Álgebra Linear e Geometria Analítica

— Atividade de Recuperação da Aprendizagem —

Vetores no Plano e no Espaço

Junho/2019

Nome: ____

Curso: ____

1 Instruções importantes

Esta *Atividade de Recuperação da Aprendizagem* consiste de 67 questões, das quais 18 são obrigatórias[1], que abordam o seguinte conteúdo:

- Vetores no plano e no espaço
  - Conceitos básicos
  - Representação e propriedades de vetores
  - Operações no plano
  - Operações no espaço

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS:
1, 5, 12, 13, 19, 20, 28, 30, 32,
37, 38, 39, 43, 46, 55, 56, 62 e 63.

PRAZO PARA ENTREGA: DIA 12/06/2019!

As regras abaixo devem ser obedecidas:

1. A atividade poderá ser feita durantes as monitorias ou como atividade para casa;
2. O monitor não dará respostas, mas explicará a matéria e esclarecerá dúvidas tantas vezes quanto necessário;
3. As respostas serão escritas em folhas de papel almaço, disponibilizadas pelo monitor. Não se esqueça de escrever seu nome nas folhas;
4. As questões de verdadeiro ou falso (V ou F) e/ou questões objetivas podem ser resolvidas na própria folha de questões. Questões discursivas devem ser resolvidas na própria folha ou na folha de papel almaço;
5. É permitido a consulta de qualquer material bibliográfico, impresso ou online, e também é permitido o uso de calculadoras (desde que o desenvolvimento de todas as contas esteja descrito);
6. Essa atividade servirá para recuperar, além da aprendizagem, uma parte da nota da segunda avaliação. As regras para isso ainda serão definidas pelo Prof. Rober. Observação: recuperar a nota é a conseqüência, o objetivo é recuperar a aprendizagem!

[1]DICA IMPORTANTE: não se limite a fazer as questões obrigatórias, pelo menos *leia* as outras questões para identificar conteúdos que você ainda não domina! Se, ao ler as questões opcionais, você perceber que não domina o conteúdo, faça essas questões também! Assim você terá o máximo aproveitamento desta atividade.

2 Vetores: conceitos fundamentais

1. O que é um vetor? O que diferencia um vetor de um escalar?

2. Identifique abaixo se a grandeza indicada é vetorial (V) ou escalar (E):
   (a) ___ Massa de uma pessoa, em kg.
   (b) ___ Deslocamento, em km, de uma pessoa, de um ponto A para o ponto B.
   (c) ___ Altura de uma pessoa, em m.
   (d) ___ Peso de uma pessoa, em N[2].
   (e) ___ A direção de uma avião, voando de Vitória para São Paulo.
   (f) ___ O Índice de Massa Corporal (IMC) de uma pessoa, calculado como $IMC = \frac{m}{a^2}$, onde m é massa em kg, e a é a altura em m.

3. Os vetores podem ser representados de *muitas* formas diferentes (e isso causa até uma certa confusão para quem está começando a estudar o assunto). Considere que temos um vetor $\vec{u}$ qualquer em $\mathbb{R}^2$, que **sai** do ponto A e **chega** no ponto B em um sistema de coordenadas. Assinale abaixo todas as formas corretas de se representar esse vetor.
   - ◯ $\overrightarrow{AB}$
   - ◯ $\vec{u}$
   - ◯ $u = AB$
   - ◯ $\overrightarrow{BA}$
   - ◯ $\vec{u} = x\hat{i} + y\hat{j}$
   - ◯ $\vec{u} = u_x\hat{i} + u_y\hat{j}$

4. O *comprimento* de um vetor também pode ser representado por diversas denominações (mais uma fonte de confusão!). Assinale abaixo todas as formas corretas de se denominar o comprimento de um vetor $\vec{u}$ qualquer.
   - ◯ tamanho
   - ◯ magnitude
   - ◯ norma
   - ◯ módulo
   - ◯ valor absoluto
   - ◯ $\|\vec{u}\|$
   - ◯ u
   - ◯ $|\vec{u}|$

