S T Q Q S S D

1 - $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x + 10$

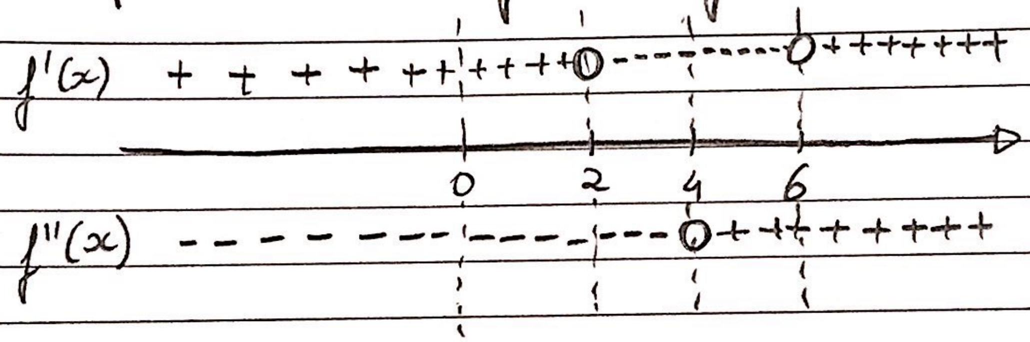
$$\frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}(x^3 - 12x^2 + 36x + 10)$$

$$= 3x^2 - 24x + 36$$

Sendo $f'(x) = 3x^2 - 24x + 36$, os valores de x candidatos à pontos críticos são $x = 2$ e $x = 6$, pois $f'(x)$ pode ser fatorada em $3(x-6)(x-2)$.

$f''(x) = 6x - 24$, com ponto candidato à crítico em $x = 4$.

Comportamento de $f'(x)$ e $f''(x)$



Análise dos limites:

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = 42$ $\lim_{x \to 6^-} f(x) = 10$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = 42$ $\lim_{x \to 6^+} f(x) = 10$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

Assim: $x = 2$ e $x = 6$ são pontos críticos, correspondentes à máxima local ($x=2$) e à mínima local ($x=6$). Não existem máximos e mínimos globais pois a $f(x)$ tende ao ∞ e $-\infty$.

