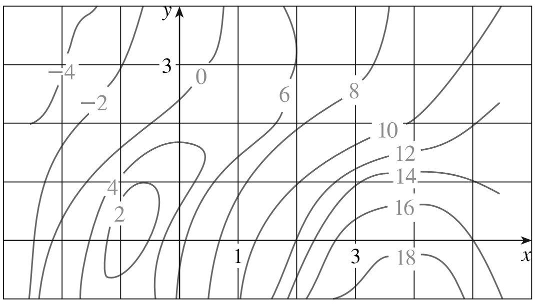
10. Um mapa de contorno de uma função f é apresentado. Utilize-o para estimar $f_x(2, 1)$ e $f_y(2, 1)$.



11. Se $f(x, y) = 16 - 4x^2 - y^2$, determine $f_x(1, 2)$ e $f_y(1, 2)$ e interprete esses números como inclinações. Ilustre ou com um esboço à mão ou utilizando o computador.

12. Se $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - 4y^2}$, determine $f_x(1, 0)$ e $f_y(1, 0)$ e interprete esses números como inclinações. Ilustre ou com um esboço à mão ou utilizando o computador.

13–14 Determine f_x e f_y e faça os gráficos f, f_x e f_y com domínios e pontos de vista que lhe permitam ver a relação entre eles.

13. $f(x, y) = x^2y^3$ **14.** $f(x, y) = \dfrac{y}{1 + x^2y^2}$

15–40 Determine as derivadas parciais de primeira ordem da função.

15. $f(x, y) = y^5 - 3xy$ **16.** $f(x, y) = x^4y^3 + 8x^2y$

17. $f(x, t) = e^{-t}\cos \pi x$ **18.** $f(x, t) = \sqrt{x}\ln t$

19. $z = (2x + 3y)^{10}$ **20.** $z = \operatorname{tg} xy$

21. $f(x, y) = \dfrac{x}{y}$ **22.** $f(x, y) = \dfrac{x}{(x + y)^2}$

23. $f(x, y) = \dfrac{ax + by}{cx + dy}$ **24.** $w = \dfrac{e^v}{u + v^2}$

25. $g(u, v) = (u^2v - v^3)^5$ **26.** $f(x, t) = \operatorname{arctg}\left(x\sqrt{t}\right)$

27. $w = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta$ **28.** $f(x, y) = x^y$

29. $F(x, y) = \int_y^x \cos(e^t)\, dt$ **30.** $F(\alpha, \beta) = \int_\alpha^\beta \sqrt{t^3 + 1}\, dt$

31. $f(x, y, z) = xz - 5x^2y^3z^4$ **32.** $f(x, y, z) = x \operatorname{sen}(y - z)$

33. $w = \ln(x + 2y + 3z)$ **34.** $w = ze^{xyz}$

35. $u = xy \operatorname{sen}^{-1}(yz)$ **36.** $u = x^{y/z}$

37. $h(x, y, z, t) = x^2y\cos(z/t)$

38. $\phi(x, y, z, t) = \dfrac{\alpha x + \beta y^2}{\gamma z + \delta y^2}$

39. $u = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$

40. $u = \operatorname{sen}(x_1 + 2x_2 + \cdots + nx_n)$

41–44 Determine as derivadas parciais indicadas.

41. $f(x, y) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + y^2}\right)$; $f_x(3, 4)$

42. $f(x, y) = \operatorname{arctg}(y/x)$; $f_x(2, 3)$

43. $f(x, y, z) = \dfrac{y}{x + y + z}$; $f_y(2, 1, -1)$

44. $f(x, y, z) = \sqrt{\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}^2 y + \operatorname{sen}^2 z}$; $f_z(0, 0, \pi/4)$

45–46 Use a definição de derivadas parciais como limites $\boxed{4}$ para encontrar $f_x(x, y)$ e $f_y(x, y)$.

45. $f(x, y) = xy^2 - x^3y$ **46.** $f(x, y) = \dfrac{x}{x + y^2}$

47–50 Use a derivação implícita para encontrar $\partial z/\partial x$ e $\partial z/\partial y$.

47. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ **48.** $x^2 - y^2 + z^2 - 2z = 4$

49. $e^z = xyz$ **50.** $yz + x\ln y = z^2$

51–52 Determine $\partial z/\partial x$ e $\partial z/\partial y$.

51. (a) $z = f(x) + g(y)$ (b) $z = f(x + y)$

52. (a) $z = f(x)g(y)$ (b) $z = f(xy)$
(c) $z = f(x/y)$

53–58 Determine todas as derivadas parciais de segunda ordem.

53. $f(x, y) = x^3y^5 + 2x^4y$ **54.** $f(x, y) = \operatorname{sen}^2(mx + ny)$

55. $w = \sqrt{u^2 + v^2}$ **56.** $v = \dfrac{xy}{x - y}$

57. $z = \operatorname{arctg}\dfrac{x + y}{1 - xy}$ **58.** $v = e^{xe^y}$

59–62 Verifique se a conclusão do Teorema de Clairaut é válida, isto é, $u_{xy} = u_{yx}$.

59. $u = x^4y^3 - y^4$ **60.** $u = e^{xy}\operatorname{sen} y$

61. $u = \cos(x^2y)$ **62.** $u = \ln(x + 2y)$

63–70 Determine a(s) derivada(s) parcial(is) indicada(s).

63. $f(x, y) = x^4y^2 - x^3y$; f_{xxx}, f_{xyx}

64. $f(x, y) = \operatorname{sen}(2x + 5y)$; f_{yxy}

65. $f(x, y, z) = e^{xyz^2}$; f_{xyz}

66. $g(r, s, t) = e^r\operatorname{sen}(st)$; g_{rst}

67. $u = e^{r\theta}\operatorname{sen}\theta$; $\dfrac{\partial^3 u}{\partial r^2\,\partial\theta}$

68. $z = u\sqrt{v - w}$; $\dfrac{\partial^3 z}{\partial u\,\partial v\,\partial w}$

69. $w = \dfrac{x}{y + 2z}$; $\dfrac{\partial^3 w}{\partial z\,\partial y\,\partial x}$, $\dfrac{\partial^3 w}{\partial x^2\,\partial y}$

70. $u = x^a y^b z^c$; $\dfrac{\partial^6 u}{\partial x\,\partial y^2\,\partial z^3}$

71. Se $f(x, y, z) = xy^2z^3 + \operatorname{arcsen}(x\sqrt{z})$, determine f_{xzy}. [*Dica*: Qual ordem de diferenciação é a mais fácil?]

72. Se $g(x, y, z) = \sqrt{1 + xz} + \sqrt{1 - xy}$, determine g_{xyz}. [*Dica*: Use uma ordem de diferenciação diferente para cada termo.]

73. Use a tabela de valores de $f(x, y)$ para estimar os valores de $f_x(3, 2)$, $f_x(3, 2{,}2)$ e $f_{xy}(3, 2)$.

x \ y	1,8	2,0	2,2
2,5	12,5	10,2	9,3
3,0	18,1	17,5	15,9
3,5	20,0	22,4	26,1