[2] N é o símbolo do **newton**, uma unidade de medida de força: $1N = 1\frac{kg \times m}{s^2}$

5. O que significa a *direção* de um vetor? E o *sentido*?

6. Assinale a (única) alternativa verdadeira:
   - ◯ Dois vetores são iguais se tiverem a mesma magnitude, não importando a direção ou o sentido.
   - ◯ A magnitude de um vetor pode ser 0, um valor positivo, ou um valor negativo.
   - ◯ Dois vetores com a mesma magnitude, direção e sentido, mas localizados em locais diferentes no espação, são diferentes.
   - ◯ Dois vetores com a mesma magnitude, mesma direção, mas sentidos opostos são iguais.
   - ◯ Dois vetores são iguais se, e somente se, tiverem a mesma magnitude, direção e sentido, mesmo que estejam em locais diferentes no espaço.
   - ◯ Dois vetores são iguais se, e somente se, forem colineares.
   - ◯ Não existem vetores nulos.

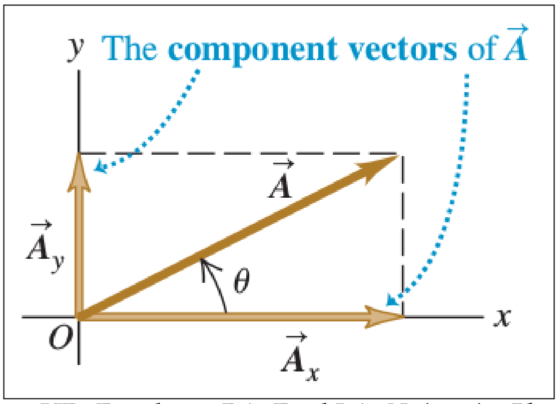
7. Se a magnitude de dois vetores for a mesma, $\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\|$, então podemos afirmar que os vetores serão iguais? Justifique sua resposta.

8. Assinale verdadeiro (V) ou falso (F):
   (a) ___ $\vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$
   (b) ___ $\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$
   (c) ___ $\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (-\vec{w})$
   (d) ___ $\vec{v} + \vec{w} \neq \vec{w} + \vec{v}$

9. Quando "escalonamos" um vetor $\vec{v}$ qualquer através da multiplicação desse vetor com um número escalar k qualquer, o resultado será um *múltiplo escalar* de $\vec{v}$. Assinale verdadeiro (V) ou falso (F):
   (a) ___ Se $\vec{w} = k\vec{v}$, então $\|\vec{w}\| = |k|\|\vec{v}\|$
   (b) ___ Se $\vec{w} = k\vec{v}$, então $\vec{w}$ será nulo se, e apenas se, k for igual a zero ou $\vec{v}$ for igual ao vetor nulo.
   (c) ___ Se $\vec{w} = k\vec{v}$, então $\vec{w}$ pode ser paralelo ou perpendicular a $\vec{v}$.
   (d) ___ Se $\vec{w} = k\vec{v}$, então $\vec{w}$ sempre terá a mesma direção de $\vec{v}$.
   (e) ___ Se $\vec{w} = k\vec{v}$, então $\vec{w}$ sempre terá o mesmo sentido de $\vec{v}$.
   (f) ___ É possível obter um vetor $\vec{w}$ de magnitude 1 multiplicando-se um vetor $\vec{v}$ pelo inverso de sua magnitude, ou seja, $\vec{w} = \frac{1}{\|\vec{v}\|}\vec{v}$. Esse vetor $\vec{w}$, além de ter magnitude 1, também terá o mesmo sentido e direção do vetor $\vec{v}$.

