer esse tipo de conta na calculadora, basta calcular a porcentagem e, ao final, clicar em $+$ ou $-$ (se a porcentagem será um aumento ou uma diminuição do valor base).

Tabela 62: Cálculo de 356,99 + 14%

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
356,99	356,99	Informamos o número base
ENTER	356,99	
14	14	Informamos a porcentagem desejada
%	49,98	Obtivemos 14% de 356,99
+	406,97	Valor de 356,99 + 14%

O cálculo de um desconto é feito com o mesmo procedimento mas ao final, devemos usar o $-$ para subtrair o valor da porcentagem do número base. Note que ao calcularmos o valor líquido o stack cai normalmente e o valor base que estava no registro Y é eliminado.

8.1.4 Uso da função $\Delta\%$

A função $\Delta\%$ calcula a variação porcentual entre dois números, e é utilizada para responder questões como: quantos porcento de desconto deve um produto que custava 723 reais e passou a ser vendido por 673,45? Matematicamente a variação porcentual é dada por:

$$\frac{(\text{valor final} - \text{valor inicial})}{\text{valor inicial}} \times 100 \quad (29)$$

Percebe-se claramente que se o valor final for menor do que o valor inicial, ocorreu uma diminuição e a diferença porcentual será negativa; ao contrário, se o valor final for maior do que o inicial, ocorreu um aumento e a diferença porcentual será positiva.

Para calcular a variação porcentual entre dois números na HP-12C, primeiro temos que informar o valor inicial e, depois, o valor final. Calculando o exemplo citado (tabela 63):

Tabela 63: Variação porcentual entre 723 e 673,45

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
723	723	Informamos o valor inicial
ENTER	732,00	
673,45	673,45	Informamos o valor final
$\Delta\%$	-6,85	A variação porcentual foi de -6,85

Observações:

- O cálculo de $\Delta\%$ é feito pela HP da seguinte maneira: o número inicial deve ficar no registro Y e o número final deve ficar no registro X.
- A calculadora executa o cálculo $\frac{(X-Y)}{Y} \times 100$.
- IMPORTANTE: diferentemente do comportamento das outras funções que realizam cálculos com os registros Y e X retornando somente uma única resposta para o registro X, a função $\Delta\%$ *não causa a queda do stack!* Isso ocorre pois a variação porcentual calculada SOBRESCREVE o valor final que estava no registro X, mantendo intacto o valor inicial no registro Y.
- IMPORTANTE: Como a função $\Delta\%$ mantém o valor inicial no registro Y, para calcular outra variação porcentual desse mesmo valor inicial basta limpar o registro X com a tecla $CL\ X$, digitar o novo valor final e teclar $\Delta\%$ novamente. Podemos calcular inúmeras variações porcentuais com esse procedimento.

8.2 Funções de datas

A HP-12C tem duas funções utilitárias para trabalharmos com datas, a função $DATE$ e a ΔDYS , e pode trabalhar com datas dentro dos limites 15/10/1582 a 25/11/4046.

É importante que o usuário preste atenção ao formato da data configurada na calculadora pois ele terá que seguir o formato correto (padrão americano, M.DY, ou padrão brasileiro, D.MY). Para digitar uma data na calculadora, basta usar as teclas numéricas e o \bullet observando o formato de data configurado. Por exemplo:

- Para entrar a data 05/01/2017, com data no padrão brasileiro (D.MY): digite o dia (D) com dois dígitos, digite o **.**, digite o mês (M) com dois dígitos e por último digite o ano (Y) com quatro dígitos: “05.012017”. Note que entrar uma data na HP-12C é, simplesmente, digitar essa data como se fosse um número decimal, usando o **.** para separar o dia do mês/ano (se a calculadora está configurada para datas no padrão brasileiro).
- Para entrar a data 05/01/2017, com data no padrão americano (M.DY): digite o mês (M) com dois dígitos, digite o **.**, digite o dia (D) com dois dígitos e por último digite o ano (Y) com quatro dígitos: “01.052017”. Note que entrar uma data na HP-12C é, simplesmente, digitar essa data como se fosse um número decimal, usando o **.** para separar o mês do dia/ano (se a calculadora está configurada para datas no padrão americano).

