Unidade 6

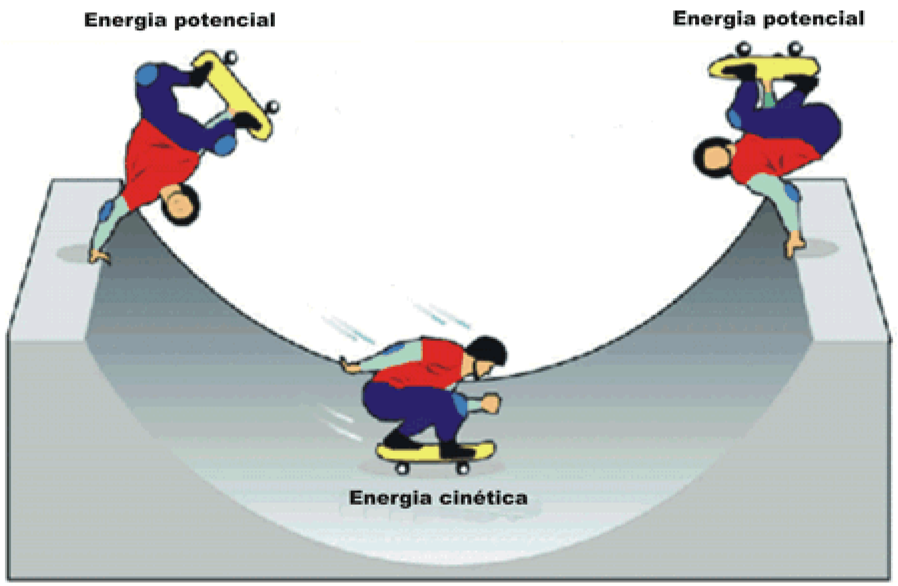
TRABALHO, ENERGIA CINÉTICA E ENERGIA POTENCIAL

Introdução

O conceito de energia é um dos principais tópicos em ciências e engenharias

Iremos abordar inicialmente o conceito de trabalho realizado por uma força

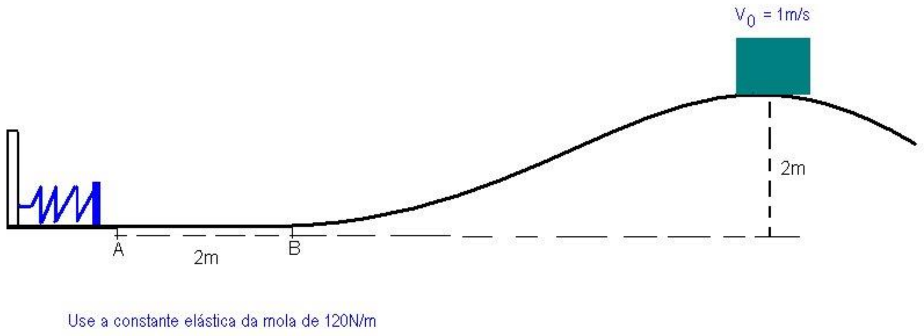
Podemos pensar que energia é a capacidade de realizar trabalho



Trabalho realizado por uma força

Quase todos os termos utilizados até agora tem a mesmo significado tanto no dia a dia quanto em ciências: deslocamento, velocidade, aceleração. ....

Mas, o termo trabalho (Work) tem significados diferentes entre o uso no dia a dia e na Física



Trabalho realizado por uma força

Para entender o trabalho no conceito da Física:

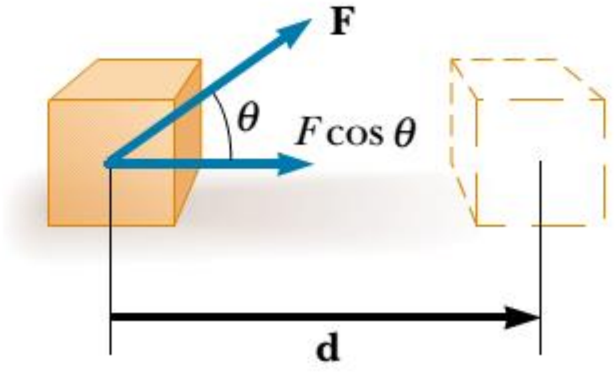
(a) (b) (c)

O que se pode dizer da força que está sendo aplicada sobre o objeto?

Trabalho realizado por uma força

Considerando a magnitude da força constante o que vemos ser alterado é a direção da aplicação da força sobre o objeto.

Seja um objeto que sofre a ação de uma força **F** e sofre um deslocamento **d**



O trabalho realizado em um objeto por uma força externa e constante é o produto da componente da força na direção do deslocamento e o módulo do deslocamento.

$$W = Fdcos(\theta)$$

Trabalho realizado por uma força

Um exemplo que mostra a diferença entre o conceito físico do trabalho e o do dia a dia:

- Considere segurar uma corrente pesada por 3 minutos. Após este tempo o cansaço no braço pode nos levar a pensar que foi realizado um considerável trabalho na corrente.
- No entanto, de acordo com a definição anterior não foi realizado trabalho nenhum.

