

Leis do movimento

Unidade 5

Conceito da Força

- O que poderia manter uma partícula em repouso ou acelerar uma partícula?

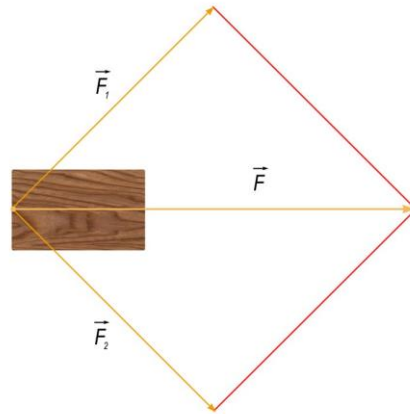


Conceito da Força

- É comum associar a força a apenas a alteração de velocidade de objetos
- Mas, nem sempre a força causa movimento
- Por exemplo, da gravidade atua sobre os corpos mantendo-os estacionários

Conceito da Força

- No estudo de forças é fundamental a relação entre força e a aceleração
- O que ocorre quando temos várias forças atuando sobre o objeto?
- Força Resultante = soma vetorial de todas as forças que atuam sobre o objeto



Conceito da Força

- Se a força resultante for nula, então a velocidade do objeto não se altera e permanece constante
- Quando a velocidade do objeto é constante (mesmo em repouso) é tido que o objeto está em equilíbrio.

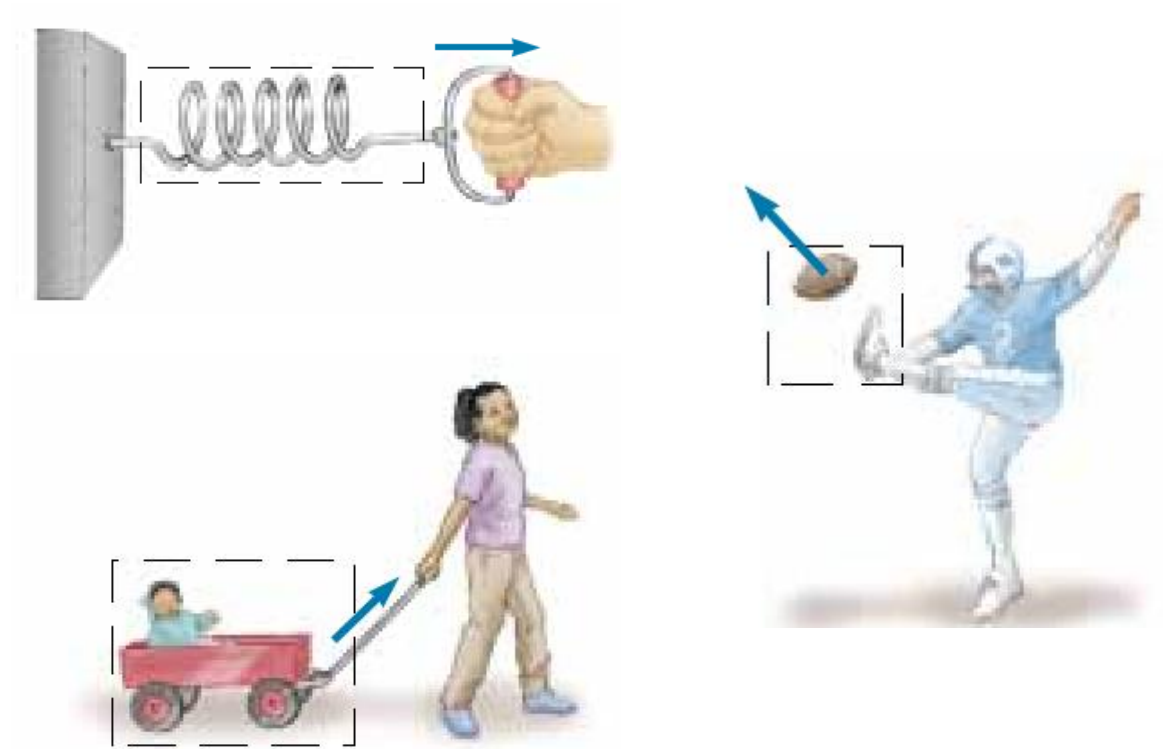


Conceito da Força

- Podemos classificar a força em:
 - Forças de contato
 - Envolve o contato físico entre dois objetos
 - Forças de campo
 - Não envolve o contato físico entre objetos, mas, atuam no espaço vazio
 - Por exemplo, a força gravitacional que atrai dois objetos

