

Aula 10

Circuitos Aritméticos

SEL 0414 - Sistemas Digitais

Proff. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

Circuitos Somadores

- Circuitos que realizam operações aritméticas com números binários;
- Geralmente operação de soma e subtração;
- Utilizados na ALU (*Arithmetic/Logic Unit*) dos microprocessadores;

1. Meio Somador

- O meio somador (*Half-Adder*) possibilita a soma de 2 números binários de 1 bit;
- Possui 2 bits de entrada e 2 bits de saída (soma + *Carry*).

1. Meio Somador

TABELA VERDADE

A	B	S	C_{out}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} = A \oplus B$$

$$C_{out} = AB$$

1. Meio Somador

TABELA VERDADE

A	B	S	C_{out}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

S →

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

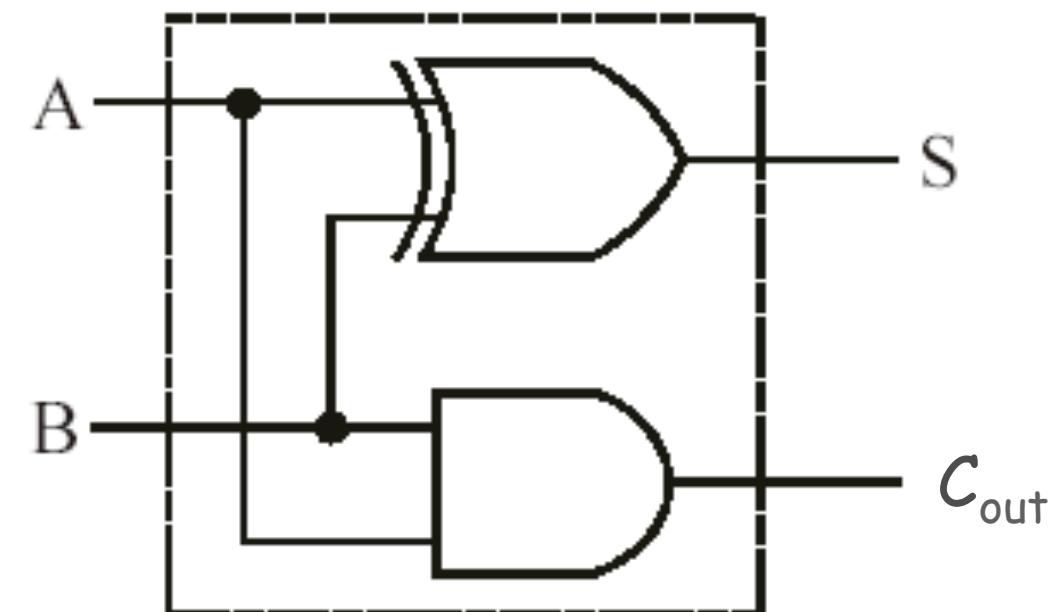
Porta X-OR

Porta AND

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

C_{out} →

1. Circuito Meio Somador

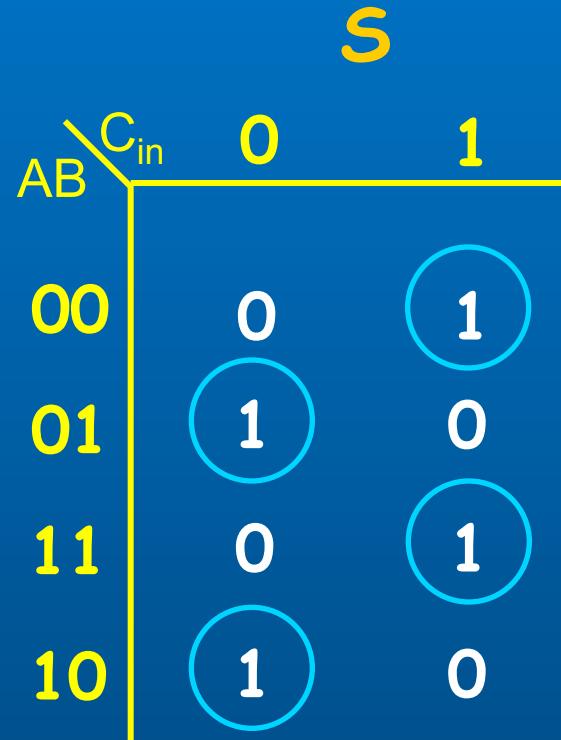


2. Somador Completo

- O somador completo (*Full-Adder*) possibilita a soma de 2 números binários de 1 bit + o *carry* anterior;
- Possui 3 bits de entrada ($A + B + Carry$) e 2 bits de saída ($Soma + Carry$).

2. Somador Completo

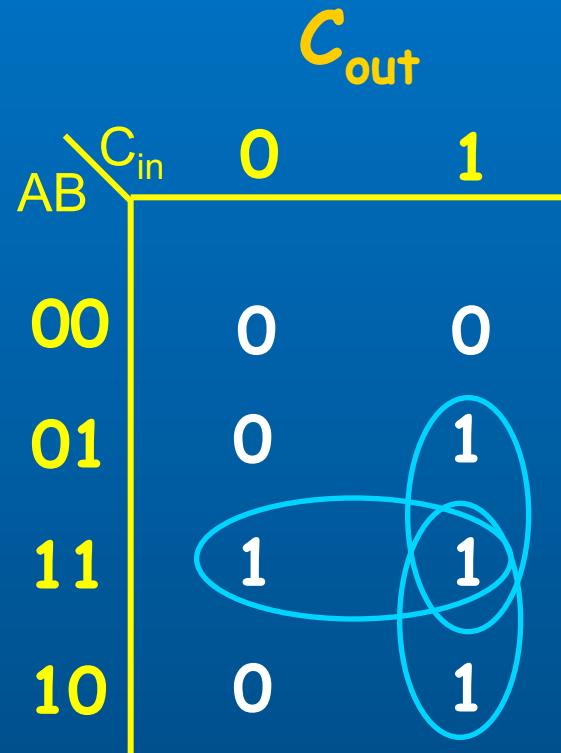
A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