Ainda de acordo com a expressão o trabalho de uma força aplicada de forma perpendicular ao deslocamento é nula (cos(90º)=0)

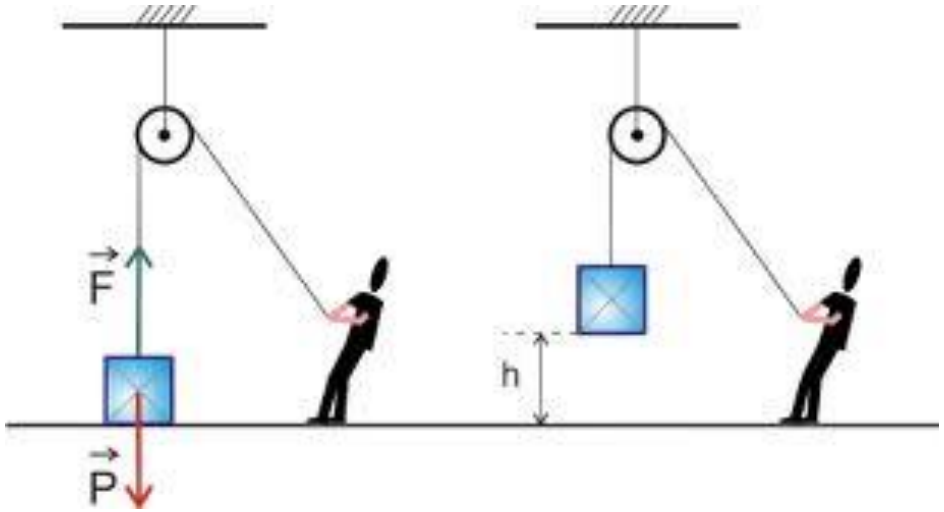
O sinal do trabalho depende da direção de **F** e **d**

W > 0 - quando o vetor da força está na mesma direção do deslocamento

Trabalho realizado por uma força

Ainda analisando o sinal do trabalho:

- Quando levantamentos um objeto o trabalho da força que o levanta é positivo pois está direção do deslocamento do objeto
- No entanto, o trabalho da força gravitacional sobre este objeto é negativo uma vez que a direção da força é oposta ao deslocamento



Trabalho realizado por uma força

É importante notar que:

- Trabalho é transferência de energia.
- Se, energia é transferida ao sistema (objeto) o trabalho é positivo
- Se, energia é retirada do sistema (objeto) o trabalho é negativo

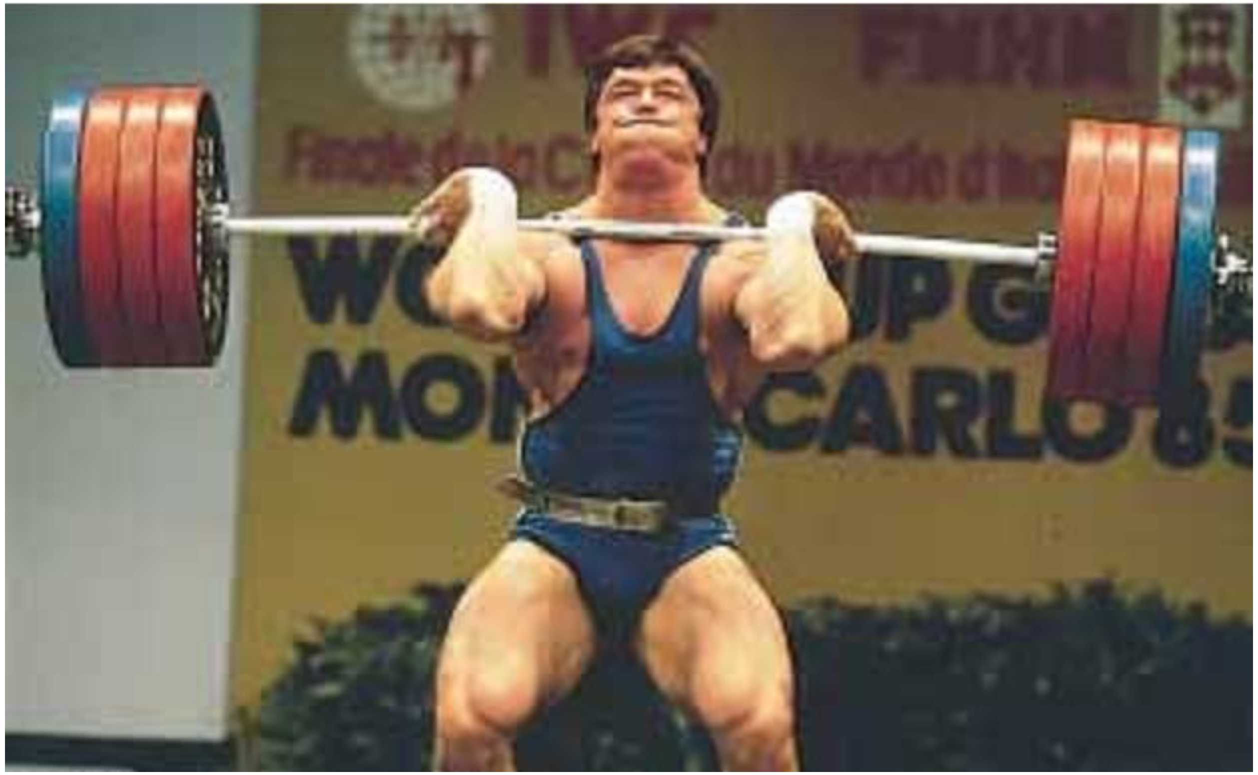
Se, uma força é aplicada na direção do deslocamento (cos(0) = 1):

- $W = Fd$

Trabalho é uma grandeza escalar que media em Joules: J = N.m

Trabalho realizado por uma força

Qual o trabalho realizado por um levantador de pesos para segurar o peso em seu ombro?



Trabalho realizado por uma força

Escrevendo a expressão do trabalho em função de produto escalar entre vetores:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = Fd \cos \theta$$

Trabalho realizado por uma força

Propriedades do produto escalar:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$$

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{k} = 1$$

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{i}\cdot\mathbf{k} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{k} = 0$$

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A}\cdot\mathbf{B} + \mathbf{A}\cdot\mathbf{C}$$

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A} = A_x{}^2 + A_y{}^2 + A_z{}^2 = A^2$$

Trabalho realizado por uma força

Por exemplo:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} &= (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \cdot (-\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) \\
&= -2\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} + 2\mathbf{i}\cdot 2\mathbf{j} - 3\mathbf{j}\cdot\mathbf{i} + 3\mathbf{j}\cdot 2\mathbf{j} \\
&= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1) \\
&= -2 + 6 = \boxed{4}
\end{aligned}
$$

