Física 1

MOVIMENTO EM DUAS E TRÊS DIMENSÕES

Posição e deslocamento

- Vetor Posição

$$\vec{r} = x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}$$

$$\vec{r} = (-3\,\mathrm{m})\hat{\mathrm{i}} + (2\,\mathrm{m})\hat{\mathrm{j}} + (5\,\mathrm{m})\hat{\mathrm{k}}$$

Posição e deslocamento

- Deslocamento

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\mathrm{i}} + y_2\hat{\mathrm{j}} + z_2\hat{\mathrm{k}}) - (x_1\hat{\mathrm{i}} + y_1\hat{\mathrm{j}} + z_1\hat{\mathrm{k}})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\mathrm{i}} + (y_2 - y_1)\hat{\mathrm{j}} + (z_2 - z_1)\hat{\mathrm{k}},$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{\mathrm{i}} + \Delta y\hat{\mathrm{j}} + \Delta z\hat{\mathrm{k}}.$$

Velocidade Média e Instantânea

- Velocidade Média = (deslocamento) / (intervalo de Tempo)

$$\vec{v}_{\text{avg}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

$$\vec{v}_{\text{avg}} = \frac{\Delta x\hat{\mathrm{i}} + \Delta y\hat{\mathrm{j}} + \Delta z\hat{\mathrm{k}}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,\hat{\mathrm{i}} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\,\hat{\mathrm{j}} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\,\hat{\mathrm{k}}$$

Velocidade Média e Instantânea

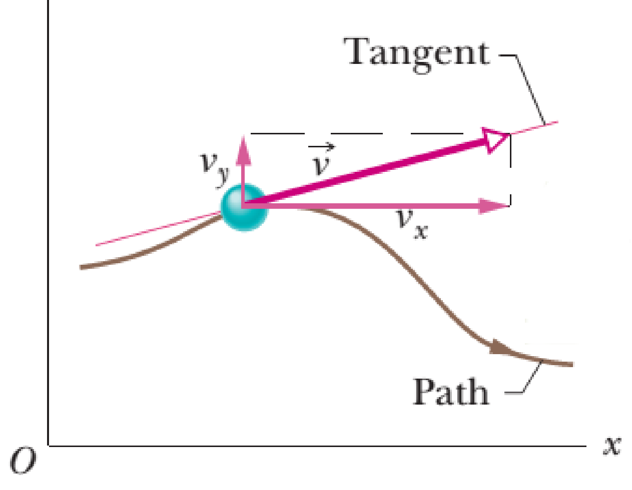
- Velocidade Instantânea

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}) = \frac{dx}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathrm{k}}$$

- A direção do vetor velocidade instantânea sempre é tangente ao caminho da partícula em uma determinada posição

$$\vec{v} = v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} + v_z\hat{\mathrm{k}},$$



Aceleração média e instantânea

- Aceleração média = (Variação da Velocidade) / (intervalo de tempo)

$$\vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

- Aceleração instantânea

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} + v_z\hat{\mathrm{k}}) = \frac{dv_x}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dv_y}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dv_z}{dt}\hat{\mathrm{k}}$$

$$\vec{a} = a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}} + a_z\hat{\mathrm{k}}$$

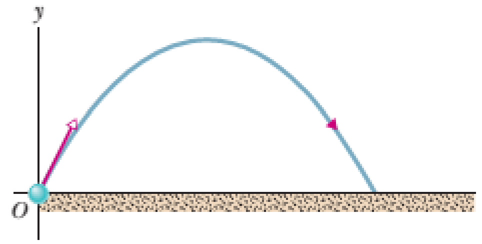
Movimento de Projéteis

- Caso especial de movimento em duas dimensões
  - Uma partícula se move no plano com uma velocidade inicial $\mathbf{v_0}$
  - Com aceleração constante na vertical (**g**)
  - A partícula é denominada de projetil
  - Seu movimento é denominado de movimento de projétil ou balístico