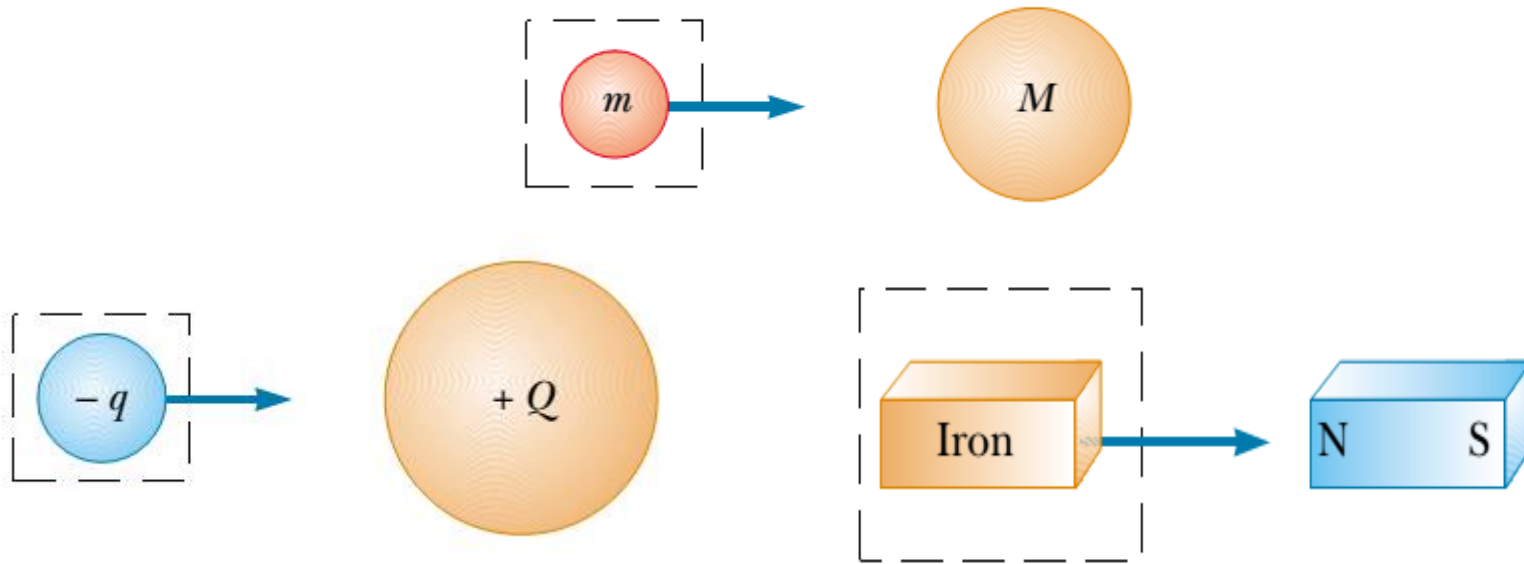
Conceito da Força

- Forças de contato



Conceito da Força

- Forças de campo

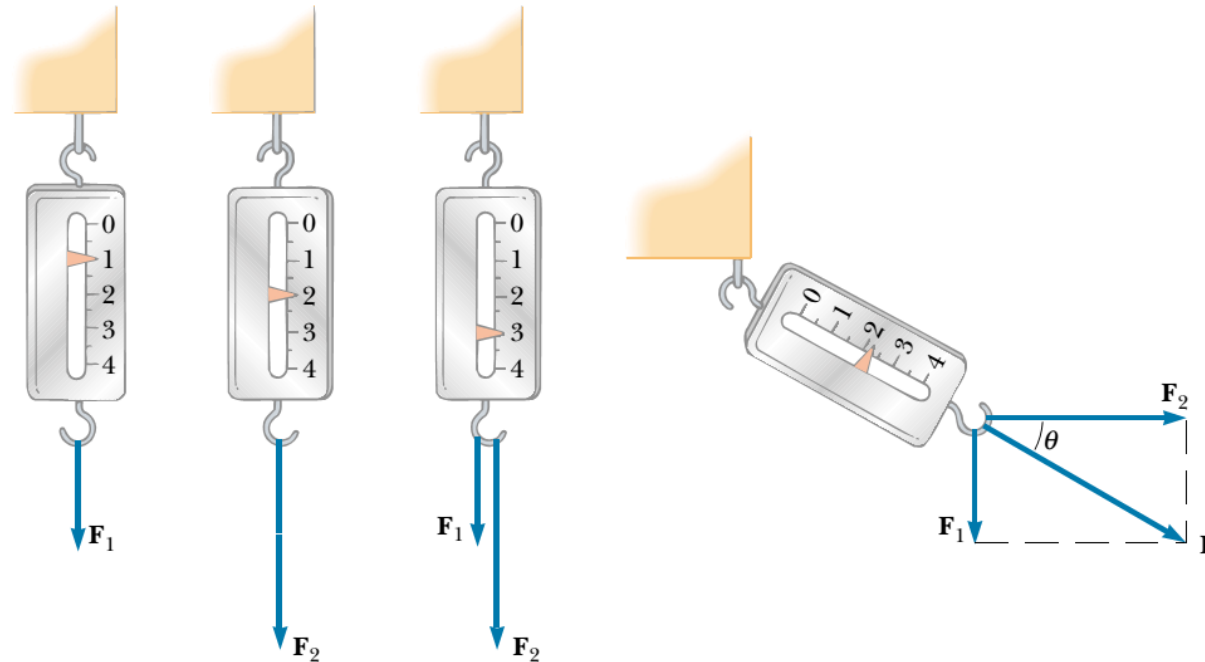


Conceito da Força

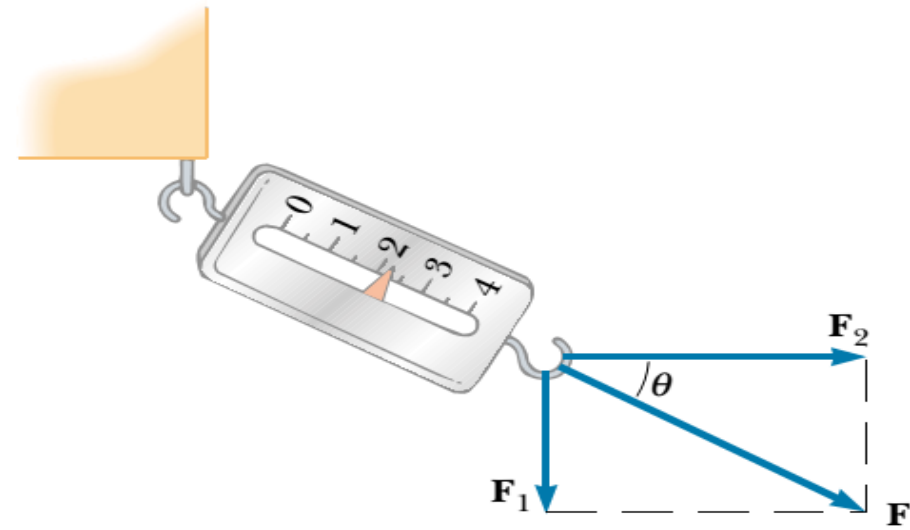
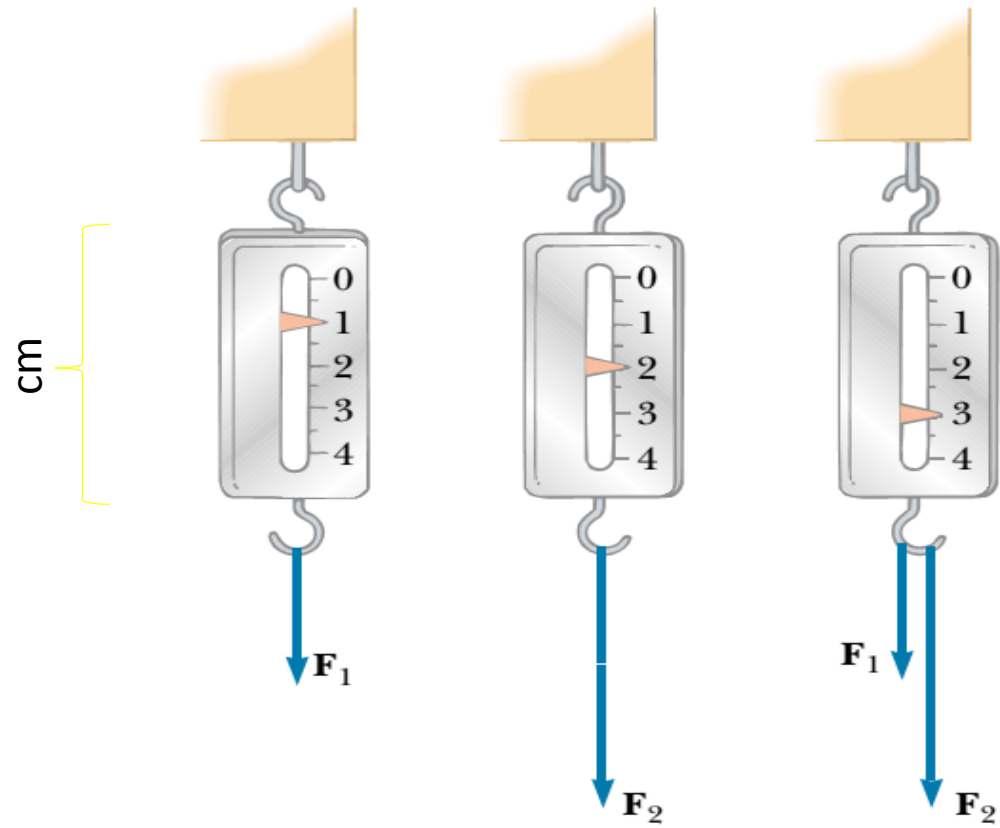
- Forças de campo
 - Não conhecida pelos primeiros cientistas, como Newton
 - Faraday (1791-1867) – introduz o conceito de campo
 - Quando um objeto 1 é colocado a qualquer ponto P próximo do objeto 2, nós dizemos que o objeto 1 interage com o objeto 2 devido ao campo gravitacional que existe no ponto P.
 - O campo gravitacional no ponto P é criado pelo objeto 2
 - Todas as forças fundamentais na natureza são desse tipo: gravitacional, eletromagnética, nuclear forte, nuclear fraca

Conceito da Força

- Medição
 - É conveniente o uso da deformação de mola para medir a força



Conceito da Força



Leis de Newton

- Primeira Lei
 - Na ausência de forças externas, um objeto se mantém em repouso ou continua em movimento com velocidade constante (velocidade constante em linha reta)



Leis de Newton

- Primeira Lei

- De maneira simples podemos dizer que quando não existe força atuando sobre o objeto a aceleração do objeto é nula
- A tendência que um objeto tem de resistir a qualquer tentativa de mudança de sua velocidade é chamada de **INÉRCIA**



Leis de Newton

- Referência Inerciais
 - Um referencial inercial é aquele que não é acelerado
 - Qualquer referencial que se mova com velocidade constante relativa a um referencial inercial é também um referencial inercial

Leis de Newton

- Massa
 - É a propriedade de um objeto que indica quanto de inercia o objeto tem!
 - Quanto maior for a massa de um objeto, menos o objeto irá acelerar sobre a ação de uma dada força!
 - Por exemplo:
 - Uma determinada força produz em uma massa de 3Kg uma aceleração de 4 m/s^2 , no entanto a mesma força aplicada sobre um objeto de massa de 6 Kg irá produzir uma aceleração de 2 m/s^2

Leis de Newton

- Massa

- Se uma força sobre uma massa m_1 causa uma aceleração a_1 , a mesma força sobre uma massa m_2 causa uma aceleração a_2 , então temos a relação:

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1}$$

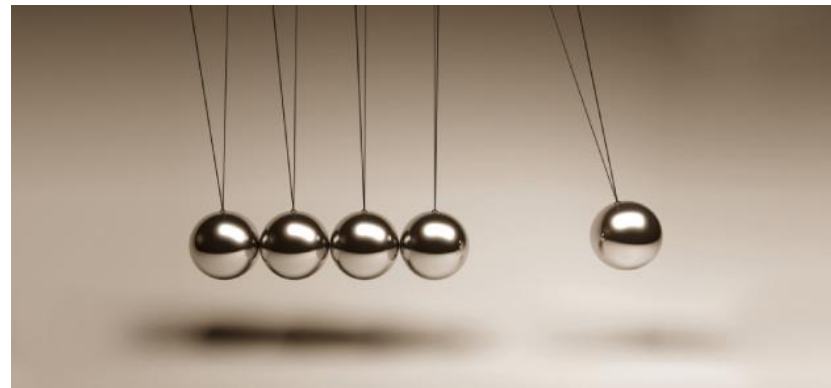
- Ou seja, podemos determinar a massa de um objeto baseando-se nas medições das acelerações

Leis de Newton

- Massa
 - Uma fonte comum de confusão é massa e peso
 - São quantidades diferentes!
 - Por exemplo:
 - Alguém que pese 82 Kg na terra irá pesar apenas 14 Kg na lua!
 - A massa é mesma independentemente do local do Universo que se encontre

Leis de Newton

- Segunda Lei de Newton
 - Na primeira lei temos a explicação de como um objeto sem a presença de forças age
 - A segunda lei de Newton responde a pergunta de o que ocorre quando existe a presença de forças



Leis de Newton

- Segunda Lei de Newton

- Imagine um bloco em uma superfície sem atrito
- Ao se aplicar uma força **F** o bloco tem uma aceleração **a**.
- Duplicando a intensidade da força a aceleração do bloco duplica,
- Triplicando a intensidade da força a aceleração do bloco triplica,
- Ou seja:

“A aceleração de um objeto é diretamente proporcional a RESULTANTE de forças que atuam sobre ele”

Leis de Newton

- Segunda Lei de Newton

- Imagine um bloco em uma superfície sem atrito
- Ao se aplicar uma força **F** o bloco tem uma aceleração **a**.
- Dobrando a massa e aplicarmos a mesma força a aceleração cai pela metade, assim por diante.
- Ou seja:

“A magnitude da aceleração é inversamente proporcional a massa”

Leis de Newton

- Segunda Lei

- Considerando os exemplos anteriores podemos concluir a segunda lei de Newton:
- “A aceleração de um objeto é diretamente proporcional a resultante de forças que agem sobre ele e inversamente proporcional a massa”

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

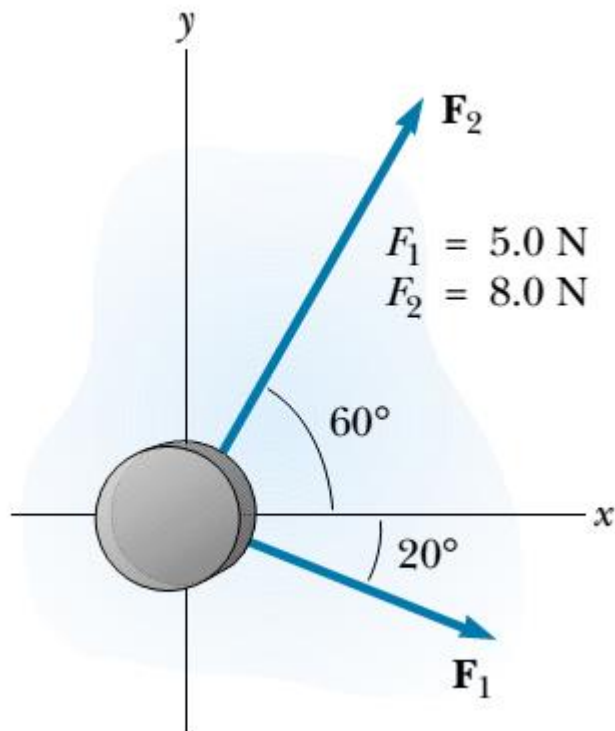
$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z$$

Leis de Newton

- Segunda Lei
 - Unidade de medida de força
 - Pela segunda lei podemos concluir: $1\text{N} = 1\text{Kg.m/s}^2$
 - Utilizando o padrão inglês: $1\text{N} \approx (1/4)\text{lb}$

Leis de Newton

- Exemplo:



$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20^\circ) + F_2 \cos 60^\circ \\ &= (5.0 \text{ N})(0.940) + (8.0 \text{ N})(0.500) = 8.7 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_{1y} + F_{2y} = F_1 \sin(-20^\circ) + F_2 \sin 60^\circ \\ &= (5.0 \text{ N})(-0.342) + (8.0 \text{ N})(0.866) = 5.2 \text{ N}\end{aligned}$$

