UNIDADE 3 – APLICAÇÕES DE INTEGRAL

3.2 – VOLUME: MÉTODO DO DISCO

VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO POR FATIAMENTO

Seja a área entre uma função f(x) e o eixo-x. O sólido gerado pela rotação dessa área em torno do eixo-x é chamado **sólido de revolução**.

Observe que a seção transversal do sólido, perpendicular ao eixo x, no ponto x, é um disco cujo raio é f(x). A área dessa região é $A(x) = \pi[f(x)]^2$. Assim, o volume será dado por:

$$V = \int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$$

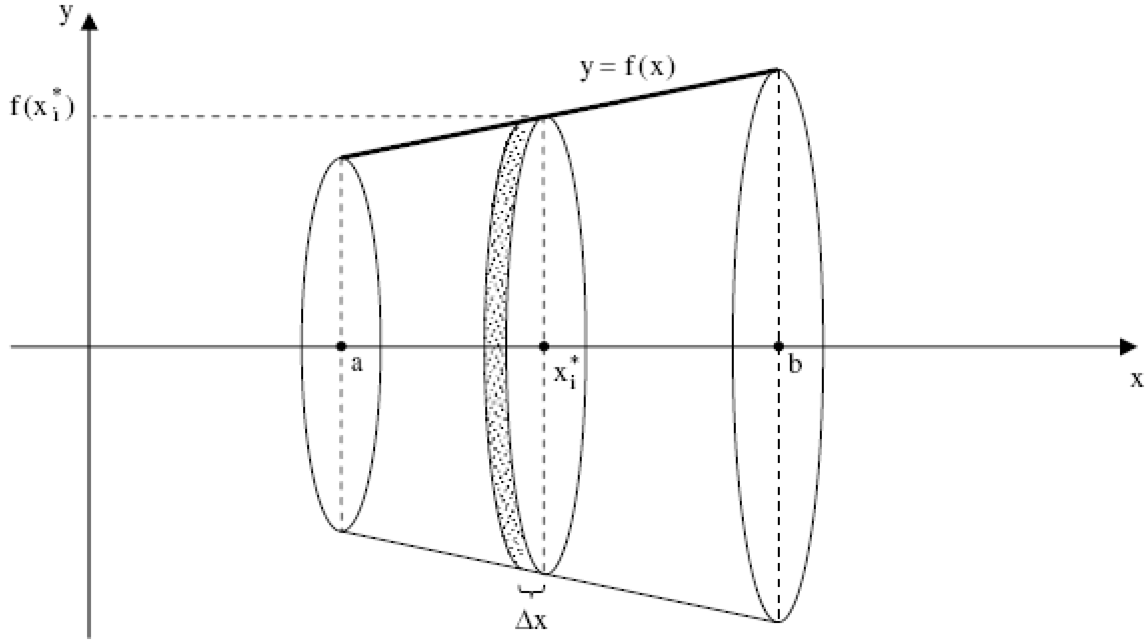
VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO POR FATIAMENTO

Seja a área entre uma função f(x) e o eixo-x. O sólido gerado pela rotação dessa área em torno do eixo-x é chamado **sólido de revolução**.

Observe que a área da seção transversal do sólido é um disco com raio f(x). Portanto $A(x) = \pi[f(x)]^2$.

Assim:

$$V = \int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$$

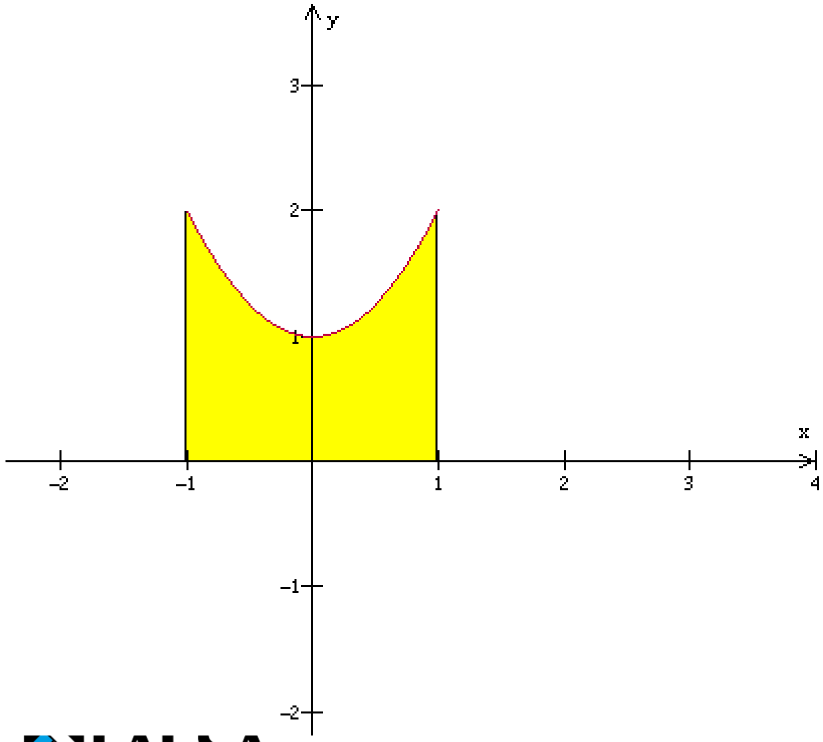


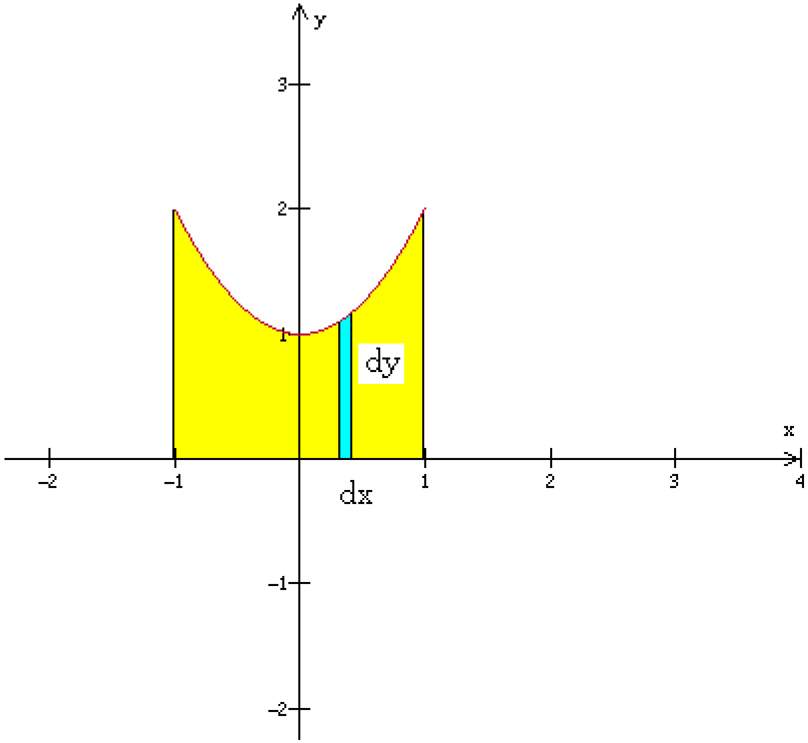
VOLUME

1. Esboce a região R, rotulando a fronteira
2. Exiba o retângulo dx e dy.
3. Esboce o sólido gerado por R e o disco gerado pelo retângulo
4. Expresse o raio do disco em função de x ou y.
5. Obtenha a fórmula do volume
6. Calcule a integral