3 Componentes e Vetores Componentes

10. A figura abaixo ilustra o *vetor* $\vec{A}$ juntamente com seus *vetores componentes* $\vec{A_x}$ e $\vec{A_y}$.

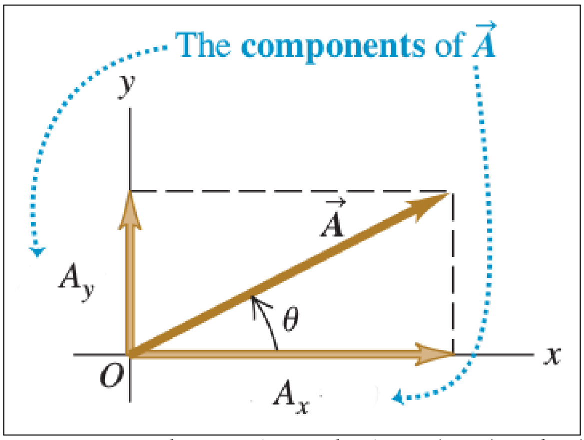


Fonte: Young HD, Freedman RA, Ford LA. *University Physics*, 13. ed.

(a) Qual a diferença, e a relação, entre um determinado **vetor** $\vec{A}$ e seus ***vetores componentes*** $\vec{A_x}$ e $\vec{A_y}$?

(b) Como representar um vetor $\vec{A}$ em termos de seus *vetores componentes* $\vec{A_x}$ e $\vec{A_y}$?

11. A figura abaixo ilustra o *vetor* $\vec{A}$ juntamente com seus *componentes* A_x e A_y.



Fonte: Young HD, Freedman RA, Ford LA. *University Physics*, 13. ed.

(a) O que é um ***componente*** de um vetor? (não cofunda com "vetor componente")

(b) Como representar um vetor $\vec{A}$ em termos de seus *componentes* A_x e A_y?

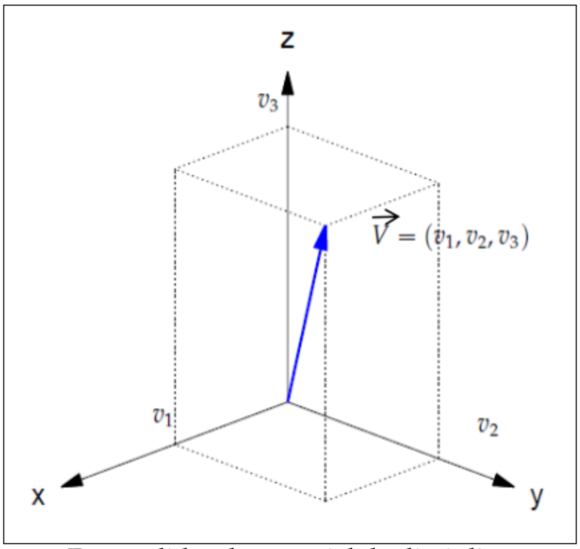
(c) Os *componentes* A_x e A_y são vetores? Por quê? (de novo, não confunda "componente" com "vetor componente")

---

12. Um vetor $\vec{w}$ em $\mathbb{R}^2$ sai do ponto $P = (-4, 5)$ e chega no ponto $Q = (3, -12)$. Que vetor é esse? (represente esse vetor em termos de seus *componentes*)

13. Um vetor $\vec{u}$ em $\mathbb{R}^5$ sai do ponto $P = (3, 4, -2, 1, -8)$ e chega no ponto $Q = (-1, -1, 4, 8, 2)$. Que vetor é esse? (represente esse vetor em termos de seus *componentes*)

14. Considere a figura abaixo, que representa um vetor $\vec{V}$ no espaço em três dimensões, e responda verdadeiro (V) ou falso (F):



Fonte: slides do material da disciplina

(a) ___ v_1, v_2 e v_3 representam os vetores componentes de $\vec{V}$.

(b) ___ Podemos considerar que (v_1, v_2, v_3) são as coordenadas (x, y, z) do ponto final de $\vec{V}$, já que esse vetor se inicia na origem do sistema cartesiano.

