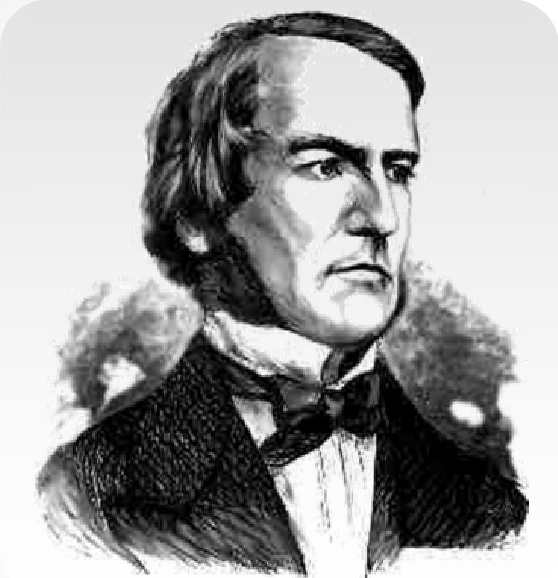
Circuitos Digitais

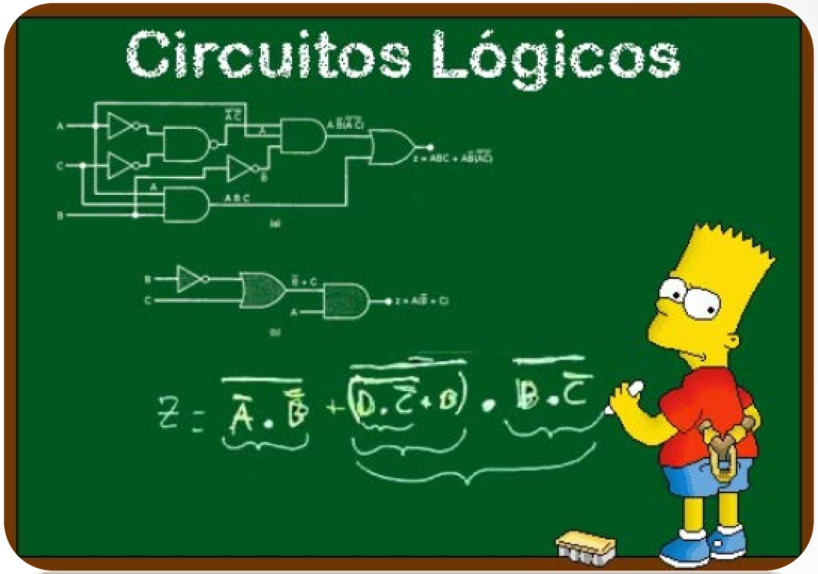
Engenharia Elétrica/Engenharia de Automação/
Engenharia de Computação/Sistemas de Informação/
Ciência da Computação/Tecnologia de Redes

Prof. VICTOR MARQUES MIRANDA

CONTEÚDOS



George Boole (1815-1864)



Unidade 4

Álgebra Booleana e Simplificação de Circuitos

FAESA

Objetivos

- ✓ Equivalência de Expressões e Blocos Lógicos
- ✓ Álgebra Booleana
- ✓ Simplificação Algébrica de Expressões Booleanas

Equivalência de Expressões e Blocos Lógicos

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- Sejam S1 e S2 duas expressões booleanas.

- S1 e S2 são equivalentes se e somente se para todas as interpretações possíveis (linhas) na tabela verdade ocorre S1 = S2.

- Se S1 ≠ S2 em pelo menos uma interpretação, então S1 e S2 não são equivalentes.

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- **EXEMPLO 1:** Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1, S2, S3 e S4 são equivalentes:

  S1 = A

  S2 = A.(A+B)

  S3 = A + A.B

  S4 = A.(1 + B)

A	B	S1	S2	S3	S4
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- **<u>EXEMPLO 1:</u>** Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1, S2, S3 e S4 são equivalentes:

  S1 = A

  S2 = A.(A+B)

  S3 = A + A.B

  S4 = A.(1 + B)

A	B	A+B	A.B	1+B	S1	S2	S3	S4
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

- Como S1=S2=S3=S4 em todas as interpretações possíveis na tabela verdade, as expressões são equivalentes:

  A.(A+B) = A + AB = A (1 + B) = A

- Como veremos mais adiante, esta é uma propriedade, conhecida como absorção.

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- **EXEMPLO 2:** Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes:

- S1 = A.(B + C)
- S2 = A.B + A.C

A	B	C	B+C	A.B	A.C	S1	S2
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- **EXEMPLO 2:** Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes:

- S1 = A.(B + C)
- S2 = A.B + A.C

- Como S1 = S2 em todas as interpretações possíveis na tabela verdade, as expressões são equivalentes

A.(B + C) = A.B + A.C

- Como veremos mais adiante, esta é a propriedade distributiva da multiplicação booleana.

A	B	C	B+C	A.B	A.C	S1	S2
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- **EXEMPLO 3:** Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes:
  - S1 = A + (B.C)
  - S2 = (A+B) . (A+C)

A	B	C	B.C	A+B	A+C	S1	S2
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- **<u>EXEMPLO 3:</u>** Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes:
  - S1 = A + (B.C)
  - S2 = (A+B) . (A+C)
- Como S1 = S2 em todas as interpretações possíveis na tabela verdade, as expressões são equivalentes:

  A+(B.C) = (A+B) . (A+C)

- Como veremos mais adiante, esta é a propriedade distributiva da adição booleana.

A	B	C	B.C	A+B	A+C	S1	S2
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- **EXEMPLO 4:** Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes

$S1 = (\bar{A}.B)$

$S2 = (A.B)'$

A	B	A'	B'	A.B	S1	S2
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- **<u>EXEMPLO 4:</u>** Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes

  $S1 = (\bar{A}.B)$

  $S2 = (A.B)'$

A	B	A'	B'	A.B	S1	S2
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0

- Como S1 ≠ S2 em pelo menos uma interpretação (de fato, em 2 das 4 possíveis) na tabela verdade, as expressões não são equivalentes

- Portanto,

  $(\bar{A}.B) \neq (A.B)'$

Equivalência de Blocos Lógicos

- Qualquer bloco lógico básico pode ser obtido utilizando outro bloco qualquer e inversores.

- Inversores podem ser obtidos a partir de portas NAND e NOR.

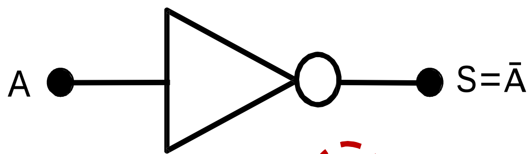
- Veremos a seguir essas equivalências entre determinados blocos.

- Tais equivalências podem ser provadas pela tabelas verdades correspondentes da seguinte forma:

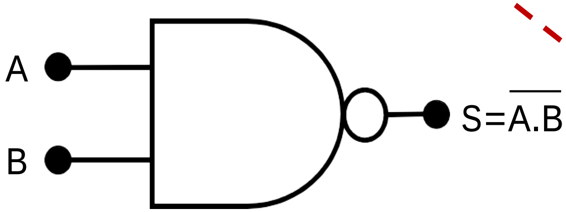
✓ Seja S1 a expressão característica do primeiro bloco B1.
✓ Seja S2 a expressão característica do segundo bloco B2.
✓ Se para todas as interpretações possíveis de B1 e B2, sempre ocorrer que S1 = S2, então B1 é equivalente a B2.

Inversor a partir de porta NAND

Inversor:

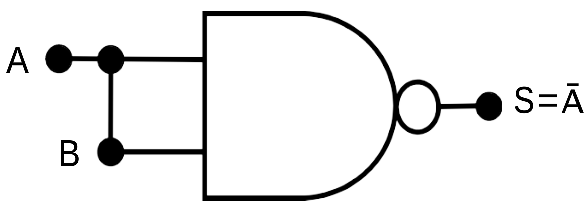


A	S
0	1
1	0



A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Ao interligar as entradas de uma porta NAND, obtém-se um inversor.

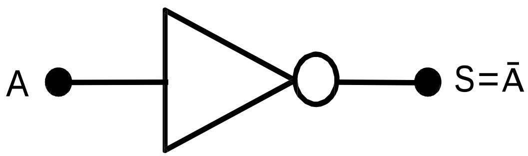


Note que, para cada interpretação possível, os resultados são equivalentes

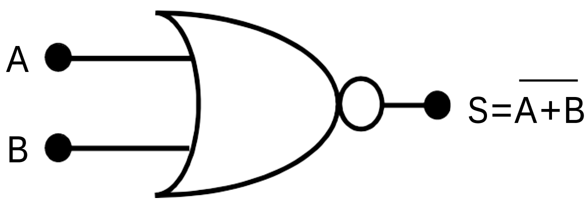
A	B	S
0	0	1
1	1	0

Inversor a partir de porta NOR

Inversor:

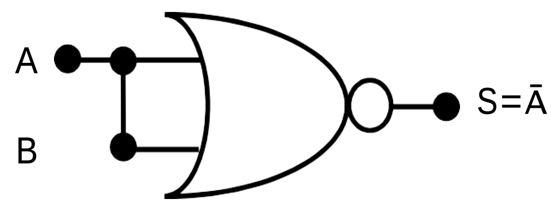


A	S
0	1
1	0



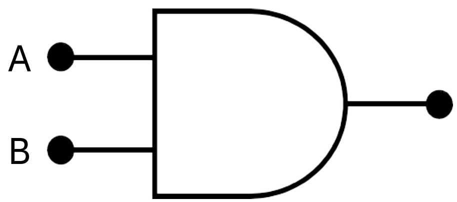
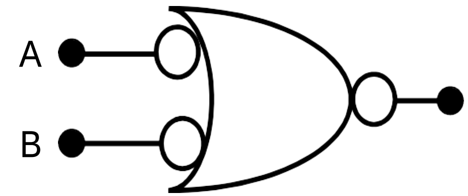
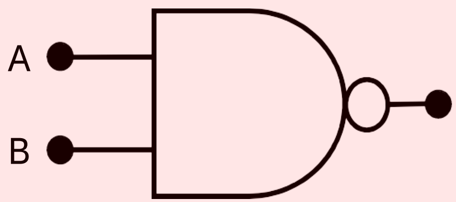
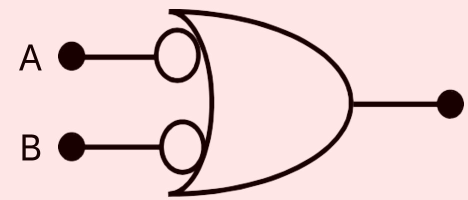
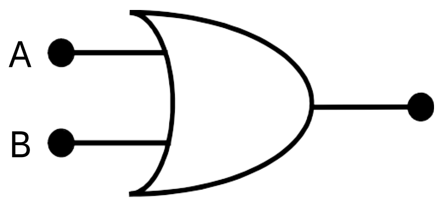
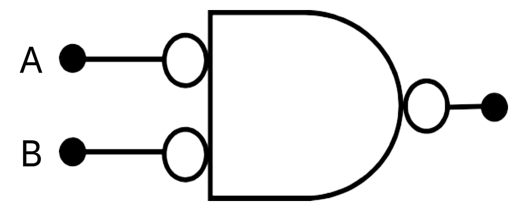
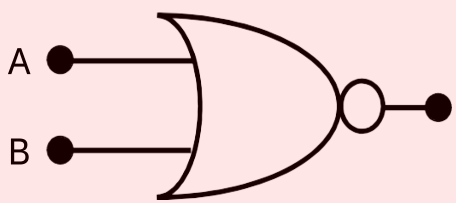
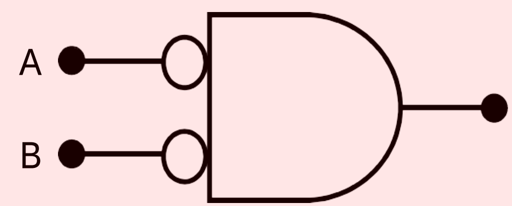
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

- Ao interligar as entradas de uma porta NOR, obtém-se um inversor.



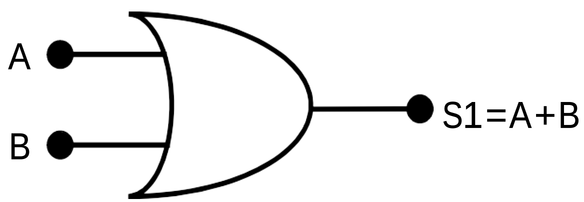
A	B	S
0	0	1
1	1	0

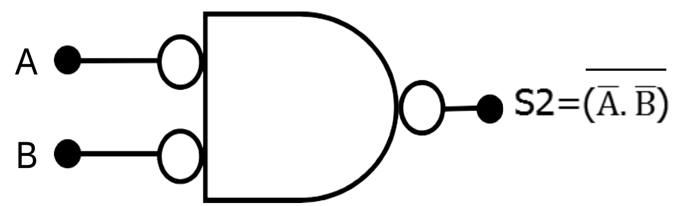
Blocos Lógicos Equivalentes

Nome	Bloco Lógico	Bloco Equivalente
AND	 $S=A.B$	 $S=\overline{(\overline{A}+\overline{B})}$
NAND	 $S=\overline{A.B}$	 $S=\overline{A}+\overline{B}$
OR	 $S=A+B$	 $S=\overline{(\overline{A}.\overline{B})}$
NOR	 $S=\overline{A+B}$	 $S=\overline{A}.\overline{B}$

Blocos Lógicos Equivalentes

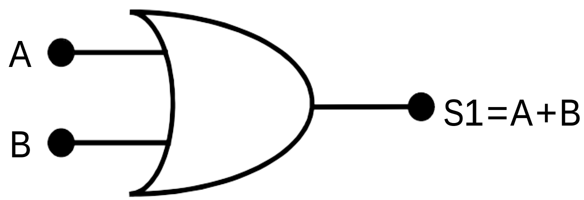
- **EXEMPLO:** Prove, usando tabela verdade, que os seguintes blocos lógicos são equivalentes:

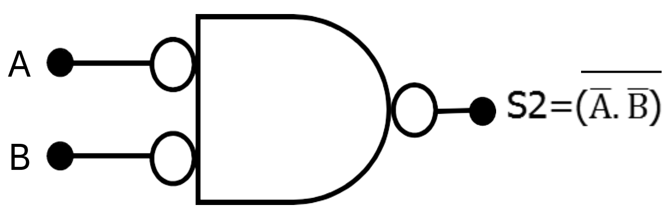




Blocos Lógicos Equivalentes

EXEMPLO:

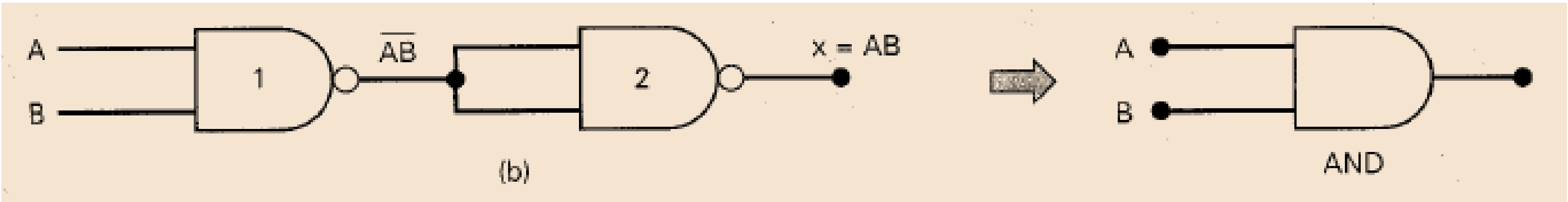


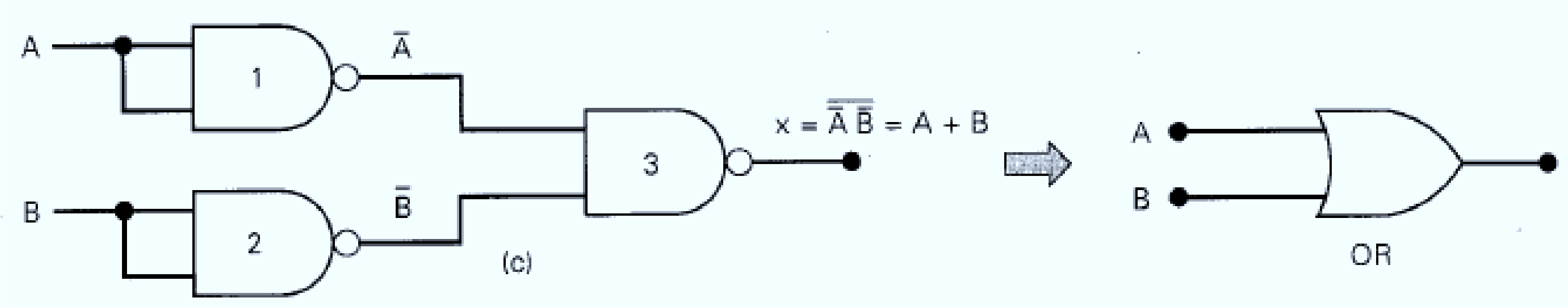


A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A}.\bar{B}$	S1= A+B	S2= $\overline{\bar{A}.\bar{B}}$
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1

Universalização das Portas NAND e NOR

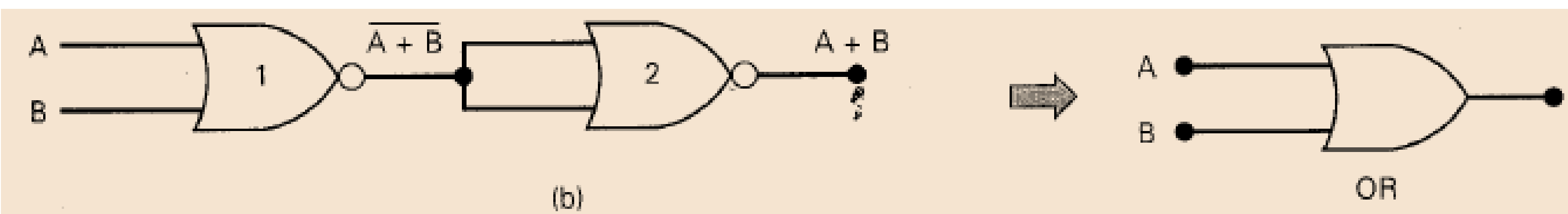
- É possível implementar qualquer expressão usando apenas portas **NAND**.