IMPORTANTE: depois que você digitou um número decimal que representa uma data, se você clicar **ENTER** pode ser que você não veja mais o número completamente no visor pois o que é exibido no visor depende da configuração de casas decimais.

8.2.1 Uso da função **DATE**

A função **DATE** serve para somarmos ou diminuirmos um certo número de dias à uma data. Por exemplo: se hoje é 25/01/2017, que data será daqui a 575 dias? Que data foi há 193 dias atrás?

O uso da função **DATE** retorna a data calculada e, também, um código numérico de 1 a 7 que indica o dia da semana, sendo 1 para segunda-feira até o 7 para o domingo. Note que o dia da semana informado pela calculadora pode ser diferente do dia da semana informado em textos históricos anteriores a 14/09/1752, quando o calendário juliano estava em vigor (e a HP-12C informa o dia da semana baseando-se no calendário gregoriano, em vigor a partir de 14/09/1752).

Tabela 64: Se hoje é 25/01/2017, que data será em 575 dias?

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
25,012017	25,012017	Informamos a data base para o cálculo
ENTER	25,01	Pela configuração, somente exibimos 2 casas decimais
575	575	O número de dias que queremos somar à data base
g DATE	23.08.2018 4	Data futura: 23/08/2018, uma quinta-feira!

Tabela 65: Se hoje é 25/01/2017, que data foi há 193 dias atrás?

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
25,012017	25,012017	Informamos a data base para o cálculo
ENTER	25,01	Pela configuração, somente exibimos 2 casas decimais
193	193	Quantos dias diminuir da data base
CHS	-193	Temos que negativar para diminuir os dias
g DATE	16.07.2016 6	Data passada: 16/07/2016, um sábado!

8.2.2 Uso da função ΔDYS

A função ΔDYS informa o número de dias entre duas datas, ou seja, a diferença entre elas. Essa diferença é calculada de 2 maneiras e os 2 resultados são retornados pela HP-12C:

- Considerando o mês exato: a calculadora retorna exatamente o número de dias, incluindo 29 de fevereiro, se houver. Esse resultado é exibido no registro X.
- Considerando o mês comercial: a calculadora retorna o número de dias, baseando a conta no mês comercial de 30 dias. Esse resultado fica armazenado no registro Y e pode ser visto com o uso da função $x \gtrless y$.

Vamos calcular o número de dias entre 01/02/2017 e 01/03/2017:

Tabela 66: Número de dias entre 01/02/2017 e 01/03/2017:

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
01,022017	01,022017	Informamos a primeira data
[ENTER]	01,02	Pela configuração, somente exibimos 2 casas decimais
01,032017	01,032017	Informamos a segunda data
[g] ΔDYS	28,00	Em dias exatos: 28 dias
$x \gtrless y$	30,00	Considerando mês comercial: 30 dias

Note que o primeiro resultado, 28 dias, é o esperado normalmente pelas pessoas: se hoje é 01/02/2017, em 28 dias será 01/03/2017. O segundo resultado é incomum: como pode fevereiro ter 30 dias? Lembre-se que o segundo resultado retornado pela função ΔDYS é calculado como se cada mês tivesse exatamente 30 dias, o chamado mês comercial. Por isso, na HP-12C, um ano exato tem 365 dias (ou 366, se o ano for bissexto) e um ano comercial tem sempre 360 dias. Note também que se a segunda data for menor do que a primeira, o resultado será negativo.

8.3 Funções estatísticas

A HP-12C também conta com algumas funções estatísticas básicas para cálculos univariados ou bivariados:

- Cálculos univariados
 - Média aritmética
 - Desvio padrão amostral
- Cálculos bivariados
 - Média ponderada
 - Regressão linear simples (uma variável independente e uma variável dependente)

Os dados informados à calculadora para as funções estatísticas são mantidos temporariamente nos registros de armazenamento R_1 a R_6 e, por isso, esses registros são chamados de “registros estatísticos”.

A figura a seguir (fig. 94) informa que dados são mantidos em cada registro estatístico.

