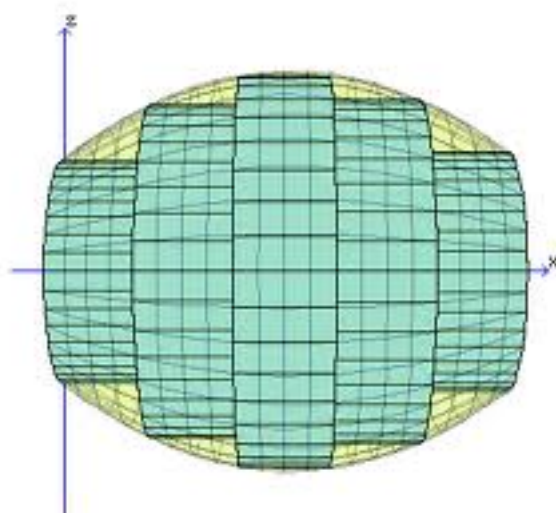


ATIVIDADES BÁSICAS DE CÁLCULO



PROFESSOR MSC: KENNEDY SCOPEL

Sumário

1 LIMITE	2
2 LIMITE $x \rightarrow \infty$	4
3 LIMITES LATERAIS	6
3.1 Considerando a Função:	6
4 TEOREMA DO CONFRONTO	7
5 DERIVADA VIA LIMITE	8
5.1 Use a definição de derivada via limite para calcular a derivada de $f(x)$	8
6 REGRA DA CADEIA	9
6.1 Encontre a derivada da função.	9
7 DERIVADA DE $f(x)$ TRIGONOMÉTRICAS	10
7.1 CALCULE A DERIVADA f	10
8 DIFERENCIAÇÃO IMPLÍCITA	11
8.1 Encontre dy/dx diferenciando implicitamente.	11
9 INTEGRAIS INDEFINIDAS	12
9.1 Calcule a integral indefinida	12
9.1.1 Respostas	13
10 INTEGRAIS DEFINIDAS	14
10.1 Calcule a integral definida	14
10.1.1 Respostas	14
11 ÁREA	15
11.1 Esboce a região delimitada pelos gráficos das equações e calcule sua área.	15
11.1.1 Respostas	15
12 VOLUME	16
12.1 Esboce a região delimitada pelos gráficos das equações e calcule o volume do sólido gerado pela revolução da região em torno do eixo indicado.	16

12.1.1 Respostas	16
13 INTEGRAÇÃO POR PARTES	17
13.1 Calcule a integral	17
14 INTEGRAIS TRIGONOMÉTRICAS	18
14.1 Calcule a integral	18
15 INTEGRAÇÃO DE FUNÇÕES RACIONAIS	19
15.1 Calcule a integral.	19

LIMITE

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 4}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 2x - 35}{x^2 - 10x + 25}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 25} \frac{5 - \sqrt{x}}{25 - x}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{9 - x}{\sqrt{x} - 3}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 3)^3 - 27}{x}$$

$$\text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 12} - \sqrt{12}}$$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \left(\frac{1}{5 + x} - \frac{1}{5 - x} \right)$$

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x^2 - 8x - 13}{x^2 - 5}$$

$$\text{j) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - x - 10}{x^2 - 4}$$

$$\text{l) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 81}{2x^2 - 5x - 3}$$

$$\text{m) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{x - 5}}{x - 4}$$

$$\text{n) } \lim_{x \rightarrow 27} \frac{x - 27}{x^{\frac{1}{3}} - 3}$$

$$\text{o) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{\frac{1}{3}} - 1}{x^{\frac{1}{4}} - 1}$$

$$\text{p) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{3x}$$

$$\text{q) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - 1}{\cos(x) - 1}$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 7x}{x^3}$$

$$\text{s) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 5x - 3}{2 - \sqrt{x^2 + 4}}$$

LIMITE $x \rightarrow \infty$

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100}{x^2 + 5}$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7}{x^3 - 20}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^3 - 1000x^2$
4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 + 5x^2 + 1$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^5 - x^2 + x - 10$
6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 7}{3x + 5}$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + x - 100}{2x^2 - 5x}$
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 7}{x^3 + 10x - 4}$
9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2 + x + 11}{4 - x}$
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^3 + 7x}{4x^3 + 5}}$
11. $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 + 7}$
12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{\sqrt{9x^2 - 5x}}$
13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 3}{2x + 5}$
14. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 5}{4x^3 - 1}$
15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 4}{\sqrt{2x^2 - 5}}$

16. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 4}{\sqrt{2x^2 - 5}}$

17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x + 1}$

18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x^2}{3x + 5}$

LIMITES LATERAIS

3.1 Considerando a Função:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se, } x < -1 \\ 2 & \text{se, } -1 \leq x < 1 \\ 3 & \text{se, } x = 1 \\ x + 1 & \text{se, } 1 < x \leq 2 \\ \frac{-1}{(x-2)^2} & \text{se, } x > 2 \end{cases}$$

a) Desenhe o gráfico de f(x).