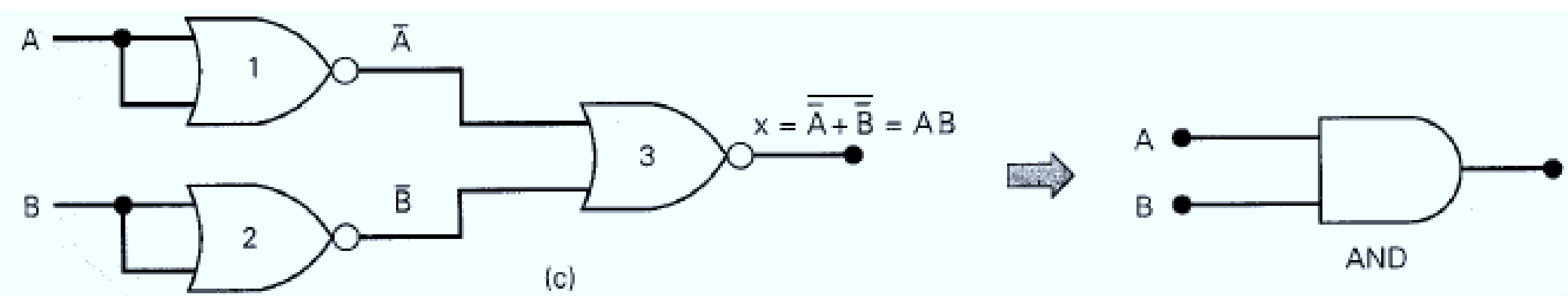




Universalização das Portas NAND e NOR

- É possível implementar qualquer expressão usando apenas portas **NOR**.





Álgebra Booleana

Álgebra Booleana

- A Álgebra Booleana fornece base matemática para **representação de operações lógicas usando variáveis binárias e operadores lógicos**.

- Uma expressão booleana representa um **encadeamento de operações lógicas entre variáveis booleanas.**

- O resultado de uma expressão booleana também **assume um único valor entre dois possíveis.**

Álgebra de Boole (Propriedades)

Conjunção Ou Multiplicação	Disjunção Ou Adição	
$A \cdot A = A$	$A + A = A$	Idempotência
$A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A$	Identidade
$A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$	Aniquilação
$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$	Complemento

Álgebra de Boole (Propriedades)

Comutação

$$A + B = B + A$$
$$A \cdot B = B \cdot A$$

Associação

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$
$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

Distribuição

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$
$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$$

Involução (ou Complementação)

$$\bar{\bar{A}} = A$$

Detalhe...

- **Distributiva da Multiplicação:**

$$A.(B+C) = A.B + A.C$$

- **Distributiva da Adição:**

$$A+(B.C) = (A+B).(A+C)$$

Propriedades da Absorção

1ª Regra

$$A + (A \cdot B) = A$$
$$A \cdot (A + B) = A$$

2ª Regra

$$A + (\bar{A} \cdot B) = A + B$$
$$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$$

3ª Regra

$$(A \cdot B) + (A \cdot \bar{B}) = A$$
$$(A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A$$

Absorção (Propriedades)

- **Prova...**

$$A + A.B = A.(\underbrace{1+B}_{1}) = A.1 = A$$

$$A\,.\,(A+B) = A.A + A.B = A + A.B = A.(1+B) = A$$

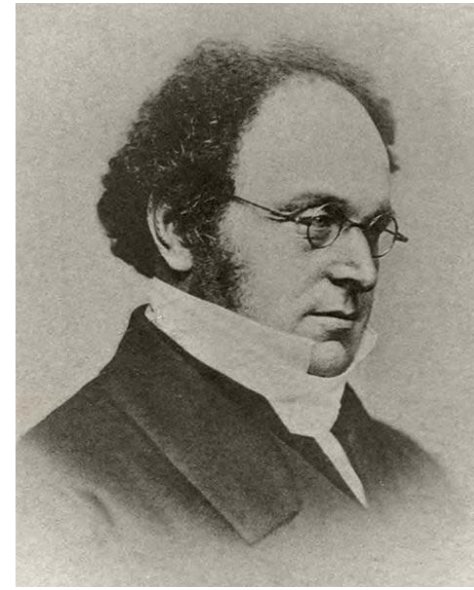
Absorção
(Propriedades)

- Prova...

$$A + \overline{A}.B = ?$$

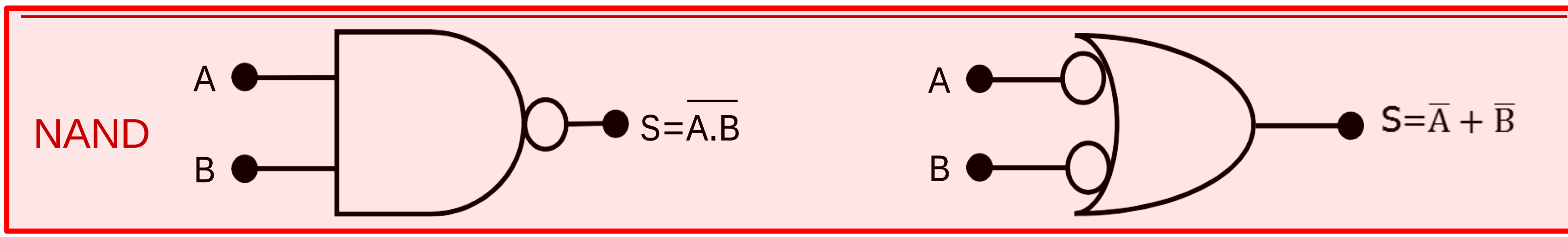
$$\underbrace{(A + \overline{A})}_{1}.(A + B) = A + B$$

Álgebra de Boole (Propriedades)

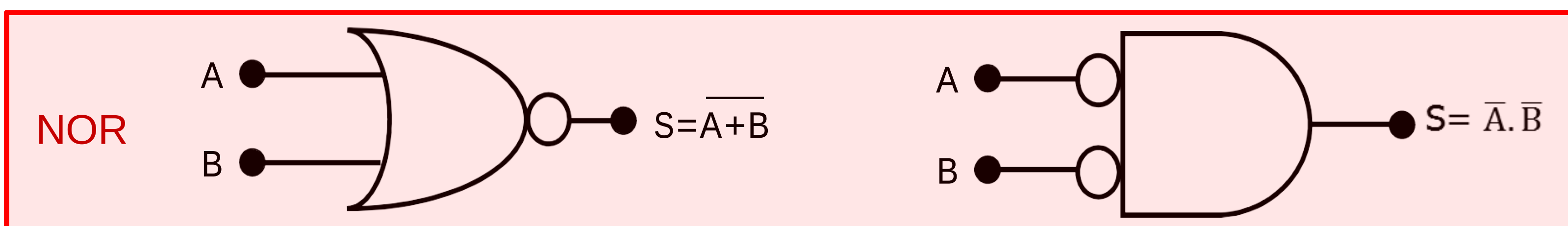


- **Teorema de De Morgan:**

(NAND) $$\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$$



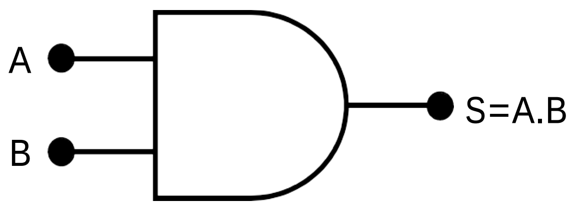
(NOR) $$\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$$

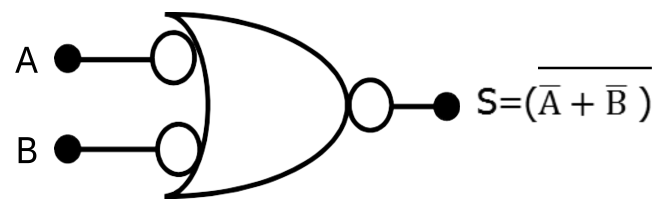


Álgebra de Boole (Propriedades)

(AND) $\overline{\overline{A.B}} = \overline{\overline{A}+\overline{B}} \rightarrow A.B = \overline{\overline{A}+\overline{B}}$

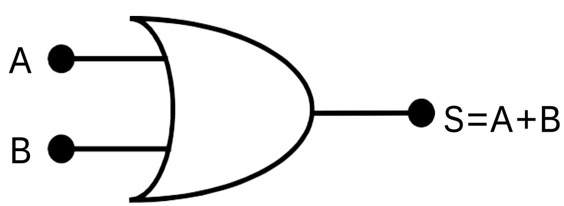
AND

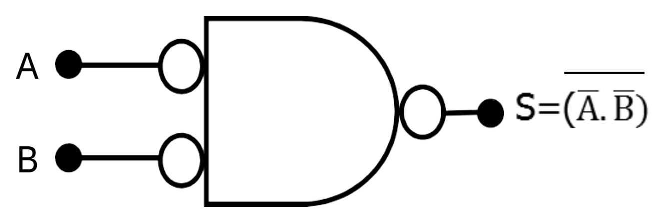




(OR) $\overline{\overline{A+B}} = \overline{\overline{A}.\overline{B}} \rightarrow A+B = \overline{\overline{A}.\overline{B}}$