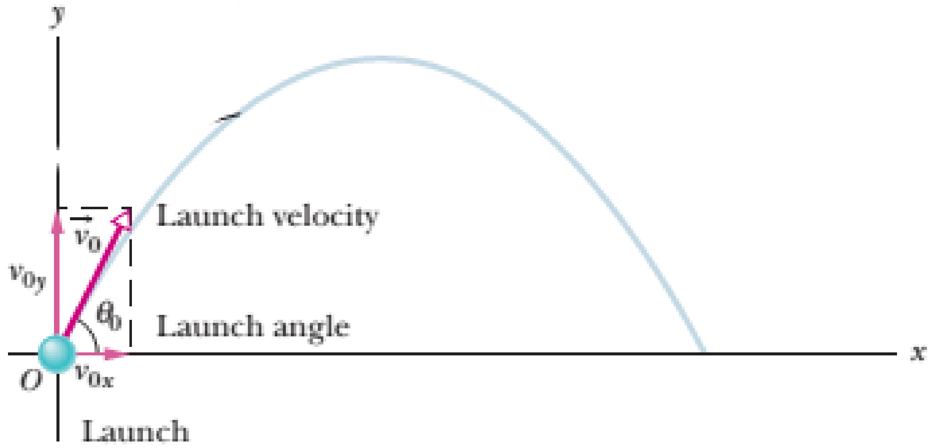
Movimento de Projéteis

- Velocidade inicial

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{\mathrm{i}} + v_{0y}\hat{\mathrm{j}} \quad \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 \\ v_{0y} = v_0 \sin \theta_0. \end{cases}$$

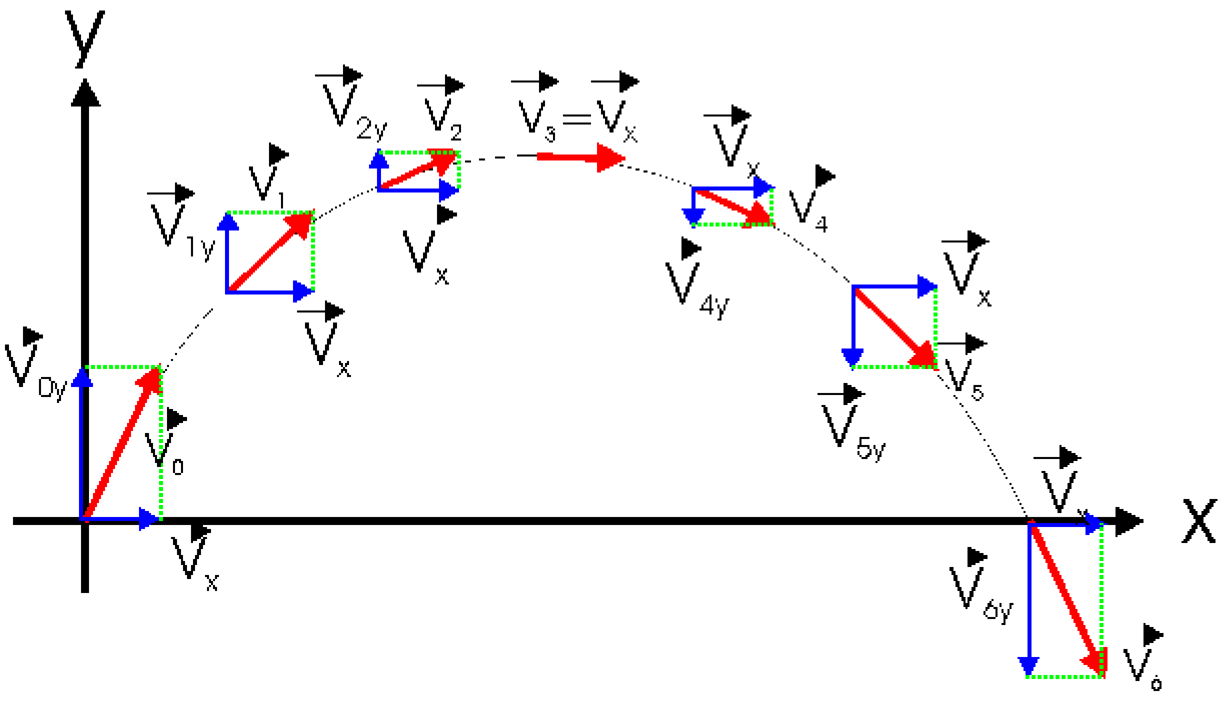


- Nesse tipo de movimento, o movimento horizontal e o movimento vertical são independentes entre si.
- Um movimento não afeto o outro



