

# Circuitos Digitais

Engenharia Elétrica/Engenharia de Automação/  
Engenharia de Computação/Sistemas de Informação/  
Ciência da Computação/Tecnologia de Redes

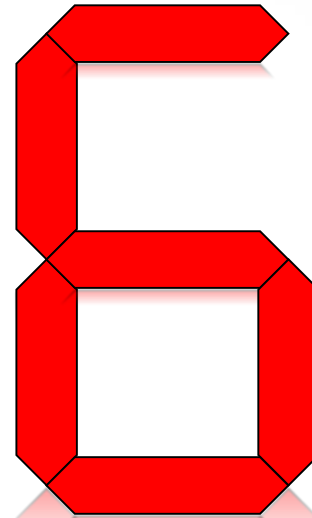
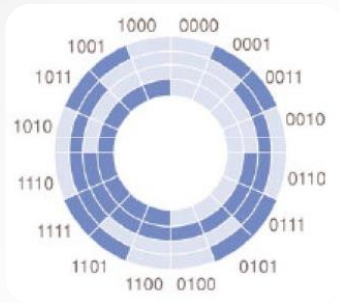


Prof. VICTOR MARQUES MIRANDA

# CONTEÚDOS

- I. Conceitos Básicos de Sistemas Digitais
- II. Sistemas de Numeração
  - II.1. Conversões entre Bases*
  - II.2. Operações Aritméticas*
- III. Portas Lógicas e Formas de Representação de uma Função Lógica
- IV. Álgebra Booleana e Simplificação de Circuitos
- V. Redes Combinacionais e Minimização Lógica
- VI. Projeto Lógico Combinacional
- VII. Módulos-Padrão Combinacionais e Aritméticos
- VIII. Sistemas Sequenciais – Parte 1: Máquinas de Estados, Elementos de Memória e Análise e Projeto de Redes Sequenciais Canônicas
- IX. Sistemas Sequenciais – Parte 2: Módulos-Padrão – Contadores
- X. Revisão dos Conteúdos e Aplicação da N2





# Unidade 6

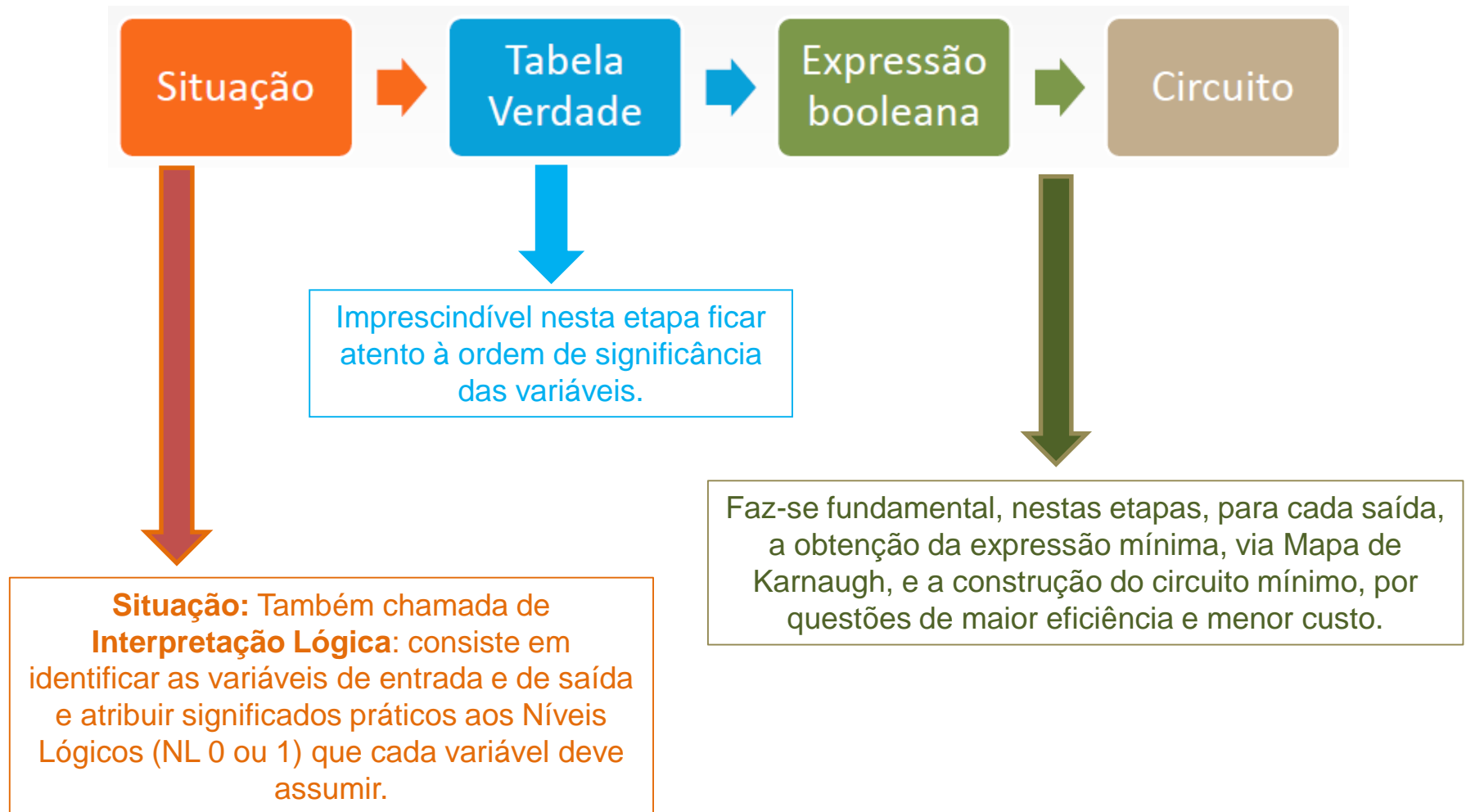
## Projeto Lógico Combinacional

# Objetivos

- ✓ Projeto Lógico Combinacional
  - ✓ Projetos de Redes de Portas de 2 Níveis de Uma Saída
  - ✓ Projeto de Redes de Portas de 2 Níveis de Múltiplas Saídas
- ✓ Codificações
- ✓ Projetos de Codificadores / Decodificadores

# PROJETO LÓGICO COMBINACIONAL

# Etapas de um Projeto Lógico Combinacional



# Exercícios Resolvidos sobre Projeto Digital Combinacional

## Exemplos Práticos

# Projetos de Redes de Portas de 2 Níveis de Uma Saída



# Projeto Digital – Exemplo 1

- ❖ Joe, Jack, e Jim se reúnem uma vez por semana para irem ao cinema ou jogar boliche.
- ❖ Para decidir o que fazer, eles votam e maioria simples vence.
- ❖ Supondo que um voto para o filme é representado por um nível lógico 1, projete um circuito lógico que calcule automaticamente a decisão.



# Projeto Digital – Exemplo 1

Situação

## ENTRADAS:

**A: voto de Joe**

**B: voto de Jack**

**C: voto de Jim**

**Voto para cinema = 1**

**Voto para boliche = 0**

## SAÍDA(S):

**F: decisão majoritária**

**Decisão para cinema = 1**

**Decisão para boliche = 0**

# Projeto Digital – Exemplo 1

**OBS:** Apesar de o exemplo derivar as formas canônicas, faz-se fundamental nesta etapa a obtenção da expressão mínima, via Mapa de Karnaugh, por questões de maior eficiência e menor custo.

Situação



Tabela Verdade

Entradas			Saída
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

**SOP:**

$$\bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$F = \sum m(3,5,6,7)$$

**POS:**

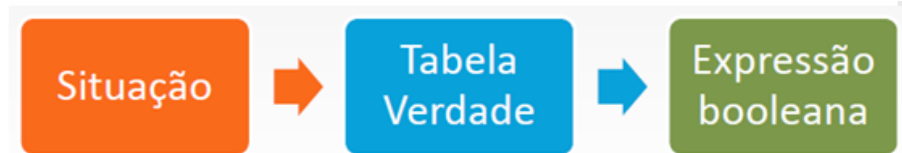
$$(A + B + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot$$

$$(A + \bar{B} + C) \cdot (\bar{A} + B + C)$$

$$F = \prod M(0,1,2,4)$$

# Projeto Digital – Exemplo 1

**OBS:** Faz-se fundamental, nesta etapa, a obtenção da expressão mínima, via Mapa de Karnaugh, por questões de maior eficiência e menor custo.



**Truth Table**

A B C	
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

**Karnaugh Map**

AB \ C	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

**Subcubes**

BC	
BC	
AC	
AB	

**Mode**

☐ 3 Bit
 ☐ 4 Bit

**Options**

☐ Hide Minimum
 ☐ Hide Grade
 ☐ Show Circuit
 ☐ Change to POS

☒ Edge Assist

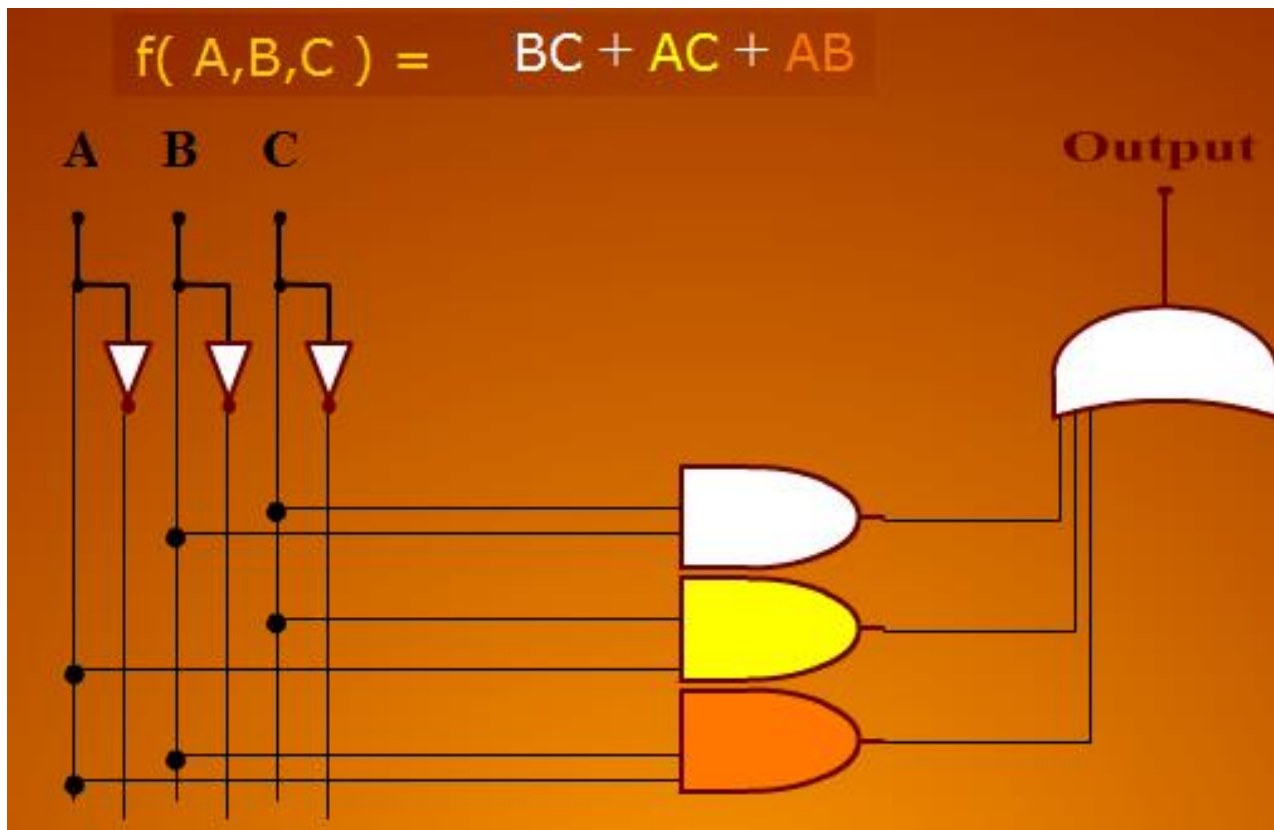
**Canonical:**  $A'BC + AB'C + ABC' + ABC$

