Vetores no Plano e no Espaço

1) Dados os vetores no plano R^2, **u** = 2 **i** – 5 **j** e **v** = **i** + **j** , pede-se determinar:
   a) o vetor soma **u** + **v**
   b) o módulo do vetor **u** + **v**
   c) o vetor diferença **u** – **v**
   d) o vetor 3 **u** – 2 **v**
   e) o produto interno **u.v**

Respostas:

a). Temos: u = (2, -5) e v = (1, 1). Logo, u + v = (2, -5) + (1, 1) = (3, -4) = 3 i - 4 j

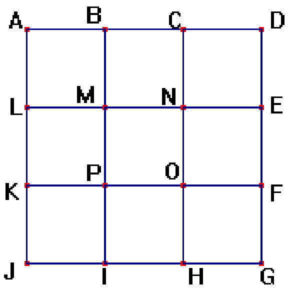
b) | u + v| = $\sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25}$ = 5 ou 5 u.c (u.c. = unidades de comprimento).

c) u - v = (2, -5) - (1, 1) = (1, -6) = i - 6 j

d) 3u - 2v = 3.(2, -5) -2(1, 1) = (6, -15) + (-2, -2) = (4, -17) = 4 i - 17 j

e) u.v = 2.1 + (-5).1 = - 3

2) A figura abaixo é constituída de nove quadrados congruentes (de mesmo tamanho).



Decidir se é verdadeira ou falsa cada uma das seguintes afirmações:

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OF}$
b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PH}$
c) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OP}$
d) $\overrightarrow{BL} = -\overrightarrow{MC}$
e) $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{ED}$
f) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{MG}$
g) $\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{FI}$
h) $\overrightarrow{AC} // \overrightarrow{HI}$
i) $\overrightarrow{JO} // \overrightarrow{LD}$
j) $\overrightarrow{AJ} // \overrightarrow{FG}$
k) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{EG}$
l) $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BL}$
m) $\overrightarrow{PE} \perp \overrightarrow{EC}$
n) $\overrightarrow{PN} \perp \overrightarrow{NB}$
o) $\overrightarrow{PN} \perp \overrightarrow{AM}$
p) $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{FP}|$
q) $|\overrightarrow{IF}| = |\overrightarrow{MF}|$
r) $|\overrightarrow{AJ}| = |\overrightarrow{AC}|$
s) $|\overrightarrow{AO}| = 2|\overrightarrow{NP}|$
t) $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{BL}|$

Respostas:

a)V b)V c)F d)V e)V f)V g)F h)V i)F j)V k)V l)V
m)F n)V o)V p)V q)V r)F s)V t)V

3) Com base na figura do exercício 2, determinar os vetores abaixo, expressando-os com origem no ponto A:

a) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}$	e) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{EO}$	i) $\overrightarrow{MO}-\overrightarrow{NP}$
b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$	f) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BL}$	j) $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CB}$
c) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DC}$	g) $\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{AN}$	k) $\overrightarrow{LP}+\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{NF}$
d) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AK}$	h) $\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{OE}$	l) $\overrightarrow{BL}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{PB}$

Respostas:

a) $\overrightarrow{AN}$ **b)** $\overrightarrow{AD}$ **c)** $\overrightarrow{AB}$ **d)** $\overrightarrow{AO}$ **e)** $\overrightarrow{AM}$ **f)** $\overrightarrow{AK}$ **g)** $\overrightarrow{AH}$ **h)** $\overrightarrow{AI}$
i) $\overrightarrow{AC}$ **j)** $\overrightarrow{AC}$ **k)** $\overrightarrow{AE}$ **l)** $\vec{0}$

4) Determine x para que se tenha $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$, sendo A (x,1), B(4,x+3), C(x,x+2) e D(2x,x+6).

Respostas: x=2

5) Dadas as coordenadas, x=4, y=–12, de um vetor $\vec{v}$ do $\Re^3$, calcular sua terceira coordenada z, de maneira que $||\vec{v}||$ = 13.