b) Determine os seguintes limites.

b.1) $\lim_{x \rightarrow -1+} f(x)$ b.2) $\lim_{x \rightarrow -1-} f(x)$ b.3) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

b.4) $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ b.5) $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ b.6) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

b.7) $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$ b.8) $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ b.9) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

b.10) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ b.11) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ b.12) $\lim_{x \rightarrow 1.5} f(x)$

TEOREMA DO CONFRONTO

1. Prove que $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos 20\pi x = 0$
2. Prove que $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \cos \frac{2}{x} = 0$
3. Prove que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} = 0$
4. Prove que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos 3x}{10x + 10} = 0$
5. Prove que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \cos x}{100x + 100} = 0$
6. Prove que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2(\sin x + \cos^3 x)}{(x^2 + 1)(x - 3)} = 0$
7. Considerando que $\sin x \leq x \leq \tan x$ mostre que
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

DERIVADA VIA LIMITE

$$f'(x) = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{f(x+d) - f(x)}{d}$$

5.1 Use a definição de derivada via limite para calcular a derivada de f(x)

1. $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{5}$
2. $f(x) = 6x^2 - 6x + 6$
3. $f(x) = 4 - \sqrt{x+3}$
4. $f(x) = \frac{x+1}{2-x}$
5. $f(x) = \cos 3x$
6. $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$
7. $f(x) = \sqrt{x^3 - x}$
8. $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3x}$

REGRA DA CADEIA**6.1 Encontre a derivada da função.**

1. $F(x) = (x^3 + 4x)^7$

2. $F(x) = \sqrt[4]{1 + 2x + x^3}$

3. $g(t) = \frac{1}{(t^4 + 1)^3}$

4. $y = \cos(a^3 + x^3)$

5. $F(x) = (x^2 - x + 1)^3$

6. $f(x) = (1 + x^4)^{2/3}$

7. $f(t) = \sqrt[3]{1 + tgt}$

8. $y = a^3 + \cos^3 x$

9. $y = e^{-mx}$

10. $y = 4 \sec 5x$

11. $g(x) = (1 + 4x)^5(3 + x - x^2)^8$

12. $h(t) = (t^4 - 1)^3(t^3 + 1)^4$

13. $y = (2x - 5)^4(8x^2 - 5)^{-3}$

14. $y = xe^{-x^2}$

15. $y = e^{x \cos x}$

16. $y = (x^2 + 1)\sqrt[3]{x^2 + 2}$

17. $y = e^{-5x} \cos 3x$

18. $y = 10^{1-x^2}$

DERIVADA DE $f(x)$ TRIGONOMÉTRICAS

7.1 CALCULE LA DERIVADA DE

1. $f(x) = 4 \cos x$
2. $f(x) = 5x \csc x$
3. $f(x) = x - x^2 \cos x$
4. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$
5. $f(x) = x^3 \sin x$
6. $f(x) = 2x \cot x + x^2 \tan x$
7. $f(x) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$
8. $f(x) = \frac{1}{\sin x \tan x}$
9. $f(x) = \sin x \cot x$
10. $f(x) = \frac{\tan x}{1 + x^2}$
11. $f(x) = \frac{\csc x}{\sec x}$
12. $f(x) = (\cot x + \csc x)(\tan x - \sin x)$
13. $f(x) = \frac{1}{\cos x \cot x}$
14. $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$
15. $f(x) = \sin x \sec x$

DIFERENCIAÇÃO IMPLÍCITA

8.1 Encontre dy/dx diferenciando implicitamente.

1. $x^2 + y^2 = 1$
2. $x^2 - y^2 = 1$
3. $x^3 + x^2y + 4y^2 = 6$
4. $x^2 - 2xy + y^3 = c$
5. $x^2y + xy^2 = 3x$
6. $y^5 + x^2y^3 = 1 + ye^{x^2}$
7. $x^2y^2 + x \sin y = 4$
8. $1 + x = \sin(xy^2)$
9. $4 \cos x \sin y = 1$
10. $y \sin(x^2) = x \sin(y^2)$
11. $e^{x^2y} = x + y$
12. $\sqrt{x+y} = 1 + x^2y^2$

