

# *Álgebra Linear e Geometria Analítica: monitoria*



— *Desafio 2: Previsão do Tempo* —

*Abril/2019*

# 1 Introdução

O desafio agora é fazer uma previsão do tempo usando um modelo bem simples de um Processo de Markov. Esse exercício demonstrará o uso da álgebra linear na resolução de um *sistema de equações lineares* (que é a matéria da Unidade 2 da disciplina).

Na tabela abaixo temos um modelo bem simples de previsão do tempo<sup>1</sup>. O foco aqui não é se esse modelo é bom ou ruim, o foco aqui é demonstrar que esse modelo é um exemplo bem simplificado de um Processo de Markov que pode ser resolvido por álgebra linear para prever o tempo.

		Hoje		
		Sol	Nublado	Chuva
Amanhã	Sol	0.4	0.3	0.1
	Nublado	0.4	0.3	0.6
	Chuva	0.2	0.4	0.3

Nossa previsão do tempo baseia-se no seguinte fato: é possível saber a probabilidade que o tempo *amanhã* seja sol, nublado ou chuva, dependendo se hoje está sol, nublado ou chuva. Isso está ilustrado na tabela acima da seguinte maneira: se hoje é chuva, a probabilidade de que amanhã seja nublado será de 0.6 (60%).

## 2 Perguntas Fáceis

1. Se hoje está nublado, qual a probabilidade de que amanhã seja sol?

---

2. Se hoje está nublado, qual a probabilidade de que amanhã seja nublado?

---

3. Se hoje o tempo é de chuva, qual a probabilidade de que amanhã seja sol?

---

## 3 Perguntas Moderadamente Difíceis

4. Se hoje está sol, qual a probabilidade de que o tempo *depois de amanhã* seja de sol?

---

5. Se hoje está sol, qual a probabilidade de que o tempo *depois de amanhã* seja nublado?

---

6. Se hoje está sol, qual a probabilidade de que o tempo *depois de amanhã* seja de chuva?

---

<sup>1</sup>Este exemplo foi retirado do curso “*Linear Algebra: Foundations to Frontiers (LAFF)*”, da The University of Texas at Austin, disponível em <http://www.ulaff.net>. Uma versão para estudo individual também está disponível na edX (<https://www.edx.org>).

7. Este desafio utiliza um Processo de Markov para ilustrar como podemos utilizar álgebra linear para prever o tempo utilizando um sistema de equações lineares. Mas afinal: o que é um Processo de Markov<sup>2</sup>?

---

---

---

## 4 Perguntas Difíceis

Tente pensar pelo menos uns 10 minutos em como resolver essas questões. Talvez você não consiga pois ainda não estudou a unidade de sistemas de equações lineares na disciplina de álgebra, mas aqui vão algumas dicas: a) você precisa entender a tabela das probabilidades como um sistema de equações lineares; b) depois que você entendeu a tabela como um sistema de equações lineares, temos que representar essa tabela como uma matriz; e c) no final é muito fácil: basta multiplicar a matriz pelo vetor que representa a probabilidade do estado atual, ou seja, o tempo no dia de hoje.

8. Se hoje é segunda-feira e está nublado, qual é a probabilidade de que na próxima segunda-feira (ou seja, daqui a 7 dias), o tempo seja sol?

---

9. Se hoje é segunda-feira e está nublado, qual é a probabilidade de que na próxima segunda-feira (ou seja, daqui a 7 dias), o tempo seja nublado?

---

10. Se hoje é segunda-feira e está nublado, qual é a probabilidade de que na próxima segunda-feira (ou seja, daqui a 7 dias), o tempo seja de chuva?

---

---

<sup>2</sup>Sim, você pode pesquisar na Wikipedia. Procure por *Markov Chain*.