

Armando José Gomes Abrantes Ferreira

**Estudo de métodos de estimação de posição e  
velocidade de máquina síncrona a ímã  
permanente a partir de sensores de efeito *Hall*  
digitais**

Campina Grande-PB

Outubro de 2016

Armando José Gomes Abrantes Ferreira

**Estudo de métodos de estimação de posição e velocidade  
de máquina síncrona a ímã permanente a partir de  
sensores de efeito *Hall* digitais**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido  
à Coordenação de Graduação em Engenharia  
Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande  
- como parte dos requisitos necessários para  
a obtenção do título de Bacharel em Enge-  
nharia Elétrica.

Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica - UAEE

Orientador: Alexandre Cunha Oliveira, D. Sc.

Campina Grande-PB

Outubro de 2016

Armando José Gomes Abrantes Ferreira

**Estudo de métodos de estimação de posição e velocidade  
de máquina síncrona a ímã permanente a partir de  
sensores de efeito *Hall* digitais**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido  
à Coordenação de Graduação em Engenharia  
Elétrica da Universidade Federal de Cam-  
pina Grande - Campus de Campina Grande  
- como parte dos requisitos necessários para  
a obtenção do título de Bacharel em Enge-  
nharia Elétrica.

Trabalho aprovado. Campina Grande-PB, 26 de Outubro de 2016.

---

**Alexandre Cunha Oliveira, D. Sc.**  
Orientador

---

**Antônio Marcus Nogueira Lima, D.  
Sc.**  
Convidado

Campina Grande-PB  
Outubro de 2016

*À minha mãe,  
por ter me permitido sonhar.*

# Agradecimentos

Agradeço à minha mãe, Antonia (Zi), por todo o esforço, toda a dedicação de uma vida para criar e educar a mim e meus irmãos, e sido a grande referência de ser humano em minha vida. Sem ela, nada disso teria acontecido. Obrigado por ser essa guerreira, mãe.

Ao meu pai, Zé (*in memoriam*), por, de alguma forma, estar presente em todos os momentos de minha vida, guiando o meu acaso.

À Priscilla, meu amor, que me acompanhou na jornada da graduação, tornando meus dias mais leves e felizes. Obrigado por me fazer um ser humano melhor, e pela paciência nesses dias (anos) de ausência para realizar esse trabalho.

Ao meu tio/irmão Júnior, por acreditar em mim e estar sempre disposto a ajudar. À minha tia Francisca (Tica) por seu coração gigantesco e toda a ajuda que me deu. Aos meus tios Sinval e Francisco (Chiquinho) por desde desde o começo me apoiarem.

Aos meus irmãos Alexsandro e Adolfo, por terem sido minhas primeiras referências e sempre desejarem o melhor para mim.

Aos professores: Alexandre C. Oliveira, Cursino B. Jacobina, Antônio Marcus N. Lima, Jaidilson J. da Silva, Saulo O. D. Luiz, Péricles R. Barros e João Batista M. dos Santos pelas oportunidades e conhecimentos dados, e ajuda direta ou indireta para a realização desse trabalho.

Aos funcionários do DEE: Tchaikovsky (Tchai), Juarez, Adail, Socorro e Zé da xerox, por toda a ajuda e carinho ao longo desses últimos anos. Vocês são 1000!

Ao laboratório LEIAM-DEE/UFCG, por ter sido a minha segunda casa durante esses últimos anos, ambiente de muita curiosidade e descobertas.

Aos governos Lula e Dilma, que proporcionaram uma universidade pública de acesso universal que, definitivamente, me fizeram estar aqui hoje.

Aos amigos de curso (azilados): Alex Carlos, José Lucas (Zé Bob), Caio Lucena, Hélio Trigueiro por terem partilhado angústicas e sonhos (e noites de estudo) comigo ao longo dessa caminhada. Valeu!

A Alberto Júnior (Autópsia), por ter, em um momento fundamental de minha vida, me apresentado ao mundo moderno. A Diego Dique (*in memoriam*), por toda a amizade, paciência, companheirismo e lealdade, muitas vezes não compreendidas por mim.

A Laurita, minha primeira professora, pelos primeiros passos na jornada dos estudos. A Fátima Figueiredo (Fatinha) e demais Professores da EEEM Mestre Júlio Sar-

mento, por todo o conhecimento e aspiração pelo saber proporcionados.

À assistente social Consuelo e o Pró-reitor Edmilson Lúcio, por todo o apoio, muitas vezes indo além de suas funções.

À cidade de Campina Grande, por ter me acolhido e sido ambiente de grande efervescência de idéias e pessoas na minha vida, e me dado o meu maior presente: Fernanda.

A Jards Macalé e Sivuca, representando aqui todos aqueles que têm feito a trilha sonora de minha vida, tornando meu trabalho muito mais prazeroso e natural.

À Dona Mariazinha e ao Seu Pitita: representando todos que me ajudaram e me acolheram nesse mundão.

*"Living is easy with eyes closed  
Misunderstanding all you see  
It's getting hard to be someone  
But it all works out  
It doesn't matter much to me."  
(John W. O. Lennon, Strawberry Fields Forever)*

# Resumo

Nos dias atuais, a demanda por sistemas com maior eficiência energética e que causam menos danos ao meio ambiente tem sido cada vez maior e mais necessária. Dessa forma, as máquinas síncronas a ímã permanente mostram-se como boa alternativa em aplicações de conversão de energia, devido à sua alta densidade de potência, facilidade de manutenção, alta eficiência e bom comportamento dinâmico. Essas máquinas podem ser do tipo Máquina de corrente contínua sem escovas - BLDC (*Brushless DC Motor*) e Máquina síncrona a ímã permanente senoidal - PMSM (*Permanent Magnet Synchronous Machine*). As PMSM apresentam uma série de vantagens comparativamente às BLDC tais como: torque mais suave, comportamento dinâmico melhorado, menor conteúdo harmônico e maior eficiência. Porém, seu acionamento demanda o uso de sensores de posição de alta resolução, que são caros, possuem grande massa, além de demandarem maior complexidade no acoplamento mecânico. Uma alternativa ao uso desses sensores é o uso do *encoder* de posição e velocidade obtido por meio do uso de três sensores de efeito *Hall* instalados na parte interna do estator com defasagem espacial de 120° elétricos, fornecendo medidas de posição elétrica com precisão a cada 60° graus elétricos, em conjunto com estimadores de posição e velocidade. Foram implementados e avaliados nesse trabalho quatro métodos de estimação de posição e velocidade angulares a partir de sinais gerados por sensores de efeito *Hall* digitais por meio de simulações no ambiente MATLAB tendo como cenário de uso acionamentos elétricos realizados por microcontroladores de ponto fixo. Os métodos foram submetidos a diferentes cenários de aplicação, com análise de sensibilidade de parâmetros.

**Palavras-chave:** conversão de energia, acionamento de máquinas, sensor de posição e velocidade, estimador de posição, métodos numéricos, MATLAB.

# Abstract

Nowadays, the demand for systems with better energy efficiency and that cause less damage to the environment has been increasing and becoming more necessary. The permanent magnet synchronous machines have been shown to be a good alternative in energy conversion applications due to its high power density, ease of maintenance, high efficiency and good dynamic behavior. These machines can be either Brushless DC Motor (BLDC) or Permanent Magnet Synchronous Machine (PMSM). The PMSM machines have some advantages compared to BLDC such as smoother torque, improved dynamic performance, lower harmonic content and greater efficiency. However its drive demands the use of high-resolution position sensors, which are expensive, have bigger weight, and demand greater complexity in the mechanical coupling. An alternative to these sensors is the position encoder obtained by grouping three Hall effect sensors installed at 120 degrees electrical timing, providing accurate measures of angular position every 60 electrical degrees, together with position and velocity estimation strategies. Four position and speed estimation methods using signals generated by digital Hall effect sensors have been implemented and evaluated in this work by simulations in the MATLAB environment in a perspective of use in electric drives performed by fixed-point microcontrollers . The methods were subjected to different application scenarios with sensitivity analysis of parameters.

**Keywords:** Energy conversion, electrical drives, position and speed sensor, position and speed estimator, numerical methods, MATLAB.

# Listas de ilustrações

Figura 1 – Representação das correntes de fase de uma máquina síncrona de ímãs permanente de força contraeletromotriz senoidal . . . . .	4
Figura 2 – Representação das correntes de fase de uma máquina síncrona de ímãs permanente de força contraeletromotriz trapezoidal . . . . .	5
Figura 3 – Representação de tipos de rotores de máquinas síncronas de ímã permanente: (a) Ímãs sobre a superfície, (b) Ímãs parcialmente fixados, (c) Ímãs embutidos com fluxo radial, (d) Ímãs embutidos com fluxo na direção da circunferência . . . . .	6
Figura 4 – Modelo de uma máquina PMSM trifásica . . . . .	7
Figura 5 – Representação do efeito <i>Hall</i> na presença de campos magnéticos em dois sentidos . . . . .	10
Figura 6 – Esquema básico do sensor de efeito <i>Hall</i> Digital . . . . .	11
Figura 7 – Representação do circuito do sensor de efeito <i>Hall</i> Digital . . . . .	11
Figura 8 – Representação do <i>Encoder</i> de posição a partir de sensores de efeito <i>Hall</i> . . . . .	12
Figura 9 – Representação dos estados do <i>Encoder</i> de posição em um período elétrico . . . . .	13
Figura 10 – Representação do <i>encoder</i> com desvios angulares na instalação dos sensores de efeito <i>Hall</i> . . . . .	15
Figura 11 – Representação dos setores definidos pelos vetores dos estados dos sensores de efeito <i>Hall</i> em um ciclo elétrico . . . . .	17
Figura 12 – Diagrama de blocos do observador híbrido proposto por Corzine <i>et al</i> . . . . .	19
Figura 13 – Diagrama de blocos do estimador de posição e velocidade de estrutura PLL de rastreio vetorial . . . . .	23
Figura 14 – Diagrama de blocos do estimador de posição e velocidade estimado . . . . .	25
Figura 15 – Diagrama de blocos do observador de posição de Luenberger . . . . .	27
Figura 16 – Representação do número de ciclos PWM entre dois eventos <i>Hall</i> . . . . .	32
Figura 17 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: sensores alinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	35
Figura 18 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: sensores alinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	36
Figura 19 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: sensores desalinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	37
Figura 20 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: sensores desalinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	38
Figura 21 – Método Mínimos Quadrados Ordinários - Interpolação e composição da posição rotórica . . . . .	39

Figura 22 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: sensores alinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	40
Figura 23 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: sensores alinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	41
Figura 24 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: sensores desalinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	42
Figura 25 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: sensores desalinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	43
Figura 26 – Diagrama de blocos do estimador de posição e velocidade estimado . .	44
Figura 27 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores alinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	46
Figura 28 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores alinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	47
Figura 29 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores desalinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	48
Figura 30 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores desalinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	49
Figura 31 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores alinhados - Espectro de frequência do sinal de velocidade de entrada do algorítimo RLS . . . . .	50
Figura 32 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz: sensores alinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	52
Figura 33 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz: sensores alinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	53
Figura 34 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz: sensores desalinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	54

Figura 35 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: velocidade constante e aumento da resistência por fase em 50%. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . .	55
Figura 36 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: aumento da resistência por fase em 50%. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	56
Figura 37 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: diminuição da indutância por fase em 50%. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	57
Figura 38 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: diminuição da indutância por fase em 50%. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	58
Figura 39 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: diminuição do fluxo total dos ímãs permanentes em 50%. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição . . . . .	59
Figura 40 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: diminuição do fluxo total dos ímãs permanentes em 50%. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade . . . . .	60

# Listas de tabelas

Tabela 1 – Valores das constantes do método Taylor de ordem zero e seus respec-	33
tivos valores aproximados em ponto fixo. . . . .	
Tabela 2 – Análise do erro absoluto e erro relativo para a validação da represen-	33
tação das constantes do método Taylor de ordem zero. . . . .	
Tabela 3 – Resultados - Método Taylor de ordem zero - Erro absoluto máximo de	34
representação em ponto fixo das variáveis de saída do estimador . . . . .	
Tabela 4 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: Complexidade computacional	35
Tabela 5 – Método Mínimos Quadrados Ordinários - Coordenadas dos pontos dos	
sinais <i>Hall</i> . . . . .	38
Tabela 6 – Resultados - Método de mínimos quadrados ordinários - Erro abso-	39
luto máximo de representação em ponto fixo das variáveis de saída do	
estimador . . . . .	
Tabela 7 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: Complexidade	41
computacional . . . . .	
Tabela 8 – Resultados - Método de mínimos quadrados ordinários: Erro absoluto	45
máximo de representação em ponto fixo das variáveis de saída do esti-	
mador . . . . .	
Tabela 9 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: Complexidade	47
computacional . . . . .	
Tabela 10 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz:	51
Erro absoluto máximo de representação em ponto fixo das variáveis de	
saída do estimador . . . . .	
Tabela 11 – Resultados - Método baseado na estimativa da força contraeletromotriz:	54
Complexidade computacional . . . . .	

# Listas de abreviaturas e siglas

BLDC	Máquina de Corrente Contínua sem Escovas ( <i>Brushless DC Motor</i> )
DSP	Processador Digital de Sinais ( <i>Digital Signal Processor</i> )
MSIP	Máquina Síncrona a Ímãs Permanentes
fcem	Força Contraeletromotriz
PLL	Malha de Captura de Fase ( <i>Phase-Locked Loop</i> )
PMSM	Máquina Síncrona a Ímãs Permanentes Senoidal ( <i>Permanent Magnet Synchronous Machine</i> )
RLS	Mínimos Quadrados Recursivos ( <i>Recursive Least Squares</i> )

# Lista de símbolos

$l_d$	indutância de eixo direto $d$ .
$l_q$	indutância de eixo em quadratura $q$ .
$v_{s123}^s$	vetor das tensões de fase.
$i_{s123}^s$	vetor das correntes de fase.
$R_s$	matriz da resistência do estator.
$\bar{L}_{ss}$	matriz de indutância própria do estator.
$\phi_{r123}^s$	distribuição do fluxo produzido pelos ímãs permanentes do rotor.
$\phi_{pm}$	valor de pico do fluxo produzido pelos ímãs permanentes do rotor.
$\theta_r$	posição rotórica atual em rad.
$\omega_r$	velocidade elétrica do rotor em rad/s.
$P$	número de pólos da máquina.
$C_e$	conjugado eletromagnético da máquina.
$v_{sd}^r$	tensão estatórica de eixo $d$ no referencial rotórico.
$v_{sq}^r$	tensão estatórica de eixo $q$ no referencial rotórico.
$i_{sd}^r$	corrente estatórica de eixo $d$ no referencial rotórico.
$i_{sq}^r$	corrente estatórica de eixo $q$ no referencial rotórico.
$\lambda_{pm}$	fluxo produzido pelos ímãs permanentes no referencial $dq$ .
$\lambda_{af}$	eixo magnético do rotor.
$\hat{\omega}_r$	velocidade angular.
$\Delta T_{k-1}$	tempo decorrido para o rotor cruzar o setor anterior k-1.
$\hat{\theta}_r$	posição rotórica estimada.
$\theta_{r_k}$	posição rotórica do início de um setor.
$t_k$	instante de tempo quando rotor entra em um setor.

$\hat{\alpha}_{r1}$	velocidade angular estimada.
$\bar{E}^*$	estimativa da fcem estabelecida pelos ímãs do rotor.
$\hat{E}$	fcem de referência calculada a partir dos circuitos estatóricos.
$u_{\alpha\beta}^*$	tensões estatóricas de referência.
$i_{\alpha\beta}$	correntes estatóricas medidas.
$p$	operador de derivação $\frac{d}{dt}$ .
$\hat{\omega}_r$	velocidade rotórica estimada.
$\omega_{corr}$	correção de velocidade para o erro intríssoco.
$\Delta\theta$	erro de estimação da posição angular no momento da última mudança de estado dos sensores.
$\Delta\theta$	erro de estimação da posição angular no momento da última mudança de estado dos sensores.
$\lambda$	fator de esquecimento - método Mínimos Quadrados Recursivos.
$k(n)$	vetor de ganhos - método Mínimos Quadrados Recursivos.
$P(n)$	matriz de covariância - método Mínimos Quadrados Recursivos.
$Y(n)$	valor medido - método Mínimos Quadrados Recursivos.
$x(n)$	quantidade desconhecida - método Mínimos Quadrados Recursivos.
$\hat{x}(n)$	valor estimado - método Mínimos Quadrados Recursivos.
$h(n)$	parâmetros do sistema - método Mínimos Quadrados Recursivos.
$e(n)$	erro entre os valores medido e estimado - método Mínimos Quadrados Recursivos.
$\omega_{e\_est}$	velocidade estimada - método Mínimos Quadrados Recursivos.
$\theta_{e\_in}$	posição estimada - método Mínimos Quadrados Recursivos.

