# Prova tipo A

# P4 de Álgebra Linear I – 2003.2

Data: 1 de dezembro de 2003. Horário: 17:05 – 18:55.

Nome:	Matrícula:
Assinatura:	Turma:

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	0.5		
1b	0.5		
1c	0.5		
1d	0.5		
2a	1.0		
2b	1.0		
2c	0.5		
2d	0.5		
3a	1.0		
3b	1.0		
4	1.0		
5	1.0		
6	1.0		
Total	10.0		

# Instruções:

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado. Escreva de forma clara e legível.
- É proibido desgrampear a prova e as folhas de rascunho. Prova com folhas faltando ou rasuradas terá nota zero.
- V. somente deverá entregar este caderno com as respostas. Faça os cálculos nas folhas de rascunho.

Revisão: Terça-feira, (2-12-03), sala e horário de aula

1) Considere o ponto P=(2,1,0), a reta r de equação paramétrica

$$r: (1+t, 2-t, 1+2t), t \in \mathbb{R}.$$

- a) Escreva r como intereseção de dois planos (equação cartesiana)  $\rho$  e  $\alpha$ ,  $\rho$  paralelo ao eixo  $\mathbb{X}$  e  $\alpha$  paralelo ao eixo  $\mathbb{Y}$ .
- b) Determine a equação cartesiana do plano  $\tau$  que contém a reta r e o ponto P.
- c) Encontre, caso exista, o ponto R de interseção da reta r acima e da reta

$$r': (4-t, 3-t, -1+2t), t \in \mathbb{R}.$$

Caso o ponto não exista escreva as retas são reversas.

d) Calcule a distância d entre o ponto P e a reta r.

Respostas:

a) 
$$\rho$$
:

b) 
$$\tau$$
:

c) 
$$R =$$

d) 
$$d =$$

2) Considere a base

$$\beta = \{u_1 = (1, 1, 1); u_2 = (1, 1, 0); u_3 = (0, 1, 1)\}$$

de  $\mathbb{R}^3$  e a transformação linear T.

$$T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$
,

definida como segue: dado um vetor w da forma

$$w = a u_1 + b u_2 + c u_3$$

temos

$$T(w) = (a + 2b + 3c) u_1.$$

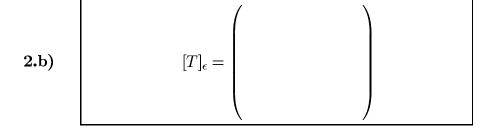
- a) Determine (explicitamente) a matriz  $[T]_{\beta}$  de T na base  $\beta$ .
- b) Determine (explicitamente) a matriz  $[T]_{\epsilon}$  de T na base canônica.
- c) Determine (explicitamente) a matrizes [M] de mudança de base da base  $\beta$  à base canônica.
- d) Considere agora o plano  $\pi\colon x-y-z=0$ e a base  $\xi$  do plano  $\pi$

$$\xi = \{(1, 2, -1); (2, 1, 1)\}.$$

Determine as coordenadas  $(w)_{\xi}$  do vetor w = (5, 7, -2) na base  $\xi$ .

Respostas:

2.a) 
$$[T]_{\beta} = \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array}\right)$$



$$[M] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

**2.d)** 
$$(w)_{\xi} =$$

3) Considere a projeção P no plano  $\pi$ 

$$\pi \colon x - y + 2z = 0$$

na direção do vetor v

$$v = (1, 1, 1).$$

- a) Determine a matriz [P] da projeção P na base canônica.
- b) Encontre uma base  $\beta$  de  $\mathbb{R}^3$  tal que a matriz  $[P]_\beta$  na base  $\beta$  seja

$$[P]_{\beta} = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Respostas:

3.a)  $[P] = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$ 

**3.b)**  $\beta = \{$ 

#### 4) Considere a matriz

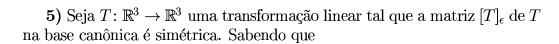
$$M = \left(\begin{array}{ccc} 2 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{array}\right).$$

Escolha qual das afirmações a seguir é verdadeira para que a matriz M não seja diagonalizável.

# Marque com caneta no quadro abaixo sua resposta

 $\underline{\textbf{Atenção:}}$  Use "não sei" caso você não saiba a resposta. Resposta errada vale-0.2 pontos.

b = 1 e a = 1	
b=2 e $a=1$	
b=1 e $a=2$	
b = 0 e $a$ qualquer número real	
nenhuma, $M$ é sempre diagonalizável	
todas as afirmações anteriores são falsas	
não sei	



- T(1,1,1) = (2,2,2),
- $\bullet\,$ todo vetor não nulo do plano x+y+z=0é um autovetor,
- $\bullet$ o determinante de  $[T]_{\epsilon}$  é 18, e
- $\bullet$ o traço de  $[T]_{\epsilon}$  é negativo.

Determine os autovalores de T com suas multiplicidades.

Resposta:
-----------

autovalores:

**6)** Considere a transformação linear T cuja matriz [T] na base canônica é o produto das matrizes

$$[T] = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{-2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}.$$

Escolha qual das afirmações a seguir é a verdadeira.

A transformação linear T é:

- (a) A projeção ortogonal no plano x-y+z=0 seguido de de espelhamento no mesmo plano x-y+z=0.
- (b) A projeção ortogonal no plano x + y = 0 seguida do espelhamento no plano x y 2z = 0.
- (c) A projeção ortogonal no plano x + y = 0 seguida do espelhamento no plano x y + z = 0.
- (d) A projeção ortogonal no plano x+y=0 seguida do espelhamento no mesmo plano x+y=0.
- (e) A projeção ortogonal no plano x-y-2z=0 seguida do espelhamento no mesmo plano x-y-2z=0.
- (f) A projeção ortogonal no plano x-y-2z=0 seguido de de espelhamento no plano x+y=0.
- (g) A projeção ortogonal no plano x-y-2z=0 seguido de de espelhamento no plano x-y+z=0.
- (h) O espelhamento no plano x y 2z = 0.
- (i) A projeção ortogonal no plano x y 2z = 0.
- (j) O espelhamento no plano x + y = 0.
- (k) A projeção ortogonal no plano x + y = 0.

- (1) A projeção ortogonal no plano x-y+z=0 seguida do espelhamento no plano x-y-2z=0.
- (m) A projeção ortogonal no plano x-y+z=0 seguido de de espelhamento no plano x+z=0.
- (n) Nenhuma das opções acima é verdadeira.

### Resposta:

Marque com caneta no quadro abaixo sua resposta

**Atenção:** use "N = não sei" caso você não saiba a resposta.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	1	m	n	N