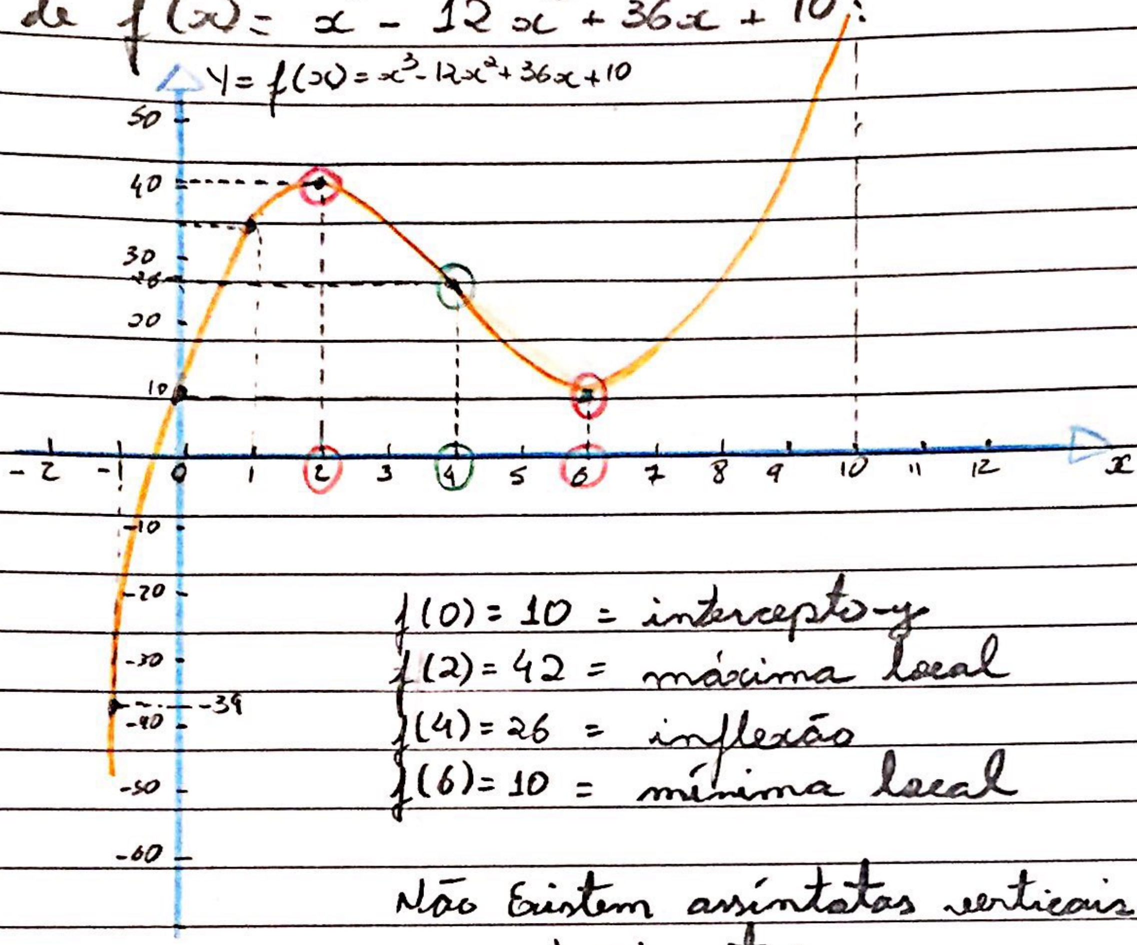
Pontos importantes

$f(0) = 10$ $f(4) = 26$ $f(10) = 170$

$f(2) = 42$ $f(6) = 10$ $f(-2) = -118$

$f(-1) = -39$ $f(1) = 35$

Gráfico de $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x + 10$:



$f(0) = 10$ = intercepto-y
$f(2) = 42$ = máxima local
$f(4) = 26$ = inflexão
$f(6) = 10$ = mínima local

Não Existem assíntotas verticais nem horizontais

Não existem pontos de máxima global, nem mínima global.

② – $P(x) = -2x^2 + 60x + 10000$

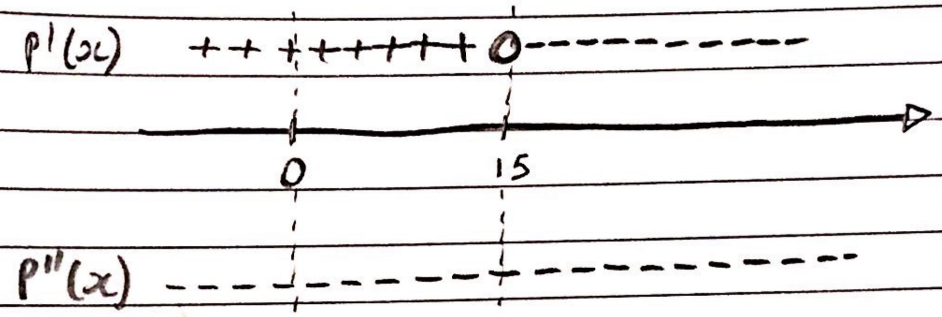
$P'(x) = -4x + 60$

$P''(x) = -4$

Sendo $P'(x) = -4x + 60$, o valor de x candidato à ponto crítico é $x = 15$.

Como $P''(x) = -4$, não há ponto de inflexão.

Comportamento de $P'(x)$ e $P''(x)$:



Análise dos limites:

$\lim_{x \to 15^-} P(x) = 10.450$

$\lim_{x \to 15^+} P(x) = 10.450$

$\lim_{x \to 0^+} P(x) = 10.000$

$\lim_{x \to \infty} P(x) = -\infty$

Pontos Importantes:

$P(0) = 10.000$

$P(15) = 10.450$

$P(30) = 10.000$

Raízes ($y=0$) em:

$x \approx -57,28$

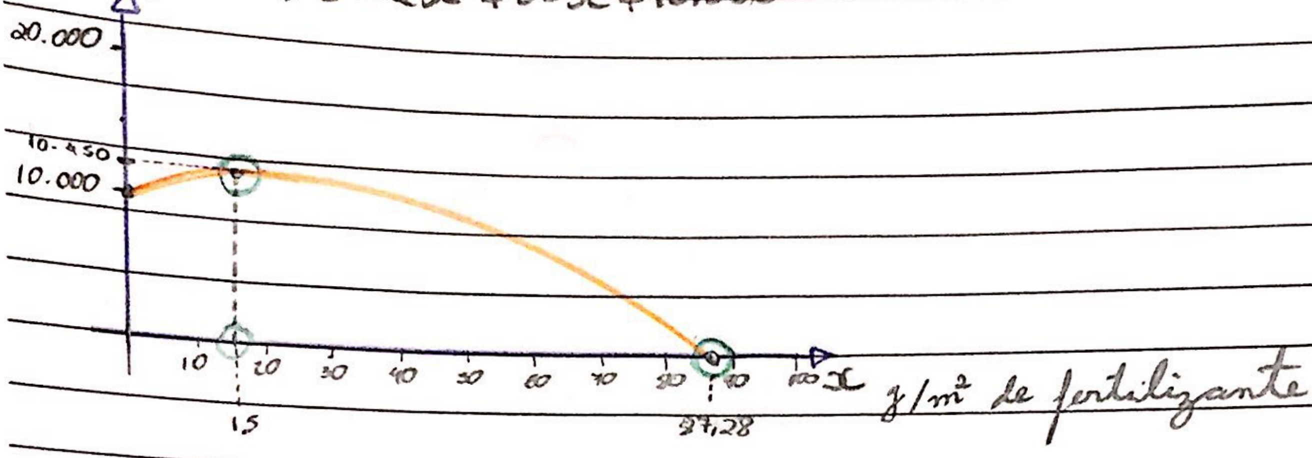
$x \approx 87,28$

Assim:

$x = 15$ é ponto crítico e máxima local. A mínima global, considerando que não existe produção negativa de grãos ($\nexists\, P(x) < 0$) é 0, e ocorre em $x \approx 87,28$. A máxima global também ocorre em $x = 15$.

ⓐ-

$Y = P(x) = -2x^2 + 60x + 10.000$ toneladas



$f(0) = 10.000$

$f(15) = 10.450$ = máxima local e global

$f(87{,}28) = 0$ = mínima global

Não existem assintotas.

ⓑ- Não existe ponto de inflexão em $P(x)$ pois a taxa de crescimento $P''(x)$ é constante e negativa. Em $x = 15\ g/m^2$ a produção atinge seu máximo.

ⓒ- Não existe ponto de inflexão. Em relação ao ponto crítico, $x = 15\ g/m^2$ de fertilizante, $P'(15) = 0$, ou seja, nesse instante a taxa de variação é zero. Em $P'(14) = 4$, a taxa instantânea é positiva, ou seja, a produção instantânea é crescente de 4 toneladas por g/m^2 de fertilizante. Em $P'(16) = -4$, a taxa é negativa, ou seja, a produção instantânea é decrescente em 4 $ton/_{g/m^2}$.

(3) $p(t) = t^3 - 21t^2 + 120t + 100$ $\quad p(t) = R\$$; t = mês

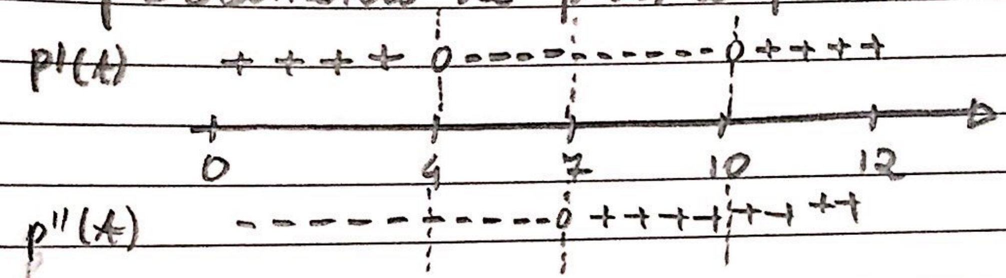
$p'(t) = 3t^2 - 42t + 120$ $\quad 0 \leq t \leq 12$

$p''(t) = 6t - 42$

Sendo $p'(t) = 3t^2 - 42t + 120$, e considerando sua forma fatorada $3(t-10)(t-4)$, os valores candidatos a pontos críticos são $t = 4$ e $t = 10$.

Sendo $p''(t) = 6t - 42$, e considerando sua forma fatorada $6(t-7)$, o valor candidato ao ponto crítico é $t = 7$.

Comportamento de $p'(t)$ e $p''(t)$



Análise dos limites:

$\lim_{t \to 0^+} p(t) = 100$ $\quad \lim_{t \to 4^-} p(t) = 308$ $\quad \lim_{t \to 4^+} p(t) = 308$

$\lim_{t \to 10^-} p(t) = 200$ $\quad \lim_{t \to 10^+} p(t) = 200$

Pontos Importantes:

$p(0) = 100$

$p(4) = 308$

$p(7) = 254$

$p(10) = 200$

$p(12) = 244$

$p(1) = 200$

Assim:

$x = 4$ = ponto crítico, máxima local e global

$x = 7$ = ponto de inflexão

$x = 10$ = mínima local

$x = 0$ = mínima global

a) - O preço $p(t)$ assumiu seus valores críticos nos meses: 0, 4 e 10. Inflexão em 7.