**K-Map:**  $BC + AC + AB$

**Minimal :**  $BC + AC + AB$

**Grade: A**

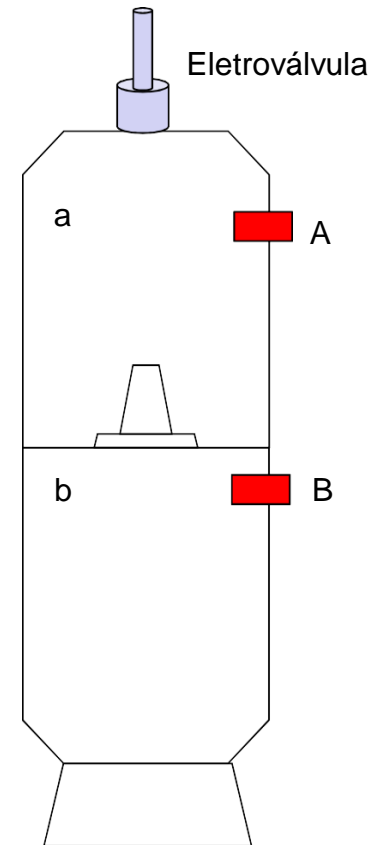
# Projeto Digital – Exemplo 1



**OBS:** Nesta etapa, pelos mesmos motivos explicados anteriormente, faz-se fundamental a construção do circuito mínimo.

## Exemplo 2

- D Elaborar um circuito lógico que permita encher automaticamente um filtro de água de dois recipientes e vela
- D A eletroválvula deve permanecer aberta (entrada de água) quando a saída do circuito for 1 e permanecerá fechada quando a saída for 0
- D O controle é efetuado por 2 eletrodos, A e B, colocados nos recipientes **a** e **b**, respectivamente



# Exemplo 2

- D Elaborar um circuito lógico que permita encher automaticamente um filtro de água de dois recipientes e vela
  - D A eletroválvula deve permanecer aberta (entrada de água) quando a saída do circuito for 1 e permanecerá fechada quando a saída for 0
  - D O controle é efetuado por 2 eletrodos, A e B, colocados nos recipientes **a** e **b**, respectivamente
- D Convenção
    - Se o recipiente **a** está cheio então eletrodo A=1
    - Se o recipiente **a** está vazio então eletrodo A=0
    - Se o recipiente **b** está cheio então eletrodo B=1
    - Se o recipiente **b** está vazio então eletrodo B=0

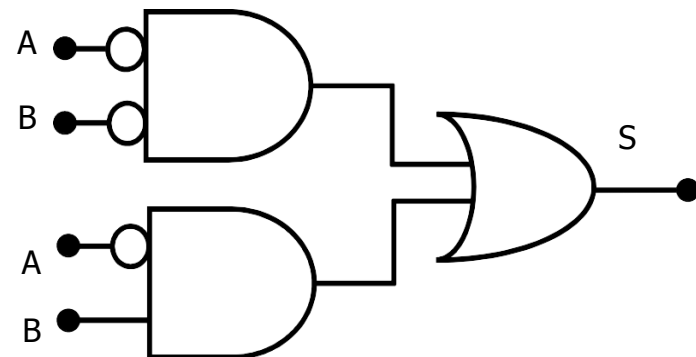
## Solução 2

D Nesse problema, a eletroválvula deve permanecer aberta ( $S=1$ ) nas situações 0 ou 1

D Portanto,

- $S = \bar{A}.B + \bar{A}.B$

Situação	A	B	S
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	0





# Simplificando o Circuito Anterior

D Observe que

- $S = \bar{A}.B + \bar{A}.B$

D Pela propriedade distributiva

- $\alpha.(\beta+\gamma) = \alpha.\beta + \alpha.\gamma$

- Fazendo  $\alpha=\bar{A}$ ,  $\beta=B$ ,  $\gamma=B$

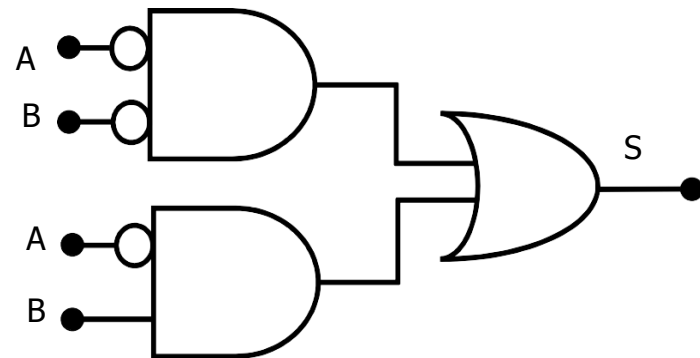
D Portanto

- $S = \bar{A}.(B + B)$

- $S = \bar{A}.(1)$

- $S = \bar{A}$

D Circuito antes da simplificação

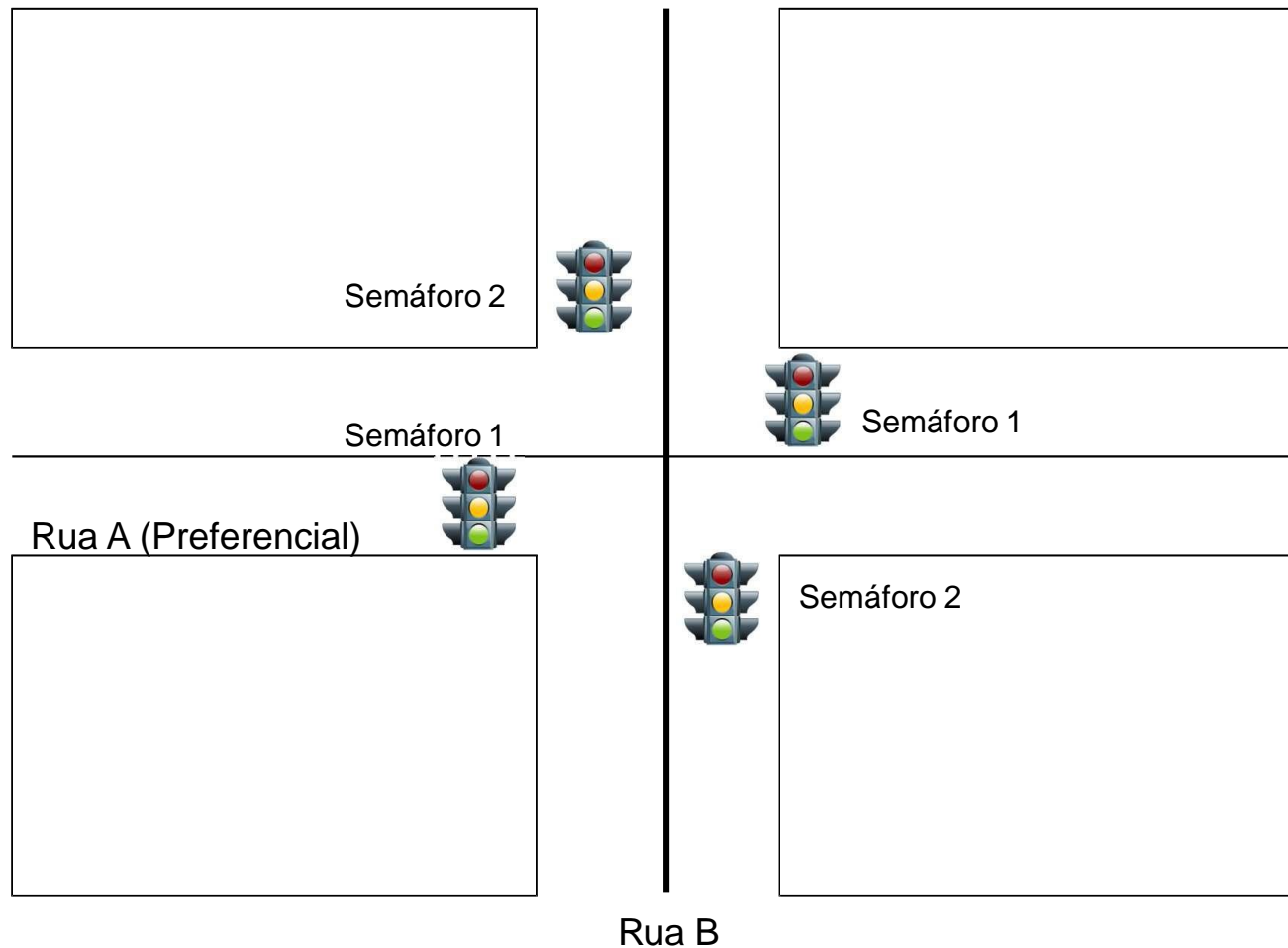


D Circuito após a simplificação



# Projeto de Redes de Portas de 2 Níveis de Múltiplas Saídas

# Exemplo 1



# Exemplo 1

- O desenho representa o cruzamento das ruas A e B, cada uma com seu semáforo
- Deseja-se instalar, no cruzamento, um sistema automático de semáforos, com as seguintes características
  - Quando houver carros transitando somente na rua B, o semáforo 2 deverá permanecer verde para os carros trafegarem livremente
  - Igualmente, quando houver carros transitando somente na rua A, o semáforo 1 deverá permanecer verde
  - Quando houver carros transitando em ambas as ruas, o semáforo da rua A deve ficar verde, pois é a rua preferencial

# Exemplo 1

- D É possível usar um circuito lógico para solucionar este problema; para isso é necessário obter sua expressão
- D Para tanto, estabelece-se a notação

Condição	Notação
Existência de carro na rua A	$A = 1$
Não existência de carro na rua A	$A = 0$ (ou $\bar{A} = 1$ )
Existência de carro na rua B	$B = 1$
Não existência de carro na rua B	$B = 0$ (ou $\bar{B} = 1$ )
Verde do sinal 1 aceso	$G1 = 1$
Verde do sinal 2 aceso	$G2 = 1$
Se $G1=1$ então Vermelho do sinal 1 apagado Verde do sinal 2 apagado Vermelho do sinal 2 aceso	$R1 = 0$ $G2 = 0$ $R2 = 1$
Se $G2=1$ então Vermelho do sinal 1 aceso Verde do sinal 1 apagado Vermelho do sinal 2 apagado	$R1 = 1$ $G1 = 0$ $R2 = 0$

# Exemplo 1

- D Com base nisso, a tabela verdade é montada e cada situação é analisada individualmente

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0				
1	0	1				
2	1	0				
3	1	1				

# Exemplo 1

- D Situação 0: representa a ausência de veículos em ambas as ruas ( $A=0$  e  $B=0$ ). Assim, é irrelevante qual sinal permanece aceso. Em situações **irrelevantes**, utiliza-se o símbolo  $\emptyset$  para indicar que as variáveis podem assumir 0 ou 1

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	0	1				
2	1	0				
3	1	1				

# Exemplo 1

- D Situação 0: representa a ausência de veículos em ambas as ruas ( $A=0$  e  $B=0$ ). Assim, é irrelevante qual sinal permanece aceso. Em situações **irrelevantes**, utiliza-se o símbolo  $\emptyset$  para indicar que as variáveis podem assumir 0 ou 1.
- D Situação 1: representa presença de veículos na rua B e ausência de veículos na Rua A. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua B.