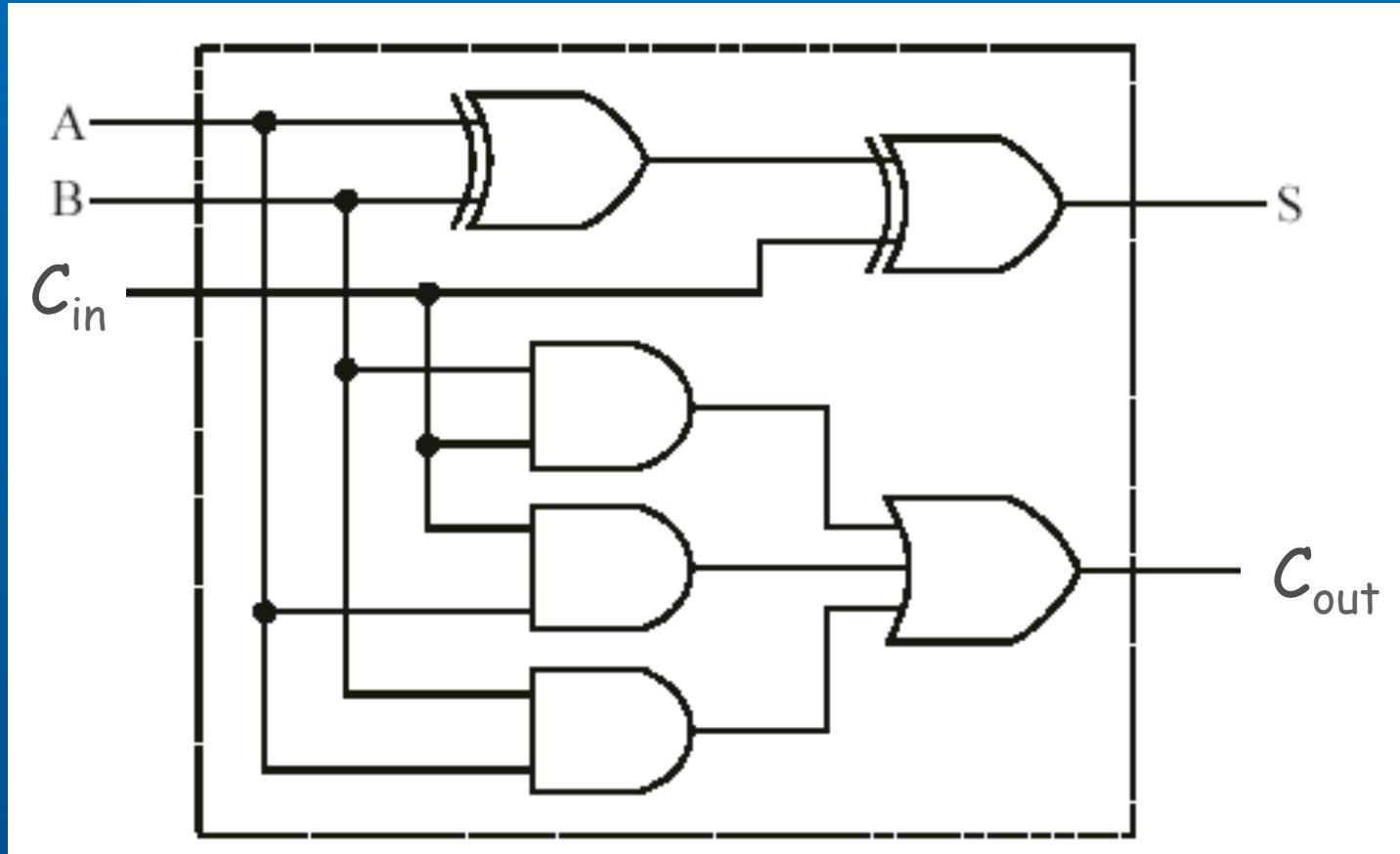
2. Somador Completo

A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



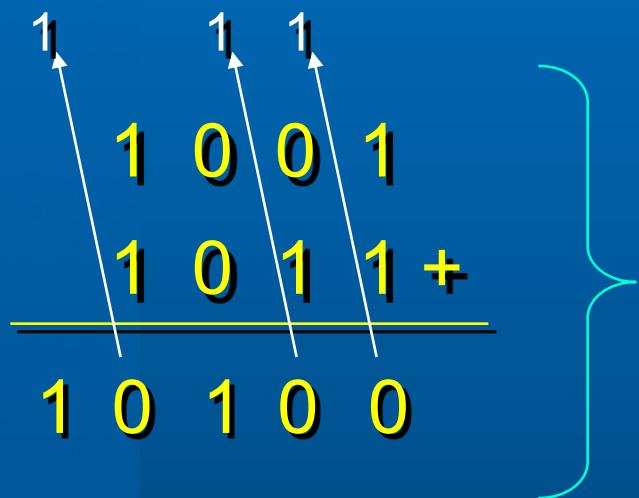
$$C_{out} = AB + AC_{in} + BC_{in}$$

2. Somador Completo



Somador de n Bits

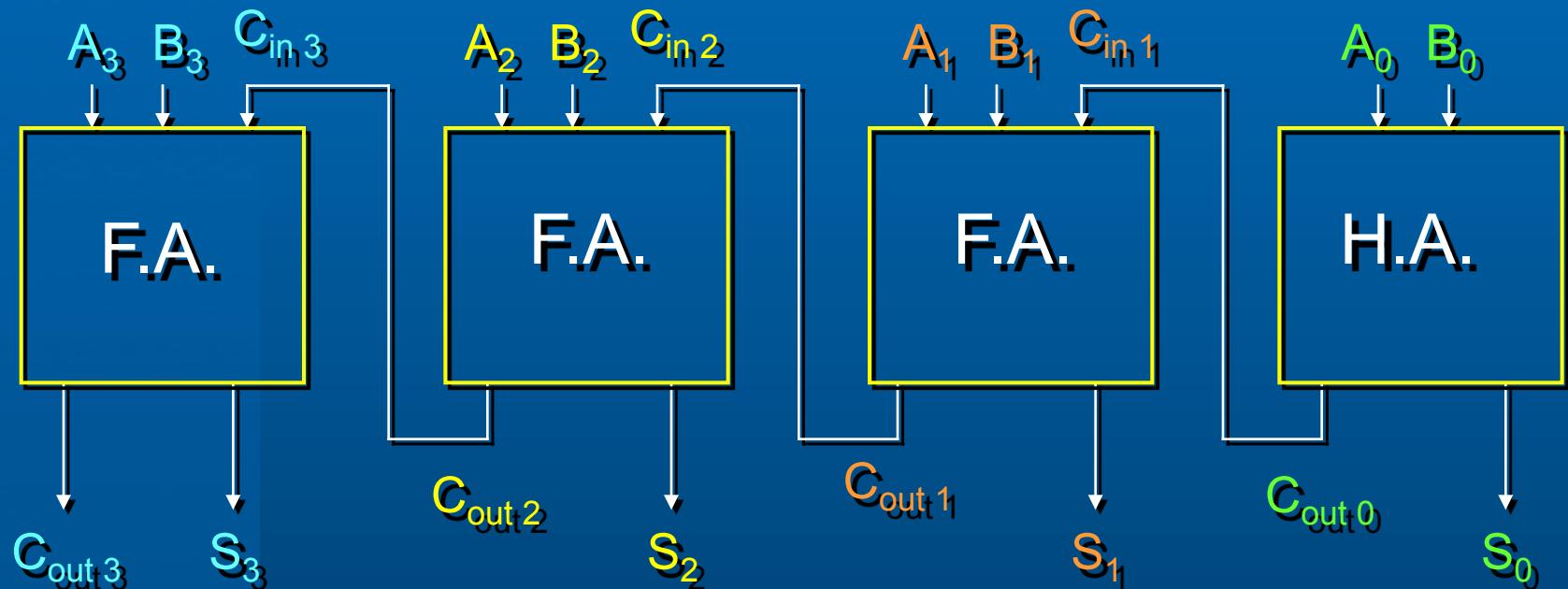
Exemplo: 4 bits



- Utiliza-se 4 somadores completos, um para cada bit;
- Conecta-se cada C_{out} no C_{in} do próximo bit;
- Para o LSB pode ser utilizado um meio somador.