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>MÁQUINA SÍNCRONA A ÍMÃ PERMANENTE E SENsoRES DE EFEITO <i>HALL</i> DIGITAIS . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>2.1</b>	<b>Máquina Síncrona a Ímã Permanente . . . . .</b>	<b>3</b>
2.1.1	Classificação . . . . .	3
2.1.2	Modelo Matemático . . . . .	6
<b>2.2</b>	<b><i>Encoder</i> de posição a partir de sensores de efeito <i>Hall</i> digitais . . . . .</b>	<b>9</b>
2.2.1	Introdução . . . . .	9
2.2.2	O Efeito <i>Hall</i> . . . . .	10
2.2.3	O sensor de efeito <i>Hall</i> Digital . . . . .	10
2.2.4	O <i>Encoder</i> de Posição . . . . .	12
2.2.5	Modelo Implementado em MATLAB . . . . .	13
2.2.6	Conclusão . . . . .	16
<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO A PARTIR DE SENsoRES DE EFEITO <i>HALL</i> . . . . .</b>	<b>17</b>
<b>3.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>17</b>
<b>3.2</b>	<b>Estimador Híbrido . . . . .</b>	<b>18</b>
<b>3.3</b>	<b>Algoritmos de Taylor de ordem zero e um . . . . .</b>	<b>20</b>
<b>3.4</b>	<b>Compensação de assimetrias nos setores . . . . .</b>	<b>21</b>
3.4.1	<i>Phase-Locked Loop</i> (PLL) . . . . .	22
3.4.2	Mínimos Quadrados Ordinários . . . . .	24
3.4.3	Mínimos Quadrados Recursivos . . . . .	24
3.4.4	Filtro de Kalman . . . . .	25
<b>3.5</b>	<b>Soluções intermediárias entre métodos assistidos por sensores e sem sensores . . . . .</b>	<b>26</b>
3.5.1	Método baseado na estimativa da força contraeletromotriz (fcem) . . . . .	26
3.5.2	Métodos baseados no observador de posição de Luenberger . . . . .	27
<b>3.6</b>	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>28</b>
<b>4</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO DOS MÉTODOS . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>4.1</b>	<b>Metodologia Utilizada . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>4.2</b>	<b>Taylor de ordem zero . . . . .</b>	<b>31</b>
4.2.1	Resultados . . . . .	33

<b>4.3</b>	<b>Mínimos Quadrados Ordinários . . . . .</b>	<b>35</b>
4.3.1	Resultados . . . . .	38
<b>4.4</b>	<b>Mínimos Quadrados Recursivos . . . . .</b>	<b>41</b>
4.4.1	Resultados . . . . .	45
<b>4.5</b>	<b>Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz (fcem) . . . . .</b>	<b>48</b>
4.5.1	Resultados . . . . .	50
<b>5</b>	<b>DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>61</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>63</b>
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>64</b>

# 1 Introdução

Nos dias atuais, a demanda por sistemas com maior eficiência energética e que causam menos danos ao meio ambiente tem sido cada vez maior e mais necessária. Dessa forma, as máquinas síncronas a ímã permanente mostram-se como boa alternativa em aplicações como desde a geração de energia a partir de fontes eólicas à propulsão de veículos elétricos e híbridos, devido à sua alta densidade de potência, facilidade de manutenção, alta eficiência e bom comportamento dinâmico (Melfi et al., 2008), (Cao et al., 2012), (Semken et al., 2012), (Mueller, 2013).

Quanto aos aspectos construtivos, há dois tipos básicos de máquinas a ímã permanente (Fernandes, 2006), (Park et al., 2011):

- Máquina de corrente contínua sem escovas - BLDC (*Brushless DC Motor*): devido à forma de enrolamento das bobinas estatóricas, possui força contraeletromotriz (f<sub>cem</sub>) trapezoidal.
- Máquina síncrona a ímã permanente senoidal - PMSM (*Permanent Magnet Synchronous Machine*), como o nome sugere, possui força f<sub>cem</sub> senoidal.

As máquinas PMSM possuem uma série de vantagens tais como: torque suave, comportamento dinâmico melhorado, menor conteúdo harmônico e maior eficiência. As principais desvantagens desses motores são o custo e problemas de confiabilidade associados aos sensores de posição absoluta (Duan and Ionel, 2013), (Morimoto et al., 2014).

A estratégia de controle para motores PMSM utiliza a teoria de controle vetorial, modo de corrente senoidal. Esse modo de controle requer o uso de sensores de posição absoluta de alta resolução, tais como encoders e resolvers. Esses sensores são mais caros, possuem maior massa, além de demandarem maior complexidade no acoplamento mecânico (Korkmaz et al., 2013).

Por outro lado, o arranjo de três sensores de efeito *Hall* digitais, defasados em 120° elétricos, comumente utilizado na aquisição de posição rotórica de máquinas BLDC, mostra-se como alternativa para a aquisição da posição e velocidade rotóricas, uma vez que esse arranjo possui custo de unidades de dólar, massa de poucas gramas e acoplamento por simples colagem dos sensores no estator da máquina (Scelba et al., 2016). Porém, devido à resolução do arranjo ser de apenas 60° elétricos, é necessário lançar mão de estimadores de posição para se determinar a posição absoluta e velocidade rotóricas. Diversos métodos de estimação são descritos na literatura: (Corzine and Sudhoff, 1996), (Morimoto et al., 1996), (Bu et al., 1998), (Morimoto et al., 2003), (Capponi et al., 2004), (Capponi et al., 2006)

,(Lidozzi et al., 2007), (Harke et al., 2008), (Yoo et al., 2009), (Vansompel et al., 2010), (Kim et al., 2011), (Zhang and Zhang, 2014), (Lee, 2016), (Ahn and Lee, 2016) baseados em diferentes abordagens para a utilização das informações fornecidas pelo arranjo de sensores.

A funcionalidade de um estimador de posição e velocidade de uma máquina precisa ser testada e verificada antes da sua instalação. Simulações na plataforma MATLAB são opções seguras e versáteis para se realizar a avaliação desses métodos. Nos últimos anos, o MATLAB tem se estabelecido como referência em computação numérica, processamento de sinais e desenvolvimento de algoritmos.

A implementação dos algoritmos de estimação será feita em ponto fixo (DSP Guide, 2001) de 32 bits, permitindo a avaliação da aplicabilidade desses métodos em dispositivos DSP de ponto fixo, que são dispositivos mais baratos e bastante aplicados em acionamentos com bom custo benefício.

## 1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho consiste na implementação e avaliação de métodos de estimação de posição absoluta e velocidade rotóricas de máquinas PMSM a partir de sinais gerados por sensores de efeito Hall digitais. Tanto a implementação, quanto as avaliações serão realizadas por meio de simulações em MATLAB, tendo como cenário de uso os acionamentos elétricos realizados por microcontroladores de ponto fixo. Para determinar o desempenho das técnicas implementadas em ponto fixo, os resultados dessas serão comparados com os valores de posição e velocidade rotóricas do modelo da máquina simulada em diferentes cenários de aplicação. A complexidade dos métodos também será avaliada.

## 2 Máquina Síncrona a Ímã Permanente e Sensores de efeito *Hall* digitais

Nesse capítulo serão estudados a Máquina Síncrona a Ímã Permanente e Sensores de efeito *Hall* binários.

### 2.1 Máquina Síncrona a Ímã Permanente

A máquina síncrona a ímã permanente (MSIP) é obtida a partir da substituição dos enrolamentos CC de campo de uma máquina síncrona convencional, por um conjunto de ímãs permanentes (Fernandes, 2006).

As perdas nos enrolamentos de excitação podem alcançar 5% da potência total em pequenas máquinas (Ayehunie, 2011). Portanto, a utilização de ímãs permanentes em substituição dos enrolamentos rotóricos permite a eliminação das perdas nesses enrolamentos, limitando as perdas elétricas aos enrolamentos estatóricos da máquina. Isso permitiu a redução do volume e massa de máquinas com potência equivalente, além de um aumento de sua eficiência, maior densidade de fluxo no entreferro, simplificação do projeto construtivo, redução da manutenção quanto ao custo, tempo de paralisação da máquina e periodicidade.

As MSIP possuem maior relação de densidade de potência e conjugado por volume, o que tem as tornado atrativas para a substituição de máquinas de corrente contínua em aplicações de servomecanismos, além da utilização em acionamento com velocidade variável e constante (geração de energia, veículos híbridos, etc).

#### 2.1.1 Classificação

As máquinas síncronas a ímã permanente podem ser classificadas quanto à forma de onda da força contraeletromotriz induzida, associada a aspectos construtivos do estator, e quanto à montagem dos ímãs no rotor (de Sousa, 2016).

##### Quanto à força contraeletromotriz

*Força contraeletromotriz senoidal*

As máquinas síncronas de ímãs permanentes de força contraeletromotriz (fcem) senoidal, em inglês PMSM (*Permanent Magnet Synchronous Machines*), apresentar enrola-

lamentos do estator obedecendo uma distribuição aproximadamente senoidal. Suas características construtivas produzem uma distribuição senoidal do fluxo do ímã no entreferro.

Para o seu funcionamento apropriado, produzindo torque constante, essas máquinas devem ser alimentadas por correntes senoidais - Figura 1. Para isso, deve haver a sincronização entre os sinais de comando da fonte de alimentação e a posição do rotor.

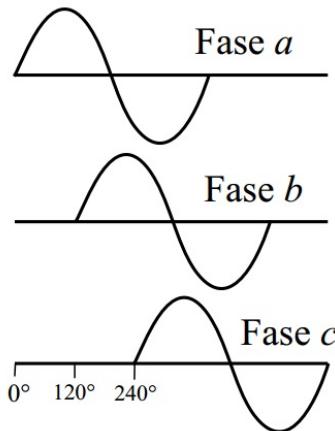


Figura 1 – Representação das correntes de fase de uma máquina síncrona de ímãs permanentes de força contraeletromotriz senoidal  
Fonte: Fernandes (2006)

A sincronização entre os sinais de comando da fonte de alimentação e a posição angular do rotor exige o conhecimento da posição absoluta do rotor. Portanto, é necessária a utilização de sensores de posição de alta resolução, comumente *resolvers* ou *encoders* ópticos absolutos, que são sistemas mais caros (Ahn and Lee, 2016).

#### *Força contraeletromotriz trapezoidal*

As máquinas síncronas de ímãs permanentes de força contraeletromotriz trapezoidal, em inglês BDCM (*Brushless DC Machines*), têm como principal característica construtiva os seus enrolamentos de fase do estator de forma concentrada nas ranhuras do estator (Padalkar, 2016), produzindo uma distribuição aproximadamente retangular do fluxo do ímã no entreferro.

A máquina tem comportamento similar a máquina de corrente contínua, sendo alimentada por correntes estatóricas de forma retangular para produzir torque constante, porém sem utilização de comutador mecânico e escovas, por isso, a origem da designação máquina CC sem escovas ou *Brushless DC machine*.

Para produzir torque constante, essas máquinas devem ser alimentadas por tensões e correntes retangulares - Figura 2. Para gerar tais tensões e correntes, deve haver certa a sincronização entre os sinais de comando da fonte de alimentação e a posição do rotor.

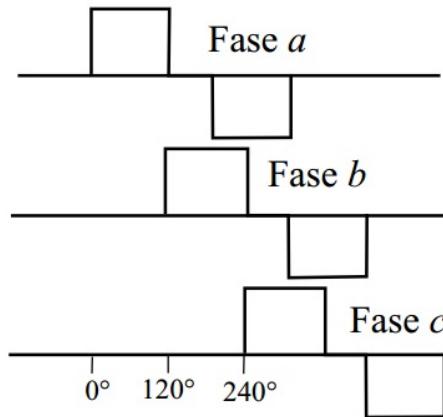


Figura 2 – Representação das correntes de fase de uma máquina síncrona de ímãs permanentes de força contraeletromotriz trapezoidal

Fonte: Fernandes (2006)

A sincronização entre os sinais de comando da fonte de alimentação e a posição angular do rotor nesse tipo de máquina requer o conhecimento da posição angular da máquina a cada  $60^\circ$  elétricos, o que pode ser conseguido com o uso de três sensores de efeito *Hall* digitais instalados na periferia do estator com defasagem espacial de  $120^\circ$  elétricos. Portanto, em comparação com a máquina síncrona com fcem senoidal, a máquina de fcem trapezoidal apresenta a vantagem de utilização de sensores mais simples e baratos (Wu et al., 2016).

A principal desvantagem da máquina síncrona de ímãs permanentes de força contraeletromotriz trapezoidal é a produção de torque com maior oscilação (*ripple*) em comparação com aquela de fcem senoidal. Por isso, esse tipo de máquina é geralmente utilizado em aplicações que exigem baixa precisão.

### Quanto à montagem dos ímãs no rotor

As máquinas síncronas a ímãs permanentes podem ser construídas com os ímãs instalados na parte rotativa da máquina em diversas configurações. De maneira geral, as máquinas podem ser classificadas como: Ímãs fixados sobre a superfície do rotor e Ímãs fixados na parte interna do rotor (Caetano, 2013) - Figura 3.

#### *Ímãs fixados sobre a superfície do rotor*

Este tipo de máquina pode ser de rotor sólido ou laminado. Como a espessura desses ímãs é considerável, eles exigem entreferros grandes e, como eles possuem permeabilidade magnética próxima à do entreferro, a relutância ao longo do entreferro é praticamente constante, fazendo com que as indutâncias de magnetização tenham valores baixos e praticamente iguais. Portanto, essas máquinas são analisadas como se fossem máquinas de pólos lisos, i.e.,  $l_d = l_q$ , conforme é mostrado na Figura 3 (a)

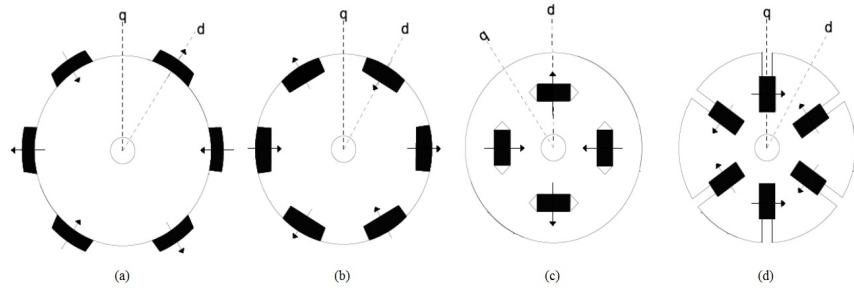


Figura 3 – Representação de tipos de rotores de máquinas síncronas de ímã permanente: (a) Ímãs sobre a superfície, (b) Ímãs parcialmente fixados, (c) Ímãs embutidos com fluxo radial, (d) Ímãs embutidos com fluxo na direção da circunferência

Fonte: Caetano (2013)

O conjugado produzido por esse tipo de máquina apresenta oscilações, porém com uma intensidade muito menor que as oscilações observadas no conjugado gerado por máquinas com imãs interiores, que será apresentada na sequência. Por essa característica, este tipo de máquina é destinado a aplicações onde o controle de velocidade e o torque são críticos.

#### *Ímãs fixados na parte interna do rotor*

Nessa categoria, diferenciam-se as máquinas que possuem ímãs parcialmente fixados na parte interna do rotor daquelas cujos ímãs estão totalmente embutidos no rotor. Porém, ambos os casos são mais robustos do que aquele em que os ímãs são colocados sobre a superfície, fazendo com que possam operar em aplicações que exigem velocidades maiores.

Para os ímãs parcialmente fixados - 3 (b), o entreferro na linha do ímã, que está localizado sobre o eixo direto, é maior do que aquele da região interpolar, localizado sobre o eixo de quadratura. Portanto, tem-se que  $l_d < l_q$ .

Os ímãs embutidos no rotor possuem 2 tipos de magnetização: radial ou aquela em que a direção de magnetização é a mesma da circunferência, conforme mostrado nas Figuras 3 (c) e (d). No primeiro caso, a relutância de eixo direto é maior do que a do eixo em quadratura visto que os ímãs tem permeabilidade magnética menor que a do ferro, o que implica em  $l_d < l_q$ . No segundo caso, o eixo direto possui relutância menor, fazendo com que  $l_d > l_q$ .

#### 2.1.2 Modelo Matemático

A máquina síncrona a ímãs permanentes (PMSM) é constituída por composta por três fases no estator idênticas e ímãs instalados no rotor. Conforme visto na seção anterior, quanto à instalação dos ímãs na parte rotativa da máquina, as PMSM pode ser classificadas como máquinas de ímãs fixados sobre a superfície do rotor ou de ímãs fixados

na parte interna do rotor. No primeiro caso, a máquina pode ser interpretada pelo modelo de máquinas de pólo liso, enquanto que no segundo caso, a máquina de pólos salientes (Braga Filho, 2011).

