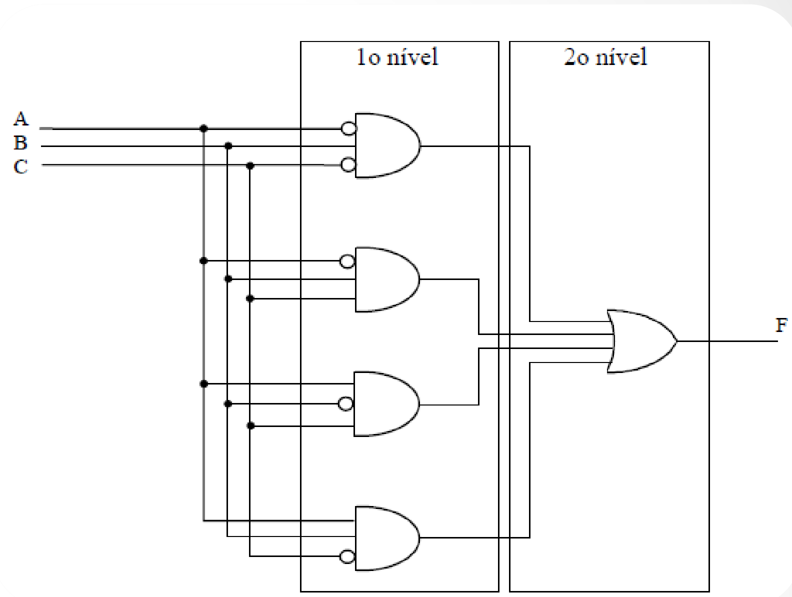
Circuitos Digitais

Engenharia Elétrica/Engenharia de Automação/
Engenharia de Computação/Sistemas de Informação/
Ciência da Computação/Tecnologia de Redes

Prof. VICTOR MARQUES MIRANDA

CONTEÚDOS



Unidade 5

Redes Combinacionais e Minimização Lógica

Objetivos

- ✓ Redes de 2 Níveis
- ✓ Métodos de Minimização
  - ✓ Mapa de Karnaugh

Resumos de Portas Lógicas

- NOT
- AND
- OR
- NAND
- NOR
- XOR
- XNOR

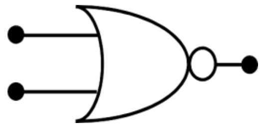
Será que lembramos do funcionamento de todas?

Vamos reescrever todas as funções no quadro...

Usos Interessantes de Portas

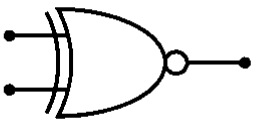
- Detectando somente 0’s: Porta NOR

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



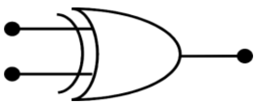
- Detectando igualdade usando XNOR

x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



- Gerando e detectando paridade usando XOR
  - Saída = 1 somente quando há um número ímpar de 1’s.

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



  - ***Método de Paridade** é uma das técnicas mais simples e mais usadas para detecção de erros em sistemas de transmissão de dados.*
  - ***Bit de paridade** consiste em um bit extra anexado ao conjunto de bits do código a ser transferido de uma localidade para outra.*

....

Completude de AND/OR/NOT, AND/NOT, OR/NOT, NAND, NOR

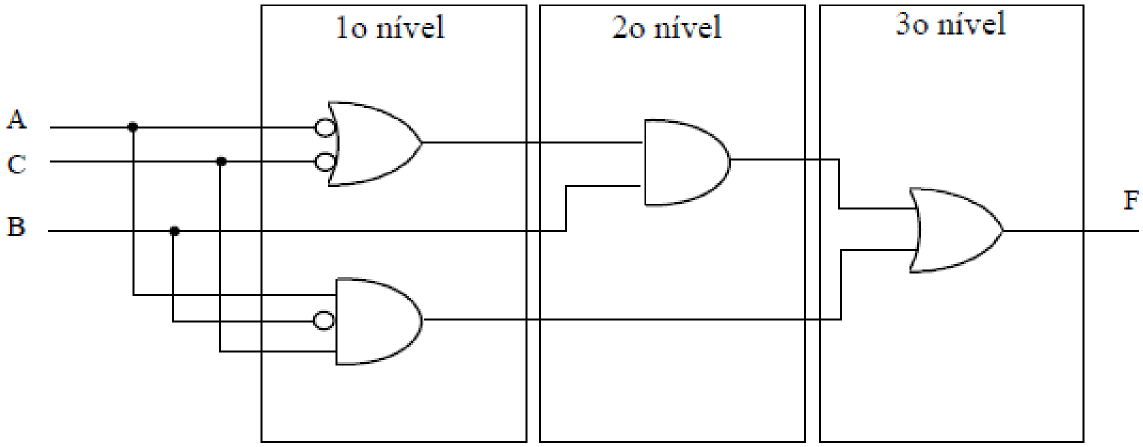
- Com **AND, OR e NOT,** podemos implementar qualquer função .
- **E somente com AND e NOT?**
  - Também! Veja que (a'b')' = a''+b'' = a + b (De Morgan)
- **E somente com OR e NOT?**
  - Também! Veja que (a'+b')' = a''b'' =ab (De Morgan)
- **E somente com portas NAND?**
  - Também! a NAND a = NOT (a)
  - E com NOT(a NAND b) = a AND b
  - NAND = Porta Universal
- **E somente com portas NOR?**
  - Também! a NOR a = NOT (a)
  - E com NOT(a NOR b) = a OR b
  - NOR = Porta Universal

Redes de 2 Níveis

Redes de Portas Lógicas

- Uma **rede de portas lógicas** é uma interconexão de portas que implementa um sistemas combinacional (binário) e consiste em:

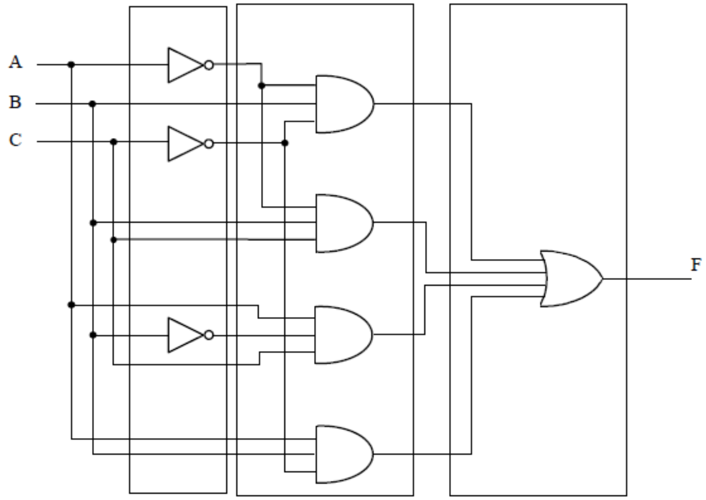
  - portas;
  - entradas;
  - saídas externas;
  - conexões.



Circuito Multinível – Forma Fatorada

Redes de Portas Lógicas

- Vimos que qualquer sistema combinacional pode ser implementado por uma rede formada:
  - por um nível de portas NOT, um segundo de portas AND e um terceiro nível de portas OR - **SOP**;
  - por um nível de portas NOT, um segundo de portas OR e um terceiro nível de portas AND - **POS**;



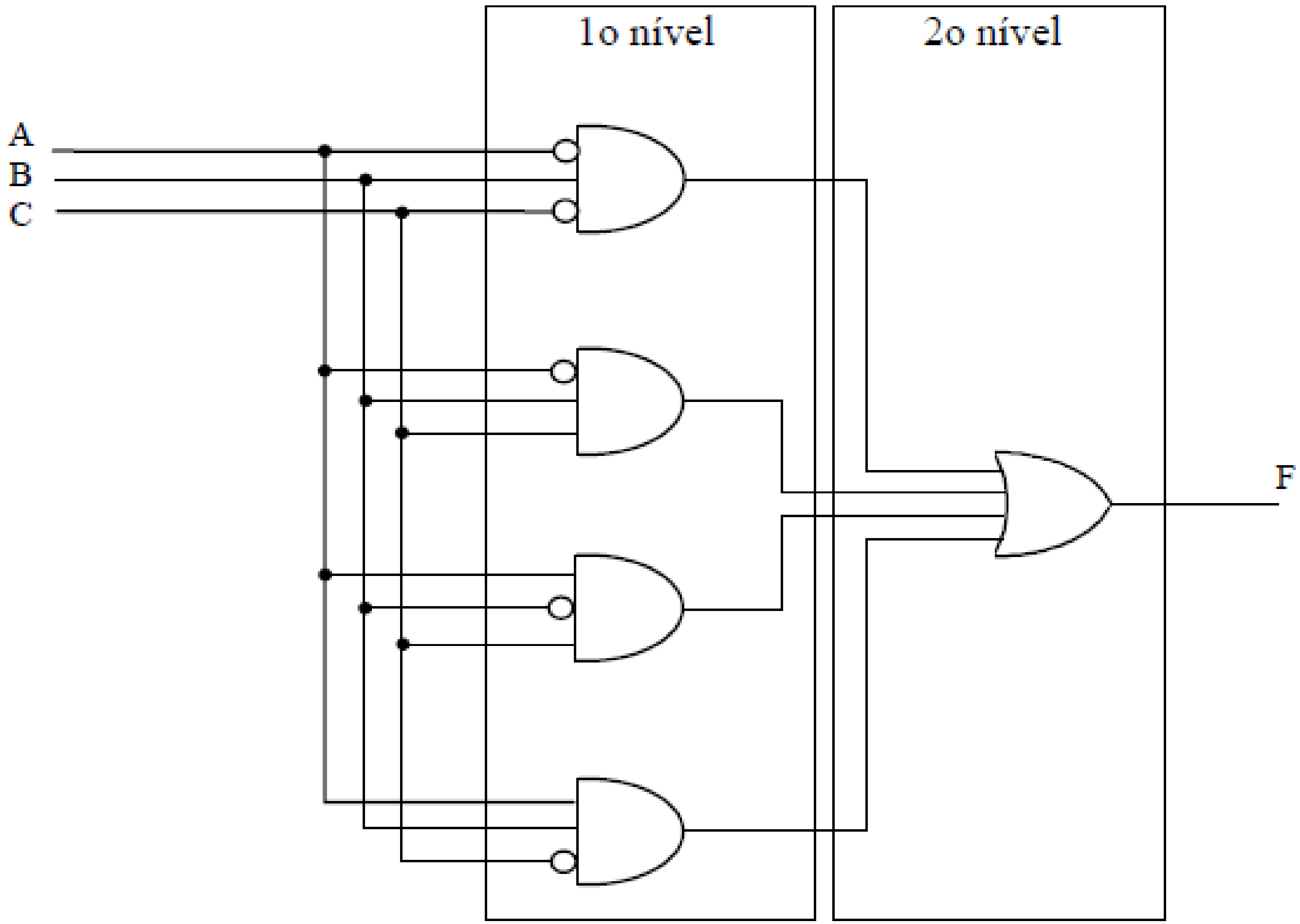
Redes de 2 Níveis

- Se todas as entradas estiverem disponíveis na forma complementada e não-complementada, o primeiro nivel de portas NOT não será necessário e resultará em uma **Rede de Dois Niveis.**

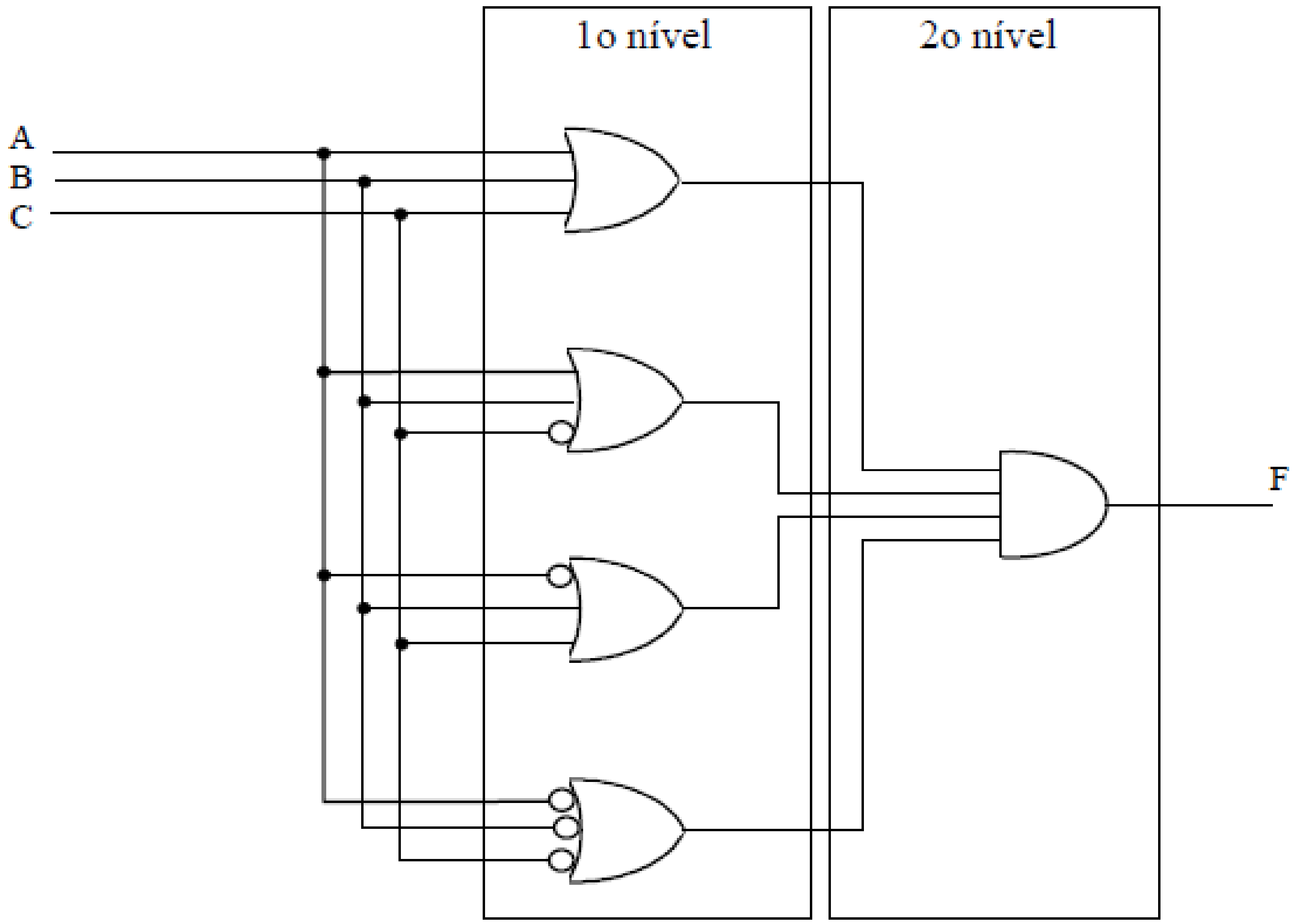
- **Rede AND – OR:**
  - Corresponde a uma Soma de Produtos (1º nível de AND e 2º nível de OR).
  - Facilmente transformável em uma rede NAND – NAND.

- **Rede OR – AND:**
  - Corresponde a um Produto de Somas (1º nível de OR e 2º nível de AND).
  - Facilmente transformável em uma rede NOR – NOR.