Somador de n Bits

Exemplo: Somador paralelo de 4 bits



Somador completo montado a partir de 2 meio-somadores

$$C_{out} = AB + AC_{in} + BC_{in}$$

$$C_{out} = \bar{A}BC_{in} + A\bar{B}C_{in} + AB$$

AB	C _{in}	0	1
00	0	0	
01	0	1	1
11	1	1	1
10	0		1

$$C_{out} = (\bar{A}B + A\bar{B})C_{in} + AB = (A \oplus B)C_{in} + AB$$

Somador completo montado a partir de 2 meio-somadores

Meio-Somador

$$S = A \oplus B$$

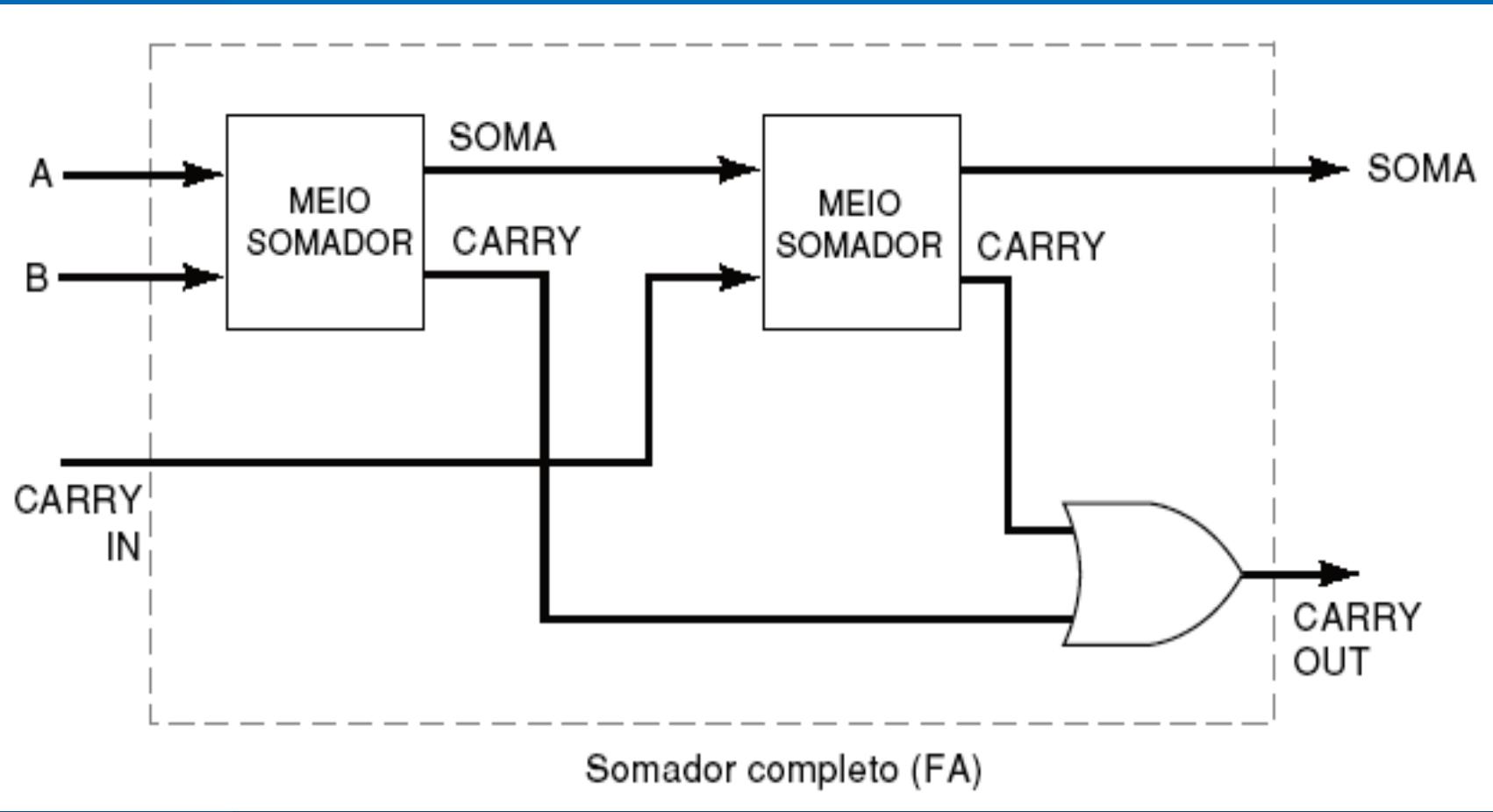
$$C_{out} = AB$$

Somador Completo

$$S = A + B + C_{in}$$

$$C_{out} = (A \oplus B)C_{in} + AB$$

Somador completo montado a partir de 2 meio-somadores



3. Meio Subtrator

- O meio subtrator (*Half-Subtractor*) possibilita a subtração de 2 números binários de 1 bit;
- Possui 2 bits de entrada e 2 bits de saída (*Subtração + Borrow*).

3. Meio Subtrator

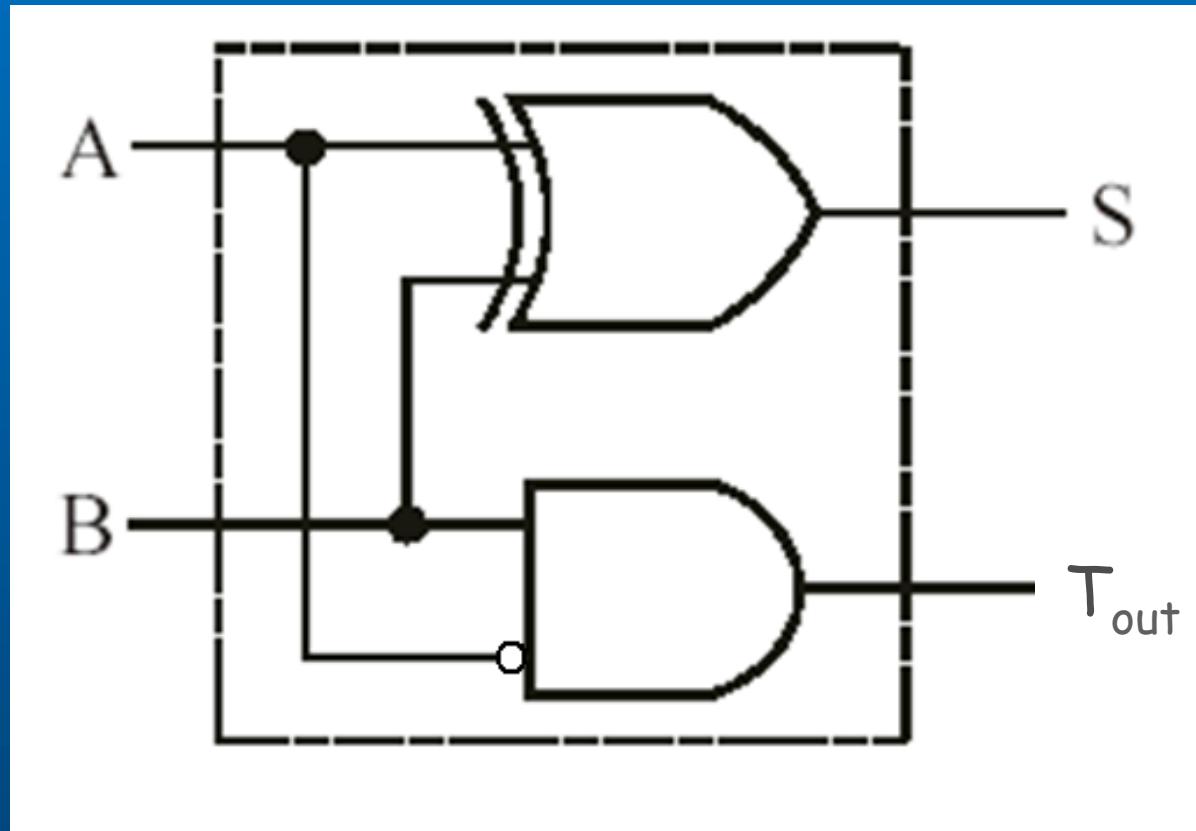
TABELA VERDADE

A	B	S	T _{out}
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

$$S = \overline{A}\overline{B} + A\overline{B} = A \oplus B$$

$$T_{out} = \overline{AB}$$

3. Circuito Meio Subtrator

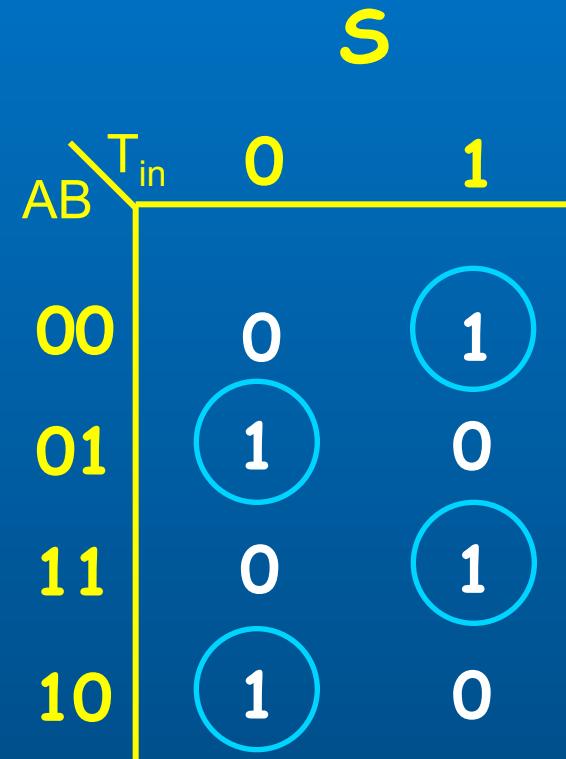


4. Subtrator Completo

- O subtrator completo (*Full-Subtractor*) possibilita a subtração de 2 números binários de 1 bit + o *borrow* anterior;
- Possui 3 bits de entrada (*A + B + Borrow*) e 2 bits de saída (*Subtração + Borrow*).