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{8.7 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 29 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{5.2 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 17 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{(29)^2 + (17)^2} \text{ m/s}^2 = 34 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{29}\right) = 30^\circ$$

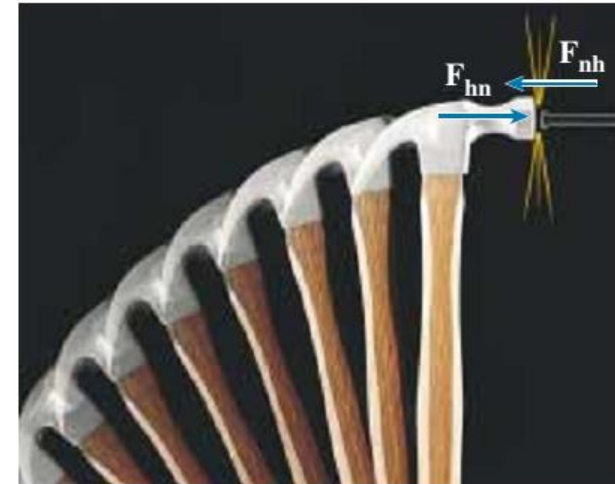
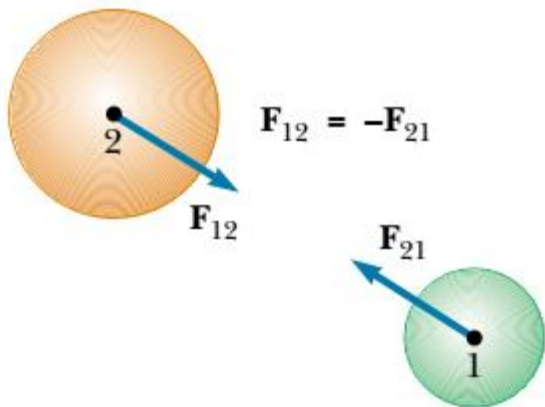
Qual seria as componentes de uma terceira força que irá manter o disco parado?

Leis de Newton

- Força da gravidade e Peso
 - Todos os objetos sobre a influência do campo gravitacional são atraídos com uma aceleração \mathbf{g}
 - A força Peso é dada por: $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$

Leis de Newton

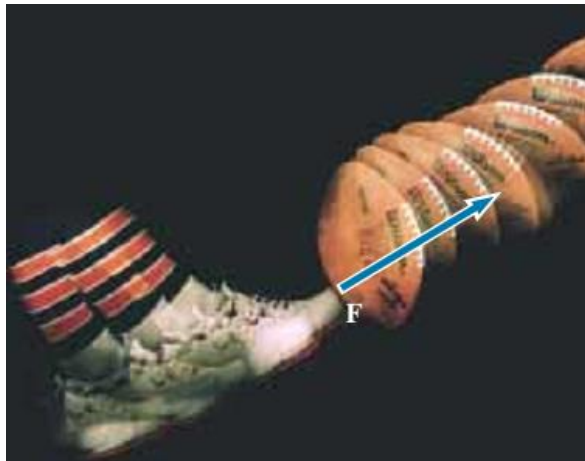
- Terceira Lei
 - Lei da ação – reação
 - “Se dois objetos interagem, a força F_{12} exercida pelo objeto 1 no objeto 2 é igual em magnitude mas em direção oposta a força F_{21} exercida pelo objeto 2 no objeto 1”



Leis de Newton

- Terceira Lei

- A força de reação tem o mesmo módulo da força de ação, mas, direção oposta.
- A ação e a reação irão atuar em objetos diferentes



Leis de Newton

- Terceira Lei
 - Com base na terceira lei, podemos dizer que a interação gravitacional entre o corpo e a Terra dá origem a duas forças: a força peso do corpo P e, que a Terra exerce sobre o corpo (P).



Leis de Newton

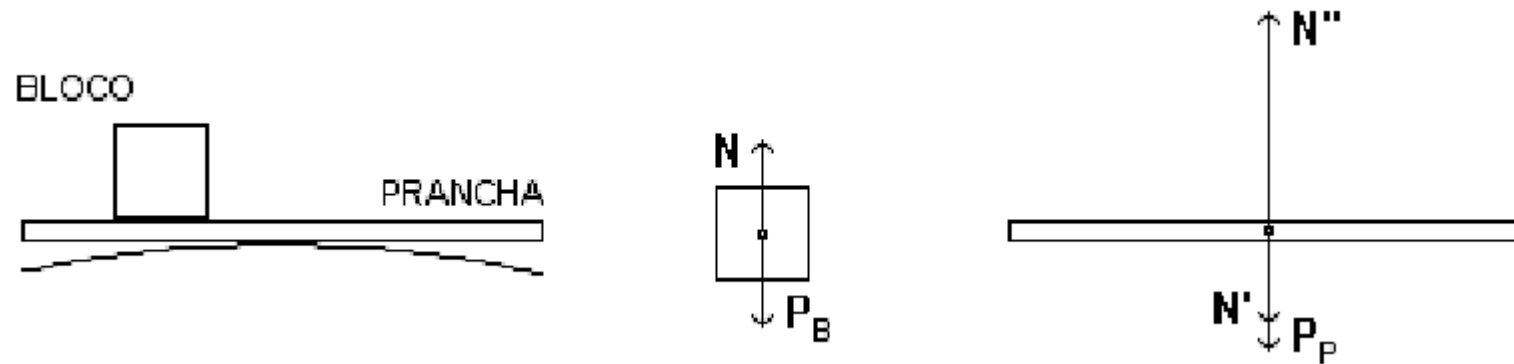
- Terceira Lei

- Ana e Bia estão boiando juntas nas águas calmas e serenas de um lago. Elas estão imóveis num referencial fixo nas margens do lago. Então, Ana exerce uma força sobre Bia durante certo intervalo de tempo. Em consequência, ambas se afastam da região onde estavam inicialmente, com movimentos de mesma direção, mas de sentidos contrários. Pela terceira lei de Newton, se Ana exerce uma força sobre Bia, então Bia também exerce uma força sobre Ana e como as forças têm mesma direção e sentidos contrários, os movimentos produzidos também têm mesma direção e sentidos contrários.

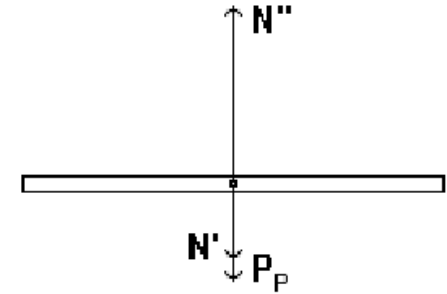
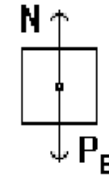
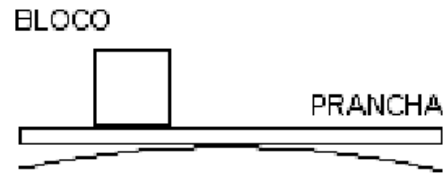


Leis de Newton

- Terceira Lei
 - Um bloco, de massa m , está apoiado sobre uma prancha de massa M . A prancha está apoiada sobre a superfície da Terra



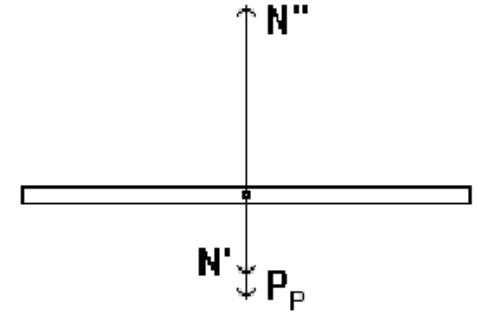
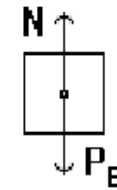
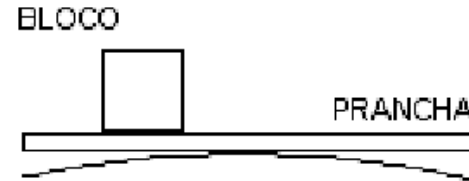
Leis de Newton



- Terceira Lei

- Sobre o bloco atua a sua força peso P_B , vertical e dirigida para o centro da Terra. Se essa fosse a única força atuando sobre o bloco, ele deveria estar em movimento com a mesma direção e o mesmo sentido dessa força. Contudo, ele está em repouso e, justamente por isso, deve existir uma outra força, que cancela a força peso.
- Devido ao contato do bloco com a prancha, esta outra força é a força que a prancha exerce sobre o bloco. A força que a prancha exerce sobre o bloco é perpendicular à prancha e é chamada normal (N).
- Como o bloco está em repouso, a primeira lei de Newton garante que a força peso P_B e a força normal N se cancelam mutuamente

Leis de Newton



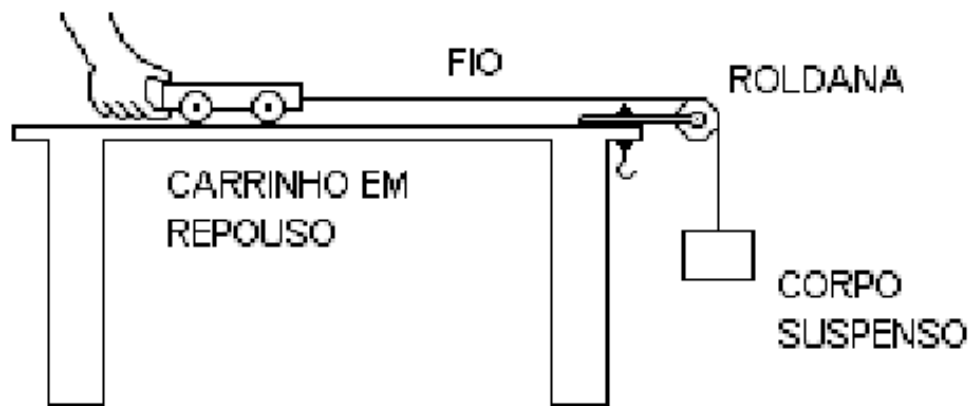
- Terceira Lei

- Sobre a prancha atua a sua força peso P_P
- Pela terceira lei, se a prancha exerce a força N sobre o bloco, o bloco exerce uma força N' sobre a prancha, de mesmo módulo e mesma direção, mas de sentido contrário.
- Assim, a prancha está sujeita a uma força $N' + P_P$, vertical e dirigida de cima para baixo.
- Contudo, a prancha está em repouso e, justamente por isso, deve existir outra força atuando sobre ela, que cancela a força $N' + P_P$
- Essa força é também chamada normal e, para distingui-la da primeira, vamos usar o símbolo N'' (força de reação da superfície da Terra na prancha)

Leis de Newton

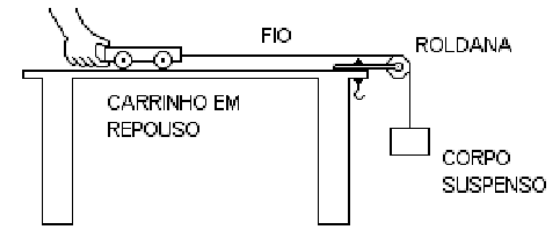
- Terceira de Lei

- Um carrinho e um bloco suspenso estão unidos por um fio que passa por uma roldana



- O fio é inextensível. Ele e a roldana têm massa nula. O carrinho e o bloco estão em repouso num referencial fixo na mesa. O papel da roldana é, por assim dizer, apenas o de curvar o fio.

