Aula 3

Álgebra de Boole

SEL 0414 - Sistemas Digitais

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1.1. POSTULADOS

(a) Complemento

$\bar{A}$ = complemento de A

- $A = 0 \Rightarrow \bar{A} = 1$
- $A = 1 \Rightarrow \bar{A} = 0$

1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1.1. POSTULADOS

(b) Adição

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 1$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} A + 0 = A \\ A + 1 = 1 \end{array}}$

$\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} A + A = A \\ A + \bar{A} = 1 \end{array}}$

1.1. POSTULADOS

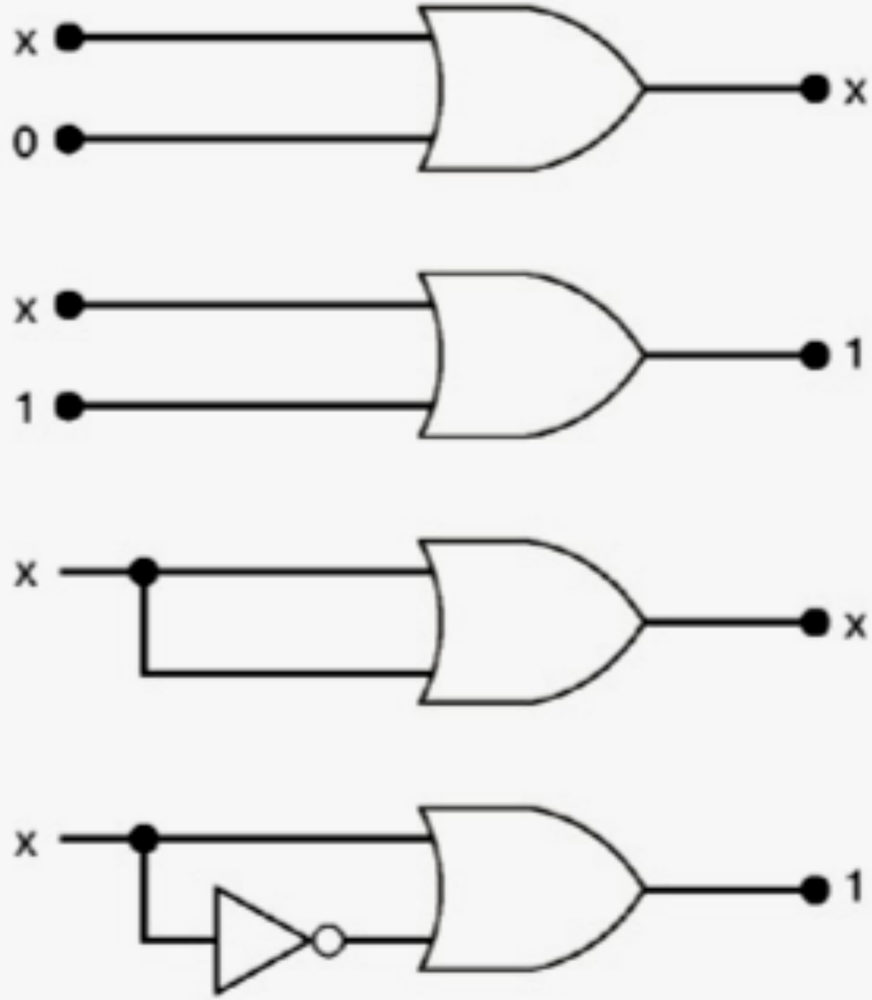
(b) Adição

(5) $x + 0 = x$

(6) $x + 1 = 1$

(7) $x + x = x$

(8) $x + \bar{x} = 1$



1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1.1. POSTULADOS

(c) Multiplicação

$$0 \cdot 0 = 0$$
$$0 \cdot 1 = 0$$
$$1 \cdot 0 = 0$$
$$1 \cdot 1 = 1$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} A \cdot 0 = 0 \\ A \cdot 1 = A \end{array}}$

$\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} A \cdot A = A \\ A \cdot \bar{A} = 0 \end{array}}$