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	0	1			1	
2	1	0				
3	1	1				



# Exemplo 1

- D Situação 0: representa a ausência de veículos em ambas as ruas ( $A=0$  e  $B=0$ ). Assim, é irrelevante qual sinal permanece aceso. Em situações **irrelevantes**, utiliza-se o símbolo  $\emptyset$  para indicar que as variáveis podem assumir 0 ou 1.
- D Situação 1: representa presença de veículos na rua B e ausência de veículos na Rua A. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua B e lembrar da convenção.

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0				
3	1	1				

Se $G2=1$ então	
Vermelho do sinal 1 aceso	$R1 = 1$
Verde do sinal 1 apagado	$G1 = 0$
Vermelho do sinal 2 apagado	$R2 = 0$

# Exemplo 1

- D Situação 2: representa presença de veículos na rua A e ausência de veículos na Rua B. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua A.

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1			
3	1	1				

# Exemplo 1

- D Situação 2: representa presença de veículos na rua A e ausência de veículos na Rua B. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua A e lembrar da convenção.

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1				

Se G1=1 então	
Vermelho do sinal 1 apagado	R1 = 0
Verde do sinal 2 apagado	G2 = 0
Vermelho do sinal 2 aceso	R2 = 1

# Exemplo 1

- D Situação 2: representa presença de veículos na rua A e ausência de veículos na Rua B. Portanto, é necessário acender o sinal verde para a rua A e lembrar da convenção.

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Se G1=1 então	
Vermelho do sinal 1 apagado	R1 = 0
Verde do sinal 2 apagado	G2 = 0
Vermelho do sinal 2 aceso	R2 = 1

- D Situação 3: representa a presença de veículos em ambas as ruas. Nesse caso, o sinal verde para a rua A deve permanecer aceso, pois ela é preferencial, aplicando-se, novamente, a convenção acima.

# Exemplo 1

- D Na situação 0, com saídas irrelevantes, tanto faz qual sinal permanece aceso. Portanto, é possível adotar que o verde do sinal 2 permaneça aceso.

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	∅	∅	∅	∅
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

# Exemplo 1

- D Na situação 0, com saídas irrelevantes, tanto faz qual sinal permanece aceso. Portanto, é possível adotar que o verde do sinal 2 permaneça aceso.
- D Isso nos leva a uma tabela verdade com novos valores preenchidos para a situação 0.

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0			1	
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

# Exemplo 1

- D Na situação 0, com saídas irrelevantes, tanto faz qual sinal permanece aceso. Portanto, é possível adotar que o verde do sinal 2 permaneça aceso.
- D Isso nos leva a uma tabela verdade com novos valores preenchidos para a situação 0, lembrando que

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

Se G2=1 então	
Vermelho do sinal 1 aceso	R1 = 1
Verde do sinal 1 apagado	G1 = 0
Vermelho do sinal 2 apagado	R2 = 0

# Exemplo 1

- D Cada saída, G1, R1, G2, R2 terá um circuito independente.
- D Iniciando pela escrita da expressão de G1, em quais situações G1 acende?

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1



# Exemplo 1

- D Iniciando pela escrita da expressão de G1, em quais situações G1 acende?  
Nas Situações 2 OU 3

- Situação 2:
- $G1=1$  quando  $A = 1$  e  $B = 0$ , ou seja,  $A = 1$  e  $B = 1$
- Usando uma porta E, é possível escrever  $G1=1$  quando  $A.B = 1$
- Situação 3:
- $G1=1$  quando  $A = 1$  e  $B = 1$
- Portanto,  $G1=1$  quando  $A.B = 1$

- D Como tem-se  $G1=1$  na Situação 2 OU Situação 3, uma porta OU contendo as expressões tanto da Situação 2 quanto da Situação 3 resultará no valor 1 nesses casos, que representa a situação referente ao verde aceso do semáforo 1.
- $G1 = A.B + A.B$

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

# Exemplo 1

D Agora, em quais situações R1 acende?

Nas Situações 0 OU 1

- Situação 0:
- R1=1 quando  $A = 0$  e  $B = 0$ , ou seja,  
 $\bar{A} = 1$  e  $B = 1$
- Usando uma porta E, é possível escrever  $R1=1$  quando  $\bar{A}.B = 1$
- Situação 1:
- R1=1 quando  $A = 0$  e  $B = 1$
- Portanto,  $R1=1$  quando  $\bar{A}.B = 1$

D Como tem-se  $R1=1$  na Situação 0 OU Situação 1, uma porta OU contendo as expressões tanto da Situação 0 quanto da Situação 1 resultará no valor 1 nesses casos, que representa a situação referente ao vermelho aceso do semáforo 1.

- $R1 = \bar{A}.B + \bar{A}.B$

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

# Exemplo 1

D Escrevas as expressões quando

- $G2 = 1$
- $R2 = 1$

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

# Exemplo 1

## D G2=1 nas situações 0 OU 1

- Situação 0:  $\bar{A}.B = 1$
- Situação 1:  $\bar{A}.B = 1$
- Portanto,  $G2 = \bar{A}.B + \bar{A}.B$

## D R2=1 nas situações 2 OU 3

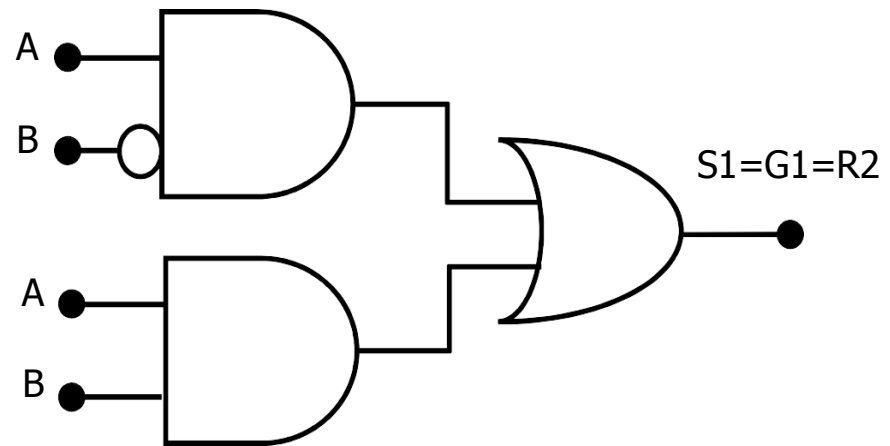
- Situação 2:  $A.B = 1$
- Situação 3:  $A.B = 1$
- Portanto,  $R2 = A.B + A.B$

Situação	A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

# Exemplo 1

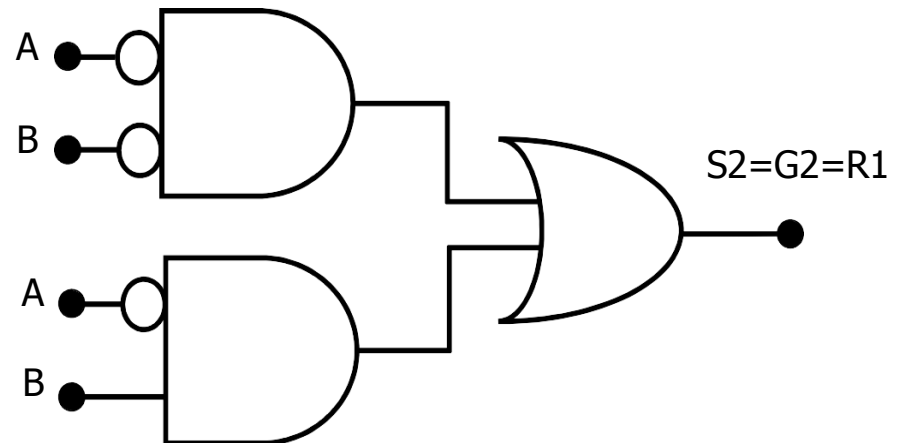
D Em resumo:

- $G1 = A.B + A.\bar{B}$
- $R1 = \bar{A}.B + \bar{A}.\bar{B}$
- $G2 = \bar{A}.B + \bar{A}.\bar{B}$
- $R2 = A.B + A.B$



D Ou seja,

- $G1 = R2 = A.B + A.B$
- $G2 = R1 = \bar{A}.B + \bar{A}.\bar{B}$



# EXERCICIOS DAS LISTAS:

“Projeto Lógico Combinacional”  
e  
“Projeto Lógico – Exemplos Práticos”

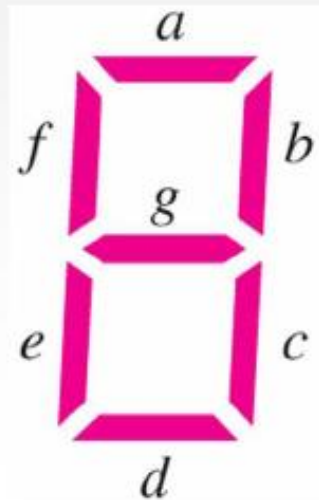
# Projeto de Redes de Portas de 2 Níveis de Múltiplas Saídas

## Exemplo 2: Projeto de um Display de 7 Segmentos

# Projeto de um Display de 7 Segmentos

(IDOETA & CAPUANO Cap 5 – Pág's. 196 a 201)

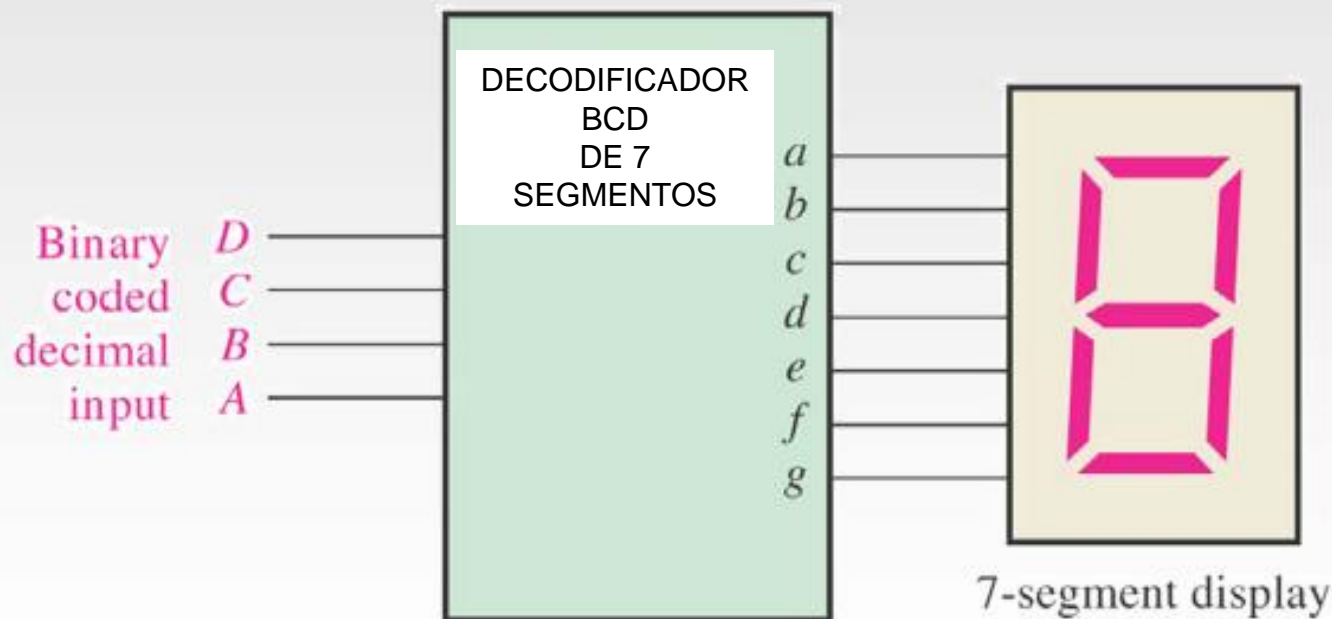
- ❖ Displays de LED (*light-emitting diode* – diodos emissores de luz) são largamente utilizados no nosso cotidiano.
- ❖ Um tipo bem comum é constituído de sete segmentos, designados pelas letras *a* a *g*, conforme figura abaixo.





