UNIDADE 3 – APLICAÇÕES DE INTEGRAL

3.3 – VOLUME: MÉTODO DA CASCA

VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO POR CASCAS CILÍNDRICAS

Podemos também imaginar o sólido como sendo constituído por cascas cilíndricas.

O volume de cada uma das cascas é dado por:

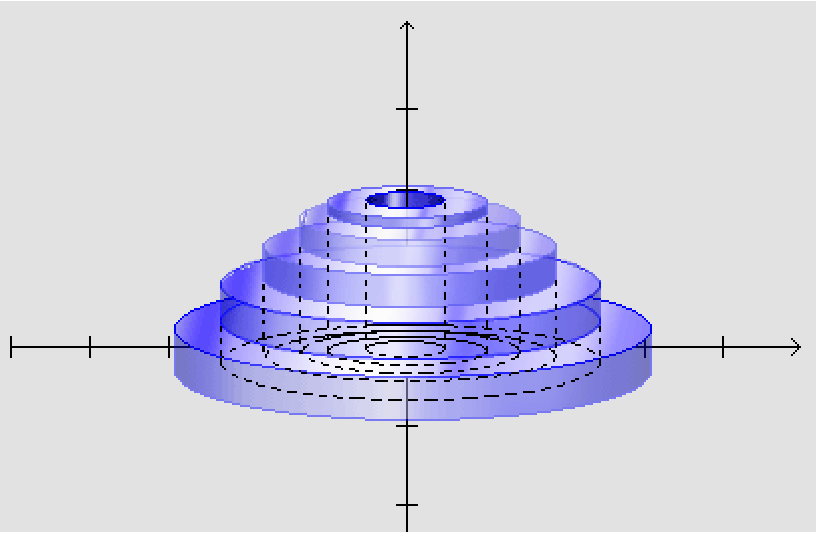
$$V_{casca} = V_e - V_i = \pi({r_e}^2)h - \pi({r_i}^2)h$$

$$V_{casca} = \pi({r_e}^2 - {r_i}^2)h = 2\pi(r_e - r_i)\frac{(r_e + r_i)}{2}h$$

ou ainda, colocando $\bar{r} = \frac{(r_e + r_i)}{2}$

e $\Delta r = r_e - r_i$,

teremos: $V_{casca} = 2\pi\bar{r}h\,\Delta r$

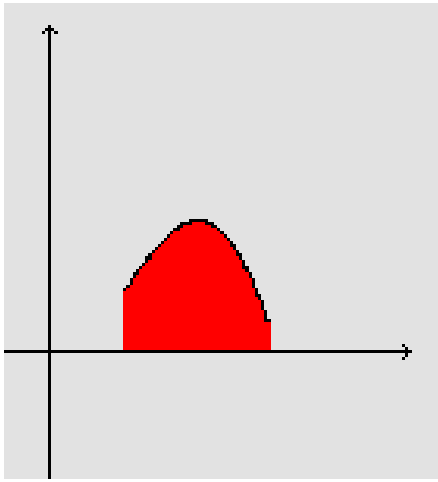


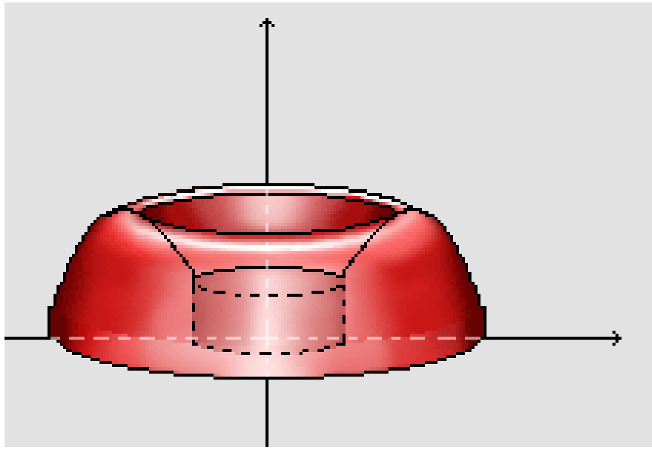
FAESA CENTRO UNIVERSITÁRIO

VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO POR CASCAS CILÍNDRICAS

O volume do sólido obtido pela rotação, em torno da reta vertical $x = L$, da região entre o eixo-x e o gráfico de uma função contínua $y = f(x) \geq 0,\ a \leq x \leq b$, é:

$$V = \int_a^b 2\pi(raio\ da\ casca)(altura\ da\ casca)\, dx$$



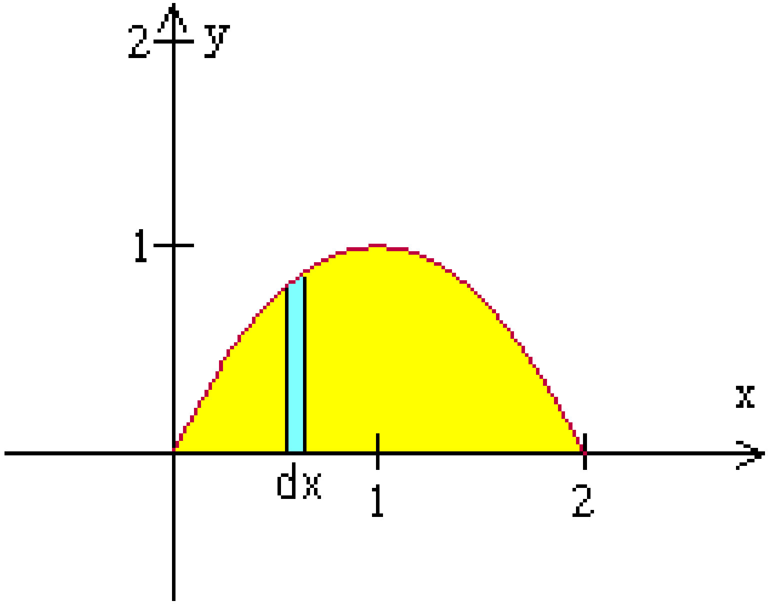


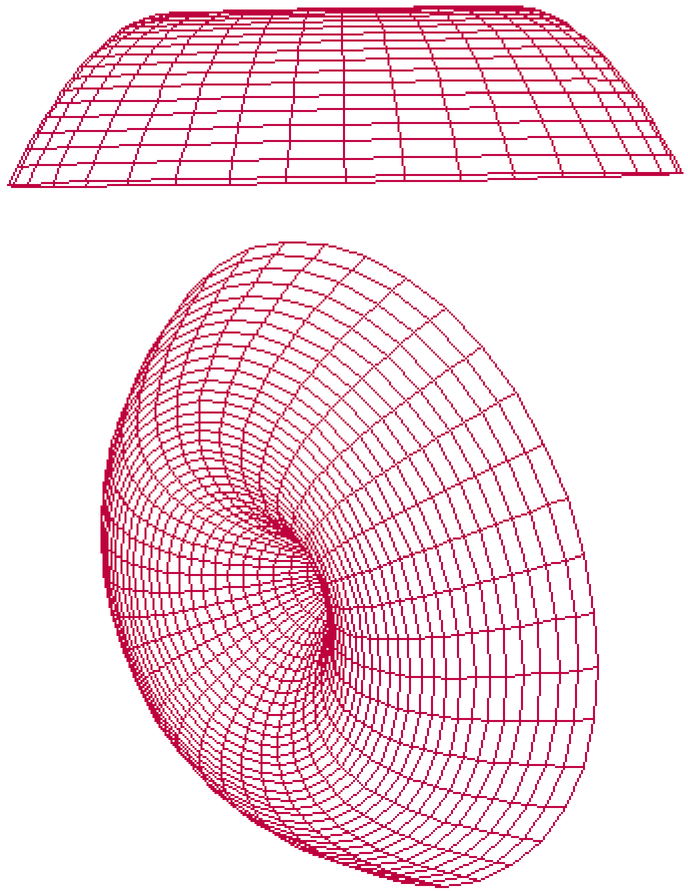
RESUMO

1. Esboce a região R, rotulando a fronteira
2. Exiba o retângulo dx e dy.
3. Esboce anel cilíndrico gerado pelo retângulo
4. Expresse o raio médio do anel em função de x ou y.
5. Expresse a altura do anel em função de x ou y.
6. Obtenha a fórmula do volume
7. Calcule a integral

EXEMPLO

1 – A região limitada pelo eixo-x e pela equação $y = -x^2 + 2x$ gira em torno do eixo-y. Determine o volume do sólido resultante.





Espessura:
Raio:
Atura:
Volume:

EXEMPLO

2 – A região limitada pela curva $y=3x-x^2$ e pelo eixo x gira em torno do eixo y. Determine o volume do sólido resultante.

3 – A região limitada pela curva $y=\sqrt{x}$, pelo eixo x e pela reta $x=4$ gira em torno do eixo y. Determine o volume do sólido resultante.

4 – A região limitada pela curva $y=\sqrt{x}$, pelo eixo x e pela reta $x=4$ gira em torno do eixo x. Determine o volume do sólido resultante.