1.1. POSTULADOS

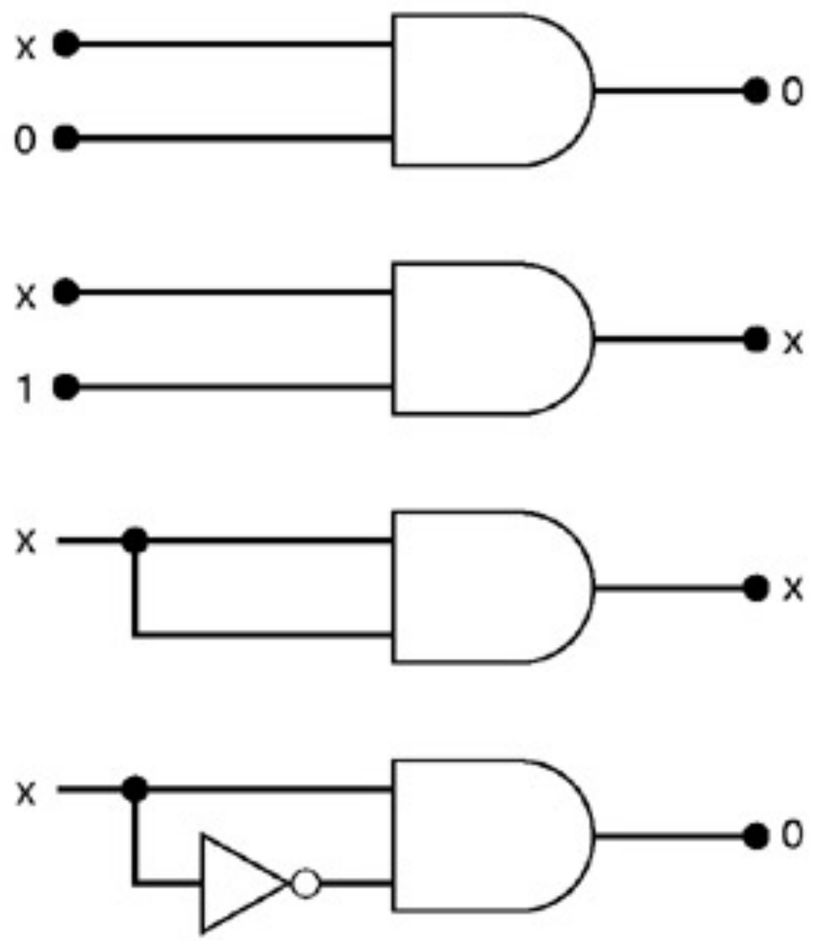
(c) Multiplicação

(1) $x \cdot 0 = 0$

(2) $x \cdot 1 = x$

(3) $x \cdot x = x$

(4) $x \cdot \bar{x} = 0$



1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1.2. PROPRIEDADES

(a) Comutativa ⇨

- $A + B = B + A$
- $A \cdot B = B \cdot A$

(b) Associativa ⇨

- $A + (B+C) = (A+B) + C$
  $= A + B + C$
- $A \cdot (BC) = (AB) \cdot C = ABC$

(c) Distributiva ⇨

$A \cdot (B+C) = AB + AC$

1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1° TEOREMA DE De Morgan

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

⇨

A	B	$\overline{AB}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

1. ÁLGEBRA DE BOOLE

2° TEOREMA DE De Morgan

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

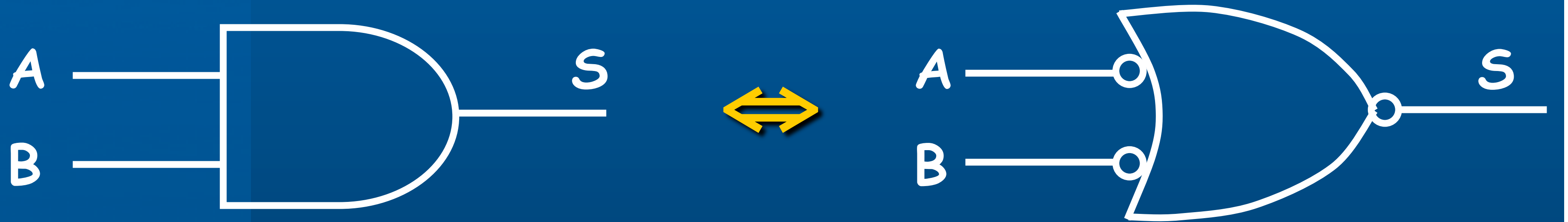
⇨

A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\,\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