# Display de 7 Segmentos: Projeto

- ❖ Como ativar os LEDs correspondentes aos dígitos de 0 a 9 fornecidos como entrada codificada em BCD?

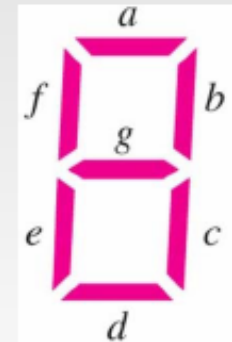


# Etapas 1 – Interpretação Lógica +

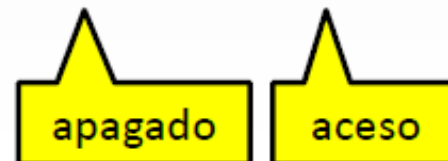
## Etapa 2 – Tabela Verdade

- ❖ Normalmente, é preenchida **linha por linha**.
- ❖ Cada conjunto de entradas fornece um conjunto de saídas.

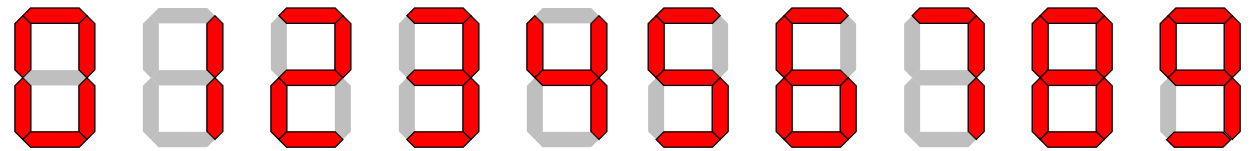
0100

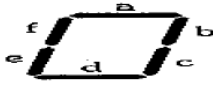

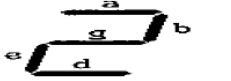


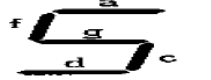

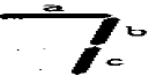




Decimal	Entradas				Saídas no display						
	A	B	C	D	a	b	c	d	e	f	g
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1



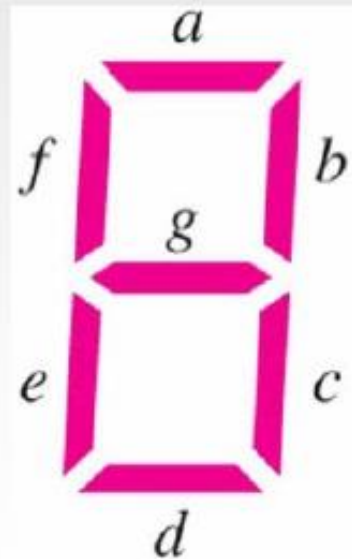
Decodificando...



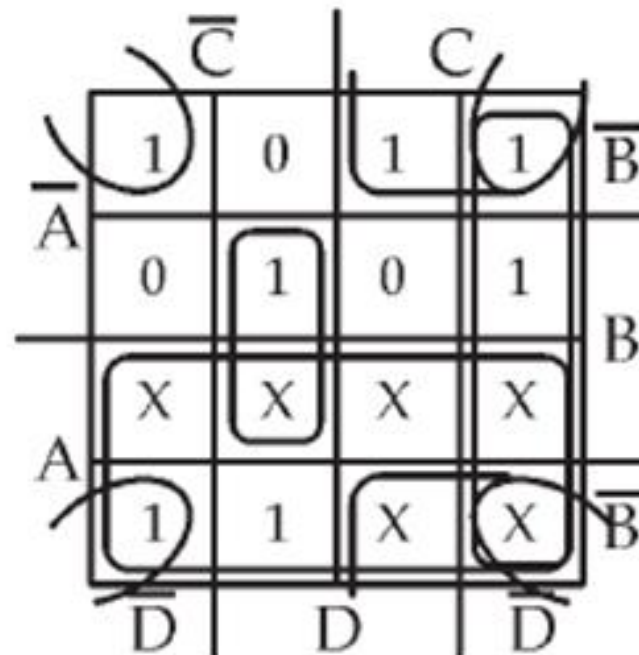
Caracteres	Display	BCD 8421				Código para 7 Segmentos						
		A	B	C	D	a	b	c	d	e	f	g
0		0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2		0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3		0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4		0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5		0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6		0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
7		0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8		1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9		1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1

# Etapa 3 – Mapa de Karnaugh

- ❖ Cada **coluna** da tabela verdade corresponde a uma **saída** do circuito a ser projetado.
- ❖ Aqui enfocaremos apenas a saída do **segmento a**.

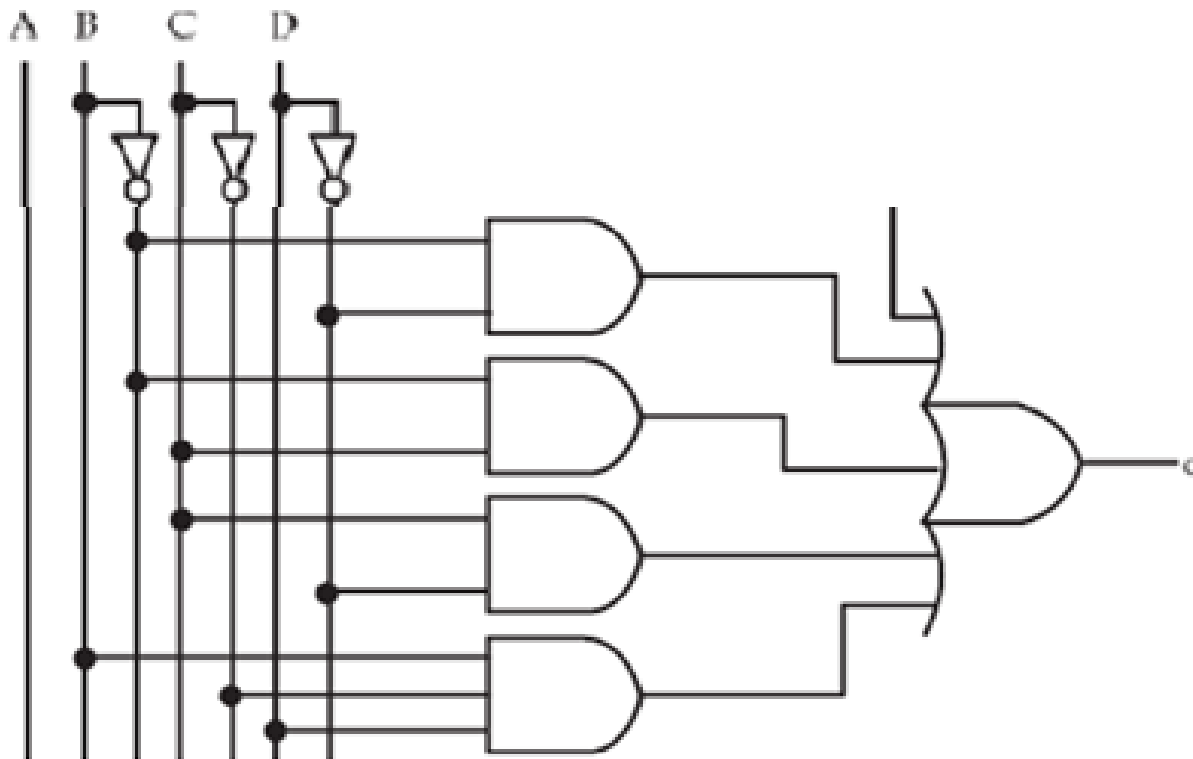


# Etapa 3 – Expressão Lógica Mínima



Mapa para (d)

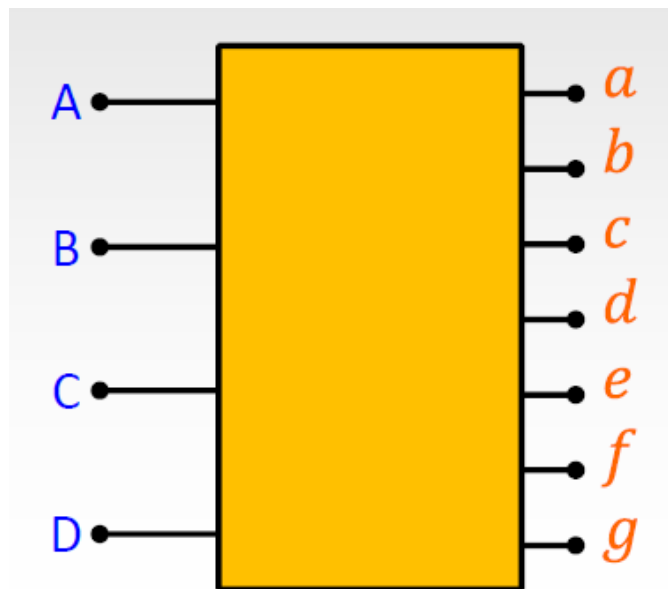
# Etapa 4 – Circuito Lógico Mínimo



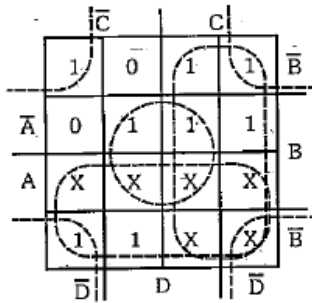
Repetir estas etapas, expressões e circuitos mínimos, para os outros segmentos (saídas).