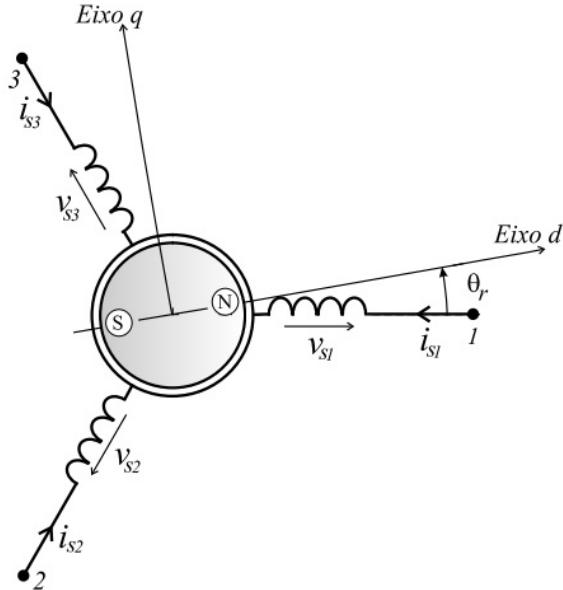


Figura 4 – Modelo de uma máquina PMSM trifásica

Fonte: Fernandes (2006) - Adaptado

O modelo básico da máquina síncrona de ímãs permanentes de força contraeletromotriz senoidal é baseado em algumas suposições ou simplificações (Fernandes, 2006), (Jacobina et al., 2001), (Øvrebø, 2004), (Oliveira et al., 2006) :

- Máquina simétrica trifásica composta por três fases no estator idênticas  $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_3$ .
- O enrolamento trifásico do estator é distribuído de forma senoidal. O enrolamento é conectado em estrela, logo, não existe a componente de seqüência zero da corrente;
- Não é considerada a saturação do circuito magnético;
- O material magnético permanente tem uma curva de desmagnetização linear e independente da temperatura;
- O fluxo dos ímãs do rotor e o fluxo gerado pelos enrolamentos do estator são senoidais, dessa forma, a força eletromotriz induzida é senoidal;
- As perdas por histerese e as perdas produzidas pelas correntes parasitas são desprezíveis;
- Admite-se que as resistências e indutâncias da máquina são independentes da temperatura e da freqüência;
- O rotor não tem gaiola-de-esquilo.

As esquações do modelo básico por fase são obtidas em (Fernandes, 2006):

$$v_{s123}^s = R_s i_{s123}^s + \bar{L}_{ss} \frac{d}{dt} i_{s123}^s + \omega_r \left[ \frac{d}{d\theta_r} \bar{L}_{ss} \right] i_{s123}^s + \omega_r \frac{d}{dt} \phi_{r123}^s \quad (2.1)$$

$$C_e = \frac{P}{2} i_{s123}^s T \left[ \frac{d}{d\theta_r} \bar{L}_{ss} \right] i_{s123}^s + P i_{s123}^s T \frac{d}{dt} \phi_{r123}^s \quad (2.2)$$

onde:

- $v_{s123}^s = [v_{s1}^s \ v_{s2}^s \ v_{s3}^s]^T$  é o vetor das tensões de fase;
- $i_{s123}^s = [i_{s1}^s \ i_{s2}^s \ i_{s3}^s]^T$  é o vetor das correntes de fase;
- $R_s = r_s I_3$ , onde  $r_s$  é a resistência por fase e  $I_3$  é uma matriz identidade de ordem 3;
- $\bar{L}_{ss}$  é a matriz de indutância própria do estator;
- $\phi_{r123}^s = \phi_{pm} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) \\ \cos(\theta_r + 2\pi/3) \\ \cos(\theta_r - 2\pi/3) \end{bmatrix}$  é a distribuição do fluxo produzido pelos ímãs permanentes do rotor e  $\phi_{pm}$  é o seu valor de pico.
- $\omega_r = \frac{d}{dt} \theta_r$  é a velocidade elétrica do rotor em rad/s.
- $P$  é o número de pólos da máquina;
- $C_e$  é o conjugado eletromagnético da máquina.

### Modelo dq

Os coeficientes dos fluxos parciais que compõe o fluxo estatórico e rotórico de cada fase são variantes no tempo, o que torna a resolução analítica impraticável. Portanto, são necessárias transformações de variáveis que permitam obter relações entre as novas variáveis mais simples que aquelas existentes entre as variáveis reais (Jacobina, 2005). Portanto, pode-se definir uma transformação para as variáveis da máquina (fluxo, corrente e tensão) do estator e do rotor para representar a máquina em um modelo mais simples em um referencial síncrono girante acoplado ao rotor da máquina (referencial *odq*). Dessa forma, o sistema de coordenadas gira em sincronismo com a freqüência fundamental.

A representação da máquina no referencial *odq* é obtida a partir de uma transformação de coordenadas do referencial *123* para o referencial *odq*. A transformação entre esses referenciais é dada por Jacobina (2005):

$$\mathbf{x}_{odq}^g = P_s \mathbf{x}_{123} \quad (2.3)$$

$$P_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos(\delta_g) & \cos(\delta_g - 2\pi/3) & \cos(\delta_g - 4\pi/3) \\ -\sin(\delta_g) & -\sin(\delta_g - 2\pi/3) & -\sin(\delta_g - 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

O expoente  $g$  indica o referencial genérico dos eixos dq. Para sistemas equilibrados, a componente homopolar  $o$  é nula.

Aplicando a transformação de coordenadas 2.4 com  $g = r$  às equações 2.1 e 2.2, obtém-se as equações de tensão e conjugado da máquina PMSM no referencial dq rotórico expressas a seguir

$$\begin{bmatrix} v_{sd}^r \\ v_{sq}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & -\omega_r l_{sq} \\ \omega_r l_{sd} & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^r \\ i_{sq}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{sd} & 0 \\ 0 & l_{sq} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd}^r \\ i_{sq}^r \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{pm} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$C_e = P[\lambda_{pm} i_{sq}^r + (l_{sd} - l_{sq}) i_{sd}^r i_{sq}^r] \quad (2.6)$$

onde:

- $l_{sd}$  é a indutância de eixo direto  $d$ ;
- $l_{sq}$  é a indutância de eixo em quadratura  $q$ ;
- $\lambda_{pm} = \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_{pm}$ .

Conforme visto na seção 2.1.1, para máquinas de ímãs fixados sobre o rotor  $l_{sd} = l_{sq}$ . é  $l_{sd} \neq l_{sq}$ .

## 2.2 Encoder de posição a partir de sensores de efeito Hall digitais

### 2.2.1 Introdução

Sensores de efeito *Hall*, aplicados no sensoriamento de posição ou velocidade de virabrequins de motores, sensores de proximidade, máquinas de escritório (copiadoras, aparelhos de fax, impressoras), sensores antiderrapantes, sensores de bloqueio de portas, etc., estão entre os tipos mais utilizados de sensores: eles são baratos, robustos, praticamente livres de manutenção e facilmente integrados a diversos tipos de aplicações (HONEYWELL).

Esses sensores baseiam-se no efeito *Hall*, fenômeno bastante estudado e conhecido, e que desempenha um importante papel na indústria de acionamento elétrico: é o efeito

encontrado como princípio de medição de sensores de corrente lineares de alta largura de faixa e em sensores de posição digitais e lineares (De Donato, 2006).

Os sensores digitais de posição, quando instalados em um arranjo específico, permitem medições de posição rotórica com resolução de  $60^\circ$  elétricos e apresentam diversas vantagens, tais como preço de unidades de dólar, massa de unidades de grama, baixo custo de instalação e manutenção em máquinas elétricas (Huang et al., 2014).

Neste capítulo serão apresentados os princípios básicos do efeito *Hall*, princípio de funcionamento dos sensores de efeito *Hall*, o arranjo de três sensores digitais e sua característica de funcionamento, e a modelagem para a implementação em MATLAB.

### 2.2.2 O Efeito *Hall*

O efeito *Hall*, fenômeno descrito por Edwin H. Hall em 1879, estabelece que se um condutor sendo percorrido por uma corrente elétrica for colocado sob a ação de um campo magnético perpendicular, há o aparecimento de uma concentração de cargas em um lado do condutor perpendicularmente ao plano que contém a corrente e o campo magnético aplicado, como pode ser visto na Figura 5, em que o efeito *Hall* pode ser observado devido à existência de uma diferença de potencial, conhecida como *Tensão de Efeito Hall*, entre as laterais das placas devido ao acúmulo de cargas descrito por esse efeito. Invertendo-se o sentido do campo magnético, é observada também uma inversão na polaridade dessa tensão.

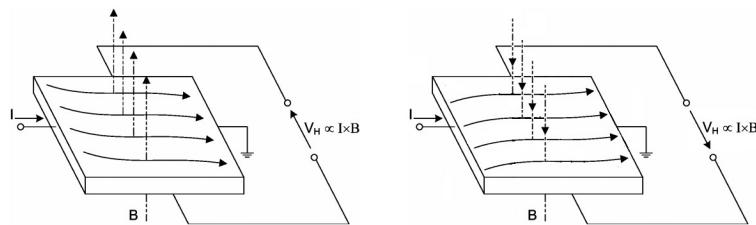


Figura 5 – Representação do efeito *Hall* na presença de campos magnéticos em dois sentidos  
Fonte: De Donato (2006) - Adaptado

### 2.2.3 O sensor de efeito *Hall* Digital

Na Figura 6 pode ser observado o esquema básico do sensor de efeito *Hall* digital. O sensor possui dois pinos de alimentação +Vcc e GND, e uma saída digital.

Uma corrente constante flui longitudinalmente através de uma fita de material condutor e, na presença de um campo magnético girante, a tensão de efeito *Hall* alternada pode ser medida. Por meio de circuitos digitais, a saída digital do sensor é estabelecida.

Um exemplo de circuito básico do sensor de efeito *Hall* digital é apresentado na Figura 7. Além da fita condutora, o sensor é composto por um regulador de corrente,

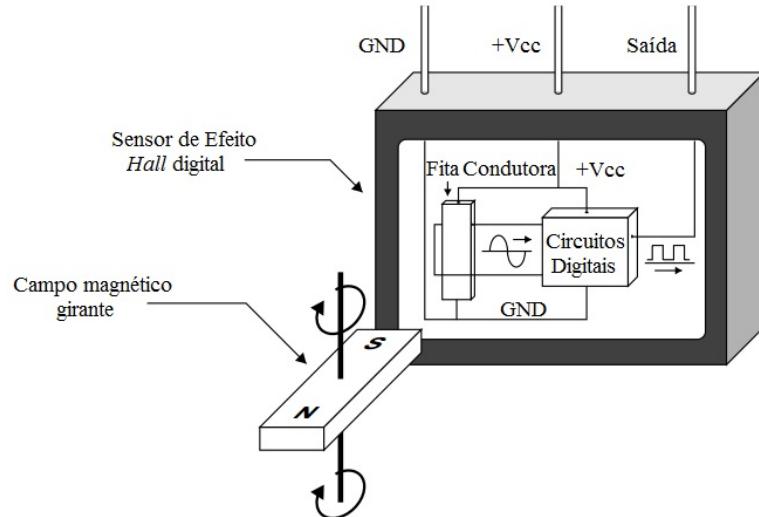


Figura 6 – Esquema básico do sensor de efeito Hall Digital

Fonte: Parker Hannifin Corporation (2000) - Adaptado

uma vez que sendo a tensão de efeito Hall proporcional à corrente na fita, é necessário manter-se essa corrente constante; circuito amplificador pois a *Tensão de Efeito Hall* é muito baixa, da ordem de  $30 \mu\text{V}$  para uma densidade de fluxo magnético de  $10^{-4} \text{ T}$ ; um disparador Schmitt que é utilizado para a conversão do sinal analógico para digital.

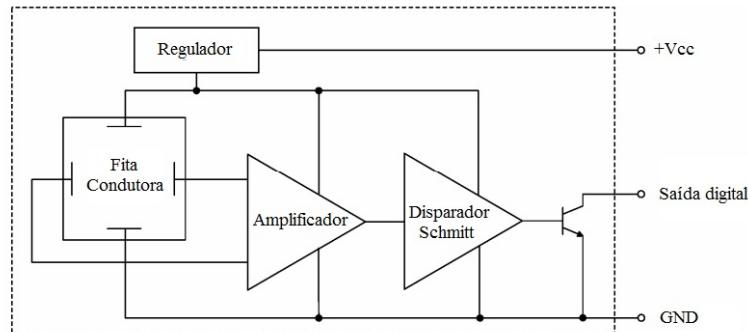


Figura 7 – Representação do circuito do sensor de efeito Hall Digital

Fonte: De Donato (2006) - Adaptado

Quanto à polaridade o sensor pode ser:

- Estado "Ligado" quando o pólo norte se aproxima do sensor, e "Desligado" quando o pólo sul se aproxima;
- Estado "Ligado" quando o pólo sul se aproxima do sensor, e "Desligado" quando o pólo norte se aproxima;

Por ser um dispositivo digital, o sensor de efeito Hall tem uma grande imunidade a ruído. Outra vantagem é seu preço, na ordem de unidades de dólar. Uma desvantagem inerente a esse sensor consiste em sua resolução de apenas 1 bit.

### 2.2.4 O Encoder de Posição

Um exemplo de arranjo de sensores de efeito *Hall*, que é comumente utilizado em máquinas *BLDC* para a determinação da posição rotórica, é mostrado na Figura 8. Esse arranjo é composto de três sensores instalados com defasagem espacial de  $120^\circ$  elétricos na periferia do estator de uma máquina com dois pares de pólos. Desse modo, obtém-se um *encoder* com resolução de  $60^\circ$  elétricos. A instalação é feita por colagem dos sensores no estator com resina Epóxi, ou montada sobre suportes externos.

O *encoder* de posição possui cinco fios: dois fios de alimentação, uma vez que os terminais  $+V_{cc}$  dos três sensores são curtosircuitados, assim como os terminais GND dos sensores, e três fios de saída, um de cada sensor.

A evolução em um ciclo elétrico da força contraeletromotriz da máquina, e dos estados dos sensores de efeito *Hall* do tipo "Ligado" em norte/"Desligado" em sul são apresentados na Figura 9. Quando a  $f_{cem}$  é positiva, o campo magnético incidente no sensor de efeito *Hall* também o é, o que leva ao estado "Ligado" do dispositivo. Quando a  $f_{cem}$  é negativa, o estado do sensor é "Desligado". Como esperado, os sinais de saída dos sensores são defasados em  $120^\circ$  elétricos, fazendo com que existam seis possíveis combinações de saída, com pelo menos um sensor em estado "Ligado" ou "Desligado". A ocorrência dos estados '111' ou '000' indica algum tipo de falta.