EQUIVALÊNCIA ENTRE BLOCOS LÓGICOS

1° TEOREMA DE DE MORGAN: $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

Colocando um inversor na saída obtém-se:



EQUIVALÊNCIA ENTRE BLOCOS LÓGICOS

1° TEOREMA DE DE MORGAN: $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

Colocando um inversor na saída obtém-se:

2. ÁLGEBRA DE BOOLE

2.4. OUTRAS IDENTIDADES

(a) $\overline{\overline{A}} = A$

(b) $A + A \cdot B = A$

(c) $A + \overline{A}\,B = A + B$

(d) $(A + B)\,(A + C) = A + B \cdot C$

Exercícios:

Simplificar as expressões:

1. $S = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$

2. $S = (\bar{A} + B) \cdot (A + B)$

3. $S = ABC + A\bar{C} + A\bar{B}$

4. $S = \overline{(\bar{A} + C) \cdot (\bar{A} + D)}$

Universalidade das portas NAND e NOR

UNIVERSALIDADE DAS PORTAS *NAND* E *NOR*

- **Todas as expressões Booleanas consistem de combinações de funções OR, AND e NOT;**

- **Portas NAND e NOR são universais, ou seja, podem se "transformar" em qualquer outra porta lógica e podem, portanto, ser usadas para representar qualquer expressão Booleana;**

Porta NAND

1. INVERSOR a partir de uma porta "NAND"

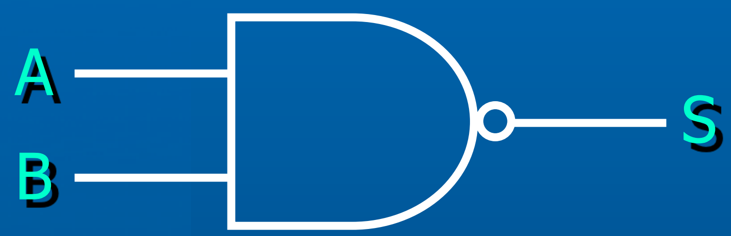


TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Porta NAND

1. INVERSOR a partir de uma porta “NAND”

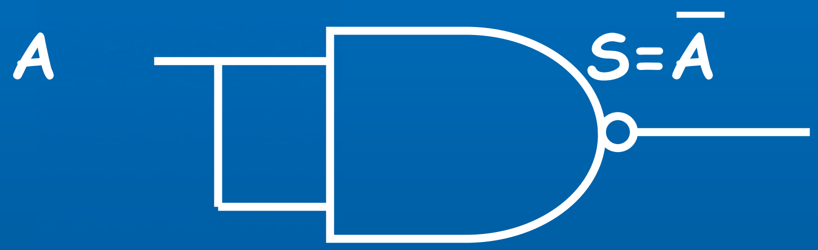
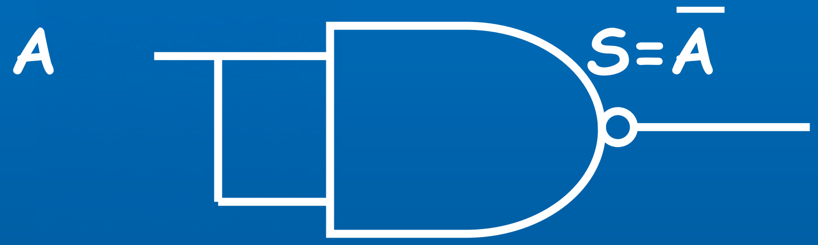


TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Porta NAND

1. INVERSOR a partir de uma porta “NAND”



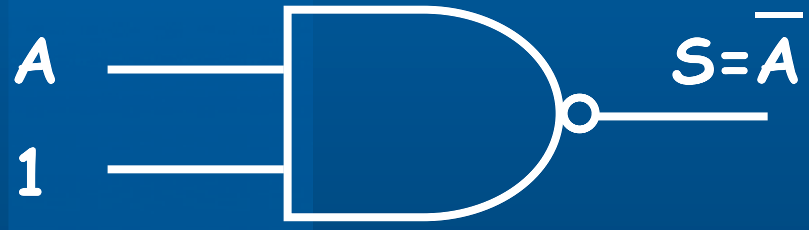
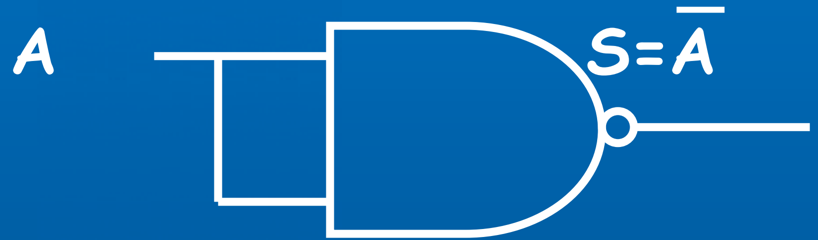


TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

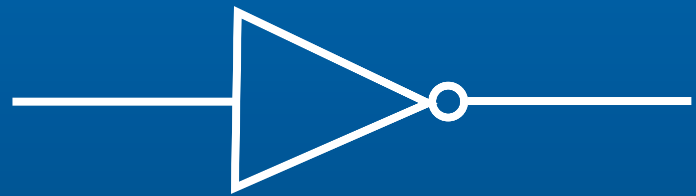
Porta NAND

1. INVERSOR a partir de uma porta “NAND”



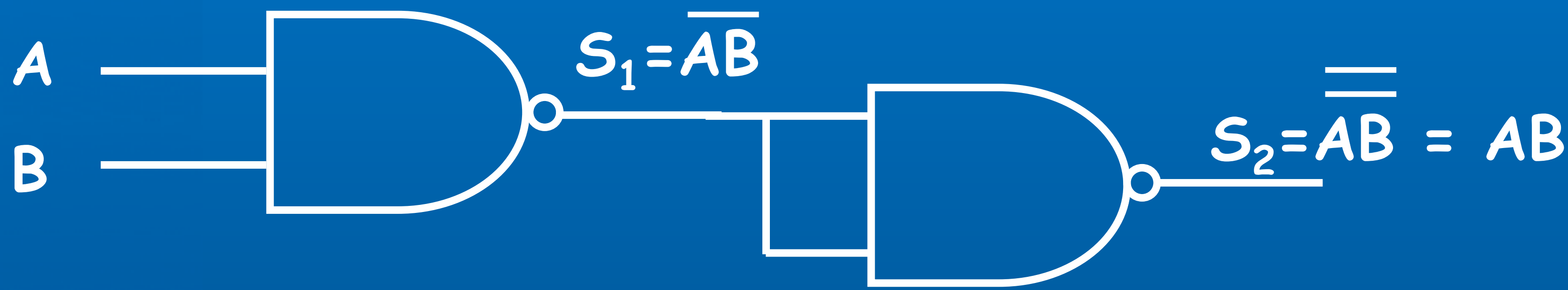
A	S
0	1
1	0

=



Porta NAND

2. Porta “AND” a partir de duas portas “NAND”



||

Porta NAND

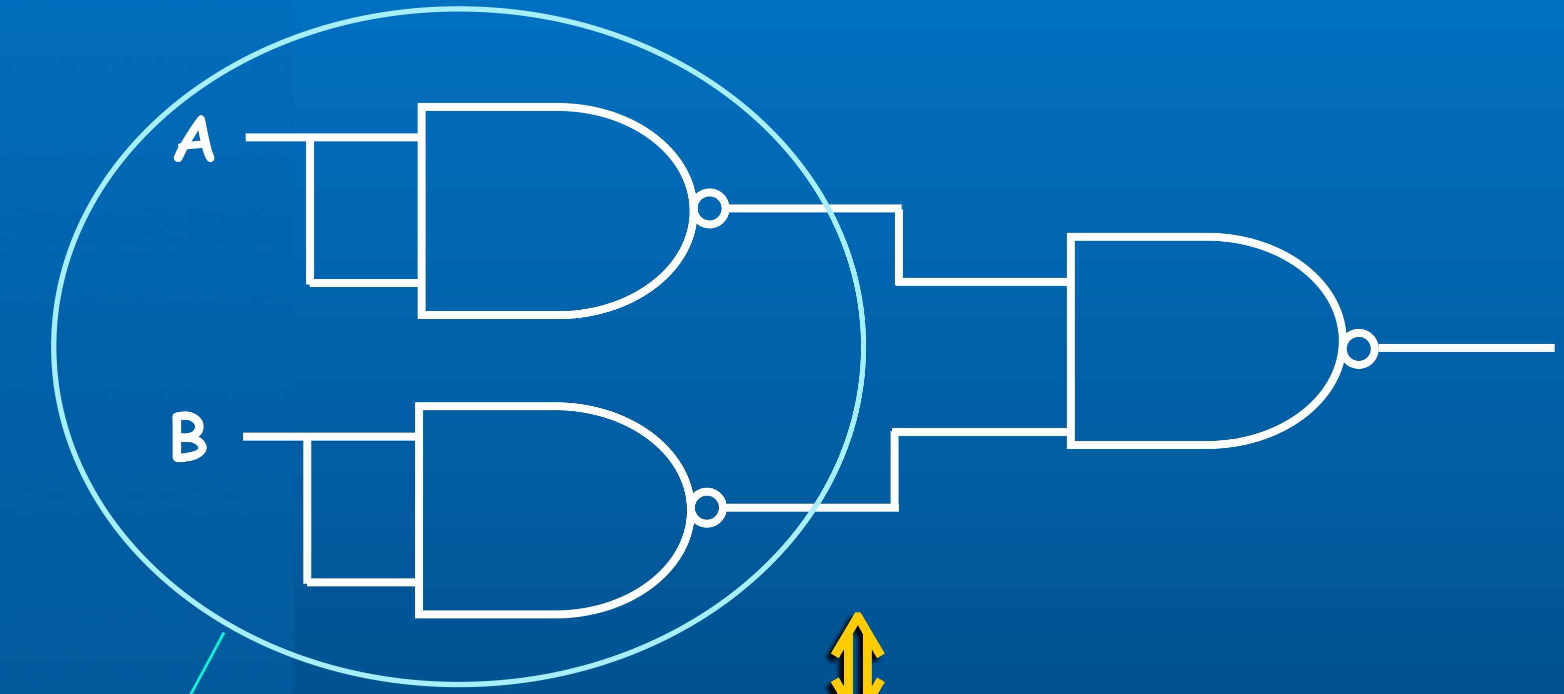
3. Porta “OR” a partir de três portas “NAND”

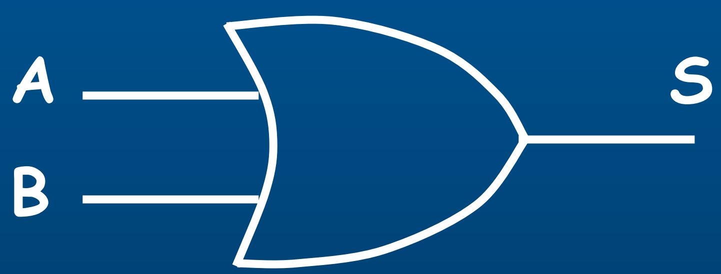
Pelo Teorema de De Morgan temos:

$$\overline{(\bar{A} \cdot \bar{B})} = \overline{\overline{(A + B)}} = A + B$$

Porta NAND

3. Porta “OR” a partir de três portas “NAND”





Porta NOR

1. INVERSOR a partir de uma porta "NOR"

TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Porta NOR

1. INVERSOR a partir de uma porta "NOR"

TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Porta NOR

1. INVERSOR a partir de uma porta “NOR”

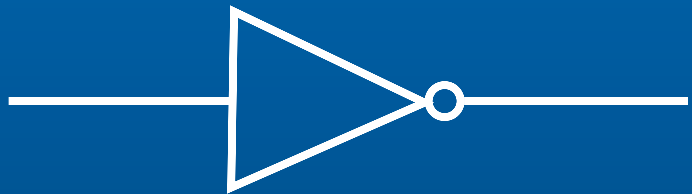
TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Porta NOR