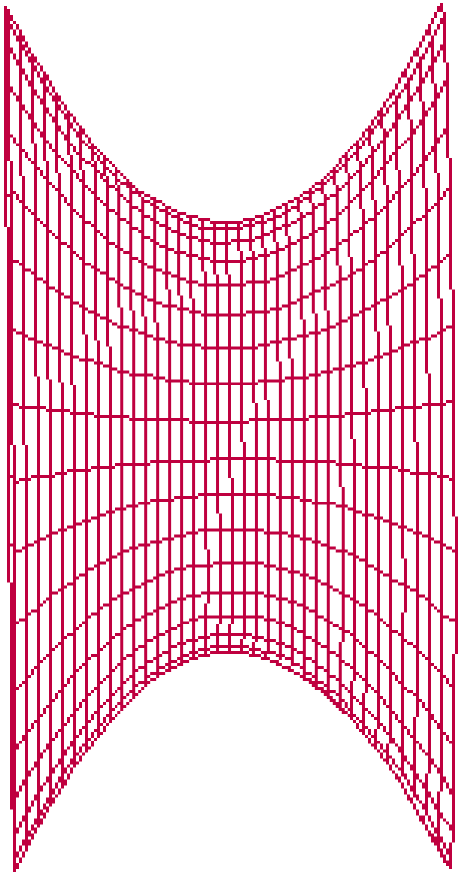
EXEMPLO

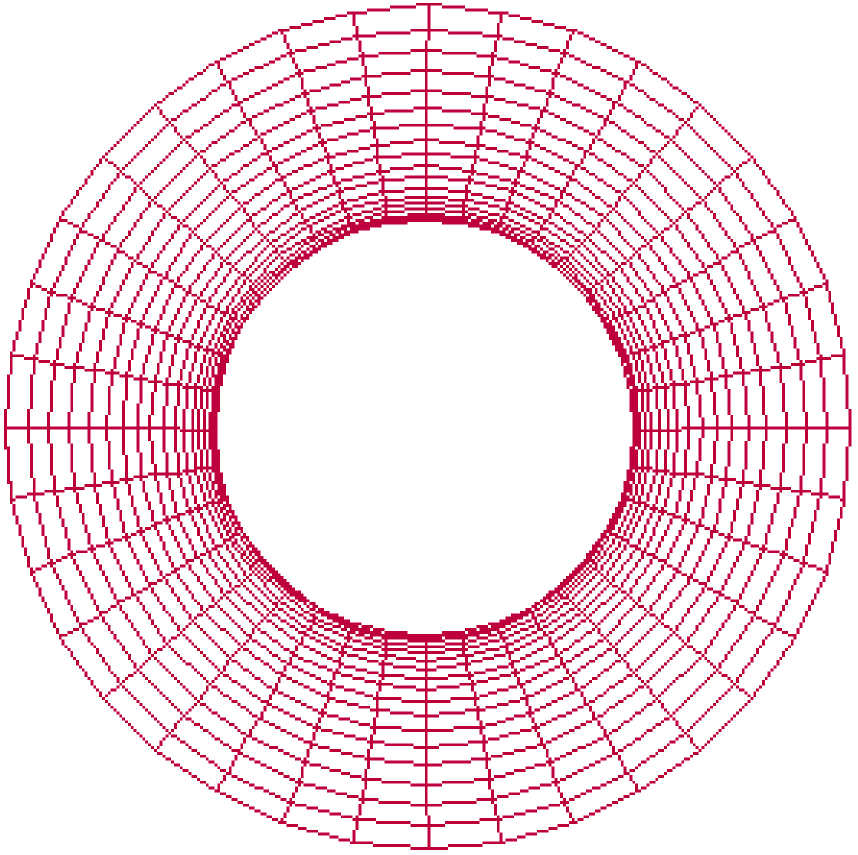
1 – A região limitada pelo eixo-x, pela equação $y = x^2 + 1$ e pelas retas $x = 1$ e $x = -1$, gira em torno do eixo-x. Determine o volume do sólido resultante.