Rede AND-OR

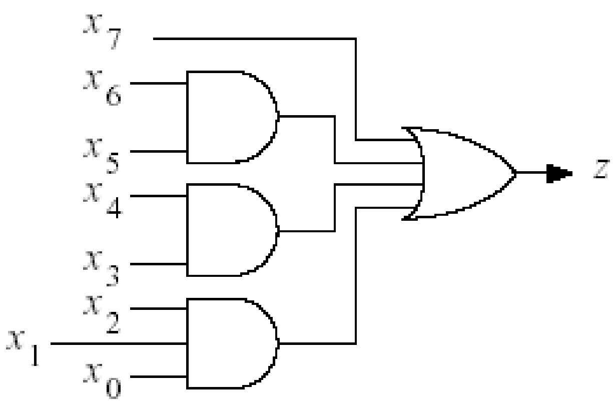


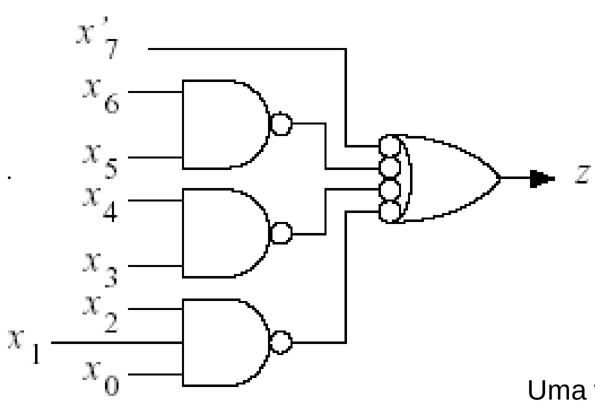
Rede OR-AND



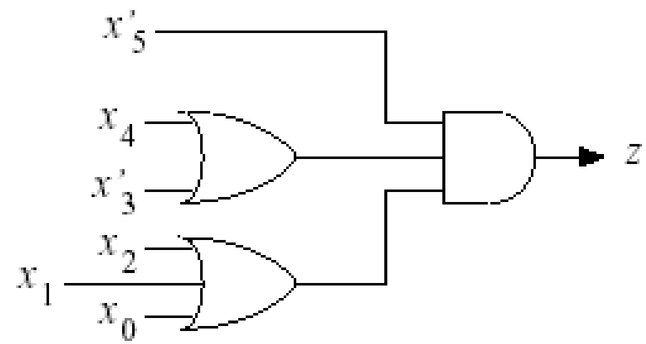
Conversão de Redes 2 Níveis AND-OR e OR-AND para NAND-NAND e NOR-NOR

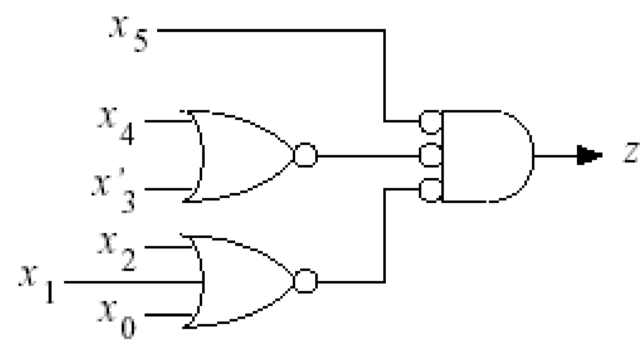
- SoP (AND-OR) para NAND-NAND





- PoS (OR-AND) para NOR-NOR





Uma vez que as portas NAND e NOR em CMOS são mais simples de implementar, estas transformações resultam normalmente em redes com melhores características (por exemplo, tamanho e retardo)

Redes Mínimas de 2 Níveis

- Entradas disponíveis nas formas complementada (x) e não-complementada (x');
- Não há limitação quanto ao número de entradas;
- Possuem somente 1 saída;
- A métrica de minimização consiste em **minimizar o número de portas** com o **número mínimo de entradas** → implementação mais simples e de menor custo.

Técnicas de Minimização

Minimização: Métodos a Estudar

- Qualquer expressão lógica pode ser escrita na forma de soma de produtos ou produto de somas.
- Ou seja, pode ser implementada usando a lógica de 2 níveis.
- Para se ter uma expressão mínima para uma rede de 2 níveis, tanto uma **soma de produtos mínima** como um **produto de somas mínimo** devem ser obtidos.
- 3 métodos de Simplificação:
  - **Simplificação Algébrica**
  - **Mapas de Karnaugh**
  - **Redução Tabular de Quine-McCluskey**

Métodos Algébricos

- A minimização usando este método pode ser vista como:
  - Minimizar o número de termos em uma equação booleana, a qual está na forma de soma de produtos ou produto de somas.
  - Ex:

$$x = (\overline{A} + B)(A + B + D)\overline{D}.$$

$$x = \overline{A}A\overline{D} + \overline{A}B\overline{D} + \overline{A}D\overline{D} + BA\overline{D} + BB\overline{D} + BD\overline{D}$$

$$x = \overline{A}B\overline{D} + AB\overline{D} + B\overline{D}$$

$$x = B\overline{D}(\overline{A} + A + 1)$$

$$x = B\overline{D}$$

Técnicas de Minimização - Mapas de Karnaugh

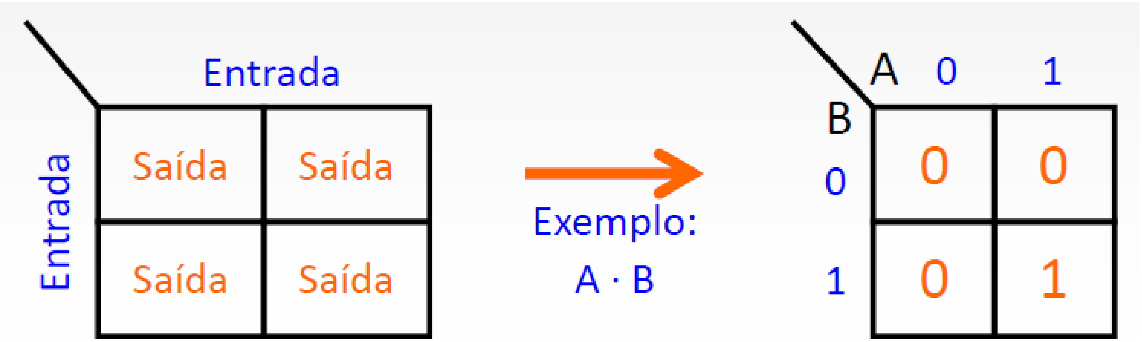
Mapas de Karnaugh (Mapa K)

- Método visual baseado em mapas para representação e minimização de expressões/circuitos lógicos.

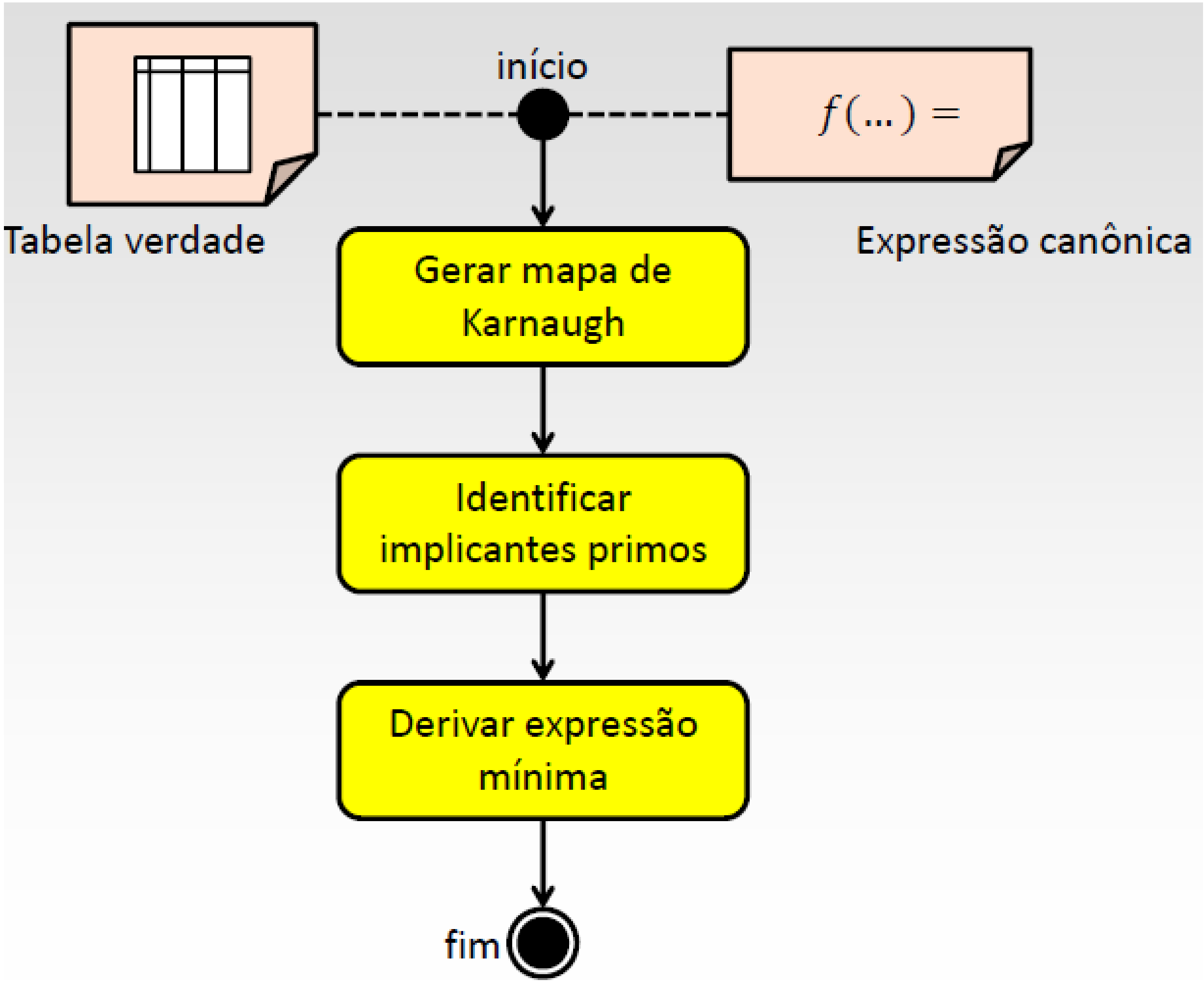
- Funções booleanas podem ser expressas em uma matriz gráfica.

- Os eixos da matriz contêm os bits de entrada.

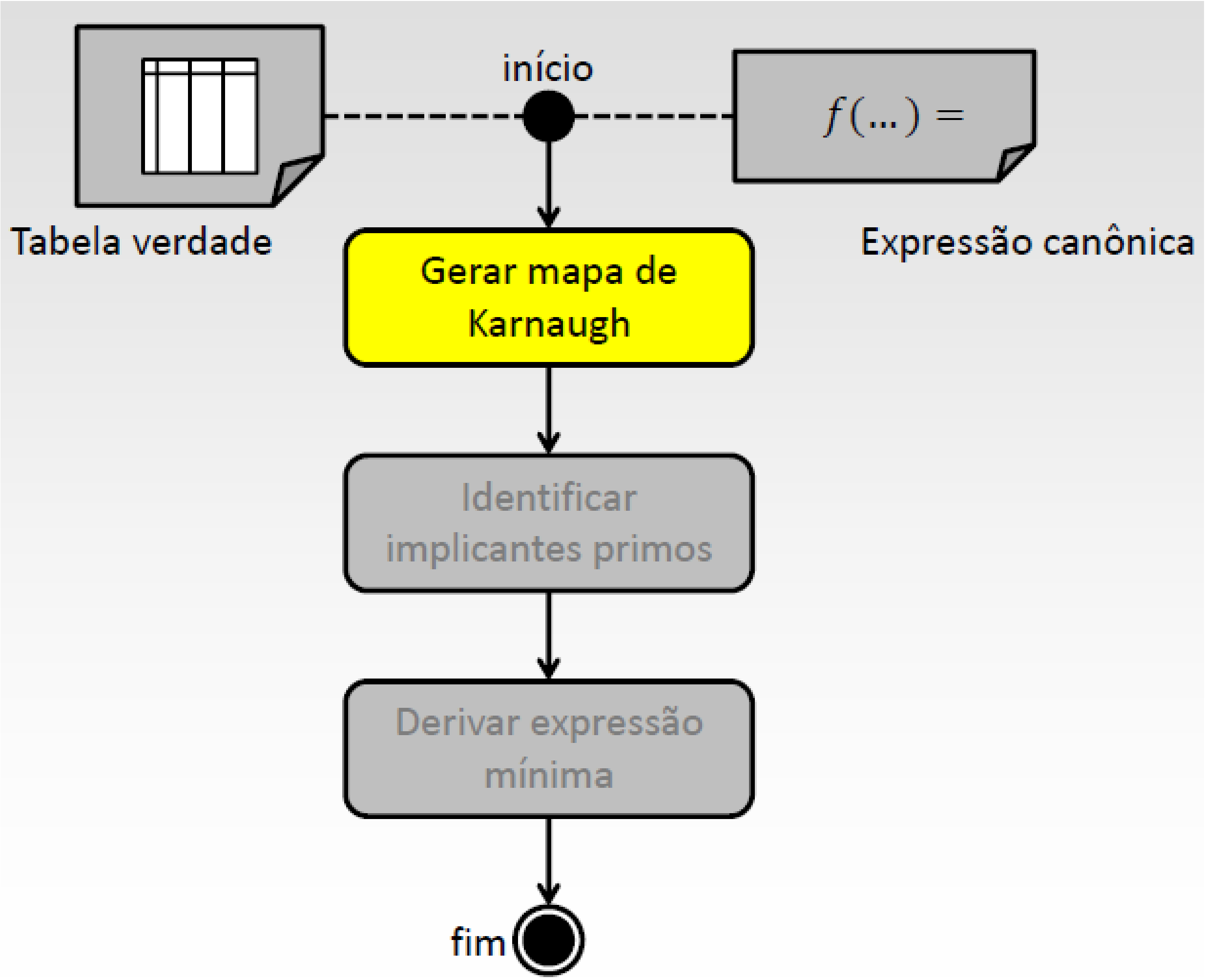
- Cada célula da matriz é preenchida pelos bits de saída, correspondentes à combinação das entradas.



Geração do Mapa

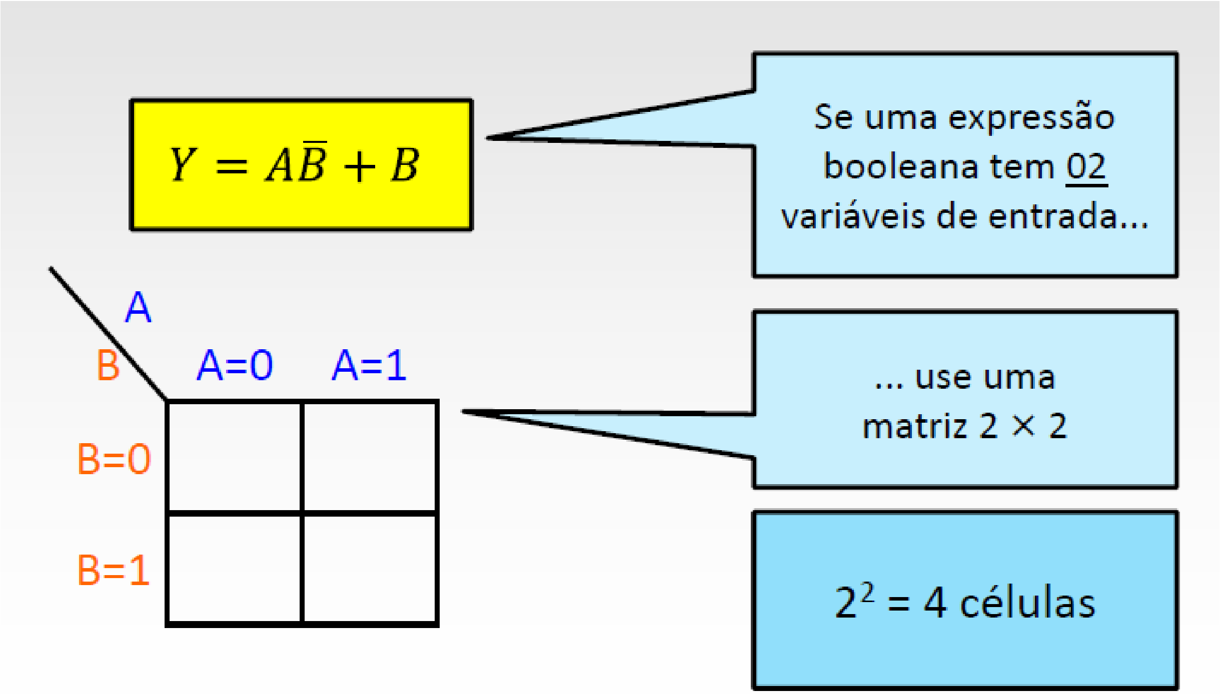


Algoritmo de Simplificação



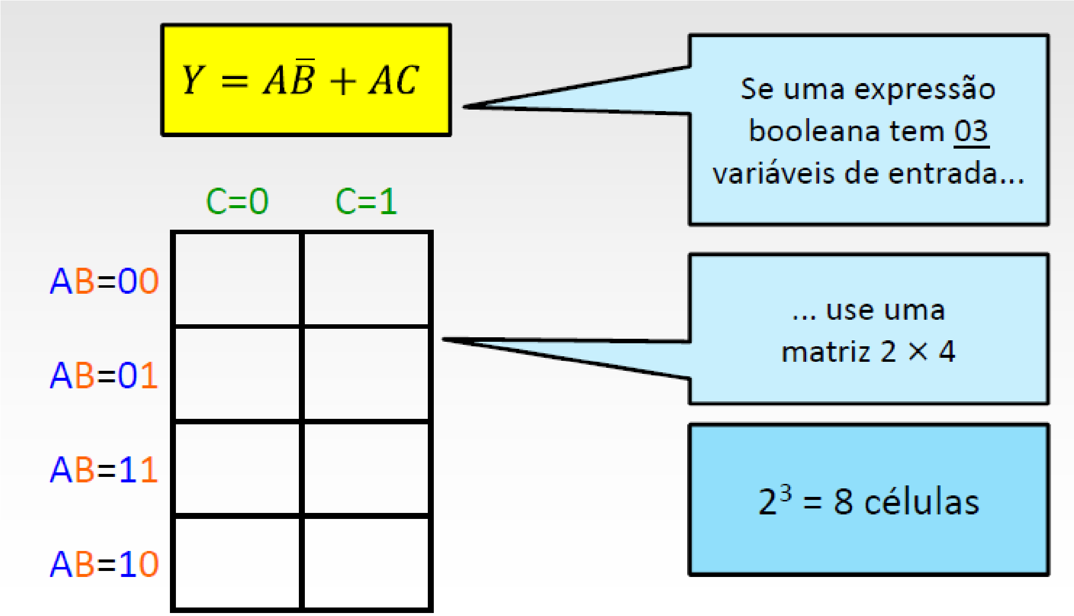
Geração do Mapa

- Para 2 variáveis de entrada, use uma matriz 2x2:



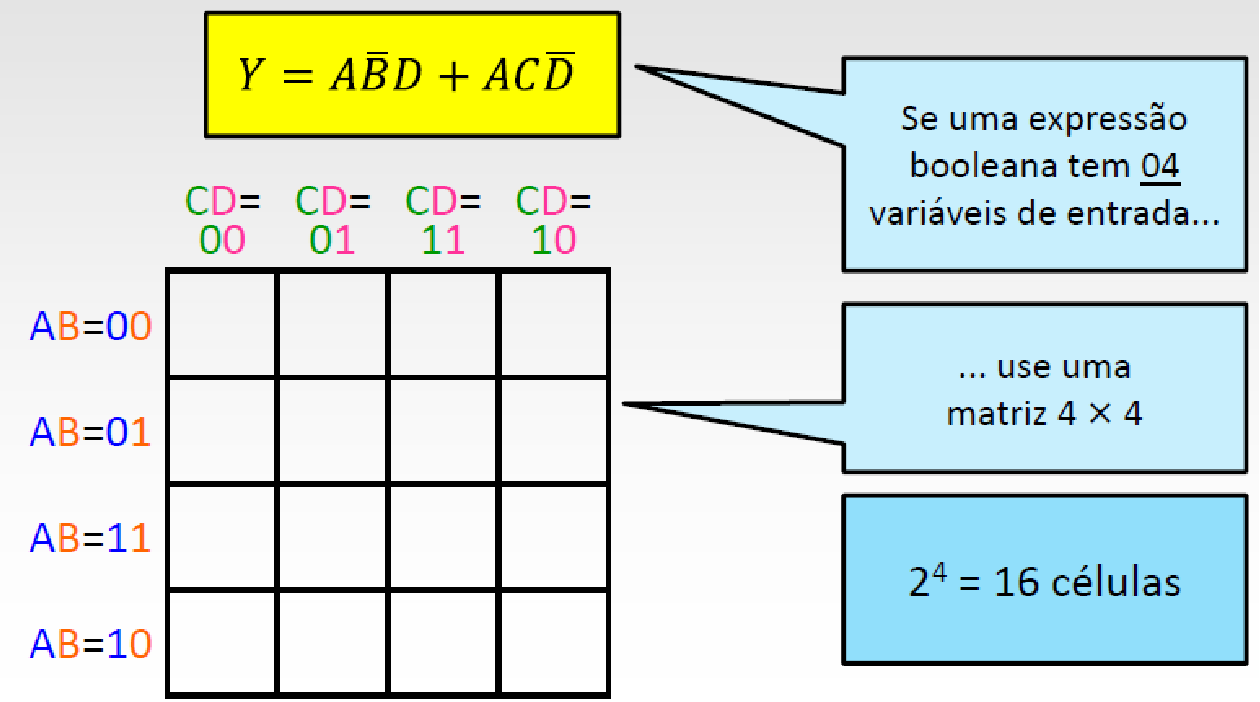
Geração do Mapa

- Para 3 variáveis de entrada, use uma matriz 2x4 ou 4x2:



Geração do Mapa

- Para 4 variáveis de entrada, use uma matriz 4x4:



Geração do Mapa

- Dada uma tabela verdade, é necessário que **os mintermos sejam rearranjados de uma maneira mais conveniente, para que os mesmos sejam passíveis de simplificação.**

- Nesta nova disposição, as células não estão ordenadas de forma binária crescente:
  - **Células adjacentes diferem entre si em exatamente 1 variável.**
  - **Adjacente significa na horizontal ou vertical e NUNCA na diagonal.**
  - Exemplo mapa para 3 variáveis:

A B C	mintermo	
0 0 0	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$	m0
0 0 1	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C$	m1
0 1 0	$\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}$	m2
0 1 1	$\overline{A}\cdot B\cdot C$	m3
1 0 0	$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$	m4
1 0 1	$A\cdot\overline{B}\cdot C$	m5
1 1 0	$A\cdot B\cdot\overline{C}$	m6
1 1 1	$A\cdot B\cdot C$	m7

nome da função

A \ BC	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

C (colunas 01, 11); B (colunas 11, 10); A (linha 1)

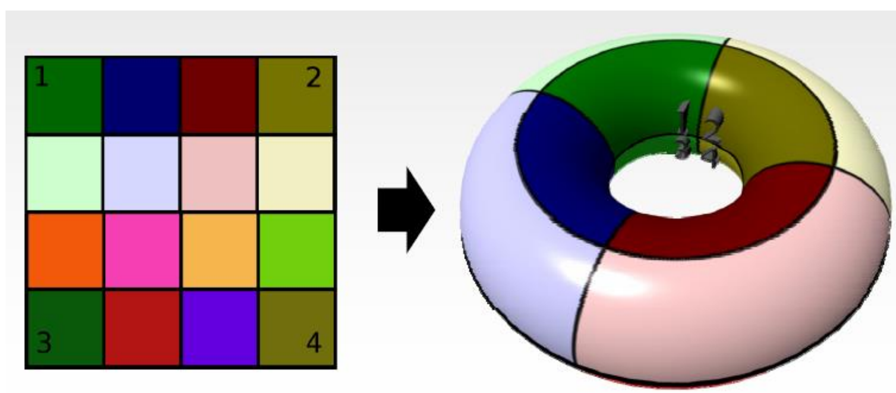
$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C$	$\overline{A}\cdot B\cdot C$	$\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}$
$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$	$A\cdot\overline{B}\cdot C$	$A\cdot B\cdot C$	$A\cdot B\cdot\overline{C}$

Tabela de adjacências para uma função de 3 variáveis.

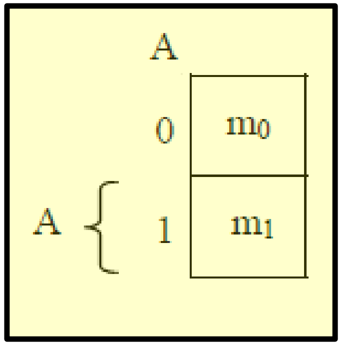
Geração do Mapa

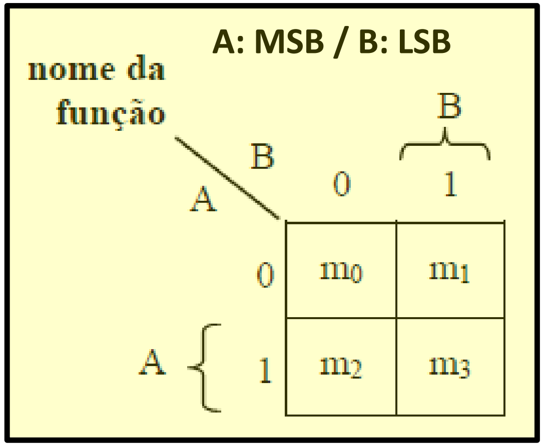
- É importante ressaltar que esse conceito de adjacência **não está restrito aos limites da tabela**, uma vez que os **elementos extremos** de uma mesma linha (ou de uma mesma coluna) **também são simplificáveis**.

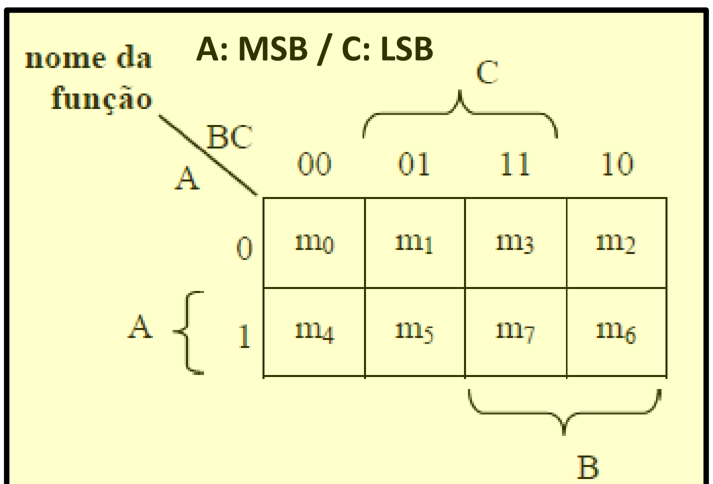
- Isto implica que a **tabela de adjacências de mintermos** pode e deve ser encarada como uma figura **geométrica tridimensional do tipo “toróide” (ou uma “rosquinha”).**

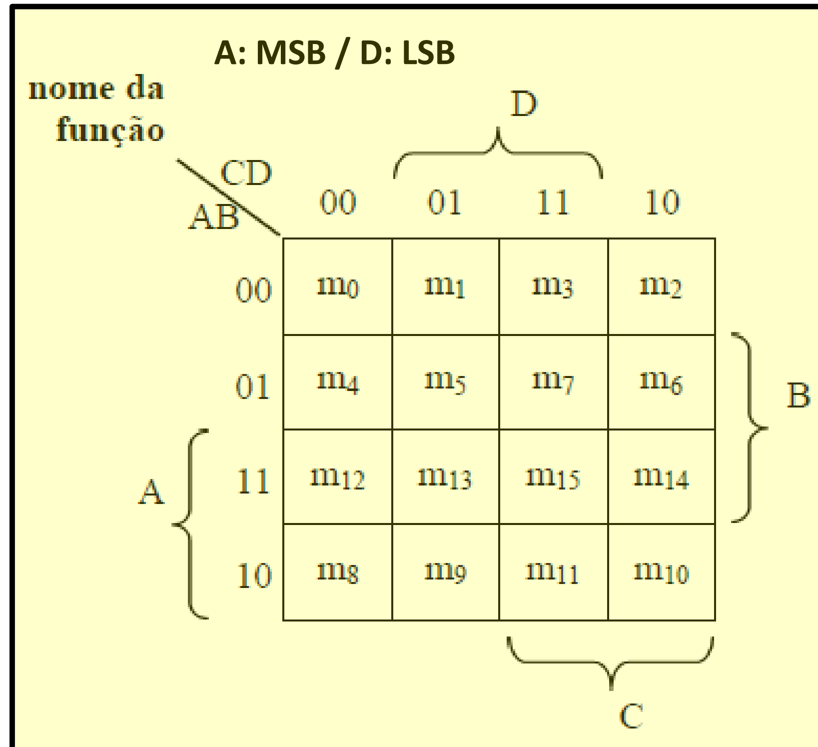


Geração do Mapa: 1, 2, 3 e 4 Variáveis

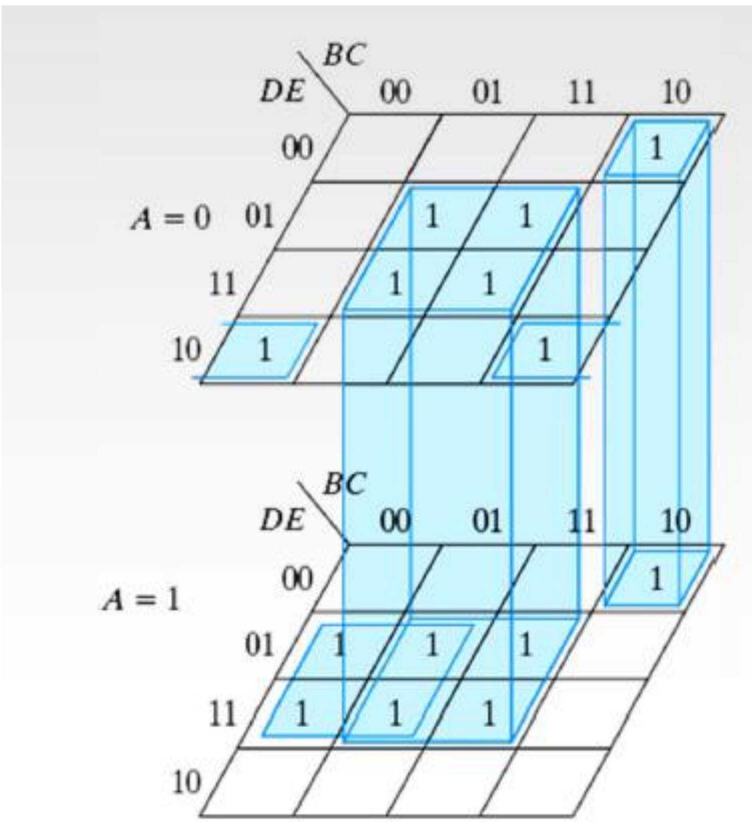








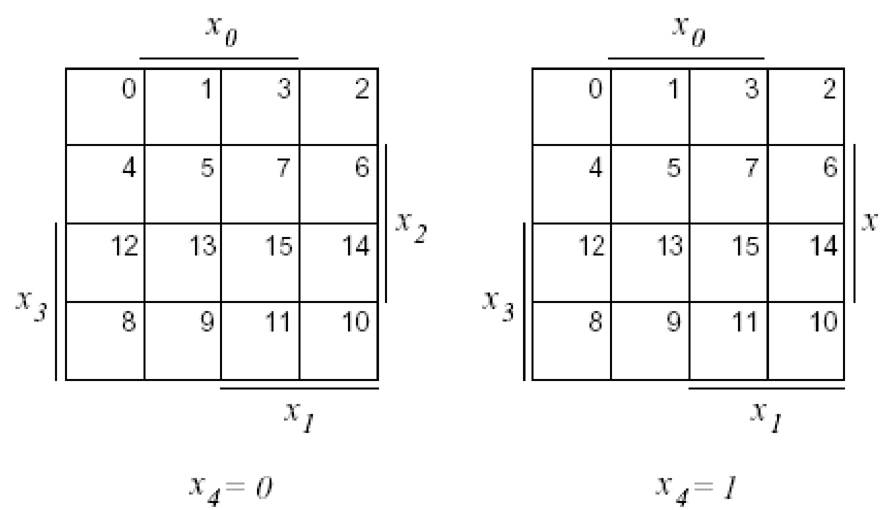
Geração do Mapa: 5 Variáveis



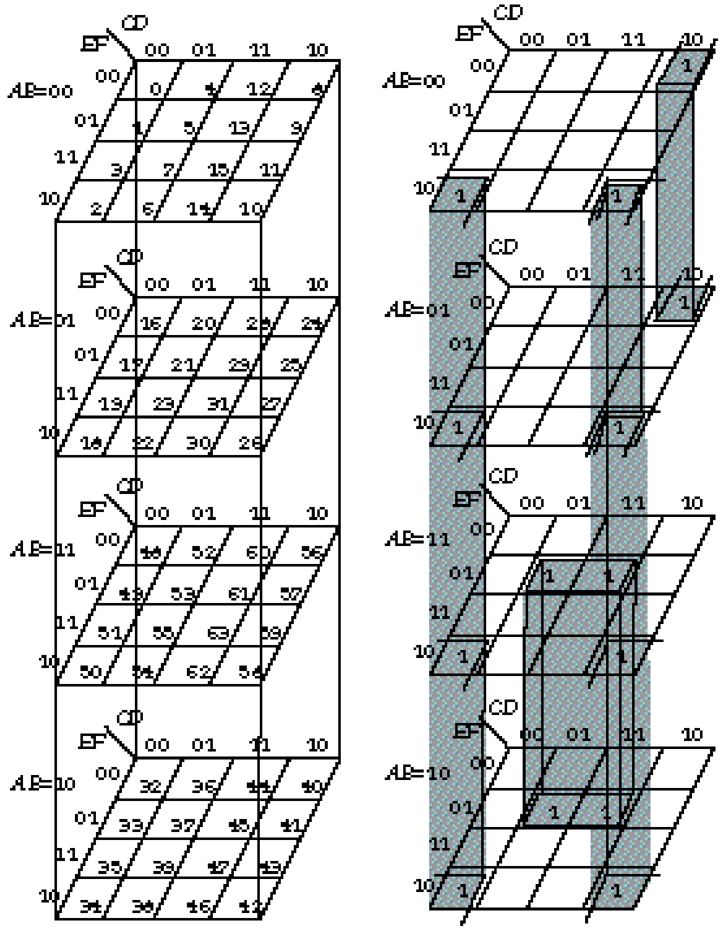
São muito complicados para serem aplicados na prática.

