

Aula 6

Sistemas de Numeração

SEL 0414 - Sistemas Digitais

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

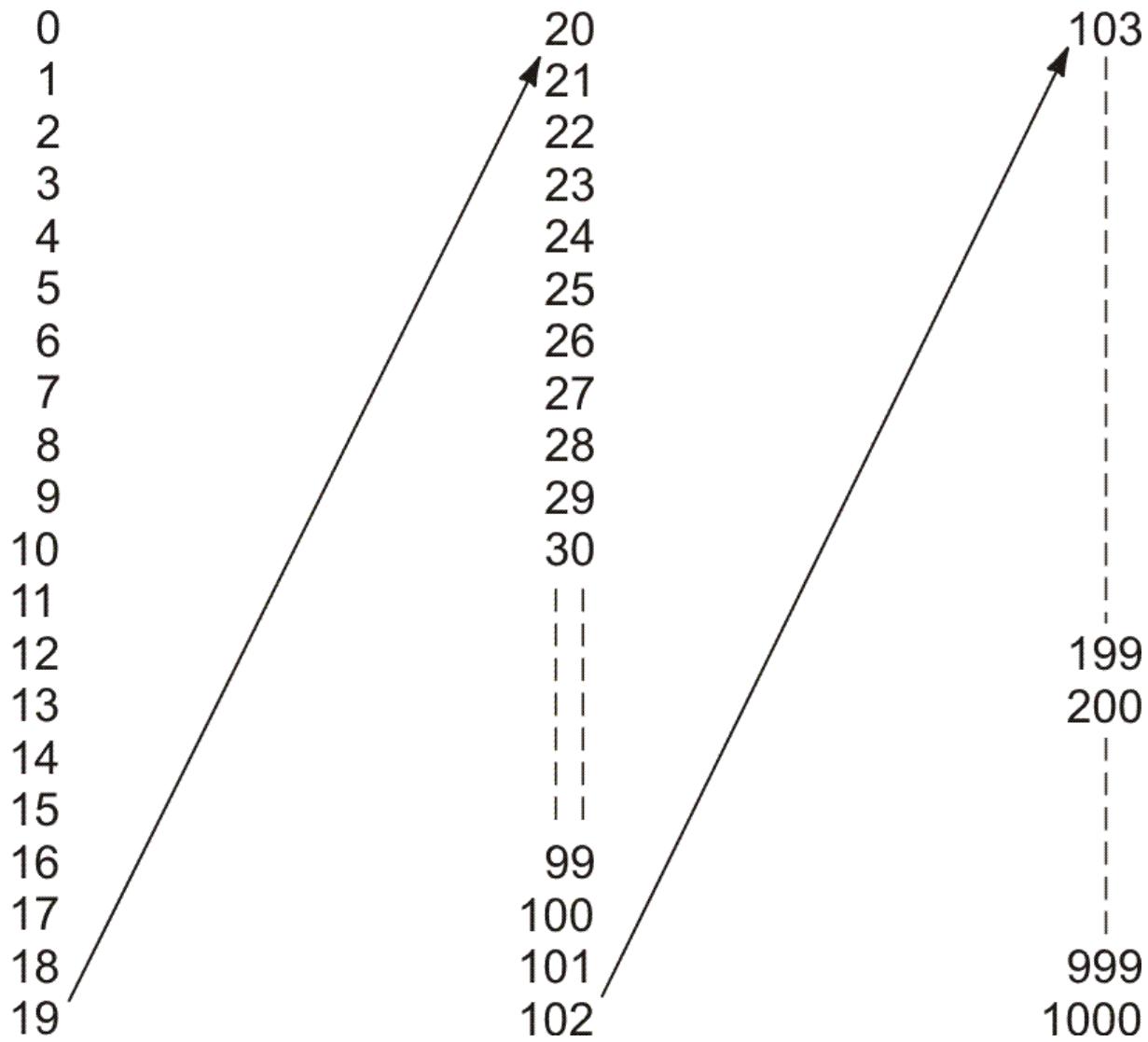
1. SISTEMA DECIMAL

- Composto por 10 símbolos ou numerais;
- Base 10 ➔ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

$$a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 a_0 = a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_3 10^3 + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0 10^0$$