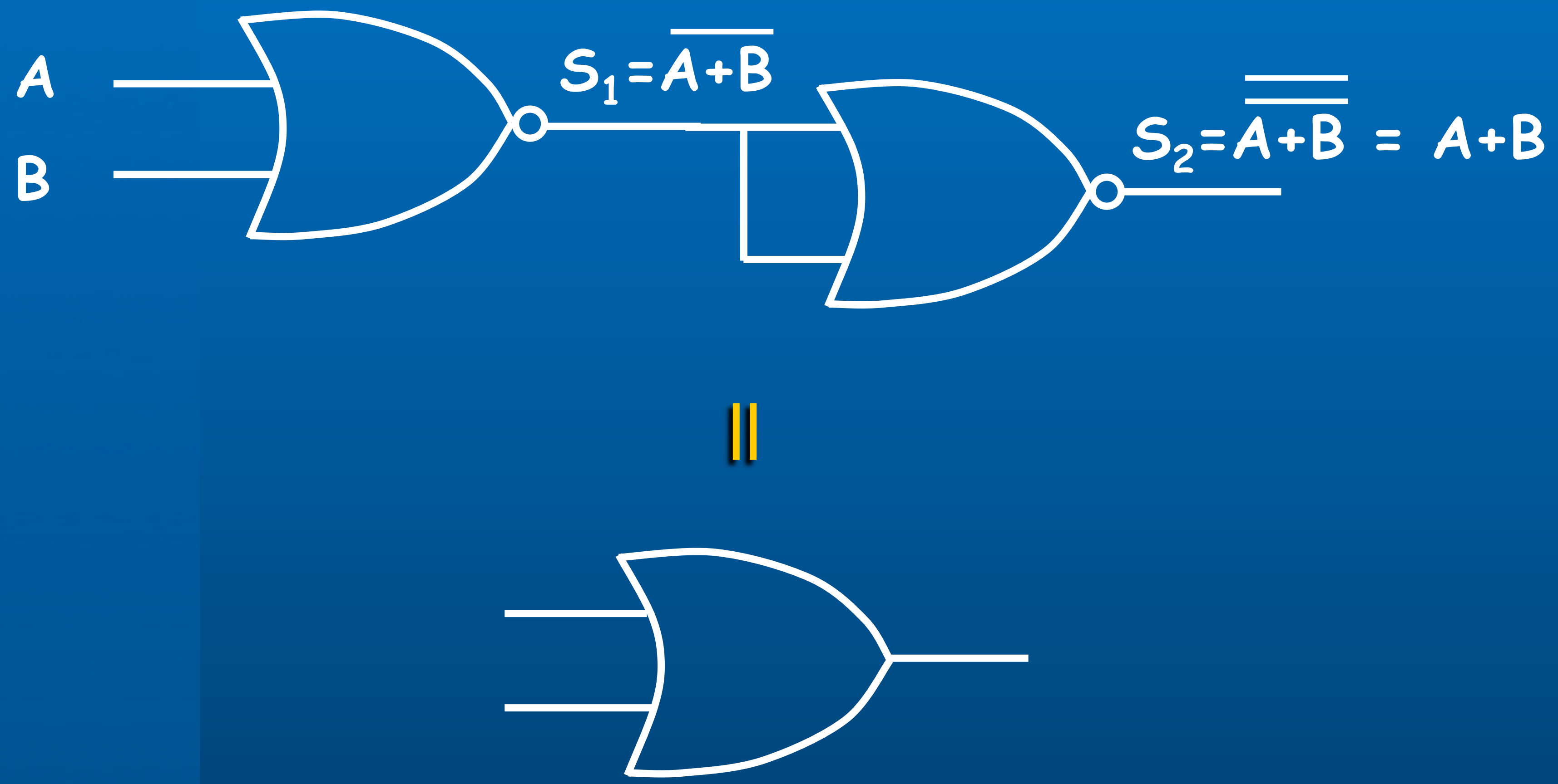
1. INVERSOR a partir de uma porta "NOR"