A precisão desse *encoder* depende de muitos fatores, tais como: a forma como os sensores são instalados, o número de pares de polo, o tipo de ímãs da máquina, etc. Por exemplo, a instalação dos sensores em uma posição fora da ideal no estator de uma máquina de múltiplos pólos, devido ao espaçamento físico entre dois sensores ser bastante

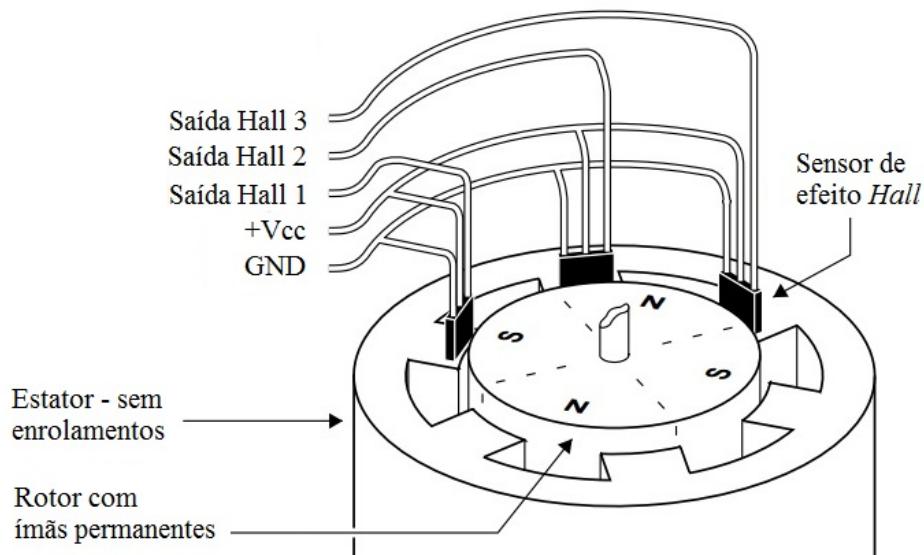


Figura 8 – Representação do *Encoder* de posição a partir de sensores de efeito *Hall*  
Fonte: Parker Hannifin Corporation (2000) - Adaptado

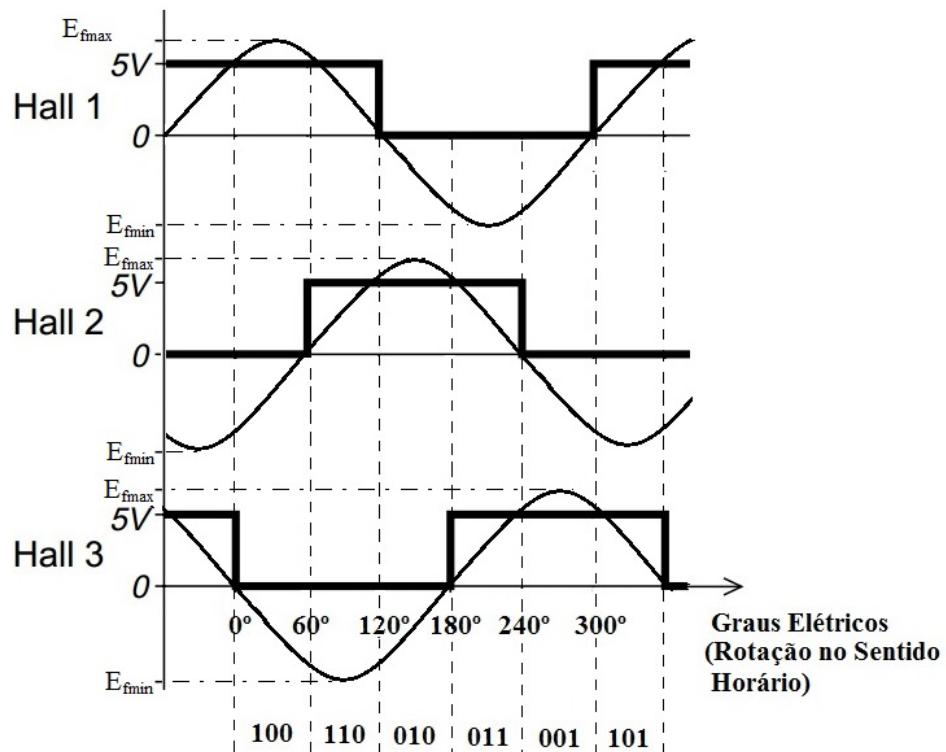


Figura 9 – Representação dos estados do *Encoder* de posição em um período elétrico

Fonte: Parker Hannifin Corporation (2000) - Adaptado

pequeno, pode refletir em medidas que podem comprometer o desempenho do acionamento da máquina. Outros fatores que levam à diminuição da precisão do sistema de aquisição são: variações nos níveis de fluxo magnético entre dois ímãs adjacentes, efeitos de temperatura, variações de histerese entre os sensores, além da interferência causada pela reação da armadura, que sendo suficientemente grande, pode gerar erros nas medidas.

## 2.2.5 Modelo Implementado em MATLAB

Para simular numericamente o arranjo de sensores de efeito *Hall* estudado nesse trabalho, foi desenvolvido um algoritmo que baseia-se na utilização do valor que representa a posição angular atual em uma estrutura *if-else* para definir os estados de três variáveis representando os sensores de efeito *Hall*. As implementações em *MATLAB* encontram-se a seguir.

### *Algoritmo de emulação do encoder de posição com sensores de efeito Hall alinhados*

Nesse caso, todos os sensores estão instalados na posição ideal, i.e., com desafagem de  $\pi/3$  radianos elétricos, e admite-se não haver histerese nos sensores de efeito *Hall*.

O algoritmo de simulação do funcionamento do *encoder* é apresentado a seguir.

```

1      if teter >= pi/6 && teter<pi/2
2          HALL_1 = 1;
3          HALL_2 = 0;
4          HALL_3 = 0;
5      elseif teter >= pi/2 && teter<5*pi/6
6          HALL_1 = 1;
7          HALL_2 = 0;
8          HALL_3 = 1;
9      elseif teter >= 5*pi/6 && teter<7*pi/6
10         HALL_1 = 0;
11         HALL_2 = 0;
12         HALL_3 = 1;
13     elseif teter >= 7*pi/6 && teter<9*pi/6
14         HALL_1 = 0;
15         HALL_2 = 1;
16         HALL_3 = 1;
17     elseif teter >= 9*pi/6 && teter<11*pi/6
18         HALL_1 = 0;
19         HALL_2 = 1;
20         HALL_3 = 0;
21     elseif teter >= 11*pi/6 || teter<pi/6
22         HALL_1 = 1;
23         HALL_2 = 1;
24         HALL_3 = 0;
25     end

```

*Algoritmo de emulação do encoder de posição com sensores de efeito Hall desalinhados*

O modelo considerando o *encoder* com desalinhamentos nos sensores é mostrado na Figura 10, em que os ângulos  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  representam os ângulos de desvio dos sensores de efeito Hall A, B e C, respectivamente. A', B' e C' representam as posições atuais dos sensores, enquanto que A, B e C, as posições de referência do caso ideal.

O algoritmo de simulação do funcionamento do *encoder* considerando os desalinhamentos dos sensores é apresentado a seguir.

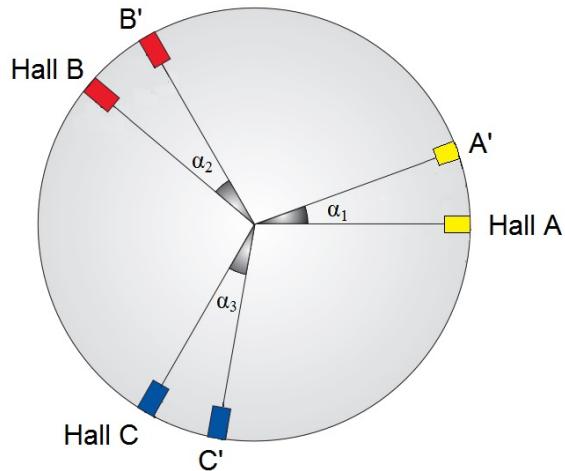


Figura 10 – Representação do *encoder* com desvios angulares na instalação dos sensores de efeito Hall

Fonte: Mascarenhas (2006) - Adaptado

```

1      if teter >= (pi/6+alpha2) && teter<(pi/2+alpha1)
2          HALL_1 = 1;
3          HALL_2 = 0;
4          HALL_3 = 0;
5      elseif teter >= (pi/2+alpha1) && teter<(5*pi/6+alpha3)
6          HALL_1 = 1;
7          HALL_2 = 0;
8          HALL_3 = 1;
9      elseif teter >= (5*pi/6+alpha3) && teter<(7*pi/6+alpha2)
10         HALL_1 = 0;
11         HALL_2 = 0;
12         HALL_3 = 1;
13     elseif teter >= (7*pi/6+alpha2) && teter<(9*pi/6+alpha1)
14         HALL_1 = 0;
15         HALL_2 = 1;
16         HALL_3 = 1;
17     elseif teter >= (9*pi/6+alpha1) && teter<(11*pi/6+alpha3)
18         HALL_1 = 0;
19         HALL_2 = 1;
20         HALL_3 = 0;
21     elseif teter >= (11*pi/6+alpha3) || (pi/6+alpha2)
22         HALL_1 = 1;
23         HALL_2 = 1;
24         HALL_3 = 0;
25     end

```

### 2.2.6 Conclusão

Nesse capítulo foram introduzidos os aspectos construtivos das máquinas síncronas a ímã permanente e o modelo matemático da PMSM. Foram abordados também os princípios de funcionamento dos sensores de efeito *Hall* digitais e do *encoder* de posição obtido pela associação de três sensores com defasagem de 120 graus elétricos, e seu modelo com implementação em MATLAB foi apresentado.

### 3 Métodos de Estimação a partir de Sensores de efeito Hall

#### 3.1 Introdução

O *Encoder* de posição descrito na Seção 2.2, normalmente aplicado no acionamento de máquinas *BLDC*, possibilita o conhecimento da posição rotórica exata a cada  $60^\circ$  elétricos. Por outro lado, nenhuma nova informação será dada pelo arranjo de sensores até o cruzamento de um novo comprimento de  $60^\circ$  elétricos.

O ciclo elétrico pode ser então dividido em 6 setores de comprimento angular de  $60^\circ$  elétricos, limitados por vetores que representam os estados dos sensores de efeito *Hall* de duas transições de estados consecutivas, conforme representação da Figura 11:  $\theta_r$  representa a posição rotórica atual e o vetor  $\lambda_{af}$  o eixo magnético do rotor.

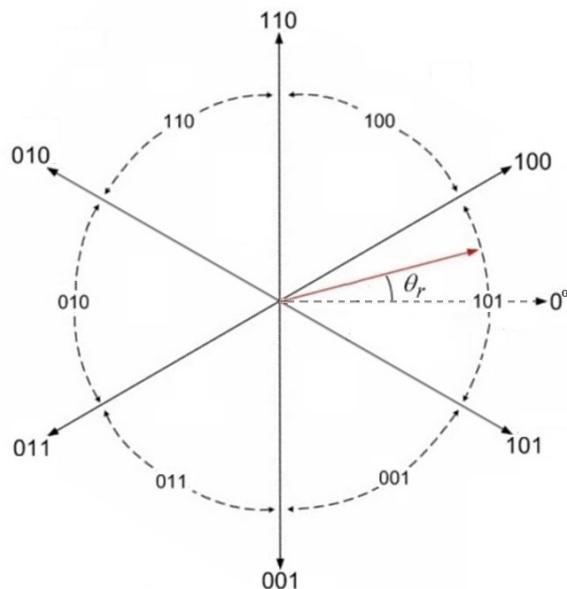


Figura 11 – Representação dos setores definidos pelos vetores dos estados dos sensores de efeito *Hall* em um ciclo elétrico

Fonte: Lidozzi et al. (2007) - Adaptado

Por outro lado, o arranjo de três sensores de efeito *Hall* digitais, defasados em  $120^\circ$  elétricos, mostra-se como alternativa para a aquisição da posição e velocidade para o acionamento de máquinas *PMSM*, conforme foi visto no Cap. 2.2. Porém, a estratégia de controle dessas máquinas requer o conhecimento da velocidade e posição *absolutas*, sendo normalmente empregados sensores de posição de alta resolução, tais como *encoders* incrementais e *resolvers*. Esses sensores possuem maior custo, possuem maior massa, além de demandarem maior complexidade no acoplamento mecânico.

Devido à resolução do arranjo ser de apenas 60° elétricos, é necessário lançar mão de estimadores de posição para se determinar a posição absoluta e velocidade rotóricas. Diversas abordagens de estimadores são descritas na literatura, tais como estimadores híbridos, algoritmos de Taylor de ordem zero e um, força contraeletromotriz (fcem), observadores de Luenberger, Filtro de Kalman, PLL, métodos de mínimos quadrados ordinários e recursivos, *etc*, que serão descritos no decorrer desse capítulo.

Um outro problema inerente a esse arranjo é o aparecimento de diferenças de largura entre setores adjacentes, que podem ser causadas por diversos fatores, como por exemplo o mal posicionamento dos sensores, levando a erro nas medidas de posição e velocidade. Vários dos métodos estudados nesse capítulo lidam com a correção desse problema.

Os métodos serão avaliados quanto à sua dependência de parâmetros elétromagnéticos e/ou mecânicos, o que pode ser visto como um fator limitante desses métodos, uma vez que aqueles parâmetros estão sujeitos a variações, podendo levar a estimativas pouco confiáveis.

### 3.2 Estimador Híbrido

O uso de sensores de efeito *Hall* na aquisição da posição angular foi primeiro proposto por Corzine and Sudhoff (1996). Esse método consistia em um estimador híbrido baseado na velocidade angular média com os sensores assistindo o estimador, limitando o erro de estimação da posição.

Esse observador parte da Equação 3.1 que relaciona o cosseno e seno da posição angular em graus elétricos com suas respectivas derivadas:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) \\ \sin(\theta_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_r \\ \omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) \\ \sin(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Observe que se a velocidade instantânea e posição inicial angulares são conhecidas, a posição rotórica a cada instante pode ser facilmente encontrada a partir da Equação 3.1. Porém, como aquelas duas informações não estão disponíveis, pode-se obter uma aproximação a partir dos dados fornecidos pelo conjunto de sensores de efeito *Hall*.

Como a resolução desse arranjo é de 60° elétricos, o ciclo elétrico pode ser dividido em seis setores. Portanto, a partir desse arranjo pode se determinar em que setor o vetor de posição angular instantânea se encontra, logo o erro de estimação fica limitado a 60° elétricos. Além disso, nas transições dos estados dos sensores, a posição angular exata é obtida, portanto o erro do estimador é zerado a cada 60° elétricos.

A velocidade angular é estimada a partir da Equação 3.2:

$$\hat{\omega}_{rk} = \frac{\pi/3}{\Delta T_{k-1}} \quad (3.2)$$

onde:

$\hat{\omega}_{rk}$  = velocidade angular estimada no k-ésimo setor em rad/s

$\pi/3$  = comprimento de um setor

$\Delta T_{k-1}$  = tempo decorrido para o rotor cruzar o setor anterior k-1

Na Figura 12 é mostrado o diagrama de blocos do observador híbrido proposto. Uma vez estimada a velocidade angular média do último setor, esse valor é multiplicado pelo último valor de seno e cosseno estimados e então integrados. Os integradores são limitados pelos valores máximos e mínimos que o seno e o cosseno podem assumir em um determinado intervalo. Em condições de partida, a velocidade é definida com valor 0, e a posição angular inicial é assumida como o centro do setor indicado pelos sensores de efeito *Hall*. Dessa forma, o erro de posição é de no máximo 30° elétricos.

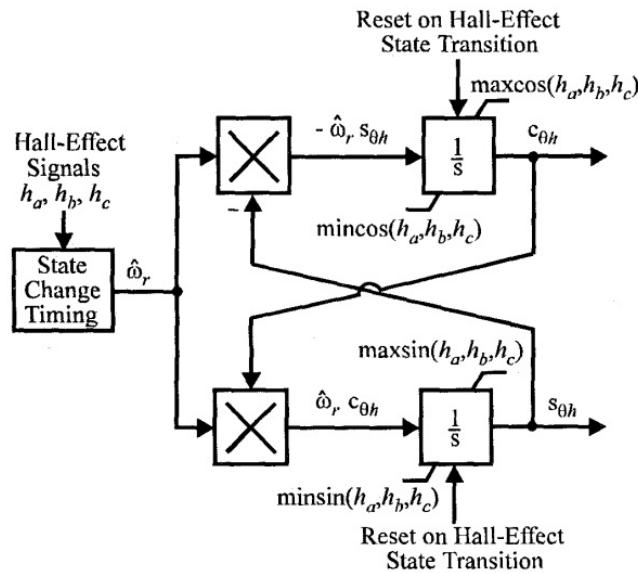


Figura 12 – Diagrama de blocos do observador híbrido proposto por Corzine *et al*  
Fonte: Corzine and Sudhoff (1996)

As condições iniciais, valores limites de seno e cosseno e valores dos pontos de transição são armazenados em tabelas de busca. Os autores também propuseram um controle de velocidade em que a velocidade média estimada foi usada na realimentação, sendo o sinal de erro de velocidade pré-filtrado com um filtro passa baixas de primeira ordem antes de seguir para o controlador PI. O uso da velocidade estimada introduz um atraso no laço de controle de velocidade, principalmente na operação em baixas velocidades, uma vez que a taxa de leitura da velocidade é dependente da velocidade.

### 3.3 Algoritmos de Taylor de ordem zero e um

Um método com implementação mais simples foi proposto por Morimoto et al. (1996) e baseava-se, também, no uso da velocidade angular média porém, a posição angular era obtida por extração linear. A velocidade média angular é calculada também por meio da Equação 3.2, porém a posição angular é obtida a partir da integração da velocidade no tempo (Equação 3.3):

$$\hat{\theta}_r = \hat{\omega}_{rk}(t - t_k) + \theta_{rk} \quad (3.3)$$

onde:

$\hat{\theta}_r$  = posição angular estimada

$\theta_{rk}$  = posição angular do início de um setor

$t_k$  = instante de tempo quando rotor entra no setor, i.e., quando ocorre a transição

Esse método possui limitações na operação em baixas velocidades: foi obtido experimentalmente que em velocidades abaixo de 31 rad/s o acionamento da máquina é feito tal qual uma máquina *BLDC*, no intuito de diminuir o erro de estimativa da posição.