Leis de Newton



- Terceira de Lei
 - As forças que agem sobre o carrinho são: o peso P_c , a normal N , a força do fio T_1 e a força da mão F

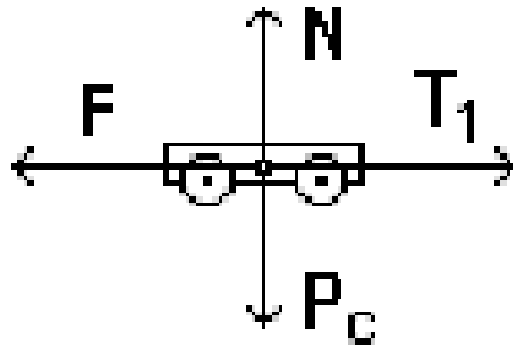
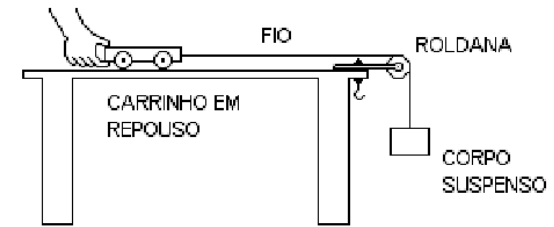
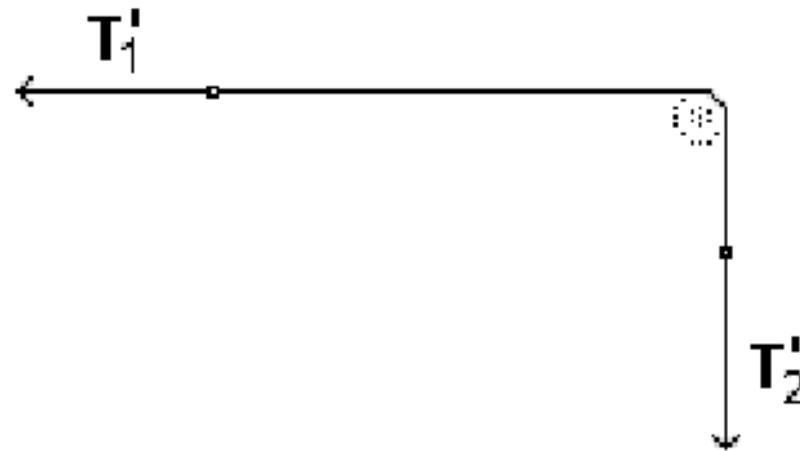


Diagrama de
Corpo Livre

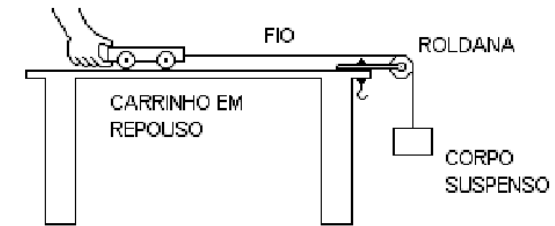
Leis de Newton



- Terceira de Lei
 - As forças que agem sobre o fio são: a força do carrinho T'_1 e a força do corpo suspenso T'_2 .
 - Essas forças são chamadas forças de tensão ou, simplesmente, tensões.

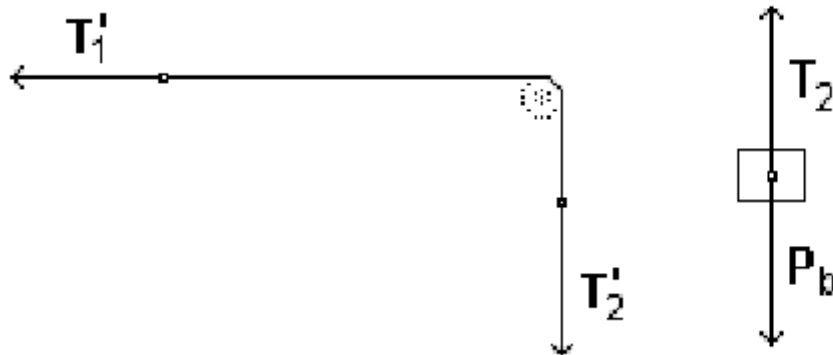


Leis de Newton



- Terceira de Lei

- As forças que agem sobre o fio são: a força do carrinho T'_1 e a força do corpo suspenso T'_2 .
- As forças que agem sobre o bloco suspenso são: o peso P_b e a força do fio T_2

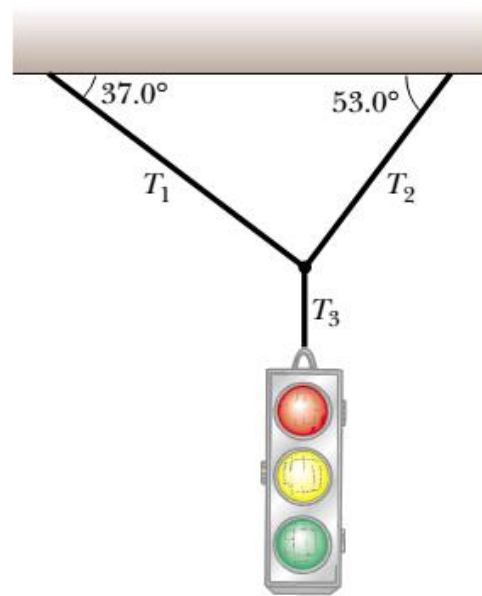


- As forças T_1 e T'_1 constituem um par ação-reação
- E as forças T'_2 e T_2 constituem outro par ação-reação.

Leis de Newton

- Exemplos

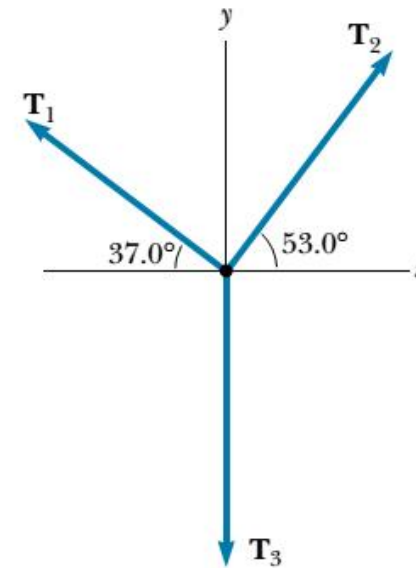
- Um sinal de transito com peso de 125N está suspenso por três cabos. Dois cabos fazem ângulos de 37° e 53° com a horizontal. Qual a tensão nos cabos?



(a)



(b)



(c)

Leis de Newton

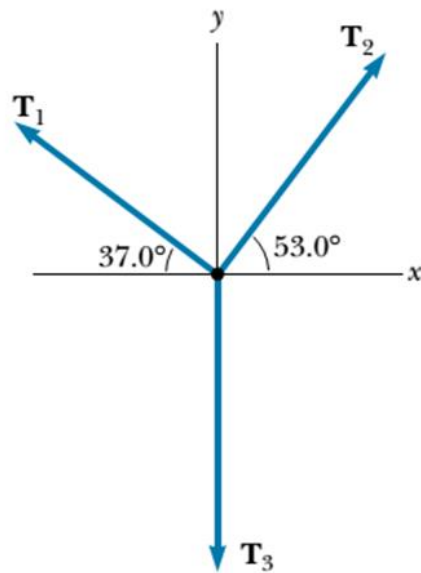
- Exemplos
 - Pela imagem (b) a tensão em T3 é igual ao peso do semáforo



$$T_3 = F_g = 125 \text{ N.}$$

Leis de Newton

- Exemplos
 - Pela imagem (c) podemos determinar as componentes das tensões:



Force	x Component	y Component
T_1	$-T_1 \cos 37.0^\circ$	$T_1 \sin 37.0^\circ$
T_2	$T_2 \cos 53.0^\circ$	$T_2 \sin 53.0^\circ$
T_3	0	-125 N

Leis de Newton

- Exemplos

- Sabendo que o semáforo está em repouso $a=0$:

$$(1) \quad \sum F_x = -T_1 \cos 37.0^\circ + T_2 \cos 53.0^\circ = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = T_1 \sin 37.0^\circ + T_2 \sin 53.0^\circ + (-125 \text{ N}) = 0$$

Resolvendo (1)

$$T_2 = T_1 \left(\frac{\cos 37.0^\circ}{\cos 53.0^\circ} \right) = 1.33 T_1$$

$$T_1 \sin 37.0^\circ + (1.33 T_1)(\sin 53.0^\circ) - 125 \text{ N} = 0$$

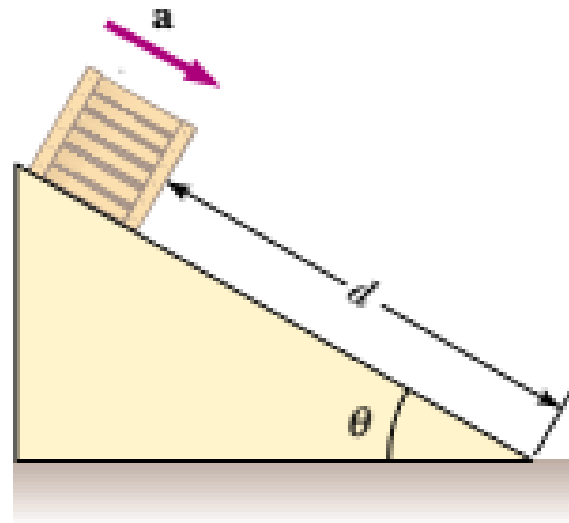
$$T_1 = 75.1 \text{ N}$$

$$T_2 = 1.33 T_1 = 99.9 \text{ N}$$

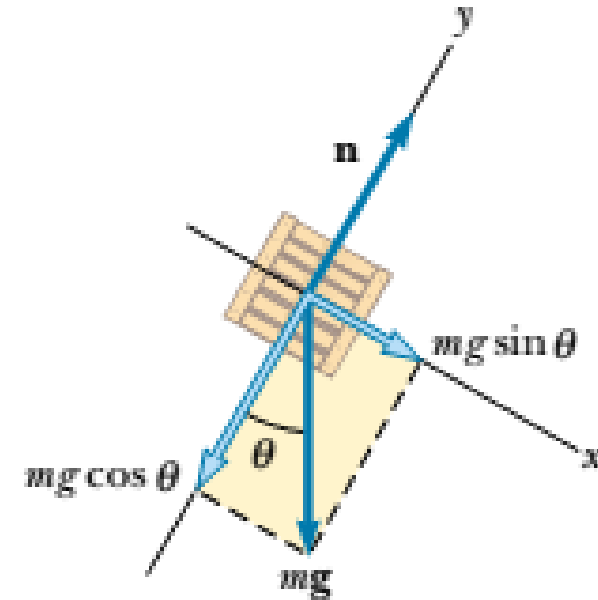
Substituindo em (2) e resolvendo

Aplicações

- Uma caixa de massa (m) é colocada em um plano inclinado de ângulo (θ)