# Exercício

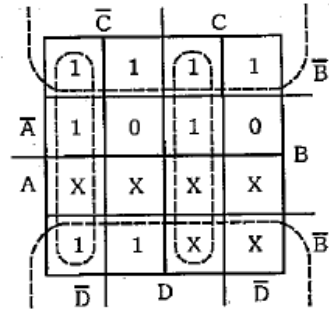
- Derivar o mapa de Karnaugh e projetar o circuito lógico de todos os sete segmentos.
- Após derivar as expressões mínimas para os sete segmentos, você deve reunir os circuitos lógicos resultantes em um só projeto:



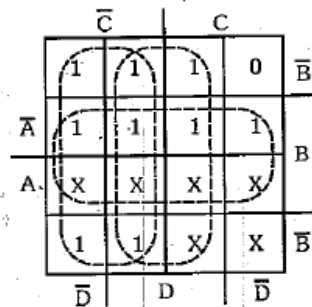
# Solução



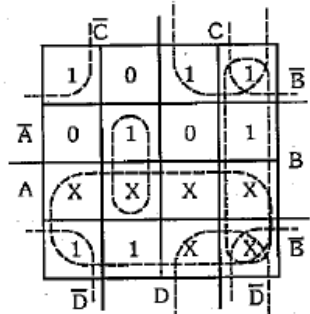
(a)  $a = A + C + BD + \overline{B}D$   
ou  $a = A + C + B \odot D$



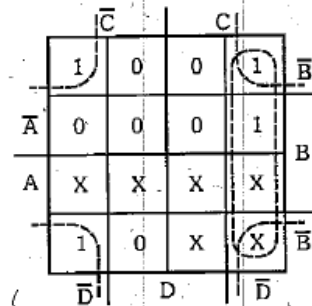
(b)  $b = \overline{B} + \overline{C}D + CD$   
ou  $b = \overline{B} + C \odot D$



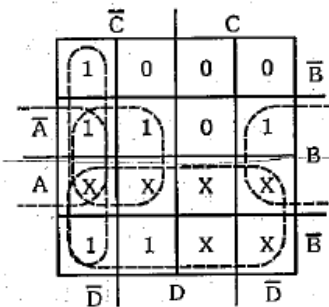
(c)  $c = \overline{B} + \overline{C} + D$



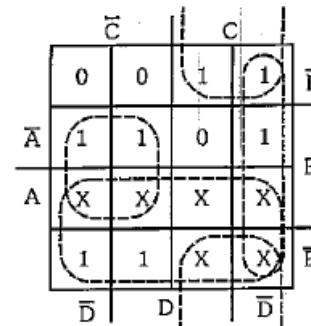
(d)  $d = A + \overline{B}D + \overline{B}C + \overline{C}D + B\overline{C}D$



(e)  $e = \overline{B}D + \overline{C}D$



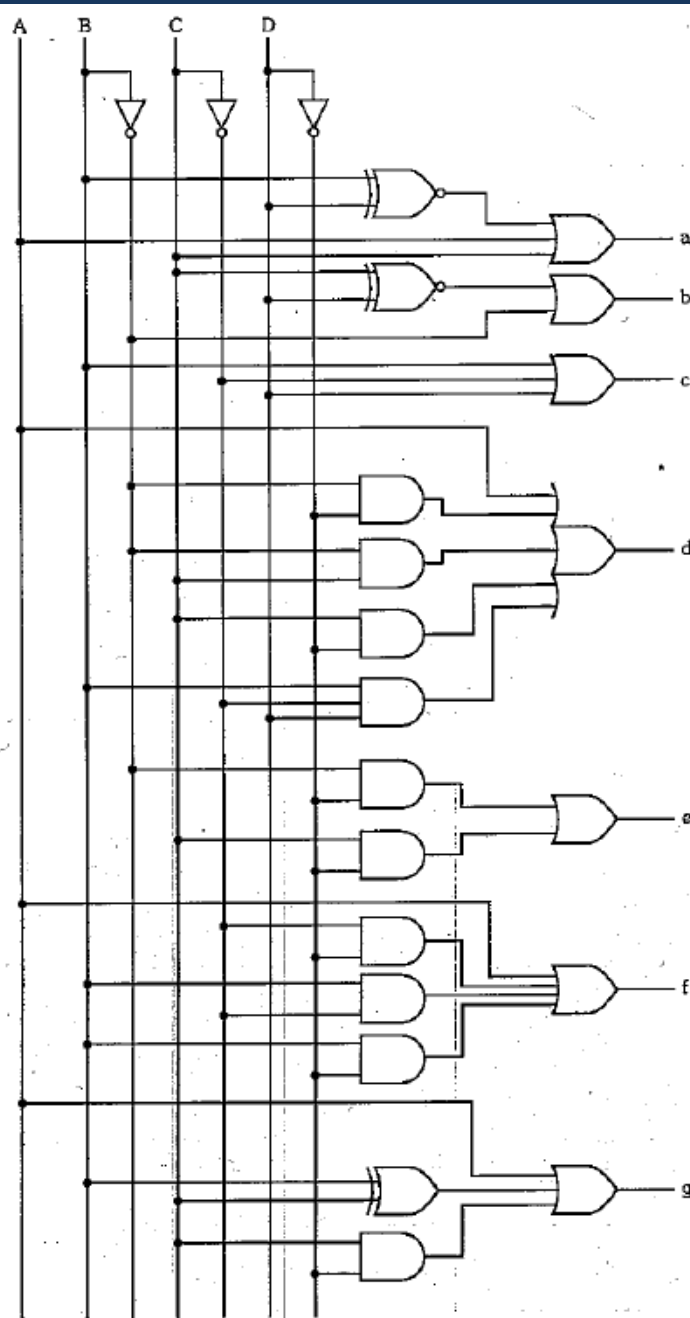
(f)  $f = A + \overline{C}D + \overline{B}C + \overline{B}D$



(g)  $g = A + \overline{B}C + \overline{B}C + \overline{C}D$   
ou  $g = A + B \odot C + \overline{C}D$



# Solução



**Circuito simplificado do Decodificador para display de 7 segmentos**

# Outros Caracteres

Os displays de 7 segmentos podem ainda escrever outros caracteres, que são freqüentemente utilizados em sistemas digitais para representar outras funções, bem como formar palavras-chave em software de programação. A tabela 5.13 mostra como exemplo, outras possibilidades de caracteres.



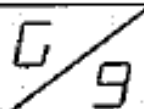
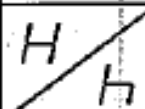
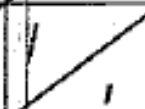
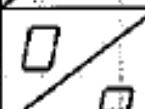
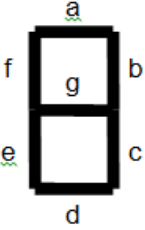
A	b		d		F
			J	L	n
n		P	q	r	S
t	u	U	y	-	3

Tabela 5.13

Determine as **expressões lógicas simplificadas** de um decodificador para controlar um *display* de 7 segmentos, que deverá receber um número de 3 bits e fornecer saídas necessárias para a visualização de letras, conforme a figura abaixo. Considere a existência de valores de entrada irrelevantes.

## Exemplo 3

Display →	A	E	I	O	U		
Entrada do decodificador → (em decimal)	0	1	2	3	4		



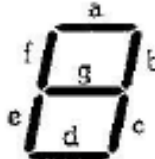
# Exemplo 4

(IDOETA & CAPUANO Cap 5 – Pág's. 207, 208, 209)

Projete um decodificador para, a partir de um código binário, escrever a sequência da figura 5.28 em um display de 7 segmentos catodo comum.

CARACTERE	5	t	o	P	-	E	r	8
CASO	0	1	2	3	4	5	6	7

Para escrever os 8 símbolos mostrados na figura, um código binário de 3 bits é suficiente. A tabela 5.16 apresenta o código binário de entrada e os níveis aplicados em cada segmento para escrever a sequência de caracteres.

	A	B	C	a	b	c	d	e	f	g
	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1
	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1
	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

# Exemplo 4

a:

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	0
A	0	1

(a)  $\overline{ABC} + BC + AC$

b:

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	0	1
A	0	1

(b)  $b = BC$

c:

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	0
A	0	1

(c)  $c = \overline{AC} + ABC$

d:

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	1
A	0	1

(d)  $d = \overline{AC} + AC + \overline{BC}$  ou  
 $d = A \odot C + \overline{BC}$

e:

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	0	1
A	0	1

(e)  $e = B + C$

f:

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	1
A	0	1

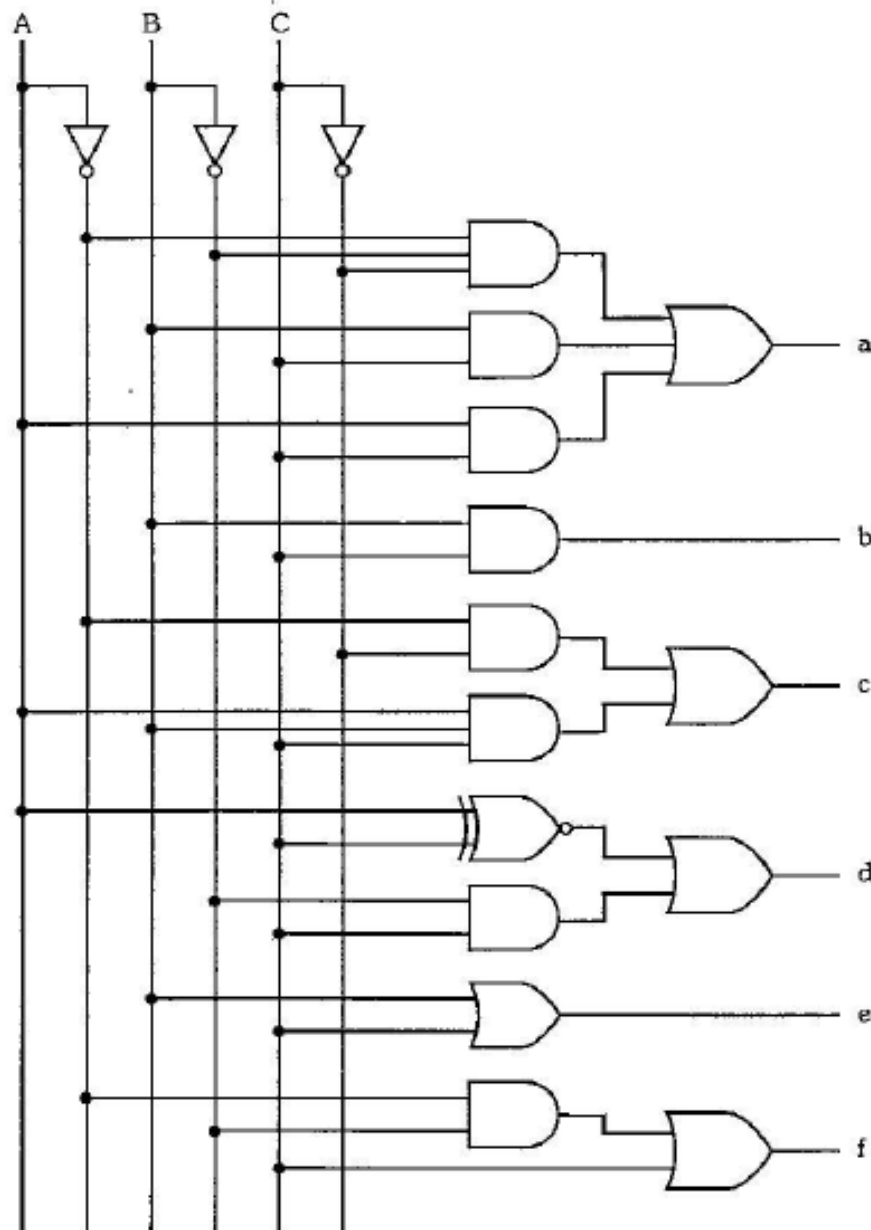
(f)  $f = \overline{A} \overline{B} + C$

g:

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	1
A	1	1

(g)  $g = 1$

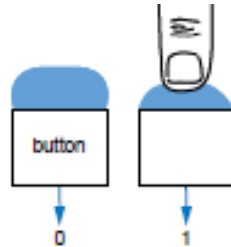
# Exemplo 4



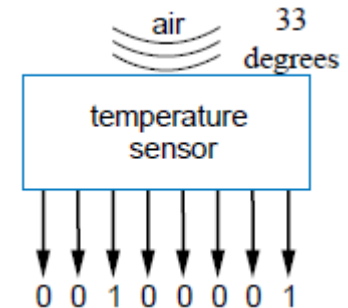
# Codificações

# Codificações Digitais e Números Binários

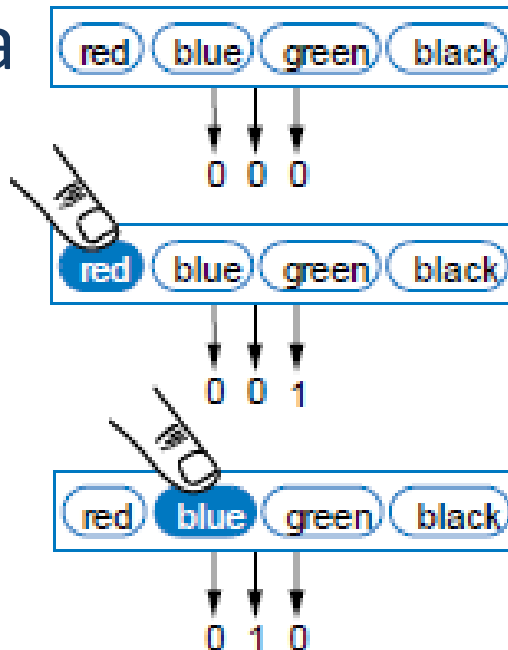
- Botão



- Sensor



- Tecla



- Caract  
– ASCII

Symbol	Encoding
R	1010010
S	1010011
T	1010100
L	1001100
N	1001110
E	1000101
O	0110000
.	0101110
<tab>	0001001