Figura 94: Conteúdo dos registros estatísticos

Registro	Valor estatístico
R_1 (e mostrador)	n : número de pares de dados acumulados.
R_2	Σx : soma de valores x
R_3	Σx^2 : soma dos quadrados dos valores x .
R_4	Σy : soma dos valores y
R_5	Σy^2 soma dos quadrados dos valores y .
R_6	Σxy : soma dos produtos dos valores x e valores y .

Retirado do Guia do Usuário da HP-12C, 4ª edição.

A cada valor, para cálculos univariados, ou a cada par de valores (para cálculos bivariados), que é inserido na calculadora, a HP-12C faz o seguinte:

1. O registro R_1 é aumentado em 1 unidade (já que ele armazena a quantidade de observações), e o visor da calculadora mostra quantas observações já estão armazenadas.
2. O valor do registro X é adicionado ao registro R_2 , que armazena a soma dos valores de X ($\sum x$).
3. O quadrado do registro X (X^2) é adicionado ao registro R_3 , que armazena a soma dos quadrados de X ($\sum x^2$).
4. O valor do registro Y é adicionado ao registro R_4 , que armazena a soma dos valores de Y ($\sum y$).
5. O quadrado do registro Y (X^2) é adicionado ao registro R_5 , que armazena a soma dos quadrados de Y ($\sum y^2$).
6. O produto dos valores no registro X e registro Y é adicionado ao registro R_6 , que armazena a soma dos produtos de Y e X ($\sum xy$).

8.3.1 Como inserir os dados para os cálculos estatísticos

A inserção dos dados para o uso das funções estatísticas é diferente dependendo se queremos fazer um cálculo univariado (que envolve apenas uma variável), ou se queremos fazer um cálculo bivariado (que envolve duas variáveis).

Um cuidado a ser tomado *antes* da entrada de dados é fazer a limpeza dos registros estatísticos com **f CLEAR** **[Σ]**, para que qualquer valor prévio armazenado nos registros estatísticos não interfira com os dados do cálculo atual.

Para cálculos univariados

Para cálculos univariados a entrada de dados é muito simples:

1. Digite a primeira observação
2. Clique em $\sum +$
3. Digite a segunda observação
4. Clique em $\sum +$
5. ... (continue até terminar as observações)

ATENÇÃO: um erro muito comum na entrada de dados estatísticos é usarmos a tecla $+$ ao invés da $\sum +$. Cuidado com isso.

Se você, por qualquer razão, inseriu um valor errado nos registros estatísticos, digite o valor errado novamente (ou recupere o Last X com $[g] [LST x]$, se você não digitou mais nenhum número após o errado) e pressione $[g] \sum -$: isso removerá o valor errado dos registros estatísticos. Depois de remover o valor incorreto, digite o valor correto e clique em $\sum +$.

Para cálculos bivariados

Para cálculos bivariados a entrada de dados é feita aos pares:

1. Digite o valor que irá para o registro Y
2. Tecle $[ENTER]$
3. Digite o valor do irá para o registro X
4. Clique em $\sum +$
5. ... (repita o procedimento para o próximo par de dados, até terminar todos os pares)

Novamente, cuidado para não usar a tecla $+$ ao invés da $\sum +$. Esse erro é muito, muito, *muito* comum mesmo!

Se você, por qualquer razão, inseriu um par errado nos registros estatísticos, digite o par errado novamente (ou, já que o valor de Y permanece, recupere o Last X com $[g] [LST x]$, se você não digitou mais nenhum número após o par errado) e pressione $[g] \sum -$: isso removerá o par errado dos registros estatísticos. Depois de remover o par incorreto, digite o par correto e clique em $\sum +$.

8.3.2 Cálculos univariados: média e desvio padrão amostral

Você pode calcular a média aritmética de alguma variável, basta informar os dados e usar a função \bar{x} .