INTEGRAIS INDEFINIDAS**9.1 Calcule a integral indefinida**

1. $\int x (2x^2 + 3)^{10} dx$

2. $\int \frac{x}{(x^2 + 5)^3} dx$

3. $\int x^2 \sqrt[3]{3x^3 + 7} dx$

4. $\int \frac{5x}{\sqrt{x^2 - 3}} dx$

5. $\int \frac{(1 + \sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx$

6. $\int \frac{1}{(5x - 4)^{10}} dx$

7. $\int \sqrt{x} \cos(\sqrt{x^3}) dx$

8. $\int \tan x \sec^2 x dx$

9. $\int \sqrt{3x - 2} dx$

10. $\int \sqrt[3]{8t + 5} dt$

11. $\int (3z + 1)^4 dz$

12. $\int v^2 \sqrt{v^3 - 1} dv$

13. $\int (s^2 + 1)^2 ds$

14. $\int (\sin x + \cos x)^2 dx$

Sugestão : $(\sin 2x = 2 \sin x \cos x)$

9.1.1 Respostas

1. $\frac{1}{44}(2x^2 + 3)^{11} + C$

2. dica : $u = x^2 + 5$

3. $\frac{1}{12}(3x^3 + 7)^{\frac{4}{3}} + C$

4. dica : $u = x^2 - 3$

5. $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{x})^4 + C$

6. dica : $u = 5x - 4$

7. $\frac{2}{3}(\sin \sqrt{x^3}) + C$

8. dica : $u = \tan x$

9. $\frac{2}{9}(3x - 2)^{\frac{3}{2}} + C$

10. $\frac{3}{32}(8t + 5)^{\frac{4}{3}} + C$

11. $\frac{1}{15}(3z + 1)^5 + C$

12. $\frac{2}{9}(v^3 - 1)^{\frac{3}{2}} + C$

13. $\frac{1}{5}s^5 + \frac{2}{3}s^3 + s + C$

14. $x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

INTEGRAIS DEFINIDAS

10.1 Calcule a integral definida

1. $\int_1^4 x^2 - 4x - 3dx$

2. $\int_1^3 \frac{2x^3 - 4x^2 + 5}{x^2} dx$

3. $\int_{-1}^0 (2x + 3)^2 dx$

4. $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)^3} dx$

5. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos \frac{x}{3} dx$

10.1.1 Respostas

1. -18

2. $\frac{10}{3}$

3. $\frac{13}{3}$

4. $\frac{5}{36}$

5. $\frac{3}{2}(\sqrt{3} - 1)$

11.1 Esboce a região delimitada pelos gráficos das equações e calcule sua área.

1. $y = x^2; y = 4x$
2. $y = x^2 + 1; y = 5$
3. $y = \frac{1}{x^2}; y = -x^2; x = 1; x = 2$
4. $y = x^2 + 1; y = x - 2; x = -2; x = 2$

11.1.1 Respostas

1. $\frac{32}{3}$
2. $\frac{32}{3}$
3. $\frac{17}{6}$
4. $\frac{52}{3}$

12.1 Esboce a região delimitada pelos gráficos das equações e calcule o volume do sólido gerado pela revolução da região em torno do eixo indicado.

1. $y = \frac{1}{x}; x = 1; x = 3; y = 0$ eixo-x

2. $y = x^2 - 4x; y = 0$ eixo-x

3. $x = y^2; x = 2y$ eixo-y

4. $y = x^2; y = 4 - x^2$ eixo-x

5. $x = \sqrt{y}; y = 2$ eixo-y

12.1.1 Respostas

1. $\frac{2\pi}{3}$

2. $\frac{512\pi}{15}$

3. $\frac{64\pi}{15}$

4. $\frac{64\pi\sqrt{2}}{3}$

5. 2π

INTEGRAÇÃO POR PARTES**13.1 Calcule a integral**

1. $\int \theta \sec^2 \theta d\theta$

2. $\int x \cos 5x dx$

3. $\int x e^{-4x} dx$

4. $\int r e^{r/2} dr$

5. $\int t \sin 2t dt$

6. $\int x^2 \sin \pi x dx$

7. $\int \ln(2x + 1) dx$

8. $\int (\ln x)^2 dx$

9. $\int t^3 e^t dt$

INTEGRAIS TRIGONOMÉTRICAS**14.1 Calcule a integral**

1. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$

2. $\int \sin^6 x \cos^3 x dx$

3. $\int_{\pi/2}^{3\pi/4} \sin^5 x \cos^3 x dx$

4. $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x dx$

5. $\int \cos^5 x \sin^4 x dx$

6. $\int \sin^3(mx) dx$

7. $\int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta$

8. $\int_0^{\pi/2} \sin^2(2\theta) d\theta$

9. $\int_0^{\pi} \sin^4(3t) dt$

10. $\int x \cos^2 x dx$

11. $\int \cos \theta \cos^5(\sin \theta) d\theta$

12. $\int_0^{\pi/4} \sec^4 \theta \tan^4 \theta d\theta$

INTEGRAÇÃO DE FUNÇÕES RACIONAIS**15.1 Calcule a integral.**

1. $\int \frac{x}{x-6} dx$

2. $\int \frac{x-9}{(x+5)(x-2)} dx$

3. $\int_2^3 \frac{1}{x^2-1}$

4. $\int \frac{ax}{x^2-bx} dx$

5. $\int_0^1 \frac{2x+3}{(x+1)^2} dx$

6. $\int_1^2 \frac{4y^2-7y-12}{y(y+2)(y-3)} dy$

7. $\int \frac{1}{(x+5)^2(x-1)} dx$

8. $\int \frac{5x^2+3x-2}{x^3+2x^2} dx$

9. $\int \frac{x^2}{(x+1)^3}$