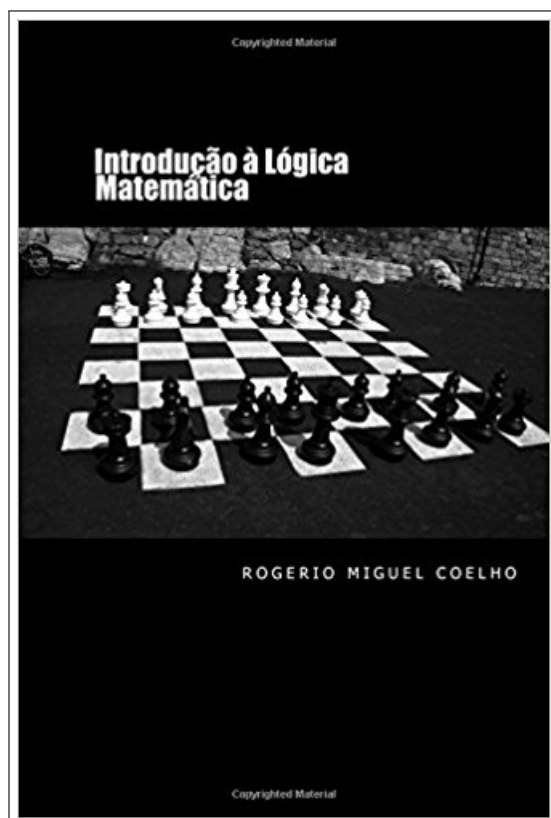


*Exercícios dos capítulos 1–4 do livro
“Introdução à Lógica Matemática”,
de Rogério Miguel Coelho*



*— Introdução, Conectivos, Tabela Verdade,
Equivalências Tautológicas —
Março/2018*

1 Introdução à Lógica

1. O que é lógica?

2. O que é um argumento?

3. O que é um argumento dedutivo?

4. O que é um argumento indutivo?

5. Dê um exemplo de argumento dedutivo.

6. Dê um exemplo de argumento indedutivo.

7. O que é um axioma (ou postulado)?

8. Quais os axiomas clássicos da lógica dedutiva?

9. O que é um paradoxo? Dê um exemplo.
- _____
- _____
- _____
10. O que é uma proposição? Dê um exemplo.
- _____
- _____
- _____
11. Que tipos de setenças não podem ser proposições? Indique 4 tipos.
- _____
- _____
- _____
12. Abaixo temos várias setenças. Marque V se a sentença for uma proposição válida, e marque F se a sentença não for uma proposição válida.
- (a) ___ O número 2 mais 3 é maior do que 7.
- (b) ___ Como está seu computador?
- (c) ___ O consumo de CPU do servidor vai subir amanhã.
- (d) ___ Rogério Coelho é professor de Lógica Matemática.
- (e) ___ Existe vida em outro planeta.
13. Qual postulado clássico pode ser aplicado nas frases abaixo de Aristóteles:
- (a) “Efetivamente, é impossível a quem quer que seja acreditar que uma mesma coisa seja e não seja”.
- _____
- (b) “Quem diz de uma coisa que é ou que não é, ou dirá o verdadeiro ou dirá o falso. Mas se existisse um termo médio entre os dois contraditórios nem do ser nem do não ser poder-se-ia dizer que é ou que não não é.”
- _____
- (c) “Todo ser é igual a si mesmo”.
- _____
14. A(s) afirmação(ões) abaixo que não atende(m) aos postulados clássicos da lógica.
- ☐ Penso, logo existo.
- ☐ Ao jogar uma moeda para o alto, o resultado do lançamento sempre será cara ou coroa, não existe outra possibilidade.
- ☐ Em um formulário, o sexo tem apenas duas opções: masculino ou feminino.
- ☐ Na computação quântica um bit pode, ao mesmo tempo, ser igual a 0 e a 1.
- ☐ z igual a z .

15. Qual das afirmações abaixo não atende aos postulados da lógica clássica?

- ☐ $(5 + 3 - 2 + 2)/(5 - 3) + 2 = (5 + 3 - 2 + 2)/(5 - 3)$
- ☐ Estava na rua e vi João com uma luneta.
- ☐ Todo homem é mortal.
- ☐ A honra do ser humano é intocável.
- ☐ Os cientistas da área de computação sabem montar o cubo mágico.