(a)



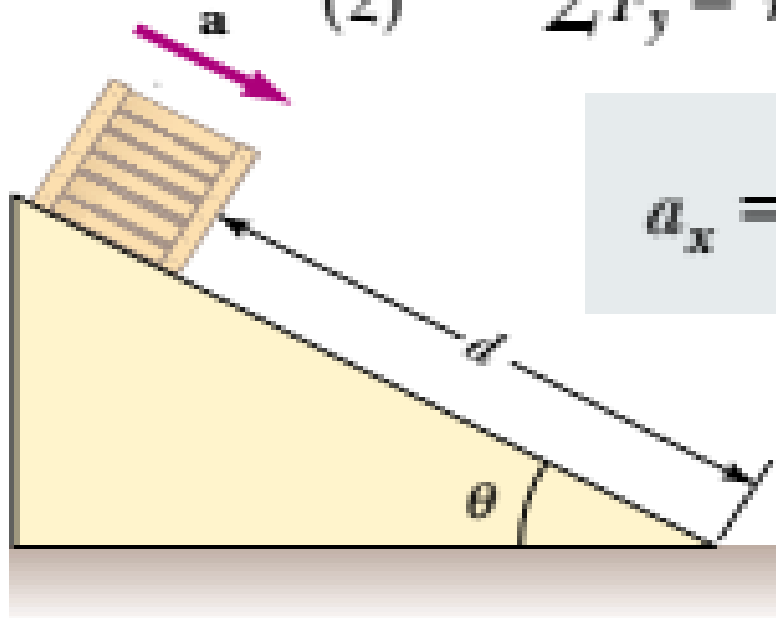
(b)

Aplicações

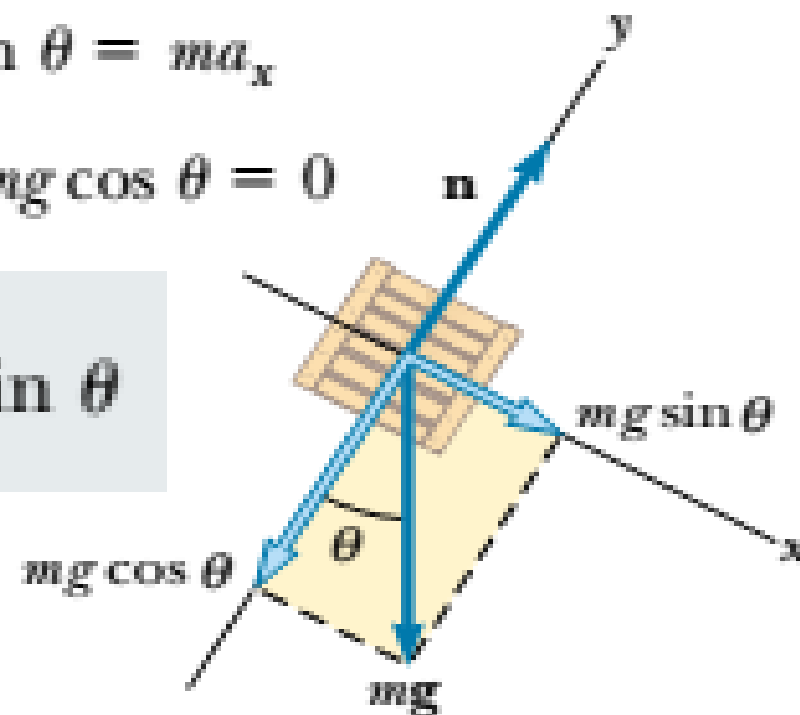
$$(1) \quad \sum F_x = mg \sin \theta = ma_x$$

$$(2) \quad \sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

$$a_x = g \sin \theta$$



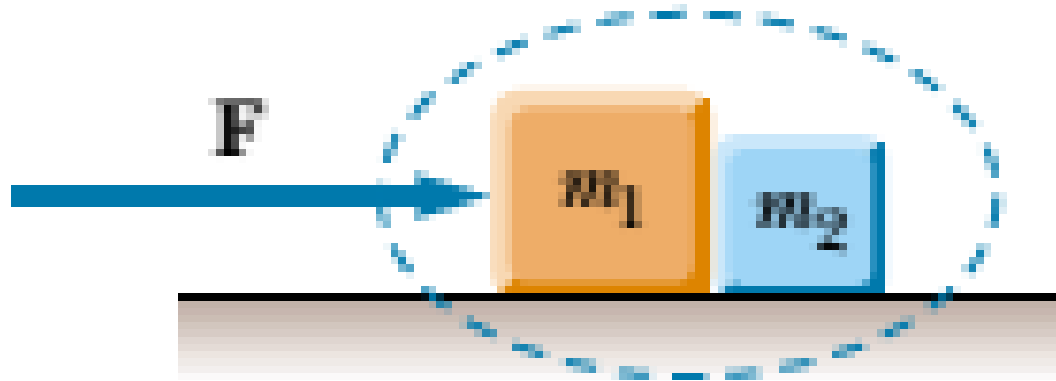
(a)



(b)

Aplicações

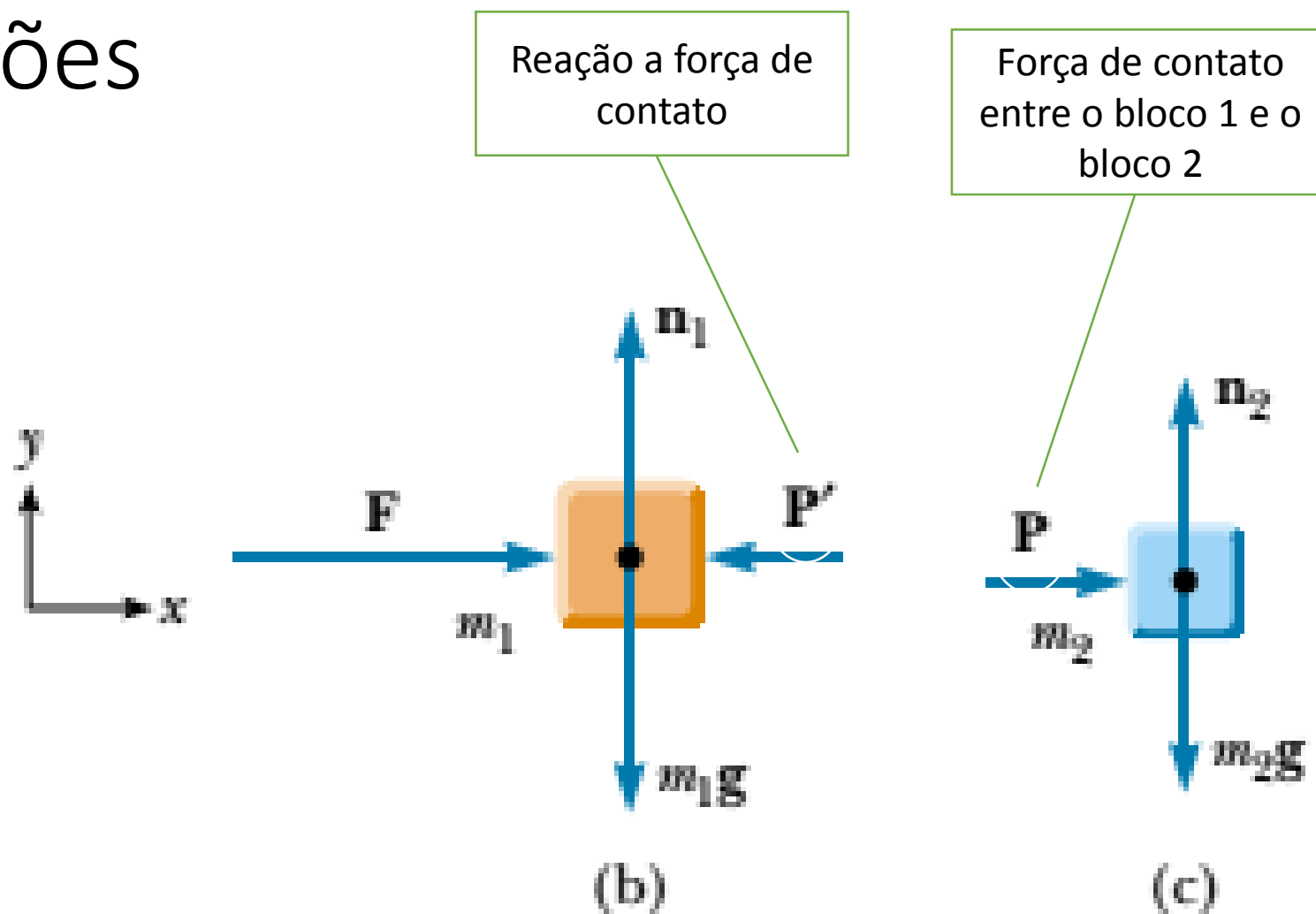
- Dois blocos de massas m_1 e m_2 colocado em contato em uma superfície sem atrito. Qual aceleração do sistema?