Ex.:

- Para 5 variáveis, precisamos de 2 Mapas K.



Geração do Mapa: 6 Variáveis



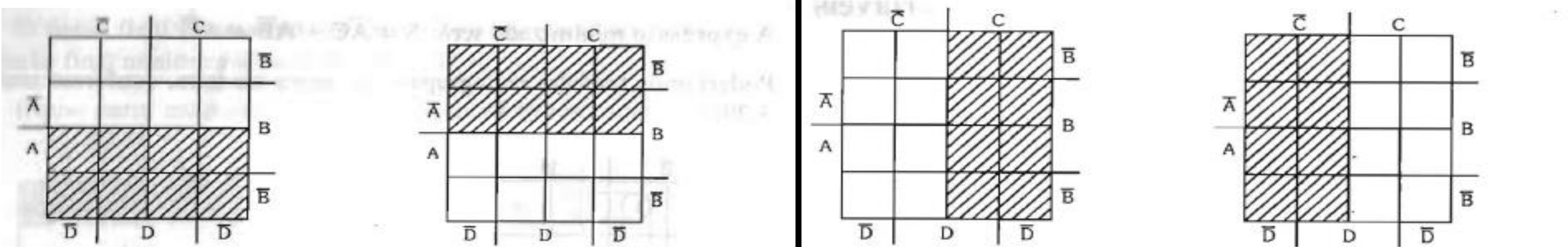
(a) Six-variable K-map (b) Example

Figure 2.52 Six-variable K-map and example.

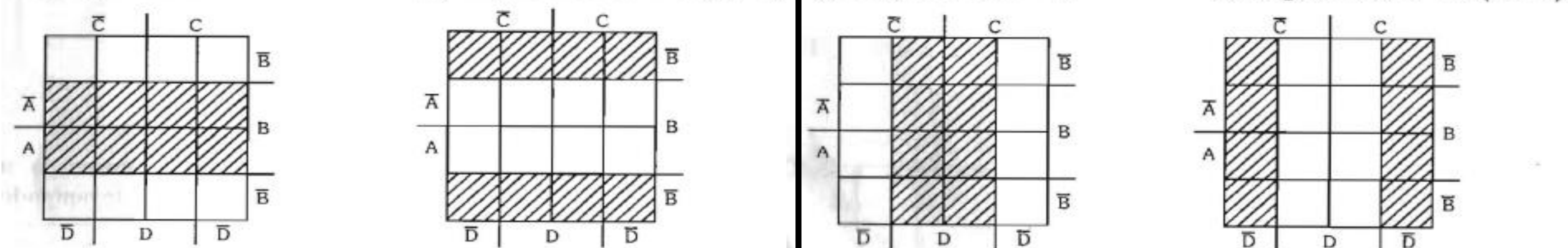
São muito complicados para serem aplicados na prática.

Ex.: Para 6, precisamos de 4 mapas K!!!

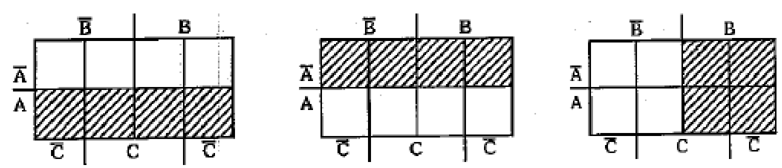
Regiões Assumidas pelas Variáveis



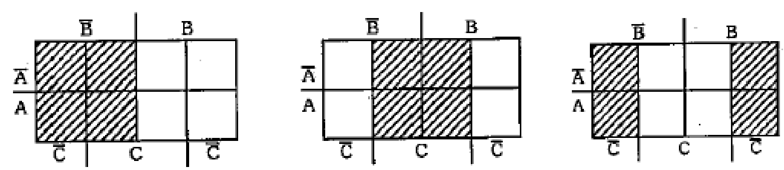
(a) Região onde A = 1. (b) Região onde $\overline{A}$ = 1 (A = 0) (e) Região onde C = 1. (f) Região onde $\overline{C}$ = 1 (C = 0).



(c) Região onde B = 1. (d) Região onde $\overline{B}$ = 1 (B = 0). (g) Região onde D = 1. (h) Região onde $\overline{D}$ = 1 (D = 0).



(a) (b) (c)



Representação de Funções de Chaveamento via Mapa-K

$$f(x_2, x_1, x_0) = \textit{one-set}(0,2,6)$$

		x_0	x_0	
	1	0	0	1
x_2	0	0	0	1
			x_1	x_1

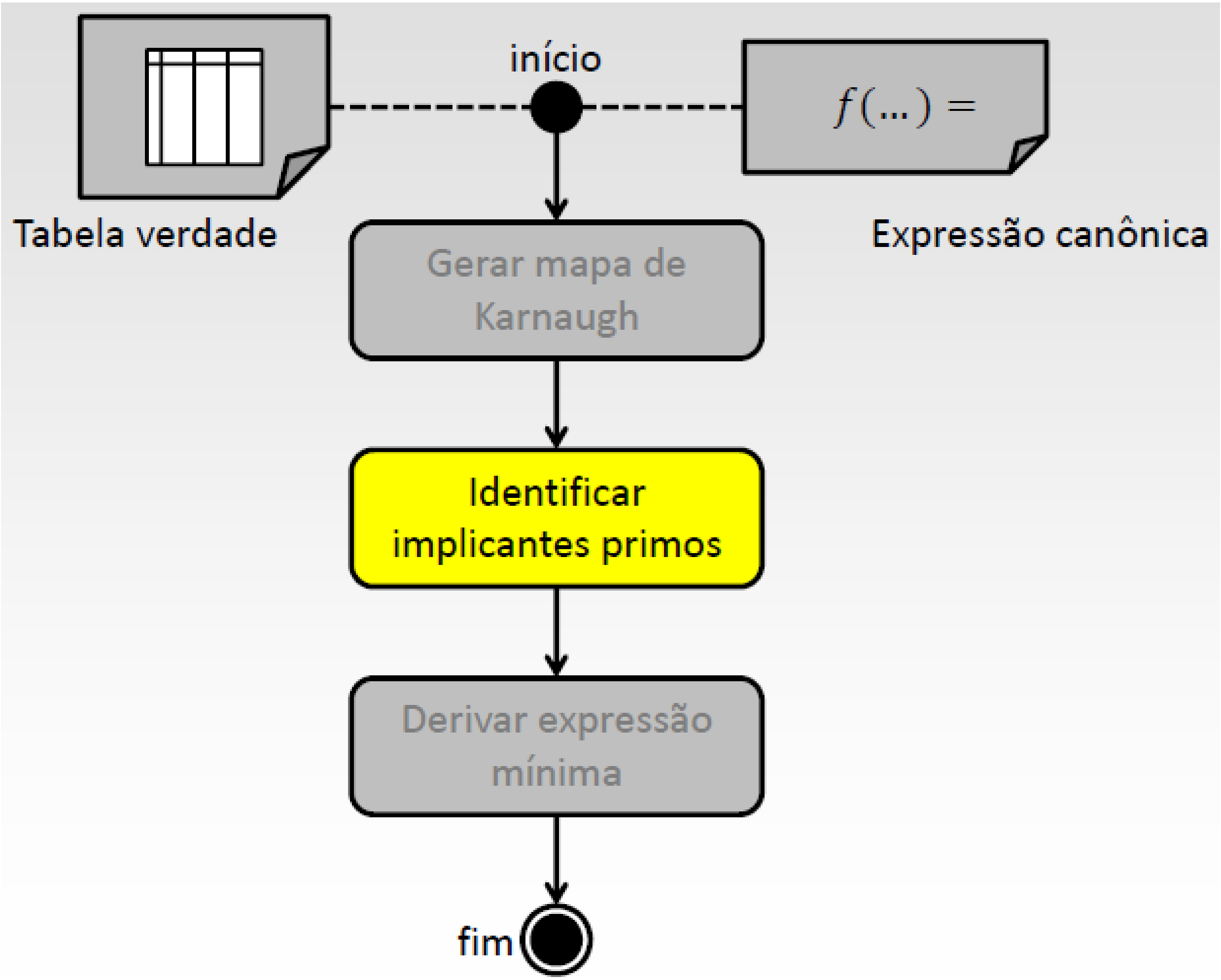
$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \textit{zero-set}(1,3,4,6,10,11,13)$$

		x_0	x_0		
	1	0	0	1	
	0	1	1	0	x_2
x_3	1	0	1	1	x_2
x_3	1	1	0	0	
			x_1	x_1	

$$f(x_2, x_1, x_0) = [\textit{one-set}(0,4,5), \quad \textit{dc-set}(2,3)]$$

		x_0	x_0	
	1	0	–	–
x_2	1	1	0	0
			x_1	x_1

Identificação dos Implicantes Primos



Implicantes

- O primeiro passo para se simplificar uma função usando mapa de Karnaugh consistem em escolher o mapa conforme o número de variáveis da função e **preencher os valores dos mintermos** conforme a tabela verdade fornecida, ou conforme a equação fornecida.

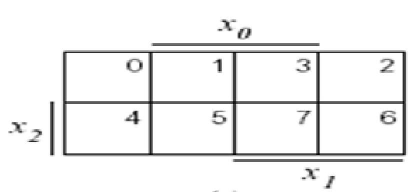
- O segundo passo é identificar grupos de mintermos-1 adjacentes que formem **grupos de 2^m elementos adjacentes** entre si, com **$0 \leq m \leq n$**, onde **n é o número de variáveis** da função. Estes grupos são denominados **subcubos (ou retângulos).**
  - **2 variáveis: grupos de 1 ou 2 células**
  - **3 variáveis: grupos de 1, 2, 4 ou 8 células**
  - **4 variáveis: grupos de 1, 2, 4, 8 ou 16 células**

Implicantes

- No caso de se querer encontrar uma expressão em **soma de produtos**, estaremos interessados nos subcubos de **mintermos-1**. Então, **cada subcubo contendo mintermos-1 irá originar um termo produto**, no qual somente as variáveis comuns a todos os mintermos-1 permanecem (uma ou mais variáveis poderão estar ausentes devido à simplificação que é obtida).

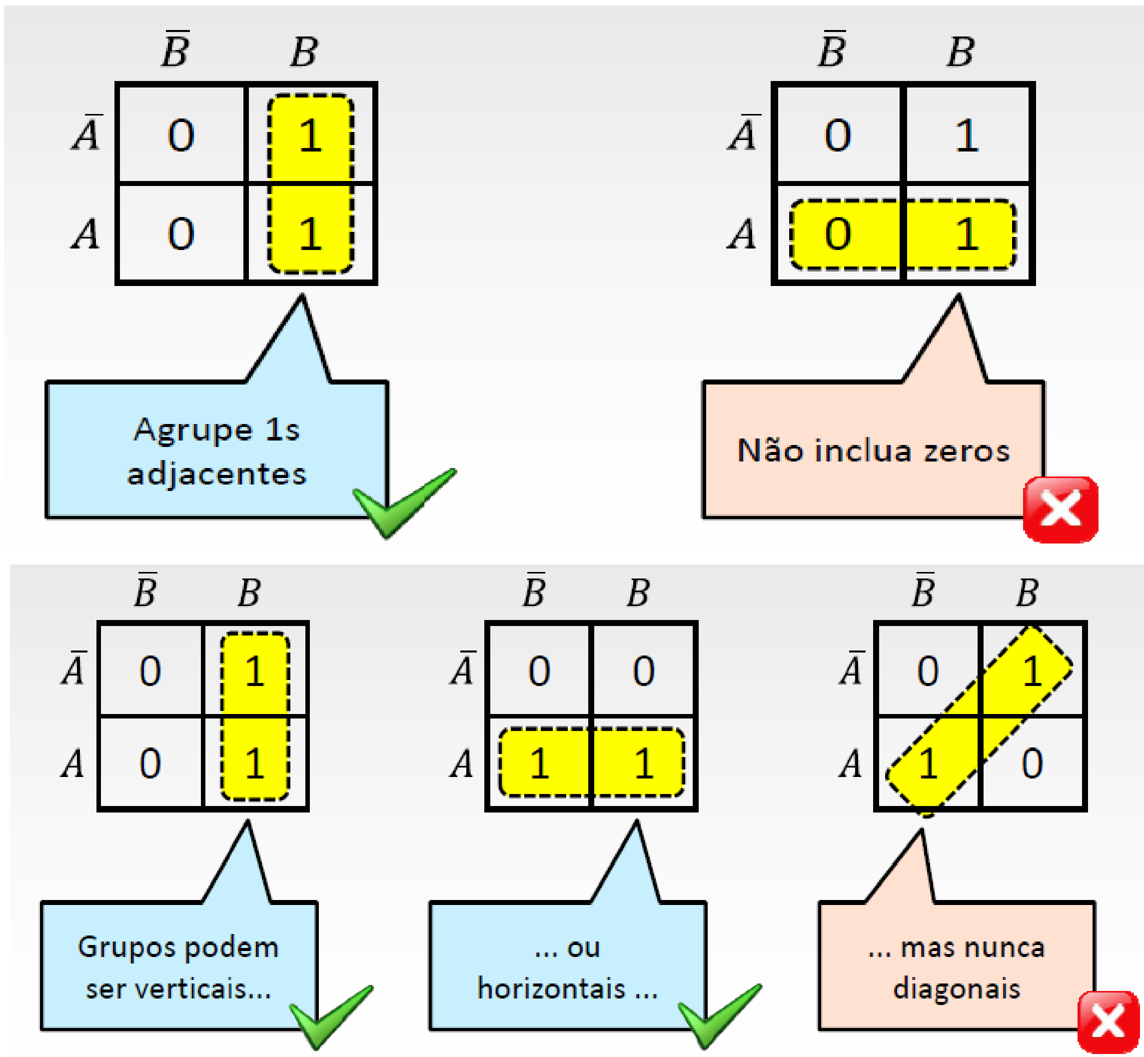
- **Os produtos associados aos subcubos de mintermos-1, simplificados ou não**, são denominados **implicantes**.

Ex: o termo produto x_1x_0 é um **implicante** da função $f(x_2, x_1, x_0)$ = conjunto-um (0, 1, 3, 6, 7), porque o termo do produto tem o valor 1 para as atribuições 011 e 111, e estas estão incluídas no conjunto-um da função (correspondem aos elementos 3 e 7 do conjunto-um).