# Códigos

<i>Binary</i>	<i>Decimal</i>	<i>Octal</i>	<i>3-Bit String</i>	<i>Hexadecimal</i>	<i>4-Bit String</i>
0	0	0	000	0	0000
1	1	1	001	1	0001
10	2	2	010	2	0010
11	3	3	011	3	0011
100	4	4	100	4	0100
101	5	5	101	5	0101
110	6	6	110	6	0110
111	7	7	111	7	0111
1000	8	10	—	8	1000
1001	9	11	—	9	1001
1010	10	12	—	A	1010
1011	11	13	—	B	1011
1100	12	14	—	C	1100
1101	13	15	—	D	1101
1110	14	16	—	E	1110
1111	15	17	—	F	1111

# Códigos

<i>Decimal digit</i>	<i>BCD (8421)</i>	<i>2421</i>	<i>Excess-3</i>	<i>Biquinary</i>	<i>1-out-of-10</i>
0	0000	0000	0011	0100001	1000000000
1	0001	0001	0100	0100010	0100000000
2	0010	0010	0101	0100100	0010000000
3	0011	0011	0110	0101000	0001000000
4	0100	0100	0111	0110000	0000100000
5	0101	1011	1000	1000001	0000010000
6	0110	1100	1001	1000010	0000001000
7	0111	1101	1010	1000100	0000000100
8	1000	1110	1011	1001000	0000000010
9	1001	1111	1100	1010000	0000000001
<i>Unused code words</i>					
	1010	0101	0000	0000000	0000000000
	1011	0110	0001	0000001	0000000011
	1100	0111	0010	0000010	0000000101
	1101	1000	1101	0000011	0000000110
	1110	1001	1110	0000101	0000000111
	1111	1010	1111	...	...

# Código BCD

- Decimal Codificado em Binário (**B**inary **C**oded **D**ecimal)

❖ O BCD **não é** outro sistema de numeração, como o binário e o hexadecimal.

## BCD

- É um sistema decimal, no qual cada dígito é codificado em binário.
- As combinações de 1010 até 1111 não são definidas e, portanto, não são utilizadas.

## Binário

- A conversão de decimal para binário toma o valor completo do número, e não cada algarismo individualmente.

# Código BCD

❖ Converter  $(137)_{10}$  em BCD e em binário:

$$(137)_{10} = 10001001 \quad (\text{binário})$$

$$(137)_{10} = 0001 \ 0011 \ 0111 \quad (\text{BCD})$$

- ❖ O código BCD requer 12 bits, ao passo que o código binário puro requer apenas 8 bits.
- ❖ Isso acontece por que o código BCD não utiliza todas as combinações possíveis de 4 bits.

# Código BCD

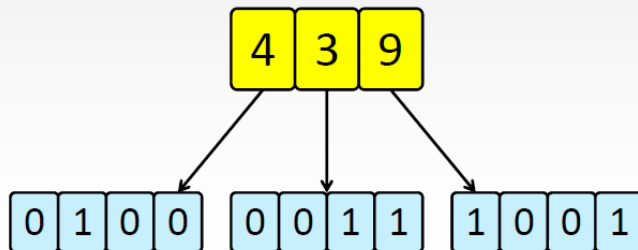
## Conversão decimal → BCD

### Regra

- Cada dígito decimal é codificado em uma forma binária de 4 bits.

### Exemplo

- Como codificar 439 em BCD Natural?



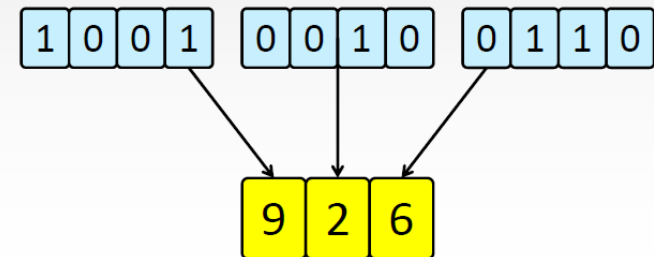
## Conversão BCD → decimal

### Regra

- Cada conjunto de 4 bits são convertidos em dígito decimal.

### Exemplo

- O código BCD 100100100110 equivale a que valor, na base decimal?



# Código BCD

Decimal	Binary	BCD
0	0	0
1	1	0001
2	10	0010
3	11	0011
4	100	0100
5	101	0101
6	110	0110
7	111	0111
8	1000	1000
9	1001	1001
10	1010	0001 0000
11	1011	0001 0001
12	1100	0001 0010
13	1101	0001 0011
14	1110	0001 0100
15	1111	0001 0101

# Código BCD (8421)



## Vantagens

- Por mimetizar o sistema decimal, evita erros de arredondamento por conversão de base.
- Facilita conversão para decimal ou para caracteres.

## Desvantagens

- Operações aritméticas são mais complexas e mais lentas.
- Ocupa mais espaço de armazenamento.

# Código BCD (8421)

- ❖ O código BCD é muito comum em equipamentos eletrônicos que exibem dados numéricos em **displays**, tal como despertadores e calculadoras.





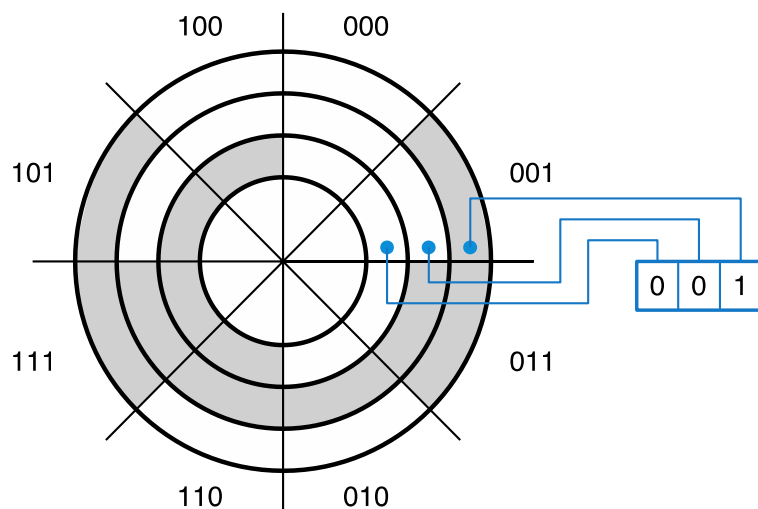
# Código Gray

- ❖ Sistemas digitais operam em altas velocidades e reagem a **variações que ocorrem nas entradas**.
- ❖ Quando diversas condições de entrada variam ao mesmo tempo, a situação pode ser **mal interpretada** e gerar um **resultado errôneo**.
- ❖ Por exemplo, quando uma entrada varia de 3 ( $011_2$ ) para 4 ( $100_2$ ), os três bits devem ser mudados simultaneamente.
- ❖ O **Código Gray** foi projetado para que apenas um **único bit** seja alterado entre dois números inteiros consecutivos.
- ❖ **Não é um código ponderado**, ou seja, a posição dos bits não contribuem para o valor do número representado.
- ❖ Não pode ser utilizado para realizar operações aritméticas, mas sim operações de **entrada e saída** em sistemas digitais.

# Código Gray

## Gray de 3 bits

- Usado em encoders:
  - Valor digital que indica uma posição mecânica



Decimal number	Binary code	Gray code
0	000	000 <b>0</b>
1	001	001 <b>1</b>
2	010	011 <b>3</b>
3	011	010 <b>2</b>
4	100	110 <b>6</b>
5	101	111 <b>7</b>
6	110	101 <b>5</b>
7	111	100 <b>4</b>

## Gray de 2 bits

- 0 0
- 0 1
- 1 1
- 1 0

Observe que a palavra de código vai de um valor decimal para outro com mudança de apenas de 1 dígito binário.



# Código Gray

Gray de 4 bits:

	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

Decimal	Binario	GRAY
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

# Conversão Gray $\leftrightarrow$ Binário

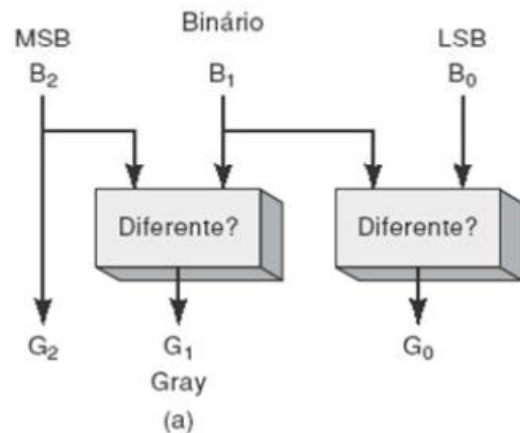
Para converter binário em Gray, comece com o bit mais significativo e use-o como o Gray MSB. Em seguida, compare o binário MSB com o próximo bit, se eles forem iguais então o bit na codificação Gray será 0, se forem diferentes será 1. Repita a operação até o último bit.

Para converter Gray em binário, comece com o bit mais significativo e use-o como o binário MSB. Nos passos seguintes, cada bit binário é obtido comparando o bit binário à esquerda com o bit correspondente em Código Gray. Bits similares produzem um 0 e bits diferentes produzem um 1. Repita a operação até o último bit.

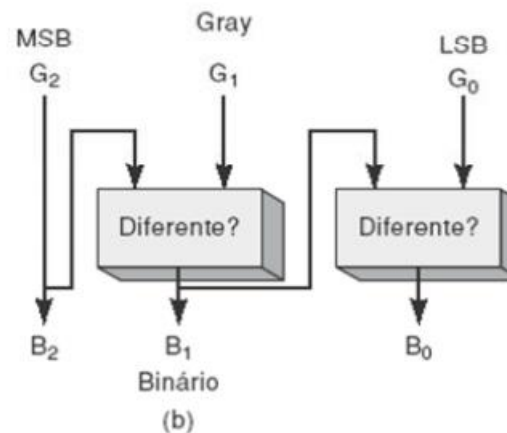
## Exemplo:

Binário: 10 11 00 01 1

Gray: 11 10 10 01 0

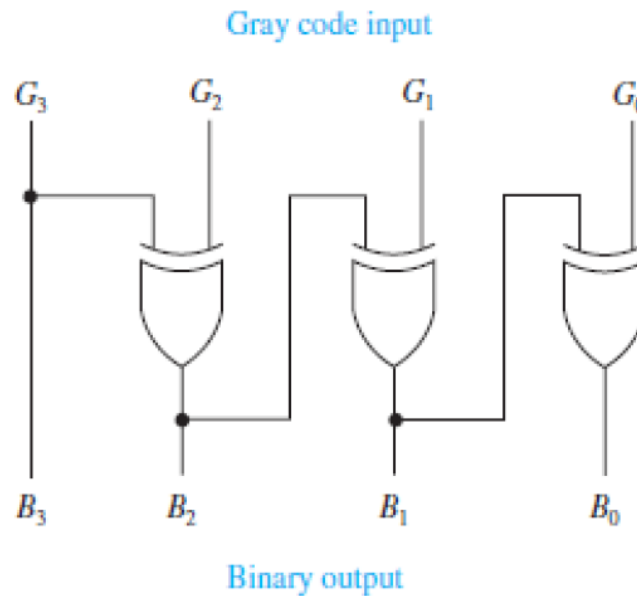


Convertendo  
(a) binário em Gray e  
(b) Gray em binário.