b) - Os valores foram:

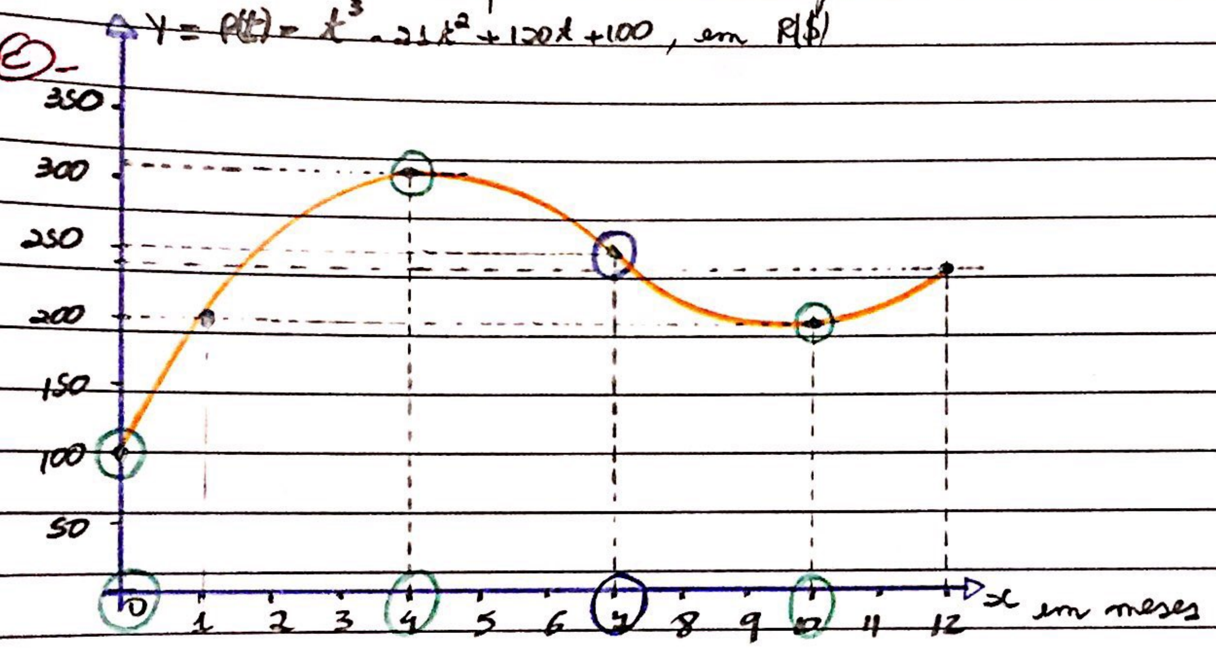
$p(0) = 100 \Rightarrow$ mínima global no intervalo

$p(4) = 308 \Rightarrow$ máxima local e global no intervalo

$p(10) = 200 \Rightarrow$ mínima local

$p(7) = 254 \Rightarrow$ ponto de inflexão

c) -



$f(0) = 100$ = intercepto-y, mínima global no intervalo

$f(4) = 308$ = máxima local, máxima global no intervalo

$f(7) = 254$ = ponto de inflexão

$f(10) = 200$ = mínima local

4) - $R(q) = -q^3 + 150q^2 + 50.000 \quad , 0 \leq q \leq 110$

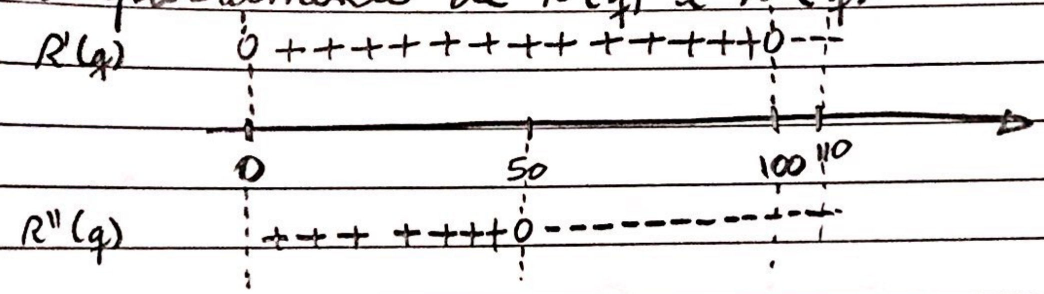
$R'(q) = -3q^2 + 300q$

$R''(q) = -6q + 300$

Sendo $R'(q) = -3q^2 + 300q$, e considerando sua forma fatorada $-3q(q-100)$, os valores candidatos a pontos críticos são $q=0$ e $q=100$.