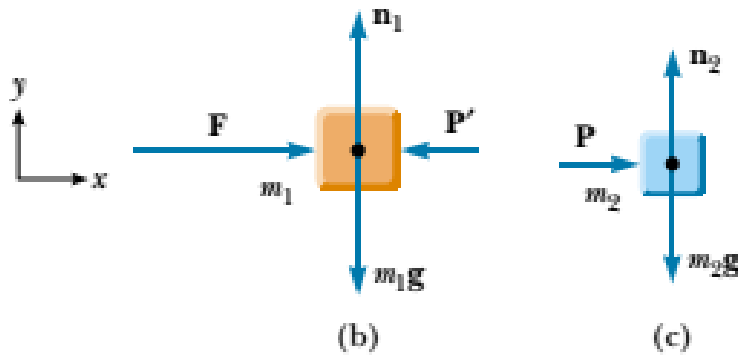
$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

$$\sum F_x(\text{system}) = F = (m_1 + m_2) a_x$$

Aplicações



Aplicações



Pela 2ª lei temos:

$$\sum F_x = P = m_2 a_x$$

$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$



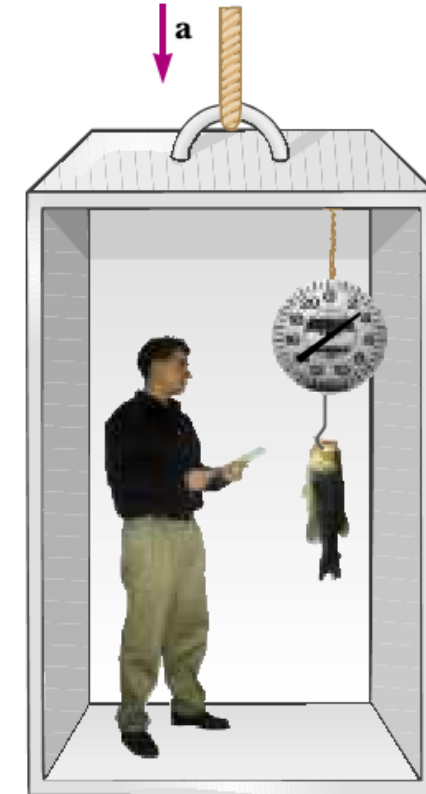
$$P = m_2 a_x = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) F$$

Aplicações

- Uma pessoa pesa um peixe de massa m em uma balança de mola presa ao teto do elevador. Se o elevador sobe ou desce a medição na balança é alterada.



(a)



(b)

Aplicações

- Se o elevador está parado ou se movimento com velocidade constante, pela 2ª lei temos:
 - $\sum F_y = T - mg = 0 \therefore T = mg$
- Se, o elevador sobe ou desce com aceleração **a** em relação a um observador em um referencial inercial:
 - $\sum F_y = T - mg = ma_y$
- Assumindo a direção de subida como positiva. Conclui-se que T é maior do que o peso mg , e, o que é medido na balança é menor do que mg .

Aplicações

- Se o peso do peixe é 40,0N e a aceleração é direcionada para cima com o valor de $a_y = +2,0 \text{ m/s}^2$
- Se $a_y = -2,0 \text{ m/s}^2$

$$T = ma_y + mg = mg \left(\frac{a_y}{g} + 1 \right) = 31.8 \text{ N}$$

$$= (40.0 \text{ N}) \left(\frac{2.00 \text{ m/s}^2}{9.80 \text{ m/s}^2} + 1 \right)$$

$$= 48.2 \text{ N}$$

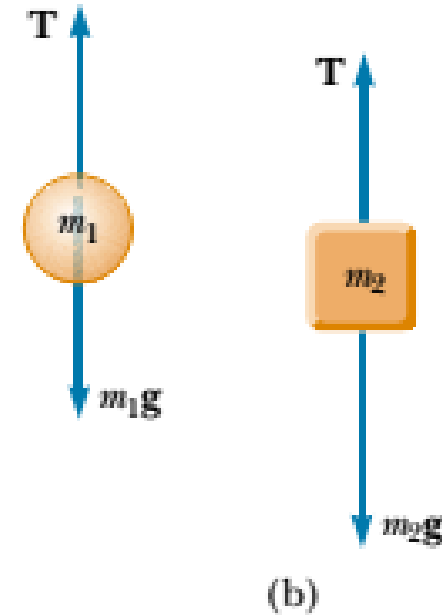
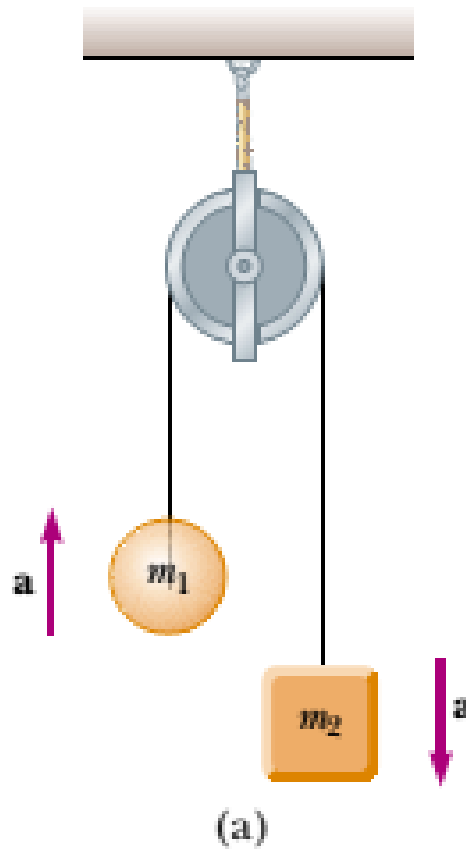
$$T = mg \left(\frac{a_y}{g} + 1 \right) = (40.0 \text{ N}) \left(\frac{-2.00 \text{ m/s}^2}{9.80 \text{ m/s}^2} + 1 \right)$$

E, se: $a_y = -g$?

Ou $a_y > g$?

Aplicações

- Dois objetos de massas diferentes suspensos em uma polia (sem atrito)



Aplicações

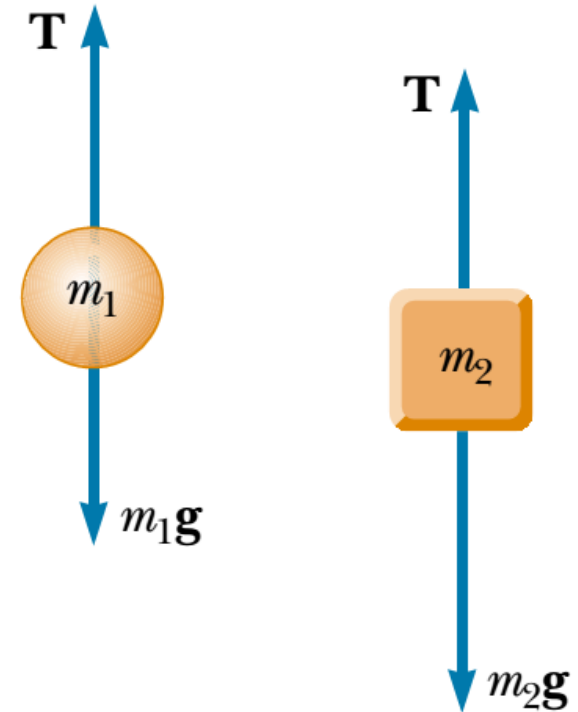
- O nosso sistema não poderá ser formado pelas duas massas, pois, a tensão será tratada como força interna
- Deverá criado um sistema para cada massa

$$(1) \quad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y$$

$$(2) \quad \sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_y$$

$$- m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$$

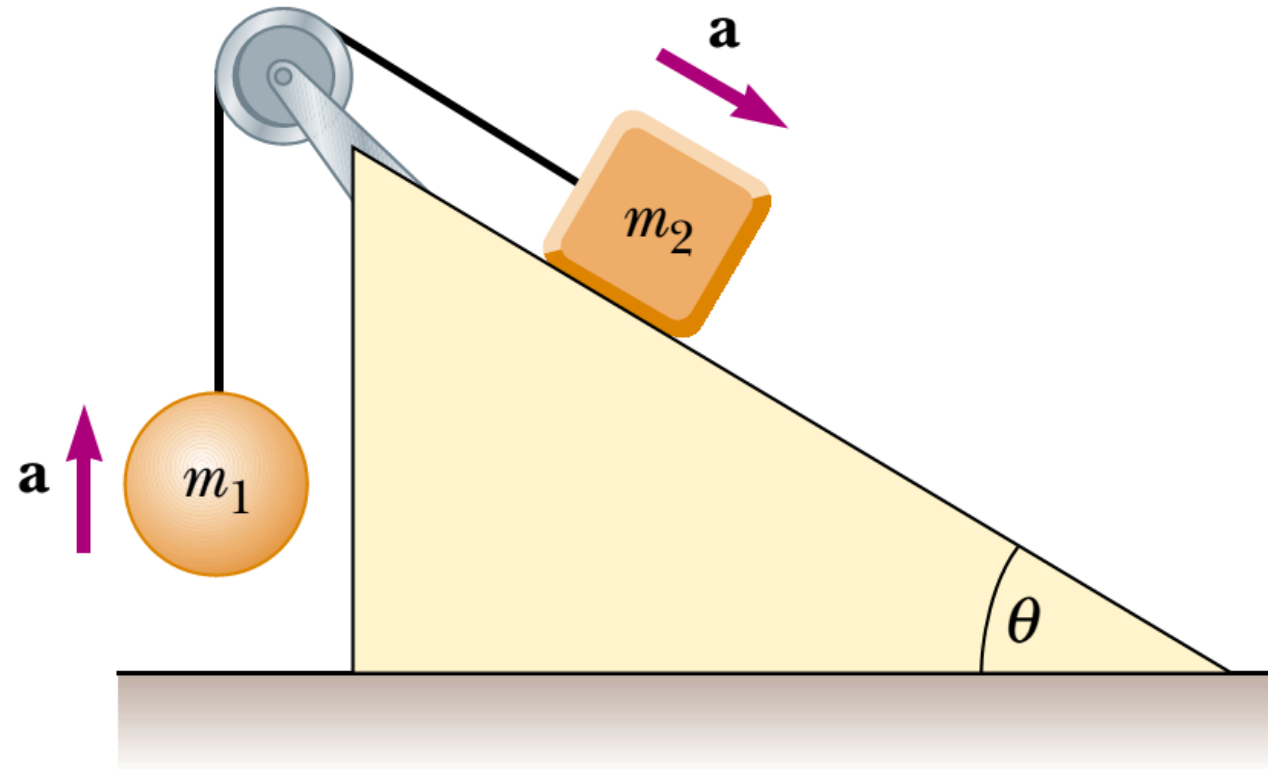
$$(3) \quad a_y = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$