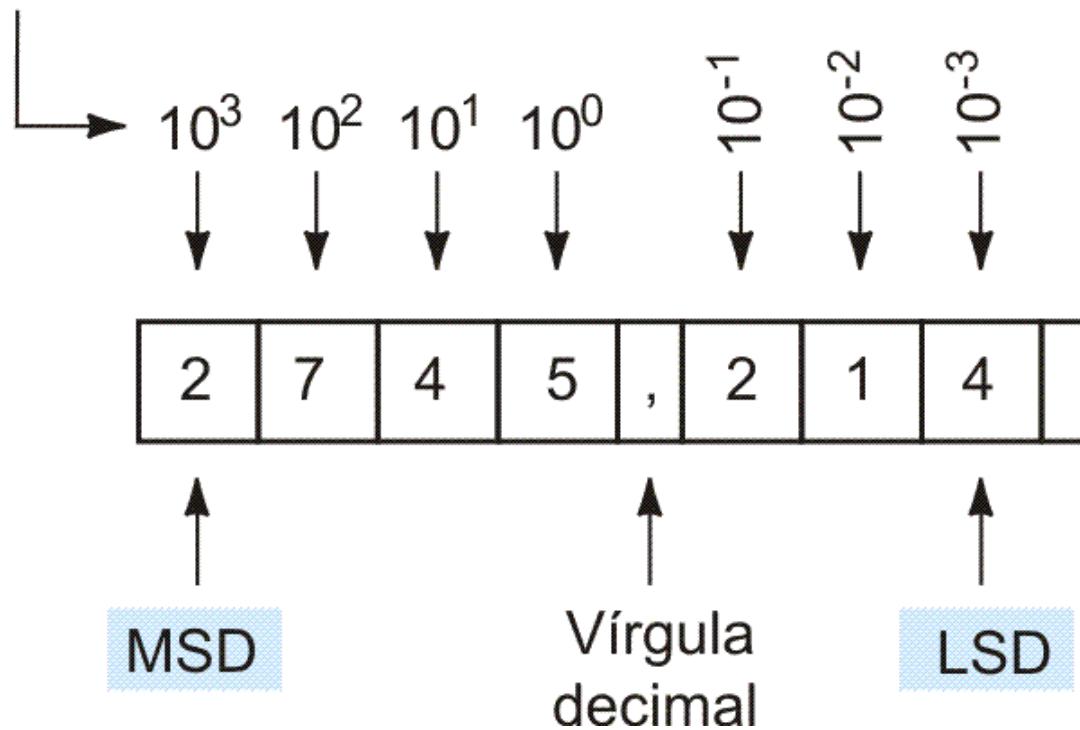
Ex.: $(4598)_{10} = 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 =$
 $4000 + 500 + 90 + 8$

1. SISTEMA DECIMAL



1. SISTEMA DECIMAL

Valores posicionais (pesos)



2. SISTEMA BINÁRIO

- Composto por 2 símbolos ou numerais;
- Base 2 ➔ 0, 1.

$$b_{n-1} \dots b_3 b_2 b_1 b_0 = b_{n-1} 2^{n-1} + \dots + b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$$

$$\text{Ex.: } (110100)_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

- Definições:
 - Dígito Binário (*Binary Digit* ou **Bit**)
 - Nibble** – 4 dígitos binários (4 Bits)
 - Byte** – 8 dígitos binários (8 Bits)

2. SISTEMA BINÁRIO

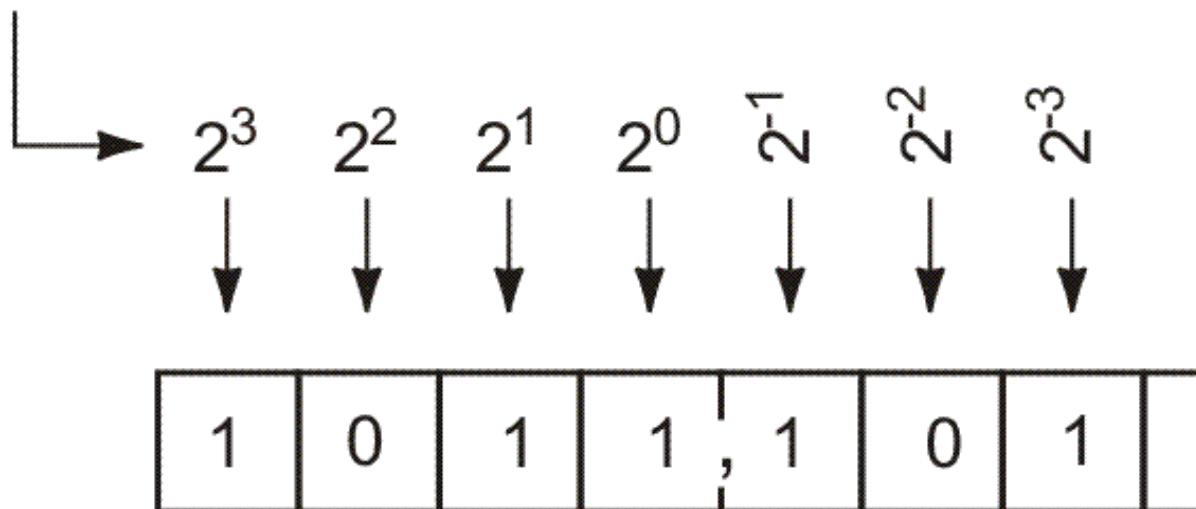
Pesos →	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$	Número decimal equivalente
	0	0	0	0	→ 0
	0	0	0	1	→ 1
	0	0	1	0	2
	0	0	1	1	3
	0	1	0	0	4
	0	1	0	1	5
	0	1	1	0	6
	0	1	1	1	7
	1	0	0	0	8
	1	0	0	1	9
	1	0	1	0	10
	1	0	1	1	11
	1	1	0	0	12
	1	1	0	1	13
	1	1	1	0	14
	1	1	1	1	15