Respostas: z=$\pm$ 3

6) Achar um vetor $\vec{x}$ de módulo igual a 4 e de mesmo sentido e direção que o vetor $\vec{v}=6\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$.

Respostas: $\vec{x}=\left(\frac{24}{7},-\frac{8}{7},-\frac{12}{7}\right)$

7) Sendo $\vec{u}$ = (2,3,1) e $\vec{v}$ = (1,4, 5) . Calcular:

a) $\vec{u}\bullet\vec{v}$ b) $(\vec{u}-\vec{v})$ c) $(\vec{u}+\vec{v})^2$ d) $(3\vec{u}-2\vec{v})^2$ e) $(2\vec{u}-3\vec{v})\bullet(\vec{u}+2\vec{v})$

Respostas: a) 19 b)18 c)94 d)66 e) –205

8) Sendo $\vec{a}$ = (2,–1,1), $\vec{b}$ =(1,–2,–2) e $\vec{c}$ =(1,1,–1). Calcular um vetor $\vec{v}$ =(x,y,z), tal que $\vec{v}\bullet\vec{a}$ = 4, $\vec{v}\bullet\vec{b}$ = –9 e $\vec{v}\bullet\vec{c}$ = 5.

Respostas: $\vec{v}$ = (3,4,2)

9) Determinar o valor de x para que os vetores $\vec{v}_1 = x\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{v}_2 = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, sejam ortogonais.

Respostas: x = –4

10) Decomponha o vetor $\vec{v} = (-1, 2, -3)$ em dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, tais que $\vec{a} // \vec{w}$ e $\vec{b} \perp \vec{w}$, com $\vec{w} = (2,1,-1)$.

Respostas: $\vec{a} = \left(1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ e $\vec{b} = \left(-2, \frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

11) Dados os vetores $\vec{u} = (-1,3,2)$, $\vec{v} = (1,5,-2)$ e $\vec{w} = (-7,3,1)$. Calcule as coordenadas dos vetores:

a) $\vec{u} \times \vec{v}$ b) $\vec{v} \times \vec{w}$ c) $\vec{v} \times (\vec{u} \times \vec{w})$

d) $(\vec{v} \times \vec{u}) \times \vec{w}$ e) $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} + \vec{w})$ f) $(\vec{u} - \vec{w}) \times \vec{w}$

Respostas:

a)(–16,0,8) b)(11,13,38) c)(64,–12,2) d)(–24,–72,48) e)(24,0,64) f)(–3,–13,18)

12) Ache $\vec{u}$ tal que $||\vec{u}|| = 3\sqrt{3}$ e $\vec{u}$ é ortogonal a $\vec{v} = (2,3,-1)$ e a $\vec{w} = (2,-4,6)$. Dos $\vec{u}$ encontrados, qual forma ângulo agudo com o vetor (1,0,0).

Respostas: : $\vec{u} = (3,-3,-3)$

13) Dados os vetores $\vec{u} = (1,-1,1)$ e $\vec{v} = (2,-3,4)$, calcular:

a) A área do paralelogramo de determinado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$;

b) A altura do paralelogramo relativa à base definida pelo vetor $\vec{u}$.

Respostas: a)A= $\sqrt{6}$u.a. b) $h = \sqrt{2}$u.c.

14) Qual é o valor de x para que os vetores $\vec{a} = (3,-x,-2)$, $\vec{b} = (3,2,x)$ e $\vec{c} = (1,-3,1)$ sejam coplanares.

Respostas: x=14 ou x=–2

15) Sejam os vetores $\vec{u}=(1,1,0)$, $\vec{v}=(2,0,1)$ e $\vec{w_1}=3\vec{u}-2\vec{v}$, $\vec{w_2}=\vec{u}+3\vec{v}$ e $\vec{w_3}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$. Determinar o volume do paralelepípedo definido por $\vec{w_1}$, $\vec{w_2}$ e $\vec{w_3}$.

Respostas: V=44 u.v.