Capponi et al. (2004) referenciou esse método como algoritmo de Taylor de ordem zero, uma vez que esse pode ser visto como a integração da expansão da série de Taylor de ordem zero da velocidade instantânea com  $\omega_r \approx \hat{\omega}_{rk}$ .

Bu et al. (1998) percebeu que a estimativa pode ser limitada às fronteiras do respectivo setor em que o eixo magnético do rotor se encontra, i.e.

$$\theta_{rk} \leq \hat{\theta}_r \leq \theta_{rk} + \pi/3 \quad (3.4)$$

Se a posição rotórica estimada exceder os limites do setor, deve-se fazer a correção para

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_r &= \theta_{rk}, \text{ se } \hat{\theta}_r < \theta_{rk} \\ \hat{\theta}_r &= \theta_{rk} + \pi/3, \text{ se } \hat{\theta}_r > \theta_{rk} + \pi/3 \end{aligned}$$

Dessa forma, o algoritmo de Taylor de ordem zero pode ser aplicado em todas as faixas de velocidade.

Ademais, Capponi et al. (2004) também propôs a inclusão da aceleração angular média dos dois últimos setores no cálculo da velocidade angular média, o chamado algoritmo de Taylor de primeira ordem:

$$\omega_r \approx \hat{\omega}_{rk} + \frac{\hat{\omega}_{rk} - \hat{\omega}_{rk-1}}{\Delta T_{k-2}}(t - t_k) \quad (3.5)$$

A posição angular  $\hat{\theta}_{rk}$  é similarmente obtida pela Equação 3.3.

Morimoto et al. (2003) introduziu um termo de alimentação direta de aceleração proporcional à corrente do eixo q, melhorando a partida, em vez de se utilizar a aceleração média. A alimentação direta mostrou-se muito poderosa para reduzir erros de estimação, desde que estimativas corretas dos parâmetros mecânicos estejam disponíveis.

### 3.4 Compensação de assimetrias nos setores

Capponi et al. (2006) também mostrou que, na presença de diferenças de largura entre setores adjacentes, o algoritmo de Taylor de primeira ordem não melhora o desempenho alcançado em relação àquele de ordem zero uma vez que o sinal de aceleração média se torna muito ruidoso para ser usado com eficácia. Diferenças de largura entre setores adjacentes podem ser causadas pelo mal posicionamento dos sensores, histerese dos sensores ou mesmo diferença na intensidade de campos magnéticos produzidos por ímãs adjacentes.

Assuma dois setores adjacentes  $S_1$  e  $S_2$ , com comprimentos angulares de  $\Delta\theta_1$  e  $\Delta\theta_2$ , respectivamente, sendo percorridos pelo rotor de uma *PMSM* com velocidade constante  $\omega_r$ . Por meio da Equação 3.2 as velocidades estimadas em cada setor são dadas pela Equação 3.6:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{r1} &= \frac{\pi/3}{\Delta\theta_1/\omega_r} = \frac{\pi}{3\Delta\theta_1}\omega_r \\ \hat{\omega}_{r2} &= \frac{\pi/3}{\Delta\theta_2/\omega_r} = \frac{\pi}{3\Delta\theta_2}\omega_r \end{aligned} \quad (3.6)$$

A diferença entre as velocidades estimadas é, portanto, pela Equação 3.7:

$$\Delta\hat{\omega}_r = \hat{\omega}_{r1} - \hat{\omega}_{r2} = \left(\frac{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1}{\Delta\theta_2\Delta\theta_1}\right)\frac{\pi}{3}\omega_r \quad (3.7)$$

Pode ser facilmente notado que, se os setores têm o mesmo comprimento, a diferença entre as estimativas das velocidades em cada setor é nula. Havendo diferença nos comprimentos, mesmo à velocidade constante, essa diferença é proporcional à velocidade rotórica atual. Quando a velocidade estimada é utilizada na realimentação do controle de

velocidade, e esse controlador não possuir largura de faixa suficientemente estreita, pode haver problemas. Por exemplo, se a velocidade atual for de 100 rad/s e dois setores adjacentes possuem largura de 57° e 63°, o *ripple* de velocidade será de 10,6 rad/s, i.e., 10,6%. O controlador, portanto, tentará compensar esse aparente erro de velocidade, podendo ocorrer oscilações e instabilidades.

A aceleração angular média estimada é dada por

$$\hat{\alpha}_{r1} = \frac{\hat{\omega}_{r1} - \hat{\omega}_{r2}}{T_1} = \left( \frac{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1}{\Delta\theta_1^2 \Delta\theta_2} \right) \frac{\pi}{3} \omega_r^2 \quad (3.8)$$

Pode-se notar que para o caso em que dois setores adjacentes não estão espaçados igualmente, mesmo à velocidades constantes, existe um sinal de aceleração média que é proporcional ao quadrado da velocidade real. Como em sistemas práticos é assumido que há sempre diferenças nos comprimentos de setores adjacentes, o sinal de aceleração média não se mostra aplicável do ponto de vista prático.

Há, portanto, a necessidade de desenvolvimento de métodos para a compensação das assimetrias e desalinhamento intrínsecos ao *encoder* estudado.

### 3.4.1 Phase-Locked Loop (PLL)

Kim et al. (2011) propôs um observador de estrutura básica semelhante a uma Malha de Captura de Fase (*Phase-Locked Loop* ou *PLL*) de rastreio vetorial, o qual é composto por um detector de fase com base no produto vetorial e um regulador proporcional-integral (PI) como um filtro de malha fechada - Figura 13. O detector de fase extrai o erro de estimativa de posição, isto é, a diferença de fase entre o vetor unitário da fcom de referência derivado a partir de um modelo elétrico estatórico de referência e o vetor unitário da fcom estimado. Em seguida, o controlador PI faz o erro de posição convergir para zero rapidamente, e também corrige adequadamente a velocidade estimada, incluindo erros causados por desalinhamentos intrínsecos dos sensores ou variação de velocidade.

O método também utiliza a estimativa da velocidade média rotor  $\omega_h$  a partir da equação 3.2, e é baseado em observador de posição de rastreamento vetorial com uma entrada de velocidade média em malha aberta, baseando-se em um modelo de estator elétrico de referência.

A partir das equações do modelo no referencial estacionário  $\alpha\beta$  pode ser derivadas as seguintes equações discretas na forma das Equações 3.9-3.11:

$$\bar{E}^* = \begin{bmatrix} (u_\alpha^* - R_s i_\alpha - L_s \frac{i_{\alpha(k)} - i_{\alpha(k-1)}}{T_s}) \\ (u_\beta^* - R_s i_\beta - L_s \frac{i_{\beta(k)} - i_{\beta(k-1)}}{T_s}) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

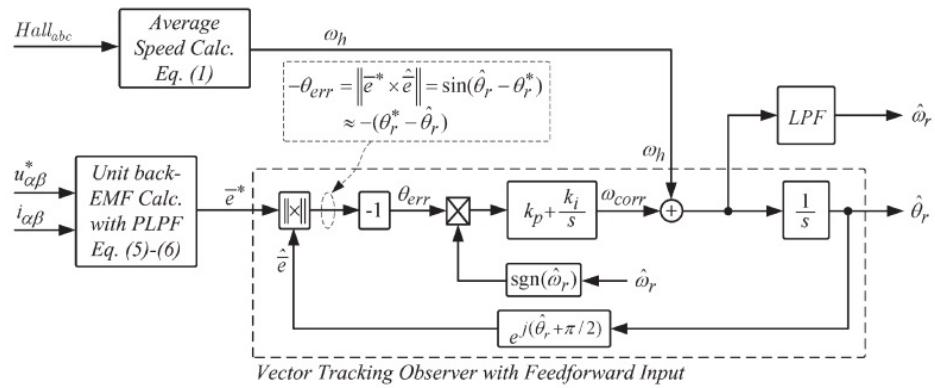


Figura 13 – Diagrama de blocos do estimador de posição e velocidade de estrutura PLL de rastreio vetorial  
Fonte: Kim et al. (2011)

$$\hat{\bar{E}} = \hat{\omega}_r \lambda_m \begin{bmatrix} -\sin(\hat{\theta}_r) \\ \cos(\hat{\theta}_r) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\hat{\omega}_r = \omega_h + \omega_{corr} \quad (3.11)$$

onde:

$\bar{E}^*$  = estimativa da fcem estabelecida pelos ímãs do rotor

$\hat{\bar{E}}$  = fcem de referência calculada a partir dos circuitos estatóricos

$u_{\alpha\beta}^*$  = tensões estatôricas de referência

$i_{\alpha\beta}$  = correntes estatôricas medidas

$p$  = operador de derivação  $\frac{d}{dt}$

$\hat{\omega}_r$  = velocidade rotórica estimada

$\omega_{corr}$  = correção de velocidade para o erro intrínseco em  $\omega_r$

Por meio da filtragem de  $\bar{E}^*$  obtém-se  $\bar{E}_f^*$ , cuja representação é dada pela Equação 3.12:

$$\bar{E}_f^* = \frac{\bar{E}^*}{\tau s + 1} (1 + j\tau \hat{\omega}_r) \quad (3.12)$$

O valor da correção de velocidade é então obtida pela Equação 3.13:

$$\omega_{corr} = - \left( k_p + \frac{k_i T_s}{1 + z^{-1}} \right) \left[ \|\bar{E}_f^* \times \hat{\bar{e}}\| \operatorname{sgn}(\hat{\omega}_r) \right] \quad (3.13)$$

$$\|e_f^* \times \hat{\vec{e}}\| = \operatorname{sen}(\hat{\theta}_r - \theta_r^*) \simeq \hat{\theta}_r - \theta_r^* \quad (3.14)$$

A partir da Equação 3.11 o valor de velocidade estimada  $\hat{\omega}_r$  é definido e da Equação 3.3 a posição angular estimada é estabelecida.

O método mostra-se eficiente porém, também é dependente de parâmetros elétricos da máquina.

### 3.4.2 Mínimos Quadrados Ordinários

Uma outra abordagem para lidar com os efeitos da presença de diferenças de largura entre setores adjacentes foi proposta por Zhang and Zhang (2014) e é fundamentado na interpolação pelo método dos mínimos quadrados. Um algoritmo de compensação para os instantes de transição dos setores também é utilizado para evitar descontinuidades que podem provocar *ripple* no torque.

De acordo com o método de interpolação dos mínimos quadrados, a posição angular pode ser calculada pela Equação :

$$\hat{\theta}(t) = a + bt + \theta_k + \frac{\Delta\theta}{\Delta T_{k-1}}t \quad (3.15)$$

O termo  $\Delta\theta/\Delta T_{k-1}$  faz a correção da estimação da posição no momento da mudança de estados: ao invés de impor a posição estimada como aquela do início do setor, o que pode causar *ripple* no torque, distribui-se o erro de estimação ao longo do próximo setor, de acordo com o tempo decorrido para cruzar-se o setor anterior.

Há seis estados do arranjo de sensores em cada período elétrico, então sete pontos são escolhidos para fazer a interpolação. Os coeficientes  $a$  e  $b$  podem ser determinados a partir da seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} 7 & \sum_{i=1}^7 x_i \\ \sum_{i=1}^7 x_i & \sum_{i=1}^7 x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^7 y_i \\ \sum_{i=1}^7 x_i y_i \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

A abordagem apresenta-se funcional, com a vantagem de não depender de parâmetros elétricos ou mecânicos da máquina. Por outro lado, apresenta a desvantagem de exigir um alto esforço computacional.

### 3.4.3 Mínimos Quadrados Recursivos

Ahn and Lee (2016) utiliza um algoritmo recursivo de mínimos quadrados (RLS)

em um observador de Luenberger de ordem reduzida para excluir o uso de variáveis mecânicas no algoritmo de estimação e reduzir os erros de medição no controle vetorial de uma máquina de lavar roupas.

Na Figura 26 é ilustrado o diagrama de blocos do esquema proposto, que é composto por duas partes: no bloco *Part A* a velocidade rotórica é estimada, enquanto que em *Part B* é feita a estimativa da posição angular.

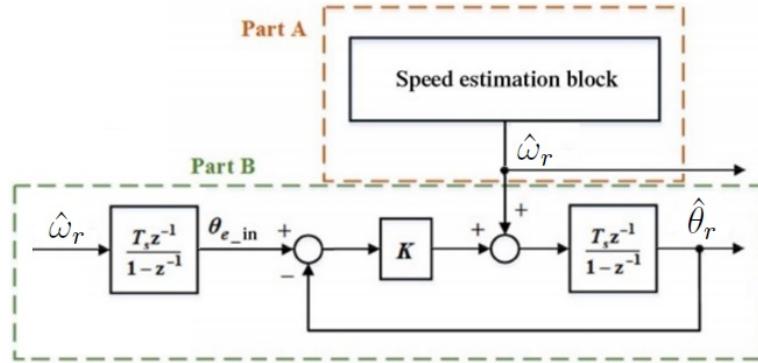


Figura 14 – Diagrama de blocos do estimador de posição e velocidade estimado

Fonte: Ahn and Lee (2016) - Adaptado

O bloco *Part A* utiliza um algoritmo recursivo de mínimos quadrados (RLS) para estimar a velocidade rotórica, e apresenta vantagens, pois não necessidade de parâmetros mecânicos ou elétricos, além de apresentar estrutura simples.

O bloco *Part B* representa um observador de posição de Luenberger de ordem reduzida, onde  $T_s z^{-1} / (1 - z^{-1})$  representa um integrador no domínio discreto. O observador é descrito pela equação 3.17

$$\frac{d}{dt} \hat{\theta}_r = \hat{\omega}_r + K(\theta_{e\_in} - \hat{\theta}_r) \quad (3.17)$$

A velocidade  $\omega_{e\_est}$  é obtida a partir do bloco *Part A*, e a posição angular extrapolada  $\theta_{e\_in}$  é obtida pela equação

$$\theta_{e\_ink} = \theta_{e\_ink-1} + \hat{\omega}_{rk} T_s \quad (3.18)$$

O esquema proposto funciona como um filtro passa-baixas, removendo as transições abruptas contidas no sinal  $\theta_{e\_in}$ .

### 3.4.4 Filtro de Kalman

Outro enfoque para o problema de setores assimétricos foi descrita por Lee (2016), utilizando um *encoder* ainda mais simples, com apenas dois sensores de efeito *Hall*, o que

permite uma resolução de 90º elétricos. Foi proposto um novo estimador de posição que consiste em um filtro de Kalman e um esquema de compensação de malha aberta.

A velocidade média é estimada pela Equação 3.19, enquanto que a posição angular é estimada por interpolação linear pela Equação 3.3:

$$\hat{\omega}_{rk} = \frac{\pi/2}{\Delta T_{k-1}} \quad (3.19)$$

As equações do filtro de Kalman são expressas em 3.20 - 3.23. K é a matriz de ganhos do filtro de Kalman, P é a matriz de covariância dos estados. “-” representa a estimativa predita, os subscritos “k” e “k-1” denotam o valor presente e o valor de um passo anterior:

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1}, P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (3.20)$$

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (3.21)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (3.22)$$

$$P_k = P_k^- - K_k H P_k^- \quad (3.23)$$

Os resultados demonstram que essa abordagem é eficiente, porém demandando um alto esforço computacional.

### 3.5 Soluções intermediárias entre métodos assistidos por sensores e sem sensores

Várias técnicas representando soluções intermediárias entre métodos assistidos por sensores e sem sensores (*sensorless*) foram apresentadas, possuem dependência inerente a parâmetro elétricos e/ou mecânicos da máquina.

#### 3.5.1 Método baseado na estimação da força contraeletromotriz (fcem)

Lidozzi et al. (2007) apresentou uma técnica fundamentada na estimação da força contraeletromotriz (fcem) para a determinação da posição e velocidade angulares a partir do modelo da máquina no referencial *dq* rotórico.

A velocidade rotórica é estimada com base no conhecimento das correntes e tensões nos eixos *dq*. Os valores de corrente são obtidos por meio de sensores de corrente, que

já estão normalmente presentes em sistemas de acionamento convencionais. Por outro lado, os valores de tensão de saída do inversor podem ser aproximados pelos valores de referência definidos no acionamento, sendo desse valor diminuído do de tensão do inversor. A velocidade estimada é então determinada pela equação discreta:

$$\hat{\omega}_{rk} = \left[ v_{sq}^r - R_s i_{sqk}^r - l_{sq} \left( \frac{i_{sqk}^r - i_{sqk-1}^r}{T_s} \right) \right] \frac{1}{\lambda_{pm} + l_{sd} i_{sdk}^r} \quad (3.24)$$

A posição do rotor é estimada por

$$\hat{\theta}_{rk} = \hat{\theta}_{rk-1} + \frac{\hat{\omega}_{rk} - \hat{\omega}_{rk-1}}{2} T_s \quad (3.25)$$

Observe que método apresenta limitações pelo fato de ser dependente de parâmetros elétricos da máquina, que variam com a temperatura, por exemplo.