(c) ___ $\vec{V} = (v_1, v_2, v_3)$ é a representação do vetor $\vec{V}$ através de seus componentes.

(d) ___ Uma outra forma de representar o vetor $\vec{V}$ seria através dos vetores componentes, da seguinte forma: $\vec{V} = \vec{v_1} + \vec{v_2} + \vec{v_3}$.

(e) ___ Podemos usar os componentes para representar o vetor $\vec{V}$ da seguinte forma: $\vec{V} = v_1\,\hat{i} + v_2\,\hat{j} + v_3\,\hat{k}$.

15. Eu entendi a diferença entre "componente" e "vetor componente", bem como as formas de representar um vetor utilizando componentes ou utilizando vetors componentes!

◯ Sim

◯ Não

4 Soma, subtração, múltiplos escalares e magnitude de vetores

16. Dados os pontos $A = (-2, 6)$, $B = (4, 10)$, $C = (6, -2)$ e $O = (0, 0)$, calcule:
    (a) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{AB}$
    (b) $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{BC}$
    (c) $3\,\overrightarrow{BA} - 4\,\overrightarrow{CB}$
    (d) $\overrightarrow{OO} - \overrightarrow{AC}$

17. Seja o vetor $\vec{u} = (-1, 3)$. Sabendo-se que esse vetor termina no ponto $Q = (3, 1)$, qual é seu ponto de origem P?

18. Dados os vetores $\vec{v} = (3, -1)$ e $\vec{u} = (-1, 2)$, ache o vetor $\vec{x}$ tal que:
    (a) $4\,(\vec{v} - \vec{u}) + \dfrac{1}{3}\,\vec{x} = 2\,\vec{v} - \vec{x}$
    (b) $3\,\vec{x} - (2\,\vec{u} - \vec{v}) = 2\,(4\,\vec{x} - 3\,\vec{v})$

19. Dados os vetores $\vec{u} = (6, -2)$, $\vec{v} = (-6, 8)$ e $\vec{w} = (4, -3)$:
    (a) Calcule $\|\vec{u}\|$.
    (b) Encontre o *vetor unitário* de sentido oposto ao vetor $\vec{w}$.
    (c) Encontre um vetor que tenha a metade do tamanho de $\vec{v}$, tenha a mesma direção, mas sentido contrário.
    (d) Qual o tamanho do vetor que é resultante da soma do dobro do vetor $\vec{u}$ com a metade do vetor $\vec{w}$?
    (e) Qual o resultado de $\left\| \dfrac{\vec{w}}{\|\vec{w}\|} \right\|$?

20. Dadas as coordenadas $(2, -6, z)$ de um vetor $\vec{x}$ em $\mathbb{R}^3$, encontre o valor da coordenada z de maneira que $\|\vec{x}\| = 15$.

21. Qual a norma do vetor $\vec{a} \in \mathbb{R}^7 = (2, 3, -1, 0, 4, -1, 5)$?

22. É possível somar ou subtrair o vetor $\vec{r} \in \mathbb{R}^4$ com o vetor $\vec{s} \in \mathbb{R}^5$? Justifique sua resposta.

23. Quanto vale a metade da norma do vetor $\vec{b} = -2\,\hat{\imath} + 3\,\hat{\jmath} - 5\,\hat{k}$?

24. Eu entendi como calcular a soma e subtração de vetores. Também entendi como encontrar um vetor unitário e um múltiplo escalar de qualquer vetor. Por fim, já entendi e sei calcular o que é a norma de um vetor.
    ◯ Sim
    ◯ Não

5 Produto escalar entre dois vetores

25. Sejam 2 vetores, $\vec{u}$ e $\vec{w}$. O produto escalar entre esses dois vetores resulta em um valor escalar, e é simbolizado por $\vec{u} \boldsymbol{\cdot} \vec{w}$. Existem duas maneiras de se calcular o produto escalar entre esses dois vetores: a) através de seus componentes; e b) através das magnitudes e do ângulo entre eles. Pergunta-se:
    (a) Como calcular o produto escalar através dos componentes dos vetores?