↑
LSB

Contagem de 0 a $(2^N - 1)$

2. SISTEMA BINÁRIO

Valores posicionais



MSB

Vírgula
binária

LSB

“Most Significant Bit”

“Less Significant Bit”

CONVERSÃO ENTRE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

1. BINÁRIO → DECIMAL

110100

$$\begin{aligned}(110100)_2 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = \\ &= 32 + 16 + 4 = (52)_{10}\end{aligned}$$

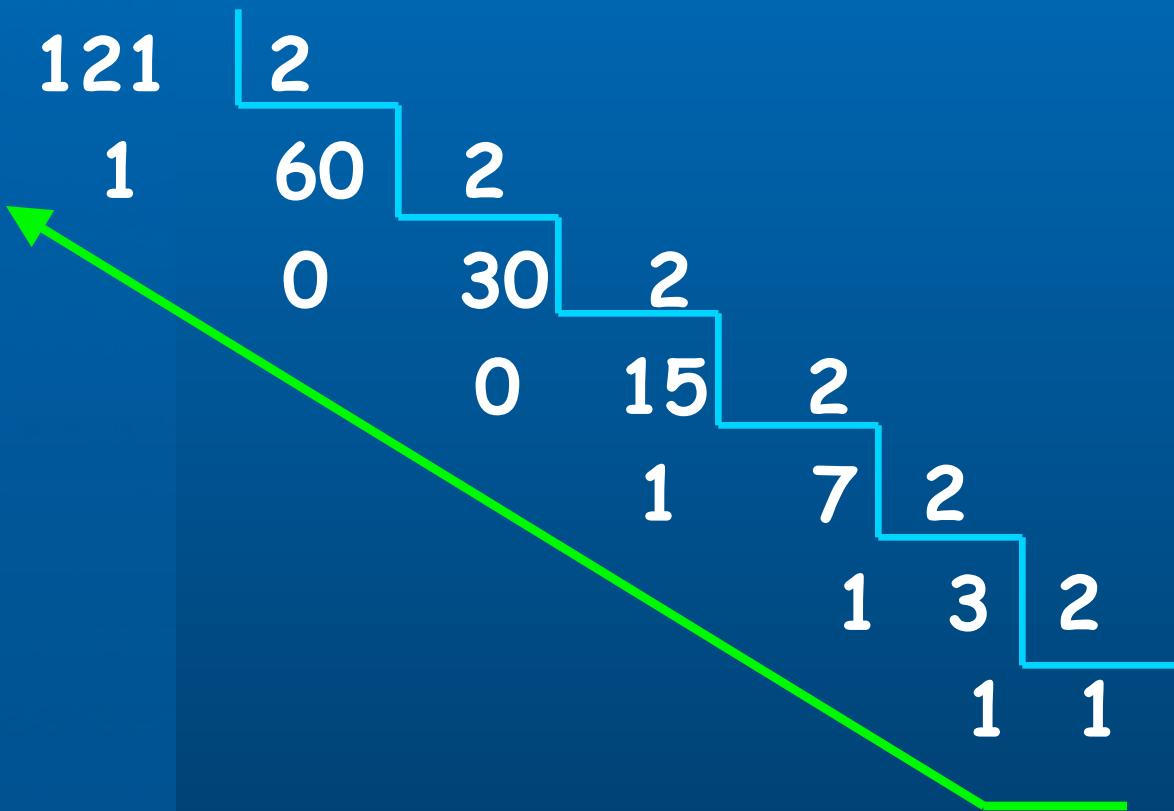
2. DECIMAL \Rightarrow BINÁRIO

Ex.: $(49)_{10} \rightarrow (?)_2$

$$(49)_{10} = (110001)_2$$

Técnica para Conversão de Decimal para Binário

$$121 = 1111001$$



BINÁRIO ➔ DECIMAL

Com dígitos após a vírgula (números não inteiros)