### 3.5.2 Métodos baseados no observador de posição de Luenberger

Autores como Harke et al. (2008), Yoo et al. (2009) e Vansompel et al. (2010) desenvolveram estratégias baseadas em um observador de posição de Luenberger obtendo alta precisão na estimação e boa característica dinâmica. Na Figura 15 é mostrado o diagrama de blocos do observador utilizado nessas estratégias. Para obter-se a posição estimada do rotor ( $\hat{\theta}_e$ ), o observador requer parâmetros do motor, tais como a inércia ( $J$ ). Além disso, é necessário o cálculo do torque desenvolvido ( $T_e$ ).

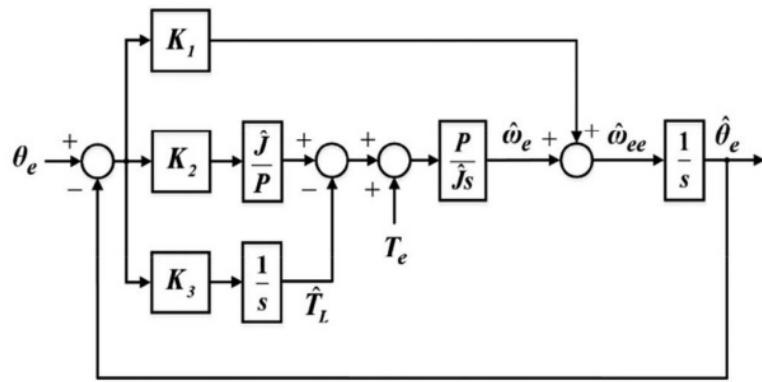


Figura 15 – Diagrama de blocos do observador de posição de Luenberger  
Fonte: Harke et al. (2008)

A equação de estado do observador é expressa na Equação 3.26

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_e \\ \hat{\omega}_e \\ \hat{T}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \frac{P}{s^2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_e \\ \hat{\omega}_e \\ \hat{T}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} T_e + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} (\theta_e - \hat{\theta}_e) \quad (3.26)$$

O conjugado desenvolvido  $T_e$  da máquina é obtido pelo uso da Equação 3.27.  $\lambda_m$  representa o fluxo concatenado por ímã. Para ímãs à base de ferrite, é conhecido que há uma redução de 20% no fluxo por 100 °C de aumento na temperatura ambiente. Por isso, o cálculo de  $T_e$  por 3.27 traz erros inerentes, caso não haja estimativa *online* de  $\lambda_m$

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \lambda_m i_{sq} \quad (3.27)$$

Como a inércia do sistema pode ser variável, o valor de  $J$  estimado *off-line* ou antes da execução do controle pode não ser exata. Assim, para estimar-se a posição com precisão, é necessário calcular o conjugado desenvolvido e detectar a inércia precisamente por meio de um processo de estimativa adicional de inércia. Além disso, o observador é um sistema de terceira ordem e cálculo de ganhos de  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  estão envolvidos.

### 3.6 Conclusão

Nesse capítulo foram apresentadas a partir de uma revisão bibliográfica sobre o tema diversas abordagens baseadas em diferentes princípios sobre a estimação da posição e velocidade rotóricas de máquinas síncronas de ímãs permanentes (PMSM) a partir de um arranjo de sensores de efeito *Hall* digitais, instalados com defasagem de 120° elétricos.

Dentre os métodos introduzidos ao longo desse capítulo, foram selecionados os métodos

- Taylor de ordem zero: devido à sua facilidade de implementação, demandando baixa complexidade computacional, além de ser um método base para outras abordagens;
- Mínimos quadrados ordinários: apresenta boas estimativas de posição e velocidade, além de melhores estimativas para o caso de desalinhamento dos sensores;
- Mínimos quadrados recursivos: abordagem recente sobre o tema, apresenta boas estimativas de posição e velocidade, com diminuição de transições abruptas no sinal de estimação de posição;
- Método baseado na estimação de força contraeletromotriz (fcem): devito ao fato de ser baseado no modelo elétrico da máquina, permitindo uma análise de sensibilidade a parâmetros elétricos.

# 4 Implementação dos Métodos

No capítulo 3 foram apresentados os principais métodos de estimativa de posição e velocidade rotóricas da MSIP, a partir de sensores de efeito *Hall* digitais, disponíveis na literatura. Foram selecionados quatro métodos para serem implementados nesse trabalho: Taylor de ordem zero (Morimoto et al., 1996), Mínimos quadrados ordinários (Zhang and Zhang, 2014), Mínimos quadrados recursivos (Lee, 2016) e Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz (fcem.) (Lidozzi et al., 2007).

Nesse capítulo serão tratados os detalhes da implementação desses métodos a partir de simulações na plataforma MATLAB, que são opções seguras e versáteis para se realizar a avaliação desses algoritmos. Nos últimos anos, o MATLAB tem se estabelecido como referência em computação numérica, processamento de sinais e desenvolvimento de algoritmos.

Os métodos serão implementados em ponto flutuante e em ponto fixo de 32 bits, permitindo a avaliação da aplicabilidade desses métodos em dispositivos DSP de ponto fixo, que são dispositivos mais baratos e bastante aplicados em acionamentos com bom custo benefício.

Serão apresentados e discutidos os resultados das simulações por meio de figuras e tabelas. Por fim, serão feitas avaliações comparativas entre os métodos.

## 4.1 Metodologia Utilizada

Os métodos serão implementados em uma simulação na plataforma MATLAB, a partir do modelo de um eixo girante com três setores sensores de posição efeito *Hall* digitais posicionados em sua periferia primeiramente com defasagem espacial de 120° graus elétricos, em que a posição angular instantânea angular determina os estados dos sensores.

Primeiramente, os métodos serão implementados em ponto flutuante, aproveitando-se da vantagem de menor ciclo de desenvolvimento do código e, posteriormente, em ponto fixo.

*A priori*, para o equacionamento em ponto fixo, optou-se em representar todo o sistema com um formato de Q-28 tanto para as variáveis como para as constantes, uma vez que a posição angular e as constantes de posição angular de referência  $\theta_{rk}$  possuem valores menores que o máximo valor representável no formato Q-28 ( $2^3 - 2^{-28} = 7,999999962747097$ ). Para ser representado no formato Q-28, o valor da velocidade, dado em *rad/s*, deve ser convertido para pu. O passo de cálculo ( $h_d = 100\mu s$ ) foi representado

com o formato Q-30.

Além disso, para representar as constantes da máquina em ponto fixo, buscou-se evitar os chamados *erros iniciais*, que são cometidos nos arredondamentos de constantes e dados iniciais. Por meio da seguinte definição:

- É dito que  $\bar{x}$  tem  $k$  casas decimais corretas se  $\Delta_{\bar{x}} = |x - \bar{x}| \leq 0,5 \times 10^{-k}$ ;
- É dito que  $\bar{x}$  tem  $n$  algarismos significativos corretos se  $r_{\bar{x}} \leq 0,5 \times 10^{-n}$ ;

onde  $\bar{x}$  é a representação em ponto fixo de  $x$ ,  $\Delta_{\bar{x}}$  é o erro absoluto de representação e  $r_{\bar{x}}$  é o erro relativo.

A representação base do sistema é de Q-28, que oferece uma precisão de  $2^{-28} = 3,725 \times 10^{-9}$ . Seguindo o conceito, o número de algarismos significativos do sistema que devem ser considerados é de 8 casas decimais ( $3,725 \times 10^{-9} \leq 0,5 \times 10^{-8}$ ) para a validação do método. As implementações em ponto flutuante serão avaliadas quanto a precisão das representações das variáveis de interesse do estimador:  $\hat{\omega}_r$  e  $\hat{\theta}_r$ , por meio da análise de  $\Delta_{\bar{x}}$  e  $r_{\bar{x}}$ .

A principal forma de avaliação da eficácia dos métodos de estimação é o erro de estimação absoluto, dado por

$$\Delta_{\hat{x}} = |x - \hat{x}| \quad (4.1)$$

onde  $x$  é o valor atual e  $\hat{x}$  o valor estimado de determinada variável. Quanto menor o erro de estimação, maior a precisão do método.

Os métodos serão implementados primeiramente com o modelo dos sensores alinhados propriamente, i.e., os sensores instalados na parte interna do estator com defasagem espacial de 120 graus elétricos e admitindo-se não haver desalinhamento na instalação dos sensores. Simula-se uma rampa de velocidade de duração de 0.2 s seguida de regime permanente com velocidade angular elétrica de  $120\pi = 376.99 \text{ rad/s}$ . Posteriormente, serão introduzidas diferenças de largura entre setores adjacentes para simular condições de operação mais próxima de aplicações práticas, repetindo-se a análise. Serão apresentados gráficos mostrando a posição angular e a velocidade, em conjunto com seus respectivos erros absolutos.

Os desvios angulares dos sensores de efeito *Hall* são definidos:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 0 \\ \alpha_2 &= -\pi/18 \\ \alpha_3 &= -\pi/36\end{aligned}$$

com base nos valores de desvio encontrados na literatura.

Para o caso do método baseado na estimativa da força contraeletromotriz serão feitas implementações com variação de alguns parâmetros do modelo elétrico da máquina, com o intuito de fazer-se uma análise de sensibilidade do método às variações desses parâmetros. Essa análise mostra-se essencial, uma vez que esse método é baseado no modelo elétrico da máquina, passível a erros de modelagem e variações dos parâmetros da máquina durante sua operação, e.g., aumento da resistência elétrica por fase com o aumento da temperatura dos enrolamentos estatóricos da máquina.

A carga computacional das estratégias propostas pode ser mensurada por meio do número de operações aritméticas (multiplicação, divisão, adição/subtração) envolvidas nos algoritmos de estimativa. As operações de multiplicação e adição/subtração são normalmente realizadas em *hardware*, sendo essas duas as operações de computação mais rápida. A operação de divisão é comumente feita em *software*, e.g., Multiplicação Recíproca (Jones, 2002), devido ao custo menor de *hardware* e sua velocidade de cálculo maior, porém, essa operação exige mais recursos computacionais que as demais.

Serão apresentadas tabelas com a exposição do número de operações aritméticas para cada método.

## 4.2 Taylor de ordem zero

Conforme apresentado na Seção 3.3, a abordagem proposta por Morimoto et al. baseia-se no conhecimento dos estados dos sensores de efeito *Hall* de posição e nos instantes de transição entre esses estados para a determinação da posição e velocidade angulares, sendo descrito pelas equações:

$$\hat{\omega}_{rk} = \frac{\pi/3}{\Delta T_{k-1}} \quad (4.2)$$

$$\hat{\theta}_r = \hat{\omega}_{rk}(t - t_k) + \theta_{r_k} \quad (4.3)$$

onde  $\hat{\omega}_{rk}$  é a velocidade estimada,  $\hat{\theta}_r$  é a posição angular estimada,  $\Delta T_{k-1}$  é o tempo levado para o cruzamento do setor anterior  $k - 1$  e  $\theta_{r_k}$  é a posição angular inicial do setor, que depende do sentido de rotação do eixo.

A determinação de  $\Delta T_{k-1}$  é esquematizada na Figura 16. Cada vez que ocorre um evento de mudança de estado de um dos três sensores de posição de efeito *Hall*, inicia-se a contagem do número de passos discretos, que é interrompida apenas no advento do próximo evento *Hall*, iniciando-se uma nova contagem. Dessa forma, o espaço de tempo  $\Delta T_{k-1}$  é definido por:

$$\Delta T_{k-1} = NT_s \quad (4.4)$$

onde  $N$  é o número de ciclos PWM na janela de tempo entre dois eventos *Hall* e  $T_s$  é o período discreto.

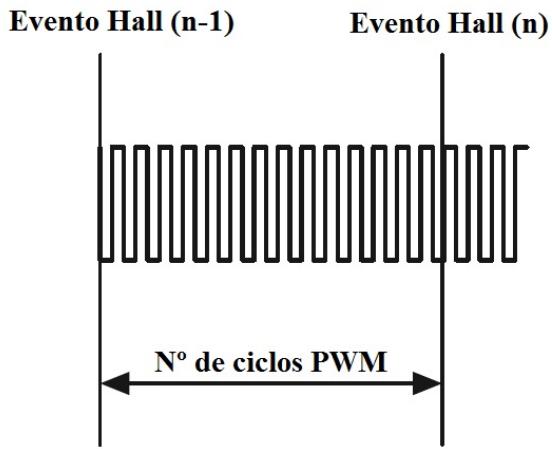


Figura 16 – Representação do número de ciclos PWM entre dois eventos *Hall*

Fonte: Microsemi Corporation (2012) - Adaptado

Pela Equação 4.3 a posição angular é estimada por extração linear. Essa abordagem tem a desvantagem de necessitar do armazenamento de instantes de tempo, o que pode resultar em problemas associados a estouro de contador de tempo. Isso pode ser remediado com o uso da integração numérica no esquema:

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_{rk} &= \theta_{rk}, \text{ quando ocorrer um evento } Hall \\ \hat{\theta}_{rk} &= \hat{\theta}_{rk-1} + \hat{\omega}_{rk}T_s, \text{ demais instantes de tempo}\end{aligned}$$

Conforme introduzido por Bu et al. (1998), a estimativa de posição será limitada pelos valores máximos e mínimos que ela pode assumir dentro do setor vigente, i.e.

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_r &= \theta_{rk}, \text{ se } \hat{\theta}_r < \theta_{rk} \\ \hat{\theta}_r &= \theta_{rk} + \pi/3, \text{ se } \hat{\theta}_r > \theta_{rk} + \pi/3\end{aligned}$$

permitindo assim a aplicação desse método em condições de partida em repouso da máquina.

Na implementação desse método, é necessário definir 6 constantes correspondentes aos possíveis valores de  $\theta_{rk}$ . Para o caso da aplicação em ponto fixo, a partir da análise das Tabelas (1)-(2), pode-se constatar que, com exceção da representação do período discreto ( $T_s$ ), em Q-30, todos os valores estão no formato Q-28, com representação adequada. Devido a limitações de *hardware* (32 bits com sinal) do microcontrolador tomado como referência, a representação de  $T_s$  terá 5 algarismos significativos corretos.

Tabela 1 – Valores das constantes do método Taylor de ordem zero e seus respectivos valores aproximados em ponto fixo.

Constante	$x$	$\bar{x}$	Representação
Período discreto ( $T_s$ )	$1x10^{-4}$	$0,999998301x10^{-4}$	Q-30
$\pi/6$	$0,523598776$	$0,523598775$	Q-28
$\pi/3$	$1,047197551$	$1,047197550$	Q-28
$\pi/2$	$1,570796326$	$1,570796326$	Q-28
$5\pi/6$	$2,617993878$	$2,61799388$	Q-28
$\pi$	$3,141592654$	$3,141592655$	Q-28
$7\pi/6$	$3,665191429$	$3,665191431$	Q-28
$9\pi/6$	$4,712388980$	$4,712388981$	Q-28
$11\pi/6$	$5,759586532$	$5,759586532$	Q-28
$2\pi$	$6,283185307$	$6,283185307$	Q-28

Fonte: o autor

Tabela 2 – Análise do erro absoluto e erro relativo para a validação da representação das constantes do método Taylor de ordem zero.

Constante	$\Delta_{\bar{x}}$	$k$	$r_{\bar{x}}$	$n$
Período discreto ( $T_s$ )	$1,6987x10^{-10}$	9	$1,6987x10^{-6}$	5
$\pi/6$	$3,307x10^{-10}$	9	$6,3159x10^{-10}$	9
$\pi/3$	$6,614x10^{-10}$	9	$6,3159x10^{-10}$	9
$\pi/2$	$9,9209x10^{-10}$	9	$6,3159x10^{-10}$	9
$5\pi/6$	$1,6535x10^{-9}$	8	$6,3159x10^{-10}$	9
$\pi$	$1,7411x10^{-9}$	8	$5,5421x10^{-10}$	9
$7\pi/6$	$1,4104x10^{-9}$	8	$3,8481x10^{-10}$	9
$9\pi/6$	$7,4901x10^{-10}$	9	$1,5894x10^{-10}$	9
$11\pi/6$	$8,7614x10^{-11}$	10	$1,5212x10^{-11}$	10
$2\pi$	$2,4308x10^{-10}$	9	$3,8688x10^{-11}$	10

Fonte: o autor

#### 4.2.1 Resultados

A seguir, é feita a implementação do método de Taylor de ordem zero na plataforma MATLAB em ponto fixo e em ponto flutuante. Os resultados são apresentados.