Trabalho realizado por uma força

Exemplo:

$$\mathbf{d} = (2.0\mathbf{i} + 3.0\mathbf{j})\ \mathrm{m}$$

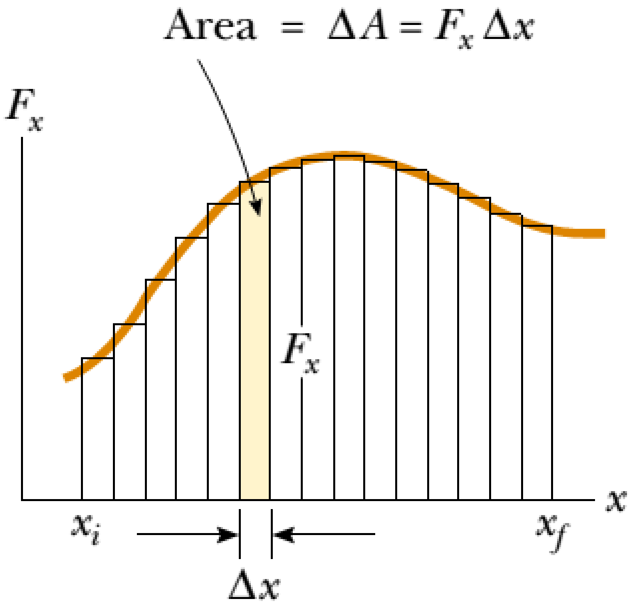
$$\mathbf{F} = (5.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})\ \mathrm{N}$$

$$
\begin{aligned}
W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{d} &= (5.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})\cdot(2.0\mathbf{i} + 3.0\mathbf{j})\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m} \\
&= 5.0\mathbf{i}\cdot 2.0\mathbf{i} + 5.0\mathbf{i}\cdot 3.0\mathbf{j} + 2.0\mathbf{j}\cdot 2.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j}\cdot 3.0\mathbf{j} \\
&= 10 + 0 + 0 + 6 = 16\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = \boxed{16\ \mathrm{J}}
\end{aligned}
$$

Trabalho realizado por uma força

E, se a força variar?

- Assumindo que a força é constante em deslocamentos infinitesimais (Δx)



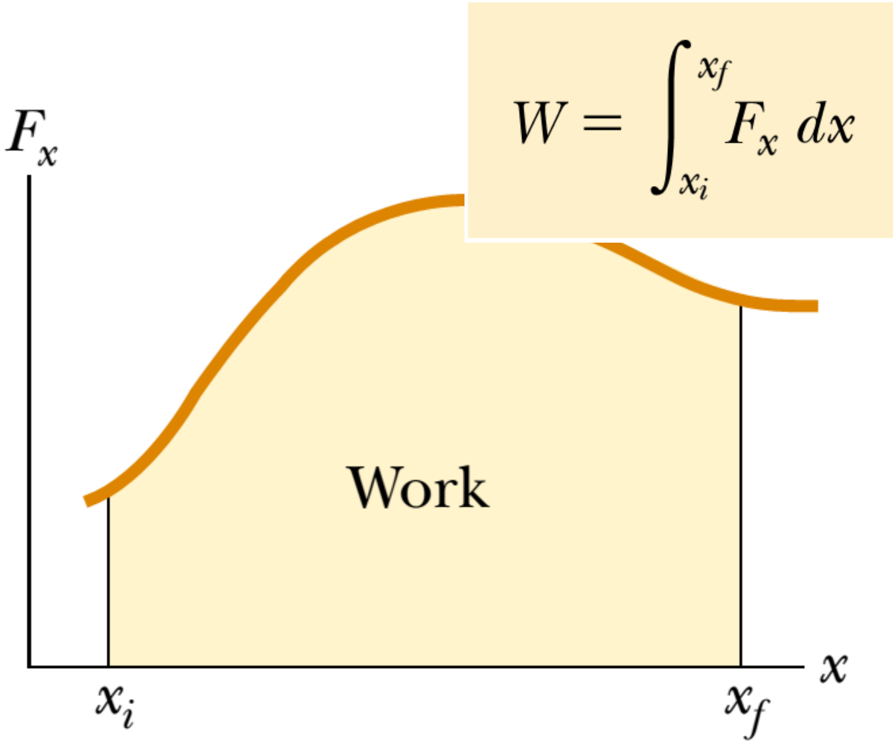
$$\Delta W = F_x \Delta x$$

$$\boxed{W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x}$$

Trabalho realizado por uma força

No limite de ΔX → 0

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \, \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$



Trabalho realizado por uma força

Se, várias forças atuam sobre o sistema:

$$\sum W = W_{\text{net}} = \int_{x_i}^{x_f} \underbrace{\left(\sum F_x\right)}_{\text{Força Resultante}} dx$$

Trabalho realizado por uma mola

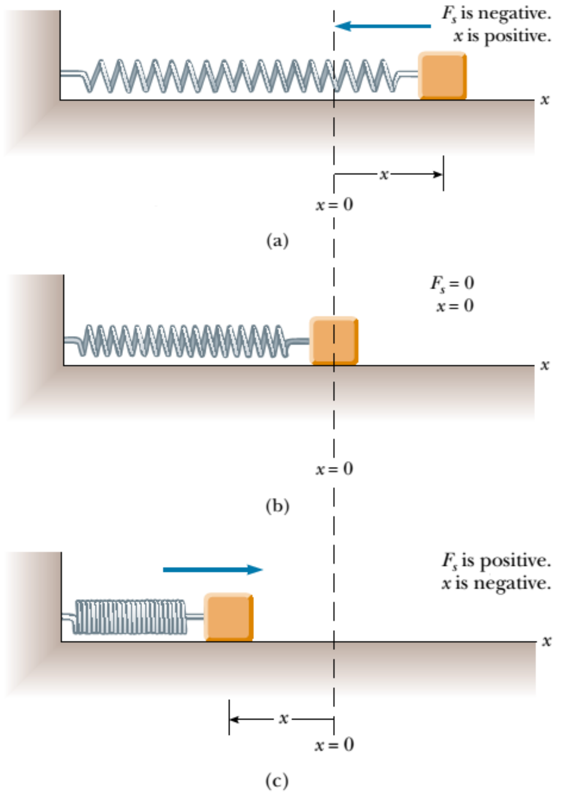
Sistema básico de força variante

Se um corpo comprime ou estende a mola, retirando-a do seu estado de equilíbrio a mola irá agir com uma força de:

$$F_s = -kx$$

K – constante de mola
Lei de Hooke

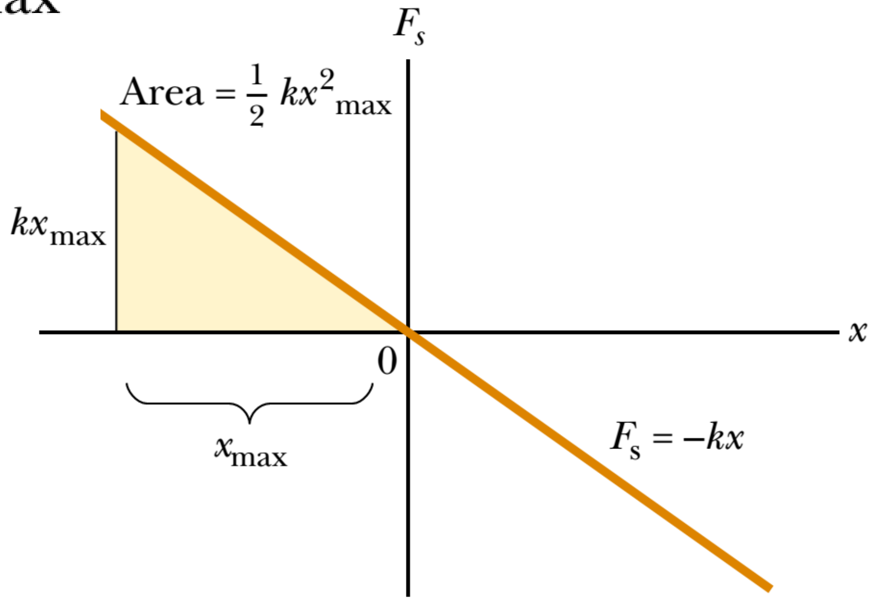
O sinal indica que a força atua em sentido oposto ao deslocamento da mola



Trabalho realizado por uma mola

O trabalho realizado de uma posição x_{max} até a posição de repouso 0:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_s \, dx = \int_{-x_{max}}^{0} (-kx) \, dx = \frac{1}{2} k x_{max}^2$$



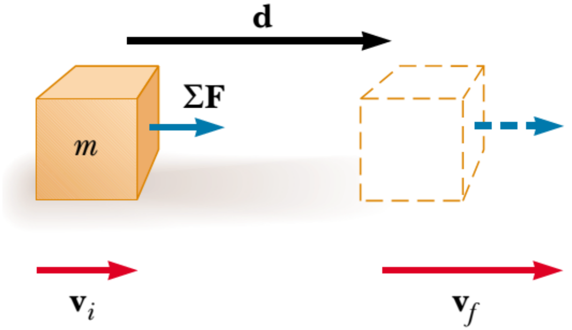
Trabalho realizado por uma mola

Trabalho realizado entre uma posição x_i a x_f:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}k{x_i}^2 - \tfrac{1}{2}k{x_f}^2$$

Energia cinética

$$\sum W = \left(\sum F\right) d = (ma)\, d$$



Com aceleração constante:

$$d = \tfrac{1}{2}(v_i + v_f)\,t \qquad a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Assim:

$$\sum W = m\left(\frac{v_f - v_i}{t}\right)\tfrac{1}{2}(v_i + v_f)\,t$$

$$\sum W = \tfrac{1}{2}mv_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_i^{\,2}$$

Expressão para Energia Cinética

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2$$

Energia Cinética

TABLE 7.1 Kinetic Energies for Various Objects

Object	Mass (kg)	Speed (m/s)	Kinetic Energy (J)
Earth orbiting the Sun	5.98×10^{24}	2.98×10^{4}	2.65×10^{33}
Moon orbiting the Earth	7.35×10^{22}	1.02×10^{3}	3.82×10^{28}
Rocket moving at escape speed[a]	500	1.12×10^{4}	3.14×10^{10}
Automobile at 55 mi/h	2 000	25	6.3×10^{5}
Running athlete	70	10	3.5×10^{3}
Stone dropped from 10 m	1.0	14	9.8×10^{1}
Golf ball at terminal speed	0.046	44	4.5×10^{1}
Raindrop at terminal speed	3.5×10^{-5}	9.0	1.4×10^{-3}
Oxygen molecule in air	5.3×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

Energia Cinética

Teorema do Trabalho-Energia Cinética:

$$\sum W = K_f - K_i = \Delta K$$

$$\sum W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Energia Cinética

Analisando a situação com forças de atritos ao movimento:

$$\Delta K_{\text{friction}} = -f_k d$$

Outras forças atuando e o atrito:

$$K_i + \sum W_{\text{other}} - f_k d = K_f$$

Potência

Dois carros de massas iguais e motores diferentes sobem uma mesma ladeira

Em termos de trabalho, eles realizam o mesmo trabalho

Mas, o faz em tempos diferentes

Potência: Razão entre o trabalho realizado e o tempo gasto para realiza-lo.

$$\overline{\mathcal{P}} \equiv \frac{W}{\Delta t}$$

Potência Média

Potência

Potência instantânea:

$$\mathscr{P} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \mathscr{P} = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

$$1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J/s} = 1\ \mathrm{kg \cdot m^2/s^3}$$