4. Subtrator Completo

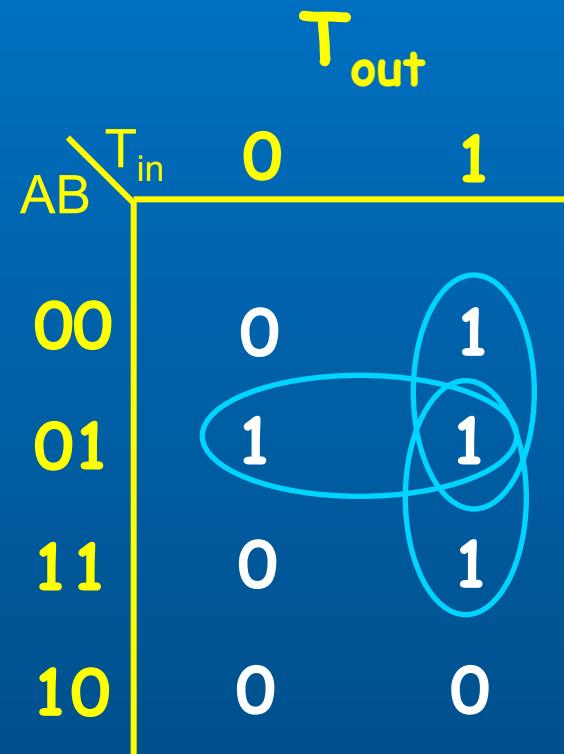
A	B	T_{in}	S	T_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



$$S = A \oplus B \oplus T_{in}$$

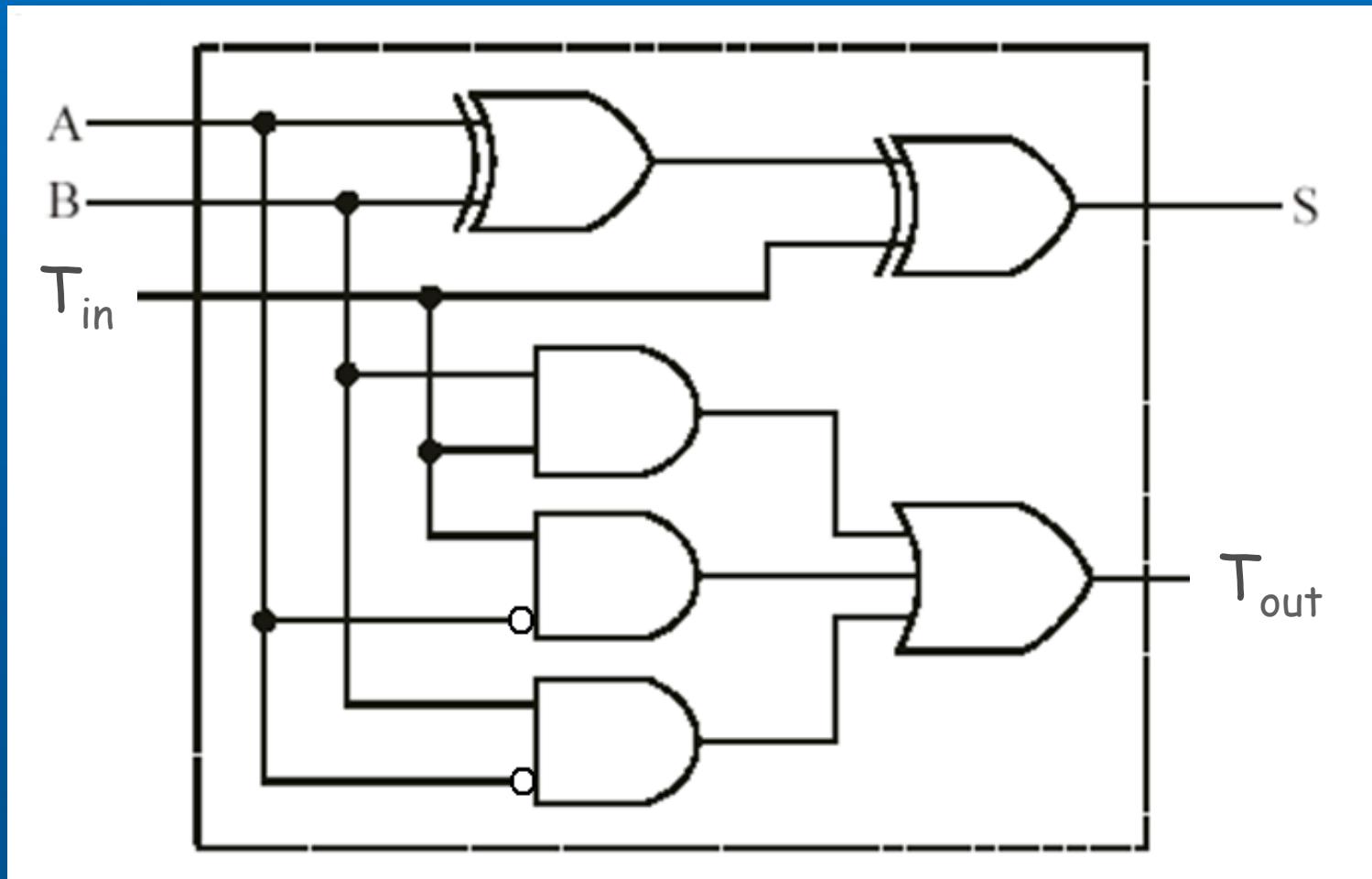
4. Subtrator Completo

A	B	T_{in}	S	T_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



$$T_{out} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}T_{in} + BT_{in}$$

4. Subtrator Completo



Subtrator de n Bits

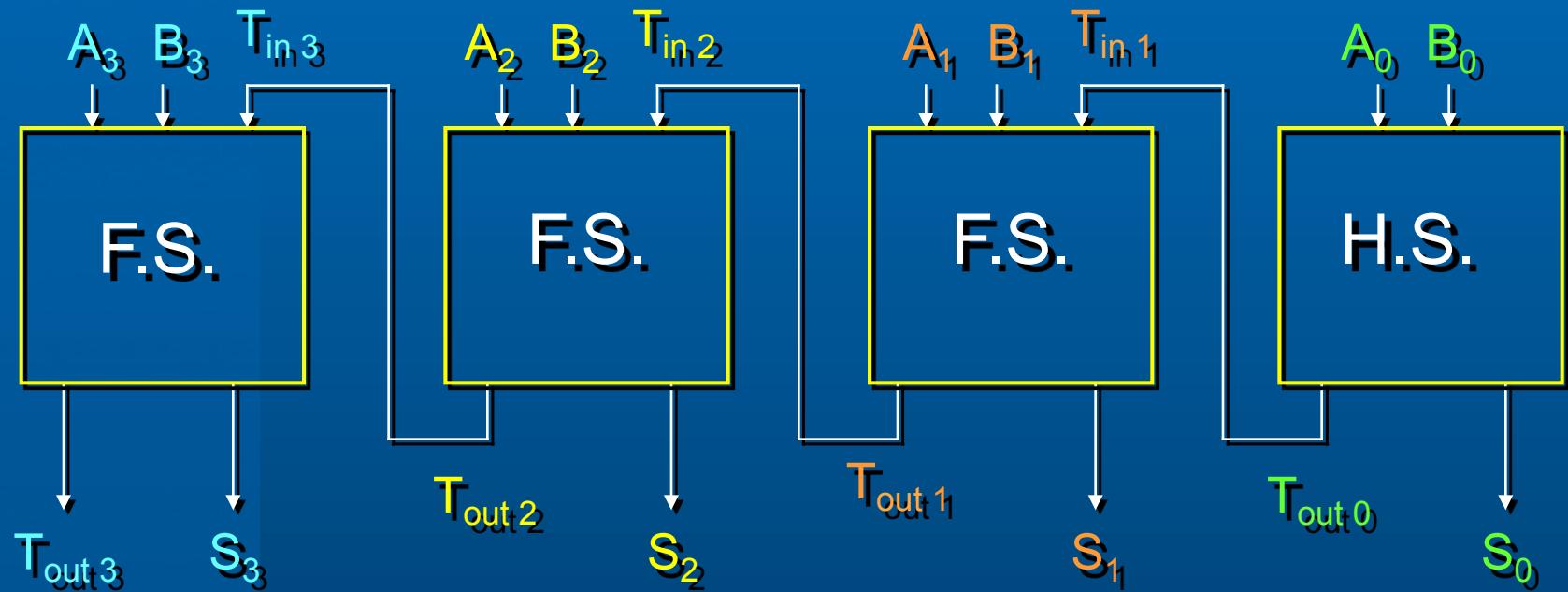
Exemplo: 4 bits

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \leftarrow \textcircled{0} \leftarrow 0 \quad 1 \\ 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 - \\ \hline 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

- Utiliza-se 4 subtratores completos, um para cada bit;
- Conecta-se cada T_{out} no T_{in} do próximo bit;
- Para o LSB pode ser utilizado um meio subtrator.