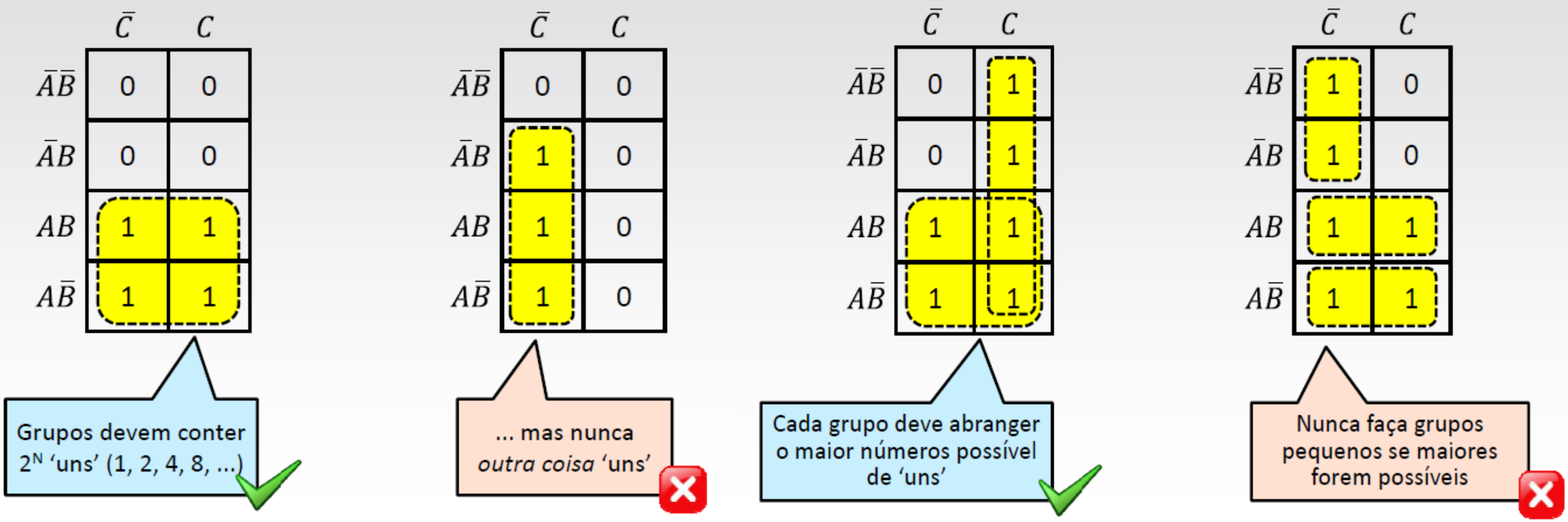


	00	01	11	10
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1

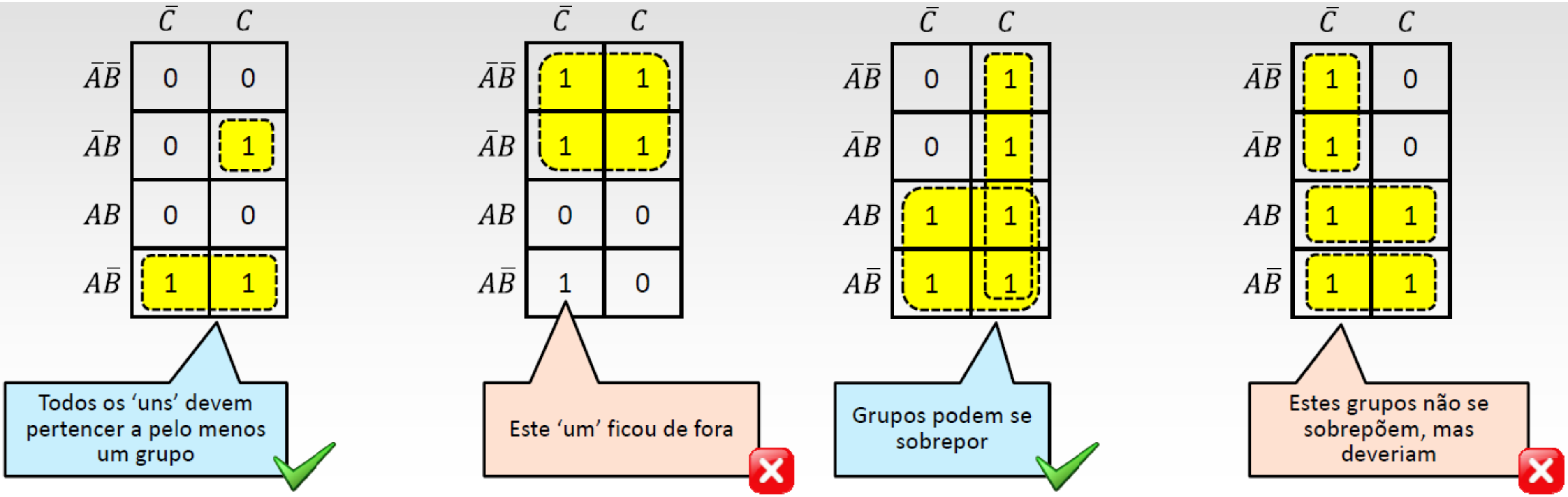
Procedimentos



Procedimentos



Procedimentos



Procedimentos

Grupos podem extrapolar as bordas superior e inferior...

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	1	0
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	0	1	1	0

... ou de uma lateral à outra...

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	1	0	0	1
AB	1	0	0	1
$A\bar{B}$	0	0	0	0

Procedimentos

... ou as quatro esquinas de uma vez...

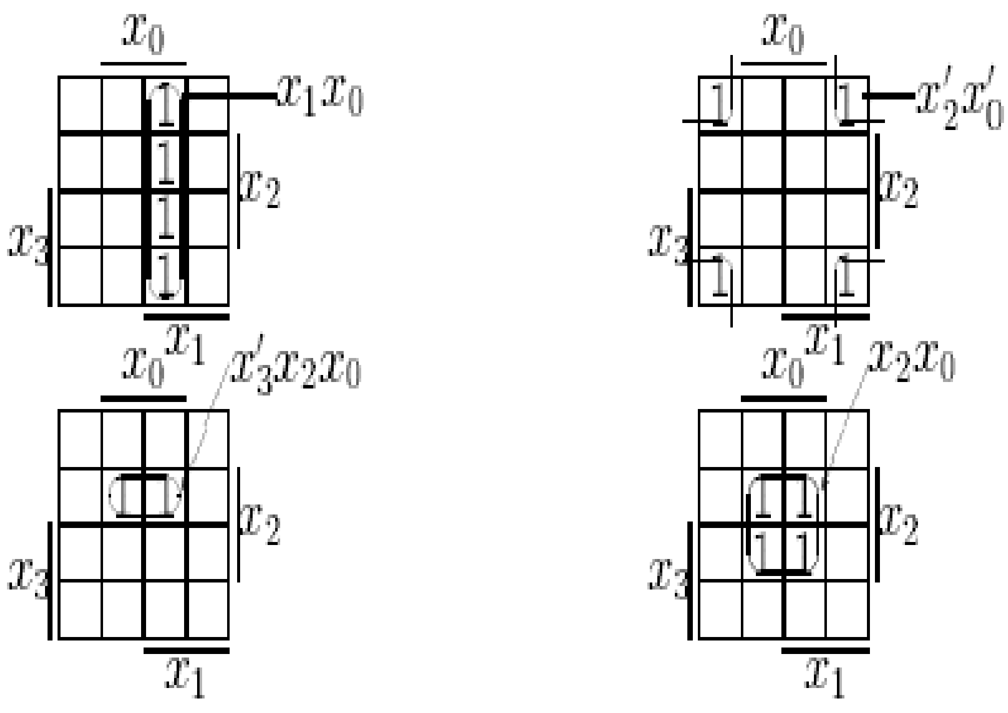
	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	0	0	1

... mas NÃO duas esquinas opostas (viola a proibição de diagonais).

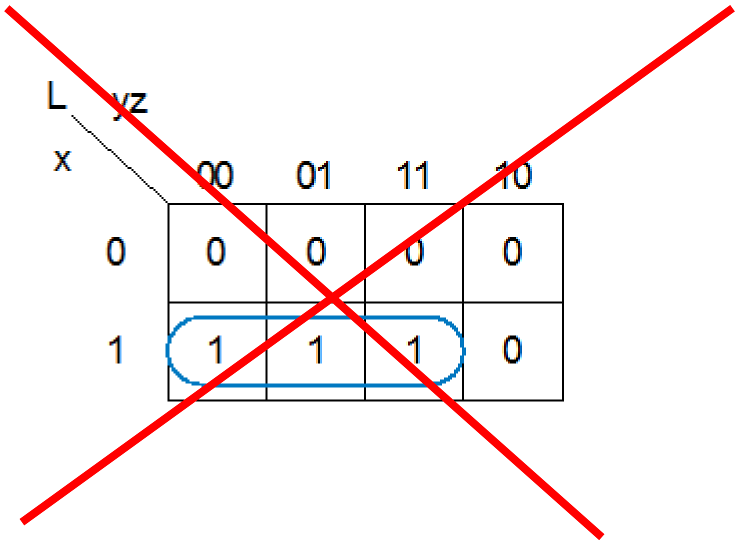
	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	0	0	0

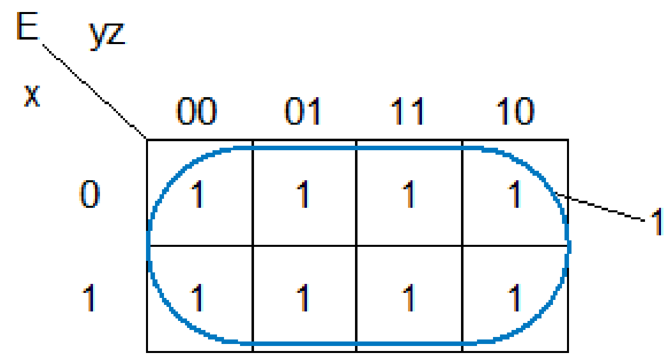
Identificação dos Implicantes

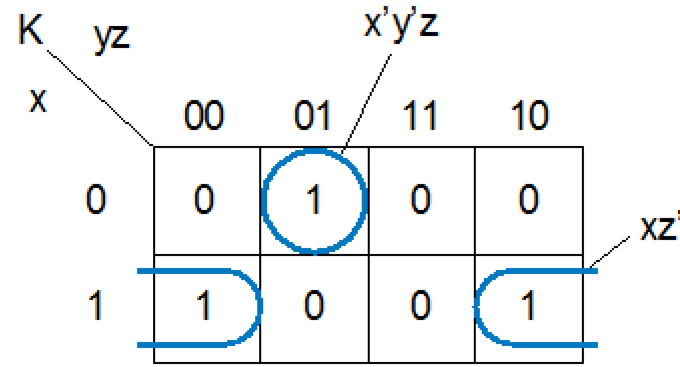
- O conjunto de **todos os implicantes** de uma função corresponde a **todos os retângulos formados pelas células-1** no mapa que representa a função.



Identificação dos Implicantes







OBS: Com 3, 5, 6 ou 7 células não eliminam-se variáveis já que não se combinam todos os possíveis valores !!

Identificação dos Implicantes

F = x'y'z + xyz + xyz' + x'y'z'

F x \ yz	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1

F x \ yz	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1

x'y'

xy

F = x'y' + xy

G x \ yz	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

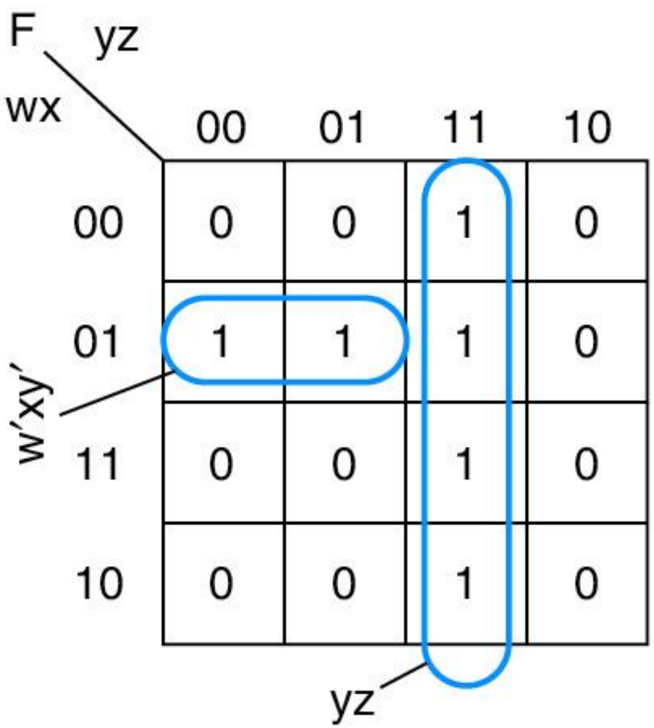
x

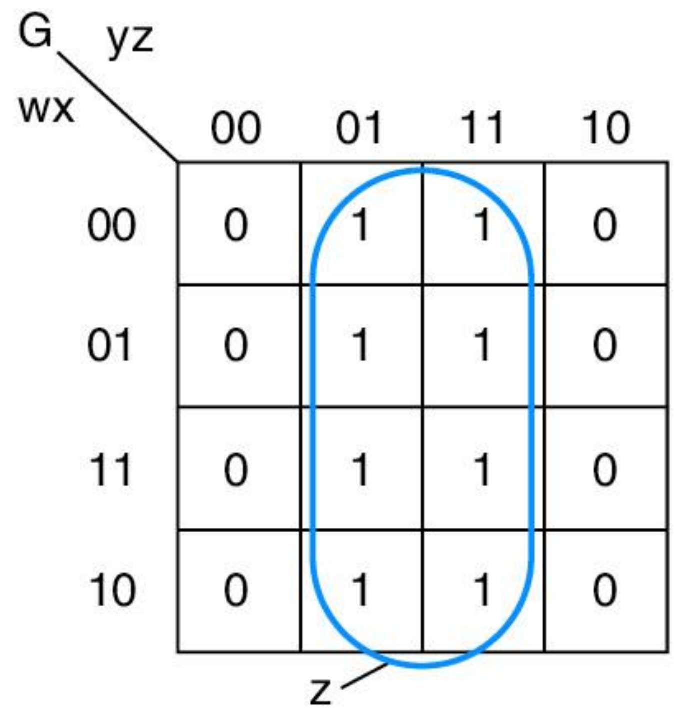
H x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	0

z

Observe que um par de 1s adjacentes significa que estes podem combinar dois mintermos para eliminar uma variável !!!

Identificação dos Implicantes





Identificação dos Implicantes

- É importante ressaltar que quanto **maior o número de elementos do subcubo, maior será a simplificação obtida**.

Logo, para a simplificação devemos...

"desenhar" os maiores subcubos possíveis

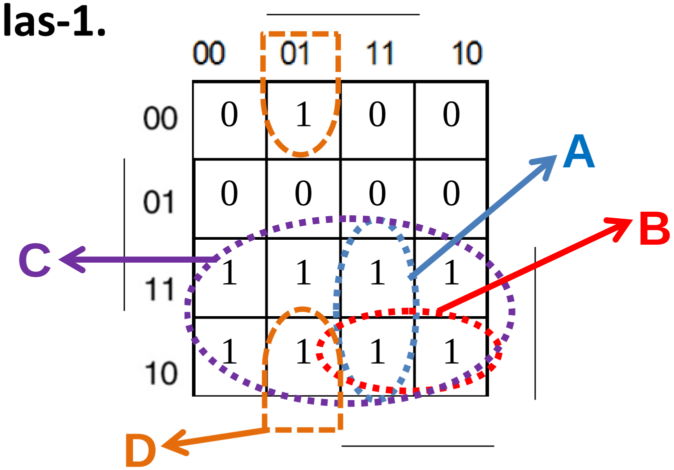
E

gerar o menor número de subcubos.

Implicantes Primos

- Normalmente, é possível identificar-se numa mesma função Booleana **mais de um implicante**.
- Neste caso, é necessário determinar o conjunto de **implicantes que melhor “cobre” a função**, onde a **melhor cobertura significa necessariamente a expressão mais simplificada possível, a qual é denominada <u>expressão mínima</u>**.
- Um **<u>IMPLICANTE PRIMO</u>** de uma função é um **implicante que não é sobreposto por qualquer outro implicante** da mesma função.
- Na representação em mapa-K, isto significa que **o subcubo correspondente não está <u>totalmente</u> incluído em um outro subcubo de células-1.**

- No exemplo, os subcubos **A, B, C e D** correspondem a **<u>implicantes</u>**.
- Já somente os subcubos **C e D** correspondem a **<u>implicantes primos</u>**.