    ____

    ____

    ____

    (b) Se soubermos qual o ângulo entre esses vetores e se soubermos qual a magnitude de cada um, como calcular o produto escalar entre eles?

    ____

    ____

    ____

26. Sabe-se que $\|\vec{x}\| = 8$ e que $\|\vec{y}\| = 4$. Sabe-se também que o ângulo entre esses dois vetores é de 60º. É possível calcular $\vec{x} \boldsymbol{\cdot} \vec{y}$? Se sim, calcule.

27. Calcule o produto escalar entre os vetores $\vec{a} = (1, 2, 3, 4, 5)$ e $\vec{b} = (5, 4, 3, 2, 1)$.

28. Sabendo-se que $\vec{r} \boldsymbol{\cdot} \vec{s} = -15$, $\|\vec{r}\| = \sqrt{26}$ e $\|\vec{s}\| = \sqrt{41}$, calcule o ângulo θ entre esses vetores. Antes de calcular o ângulo, você anteciparia que: a) $0^{\circ} \leq \theta < 90^{\circ}$; ou b) $\theta = 90^{\circ}$; ou c) $90^{\circ} < \theta \leq 180^{\circ}$? Calcule e confira.

29. Calcule o ângulo entre o vetor $\vec{w} = 3\,\hat{i} - 2\,\hat{j}$ e o vetor $\vec{z} = 5\,\hat{i} + 1\,\hat{j}$.

30. Sendo $\vec{a} = (2, -1, 1)$, $\vec{b} = (1, -2, -2)$ e $\vec{c} = (1, 1, -1)$, encontre o vetor $\vec{x} = (x, y, z)$ tal que: $\vec{v} \boldsymbol{\cdot} \vec{a} = 4$; $\vec{v} \boldsymbol{\cdot} \vec{b} = -9$; e $\vec{v} \boldsymbol{\cdot} \vec{c} = 5$.

31. Responda verdadeiro (V) ou falso (F):
    (a) ___ Se dois vetores são ortogonais entre si, não é possível calcular o produto escalar.
    (b) ___ Podemos afirmar com certza que: se o produto escalar entre dois vetores é negativo, então o ângulo entre eles será maior do que 90º e menor ou igual a 180º.
    (c) ___ O produto escalar entre dois vetores será nulo se: um deles for um vetor nulo, ou o ângulo entre eles for de 90º
    (d) ___ Se só temos a informação sobre os componentes de dois vetores, podemos calcular o produto escalar entre eles, mas não o ângulo.
    (e) ___ Dependendo da situação, o produto escalar entre dois vetores pode resultar em um outro vetor.
    (f) ___ O produto escalar entre dois vetores nunca será nulo.

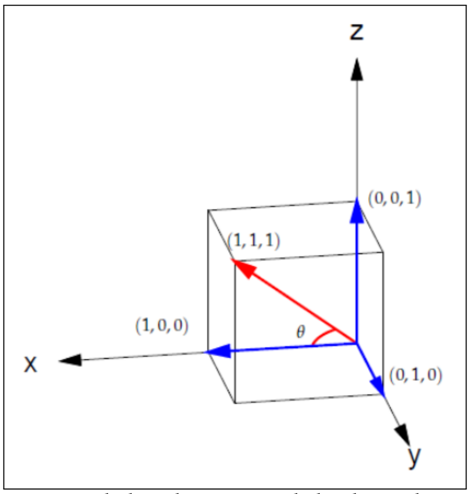
32. Determinar o valor de x para que os vetores $\vec{v} = x\,\hat{i} - 2\,\hat{j} + 3\,\hat{k}$ e $\vec{w} = 2\,\hat{i} - \hat{j} + 2\,\hat{k}$ sejam ortogonais.