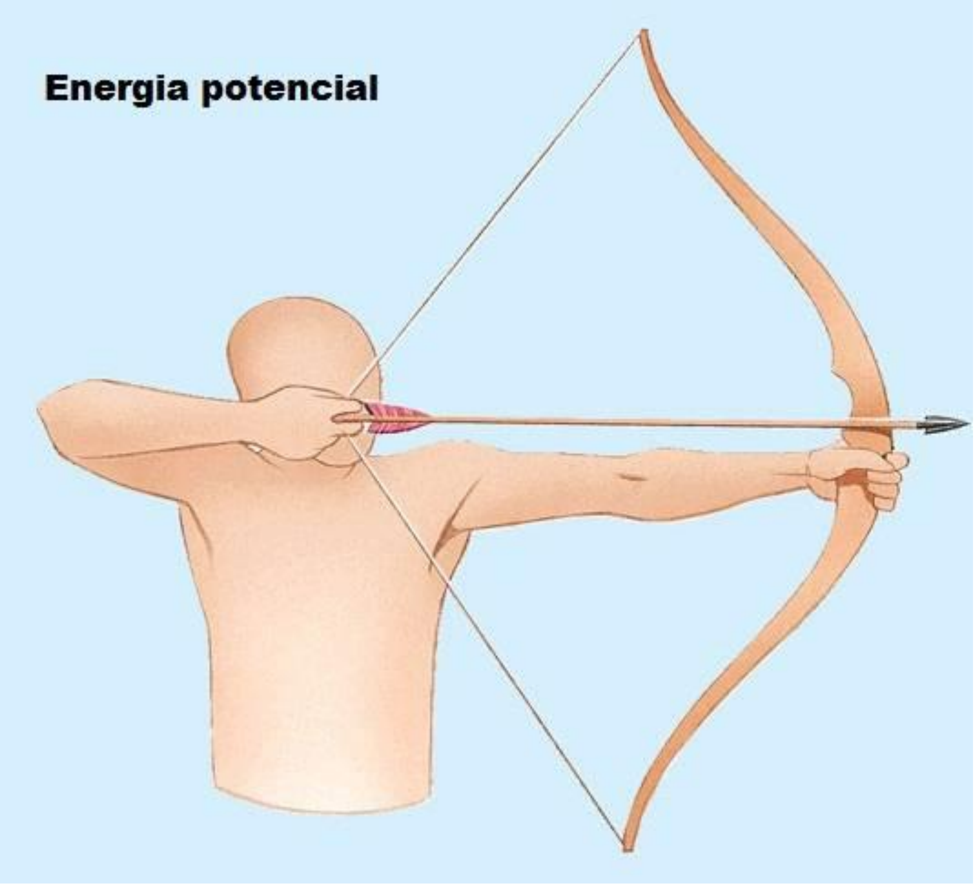
$$1\ \mathrm{hp} = 746\ \mathrm{W}$$

$$1\ \mathrm{kWh} = (10^3\ \mathrm{W})(3\,600\ \mathrm{s}) = 3.60 \times 10^6\ \mathrm{J}$$

Energia Potencial

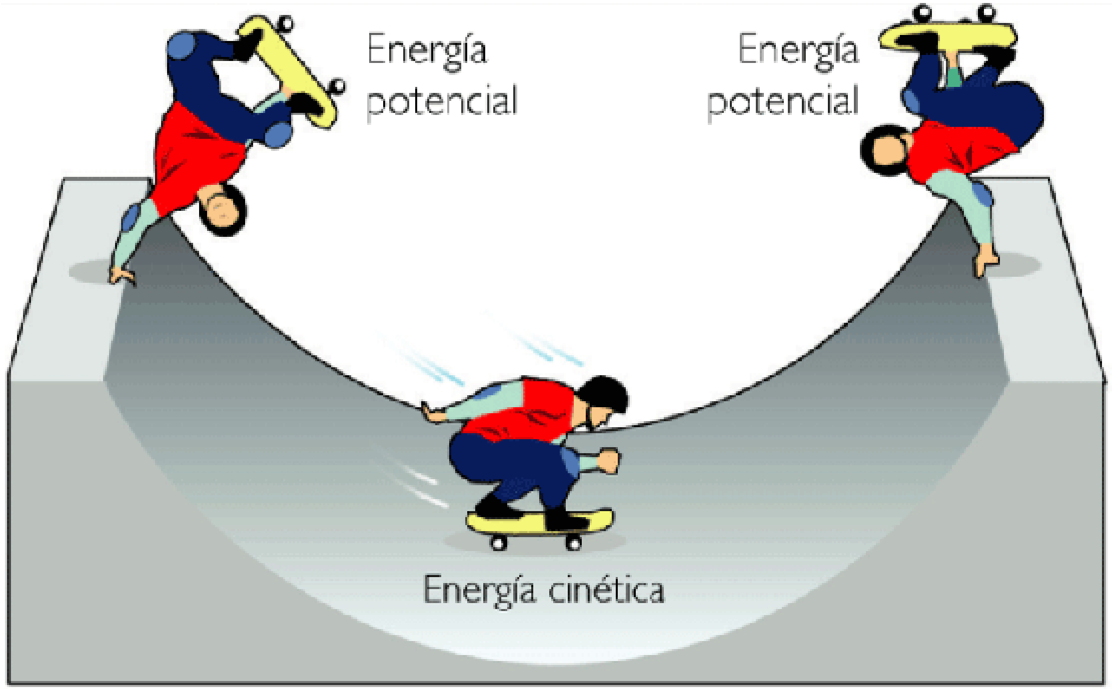
A energia cinética está associada ao movimento

A energia potencial está associado ao arranjo dos corpos e as forças exercidas entre os mesmos



Energia Potencial

Podemos pensar que a energia potencial como sendo uma “reserva” que pode ser utilizada para realizar um trabalho ou ser transformada em energia cinética