Subtrator de n Bits

Exemplo: Subtrator paralelo de 4 bits



Subtrator completo montado a partir de 2 meio-subtratores

$$T_{out} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}T_{in} + BT_{in}$$

$$T_{out} = \bar{A}\bar{B}T_{in} + A\bar{B}T_{in} + \bar{A}B$$

AB	T _{in}	0	1
00	0	1	
01	1	1	
11	0	1	
10	0	0	

$$T_{out} = (\bar{A}\bar{B} + AB)T_{in} + \bar{A}B = (A \oplus B)T_{in} + \bar{A}B$$

Subtrator completo montado a partir de 2 meio-subtratores

Meio-Subtrator

$$S = A \oplus B$$

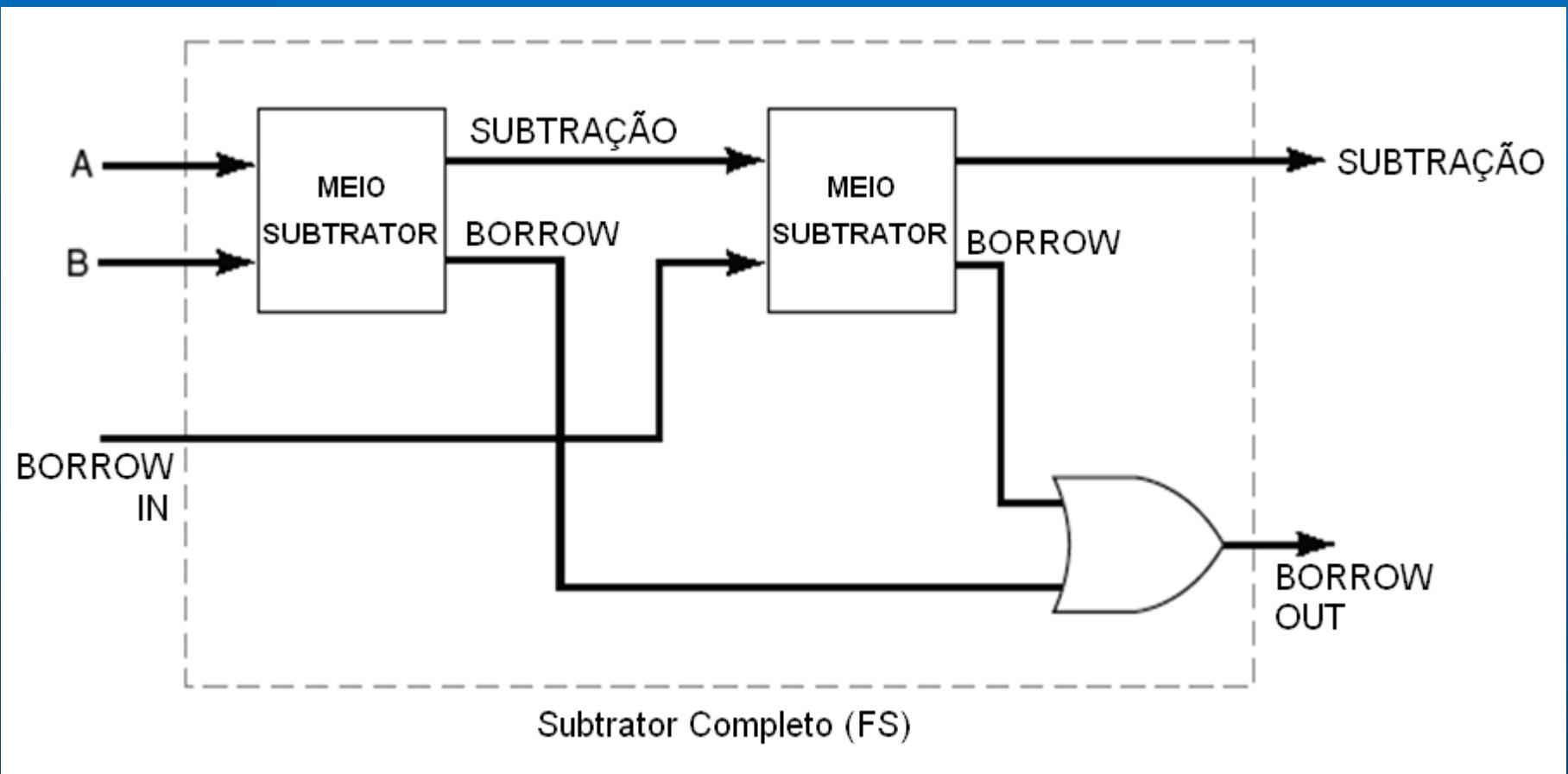
$$T_{out} = \overline{AB}$$

Subtrator Completo

$$S = A + B + T_{in}$$

$$T_{out} = (\overline{A} \oplus \overline{B})T_{in} + \overline{AB}$$

Subtrator completo montado a partir de 2 meio-subtratores



5. Circuito Somador/Subtrator

- Pode-se construir um circuito único que seja somador/subtrator, utilizando uma entrada extra **M** para definir qual operação será realizada.
- Note que a saída **S** é a mesma para ambas operações (soma e subtração).

Somador Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

Subtrator Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

5. Circuito Somador/Subtrator

- Essa entrada “extra” deve ser de um inversor para a entrada **A** no cálculo do **Borrow** na subtração.
- Esse inversor deve ser “controlado”, pois no caso de soma, a entrada **A** não deve ser invertida (**Carry**).

Somador Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$C_{out} = AB + AC_{in} + BC_{in}$$

Subtrator Completo

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$T_{out} = \bar{A}B + \bar{A}T_{in} + BT_{in}$$

Inversor Controlado (“Porta X-OR”)

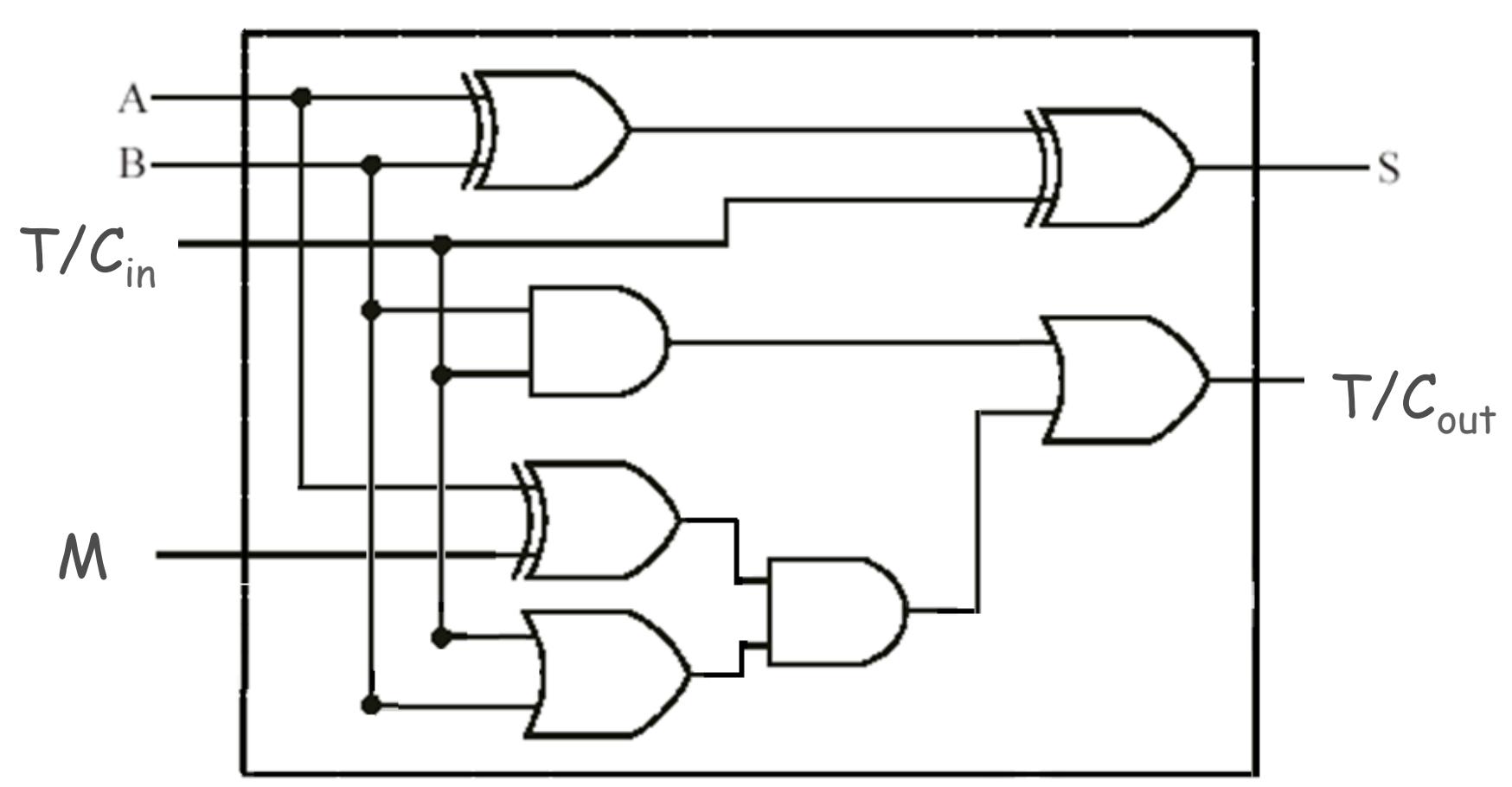
Pode ser utilizado uma porta X-OR como um inversor controlado!

TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$S = A \oplus B$$

5. Circuito Somador/Substrator



$M = 0 \Rightarrow$ soma

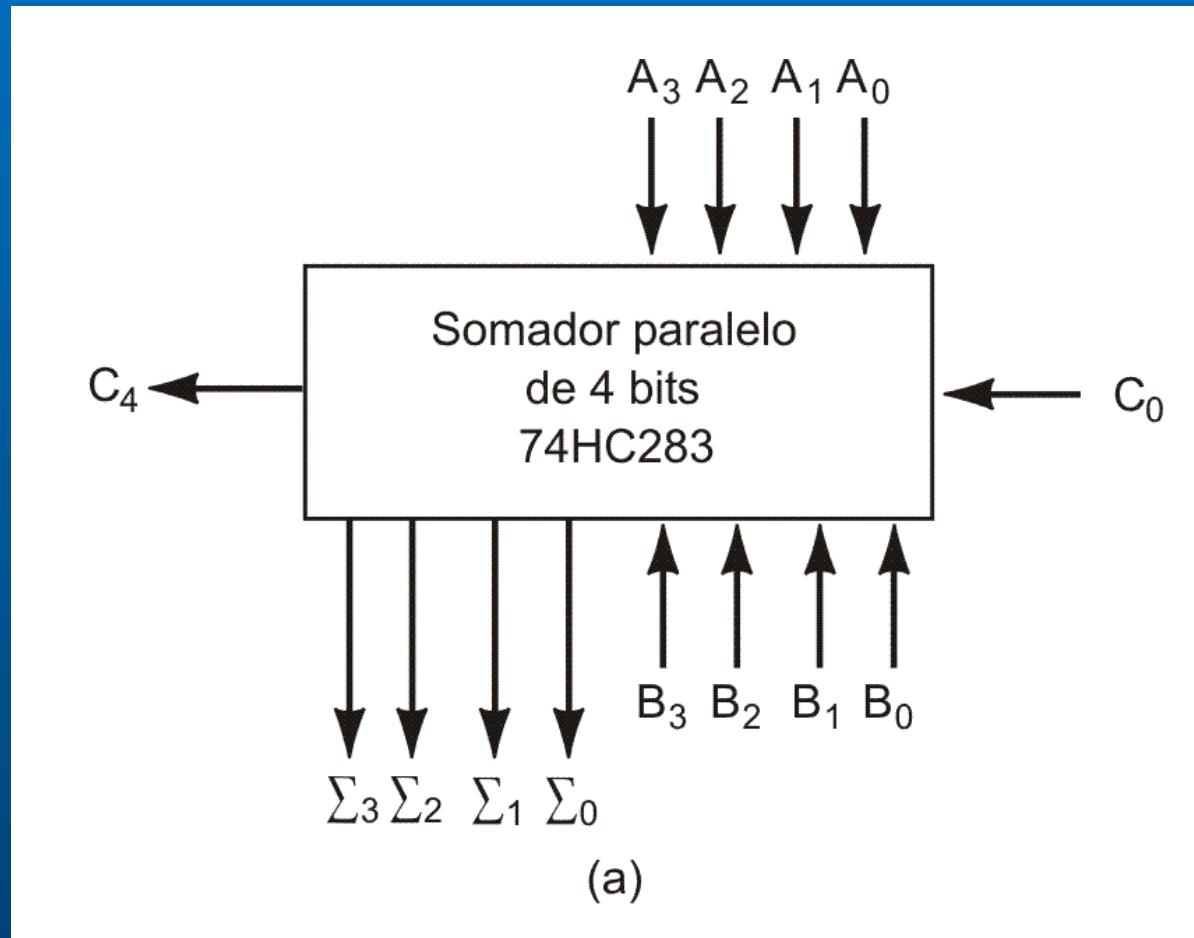
$M = 1 \Rightarrow$ subtração

5. Circuito Somador/Subtrator

- Na prática, o circuito somador pode ser utilizado também como subtrator considerando o método de subtração por complemento de 2;
- A saída da subtração pode ser produzida pelo circuito somador já que uma subtração pode ser considerada como a soma de um número com o complemento de 2 do outro número.
- Assim, para a operação de subtração, uma das entradas do somador deve ser invertida e somada 1 ao bit menos significativo para o cálculo do complemento de 2 desse número.