OR





Generalizando o Teorema de De Morgan

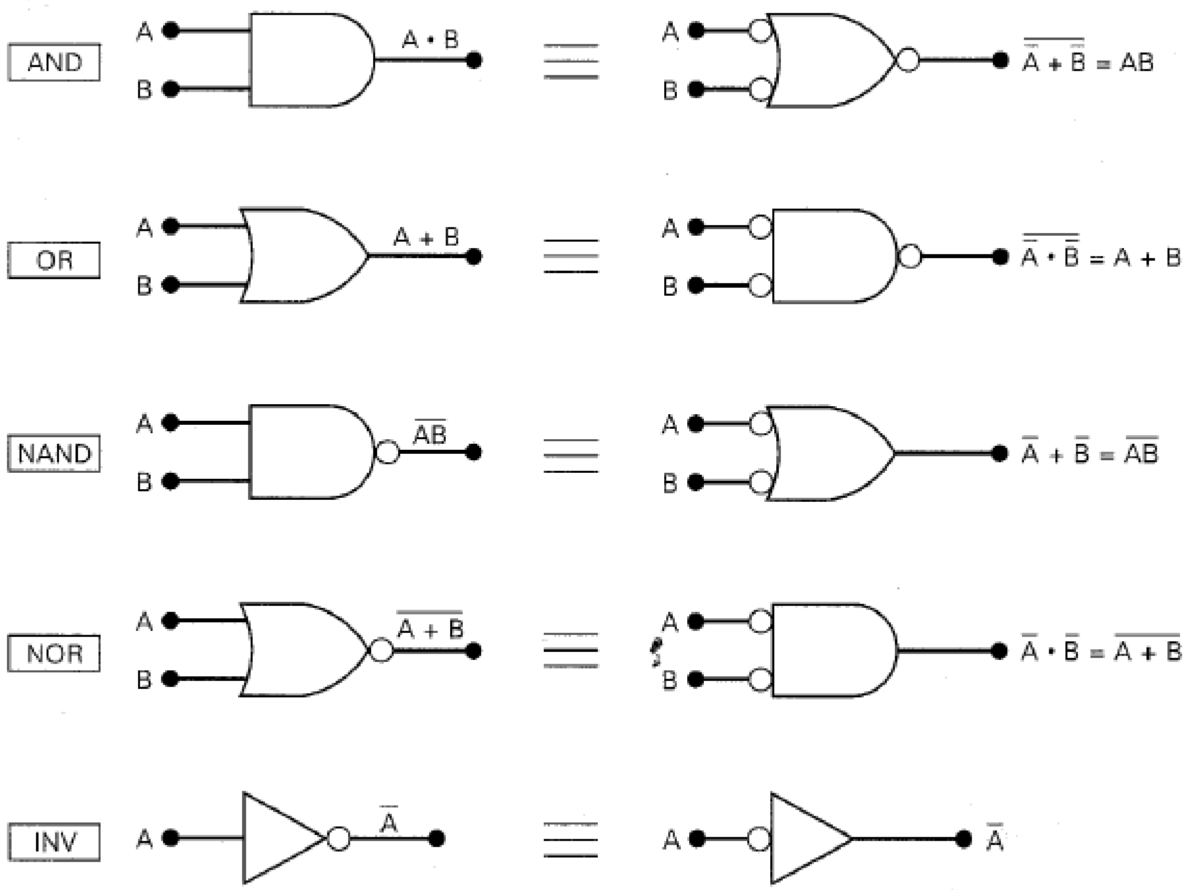
Complemento da conjunção

$$\overline{A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \cdots + \overline{A_n}$$

Complemento da disjunção

$$\overline{A_1 + A_2 + \cdots + A_n} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \ldots \cdot \overline{A_n}$$

1. Inverta cada entrada e cada saída do símbolo-padrão. Isso é feito acrescentando pequenos círculos nas entradas e saídas que não têm os círculos e removendo os já existentes.
2. Mude o símbolo da operação de AND para OR, ou de OR para AND. (No caso especial do INVERSOR, o símbolo da operação não é alterado.)



Álgebra de Boole (Propriedades)

- **Ou-exclusivo:**

$$A \oplus B = \overline{A}.B + A.\overline{B}$$

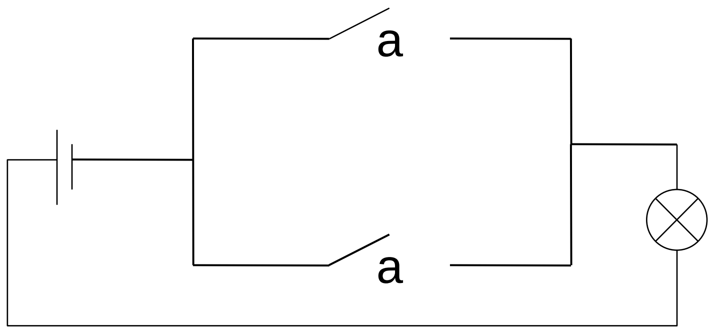
- **Não-ou-exclusivo:**

$$A \odot B = \overline{A}.\overline{B} + A.B$$

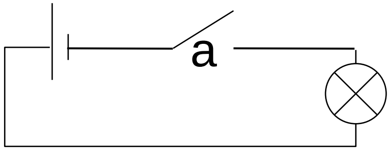
Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

- Além de verificarmos a equivalência de Expressões Booleanas e/ou Blocos Lógicos por Tabela Verdade, podemos também usar um **raciocínio mais prático**, através da **análise do circuito de chaveamento** que a expressão/bloco representa.

- Veremos esta representação para algumas propriedades a seguir.



Representação: **a + a = a**

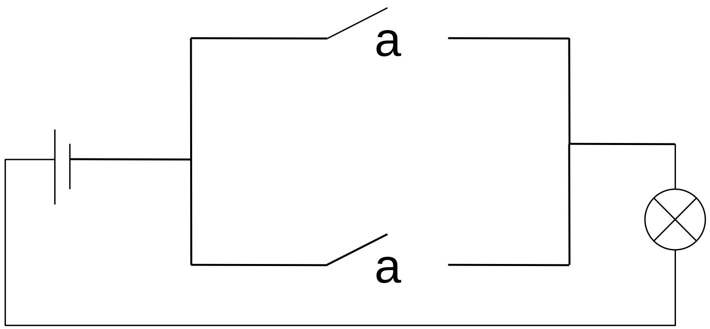


Representação: **a**

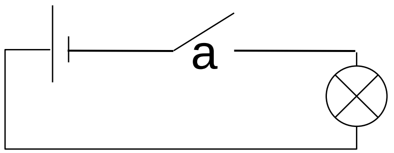
Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 1: Em um circuito se temos a expressão **a+a** sempre teremos como saída **a.**

Prova: Se a chave a superior estiver aberta então a chave a inferior também estará aberta pois ambas tem o mesmo valor. Logo, basta apenas uma chave é necessário no circuito!



Representação: **a + a = a**

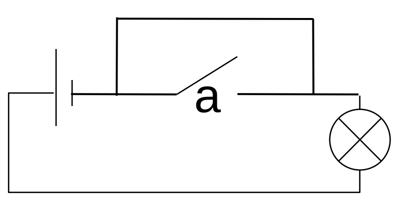


Representação: **a**

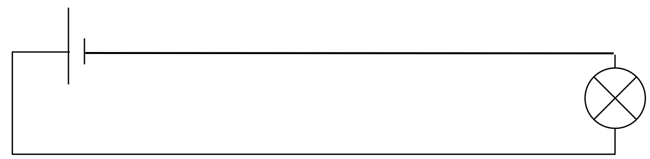
Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 2: Em um circuito se temos a expressão **a** + 1 sempre teremos como saída **1** pois a chave **a** não faz a menor diferença a corrente sempre passará independente da chave!

Prova:



<=>



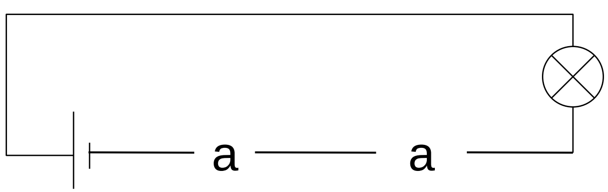
Representação: **a + 1 = 1**

Representação: **1**

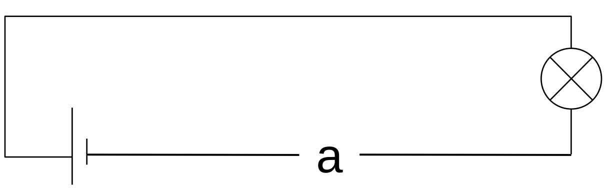
Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 3: Em um circuito se temos a expressão **aa** sempre teremos como equação similar **a**, pois se a primeira chave a estiver aberta a segunda também estará aberta. Assim, basta uma chave!

Prova:



<=>

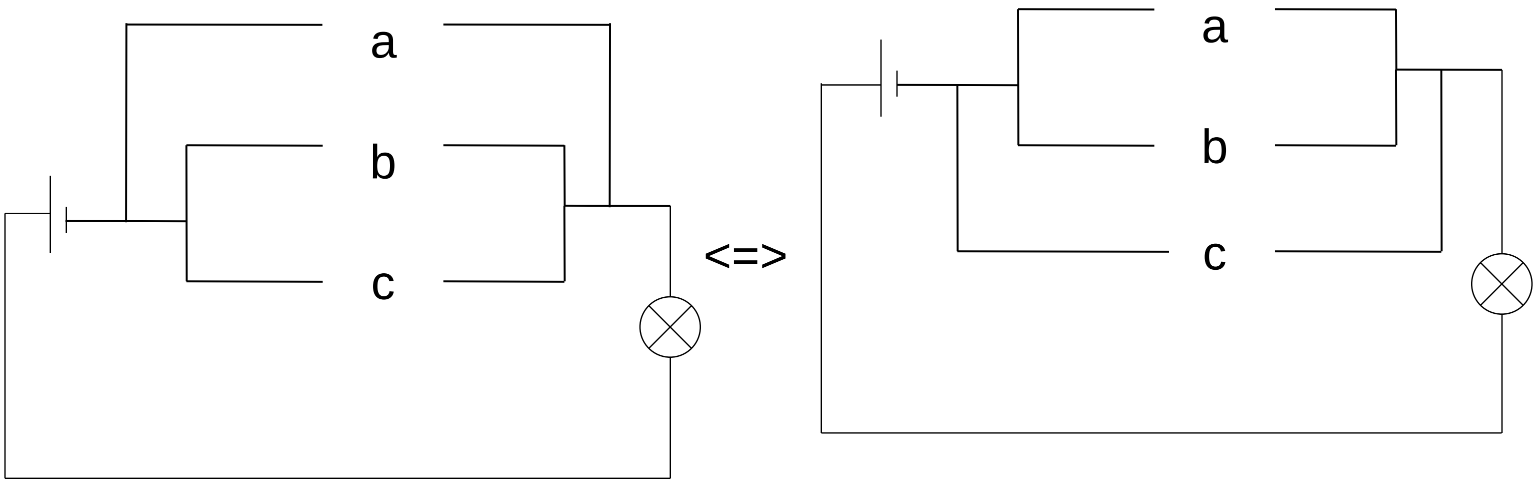


Representação: **aa = a**

Representação: **a**

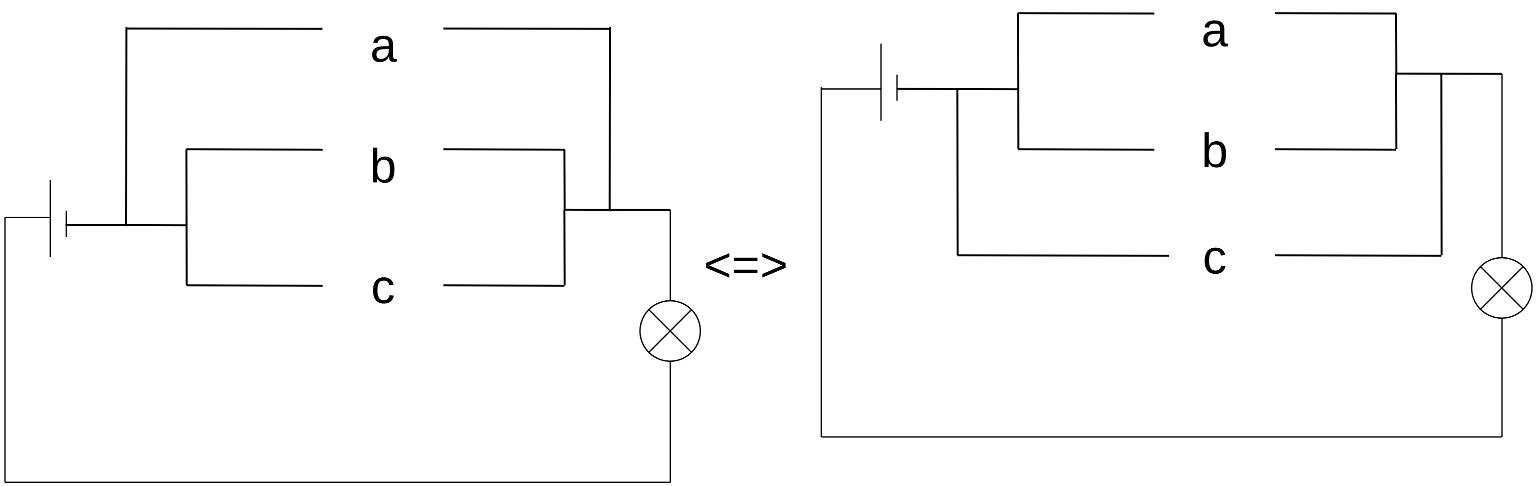
Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 4: Analise os seguintes circuitos elétricos abaixo considerando a, b e c como chaves: Qual é a equação de ambos os circuitos?



Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 4: Analise os seguintes circuitos elétricos abaixo considerando a, b e c como chaves: Qual é a equação de ambos os circuitos?

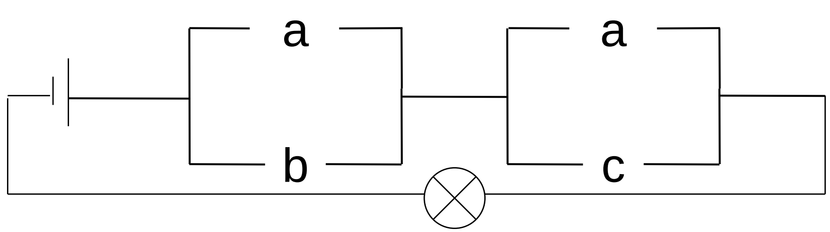


Representação: **a + (b + c)**

Representação: **(a + b) + c**

Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 5: Analise os seguintes circuitos elétricos abaixo considerando a, b e c como interruptores:



Representação: **(a + b) (a + c)**

= aa + ac + ba + bc

= a + ac + ba +bc

= a(1+c) + ba +bc

= a + ba + bc

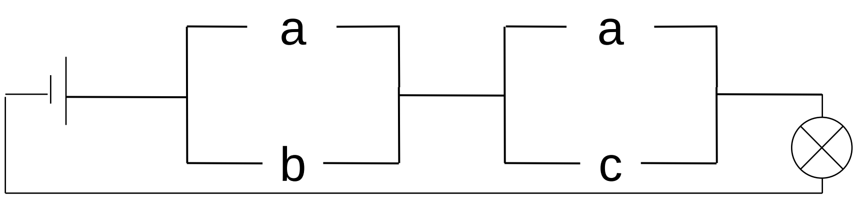
= a (1+b) + bc

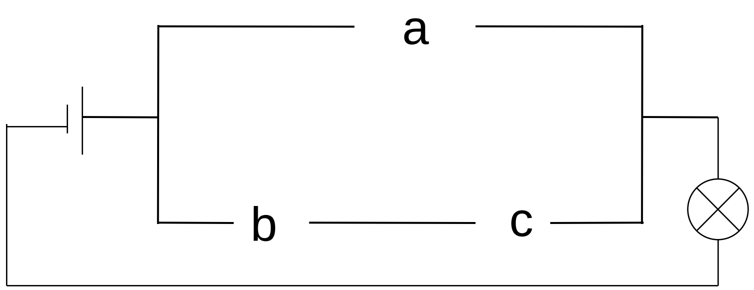
= a + bc

= a + bc

Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 5: Analise os seguintes circuitos elétricos abaixo considerando a, b e c como interruptores:

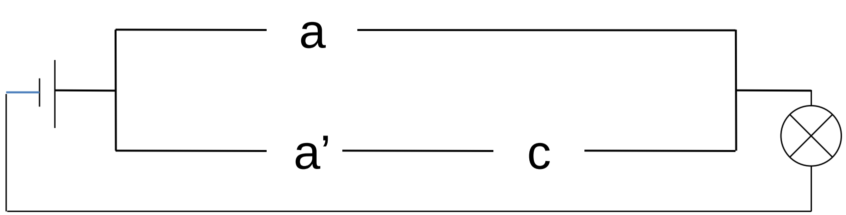




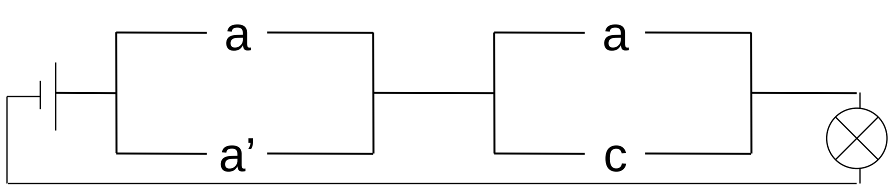
Representação: **(a + b) (a + c)** <=> Representação: **a + (bc)**

Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

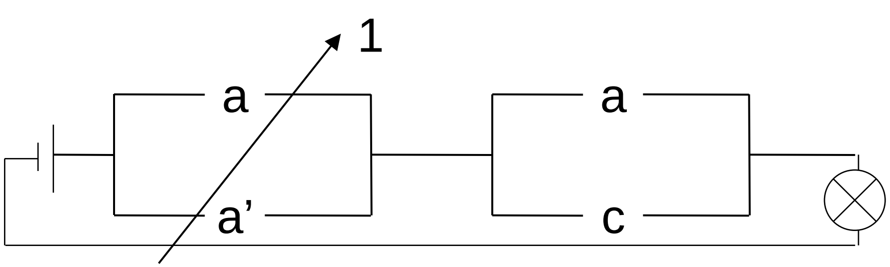
EX 6: Analise os seguintes circuitos elétricos abaixo considerando a, b e c como chaves:



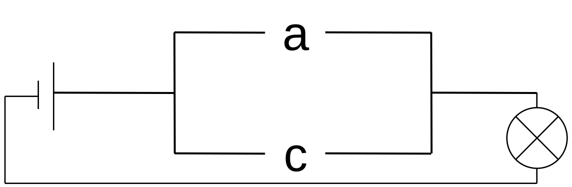
Representação: **(a + a'c)**



Representação: **(a + a') (a + c)**



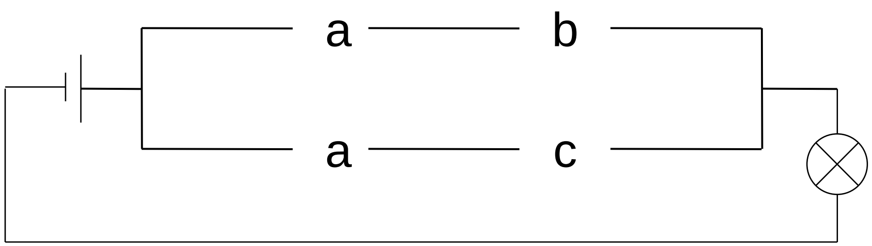
Representação: **1.(a + c)**



Representação: **a + c**

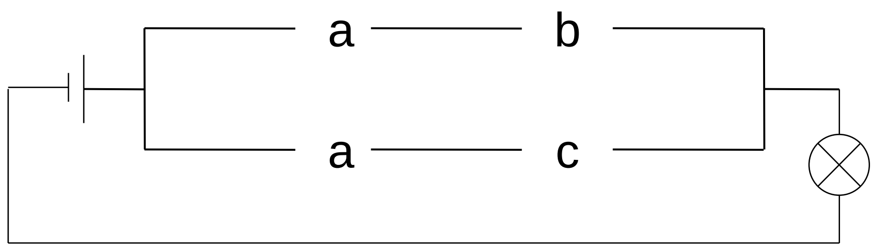
Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 7: Analise os seguintes circuitos elétricos abaixo considerando a, b e c como interruptores:



Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

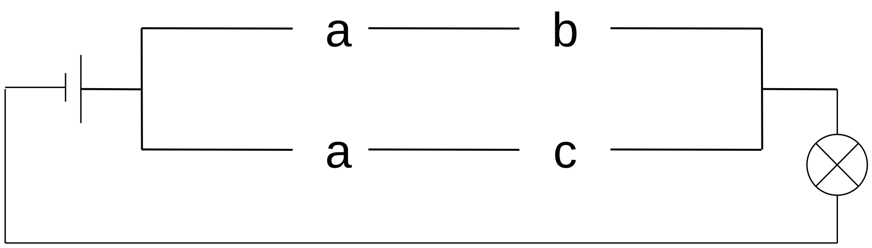
EX 7: Analise os seguintes circuitos elétricos abaixo considerando a, b e c como interruptores:

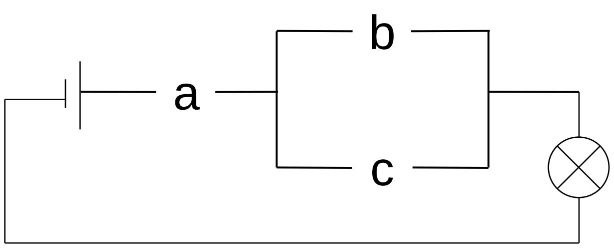


Representação: **(ab) + (ac)**

Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 7: Analise os seguintes circuitos elétricos abaixo considerando a, b e c como interruptores:



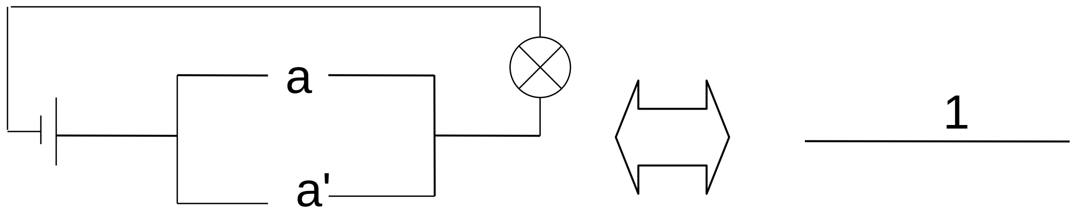


Representação: **(ab) + (ac)** **<=>** Representação: **a(b + c)**

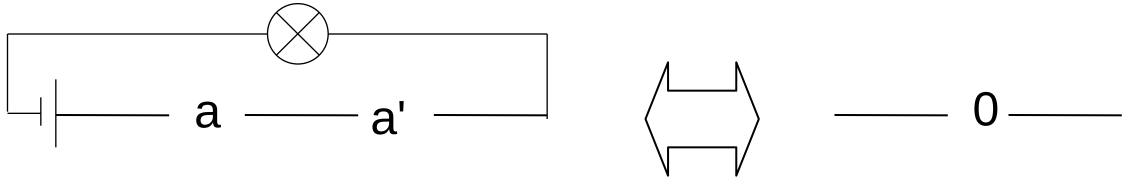
Álgebra de Boole (Circuitos de Chaveamento)

EX 8:

IMPORTANTE 1: SEMPRE QUE TIVERMOS UMA VARIÁVEL QUALQUER EM PARALELO COM A NEGAÇÃO DA MESMA TEMOS PASSAGEM DE CORRENTE E PODEMOS TROCAR AS MESMAS POR 1.



IMPORTANTE 2: SEMPRE QUE TIVERMOS UMA VARIÁVEL QUALQUER EM SÉRIE COM A NEGAÇÃO DA MESMA TEMOS UM CIRCUITO ABERTO E PODEMOS TROCAR AS MESMAS POR 0**.**



Álgebra de Boole (Resumo das Propriedades)

Absorção

A + (A.B) = A

A . (A+B) = A

Comutativa

A + B = B + A

A . B = B . A

Associativa

A + (B+C) = (A+B) + C = A+B+C

A . (B.C) = (A.B) . C = A.B.C

Distributiva

A . (B+C) = A.B + A.C

A + (B.C) = (A+B) . (A+C)

(A + A'B) = (A + B)

(A' + AB) = (A' + B)

Complementação

(A')' = A

Absorção

(A + AB) = A

A . (A+B) = A

Adição

A + A = A	0 + 0 = 0
A + A' = 1	0 + 1 = 1
A + 1 = 1	1 + 0 = 1
A + 0 = A	1 + 1 = 1

Multiplicação

A.0 = 0	0.0 = 0
A.1 = A	0.1 = 1
A.A = A	1.0 = 0
A.A' = 0	1.1 = 1

De Morgan

(A + B)' = A' . B'

(A . B)' = A' + B'

Simplificação Algébrica de Expressões Booleanas

Simplificação Algébrica

- As propriedade e teoremas da Álgebra booleana podem ser **aplicadas na simplificação de expressões booleanas.**

- Com isso, podemos reduzir **os tipos ou o número de portas lógicas** em um circuito e consequentemente **o custo**.

Simplificação Algébrica de Circuitos

Simplificar:

$$ABC + BC$$

- Propriedade distributiva:

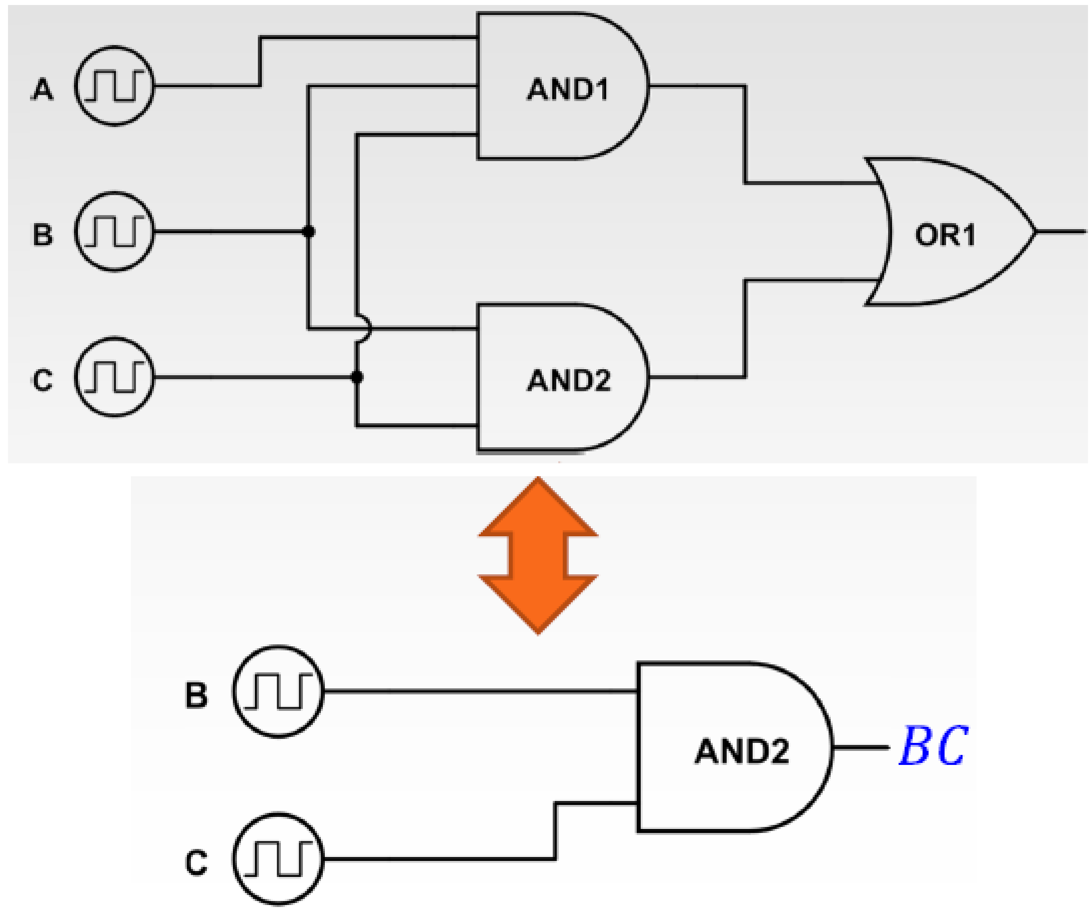
$$BC \cdot (A + 1)$$

- Aniquilação:

$$BC \cdot (1)$$

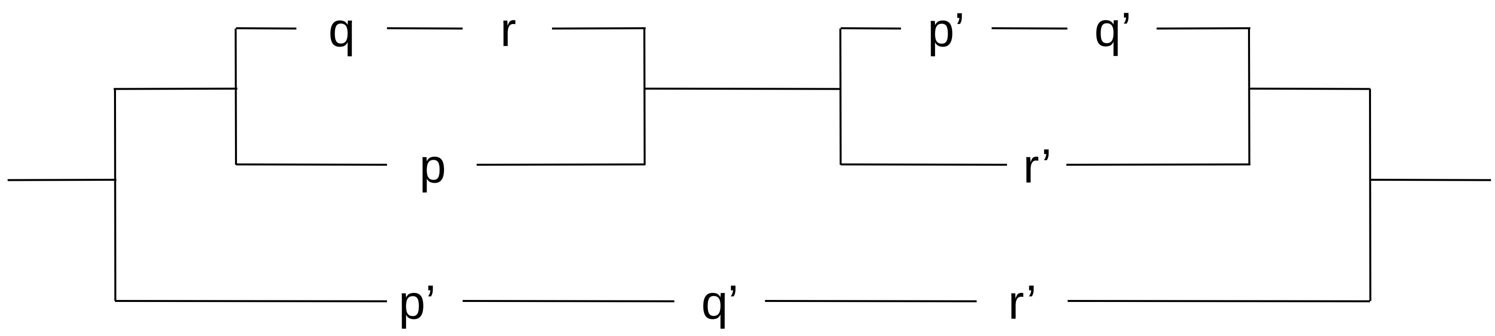
- Identidade:

$$BC$$



Simplificação Algébrica

EXEMPLO 1: Analise o circuito elétrico abaixo e monte a equação simplificada do mesmo:



$(p + qr)(p'q' + r') + p'q'r'$

$(\mathbf{pp'q'} + pr' + \mathbf{qrp'q'} + \mathbf{qrr'}) + p'q'r'$

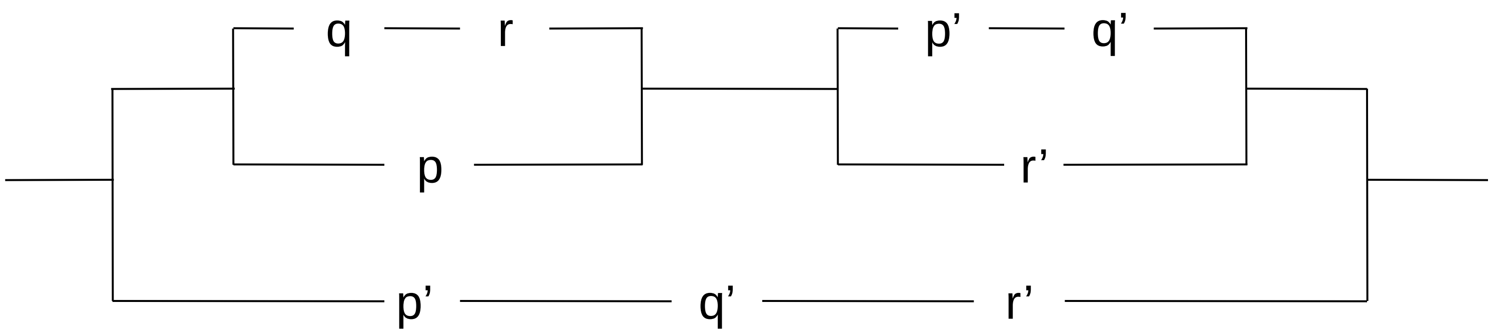
$pr' + p'q'r'$

$r'(p + p'q')$

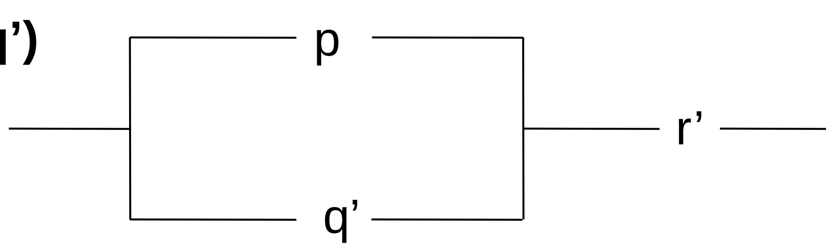
$\mathbf{r'(p + q')}$

Simplificação Algébrica

EXEMPLO 1: Analise o circuito elétrico abaixo e monte a equação simplificada do mesmo:

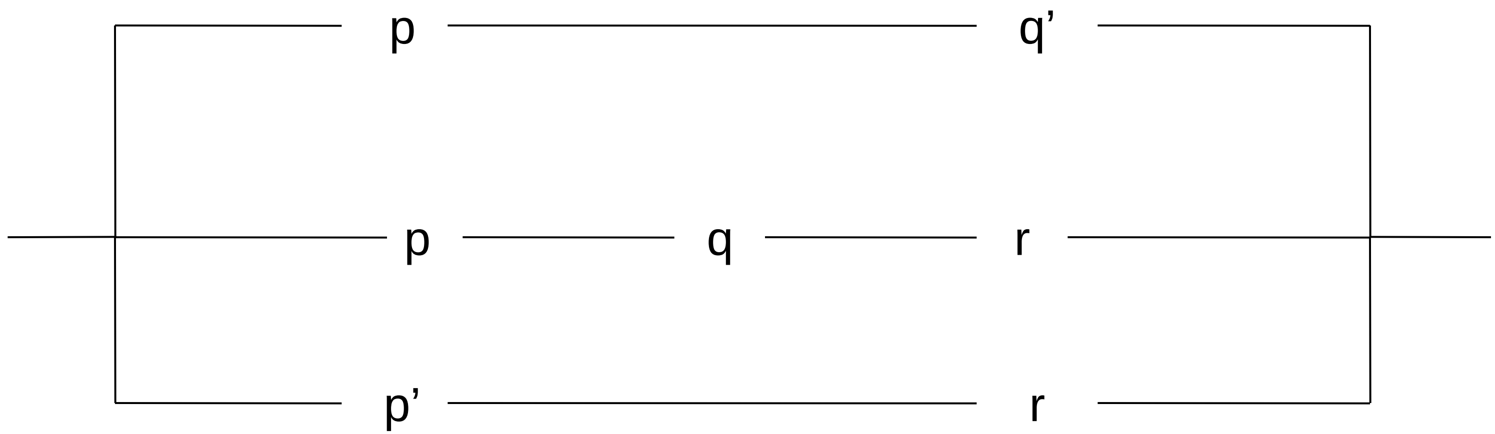


r’(p + q’)



Simplificação Algébrica

EXEMPLO 2: Analise o circuito elétrico abaixo e monte a equação simplificada do mesmo:



$pq' + pqr + p'r$

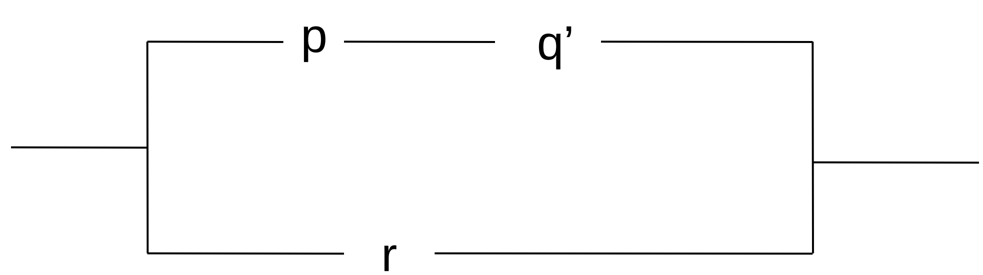
$p(q' + qr) + p'r$

$p(q' + r) + p'r$

$pq' + pr + p'r$

$pq' + r(p + p')$

$\mathbf{pq' + r}$



Simplificação Algébrica

EXEMPLO 3: Simplifique a equação:

$$X' + XY' + XYZ + XY'Z'$$

$X' + XY' + XYZ + XY'Z'$

$X' + X(Y' + YZ + Y'Z')$

$(X' + X) . (X' + Y' + YZ + Y'Z')$

$X' + Y' + YZ + Y'Z'$

$X' + [(Y' + Y) . (Y'+Z)] + Y'Z'$

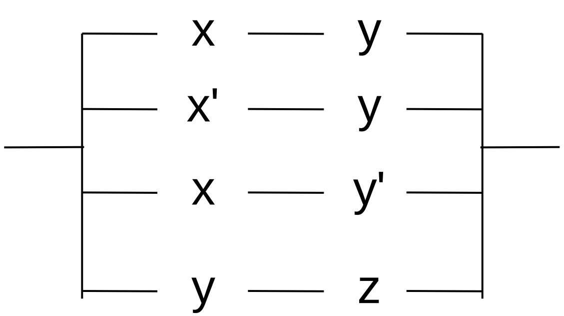
$X' + Y' + Z + Y'Z'$

$X' + Y' + Y'Z' + Z$

$X' + Y' + Z$

Simplificação Algébrica

EXEMPLO 4: Analise o circuito elétrico abaixo e depois desenhe o circuito resultante:



XY + X'Y + YZ + XY'

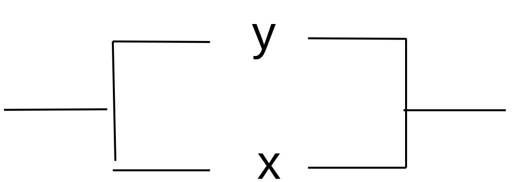
Y(X + X') + YZ + XY'

Y + YZ + XY'

Y (1 + Z) + XY'