16. Qual frase abaixo não é um paradoxo?

- ☐ “O Amor é ferida que dói e não se sente”
- ☐ Pinóquio disse: “o meu nariz vai crescer”
- ☐ $1 = -1$ pois $(1)^2 = (-1)^2$
- ☐ “Quanto mais damos mais temos”
- ☐ “O melhor improvisado é aquele que é melhor preparado”

17. Dada as definições abaixo, relacione com as sentenças seguintes.

1. Axioma
2. Teorema
3. Princípio da Identidade
4. Princípio da Não Contradição
5. Princípio do Terceiro Excluído
6. Paradoxo

- (a) ___ Você deve escolher quel é seu time de futebol aqui no ES: Rio Branco ou Desportiva, não tem nenhuma outra opção.
- (b) ___ Se traçarmos num triângulo uma linha que seja paralela a algum dos seus lados, obtemos dois triângulos semelhantes.
- (c) ___ Uma sentença ou proposição que não é provada ou demonstrada e é considerada como óbvia ou como um consenso inicial necessário para a construção ou aceitação de uma teoria.
- (d) ___ “Eu fujo ou não sei não, mas é tão duro este infinito espaço ultra fechado” (Carlos Drummond de Andrade).
- (e) ___ Algumas pessoas acreditam em vida após a morte e outras não.
- (f) ___ Dada as seguintes expressões $x + 5 = 7$ e $y - 5 = 7$ podemos concluir que ambas são iguais.

18. Dada a seguinte frase: “o barbeiro é um home da cidade que faz a barba de todos os homens da cidade que não barbeiam a si mesmos. Tal frase pode ser classificada como um paradoxo? Justifique sua resposta.

2 Conectivos Lógicos

19. Para que servem os conectivos lógicos?

20. O que é o conectivo (\sim)? Para que serve?

21. O que é o conectivo (\wedge)? Para que serve?

22. O que é o conectivo (\vee)? Para que serve?

23. O que é o conectivo ($\#$)? Para que serve?

24. O que é o conectivo (\rightarrow)? Para que serve?

25. O que é o conectivo (\leftrightarrow)? Para que serve?

26. Em lógica, o que é uma fórmula matemática bem formada?

27. Escreva em linguagem natural as seguintes proposições:

p: Rogério joga futebol

q: Rogério joga basquete

(a) $p \vee q$:

(b) $p \wedge q$:

(c) $p \wedge \sim q$:

(d) $\sim p \vee \sim q$:

(e) $\sim (\sim p)$:

(f) $\sim (\sim p \wedge \sim q)$:

(g) $p \rightarrow \sim q$:

(h) $q \leftrightarrow p$:

(i) $\sim (\sim q \rightarrow \sim p)$:

28. Escreva em linguagem matemática as seguintes proposições:

p: Louise é bonita

q: Louise é elegante

(a) Louise é bonita e elegante:

(b) Louise é bonita, mas não elegante:

(c) Não é verdade que Louise não é bonita ou elegante:

(d) Louise não é bonita nem elegante:

(e) Louise é bonita ou não é bonita e elegante:

(f) É falso que Louise não é bonita ou que não é elegante:

(g) Louise é bonita se e somente se é elegante:

(h) Se Louise não é elegante então ela não é bonita:

29. Escreva em linguagem matemática as seguintes proposições:

p: carro estiver ajustado

q: piloto vencerá

r: tecnologia for de ponta

(a) Se o carro estiver ajustado, o piloto vencerá:

(b) O piloto vencerá apenas se o carro estiver ajustado e a tecnologia for de ponta:

(c) Um carro ajustado é uma condição necessária para o piloto vencer:

(d) O piloto vencerá se e somente se a tecnologia for de ponta:

(e) Uma condição suficiente para o piloto vencer é que a tecnologia seja de ponta ou o carro esteja ajustado:

30. Diga quais fórmulas abaixo são válidas:

☐ $\sim \sim p$

☐ $p \wedge q$

☐ $(p \wedge q) \rightarrow ((q \leftrightarrow p) \vee \sim \sim r)$

☐ $\wedge q$

31. Informe o comprimento das Fórmulas Matemáticas Bem Formadas abaixo:

(a) $______ F$

(b) $______ \sim p$

(c) $______ p \vee q$

(d) $______ (p \rightarrow q) \vee r$

32. Considerando que:

p: José fala francês

q: José fala inglês

r: José fala alemão

A alternativa que simboliza a expressão “É falso que José fala inglês ou alemão, mas que não fala francês” é:

☐ $\sim q \vee \sim r \wedge \sim p$

☐ $\sim ((q \vee r) \wedge \sim p)$

☐ $\sim (q \vee r) \wedge \sim p$

☐ $\sim q \vee (r \wedge \sim p)$

☐ $\sim (q \vee r) \wedge p$

33. Se a proposição p é verdadeira (V) e a proposição q é falsa (F), qual das opções abaixo retornará o valor lógico V?

- ☐ $\sim p$
- ☐ $p \# q$
- ☐ $p \leftrightarrow q$
- ☐ $\sim p \vee q$
- ☐ $p \rightarrow q$

34. Só ganharás dinheiro se completares o trabalho. Dados:

p : ganhar dinheiro

q : completar o trabalho

Qual representação é correta?

- ☐ $p \rightarrow q$
- ☐ $q \rightarrow p$
- ☐ $p \# q$
- ☐ $q \leftrightarrow p$
- ☐ $p \leftrightarrow q$

35. Dado que:

p : Rogério é alto

q : Rogério é elegante

Escolha a opção correta que traduz para a linguagem simbólica a seguinte proposição: “Rogério é alto ou é baixo e elegante”.

- ☐ $p \vee p \wedge q$
- ☐ $p \wedge (\sim p \vee q)$
- ☐ $p \vee (\sim p \vee q)$
- ☐ $p \vee (\sim p \wedge q)$
- ☐ $p \vee (\sim p \wedge \sim q)$

36. Dado que:

p : Rogério é alto

q : Rogério é elegante

Escolha a opção correta que traduz para a linguagem simbólica a seguinte proposição: “É falso que Rogério é baixo ou que não é elegante”.

- ☐ $\sim (\sim p \vee \sim q)$
- ☐ $\sim (\sim p \wedge \sim q)$
- ☐ $\sim (\sim p \vee q)$
- ☐ $\sim (p \vee q)$
- ☐ $\sim (\sim p \vee q)$

37. Considerando as proposições:

p: Está frio

q: Não está chovendo

r: Irei jogar futebol

Traduzir para a linguagem simbólica a seguinte proposição: “Se está calor e não está chovendo, então irei jogar futebol”.

☐ $(\sim p \wedge q) \rightarrow r$

☐ $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow r$

☐ $(p \wedge q) \rightarrow r$

☐ $p \wedge q \leftrightarrow r$

☐ $(\sim p \vee q) \rightarrow r$

38. “Se tomarmos café ou comermos algo, chegaremos atrasados à conferência, mas, se isso for um problema, é melhor nos despedirmos agora”. Qual a representação simbólica dessa sentença, dados:

t: tomarmos café

c: comermos algo

a: chegaremos atrasados à conferência

p: isso é um problema

d: melhor nos despedirmos agora

☐ $((t \vee c \rightarrow a) \vee (p \rightarrow d))$

☐ $((t \vee c \rightarrow a) \vee (p \leftrightarrow d))$

☐ $((t \vee c \rightarrow a) \wedge (d \rightarrow p))$

☐ $((t \vee c \rightarrow a) \wedge (p \rightarrow d))$

☐ $((t \vee c \rightarrow a) \vee (d \rightarrow p))$

39. Passe para a linguagem matemática a seguinte sentença: “x é menor do que 3 e maior do que 0, ou, x não é igual a 7”:

☐ $((x < 3) \wedge (x < 0)) \vee (x = 7)$

☐ $((x < 3) \wedge (x > 0)) \vee (x = 7)$

☐ $((x < 3) \wedge (x > 0)) \wedge \sim (x = 7)$

☐ $((x < 3) \vee (x > 0)) \vee \sim (x = 7)$

☐ $((x < 3) \wedge (x > 0)) \vee \sim (x = 7)$

40. Traduza para a linguagem matemática a seguinte frase: “É mentira que Luiz é um administrador, que alfredo é bancário ou que Maria seja comerciante”, dado:

a: Luiz é administrador

b: Alfredo é bancário

c: Maria é comerciante

☐ $\sim (a \wedge (b \vee c))$

☐ $\sim (a \sim (b \vee (\sim c)))$

☐ $\sim (a \wedge (\sim b \vee (\sim c)))$

☐ $\sim a \wedge \sim b \vee \sim c$

☐ $\sim a \wedge (\sim (b \vee c))$

41. Qual fórmula não é bem formada?

- ☐ $(\sim (p \vee q) \rightarrow (q \# r) \vee q)$
- ☐ $a \wedge (b \vee c) \vee (d \vee (\sim e))$
- ☐ $(p \vee q) \rightarrow (q \# r) \vee q$
- ☐ $\sim (a \sim (b \wedge (c \vee c)))$
- ☐ $((x < 3) \wedge (x > 0)) \vee \sim (x = 7)$

42. Considere as seguintes premissas abaixo como verdadeiras:

“Claudia é bonita e inteligente, ou Cláudia é simpática”

“Cláudia não é simpática”

A partir dessas premissas verdadeiras podemos concluir que Cláudia:

- ☐ É bonita ou inteligente
- ☐ É bonita e inteligente
- ☐ É bonita e não é inteligente
- ☐ Não é bonita e não é inteligente
- ☐ Não é bonita

43. Considere as seguintes premissas abaixo como falsas:

“Se Rogério é astuto e inteligente então Rogério elabora questões impossíveis”

“Rogério elabora questões impossíveis”

A partir dessas premissas falsas, podemos concluir como verdade que Rogério:

- ☐ Rogério não é inteligente nem astuto
- ☐ Rogério elabora questões impossíveis
- ☐ Se Rogério é inteligente então ele não é astuto
- ☐ Rogério é astuto
- ☐ Rogério é inteligente se e somente se ele não for astuto

44. Se Rogério estuda História, então Lorena estuda Matemática. Se Helena estuda Filosofia, então Jorge estuda Medicina. Ora, Rogério estuda História ou Helena estuda Filosofia. Logo, segue-se necessariamente que:

- ☐ Lorena estuda Matemática ou Jorge estuda Medicina
- ☐ Lorena estuda Matemática e Jorge estuda Medicina
- ☐ Se Rogério não estuda História, então Jorge não estuda Medicina
- ☐ Helena estuda Filosofia e Lorena estuda Matemática
- ☐ Lorena estuda Matemática ou Helena não estuda Filosofia

3 Tabela Verdade

45. O que é uma Tabela Verdade?

46. Por que a Tabela Verdade é adequada somente para problemas com poucas premissas (3 a 4 premissas)?

47. Qual a ordem de precedência dos conectores lógicos (escreve em ordem da maior para a menor precedência)?

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____

48. Em lógica, o que é uma tautologia?

49. Em lógica, o que é uma falácia?

50. Em lógica, o que é uma contingência?

51. Construa a Tabela Verdade das equações abaixo (use folhas extras em branco):

- (a) $p \vee \sim q \wedge \sim p$
- (b) $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge \sim q)$
- (c) $p \rightarrow q \leftrightarrow \sim p \vee q$
- (d) $(p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p)))$
- (e) $\sim ((\sim p \rightarrow \sim q) \wedge q \rightarrow p)$
- (f) $\sim (c \# b) \rightarrow \sim a \vee c \wedge b$
- (g) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((p \vee r) \rightarrow q)$

52. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $(p \rightarrow q) \rightarrow p \wedge q$

- ☐ V V V F
- ☐ V V V V
- ☐ F F F F
- ☐ V F F V
- ☐ V V F F

53. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $\sim (p \wedge q) \vee \sim (q \leftrightarrow p)$