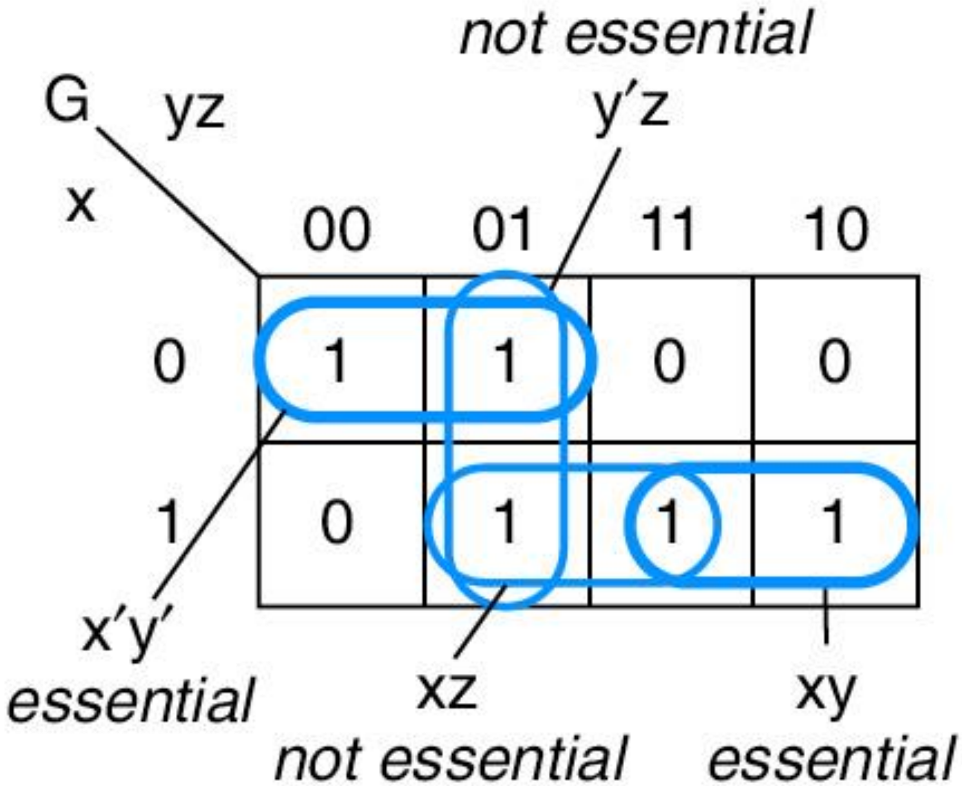
Implicantes Primos Essenciais

- Para determinar quais implicantes primos devem ser incluídos em uma expressão mínima, devemos dividi-los em 2 classes: **essenciais** e **não-essenciais.**

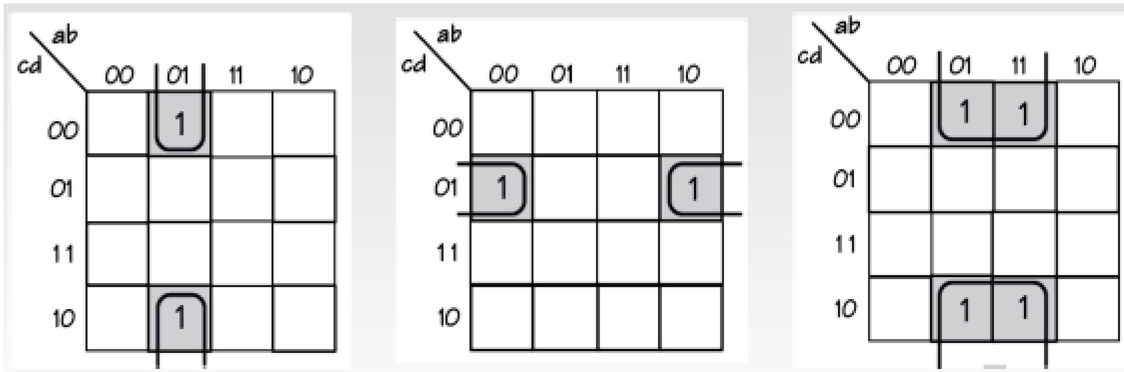
- Um **IMPLICANTE PRIMO ESSENCIAL** é um implicante primo **que contém pelo menos uma célula-1 que não é encoberta por nenhum outro implicante primo.**

- Em outras palavras, um subcubo que poder ser removido sem deixar algum mintermo-1 descoberto é dito **não-essencial**. Logo, todo o subcubo que não pode ser removido é dito **essencial**.

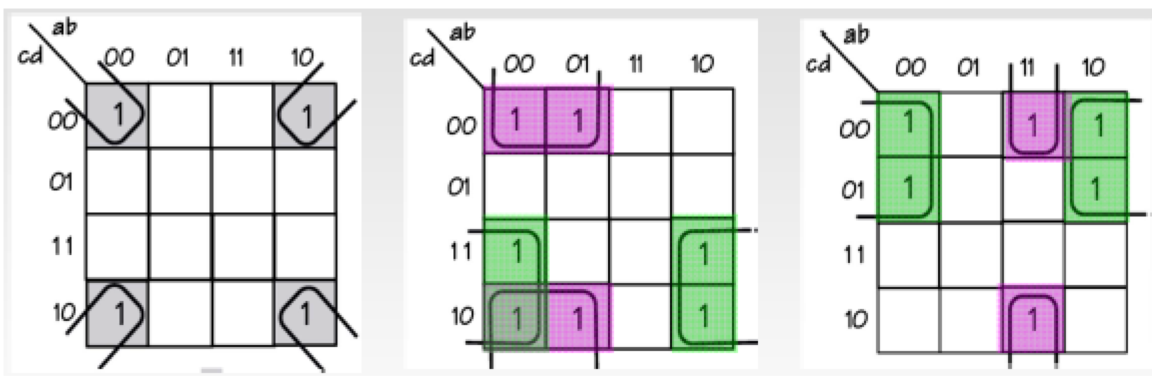
Implicantes Primos Essenciais



Exemplos

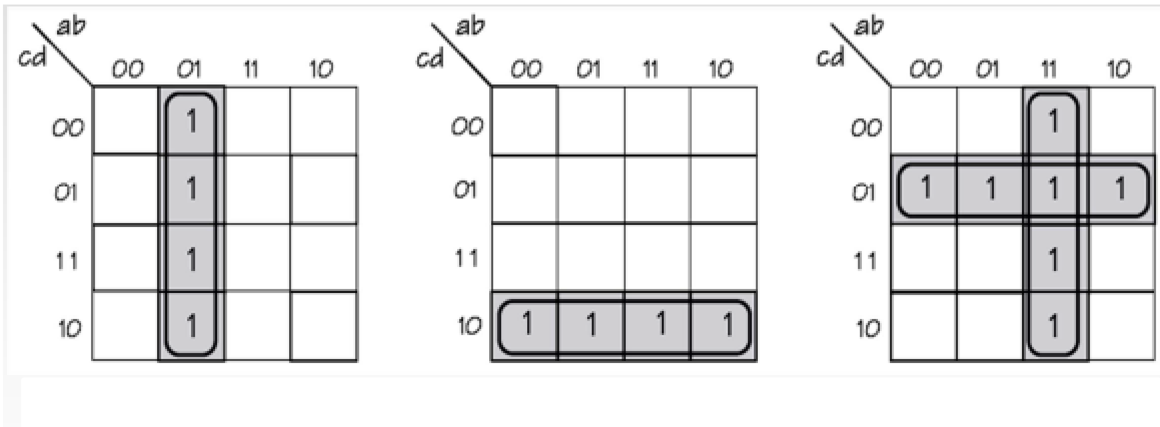


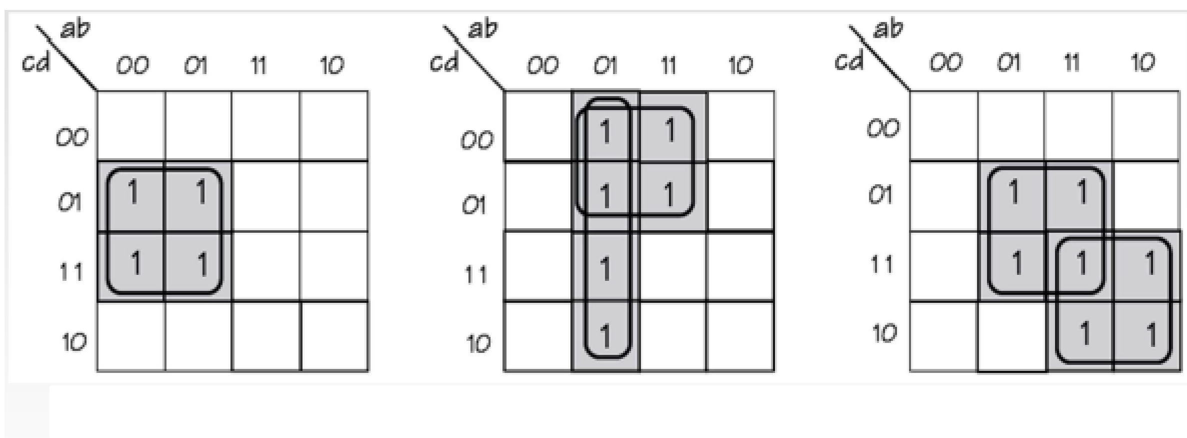
ab
cd
00 01 11 10
00
01
11
10
1
1
ab
cd
00 01 11 10
00
01
11
10
1
1
ab
cd
00 01 11 10
00
01
11
10
1 1
1 1



ab
cd
00 01 11 10
00
01
11
10
1 1
1 1
ab
cd
00 01 11 10
00
01
11
10
1 1
1 1
1 1 1
ab
cd
00 01 11 10
00
01
11
10
1 1 1
1 1
1

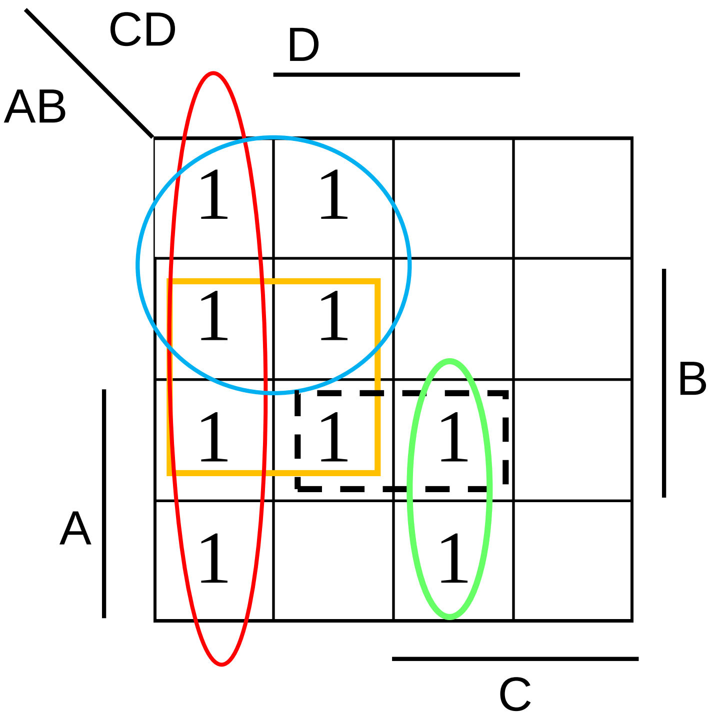
Exemplos


ab
cd
00 01 11 10
00
01
11
10
1 1 1 1
1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1

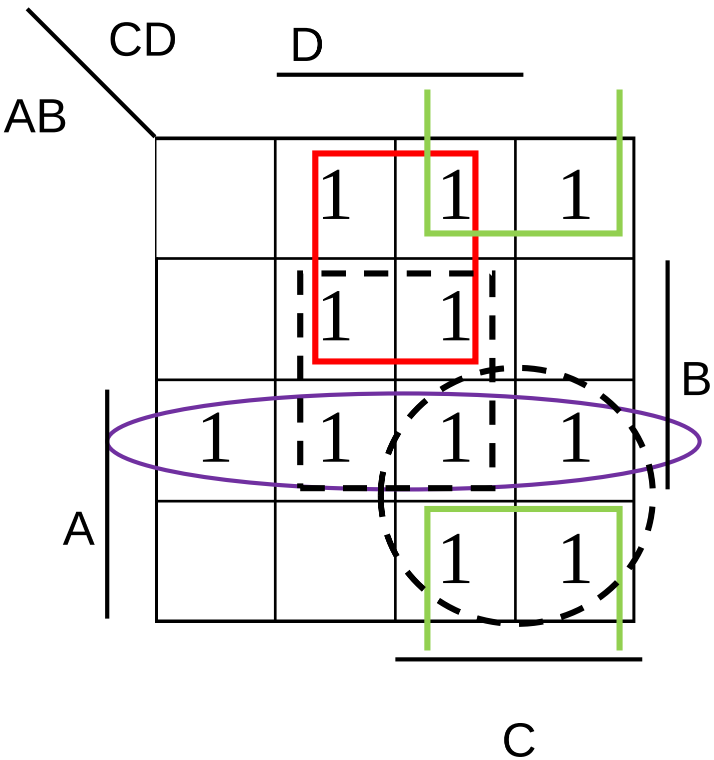

ab
cd
00 01 11 10
00
01
11
10
1 1 1 1
1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1

Exemplos

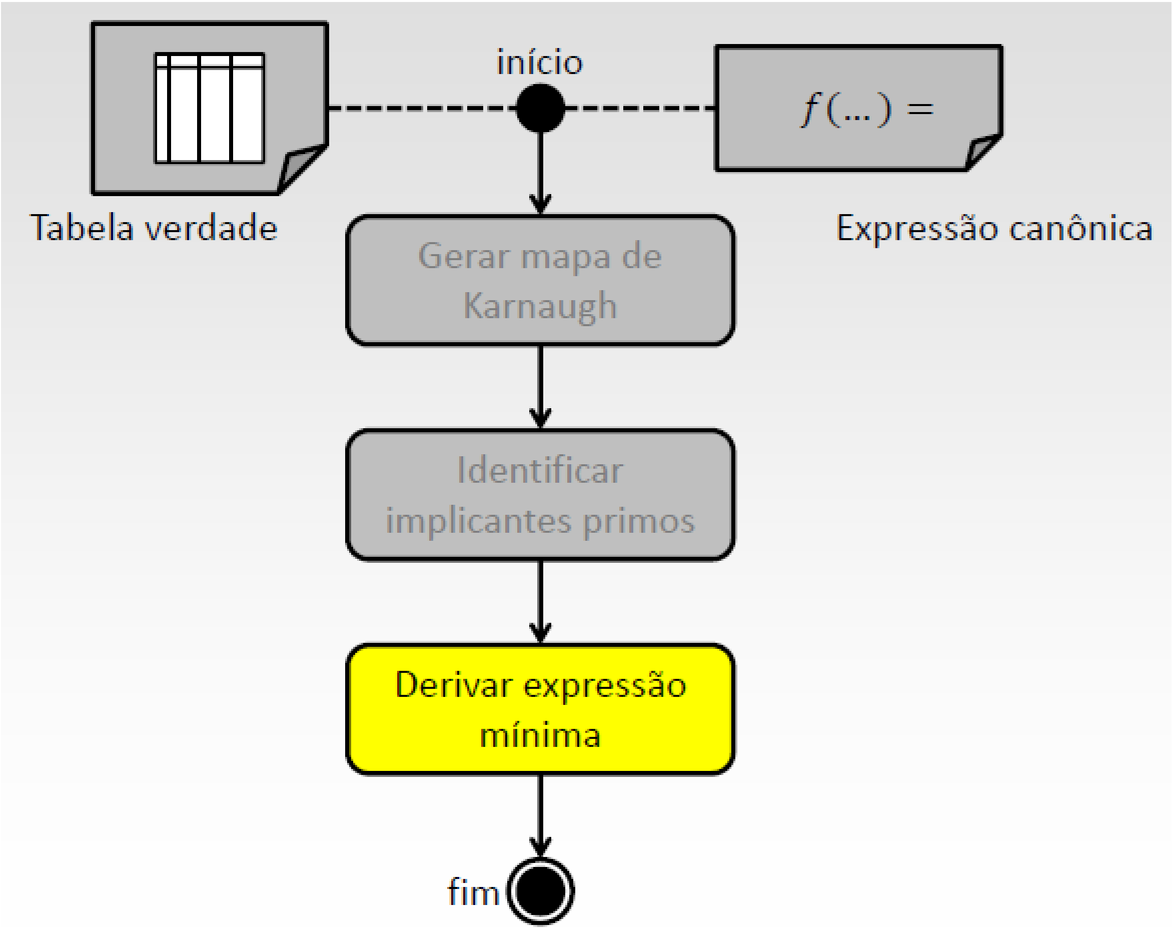
Implicantes Primos
Não Essenciais (----)



Implicantes Primos
Essenciais (——)



Expressão Mínima



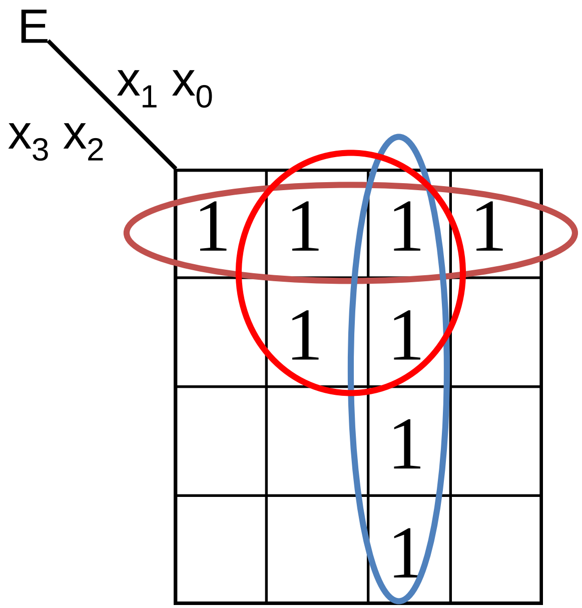
Minimização de Soma de Produtos

- O procedimento para se obter uma **soma de produtos mínima** de uma função é o seguinte:

  - Determine todos os implicantes primos;
  - Obtenha os implicantes primos essenciais (aqueles com 1's isolados). Todos eles têm de formar parte de qualquer soma de produtos mínima.
  - Se nem todas as células-1 estiverem cobertas pelos implicantes primos essenciais, escolha dentre os implicantes primos não-essenciais um conjunto que cubra todas as células-1 restantes.