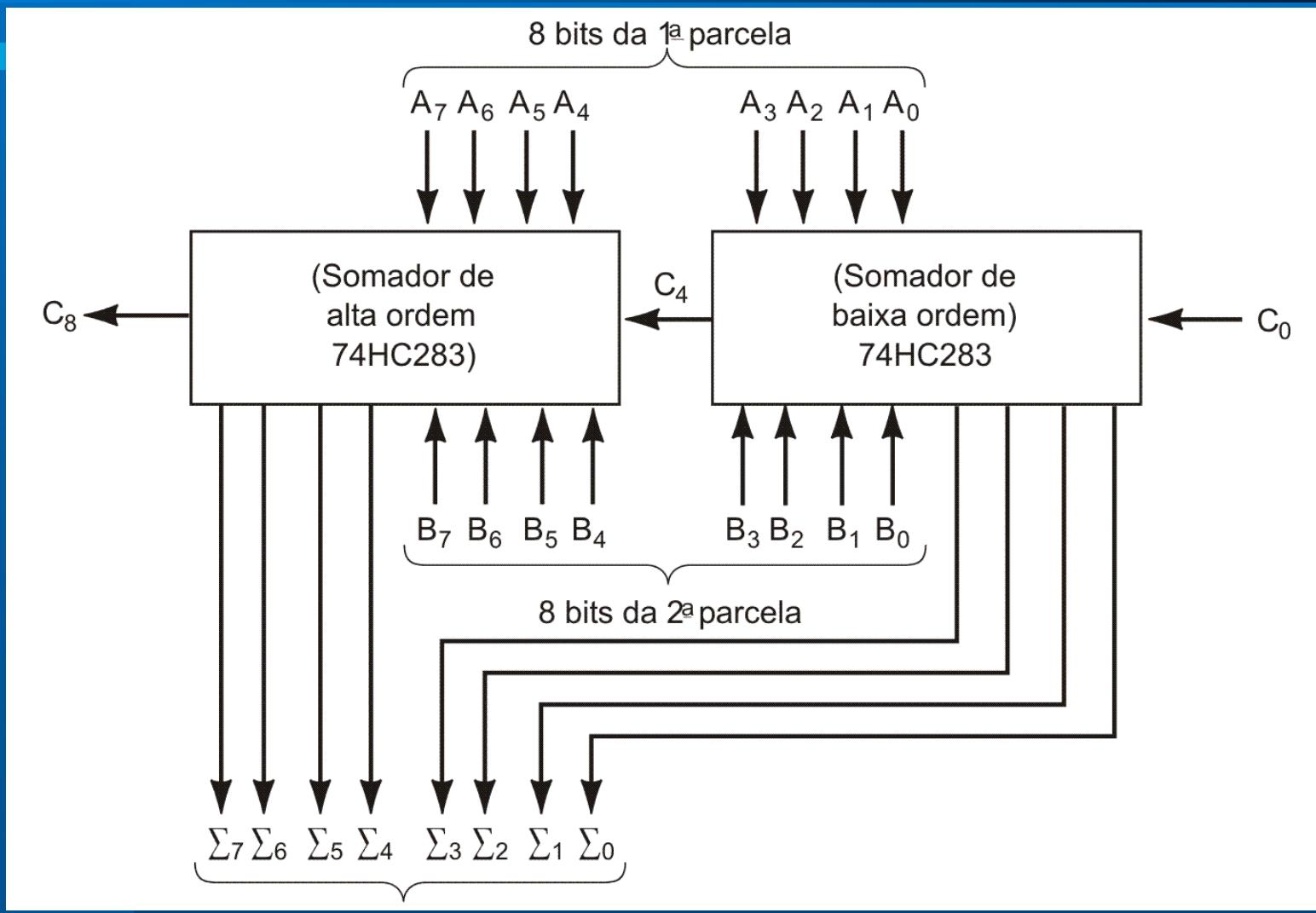
Somador Paralelo de 4 bits

6. Circuito Integrado 74283



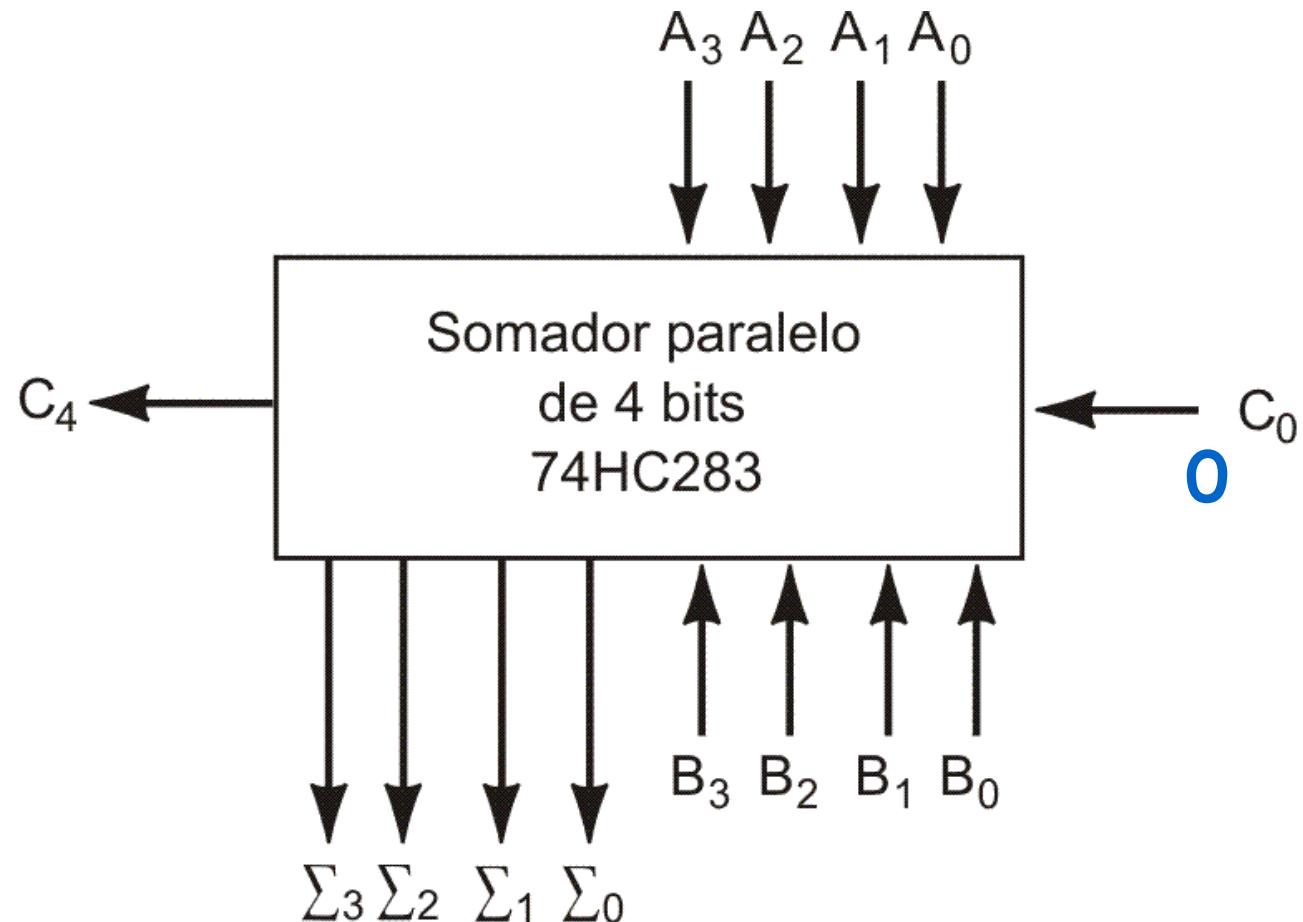
Somador Paralelo de 8 bits

6. Circuito Integrado 74283



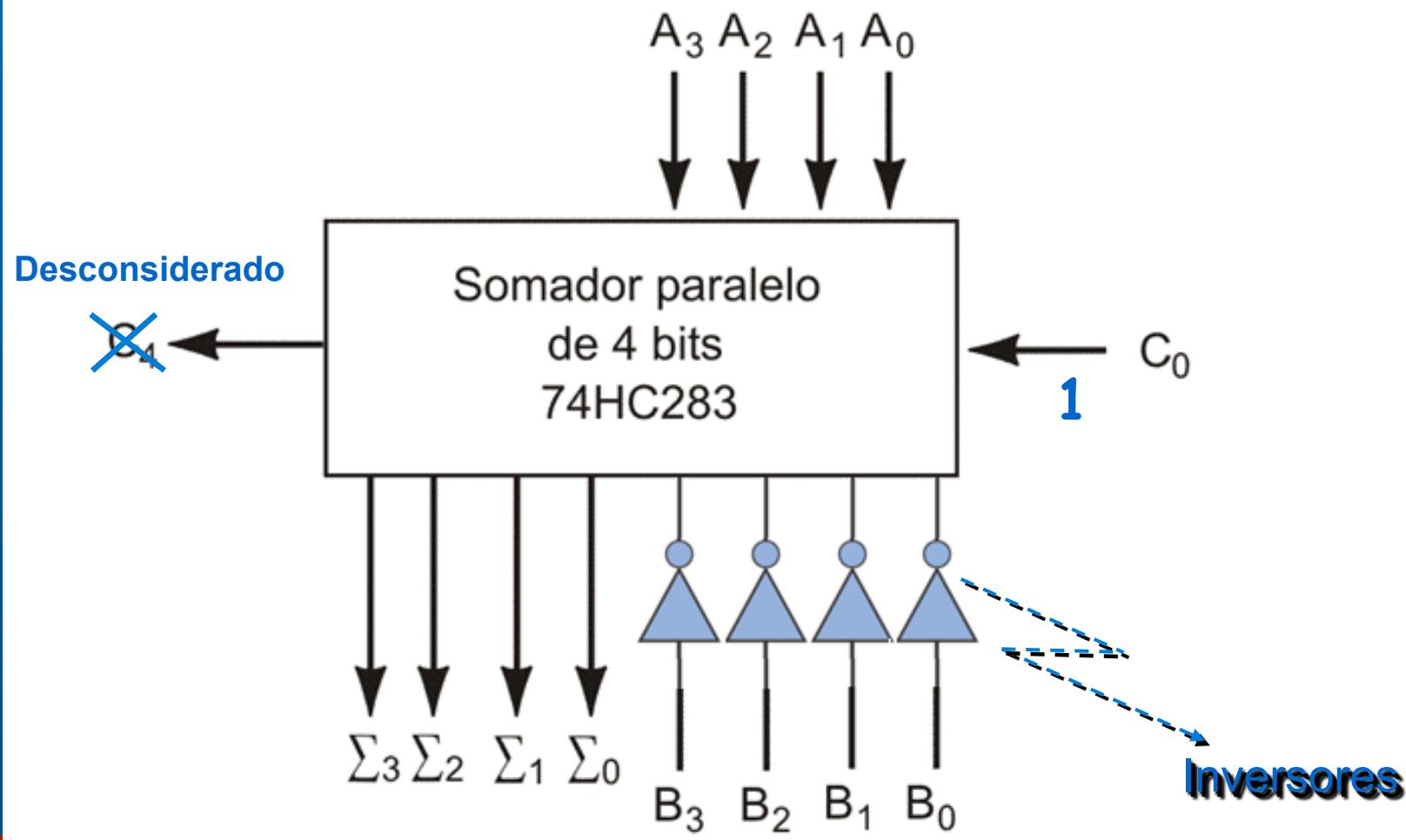
Somador Paralelo de 4 bits

6. Operação SOMA



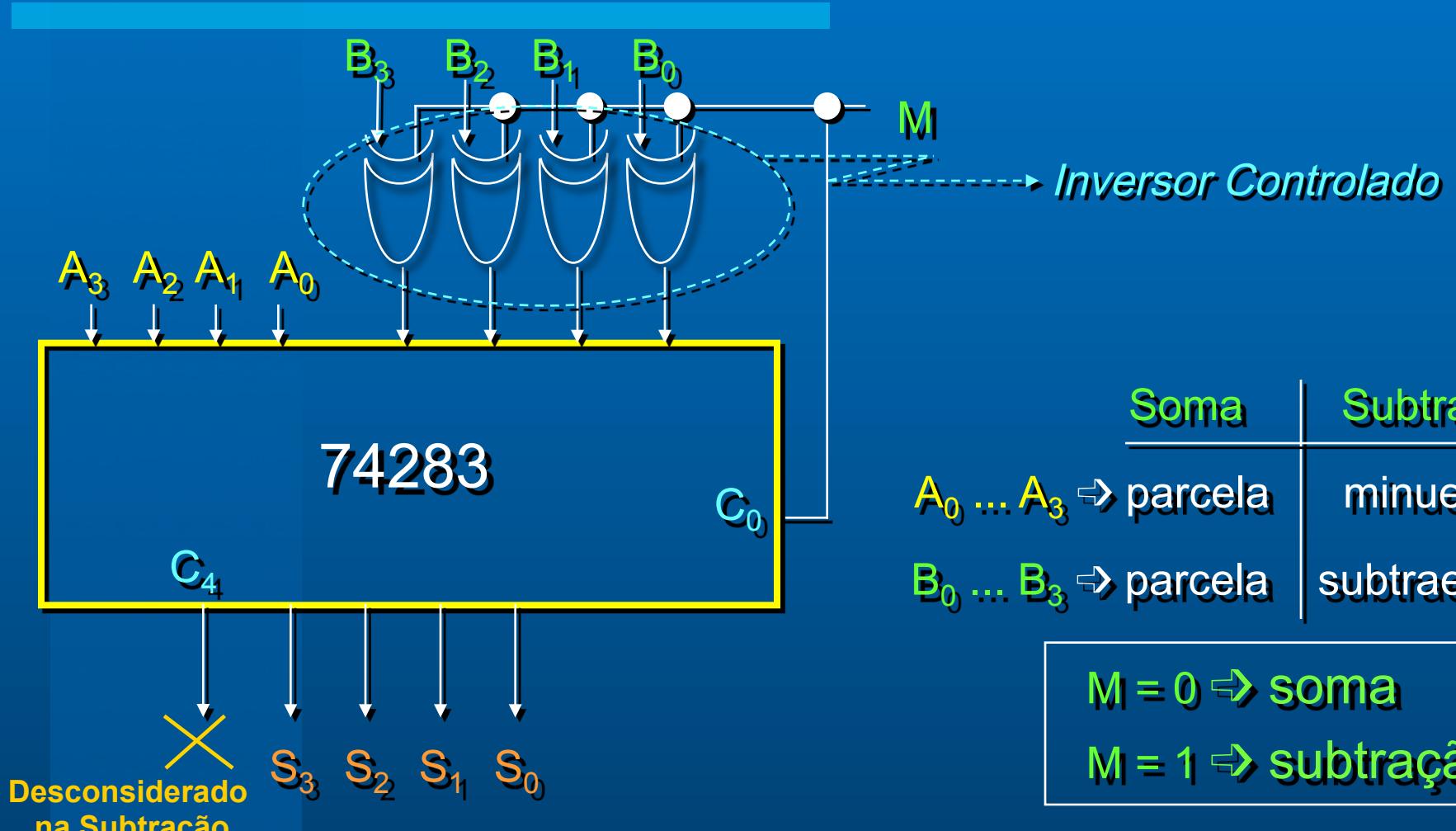
Somador Paralelo de 4 bits

7. Operação SUBTRAÇÃO (complemento de 2)



Somador Paralelo de 4 bits

8. Operação de Soma e Subtração



9. Unidade Lógica e Aritmética (ALU)

- Circuitos digitais que efetuam operações lógicas e operações aritméticas entre dois números binários;
- Presente nos microprocessadores.

9. Circuito Integrado 74382 (ALU)