Os códigos em ponto fixo e em flutuante são testados sob as mesmas condições. A seguir, os erros absolutos máximos das variáveis  $\hat{\theta}_r$  e  $\hat{\omega}_r$  (saídas do estimador) entre seus valores em ponto fixo e em ponto flutuante são calculados e apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados - Método Taylor de ordem zero - Erro absoluto máximo de representação em ponto fixo das variáveis de saída do estimador

Variável	$\Delta_{\bar{x}_{max}}$	$r_{\bar{x}_{max}}$	Representação
$\hat{\theta}_r$	$2,291 \times 10^{-9}$	$6,321 \times 10^{-10}$	Q-28
$\hat{\omega}_r$	$1,747 \times 10^{-6}$	$1,698 \times 10^{-6}$	Q-28

Fonte: o autor

## Modelo com sensores alinhados

Primeiramente, são mostrados os resultados para a simulação do modelo com sensores alinhados. Nas Figuras 17 e 18 podem ser visualizados os resultados de estimativação de posição e velocidade angulares no trechos de aceleração e de regime permanente da velocidade.

Excetuando-se os picos de erro nos instantes de descontinuidade da curva de posição, o erro de estimativação de posição absoluto máximo foi de aproximadamente 0,5 radianos elétricos durante a partida, e em regime permanente de aproximadamente 0,06 radianos elétricos. Pela análise da Figura 17 pode-se perceber que a convergência foi rápida, com pico de erro de estimativação de 0,1 radianos elétricos no segundo ciclo elétrico.

Na Figura 18 podem ser visualizados os resultados da estimativação da velocidade rotórica. O erro máximo foi de aproximadamente 45 rad/s durante a partida. Em regime permanente, o erro de estimativação de velocidade alternou entre 3 rad/s e aproximadamente 11 rad/s, não convergindo para zero. Isso se deve ao fato de que como  $\Delta T_{k-1}$  é um múltiplo inteiro do período discreto, para alguma velocidades angulares a estimativação não irá convergir, mesmo com o eixo girando a velocidade constante, devido a eventuais ocorrências de Eventos *Hall* antes do fim de determinado ciclo PWM, levando a um  $\Delta T_{k-1}$  menor e consequentemente  $\hat{\omega}_r$  maior.

## Modelo com sensores desalinhados

O modelo da simulação foi então modificado para o estudo da sensibilidade do método a sensores desalinhados. As estimavações de posição e velocidade podem ser visualizadas nas Figuras 19 e 20. A introdução de desuniformidades nos setores promove o aumento substancial no erro de estimativação da posição e velocidade, com picos de erro de estimativação de posição de aproximadamente 0,3 rad e de estimativação de velocidade variando entre 25 e 65 rad/s.

## Complexidade computacional

As operações matemáticas e suas respectivas incidências na implementação do algoritmo podem ser vistos na Tabela 4.

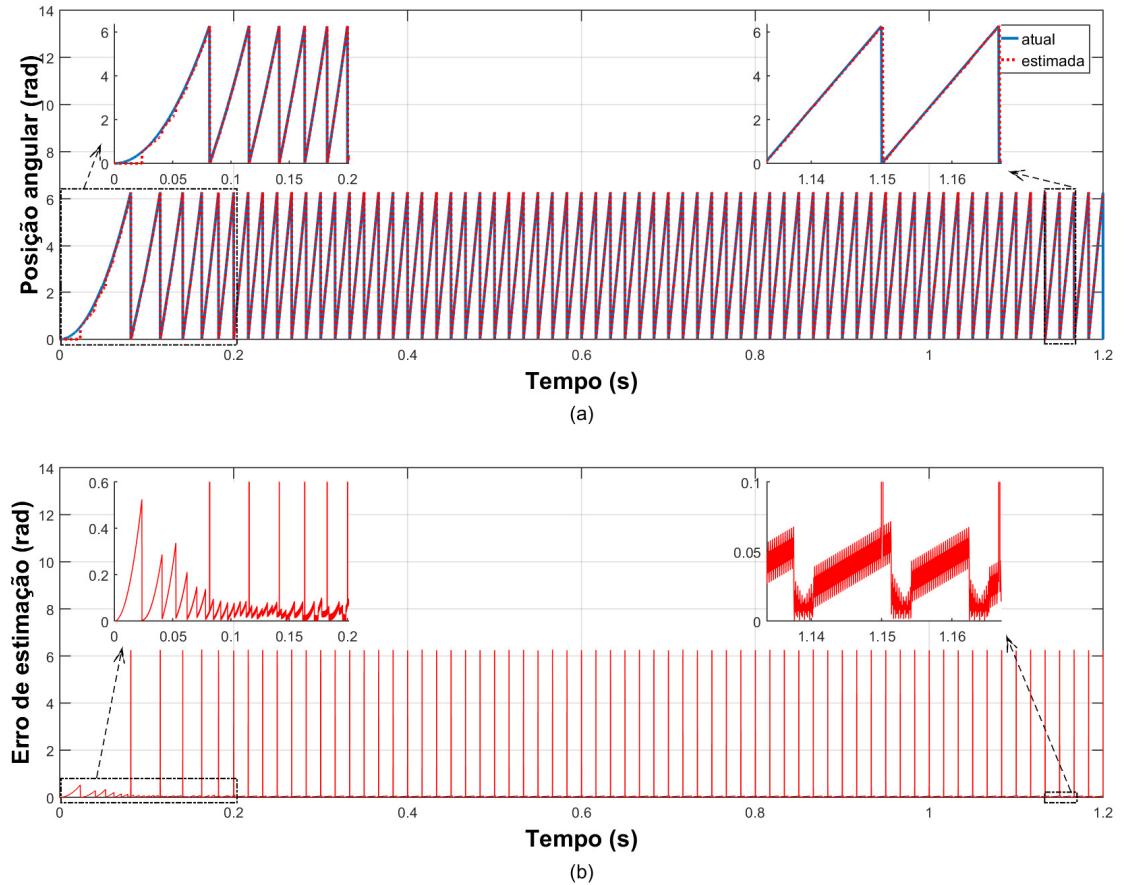


Figura 17 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: sensores alinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição  
Fonte: o autor

Tabela 4 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: Complexidade computacional

<i>Operação Matemática</i>	<i>Nº de operações</i>
Adição/Subtração	7
Multiplicação	5
Divisão	1

Fonte: o autor

### 4.3 Mínimos Quadrados Ordinários

Na seção 3.4.2 foi apresentado o método de mínimos quadrados ordinários para obtenção de estimativas de posição e velocidade a partir do conhecimento dos estados dos sensores de efeito *Hall* e de seus instantes de transição. O método consiste em aproximar a evolução das posições angulares por uma reta - Figura 21 - que pode ser calculada por

$$\hat{\theta}(t) = a + bt + \theta_{rk} + \frac{\Delta\theta}{\Delta T_{k-1}} t \quad (4.5)$$

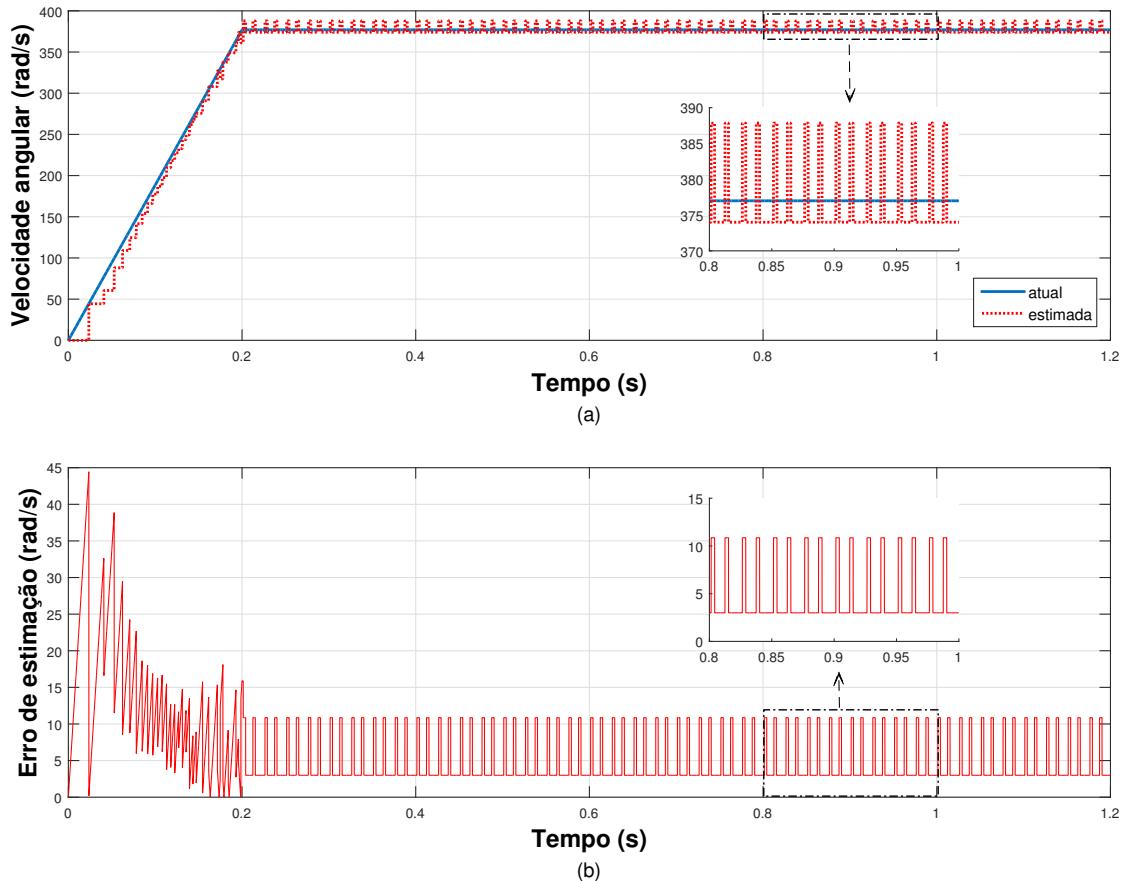


Figura 18 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: sensores alinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade

Fonte: o autor

onde:

$a, b$  = coeficientes indeterminados

$\theta_{rk}$  = ângulo de referência do início do setor

$\Delta\theta$  = erro de estimação da posição angular no momento da última mudança de estado dos sensores

O coeficiente  $b$  pode ser interpretado como uma estimativa de velocidade média angular, uma vez que esse é o coeficiente angular da reta aproximada pelo método. O termo  $\Delta\theta/\Delta T_{k-1}$  faz a correção da estimativa da posição no momento da mudança de estados: ao invés de impor a posição estimada como aquela do início do setor, o que pode causar *ripple* no torque, distribui-se o erro de estimativa ao longo do próximo setor, de acordo com o tempo decorrido para cruzar-se o setor anterior.

Há seis estados do arranjo de sensores em cada período elétrico, então sete pontos são escolhidos para fazer a interpolação. Os coeficientes  $a$  e  $b$  podem ser determinados a

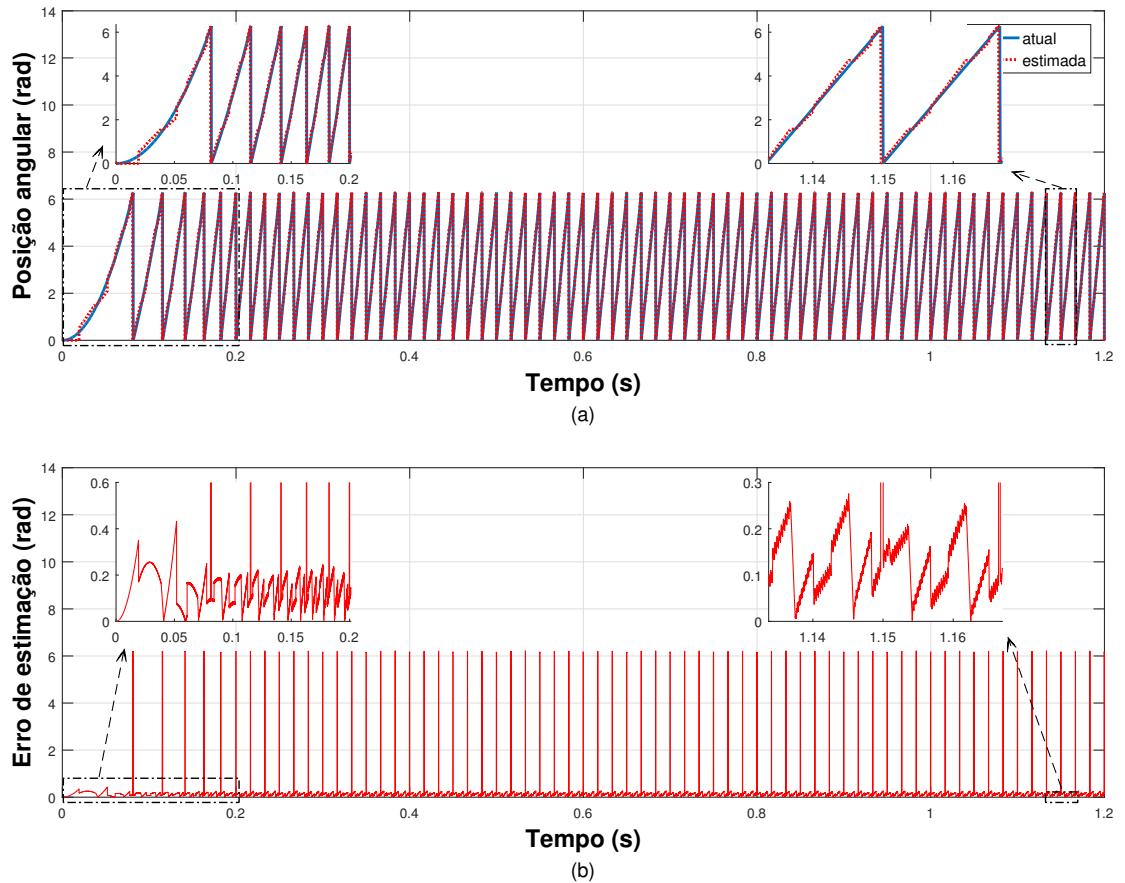


Figura 19 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: sensores desalinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição  
Fonte: o autor

partir da seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} 7 & \sum_{i=1}^7 x_i \\ \sum_{i=1}^7 x_i & \sum_{i=1}^7 x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^7 y_i \\ \sum_{i=1}^7 x_i y_i \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

onde:

$x_i$  = tempo decorrido entre o início do ciclo elétrico e a última mudança de estado

$y_i$  = posição angular do início do setor, variando de 0 a 360°

Os valores  $x_i$  e  $y_i$  são dados pela Tabela 5

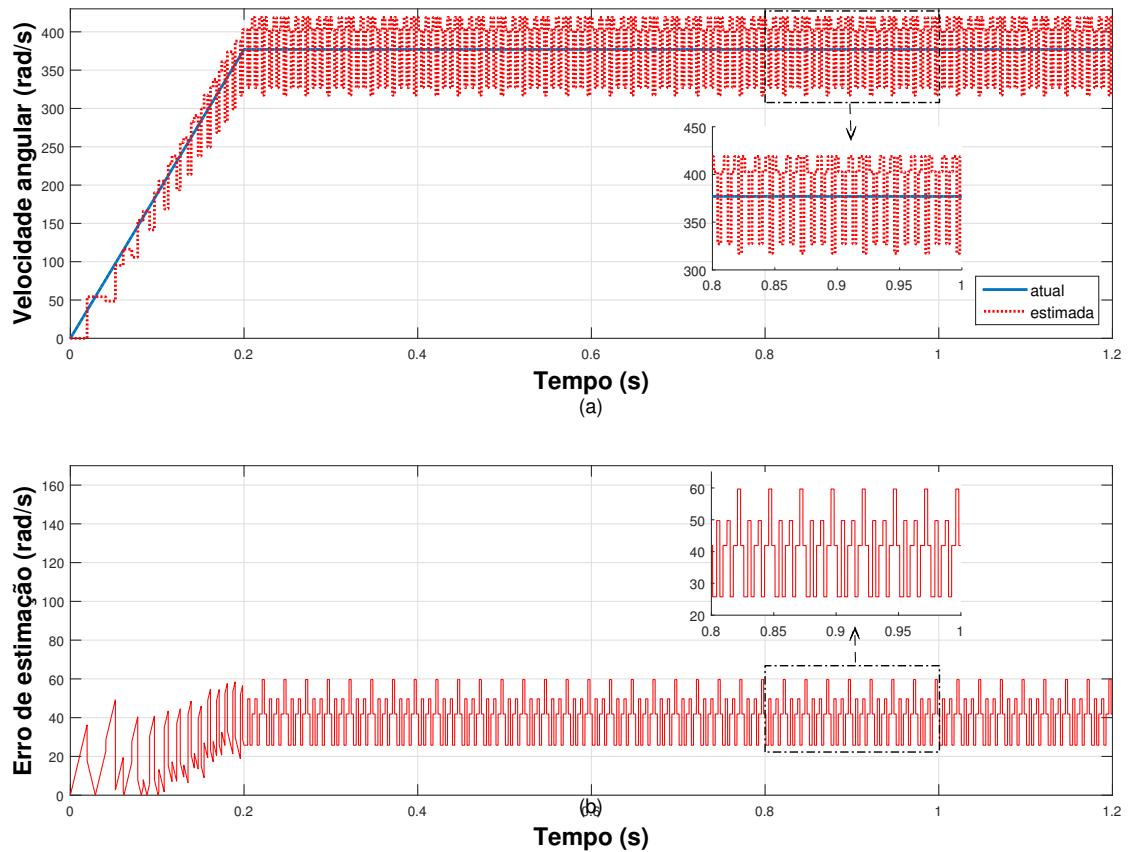


Figura 20 – Resultados - Método Taylor de ordem zero: sensores desalinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade

Fonte: o autor

Tabela 5 – Método Mínimos Quadrados Ordinários - Coordenadas dos pontos dos sinais *Hall*

$i$	$x_i$	$y_i$
1	0	0
2	$T_1$	$\pi/3$
3	$T_1 + T_2$	$2\pi/3$
4	$T_1 + T_2 + T_3$	$\pi$
5	$T_1 + T_2 + T_3 + T_4$	$4\pi/3$
6	$T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5$	$5\pi/3$
7	$T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6$	$2\pi$

Fonte: o autor

#### 4.3.1 Resultados

A seguir, é feita a implementação do método dos Mínimos Quadrados Ordinários na plataforma MATLAB em ponto fixo e em ponto flutuante. Os resultados são apresentados.