Por exemplo, considere a figura abaixo (fig. 95 na próxima página), que mostra a quantidade de horas trabalhadas por semana e a venda mensal de 7 vendedores em uma empresa:

Figura 95: Observações estatísticas

Vendedor	Horas/Semana	Vendas/mês
1	32	R\$17.000
2	40	R\$25.000
3	45	R\$26.000
4	40	R\$20.000
5	38	R\$21.000
6	50	R\$28.000
7	35	R\$15.000

Retirado do Guia do Usuário da HP-12C, 4^a edição.

Para calcular a média de horas trabalhadas por semana, basta inserir essas observações e calcular a média (lembre-se de limpar os registros estatísticos antes do cálculo com **f CLEAR Σ**):

Tabela 67: Cálculo da média aritmética e do desvio padrão amostral das horas trabalhadas por semana

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
32	32	Inserimos a primeira observação
$\sum +$	1,00	1 observação ($n = 1$) registrada
40	40	Segunda observação
$\sum +$	2,00	2 observações ($n = 2$) registradas
45	45	Terceira observação
$\sum +$	3,00	3 observações ($n = 3$) registradas
40	40	Quarta observação
$\sum +$	4,00	4 observações ($n = 4$) registradas
38	38	Quinta observação
$\sum +$	5,00	5 observações ($n = 5$) registradas
50	50	Sexta observação
$\sum +$	6,00	6 observações ($n = 6$) registradas
35	35	Sétima observação
$\sum +$	7,00	7 observações ($n = 7$) registradas
$g \bar{x}$	40,00	Resultado: média de 40 horas por semana
$g s$	6,03	Resultado: desvio padrão amostral

Você pode usar uma característica das funções \bar{x} e s como um “macete” para fazer cálculos univariados de média e desvio padrão amostral para 2 variáveis ao mesmo tempo. Essas funções (\bar{x} e s) sempre retornam 2 resultados:

- \bar{x} : retorna a média aritmética das variáveis y e x, respectivamente nos registros Y e X. Portanto, se você quiser ver a média das observações da variável y, basta usar a função $x \gtrless y$.
- s : retorna o desvio padrão amostral das variáveis y e x, respectivamente nos registros Y e X. Portanto, se você quiser ver o desvio padrão amostral da variável y, basta usar a função $x \gtrless y$.

Para usar esse “macete” você deve digitar o par de dados e, ao final usar as funções \bar{x} , s e $x \gtrless y$ para ver os resultados. NOTE QUE apesar de você ter digitado um par de dados, os cálculos efetuados (média aritmética e desvio padrão amostral) continuam sendo cálculos univariados, ou seja, você não tentará fazer nenhuma correlação entre essas duas variáveis.

Por exemplo, vamos usar esse “macete” para calcular ao mesmo tempo a média e o desvio padrão dos dados de horas semanais trabalhadas e vendas mensais, conforme a fig. 95 na página 117:

Tabela 68: Cálculo da \bar{x} e do s para duas variáveis ao mesmo tempo

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
32	32	Inserimos a primeira observação do primeiro par
ENTER	32,00	
17000	17000	Segunda observação do primeiro par
$\sum +$	1,00	1 par de observações ($n = 1$) registrado
40	40	Inserimos a primeira observação do segundo par
ENTER	40,00	
25000	25000	Segunda observação do segundo par
$\sum +$	1,00	2 pares de observações ($n = 2$) registrados
(...)	(...)	(insira todos os pares de observações)
$\sum +$	7,00	7 pares de observações ($n = 7$) registrados
$g \bar{x}$	21.714,29	Resultado: média das vendas menais
$x \gtrless y$	40,00	Resultado: média das horas semanais trabalhadas
$g s$	4.820,59	Resultado: desvio padrão amostral das vendas menais
$x \gtrless y$	6,03	Resultado: desvio padrão amostral das horas semanais

Note que digitamos o par de dados como (horas trabalhadas, vendas mensais). Como iniciamos o par com as horas trabalhadas, essa informação foi considerada como “variável y”; a

venda mensal foi considerada como “variável x”. Por isso ao digitarmos \bar{x} , a HP-12C retornou 21.714,29 (ela retorna os resultados de média e desvio padrão da “variável x” no registro X, e de média e desvio padrão amostral da “variável y” no registro Y).