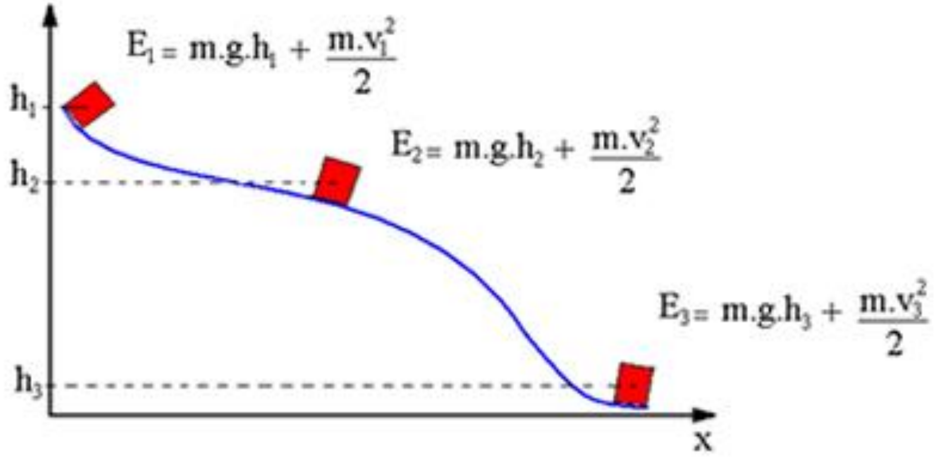


Energia Potencial

Só podemos tratar a energia potencial quando estivermos trabalhando com as chamadas forças conservativas

Princípio da Conservação da Energia Mecânica:

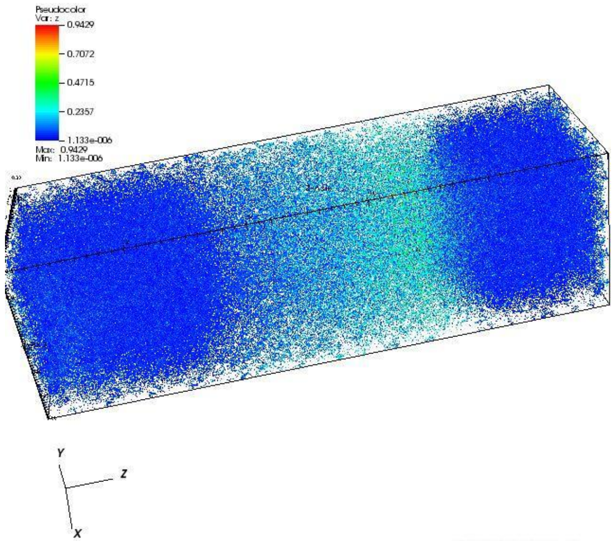
- Em um sistema aonde apenas forças conservativas atuam, ao se variar a energia cinética a energia potencial também varia de forma que a energia mecânica total do sistema permaneça constante.



Energia Potencial

A energia potencial (U) está associada ao sistema

Se o arranjo do sistema muda a energia potencial do sistema também muda



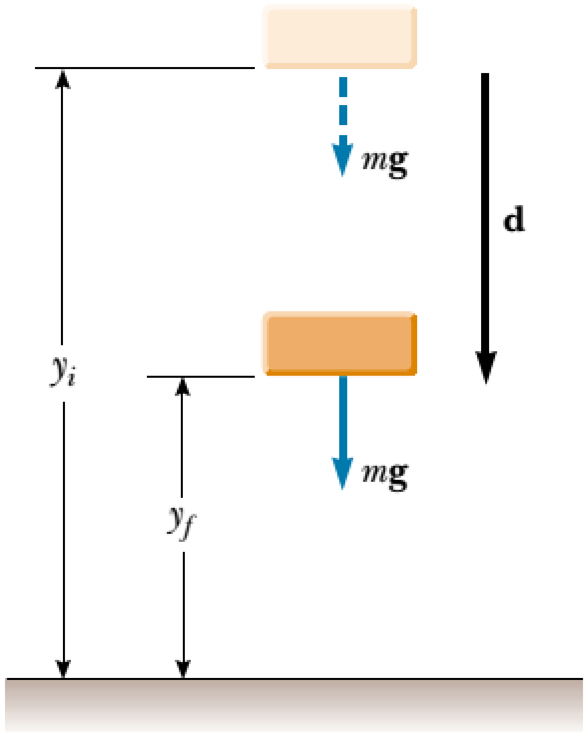
Energia Potencial

Energia Potencial Gravitacional

- Quando um corpo cai sobre a ação da força gravitacional, a intensidade da força é dada por mg
- A medida que o corpo cai, mais energia cinética é dada ao corpo devido ao trabalho realizado pela força gravitacional
- A Energia Potencial Gravitacional é dada por:

$$U_g \equiv mgy$$

- Quem é o sistema? Objeto - Terra

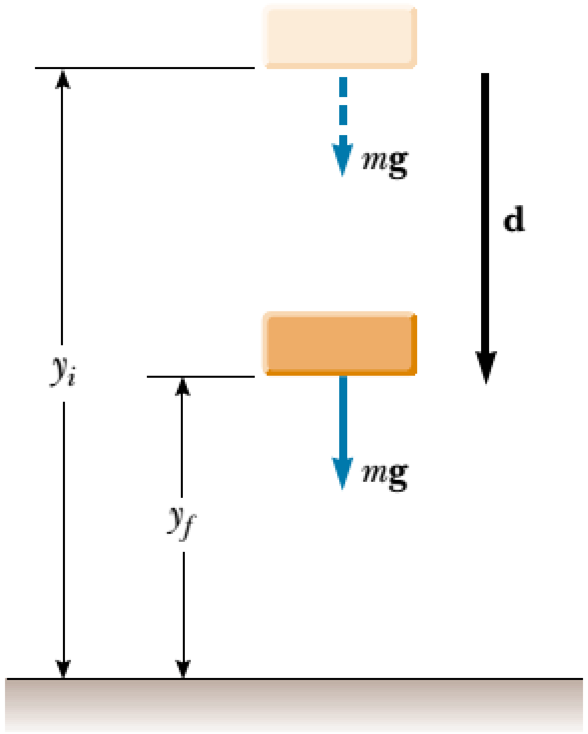


Energia Potencial

Energia Potencial Gravitacional

- Qual o trabalho ?