# Conversão Gray $\leftrightarrow$ Binário

20. [Kleitz 8.22] Converta os seguintes códigos Gray para binário usando o circuito abaixo:



- a. 1100
- b. 0101
- c. 1100
- d. 0111

# Código ASCII

- Além de dados numéricos, um computador precisa ser capaz de manipular **informações não-numéricas**. Em outras palavras, ele deve reconhecer não só números, mas também códigos que representam **letras do alfabeto maiúsculas e minúsculas, sinais de pontuação e outros caracteres especiais**, chamados **códigos alfanuméricos**.
- O código alfanumérico mais utilizado é o **código ASCII** (*American Standard Code for Information Interchange*).
- É um código de **7 bits** e, logo, tem  $2^7 = 128$  **representações codificadas**. Isso é mais do que necessário para representar todos os caracteres de um teclado padrão.



# Tabela ASCII

**TABELA 2.4 Listagem parcial do código ASCII.**

Caractere	ASCII de 7 bits	Octal	Hex	Caractere	ASCII de 7 bits	Octal	Hex
A	100 0001	101	41	Y	101 1001	131	59
B	100 0010	102	42	Z	101 1010	132	5A
C	100 0011	103	43	0	011 0000	060	30
D	100 0100	104	44	1	011 0001	061	31
E	100 0101	105	45	2	011 0010	062	32
F	100 0110	106	46	3	011 0011	063	33
G	100 0111	107	47	4	011 0100	064	34
H	100 1000	110	48	5	011 0101	065	35
I	100 1001	111	49	6	011 0110	066	36
J	100 1010	112	4A	7	011 0111	067	37
K	100 1011	113	4B	8	011 1000	070	38
L	100 1100	114	4C	9	011 1001	071	39
M	100 1101	115	4D	blank	010 0000	040	20
N	100 1110	116	4E		010 1110	056	2E
O	100 1111	117	4F	(	010 1000	050	28
P	101 0000	120	50	+	010 1011	053	2B
Q	101 0001	121	51	\$	010 0100	044	24
R	101 0010	122	52	*	010 1010	052	2A
S	101 0011	123	53	)	010 1001	051	29
T	101 0100	124	54	—	010 1101	055	2D
U	101 0101	125	55	/	010 1111	057	2F
V	101 0110	126	56	,	010 1100	054	2C
W	101 0111	127	57	=	011 1101	075	3D
X	101 1000	130	58	(RETURN)	000 1101	015	0D
				(LINEFEED)	000 1010	012	0A

# Tabela ASCII

A seguinte sequência de bits é uma mensagem codificada em ASCII. Que mensagem é essa?

1001000 1000101 1001100 1010000

## Solução

Converta cada código de 7 bits no seu equivalente em hexa. O resultado é:

48 45 4C 50

Agora, localize na Tabela 2.4 esses valores em hexa e determine o caractere representado por cada valor. O resultado é:

H E L P



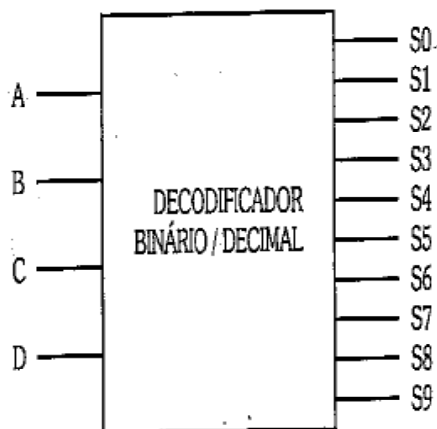
# MAIS PROJETOS DE CODIFICADORES / DECODIFICADORES

**vide exemplos resolvidos no Livro  
“Elementos da Eletrônica Digital”, IDOETA  
& CAPUANO (Cap 5)**

# Exemplo 1: DECO

## Binário $\rightarrow$ Decimal

BCD 8421				Código 9876543210									
A	B	C	D	S9	S8	S7	S6	S5	S4	S3	S2	S1	S0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0



S<sub>9</sub>:

	$\bar{C}$	C		
$\bar{A}$	0	0	0	0
A	0	0	0	0
$\bar{B}$	0	1	X	X
B	X	X	X	X

(a)  $S_9 = AD$

S<sub>8</sub>:

	$\bar{C}$	C		
$\bar{A}$	0	0	0	0
A	0	0	0	0
$\bar{B}$	0	1	X	X
B	X	X	X	X

(b)  $S_8 = A\bar{D}$

S<sub>7</sub>:

	$\bar{C}$	C		
$\bar{A}$	0	0	0	0
A	0	0	1	0
$\bar{B}$	0	1	X	X
B	X	X	X	X

(c)  $S_7 = BCD$

S<sub>6</sub>:

	$\bar{C}$	C		
$\bar{A}$	0	0	0	0
A	0	0	0	1
$\bar{B}$	0	1	X	X
B	X	X	X	X

(d)  $S_6 = B\bar{C}\bar{D}$

S<sub>5</sub>:

	$\bar{C}$	C		
$\bar{A}$	0	0	0	0
A	0	1	0	0
$\bar{B}$	0	1	X	X
B	X	X	X	X

(e)  $S_5 = B\bar{C}D$

S<sub>4</sub>:

	$\bar{C}$	C		
$\bar{A}$	0	0	0	0
A	1	0	0	0
$\bar{B}$	1	1	X	X
B	X	X	X	X

(f)  $S_4 = B\bar{C}\bar{D}$

# Exemplo 1: DECO

## Binário $\rightarrow$ Decimal

$S_3$ :

	$\bar{C}$	C	$\bar{B}$
$\bar{A}$	0	0	1
A	0	0	0
$\bar{B}$	X	X	X
B	0	0	X

(g)  $S_3 = \bar{B}CD$

$S_2$ :

	$\bar{C}$	C	$\bar{B}$
$\bar{A}$	0	0	0
A	0	0	0
$\bar{B}$	X	X	X
B	0	0	X

(h)  $S_2 = \bar{B}CD$

$S_1$ :

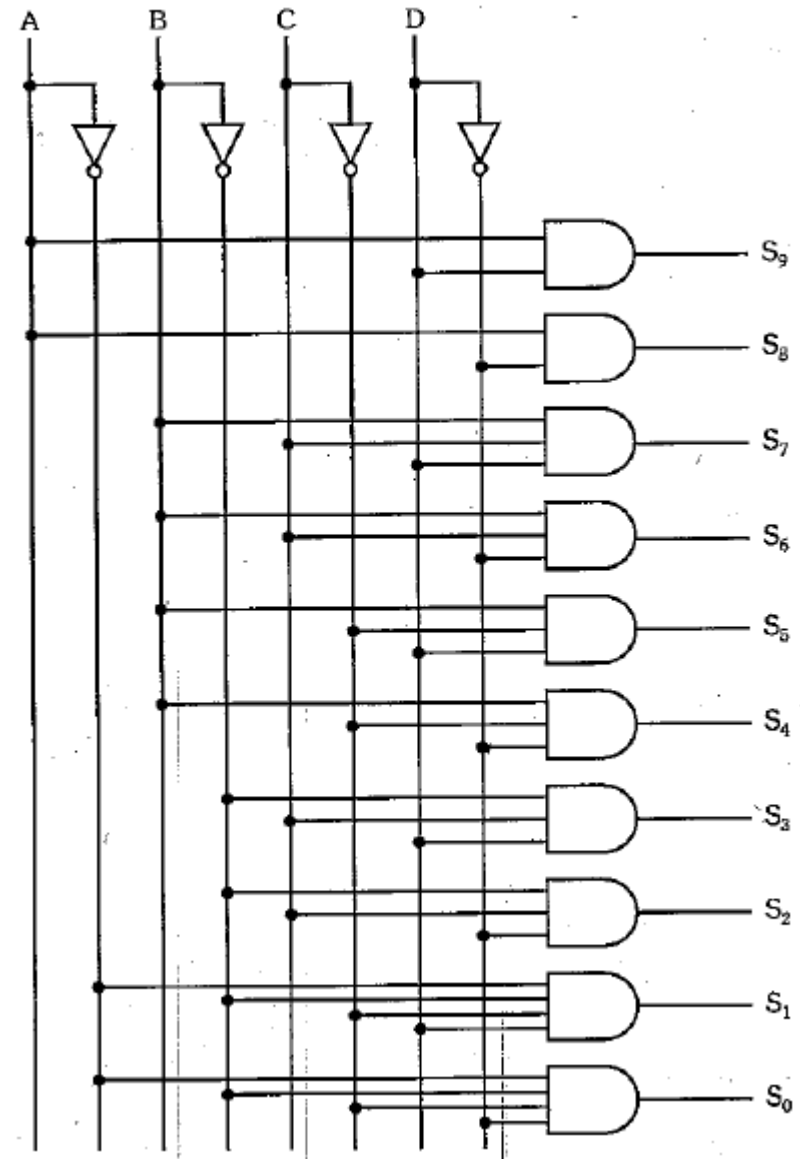
	$\bar{C}$	C	$\bar{B}$
$\bar{A}$	0	1	0
A	0	0	0
$\bar{B}$	X	X	X
B	0	0	X

(i)  $S_1 = \bar{A}\bar{B}CD$

$S_0$ :

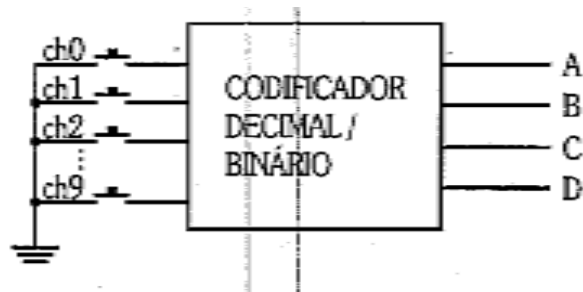
	$\bar{C}$	C	$\bar{B}$
$\bar{A}$	1	0	0
A	0	0	0
$\bar{B}$	X	X	X
B	0	0	X