33. Eu entendi como calcular o produto escalar entre dois vetores, tanto usando os componentes, quanto usando as magnitudes e o ângulo entre eles.

    ◯ Sim

    ◯ Não

34. Uma última questão para saber se você realmente entendeu o produto escalar: determine o ângulo entre a diagonal de um cubo unitário e a aresta no eixo x, conforme a figura abaixo:



Fonte: slides do material da disciplina

6 Decomposição de um vetor em componentes

35. O que é decompor um vetor em seus componentes?

36. Imagine que temos o vetor $\vec{a} \in \mathbb{R}^2$. Sabemos a magnitude desse vetor e o ângulo θ que esse vetor faz com o eixo x no plano cartesiano.

    (a) Qual das fórmulas abaixo nos fornecerá o componente vertical do $\vec{a}$?

    ◯ $a_y = \|\vec{a}\| \cos(\theta)$

    ◯ $a_y = \|\vec{a}\| \sin(\theta)$

    (b) Qual das fórmulas abaixo nos fornecerá o componente horizontal do $\vec{a}$?

    ◯ $a_x = \|\vec{a}\| \cos(\theta)$

    ◯ $a_x = \|\vec{a}\| \sin(\theta)$

    (c) Responda verdadeiro (V) ou falso (F):

    (a) ___ Sempre que soubermos a magnitude de um determinado vetor e sua direção, será possível decompor esse vetor em seus componentes.

(b) ___ Se soubermos a magnitude de um vetor e a magnitude de um de apenas 1 de seus componentes, não será possível calcular sua direção.
(c) ___ A partir dos componentes, podemos encontrar os vetores componentes.
(d) ___ Se eu conheço a magnitude de um vetor mas não sei sua direção, então não é possível determinar seus componentes.

37. Seja $\|\vec{m}\| = 5$. Sabendo que $\vec{m}$ tem direção -30^o a partir do eixo x do plano cartesiano.
    (a) Encontre os componentes m_x e m_y.
    (b) Escreva o vetor $\vec{m}$ utilizando seus componentes.

38. Sendo $\|\vec{w}\| = 5$ e $w_y = 3$, encontre o ângulo θ que esse vetor faz com o eixo x, ou seja, encontre sua direção.

39. Sendo $v_x = 5$, e a direção do vetor $\vec{v}$ igual a $\theta = 45^o$, encontre o tamanho do vetor $\vec{v}$.

40. Eu entendi como decompor um vetor em seus componentes!
    ◯ Sim
    ◯ Não

7 Projeção ortogonal

41. O que é encontrar a *projeção ortogonal* de um vetor sobre outro?

42. Imagine que precisamos projetar o vetor $\vec{b}$ sobre o vetor $\vec{a}$. Sabemos quais são os componentes de cada vetor, mas não sabemos o ângulo θ entre eles.
    (a) Como calcular a projeção de $\vec{b}$ que é paralela ao vetor $\vec{a}$?
    (b) Como calcular a projeção de $\vec{b}$ que é ortogonal ao vetor $\vec{a}$?

43. Sejam os vetores $\vec{v} = (2, -1, 3)$ e $\vec{w} = (4, -1, 2)$. Encontre os vetores $\vec{r}$ e $\vec{s}$ tais que $\vec{r} /\!/ \vec{w}$, e $\vec{s} \perp \vec{w}$.

44. É possível obter a projeção ortogonal de um vetor $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$ sobre um vetor $\vec{b} \in \mathbb{R}^4$? Justifique sua resposta.

45. Sejam dois vetores, $\vec{x}$ e $\vec{y}$. O que estamos obtendo se utilizarmos a seguinte fórmula:

$$\vec{x} - \text{proj}_{\vec{y}}\vec{x} = \vec{x} - \left(\frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{\|\vec{y}\|^2}\right)\vec{y}$$

46. Decomponha o vetor $\vec{v} = (-1, 2, -3)$ em dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, tais que $\vec{a} /\!/ \vec{u}$ e $\vec{b} \perp \vec{u}$, sendo $\vec{u} = (2, 1, -1)$.