Sendo $R''(q) = -6q + 300$, e considerando sua forma fatorada $-6(q-50)$, o valor candidato a ponto de inflexão é $q=50$.

Comportamento de $R'(q)$ e $R''(q)$:



Análise dos limites

$\lim_{q \to 0} R(q) = 0$ $\qquad$ $\lim_{q \to 100} R(q) = 550.000$

$\lim_{q \to \infty} R(q) = -\infty$

Pontos Importantes

$R(0) = 50.000$

$R(50) = 300.000$

$R(100) = 550.000$

$R(110) = 534.000$

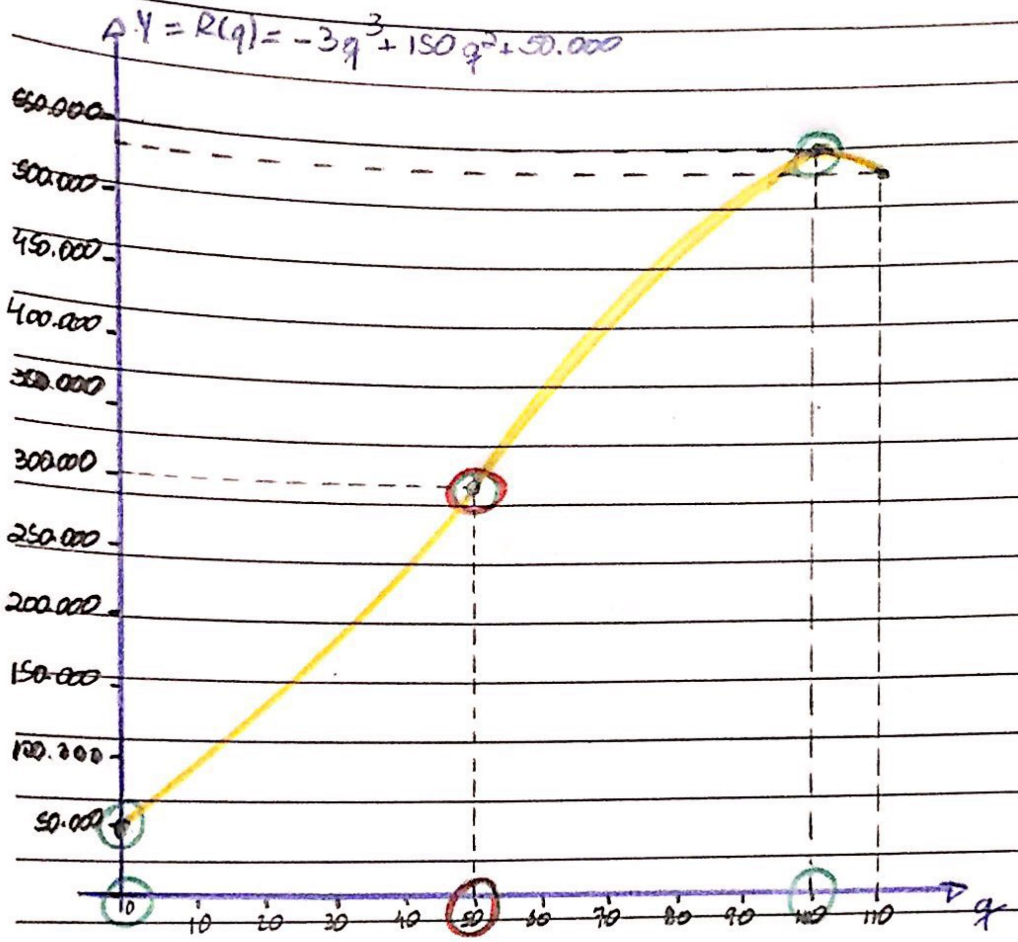
Assim, no intervalo $0 \leq q \leq 110$, :

$q=0$ = mínima global

$q=50$ = inflexão

$q=100$ = ~~m~~ máxima local, máxima global no intervalo

a) -



$f(0) = 50.000$ = intercepto-y, mínima global no intervalo
$f(50) = 300.000$ = ponto de inflexão
$f(100) = 550.000$ = máxima local, e máxima global

b) - O ponto de inflexão em $q = 50$ indica que $R(q)$ está crescendo a taxas negativas a partir desse ponto, ou seja: em algum momento $R(q)$ atingirá seu máximo e começará a decrescer indefinidamente pois não existem pontos de inflexão além de $q = 50$.