- ☐ V V V V
- ☐ F F F F
- ☐ F V V V
- ☐ F V V F
- ☐ V F F V

54. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

- ☐ V V V V V V V V
- ☐ V F V V V V V V
- ☐ V V F V V V V V
- ☐ V V V V V F V V
- ☐ V V V F V V V V

55. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $\sim (p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee r)$

- ☐ F F F F F F F F
- ☐ F F F F V V F F
- ☐ V V F F F F F F
- ☐ F F F F V V V V
- ☐ V F F V F F F F

56. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $p \vee \sim r \rightarrow q \wedge \sim r$

- ☐ F F F F F F F F
- ☐ F V F V V V V F
- ☐ F V F F V V V V
- ☐ F F F F V V V V
- ☐ F V F F V V V F

57. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$

- ☐ V V V V
- ☐ V F F F
- ☐ F V V V
- ☐ F V V F
- ☐ F F F F

58. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $\sim ((\sim p \rightarrow \sim q) \wedge q \rightarrow p)$

- ☐ F F F F
- ☐ V F F F
- ☐ F V V V
- ☐ F V V F
- ☐ F F F F

59. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$

- ☐ F F F F
- ☐ V F F V
- ☐ V V F V
- ☐ V F F F
- ☐ F F F V

60. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $p \vee \sim q \wedge \sim p$

- ☐ V V F V
- ☐ F V F V
- ☐ V F F V
- ☐ V F F F
- ☐ F F F V

61. Qual é a Tabela Verdade da expressão: $\sim (c \wedge b) \rightarrow \sim a \vee c \wedge b$

- ☐ F V F F V V V V
- ☐ V F F F F V V V
- ☐ V F F F V V V V
- ☐ V V V F V V V V
- ☐ V F F F F F V V

62. Seja $*$ um novo conector lógico tal que $(p * q)$ é verdade apenas quando p e q são ambas falsas. Indique a seqüência de letras da Tabela Verdade da expressão:

$$(p * q) \vee \sim q \wedge p \# \sim r$$

63. Chama-se tautologia a toda proposição que é sempre verdadeira, independentemente da verdade dos termos que a compõem. Um exemplo de tautologia é:

- ☐ Se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo
- ☐ Se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo
- ☐ Se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo
- ☐ Se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo
- ☐ Se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo

4 Equivalências Tautológicas

64. O que são equivalências tautológicas?

65. Como podemos saber se duas proposições são equivalentes tautologicamente?

66. Existem 8 principais equivalências tautológicas. Cite-as:

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____
8. _____

67. Exemplifique a equivalência tautológica da *Dupla Negação*.

68. Exemplifique a equivalência tautológica da *Lei Idempotente* através dos conectores lógicos de conjunção e disjunção inclusiva.

69. Exemplifique a equivalência tautológica da *Lei Comutativa* através dos conectores lógicos de conjunção e disjunção inclusiva.

70. Exemplifique a equivalência tautológica da *Lei Associativa* através dos conectores lógicos de conjunção e disjunção inclusiva.

71. Exemplifique a equivalência tautológica da *Lei Distributiva* através dos conectores lógicos de conjunção e disjunção inclusiva.

72. Represente simbolicamente as duas proposições da equivalência tautológica da *Lei de Morgan*:

(a) “Negar a simultaneidade de p e q é afirmar pelo menos não p ou não q ”

(b) “Negar a ocorrência de pelo menos p ou q é afirmar nem p nem q ”