A	S
0	1
1	0



Porta NOR

2. Porta “OR” a partir de duas portas “NOR”



Porta NOR

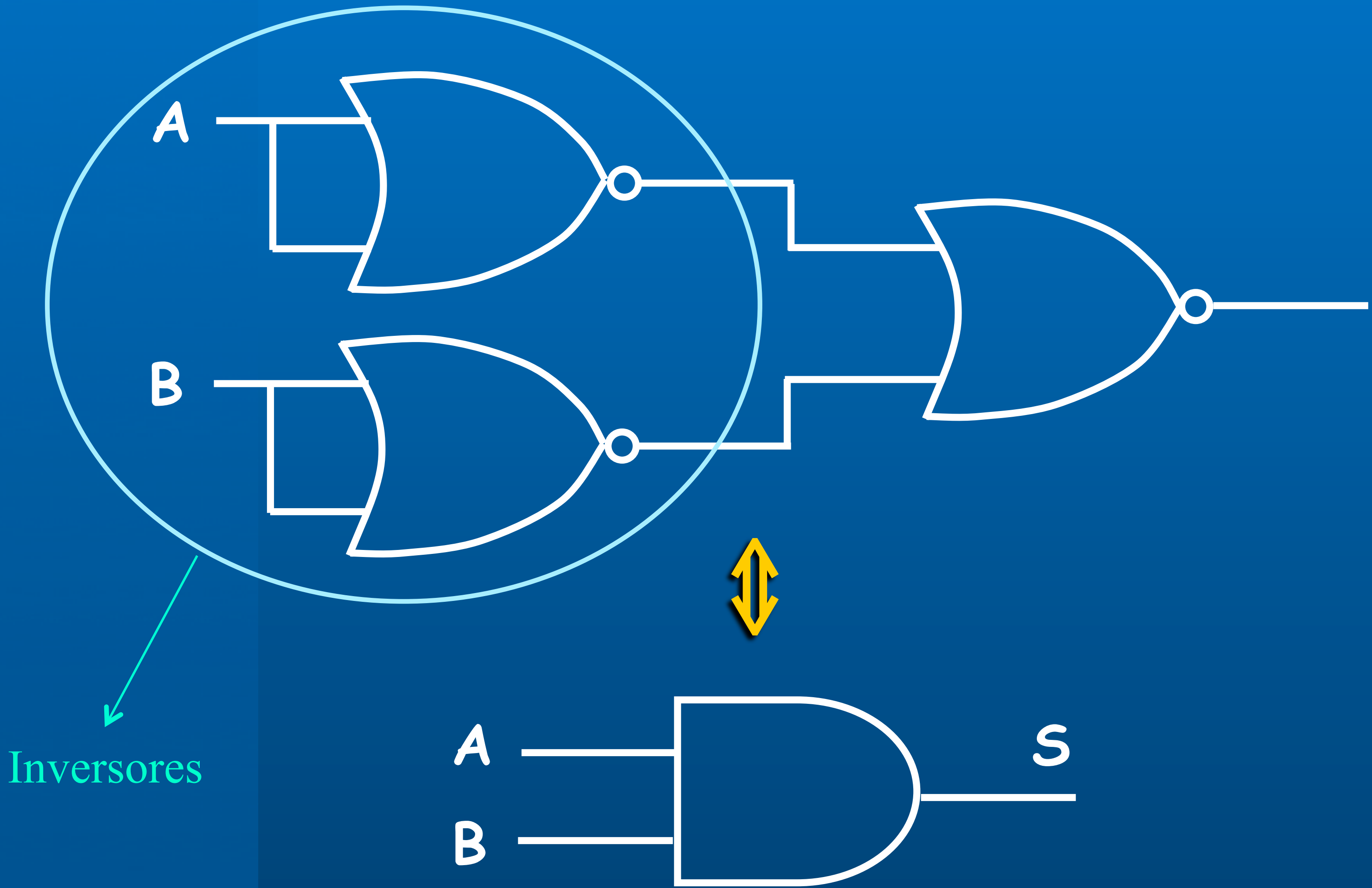
3. Porta “AND” a partir de três portas “NOR”

Pelo Teorema de De Morgan temos:

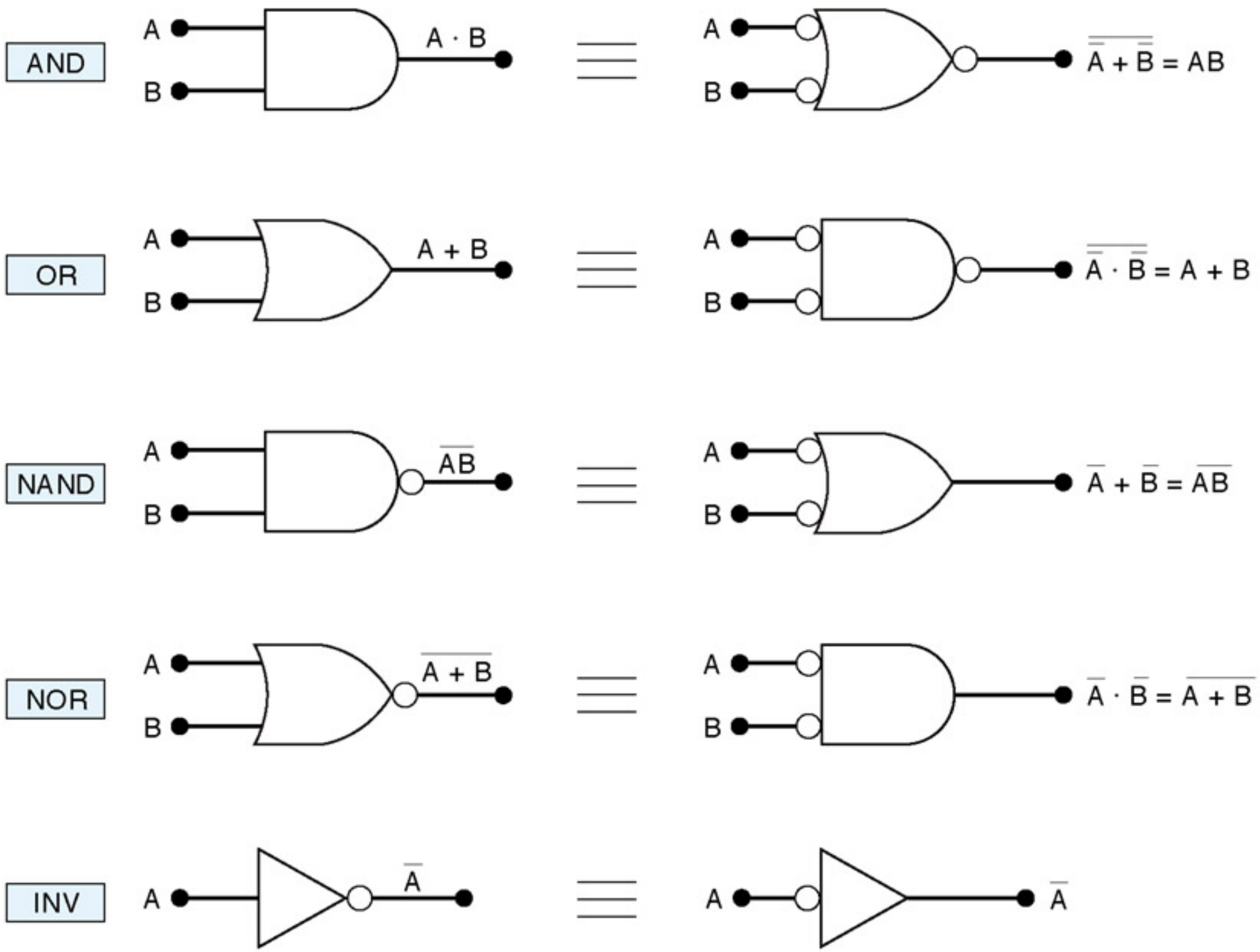
$$\overline{(\overline{A} + \overline{B})} = \overline{\overline{(A \cdot B)}} = A \cdot B$$

Porta NOR

3. Porta “AND” a partir de três portas “NOR”



Resumo



AND
A
B
A · B
A
B
$\overline{\overline{A} + \overline{B}} = AB$
OR
A
B
A + B
A
B
$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = A + B$
NAND
A
B
$\overline{AB}$
A
B
$\overline{A} + \overline{B} = \overline{AB}$
NOR
A
B
$\overline{A + B}$
A
B
$\overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A + B}$
INV
A
$\overline{A}$
A
$\overline{A}$

FIM