- Esta escolha de implicantes primos não-essenciais não é única. Portanto, pode haver mais de uma expressão mínima para uma mesma função Booleana.

Outros Exemplos



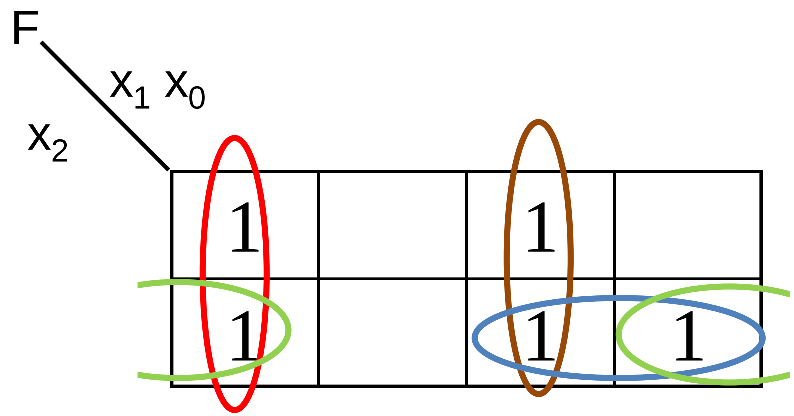
Implicantes primos

$x_3'x_2' + x_3'x_0 + x_1x_0$

são todos essenciais.

$E = x_3'x_2' + x_3'x_0 + x_1x_0$

Outros Exemplos



Implicantes primos: $x_1'x_0'$, x_1x_0, x_2x_0' e x_2x_1

Implicantes primos essenciais: somente $x_1'x_0'$ e x_1x_0.

Porém o conjunto de todos os primos essenciais não cobre necessariamente todas as células-1.
Para cobrir todas as células-1, temos de incluir os primos não-essenciais: x_2x_0' e x_2x_1.

Isto leva a **2 somas de produtos mínimas**:

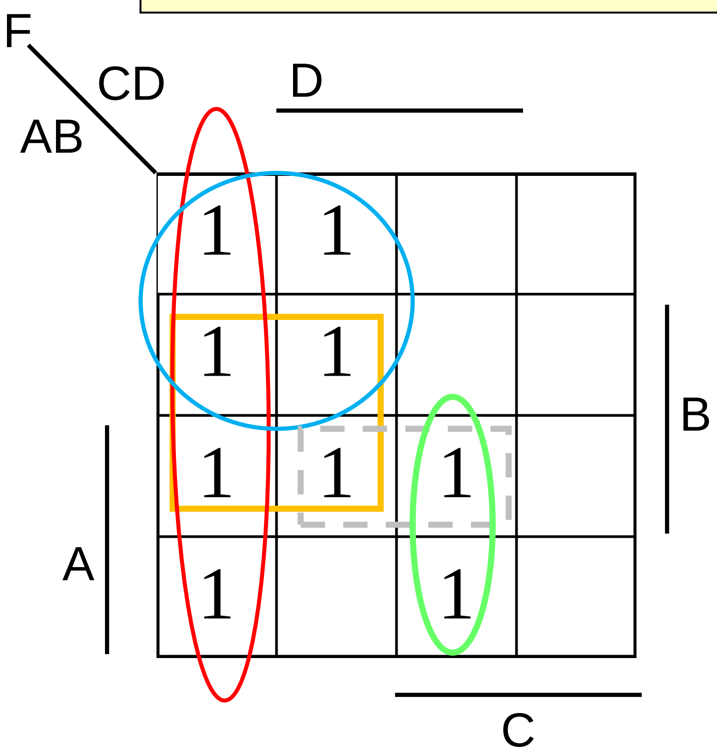
$$x_1'x_0' + x_1x_0 + x_2x_0' \quad / \quad x_1'x_0' + x_1x_0 + x_2x_1$$

Exemplos

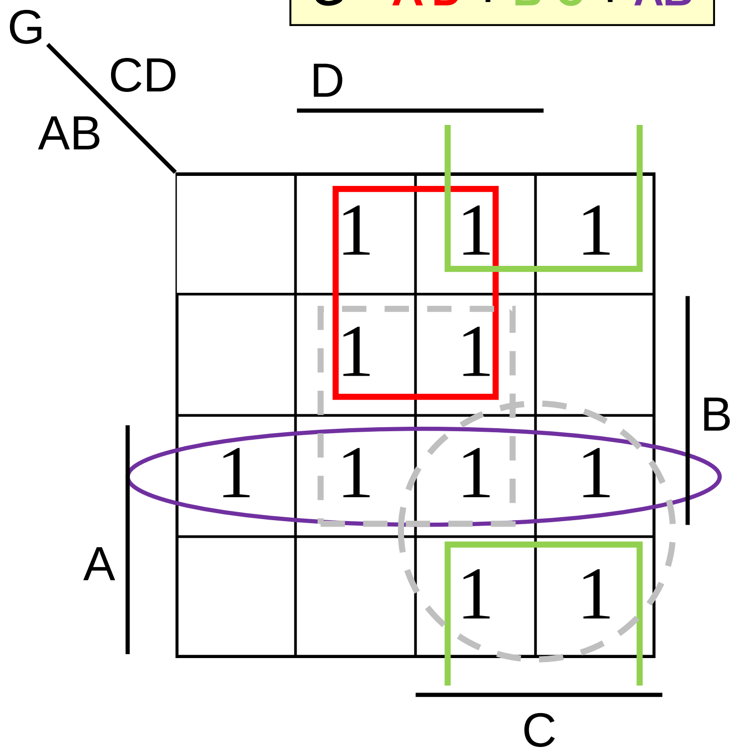
Implicantes Primos
Não Essenciais (----)

Implicantes Primos
Essenciais (——)

F = D'C' + A'C' + ACD + BC'



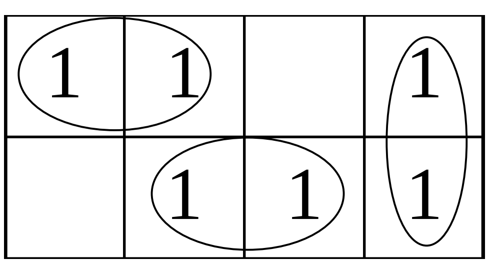
G = A'D + B'C + AB



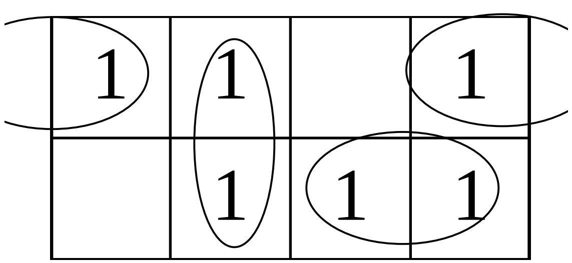
Minimização de Soma de Produtos
Mais de uma Solução

Exemplo 1:

- Solução 1



- Solução 2



Qual é a Melhor Solução?

Minimização de Soma de Produtos
Mais de uma Solução

- Os implicantes primos são:

  $x_2'x_1'$, x_2x_0 , x_1x_0', $x_2'x_0'$, $x_1'x_0$ e x_2x_1

- Nenhum implicante primo é essencial !!
- Duas combinações cobrem todas as células-1, resultando na soma de produtos mínima:

1	1		1
	1	1	1

$x_2'x_1' + x_2x_0 + x_1x_0'$

1	1		1
	1	1	1

$x_2'x_0' + x_1'x_0 + x_2x_1$

Minimização de Soma de Produtos
Mais de uma Solução

Exemplo 2:

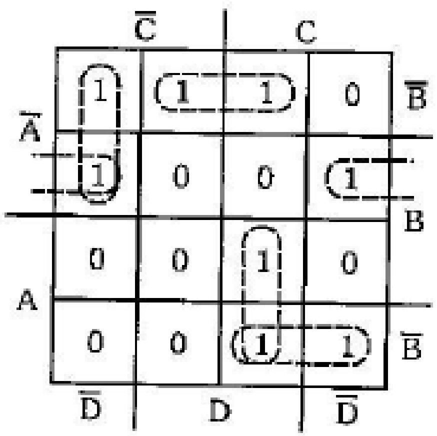
d)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Transpondo para o diagrama, temos:

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$	
$\overline{A}$	1	1	1	0	$\overline{B}$
$\overline{A}$	1	0	0	1	B
A	0	0	1	0	B
A	0	0	1	1	$\overline{B}$

Podemos agrupar da seguinte maneira:



Neste diagrama, temos 5 pares gerando a expressão:

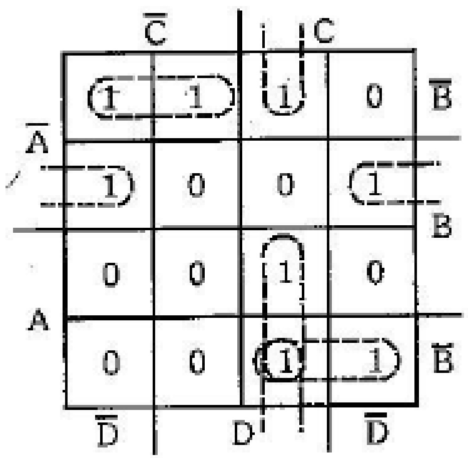
$$S = \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}D + \overline{A}B\overline{D} + ACD + A\overline{B}C$$

Minimização de Soma de Produtos
Qual é a Melhor Solução?

d)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Também podemos agrupar desta outra maneira:



Da mesma forma, gerando a expressão:

$$S = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{D} + \overline{B}CD + ACD + A\overline{B}C$$

Podemos notar que simplificamos a expressão S por dois modos de agrupamentos, obtendo dois resultados aparentemente diferentes. Se analisarmos esses resultados nas respectivas tabelas da verdade, veremos que terão o mesmo comportamento.

Expressão simplificada de S:

$$S = \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}D + \overline{A}B\overline{D} + ACD + A\overline{B}C$$

ou

$$S = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{D} + \overline{B}CD + ACD + A\overline{B}C$$

Produto de Somas

- No caso de se querer encontrar uma expressão em produtos de somas, estaremos interessados nos subcubos de **maxtermos-0 (células-0)**.

- **Implicado:** Um termo da soma que aparece em um produto de somas representando uma função.

  Representado em um mapa-k por meio de um subcubo (retângulo) de células-0.

- **Implicados Primos:** é um implicado que representa um subcubo de células-0 que não é completamente incluído em outro subcubo de células-0.

- **Implicados Primos Essenciais:** implicados primos que contêm pelo menos uma céulula-0 que não é incluída em nenhum outro implicado primo.

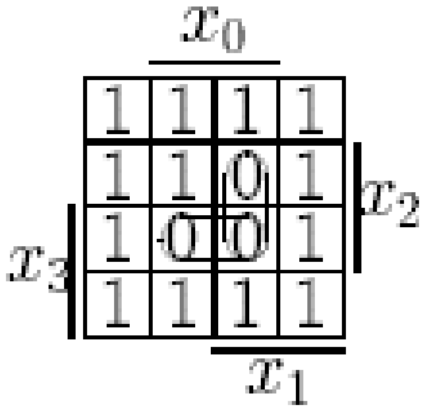
Minimização de Produto de Somas

- O procedimento para se obter um **produto de somas mínima** de uma função é o seguinte:
  - Determine todos os implicados primos;
  - Obtenha os implicados primos essenciais (aqueles com 0's isolados). Todos eles têm de formar parte de qualquer produtos de somas mínima.
  - Do conjunto de implicados primos não-essenciais, escolha um conjunto que inclua todas as células-0 restantes e obtenha o custo mínimo.

Exemplo PoS Mínima

- Exemplo

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \textit{zero-set}(7,13,15)$$



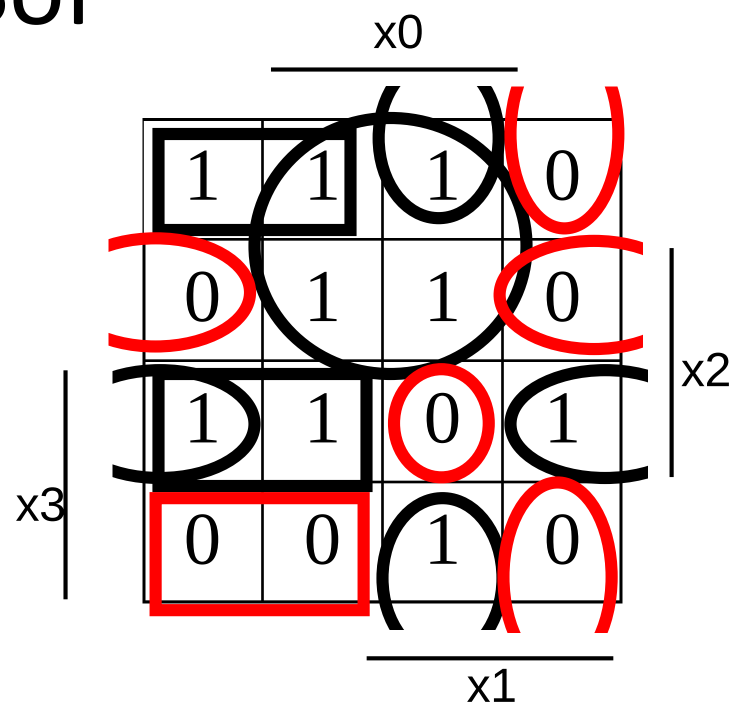
- Primos implicados essenciais:

$$(x_3' + x_2' + x_0') \quad (x_2' + x_1' + x_0')$$

Exemplo PoS e SoP

$$COST(PS) < COST(SP)$$

PS emprega um menor número de portas e portas com menos entradas



$$\text{min SP: } z = x_3'x_0 + x_3'x_2'x_1' + x_2x_1'x_0 + x_3x_2x_0' + x_2'x_1x_0$$

$$\boxed{\text{min PS: } z = (x_3' + x_2 + x_1)(x_3 + x_2' + x_0)(x_2 + x_1' + x_0)(x_3' + x_2' + x_1' + x_0')}$$

Combinações Don’t Care de Entrada

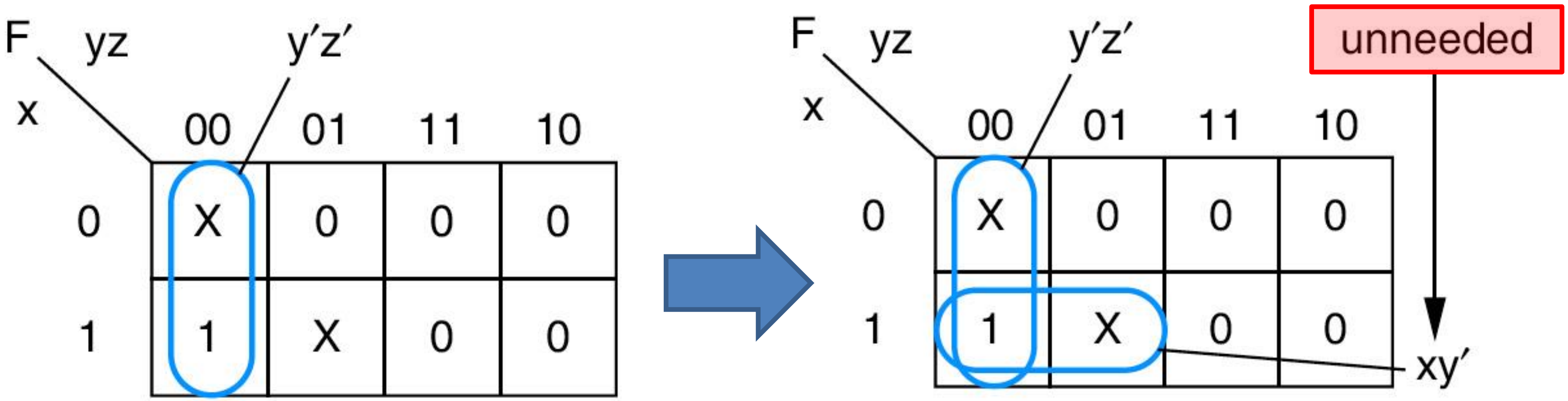
- Correspondem a entradas que não interessam (símbolo “–” ou “x”).
- Como tratá-las?
- Podem ser consideradas como células-1 (ou células-0) para se complementar os retângulos.
- Não é necessário cobrir todas as células-dc.
- As células-dc são sempre cobertas em conjunto com as células-1 (ou células-0).