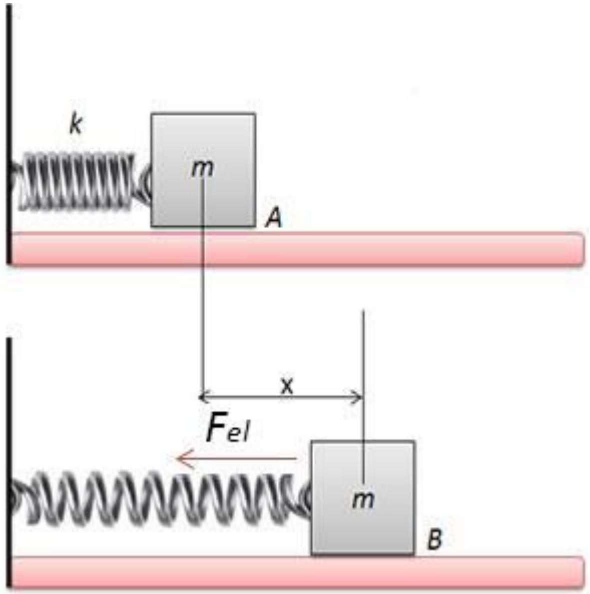
$$W_g = U_i - U_f = -(U_f - U_i) = -\Delta U_g$$



Energia Potencial

Energia Potencial Elástica

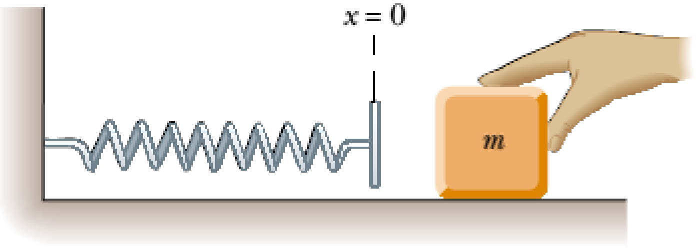
$$U_s = \frac{1}{2}kx^2$$



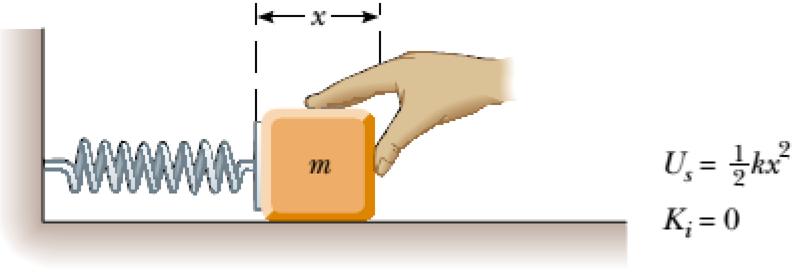
Energia Potencial

Energia Potencial Elástica

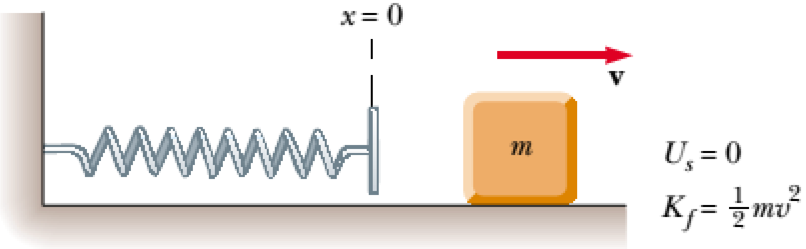
- (a) a mola encontra-se em um estado de repouso
- (b) a mola é pressionada por extensão x pela massa m
- (c) a mola é solta e a energia potencial de mola é convertida em energia cinética



(a)



(b)



(c)

Forças Conservativas e Não Conservativas

O trabalho exercido pela força gravitacional não depende se o objeto cai verticalmente ou desliza por um plano inclinado

A única coisa que importa é a variação da altura da posição do objeto

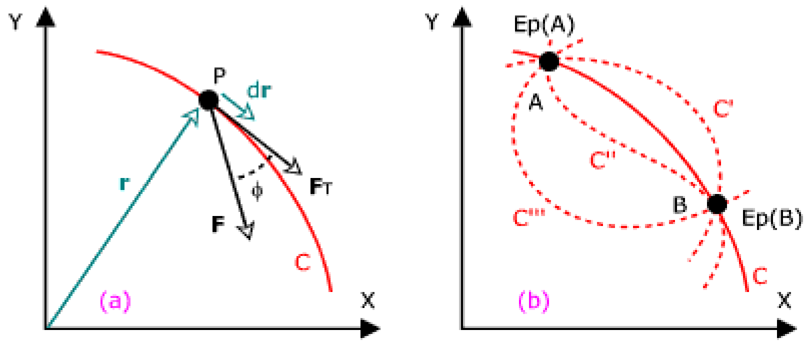
No entanto, a energia consumida devido ao atrito em um plano inclinado depende da distância percorrida pelo objeto

<u>Ou seja, o caminho ou trajetória não faz nenhuma diferença para o trabalho da força gravitacional, mas, o mesmo não ocorro com a perda de energia devido a forças de atrito</u>

Forças Conservativas e Não Conservativas

Propriedades das forças conservativas:

- A força é conservativa se o trabalho exercido em uma partícula movendo entre dois pontos é independente do caminho tomado pela partícula
- O trabalho realizado por uma força conservativa me uma partícula movendo em qualquer caminho fechado é zero. (aquele que começa e termina em um mesmo ponto)



Forças Conservativas e Não Conservativas

Propriedade das forças não-conservativas:

- Uma força é não conservativa se causa a alteração da energia mecânica (E)

- Se, para mover um livro sobre uma mesa (levando-se em conta o atrito) podemos ter dois caminhos.
- Dependendo do caminho escolhido teremos mais ou menos energia cinética, assim, sendo a força de atrito é uma força não conservativa.