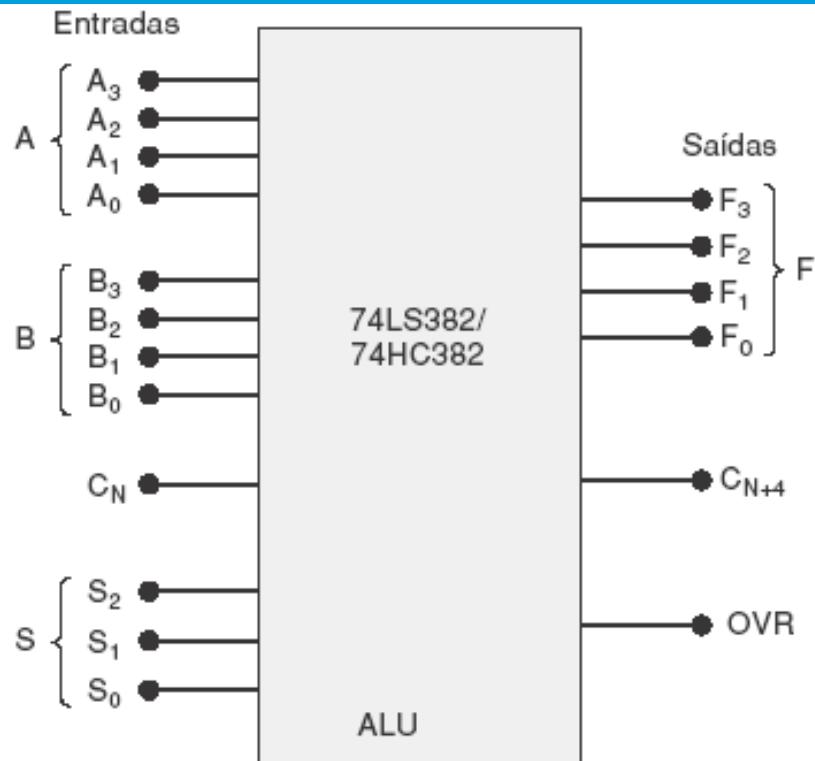


Tabela de funções

S ₂	S ₁	S ₀	Operação	Comentários
0	0	0	CLEAR	$F_3F_2F_1F_0 = 0000$
0	0	1	B menos A	$\} \text{Necessariamente } C_N = 1$
0	1	0	A menos B	$\} \text{Necessariamente } C_N = 0$
0	1	1	A mais B	
1	0	0	A \oplus B	Exclusive-OR
1	0	1	A + B	OR
1	1	0	AB	AND
1	1	1	PRESET	$F_3F_2F_1F_0 = 1111$

Notas: Entradas S selecionam a operação
OVR = 1 para overflow de número com sinal.

(b)

A = número de entrada de 4 bits
B = número de entrada de 4 bits
 C_N = carry na posição LSB
S = entradas de seleção de 3 bits

F = número de saída de 4 bits
 C_{N+4} = carry de saída da posição MSB
OVR = indicador de overflow

FIM