47. Eu entendi como realizar a projeção ortogonal de um vetor sobre outro, encontrando o vetor paralelo e o vetor perpendicular.
    - ◯ Sim
    - ◯ Não

8 Produto vetorial e o cálculo de áreas

48. O que é o *produto vetorial* entre dois vetores? Em que o produto vetorial é diferente do produto escalar?

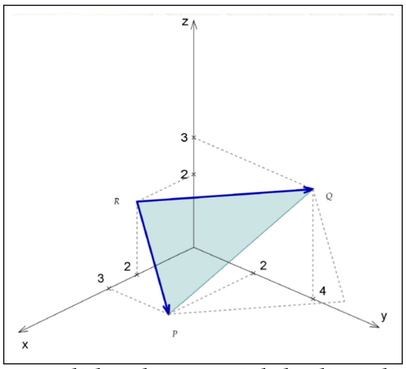
49. Sejam os vetores $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ e $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$. Como calcular $\vec{u} \times \vec{v}$?

50. Dados os vetores $\vec{u} = (-1, 3, 2)$, $\vec{v} = (1, 5, -2)$ e $\vec{w} = (-7, 3, 1)$, calcule:
    (a) $\vec{u} \times \vec{v}$
    (b) $\vec{v} \times \vec{w}$
    (c) $\vec{v} \times (\vec{u} \times \vec{w})$
    (d) $(\vec{v} \times \vec{u}) \times \vec{w}$

51. Qual a relação do produto vetorial com a área do paralelogramo determinado por dois vetores?

52. Qual a relação do produto vetorial com a área do triângulo determinado por dois vetores?

53. Dados os pontos $P = (3, 2, 0)$, $Q = (0, 4, 3)$ e $R = (1, 0, 2)$, conforme a figura abaixo, calcula a área do triângulo PQR.



Fonte: slides do material da disciplina

54. Já sabemos que o resultado do produto vetorial entre dois vetores é um terceiro vetor que é ortogonal aos outros dois. Como podemos determinar a direção do vetor resultante de um produto vetorial?

55. Encontre $\vec{u}$ tal que $\|\vec{u}\| = 3\sqrt{3}$, sendo $\vec{u}$ ortogonal ao vetor $\vec{v} = (2, 3, -1)$ e ao vetor $\vec{w} = (2, -4, 6)$. Dos vetores $\vec{u}$ encontrados, qual deles forma um ângulo agudo com o vetor $\hat{i} = (1, 0, 0)$?

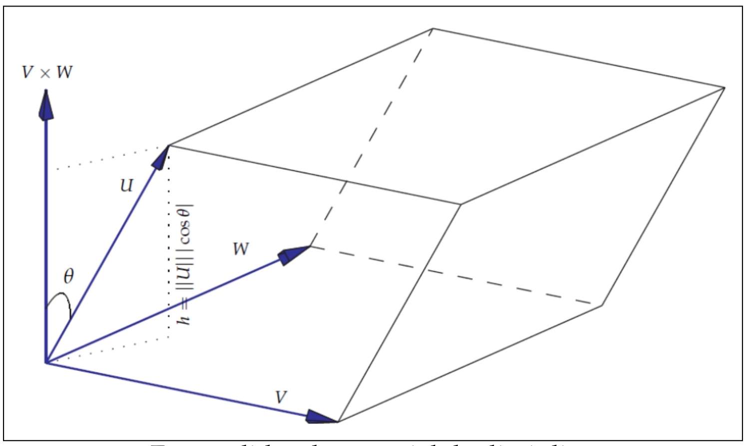
56. Dados os vetores $\vec{u} = (1, -1, 1)$ e $\vec{v} = (2, -3, 4)$, calcular:
    (a) A área do paralelogramo determinado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
    (b) A altura do paralelogramo relativa à base definida pelo vetor $\vec{u}$.