Ex. 11110,01

$$\begin{aligned}(11110,01)_2 &= 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} \\ &= 16 + 8 + 4 + 2 + 0,25 = (30,25)_{10}\end{aligned}$$

DECIMAL ➔ BINÁRIO

Com dígitos após a vírgula (números não inteiros)

- Calcula-se a conversão da parte inteira e da parte fracionária separadamente;
- Para a parte fracionária, utiliza-se o método das **multiplicações sucessivas**:
 - Multiplica-se o nº fracionário por 2.
 - Desse resultado, a parte inteira será utilizada como dígito binário e a parte fracionária restante é novamente multiplicada por 2.
 - Repete-se o processo até que a parte fracionária do último produto seja igual a zero.

DECIMAL ➔ BINÁRIO

Com dígitos após a vírgula (números não inteiros)

Ex. 4,1875

$$(4)_{10} = (100)_2$$

$$(0,1875)_{10} =$$

$$0,1875 \times 2 = 0,3750 = 0 + 0,3750$$

$$0,3750 \times 2 = 0,7500 = 0 + 0,7500$$

$$0,7500 \times 2 = 1,5000 = 1 + 0,5000$$

$$0,5000 \times 2 = 1,0000 = 1 + 0,0000$$

$$= (0011)_2$$

$$(4,1875)_{10} = (100,0011)_2$$

3. SISTEMA OCTAL

- Composto por 8 símbolos ou numerais;
- Base 8 ➔ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

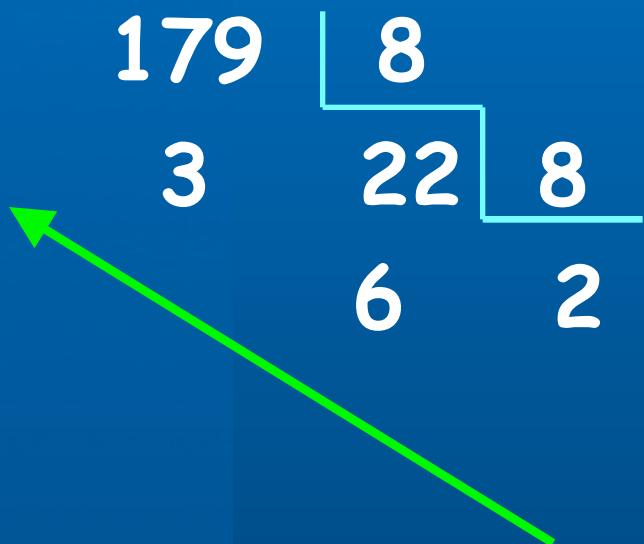
$$o_{n-1} \dots o_3 o_2 o_1 o_0 = o_{n-1} 8^{n-1} + \dots + o_3 8^3 + o_2 8^2 + o_1 8^1 + o_0 8^0$$

Ex.: $(372)_8 = 3 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 = (250)_{10}$

Conversão de Decimal para Octal

$$(179)_{10} = ?$$

- Exemplo:



Resposta:

$$(263)_8$$

Conversão de Octal para Decimal

$$(274)_8 =$$

- Exemplo: 274

$$2 \times 8^2 = 128$$

$$7 \times 8^1 = 56$$

$$4 \times 8^0 = 4$$

$$128 +$$

$$56 +$$

$$4 +$$

$$\underline{(188)_{10}}$$

Conversão de Binário para Octal e Vice-Versa

Binário	Octal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

- Como 8 é a terceira potência de 2, pode-se converter de octal em binário transformando cada dígito octal em seu equivalente com 3 dígitos binários.

Conversão de Octal para Binário

- Exemplo \Rightarrow 257

2	5	7
\downarrow	\downarrow	\downarrow
010	101	111

- Resposta \Rightarrow 010 101 111

Conversão de Binário para Octal

- A conversão de binário para octal é o inverso dos procedimentos acima;
- Agrupe os bits de três em três, e converta cada grupo em seu equivalente octal;
- Se houver necessidade, adicione zeros à esquerda do número binário.

Conversão de Binário para Octal

Exemplo \Rightarrow 10101111

010	101	111
↓	↓	↓
2	5	7

- Resposta \Rightarrow 257

Sequência de Números Octal

0	>14	>30	>104
1	15	31	105
2	16
3	17
4	20
5	21	75	776
6	22	76	777
7	23	77	1000
10	24	100	1001
11	25	101	...
12	26	102	...
13	27	103	...