Movimento de Projéteis

- Independência de movimento



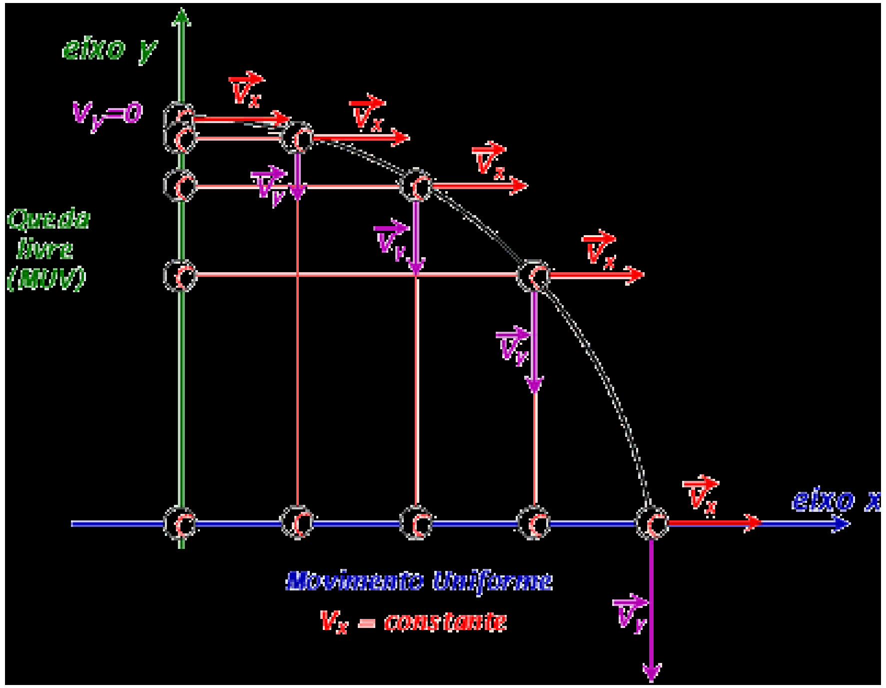
Movimento de Projéteis

- Independência de movimento
  - O movimento na vertical é um movimento uniformemente acelerado
  - Aceleração da gravidade com sentido negativo de y
  - Equações do movimento:

$$
\begin{aligned}
y - y_0 &= v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\
&= (v_0 \sin \theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2
\end{aligned}
$$

$$v_y^2 = (v_0 \sin \theta_0)^2 - 2g(y - y_0)$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt$$



Movimento de Projéteis

- Independência de movimento
  - O movimento na horizontal é um movimento não acelerado
  - Equações do movimento:

$$\left.\begin{aligned} x - x_0 &= v_{0x}t. \\ v_{0x} &= v_0 \cos \theta_0 \end{aligned}\right\} \quad x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t$$

Movimento de Projéteis

- Equação do caminho
  - $y = (v_0 \sin\theta_0)t - \frac{gt^2}{2}$ (Movimento em y)
  - $x = (v_0 \sin\theta_0)t$ (Movimento em x)

  - Substituindo (t) nas equações:

$$y = (\tan\theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos\theta_0)^{\,2}}$$

Movimento de Projéteis

- Alcance horizontal (R)
  - Distancia horizontal percorrida pelo projétil até retornar a sua altura inicial (altura em que foi lançado)
  - Fazendo: $x - x0 = R \; e \; y - y0 = 0,$

$$R = (v_0 \cos \theta_0)t$$

$$0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2.$$

Eliminando t

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0.$$

Usando a igualdade trigonométrica:
$2\sin \emptyset cos\emptyset$=sin(2∅)

Para qual ângulo teríamos um alcance máximo?

Movimento de Projéteis

- Efeitos do ar
  - Nas equações de movimento não foi levado em conta o efeito da resistência do ar
  - Na tabela abaixo temos os valores de uma bola lançada de uma velocidade inicial de 44,7 m/s com um ângulo de 60º

Two Fly Balls[a]

	Path I (Air)	Path II (Vacuum)
Range	98.5 m	177 m
Maximum height	53.0 m	76.8 m
Time of flight	6.6 s	7.9 s