57. Eu entendi como realizar o produto vetorial entre dois vetores, e também entendi a relação do produto vetorial com a área do paralelogramo determinado por esses dois vetores.
    ◯ Sim ◯ Não

9 Produto misto e o cálculo de volumes

58. Sejam três vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$. Chamamos de *produto misto* os resultados dos cálculos com a forma $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$. Por que o produto misto é importante?

59. Considere a figura abaixo, que ilustra o produto misto $(\vec{v} \times \vec{w}) \cdot \vec{u}$:



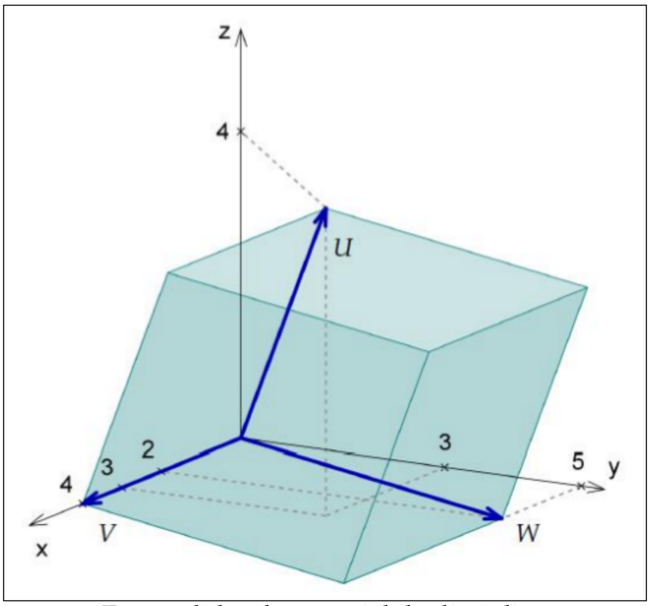
Fonte: slides do material da disciplina

Qual a relação do produto misto com o volume do paralelogramo formado pelos três vetores utilizados no cálculo?

60. Como calcular o produto misto $(\vec{v} \times \vec{w}) \cdot \vec{u}$ com o uso de determinantes?

61. Por que podemos utilizar o produto misto entre 3 vetores para determinar se eles estão no mesmo plano?

62. Considere os vetores $\vec{v} = (4,0,0)$, $\vec{w} = (2,5,0)$ e $\vec{u} = (3,3,4)$, conforme a figura abaixo:



Fonte: slides do material da disciplina

(a) Calcule o volume do paralelogramo delimitado por esses vetores.

(b) Calcule a altura do paralelogramo.

63. Qual é o valor de x para que os vetores $\vec{a} = (3, -x, -2)$, $\vec{b} = (3, 2, x)$ e $\vec{c} = (1, -3, 1)$ sejam *coplanares*?

64. Sejam os vetores $\vec{u} = (1,1,0)$, $\vec{v} = (2,0,1)$, $\vec{w_1} = (3\,\vec{u} - 2\,\vec{v})$, $\vec{w_2} = (\vec{u} + 3\,\vec{v})$ e finalmente o $\vec{w_3} = \hat{i} + \hat{j} - 2\,\hat{k}$. Determinar:

(a) O volume do paralelogramo definido por $\vec{w_1}$, $\vec{w_2}$ e $\vec{w_3}$.

(b) A altura do paralelogramo.

65. Eu entendi o que é o produto misto entre três vetores e a relação do produto misto com o volume do paralelogramo formado por esses mesmos vetores. Também aprendi a determinar se três vetores são coplanares.

◯ Sim

◯ Não

10 Concluindo

66. Estou compreendendo os *conceitos* importantes a respeito de vetores, e sei *aplicar* e *calcular* diversas coisas com os vetores.

    ◯ Sim

    ◯ Não

67. Estou pronto para a próxima matéria, *Geometria Analítica*!

    ◯ Sim

    ◯ Não