EXEMPLO





EXEMPLO

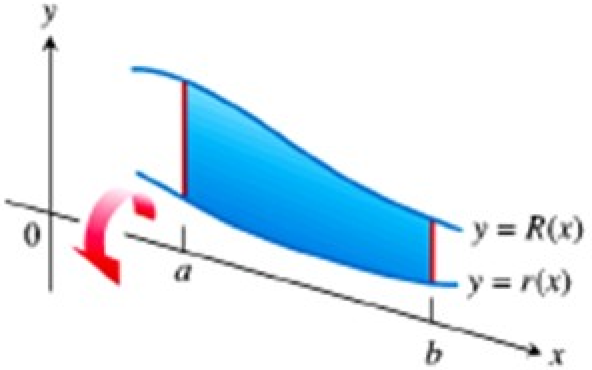
2 – Encontre o volume do sólido gerado quando a região sob a curva $y = \sqrt{x}$ e acima do eixo x, no intervalo [0, 4], é girada em torno do eixo x.

3 – O círculo $x^2 + y^2 = 25$ é girado em torno do eixo x para gerar uma esfera. Determine o seu volume.

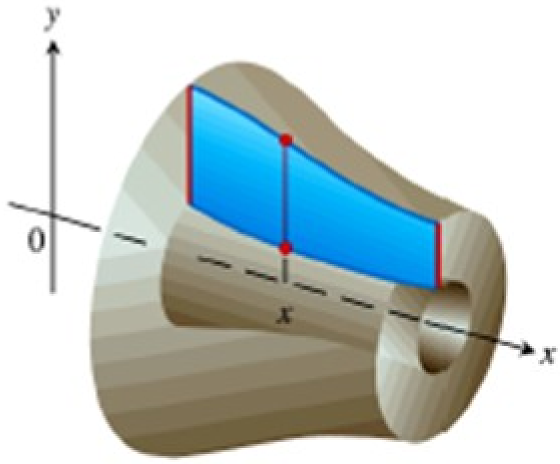
4 – Encontre o volume do sólido obtido com a rotação, em torno do eixo y e a curva $x = 2/y$ com $1 \leq y \leq 4$

EXEMPLO

Seja a área da região limitada por duas curvas: R(x) – raio externo e r(x) raio interno.

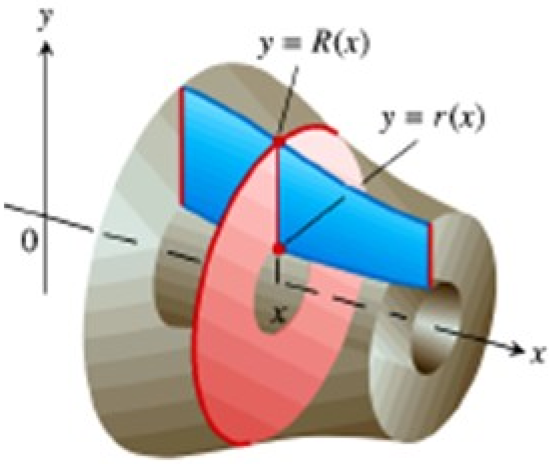


O sólido gerado pela rotação dessa área terá um orifício no meio.



EXEMPLO

As seções transversais ao eixo de revolução não serão mais discos, mas serão anéis.



A área do anel será

$$A(x) = \pi[R(x)]^2 - \pi[r(x)]^2$$

$$A(x) = \pi([R(x)]^2 - [r(x)]^2)$$

Assim, o volume de sólido será:

$$\int_a^b \pi([R(x)]^2 - [r(x)]^2)dx$$

EXEMPLO

5 – A região limitada pela curva $y=x^2+1$ e pela reta $y=-x+3$ gira em torno do eixo x para gerar um sólido. Determine o volume desse sólido .

6 – A região compreendida entre a parábola $y=x^2$ e a reta $y=2x$ no primeiro quadrante, gira em torno do eixo y para gerar um sólido. Determine o volume desse sólido .

7 – Seja a mesma região do exercício anterior, girando em torno do eixo x. Determine o volume desse sólido