NÃO CONFUNDA “variável x” com registro X; “variável y” com registro Y

O que chamamos de “variável x” é, por exemplo, o valor das vendas mensais; e o que chamamos de “variável y” é, por exemplo, a quantidade das horas semanais trabalhadas.

Ao digitarmos um par de observações, a HP-12C *sempre entende* que estamos digitando um par (y, x), ou seja, estamos informando *primeiro* o valor da “variável y” e *depois* o valor da “variável x”, para uma determinada observação. Todos esses pares se transformam em informações armazenadas nos registros R₁ a R₆ e, após os cálculos, a HP-12C retorna os *resultados* dos cálculos para a “variável x” no registro X, e os *resultados* dos cálculos para a “variável y” no registro Y.

8.3.3 Cálculos bivariados: média ponderada e regressão linear simples

Os dois cálculos bivariados que a HP-12C fornece são a média ponderada e a regressão linear simples. Veremos aqui somente a média ponderada pois a regressão linear simples foge ao escopo do curso (aos interessados, recomenda-se a leitura do Guia do Usuário da HP-12C).

A média aritmética ponderada é uma média onde cada observação leva em consideração a relevância (peso) de cada informação. Sua forma geral é dada por:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (30)$$

“x” corresponde ao valor da observação e “w” ao peso (importância) que damos à observação. Na média ponderada, observações com maior peso influenciam mais do que observações com menor peso. Por exemplo, considere a tabela abaixo, que mostra as notas de um determinado aluno em 3 provas com pesos diferentes (a primeira prova tinha peso 20, pois era mais fácil, a segunda prova tinha peso 30, pois era um pouco mais difícil, e a terceira prova tinha peso 50, pois era a mais difícil):

Tabela 69: Notas nas provas e o peso de cada prova, de um determinado aluno

PROVA	NOTA	PESO
1	10,00	20
2	9,00	30
3	6,00	50

Como cada prova tem pesos diferentes, temos que calcular a média aritmética ponderada para determinarmos a nota final desse aluno. Para o cálculo de médias ponderadas a HP-12C entender o par (y, x) como (variável, peso), ou seja, (nota, peso). Assim as notas serão consideradas como “variável y” e os pesos como “variável x”.

Tabela 70: Cálculo da média ponderada

TECLAR	VISOR	COMENTÁRIOS
10	10	Inserimos a nota da primeira prova
ENTER	10,00	
20	20	Inserimos o peso da primeira prova
$\sum +$	1,00	1 par de observações ($n = 1$) registrado
9	9	Inserimos a nota da segunda prova
ENTER	9,00	
30	30	Inserimos o peso da segunda prova
$\sum +$	2,00	2 pares de observações ($n = 2$) registrados
6	6	Inserimos a nota da terceira prova
ENTER	6,00	
50	50	Inserimos o peso da terceira prova
$\sum +$	2,00	2 pares de observações ($n = 2$) registrados
$g \bar{x} w$	7,70	Resultado: média PONDERADA das avaliações
$g \bar{x} x \geq y$	8,33	Resultado: média aritmética das avaliações

A média ponderada das avaliações é 7,70. Somente para comparação a tabela acima também mostra a média aritmética das avaliações, que é de 8,33. Podemos ver que a média aritmética simples foi maior do que a média ponderada, significando que o aluno em questão tirou notas maiores em avaliações com menor peso; quando os pesos das avaliações foi levado em consideração sua nota final ficou em 7,70.

9 Agradecimentos e sobre esta apostila

O autor gostaria de fazer um agradecimento especial à **Hans Klaver** por seu excelente texto **RPN Tutorial, incl. some things HP did not tell** (<http://hansklav.home.xs4all.nl/rpn/>). Muitos exemplos de cálculos foram retirados ou modificados de seu trabalho original.

Também agradeço a você, estudante, por ter confiado neste curso para aprender os fundamentos (nem tão básicos assim!) da HP-12C. Se você tiver alguma crítica, sugestão, ou quiser apontar algum erro ou melhoria necessária nesta apostila, por favor entre em contato pelo e-mail abrantes@fdta.com.br ou abrantesASF@gmail.com.

Até o próximo curso!