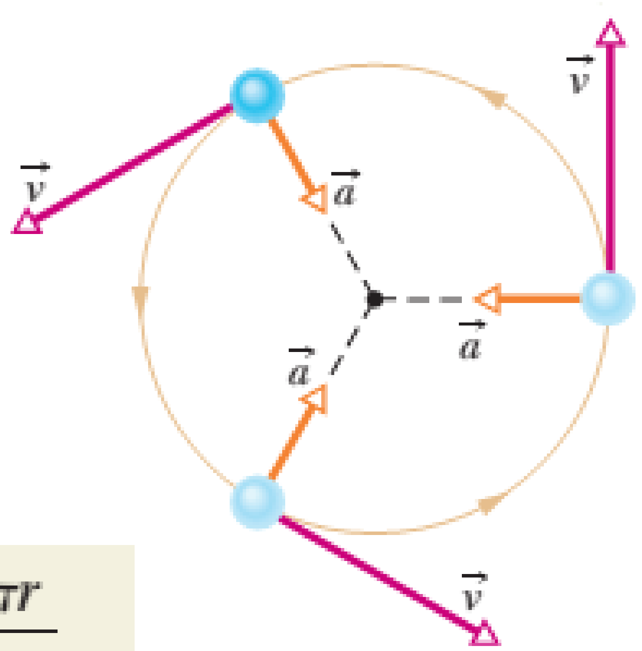
[a]See Fig. 4-13. The launch angle is 60° and the launch speed is 44.7 m/s.

Movimento circular uniforme

- Uma partícula nesse tipo de movimento se desloca em um circulo ou em um arco de circulo com velocidade constante
- Ainda existe aceleração, mesmo sem a variação do valor da velocidade?
  - Mesmo sem a mudança do valor da velocidade a sua direção muda, ou seja, existe aceleração!

Movimento circular uniforme

- Relação da aceleração e velocidade

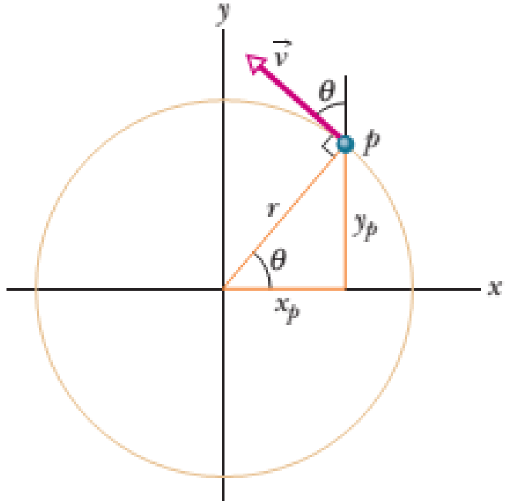


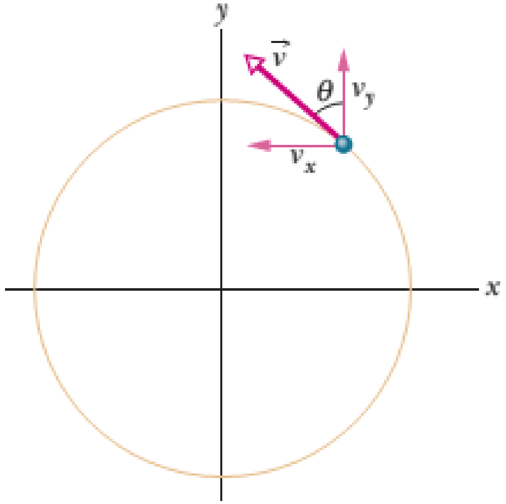
- A velocidade sempre é tangente a trajetória
- A aceleração sempre está direcionada radialmente para o centro da trajetória
- Assim a aceleração desse movimento é denominada de aceleração centrípeta (aquela que procura o centro)
- O período de revolução é dado por: $T = \frac{2\pi r}{v}$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Movimento circular uniforme





$$\vec{v} = v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} = (-v\sin\theta)\hat{\mathrm{i}} + (v\cos\theta)\hat{\mathrm{j}}.$$

$$\vec{v} = \left(-\frac{v y_p}{r}\right)\hat{\mathrm{i}} + \left(\frac{v x_p}{r}\right)\hat{\mathrm{j}}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(-\frac{v}{r}\frac{dy_p}{dt}\right)\hat{\mathrm{i}} + \left(\frac{v}{r}\frac{dx_p}{dt}\right)\hat{\mathrm{j}}.$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x = -v\sin\theta$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y = v\cos\theta$$

$$\vec{a} = \left(\frac{-v^2}{r}\cos\theta\right)\vec{\imath} + \left(\frac{-v^2}{r}\sin\theta\right)\vec{\jmath}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \left(\frac{v^2}{r}\right)\sqrt{cos\theta^2 + sin\theta^2} = \left(\frac{v^2}{r}\right)$$