$$T = \left(\frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

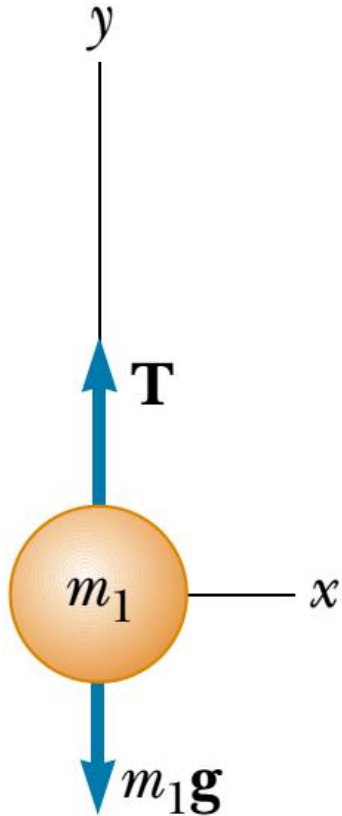
Aplicações

- Dois objetos conectados por uma corda



Aplicações

- Analisando a massa m_1



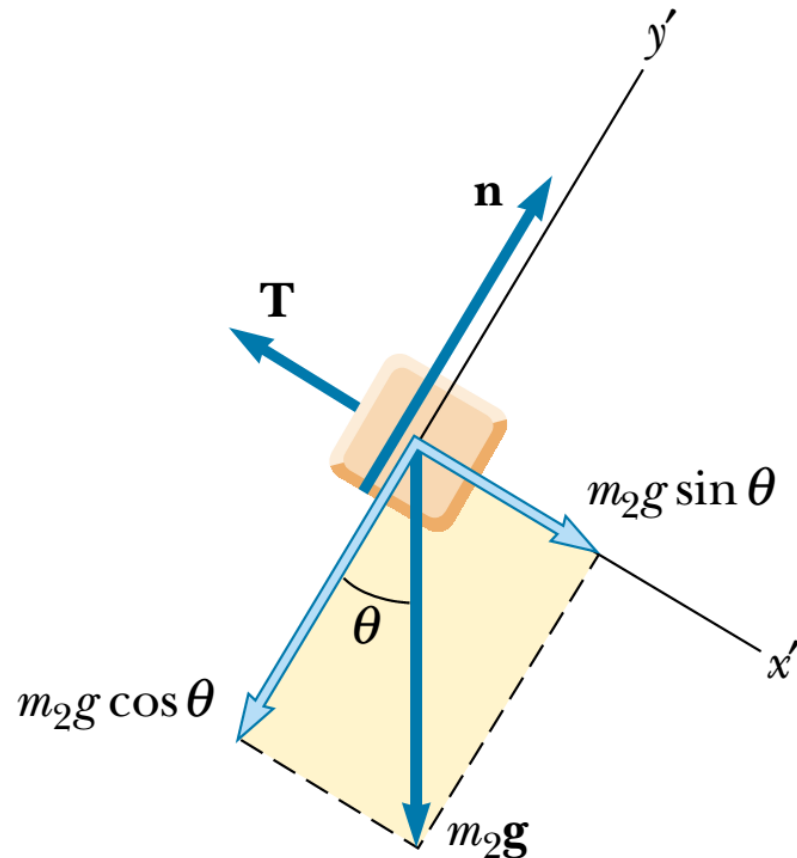
$$(1) \quad \sum F_x = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = T - m_1g = m_1a_y = m_1a$$

- Para que a bola suba é necessário que $T > m_1g$
- Como só temos aceleração em y podemos escrever $a_y = a$

Aplicações

- Analisando a massa m_2



$$(3) \quad \sum F_{x'} = m_2g \sin \theta - T = m_2a_{x'} = m_2a$$

$$(4) \quad \sum F_{y'} = n - m_2g \cos \theta = 0$$

$$a = \frac{m_2g \sin \theta - m_1g}{m_1 + m_2}$$

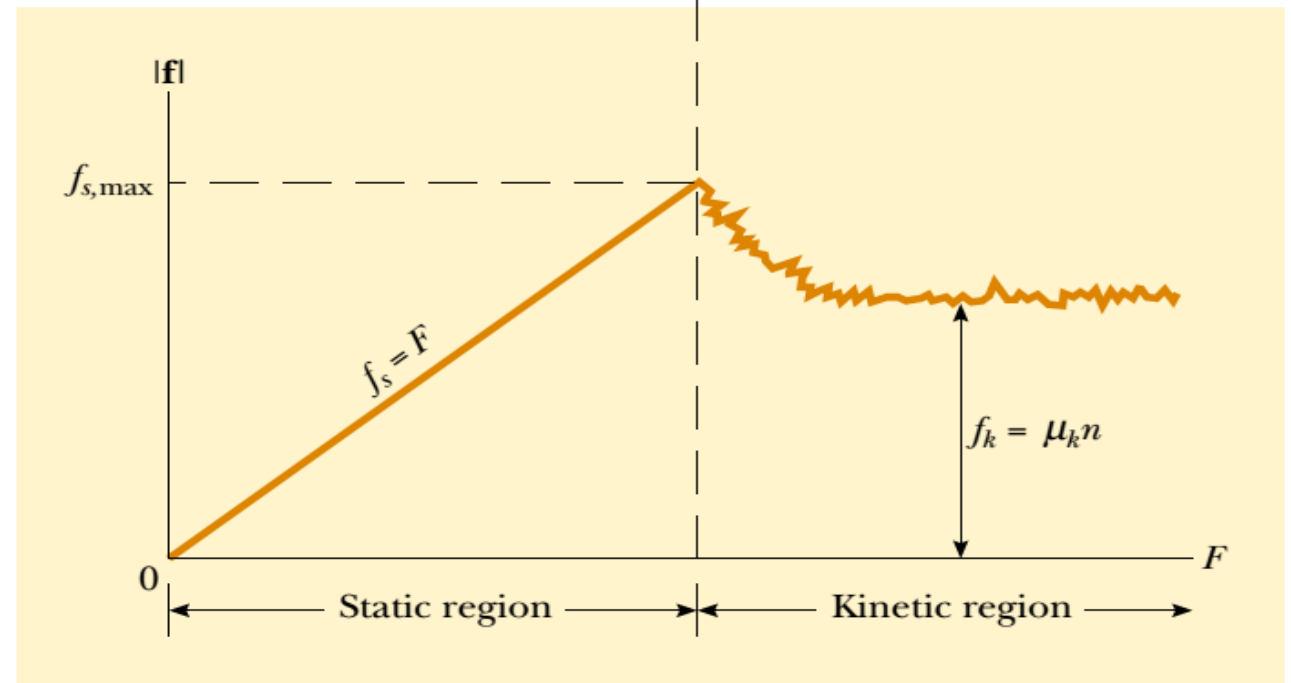
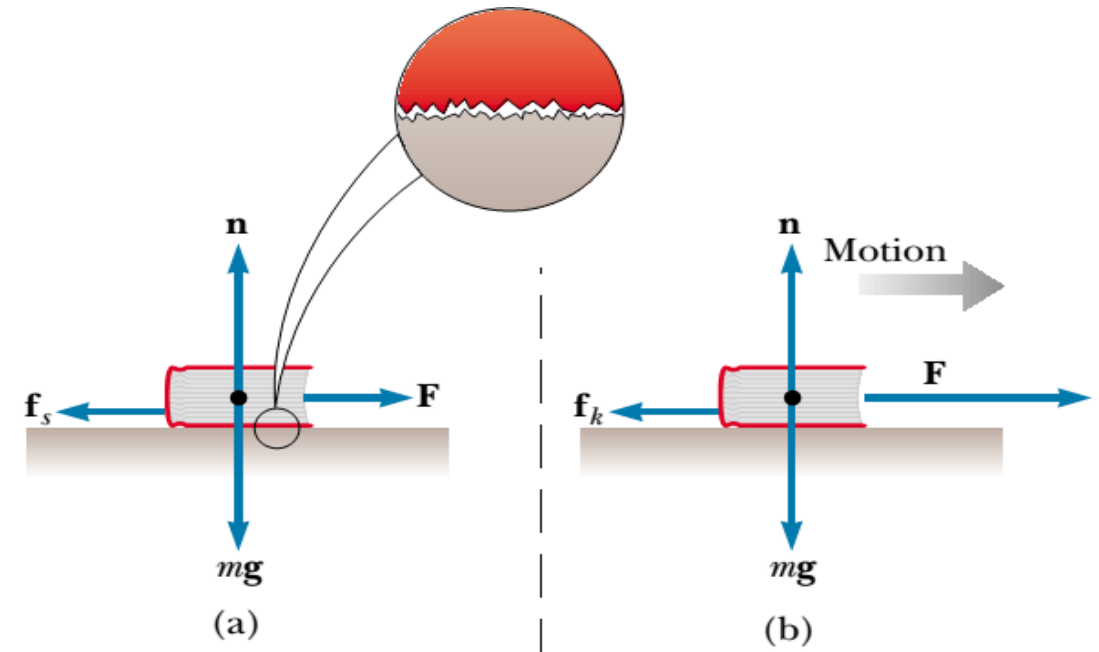
$$T = \frac{m_1m_2g(\sin \theta + 1)}{m_1 + m_2}$$

Forças de Atrito

- Quando um corpo se desloca sobre uma superfície ocorre uma resistência ao movimento
- Esta classe de força é denominada de forças de atrito (f)
- Força de atrito estático:
 - Atua enquanto o corpo não entra em movimento
- Força de atrito cinético:
 - Atua durante o movimento do corpo