(j)  $S_0 = \bar{A}\bar{B}CD$

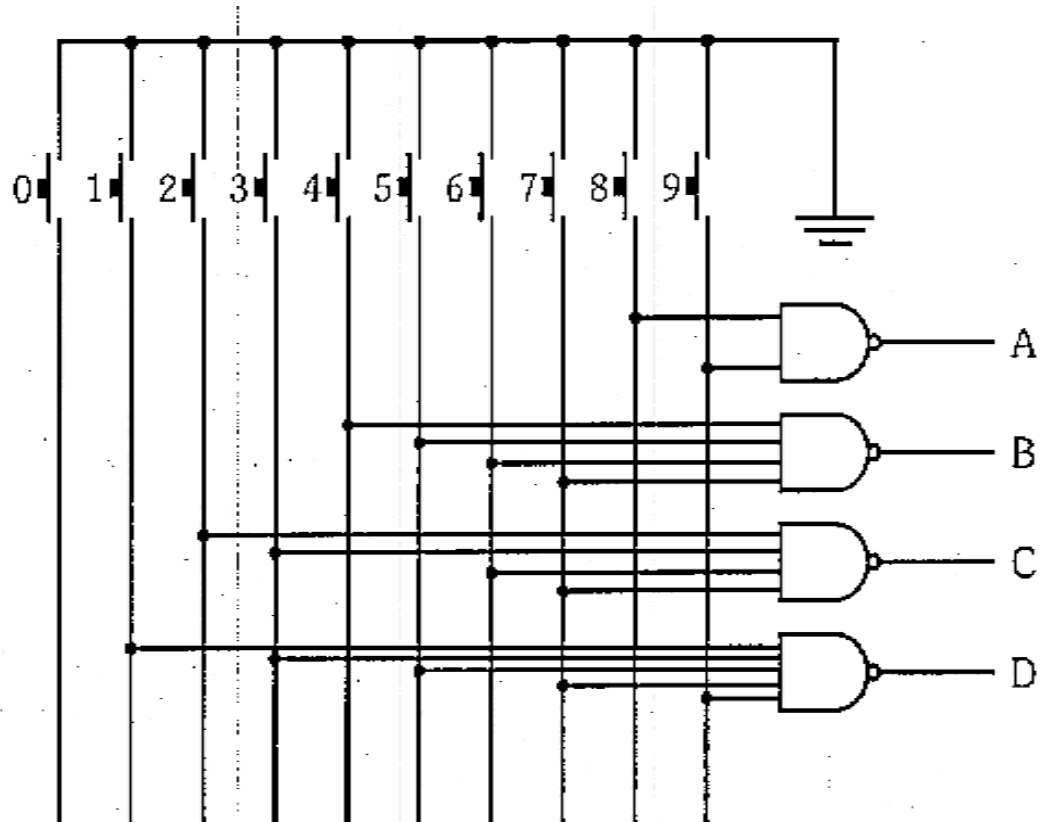


## Exemplo 2: Codificador Decimal → Binário

(IDOETA & CAPUANO Cap 5 – Pág's. 186, 187)



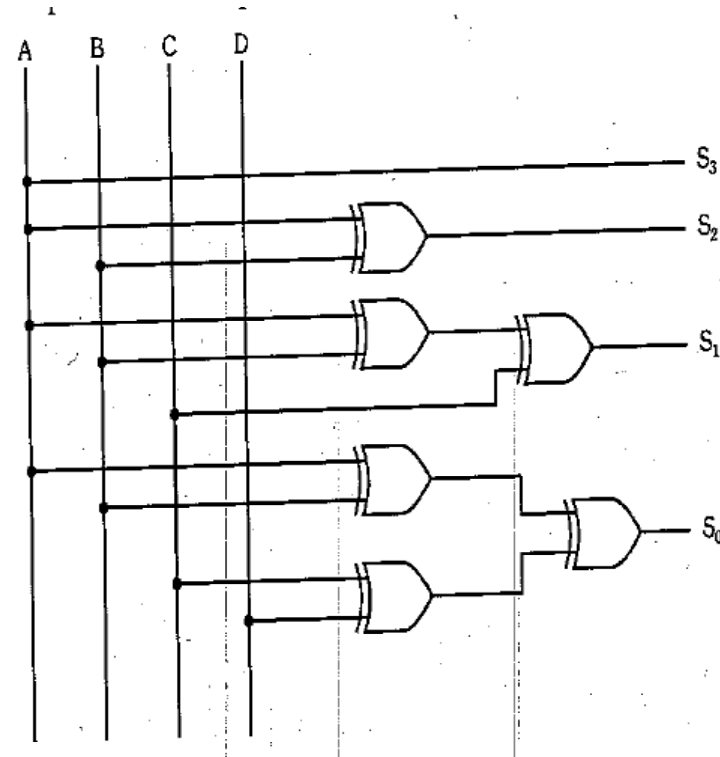
Chave	A	B	C	D
Ch0	0	0	0	0
Ch1	0	0	0	1
Ch2	0	0	1	0
Ch3	0	0	1	1
Ch4	0	1	0	0
Ch5	0	1	0	1
Ch6	0	1	1	0
Ch7	0	1	1	1
Ch8	1	0	0	0
Ch9	1	0	0	1



## Exemplo 3:

# Decodificador Gray $\rightarrow$ Binário

Código Gray				Binário			
A	B	C	D	S <sub>3</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>0</sub>
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1



# Exemplo 3:

## Decodificador Gray

### → Binário

$S_3$ :

	$\bar{C}$	$C$		
	0	0	0	0
$\bar{A}$	0	0	0	0
A	1	1	1	1
	1	1	1	1
	$\bar{B}$	$B$	$\bar{B}$	$B$

(a)  $S_3 = A$

$S_2$ :

	$\bar{C}$	$C$		
	0	0	0	0
$\bar{A}$	1	1	1	1
A	0	0	0	0
	1	1	1	1
	$\bar{B}$	$B$	$\bar{B}$	$B$

(b)  $S_2 = \bar{A}B + A\bar{B}$   
ou  $S_2 = A \oplus B$

Figura 5.24

$S_1$ :

	$\bar{C}$	$C$		
	0	0	1	1
$\bar{A}$	1	1	0	0
A	0	0	1	1
	1	1	0	0
	$\bar{B}$	$B$	$\bar{B}$	$B$

$$S_1 = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

Figura 5.25

Fatorando a expressão, temos:  $S_1 = \bar{A}(\overbrace{BC + \bar{B}\bar{C}}^X) + A(\overbrace{B\bar{C} + \bar{B}C}^{\bar{X}})$

Lembrando que:  $\bar{X}Y + X\bar{Y} = X \oplus Y$ , podemos escrever:

$$S_1 = \bar{A}X + A\bar{X} = A \oplus X \therefore S_1 = A \oplus B \oplus C$$

$S_0$ :

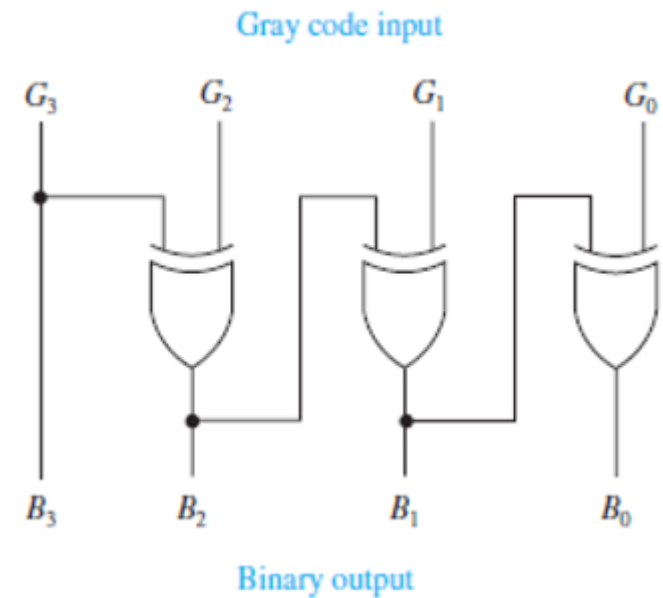
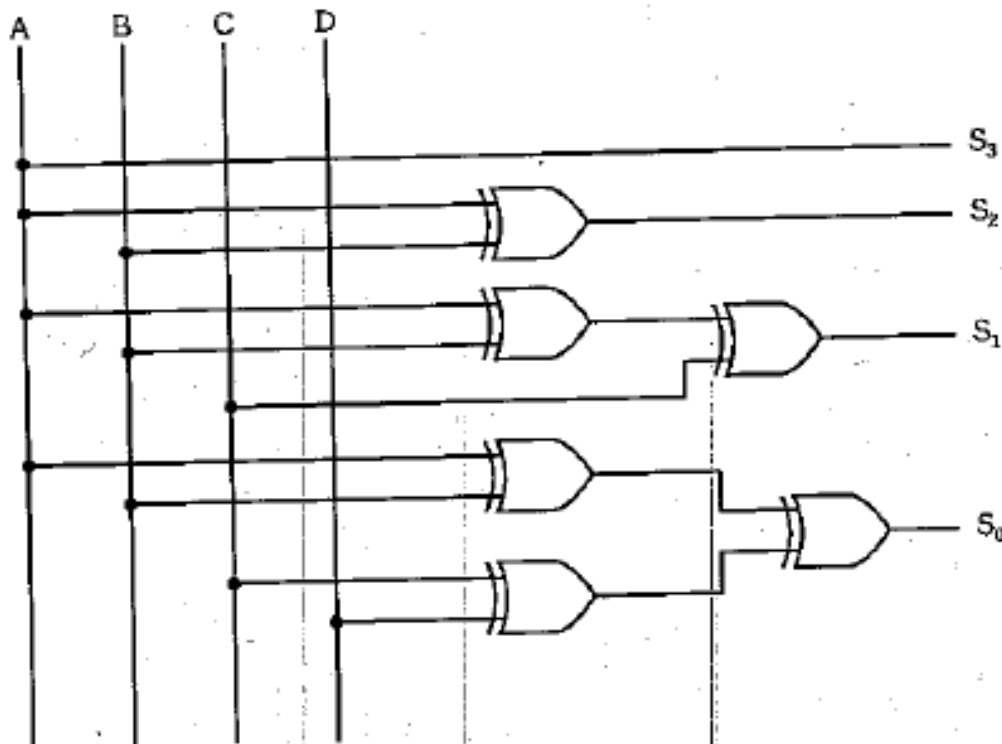
	$\bar{C}$	$C$		
	0	1	0	1
$\bar{A}$	1	0	1	0
A	0	1	0	1
	1	0	1	0
	$\bar{B}$	$B$	$\bar{B}$	$B$

Figura 5.26

$$S_0 = A \oplus B \oplus C \oplus D$$

# Exemplo 3:

## Decodificador Gray $\rightarrow$ Binário



# Exercícios

Fazer Decodificadores BCD  $\leftrightarrow$  Excesso 3

(IDOETA & CAPUANO Cap 5 – Pág's. 192, 193, 194, 195, 196)

BCD 8421				Excesso 3			
A	B	C	D	S <sub>3</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>0</sub>
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0

Excesso 3				BCD 8421			
A	B	C	D	S <sub>8</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1



# EXERCICIOS DA LISTA:

## “Projeto de Decodificadores”

# EXERCÍCIOS

Exemplo Projeto Multinível  
ERCEGOVAC – Página 88 (exemplo 4.4) e 89  
(exemplo 4.5)

# ALGUNS EXERCÍCIOS

**vide Capítulo 5 do Livro “Elementos da  
Eletrônica Digital”,  
IDOETA & CAPUANO**

# Exercícios

## (IDOETA & CAPUANO Cap 5 – Pág. 229 em diante)

- 2 - Desenvolva um circuito com uma entrada de controle  $M$ , para fornecer à saída o complemento de 1 de um número binário de 1 bit. ( $M = 0 \Rightarrow$  Saída = número de entrada e  $M = 1 \Rightarrow$  Saída = complemento de 1).
- 5.6.1 - Elabore um Codificador Decimal/Binário para, a partir de um teclado com chaves numeradas de 0 a 3, fornecer nas saídas o código correspondente. Considere que as entradas das portas em vazio equivalem à aplicação de nível lógico 1.
- 5.6.2 - Projete um circuito combinacional para em um conjunto de 4 fios, fornecer nível 0 em apenas um deles por vez (estando os demais em nível 1), conforme seleção binária aplicada às entradas digitais.
- 5.6.6 - Projete um decodificador para, a partir de um código binário, escrever a sequência de 1 a 5 em um display de 7 segmentos catodo comum.
- 5.6.7 - Idem ao anterior, para escrever a sequência da figura 5.62 em um display de 7 segmentos anodo comum.

CARACTERE	C	d	P	L	A	Y	E	r
CASO	0	1	2	3	4	5	6	7

# Dúvidas ??





**OBRIGADO PELA ATENÇÃO**

Prof. Victor M. Miranda