Forças Conservativas e Energia Potencial

Como o trabalho irá depender apenas da posição inicial e final da partícula e não do caminho

Pode-se definir a função de energia potencial (U), como sendo o trabalho realizado por uma força conservativa igual a diminuição da energia potencial do sistema.

O trabalho realizado por uma força F em uma partícula movendo-se no eixo X

$$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx = -\Delta U$$

O trabalho é igual ao negativo da variação da energia potencial

Forças Conservativas e Energia Potencial

Reescrevendo a equação em função da energia potencial:

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$

Forças Conservativas e Energia Potencial

O termo Energia Potencial implica no potencial que o objeto tem para ganhar energia cinética ou realizar trabalho quando liberado de algum ponto sobre a influência de uma força conservativa.

É conveniente estabelecer algum ponto x_i como sendo referência para medição da energia potencial do sistema, assim:

$$U_f(x) = -\int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx + U_i$$

Pode ser tomado como nulo

Conservação da Energia Mecânica

"A energia mecânica total de um sistema permanece constante em um sistema isolado no qual interage apenas forças conservativas"

$$E \equiv K + U$$

Em outras palavras:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

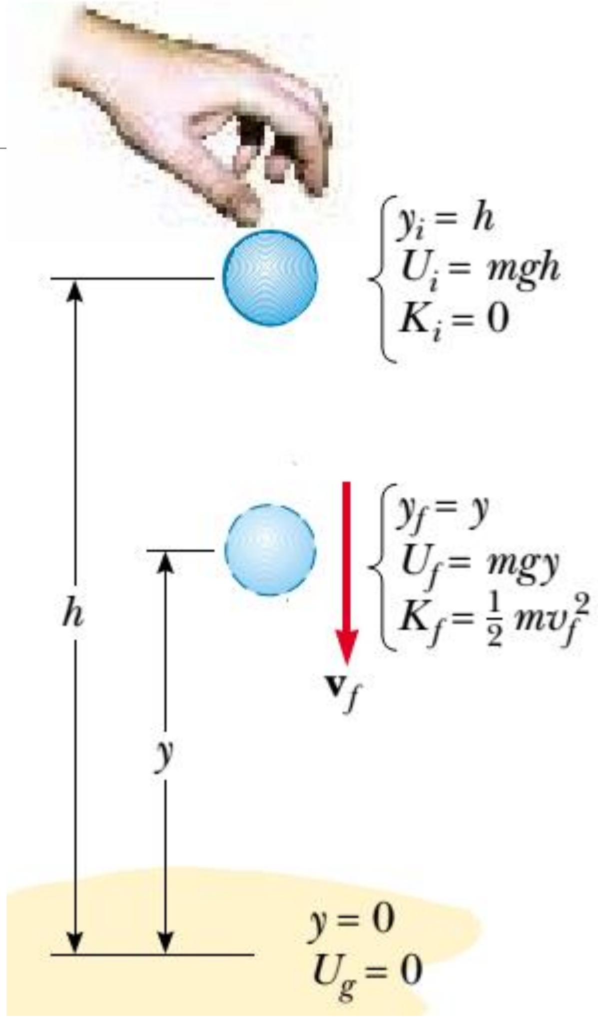
Exemplos

Uma bola de massa *m* é largada de uma altura *h* sobre o chão. Determine a velocidade da bola quando ela estiver a uma altura *y*.

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

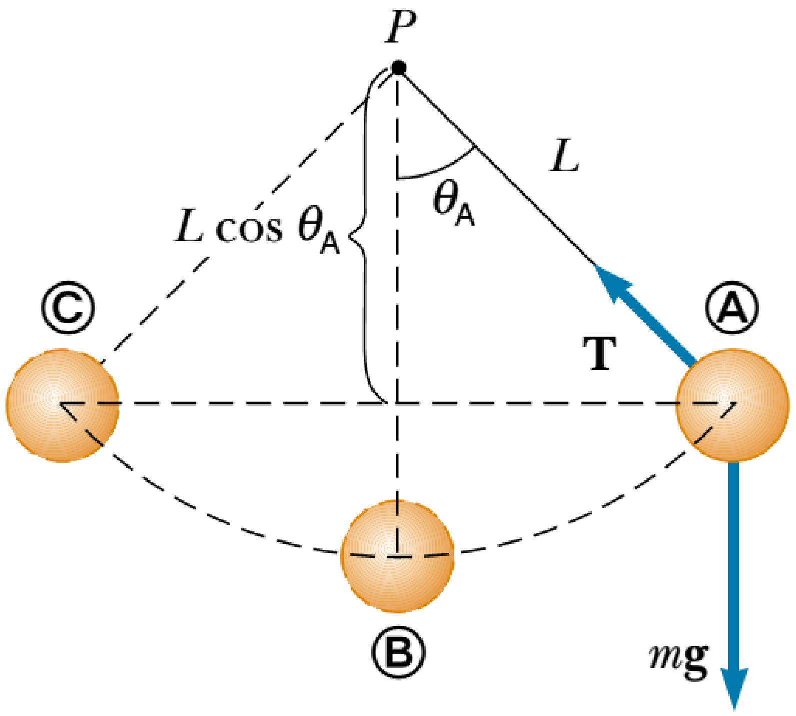
$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy$$

$$v_f^2 = 2g(h - y)$$



Exemplos

Um pendulo consiste em uma esfera de massa *m* presa por uma corda sem massa de comprimento L. A esfera é liberada do repouso quando a corda faz um ângulo θ_A com a vertical. Qual a velocidade da esfera no ponto B?



$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 - mgL\cos\theta_A = \frac{1}{2}mv_B{}^2 - mgL$$

$$(1) \qquad v_B = \boxed{\sqrt{2\,gL(1 - \cos\theta_A)}}$$