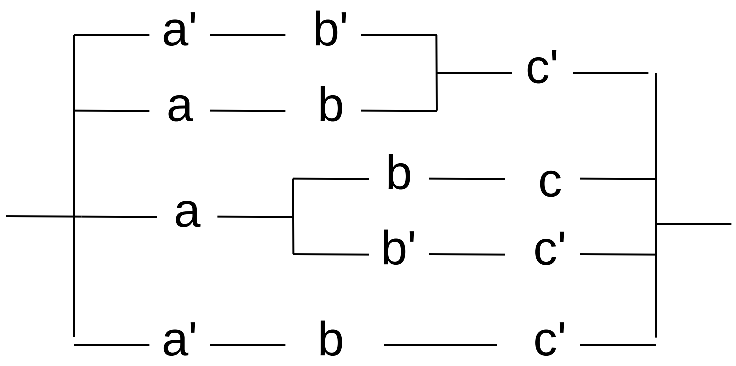
Y + XY'

Y + X



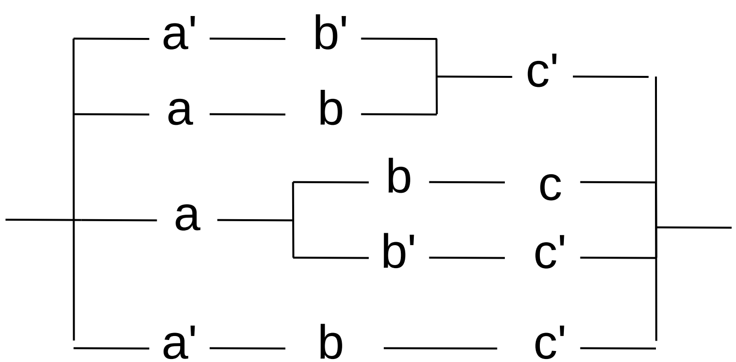
Simplificação Algébrica

EXEMPLO 5: Analise o circuito elétrico abaixo e depois desenhe o circuito resultante:



Simplificação Algébrica

EXEMPLO 5: Analise o circuito elétrico abaixo e depois desenhe o circuito resultante:



$(a'b' + ab)c' + a(bc + b'c') + a'bc'$

$a'b'c' + abc' + abc + ab'c' + a'bc'$

$a'b'c' + ab'c' + abc' + abc + a'bc'$

$b'c'(a' + a) + ab(c' + c) + a'bc'$

$b'c' + ab + a'bc'$

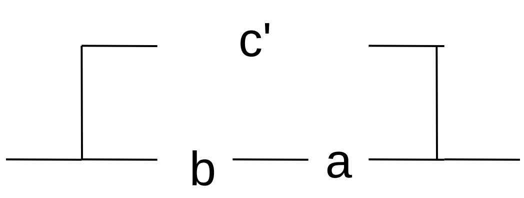
$b'c' + b(a + a'c')$

$b'c' + b(a + c')$

$b'c' + ba + bc'$

$c'(b' + b) + ab$

$c' + ab$



Simplificação Algébrica

EXEMPLO 6: Simplifique a equação: AB v AC v ABC v AB’C’

AB v AC v ACB v AB’C’
ab v ac (1 v b) v ab'c'
ab v ac v ab'c'
a(b v c v b'c')
a(b v c v b')
a(b v b' v c)
a(1 v c)
a(1)
a

Simplificação Algébrica

EXEMPLO 7: Simplifique a equação:

$$S = \overline{(A + \overline{B}.(A + B)).(\overline{A} + \overline{B})}$$

$$S = \overline{(\underbrace{A + A.\overline{B}}_{A} + \underbrace{B.\overline{B}}_{0}).(\overline{A} + \overline{B})} = \overline{A.(\overline{A} + \overline{B})} = \overline{\underbrace{A.\overline{A}}_{0} + A.\overline{B}} = \overline{A.\overline{B}} = \overline{A} + B$$

Simplificação Algébrica

EXEMPLO 8: Simplifique a equação:

$$S = (\overline{\overline{AC} + B + D}) + C(\overline{ACD})$$

Simplificação Algébrica

EXEMPLO 9: Simplifique a equação:

$$S = [\overline{\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z}.(X + Y + \overline{Z})}]$$

Simplificação Algébrica

EXEMPLO 10: Simplifique a equação:

$$S = [\overline{(A + B).C}] + [\overline{D.(C + B)}]$$

Simplificação Algébrica

EXEMPLO 11: Simplifique a equação ao lado e obtenha o circuito simplificado (Idoeta e Capuano - pág.101 e 102):

$$S = (A \oplus B)\left[\overline{B(A+\overline{C}) + \overline{D}\,\overline{(\overline{A}+B+\overline{C})}}\right]$$

Aplicando a propriedade distributiva e De Morgan respectivamente aos termos do colchete, temos:

$$S = (A \oplus B)\overline{(AB + B\overline{C} + \overline{D}A\overline{B}C)}$$

Reescrevendo o último termo, em ordem, temos:

$$S = (A \oplus B)\ \overline{(AB + B\overline{C} + A\overline{B}C\overline{D})}$$

Aplicando De Morgan ao 2º parêntese, temos:

$$S = (A \oplus B)\ (\overline{AB})\ (\overline{B\overline{C}})\ (\overline{A\overline{B}C\overline{D}})$$

Aplicando novamente em cada parêntese e substituindo o 1º pela expressão equivalente do OU Exclusivo, obtemos:

$$S = (\overline{A}B + A\overline{B})\ (\overline{A} + \overline{B})\ (\overline{B} + C)\ (\overline{A} + B + \overline{C} + D)$$

Efetuando a multiplicação entre os dois primeiros parênteses, eliminando os termos resultantes, onde: $\overline{A}\,.\,A = 0$ e $\overline{B}\,.\,B = 0$, obtemos:

$$S = (\overline{A}\,\overline{A}B + A\overline{B}\,\overline{B})\ (\overline{B} + C)\ (\overline{A} + B + \overline{C} + D)$$

continua....

Simplificação Algébrica

EXEMPLO 11: Simplifique a equação ao lado e obtenha o circuito simplificado (Idoeta e Capuano - pág.101 e 102):

$$S = (A \oplus B)\left[\overline{B(A+\overline{C}) + \overline{D}\,\overline{(\overline{A}+B+\overline{\overline{C}})}}\right]$$

Como x . x = x, temos:

$$S = (\overline{A}B + A\overline{B})(\overline{B} + C)(\overline{A} + B + \overline{C} + D)$$

Da mesma forma, efetuando a multiplicação entre os dois últimos, obtemos:

$$S = (\overline{A}B + A\overline{B})(\overline{A}\,\overline{B} + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{B}D + \overline{A}C + BC + CD)$$

Novamente multiplicando, temos:

$$S = \overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}BCD + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}D + A\overline{B}CD$$

Tirando em evidência $\overline{A}BC$ para os três primeiros termos e $A\overline{B}$ para os últimos, temos:

$$S = \overline{A}BC(1 + 1 + D) + A\overline{B}(\overline{C} + D + CD)$$

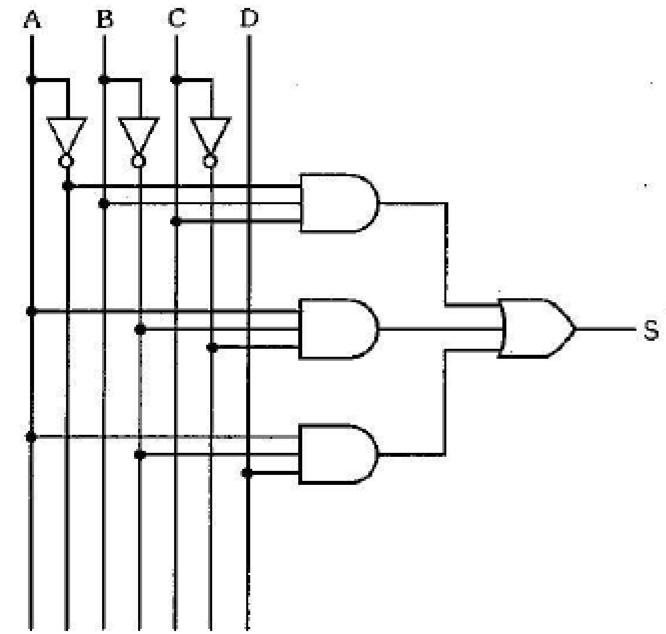
Fazendo (1 + D) = 1 e colocando em evidência D no 2º parêntese temos:

$$S = \overline{A}BC + A\overline{B}[\overline{C} + D(1 + C)]$$

Como 1 + C = 1, temos:

$$S = \overline{A}BC + A\overline{B}(\overline{C} + D)$$

$$\therefore\ S = \overline{A}BC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}D$$



EXERCÍCIOS

(Livro Idoeta & Capuano)

3.10.13 - Determine as expressões simplificadas para S_1 e S_2 da tabela 3.29.

A	B	C	D	E	S_1	S_2
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1

Tabela 3.29 (parte)

A	B	C	D	E	S_1	S_2
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Tabela 3.29

3.10.14 - Simplifique as expressões de S_1 e S_2 da tabela 3.30.

A	B	C	S_1	S_2
0	0	0	X	1
0	0	1	0	X
0	1	0	1	0
0	1	1	X	0
1	0	0	1	0
1	0	1	X	1
1	1	0	X	X
1	1	1	1	X

Tabela 3.30

1 - Simplifique as expressões booleanas, apresentadas a seguir

a) $S=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}BC+\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}+AB\overline{C}$

b) $S=(A+B+C).(\overline{A}+\overline{B}+C)$

c) $S=\left[\overline{\overline{(AC)}+B+D}\right]+C(\overline{ACD})$

2 - A partir da expressão $S=\overline{(A\odot B)}$, obtenha $S=A\oplus B$.

3.10.8 - Demonstre que:

$$A\odot(B\oplus C)=A\oplus(B\odot C)$$

Dúvidas ??

OBRIGADO PELA ATENÇÃO

Prof. Victor M. Miranda