73. Aplique a Lei de Morgan:

(a) $\sim (\sim p \wedge q) \leftrightarrow$ _____

(b) $\sim (p \wedge \sim q) \leftrightarrow$ _____

(c) $\sim (\sim p \wedge \sim q) \leftrightarrow$ _____

(d) $p \vee q \leftrightarrow$ _____

(e) $p \vee \sim q \leftrightarrow$ _____

(f) $\sim p \vee q \leftrightarrow$ _____

(g) $\sim (\sim p \vee q) \leftrightarrow$ _____

(h) $\sim (p \vee \sim q) \leftrightarrow$ _____

(i) $\sim (\sim p \vee \sim q) \leftrightarrow$ _____

(j) $p \wedge q \leftrightarrow$ _____

(k) $\sim p \wedge q \leftrightarrow$ _____

(l) $p \wedge \sim q \leftrightarrow$ _____

74. Exemplifique a equivalência tautológica da *Transposição* através do conector lógico “se, então”.

75. Exemplifique a equivalência tautológica da *Implicação Material* através do conector lógico “se, então”.

76. Prove as seguintes Equivalências Tautológicas (use folhas extras em branco):

(a) $p \wedge p \leftrightarrow p$

(b) $p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$

(c) $p \wedge (q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$

(d) $\sim (p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

(e) $p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

(f) $p \rightarrow q \leftrightarrow \sim p \vee q$

77. Verifique se a Lei de Morgan pode ser aplicada para a expressão:

$\sim (p \# q) \leftrightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$

78. Dizer que “André é artista ou Bernardo não é engenheiro” é equivalente a dizer que:

- ☐ André é artista se e somente se Bernardo não é engenheiro
- ☐ Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro
- ☐ Se André não é artista, então Bernardo é engenheiro
- ☐ Se Bernardo é engenheiro, então André é artista
- ☐ André não é artista e Bernardo é engenheiro.

79. Com relação à Lei de Morgan para três componentes $\sim (p \wedge q \wedge r)$ temos a equivalência $\sim p \vee \sim q \vee \sim r$. Podemos afirmar que:

- ☐ A sentença acima é verdadeira
- ☐ A sentença acima é falsa
- ☐ A Lei de Morgan só se aplica para dois componentes
- ☐ Morgan com três componentes não altera o conector

80. Dada a equação $p \rightarrow q \wedge r$, que equação é equivalente?

- ☐ $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$
- ☐ $(q \rightarrow p) \vee (p \rightarrow r)$
- ☐ $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
- ☐ $(q \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow r)$
- ☐ $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)$

81. Dada a equação $p \rightarrow q$, qual equação é equivalente?

- ☐ $q \rightarrow \sim p$
- ☐ $\sim q \rightarrow \sim p$
- ☐ $\sim (\sim q \rightarrow p)$
- ☐ $\sim (\sim q \rightarrow \sim p)$
- ☐ $\sim q \rightarrow p$

82. Dada a equação $p \rightarrow q \vee r$, qual equação é equivalente?

- ☐ $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
- ☐ $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)$
- ☐ $(q \rightarrow p) \vee (r \rightarrow p)$
- ☐ $(r \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$
- ☐ $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$

83. Dada a equação $p \wedge (q \vee r)$, qual equação é equivalente?

- ☐ $(p \wedge q) \vee (p \vee r)$
- ☐ $(p \vee q) \vee (p \vee r)$
- ☐ $(p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$
- ☐ $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- ☐ $(p \vee q) \vee (p \wedge r)$

84. Dada a equação $p \vee (q \wedge r)$, qual equação é equivalente?

- ☐ $(p \wedge q) \vee (p \vee r)$
- ☐ $(p \vee q) \vee (p \vee r)$
- ☐ $(p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$
- ☐ $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- ☐ $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

85. A negação da sentença “Ana não voltou e foi ao cinema” é:

- ☐ Ana voltou ou não foi ao cinema
- ☐ Ana voltou e não foi ao cinema
- ☐ Ana não voltou ou não foi ao cinema
- ☐ Ana não voltou e não foi ao cinema
- ☐ Ana não voltou e foi ao cinema

86. Com relação às afirmações abaixo sobre as Leis de Morgan:

1. Negar que duas dadas proposições são ao mesmo tempo verdadeiras equivale a afirmar que uma pelo menos é falsa.
2. Negar que uma pelo menos de duas proposições é verdadeira equivale a afirmar que ambas são falsas.
3. A negação transforma a conjunção em condicional e o condicional em conjunção.

Podemos afirmar como correta(s):

- ☐ As afirmações 1 e 3
- ☐ As afirmações 1 e 2
- ☐ As afirmações 2 e 3
- ☐ Todas as afirmações
- ☐ Todas as afirmações são falsas