4. SISTEMA HEXADECIMAL

- Composto por 16 símbolos ou numerais;
- Base 16 ➔ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

$$h_{n-1} \dots h_3 h_2 h_1 h_0 = h_{n-1} 16^{n-1} + \dots + h_3 16^3 + h_2 16^2 + h_1 16^1 + h_0 16^0$$

$$\text{Ex.: } (1A7)_{16} = 1 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0 = (423)_{10}$$

Conversão de Decimal em Hexa

- Exemplo:



9	→	9
10	→	A
15	→	F

9AF

Conversão de Hexa para Decimal

- Exemplo: 9AF

$$9 \times 16^2 = 2304$$

$$A \times 16^1 = 160$$

$$F \times 16^0 = 15$$

$$2304 +$$

$$160 +$$

$$15 +$$

$$2479$$

Conversão de Hexa para Binário

- Para converter um número hexadecimal em um número binário, converta cada dígito hexadecimal em seu equivalente de 4 bits;
- A vantagem do sistema hexadecimal, é poder agrupar cada conjunto de 4 dígitos binários em apenas 1 dígito hexa;
- Muito utilizado em endereçamento de memória.

Números Hexadecimais

Dec	Binário	Hexa
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7

Dec	Binário	Hexa
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Conversão de Hexa para Binário

9AF

9	A	F
↓	↓	↓
1001	1010	1111

- Resposta \Rightarrow 100110101111

Conversão de Binário em Hexa

Exemplo \Rightarrow 1110101101

0011	1010	1101
↓	↓	↓
3	A	D

- Resposta \Rightarrow 3AD

Sequência de Números Hexadecimal

0	→ C	→ 18	→ 99	→ FA	→	9FD
1	D	19	9A	FB		9FE
2	E	1A	9B	FC		9FF
3	F	1B	9C	FD		A00
4	10	1C	9D	FE		A01
5	11	1D	9E	FF	
6	12	1E	9F	100	
7	13	1F	A0	101		FFE
8	14	20	A1	102		FFF
9	15		1000
A	16		1001
B	17	98	F9	9FC	

Código BCD

DECIMAL ➔ BINÁRIO ou BINÁRIO ➔ DECIMAL

- Muito complicado na prática
- Hardware complexo
- Binário Puro

Alternativa:

- Uso de um Código
- Decimal codificado em Binário

1. CÓDIGO BCD (*Binary-Coded Decimal*)

- Cada dígito decimal é representado por um “código” equivalente em binário;
- Não é um sistema de numeração;
- É diferente de conversão em binário puro;
- Quantos bits?
 - 4 bits
 - 16 códigos possíveis → só se usa 10 para o sistema decimal

Código BCD 8421

Decimal	Binário
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111

Decimal	Binário
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Não
Utilizado

1. CÓDIGO BCD 8421 X Número Binário

Decimal	Binário	BCD (8421)
0	0	0000
1	1	0001
2	10	0010
3	11	0011
4	100	0100
5	101	0101
6	110	0110
7	111	0111
8	1000	1000
9	1001	1001
10	1010	0001 0000
11	1011	0001 0001
12	1100	0001 0010
...
98	1100010	1001 1000
99	1100011	1001 1001
100	1100100	0001 0000 0000
101	1100101	0001 0000 0001
...
578	1001000010	0101 0111 1000
...

Outros Códigos BCD

Outros Códigos de 4 Bits

Decimal	BCD 7421	BCD 5211	BCD 2421
0	0000	0000	0000
1	0001	0001	0001
2	0010	0011	0010
3	0011	0101	0011
4	0100	0111	0100
5	0101	1000	1011
6	0110	1001	1100
7	1000	1011	1101
8	1001	1101	1110
9	1010	1111	1111

Conversão de Decimal para BCD

- Exemplo \Rightarrow 137

1	3	7
↓	↓	↓
0001	0011	0111

- Resposta \Rightarrow $(000100110111)_{BCD} \Rightarrow 12\text{ bits}$
- Em Binário \Rightarrow $(10001001)_2 \Rightarrow 8\text{ bits}$

Exercícios

$$1. (37)_{10} \Rightarrow (100101)_2$$

$$2. (177)_{10} \Rightarrow (261)_8 \Rightarrow (010110001)_2$$

$$3. (5431)_8 \Rightarrow (B19)_{16} \Rightarrow (0010100001000001)_{BCD}$$

$$4. (214)_{10} \Rightarrow (D6)_{16} \Rightarrow (11010110)_2$$

FIM