Forças de Atrito

- Força de atrito Estático vs. Cinético



Forças de atrito

- Força de atrito Estático

$$f_s \leq \mu_s n$$

Intensidade da
força normal

Coeficiente de
atrito estático

Força de atrito
estático máxima

$$f_s = \dot{f}_{s,\max} = \mu_s n$$

Forças de atrito

- Força de atrito cinético

$$f_k = \mu_k n$$

Coeficiente de
atrito cinético

Intensidade da
força normal

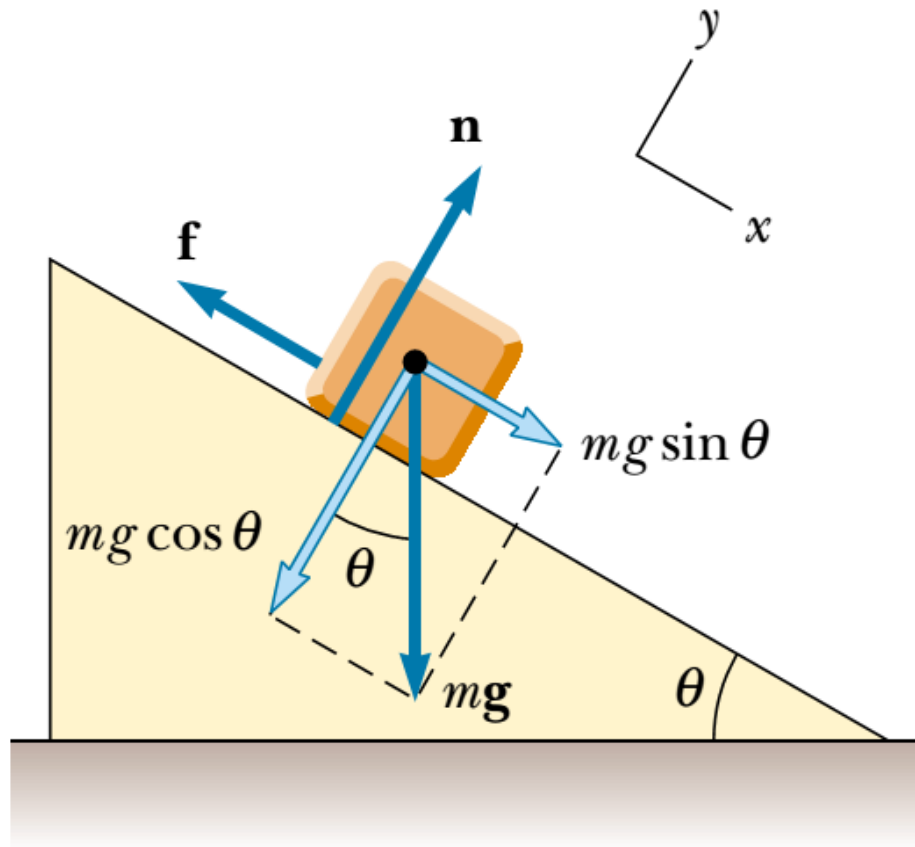
Forças de atrito

Materiais	μ_e	μ_c
madeira/madeira	0,4	0,2
gelo/gelo	0,1	0,03
metal/metal (c/ lubrif.)	0,15	0,07
aço/aço (s/ lubrif.)	0,7	0,6
borracha/cimento seco	1,0	0,8
articulações nos membros humanos	0,01	0,01

Tabela 1

Valores de atrito cinético e estático em diferentes tipos de materiais.

Exemplos



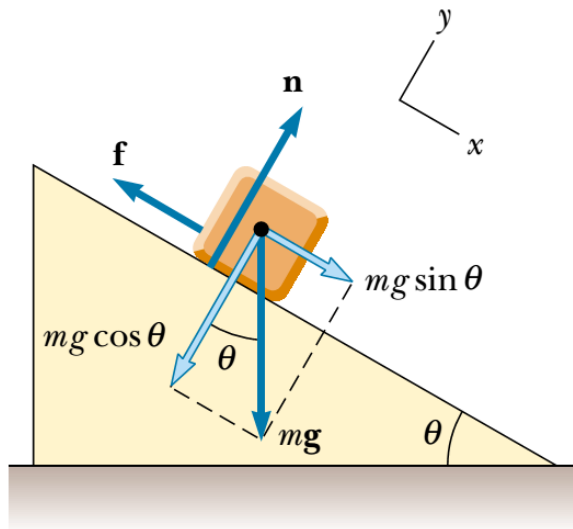
O plano é inclinado até que o bloco entre em movimento

Θ_c – ângulo crítico

$$(1) \quad \sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = n - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

Exemplos



$$(1) \quad \sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = n - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

$$mg = n / \cos \theta$$

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{n}{\cos \theta} \right) \sin \theta = n \tan \theta$$

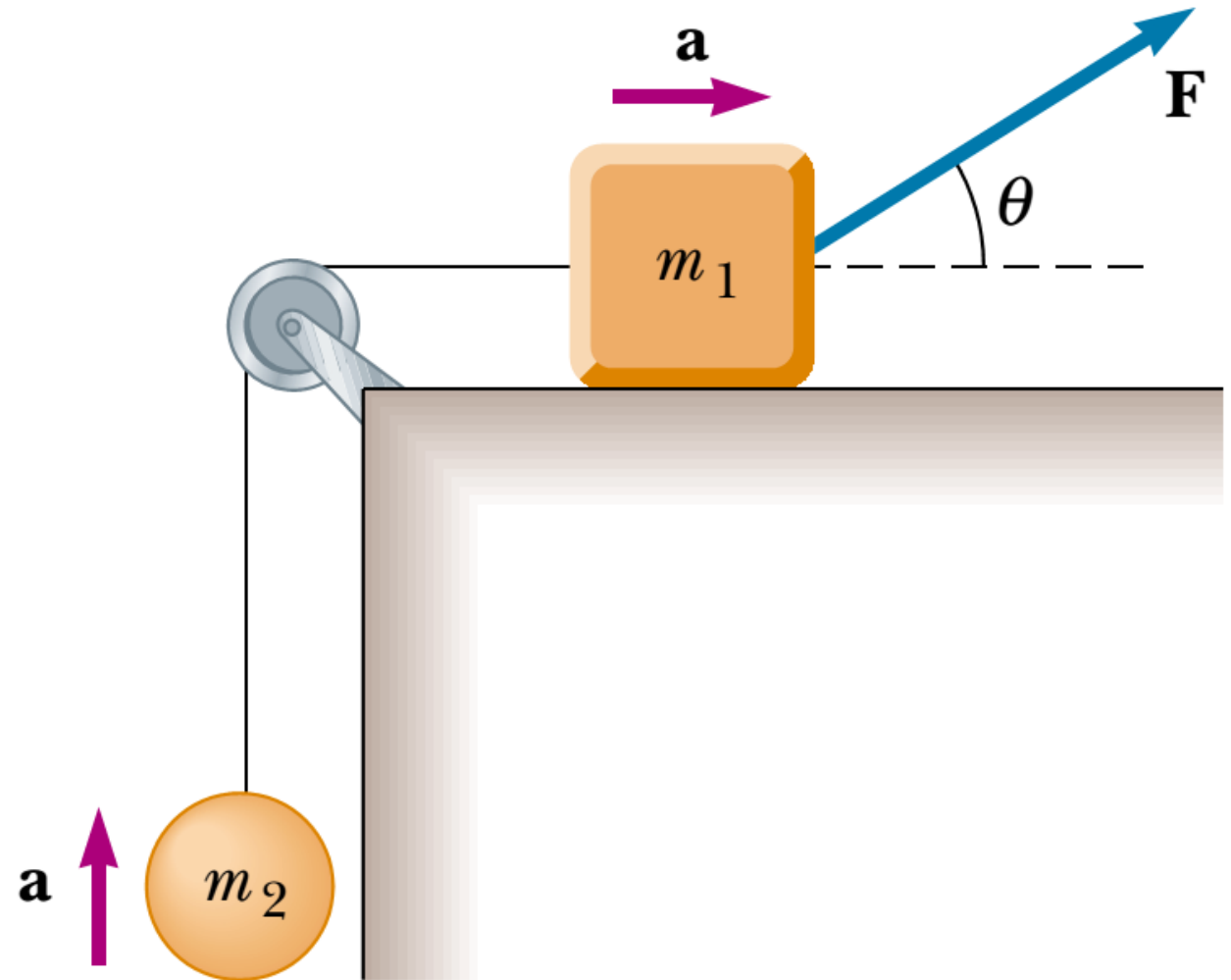
$$\mu_s n = n \tan \theta_c$$

$$\mu_s = \tan \theta_c$$

Na eminência do movimento (força de atrito estático máximo)

Exemplos

- O coeficiente de atrito do bloco com a superfície é μ_k
- Qual é a aceleração dos corpos?



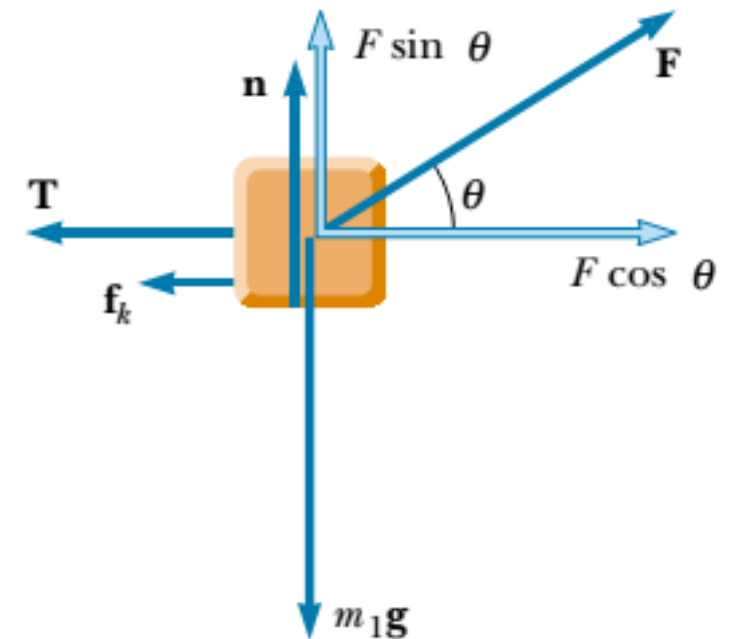
(a)

Exemplos

- Equações do Bloco

$$(1) \quad \sum F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a_x \\ = m_1 a$$

$$(2) \quad \sum F_y = n + F \sin \theta - m_1 g \\ = m_1 a_y = 0$$

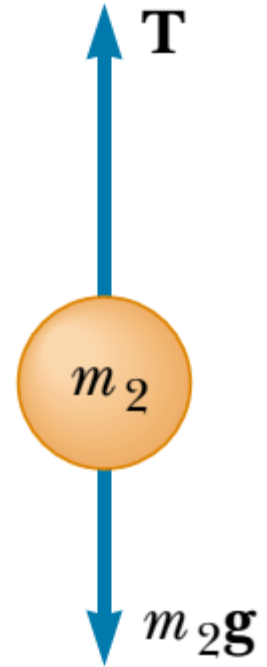


Exemplos

- Equações da bola

$$\sum F_x = m_2 a_x = 0$$

$$(3) \quad \sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a$$



Exemplos

- De (2) e aplicando a equação de atrito cinético
- Substituindo (4), (3) em (1)

$$(4) \quad f_k = \mu_k(m_1 g - F \sin \theta)$$

$$F \cos \theta - \mu_k(m_1 g - F \sin \theta) - m_2(a + g) = m_1 a$$

$$a = \frac{F(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - g(m_2 + \mu_k m_1)}{m_1 + m_2}$$