Entradas			Saída
A	*B*	*C*	*f*
0	0	0	1
0	0	1	X
0	1	0	X
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	X
1	1	1	1

C \ AB	00	01	11	10
0	1	X	X	1
1	X	0	1	0

$$f = AB + \bar{C}$$

Exemplo 1 - Especificações Incompletas



Exemplo 2 – SoP, Pos, DC

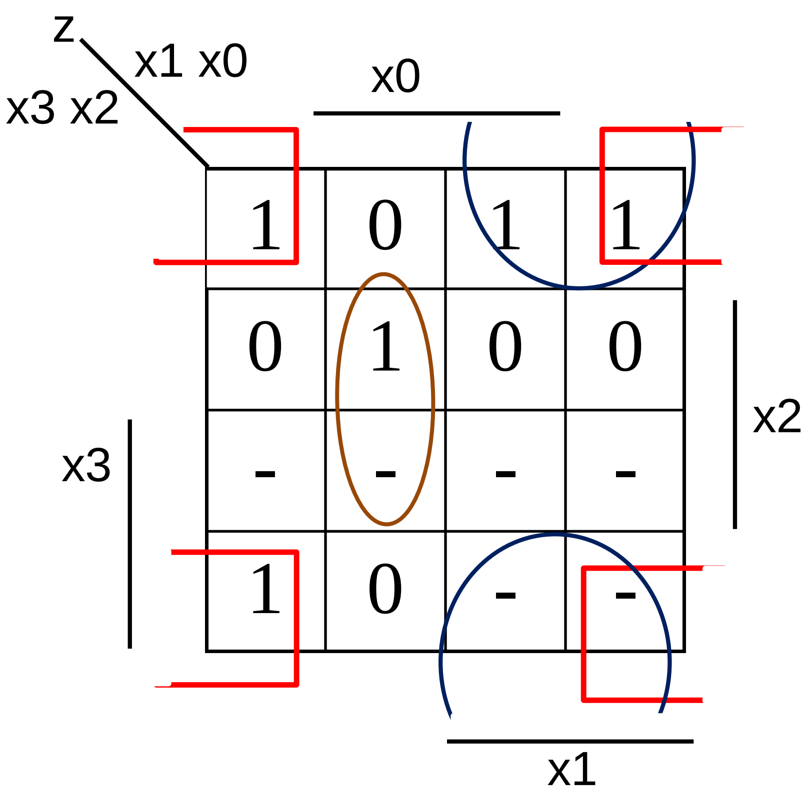
Input: $x \in \{0, 1, 2, ..., 9\}$, coded in BCD as
$\underline{x} = (x_3, x_2, x_1, x_0),\ x_i \in \{0, 1\}$

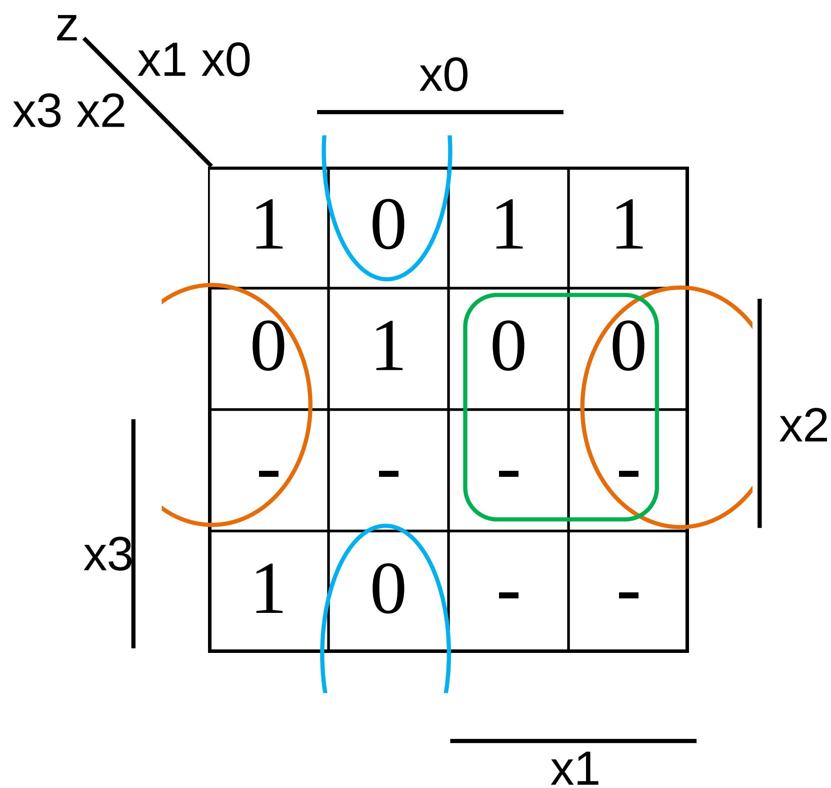
Output: $z \in \{0, 1\}$

Function: $z = \begin{cases} 1 \text{ if } & x \in \{0, 2, 3, 5, 8\} \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases}$

THE VALUES {10,11,12,13,14,15} ARE "DON'T CARES"

Exemplo 2 – SoP, PoS, DC



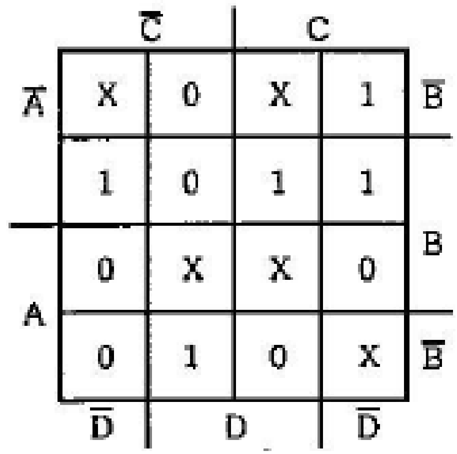


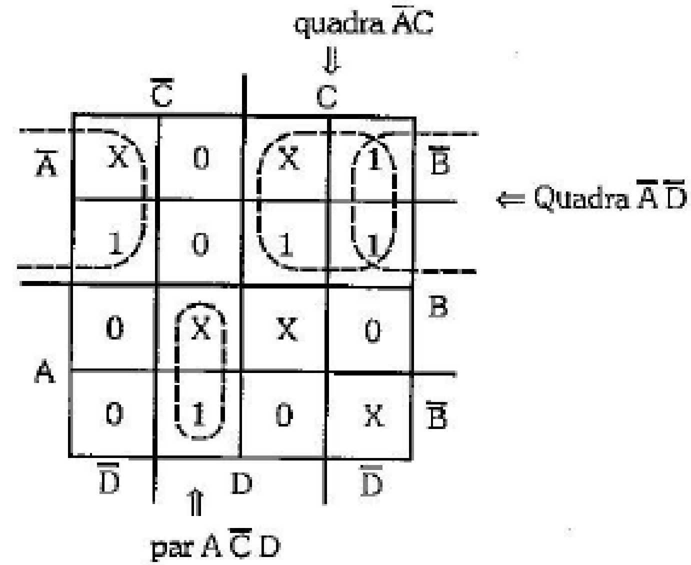
$$z = x_2'x_1 + x_2'\,x_0' + x_2x_1'x_0$$

$$z = (x_1' + x_2') \cdot (x_2 + x_1 + x_0') \cdot (x_2' + x_0)$$

Exemplo 3 – SoP, DC

A	B	C	D	S
0	0	0	0	X
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	X
1	1	1	0	0
1	1	1	1	X





A expressão simplificada será composta por 2 quadras e um par, sendo esta:

$$S = \overline{A}C + \overline{A}\,\overline{D} + A\overline{C}D.$$

Casos que não Admitem Simplificação

As funções **OU EXCLUSIVO (EX-OR)** e **COINCIDÊNCIA (EX-NOR)** são exemplos de casos que não admitem simplificações, pois suas equações características estão minimizadas, como ilustra a figura abaixo.

$$X = A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B} \qquad X = \overline{A \oplus B} = \overline{A}\,\overline{B} + AB$$

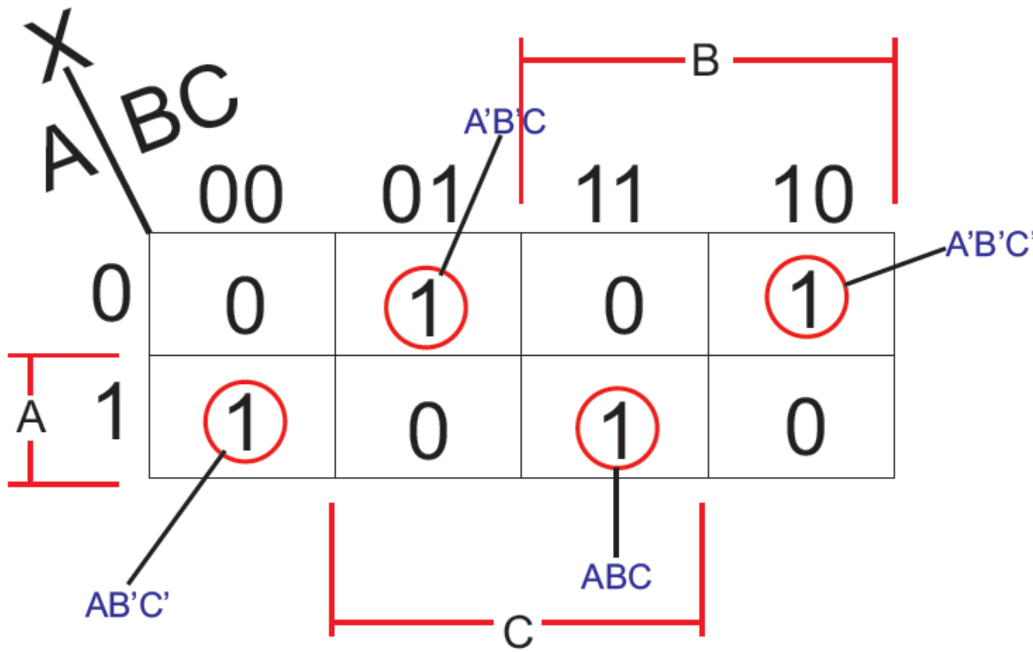
	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	0	1
A	1	0

	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	1	0
A	0	1

Como pode ser observado, em cada diagrama existem dois termos isolados que são, portanto, as próprias expressões de entrada.

Vejamos um exemplo a seguir...

Exemplo:



$$X=A'BC'+A'B'C+AB'C'+ABC$$
$$A'(BC'+B'C) + A(B'C'+BC)$$
$$A'(B \oplus C) + A(B \oplus C)$$

$$A'I+AI'$$
$$A \oplus I$$
$$A \oplus B \oplus C$$

Métodos Tabulares

- Para mais de seis variáveis, ou para casos em que se deseje ter uma minimização através de técnicas computacionais, existem métodos tabulares. Um deles é o **Quine McCluskey**.

- Porém, para este, a cobertura mínima é algo que consome muito tempo.

- Além disso, este método é aplicável somente a redes de saída única, enquanto que na prática, é necessário considerar o caso de múltiplas saídas.

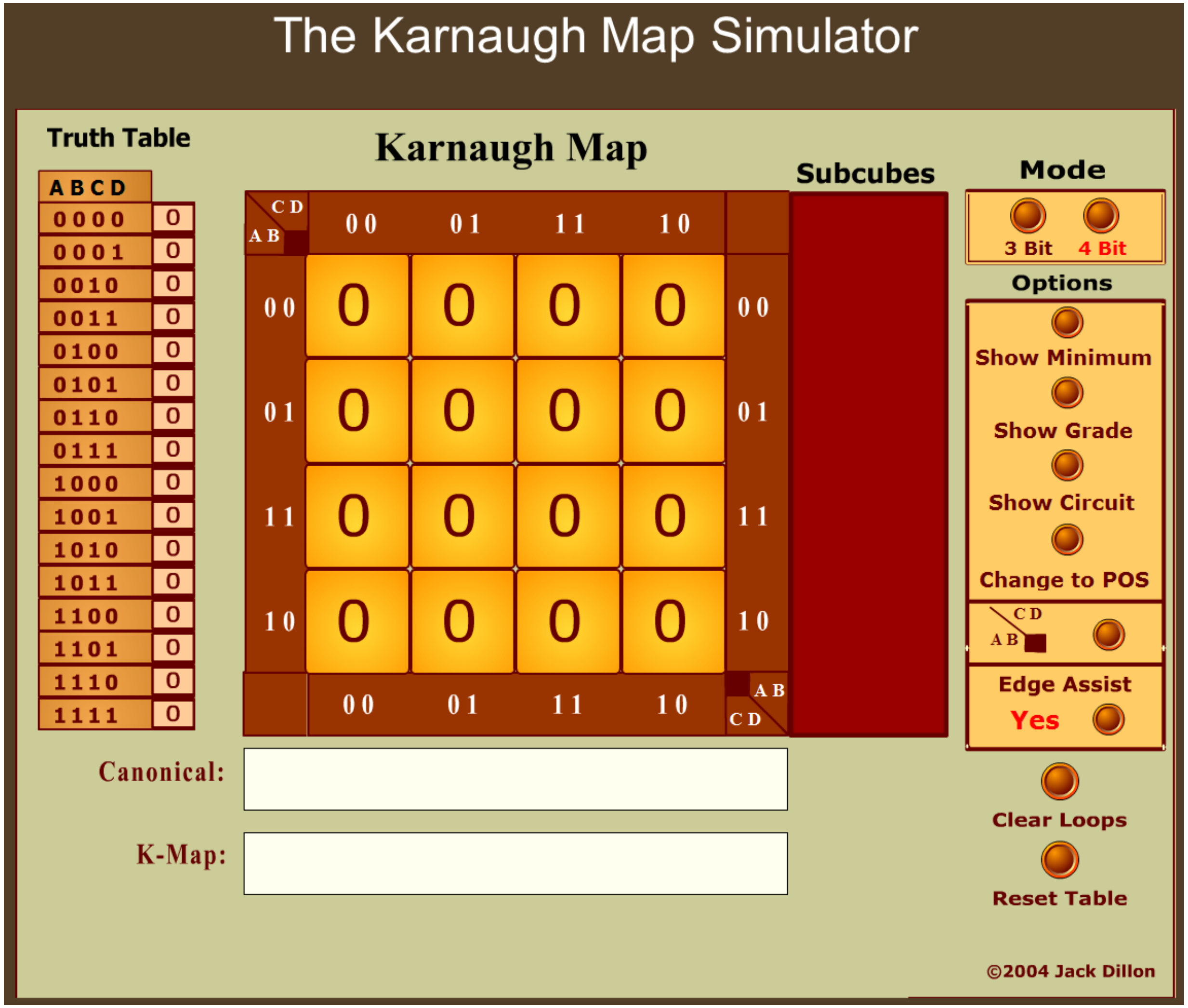
Recomendações para Escolha do Método de Minimização

Método Recomendado			
Número de Variáveis de entrada	**Aplicação de teoremas**	**Mapas de Karnaugh**	**Métodos Computacionais (ou eventualmente Quine-McCluskey)**
1 – 2	X		
3	X	X	
4		X	
5 – 6		X	X
> 7			X

Rede Global Mínima

- O método de **minimizar a rede para cada saída separadamente não produz necessariamente a rede global mínima**.
- Isto acontece porque poderia ser **possível compartilhar portas de primeiro nível entre as saídas**.
- Os métodos para obter uma rede de 2 níveis mínima para o caso de múltiplas saídas ultrapassa o nosso escopo atual.

Simulador de Mapa de Karnaugh



EXERCÍCIOS COM RESPOSTAS

(livro Idoeta & Capuano – págs 122 a 130)

1 - Simplifique as expressões obtidas das tabelas a seguir, utilizando os diagramas de Veitch-Karnaugh.

a)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

A expressão minimizada será: $S = C + \overline{A}\,\overline{B}$

b)

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$\therefore S = A\overline{C} + \overline{A}BC$

c)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$S = \overline{A}B + BC + \overline{D}.$

EXERCÍCIOS COM RESPOSTAS
(livro Idoeta & Capuano)

2 - Minimize as expressões a seguir, utilizando os diagramas de Veitch-Karnaugh:

a) $S = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,C + A\,B\,C$

A expressão minimizada será: $S = \overline{A}\,\overline{C} + BC$

b) $S = \overline{B}\,\overline{D} + \overline{A} + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + A\,\overline{B}\,C\,D + \overline{A}\,\overline{C}$

$S = \overline{A} + \overline{B}$

EXERCÍCIOS
(livro Idoeta & Capuano – págs 148 a 155)

3.10.10 - Simplifique as expressões de S_1, S_2, S_3 e S_4 da tabela 3.27, utilizando os mapas de Veitch-Karnaugh.

A	B	C	S_1	S_2	S_3	S_4
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0	1

Tabela 3.27

3.10.11 - Idem ao anterior, para a tabela 3.28.

A	B	C	D	S_1	S_2	S_3	S_4
0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	0	1

Tabela 3.28

Dúvidas ??

OBRIGADO PELA ATENÇÃO

Prof. Victor M. Miranda