Os códigos em ponto fixo e em flutuante são testados sob as mesmas condições e os erros absolutos máximos das variáveis  $\hat{\theta}_r$  e  $\hat{\omega}_r$  entre seus valores em ponto fixo e em

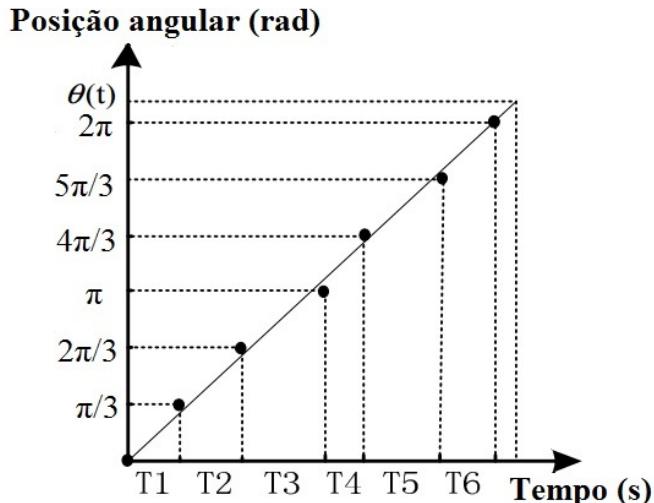


Figura 21 – Método Mínimos Quadrados Ordinários - Interpolação e composição da posição rotórica

Fonte: Zhang and Zhang (2014) - Adaptado

ponto flutuante são calculados e apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Resultados - Método de mínimos quadrados ordinários - Erro absoluto máximo de representação em ponto fixo das variáveis de saída do estimador

Variável	$\Delta_{\bar{x}_{max}}$	$r_{\bar{x}_{max}}$	Representação
$\hat{\theta}_r$	$3,291 \times 10^{-9}$	$6,821 \times 10^{-10}$	Q-28
$\hat{\omega}_r$	$1,897 \times 10^{-6}$	$1,758 \times 10^{-6}$	Q-28

Fonte: o autor

## Modelo com sensores alinhados

Primeiramente, são mostrados os resultados para a simulação do modelo com sensores alinhados. Nas Figuras 22 e 23 podem ser visualizados os resultados de estimação e erro de posição e velocidade angulares no trecho de aceleração e em regime permanente.

Excetuando-se os picos de erro nos instantes de descontinuidade da curva de posição, o erro de estimação de posição absoluto máximo foi de aproximadamente 0,5 radianos elétricos durante a partida, e em regime permanente de aproximadamente 0,075 radianos elétricos. Pela análise da Figura 22 pode-se perceber que a convergência foi rápida, porém mais lenta do que no método Taylor de Ordem Zero, com pico de erro de estimação de 0,2 radianos elétricos no segundo ciclo elétrico.

Na Figuras 23 podem ser visualizados os resultados da estimação da velocidade rotórica. O erro máximo foi de aproximadamente 80 rad/s durante a partida. Em regime permanente, o erro de estimação de velocidade ficou abaixo de 1 rad/s.

Esse método apresenta uma velocidade de convergência de estimativa de posição e velocidade mais lenta em comparação com o método Taylor de Ordem Zero.

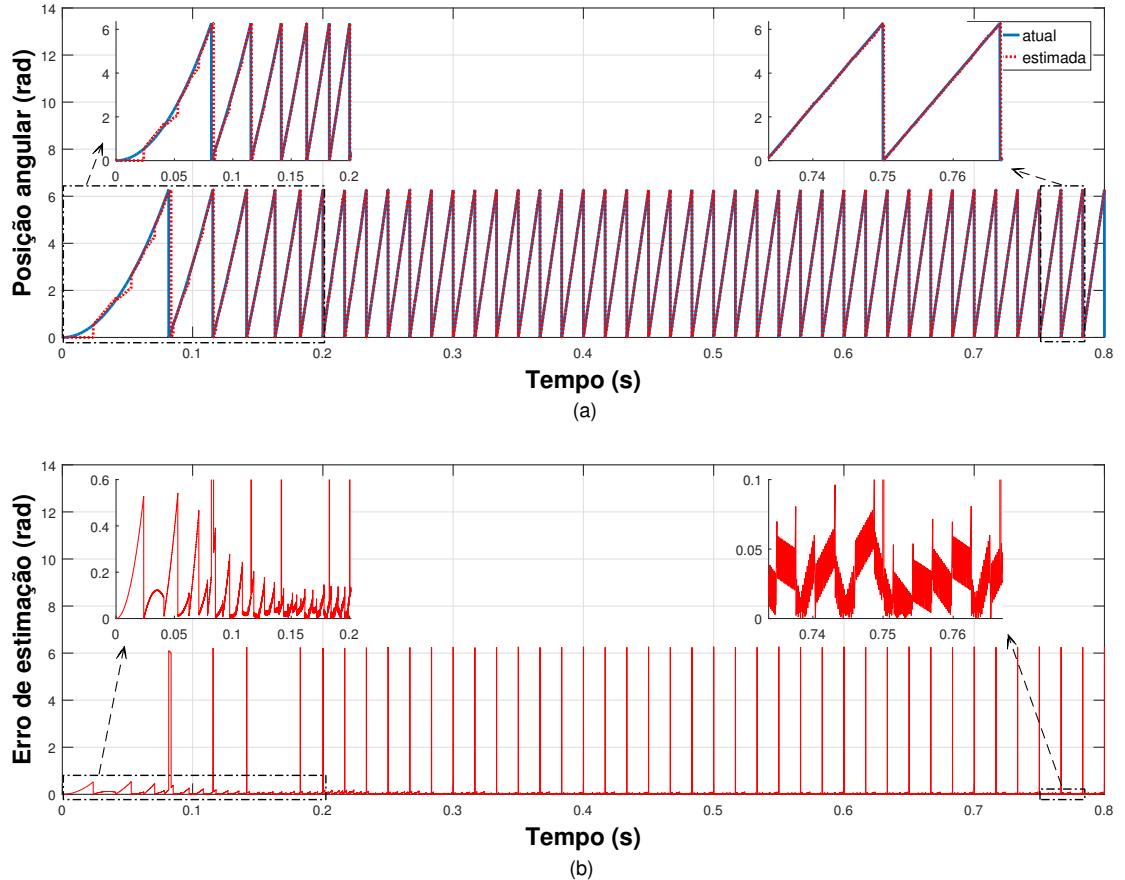


Figura 22 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: sensores alinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição  
Fonte: o autor

### Modelo com sensores desalinhados

A seguir, o modelo da simulação é modificado para o estudo da sensibilidade do método a sensores desalinhados. As estimativas de posição e velocidade são apresentadas nas Figuras 24 e 25.

Excetuando-se os picos de erro nos instantes de descontinuidade da curva de posição, o erro de estimação de posição absoluto máximo foi de aproximadamente 0,8 radianos elétricos durante a partida, e em regime permanente de 0,2 radianos elétricos.

Na Figura 25 podem ser visualizados os resultados da estimativa da velocidade rotórica. O erro máximo foi de aproximadamente 80 rad/s durante a partida. Em regime permanente, o erro de estimação de velocidade alternou ficou abaixo de 3,5 rad/s.

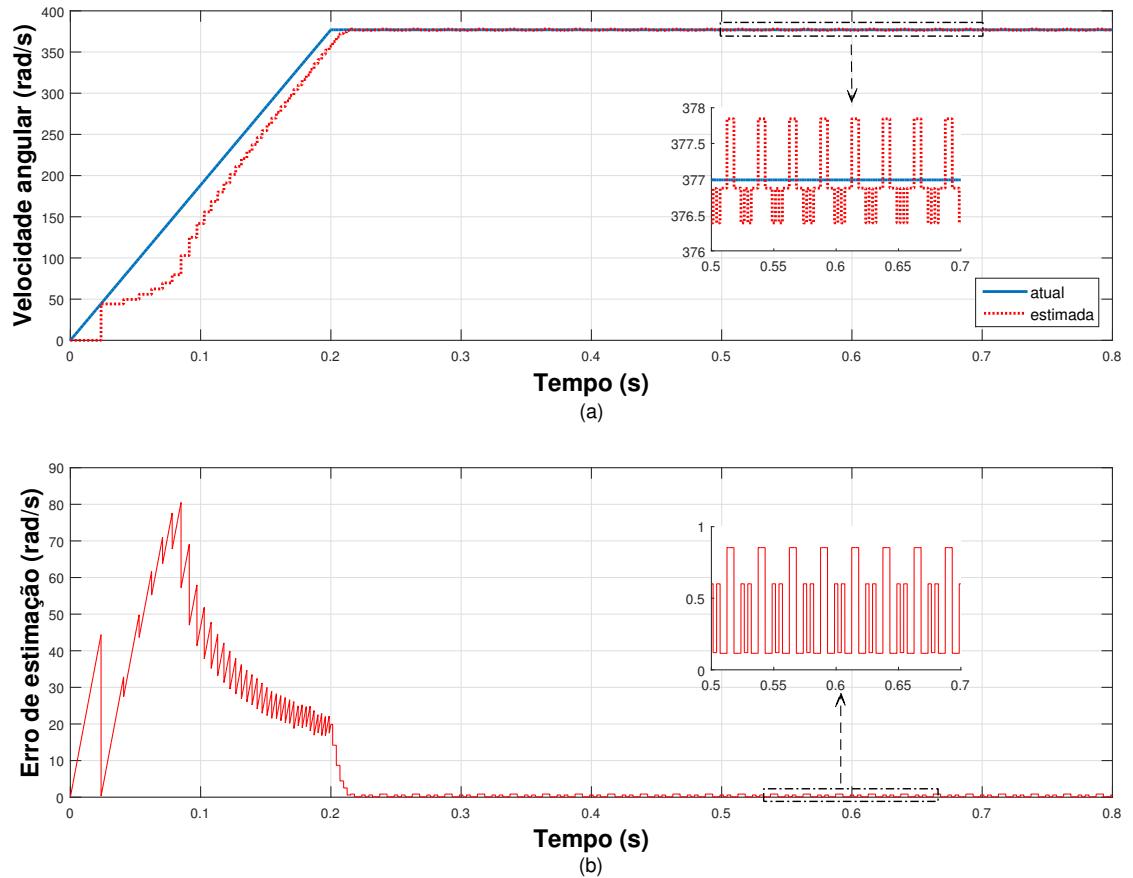


Figura 23 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: sensores alinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade  
Fonte: o autor

## Complexidade computacional

As operações matemáticas e suas respectivas incidências na implementação do algoritmo de Taylor de ordem zero podem ser vistos na Tabela 7.

Tabela 7 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: Complexidade computacional

<i>Operação Matemática</i>	<i>Nº de operações</i>
Adição/Subtração	40
Multiplicação	25
Divisão	4

Fonte: o autor

## 4.4 Mínimos Quadrados Recursivos

Na seção 3.4.3 foi apresentado um método que utiliza um algoritmo de mínimos quadrados recursivos (RLS) e um observador de Luenberger de ordem reduzida para

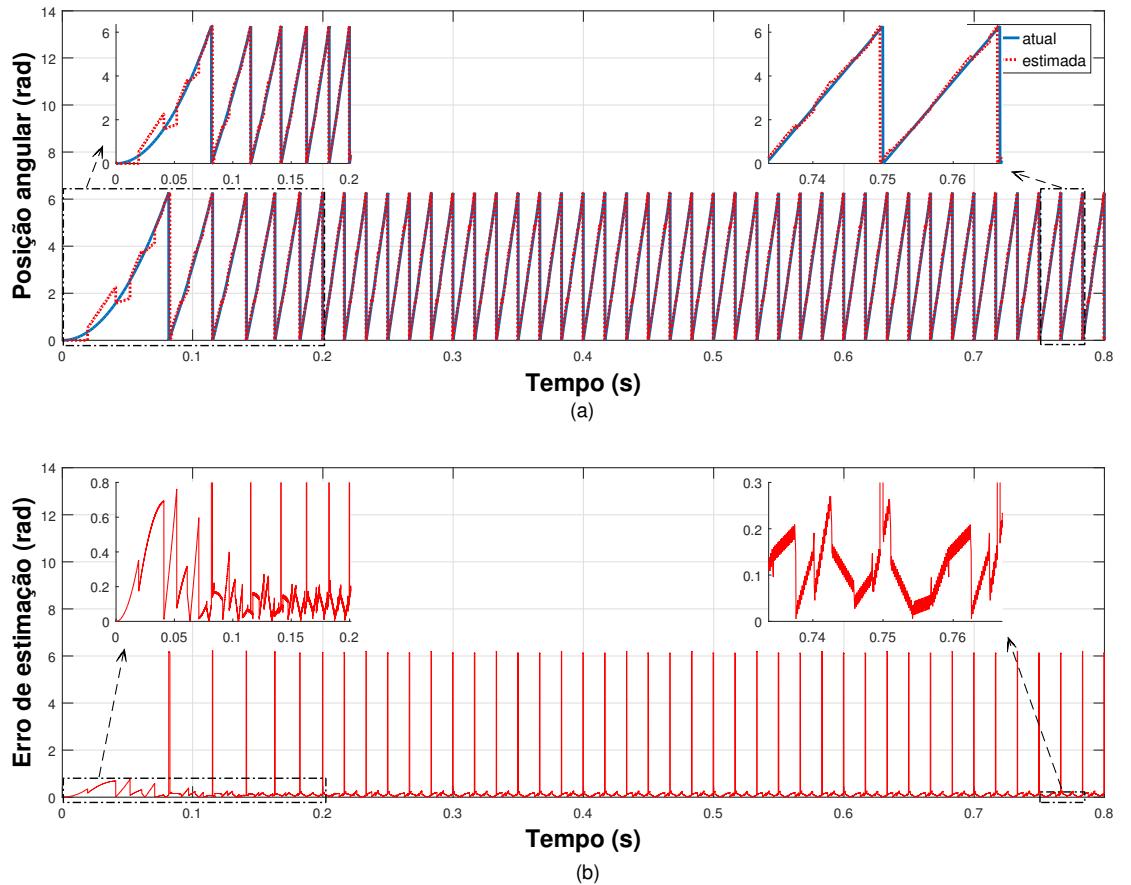


Figura 24 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: sensores desalinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição  
Fonte: o autor

obtenção de estimativas de posição e velocidade angulares a partir do conhecimento dos estados dos sensores de efeito *Hall* de posição e de seus instantes de transição.

Na Figura 26 é ilustrado o diagrama de blocos do esquema, que é composto por duas partes: bloco *Part A*, onde a velocidade rotórica é estimada, e *Part B*, onde é feita a estimativa da posição angular.

O bloco *Part A* utiliza um algoritmo de mínimos quadrados recursivos (RLS) para estimar a velocidade rotórica, e apresenta vantagens, pois não necessita de parâmetros mecânicos ou elétricos da máquina, além de apresentar estrutura simples.

As equações do algoritmo RLS são dadas por 4.7 - 4.11

$$Y_k = h_k^T x_k \quad (4.7)$$

$$k_k = \frac{P_{k-1} h_k}{h_k^T P_{k-1} h_k + \lambda} \quad (4.8)$$

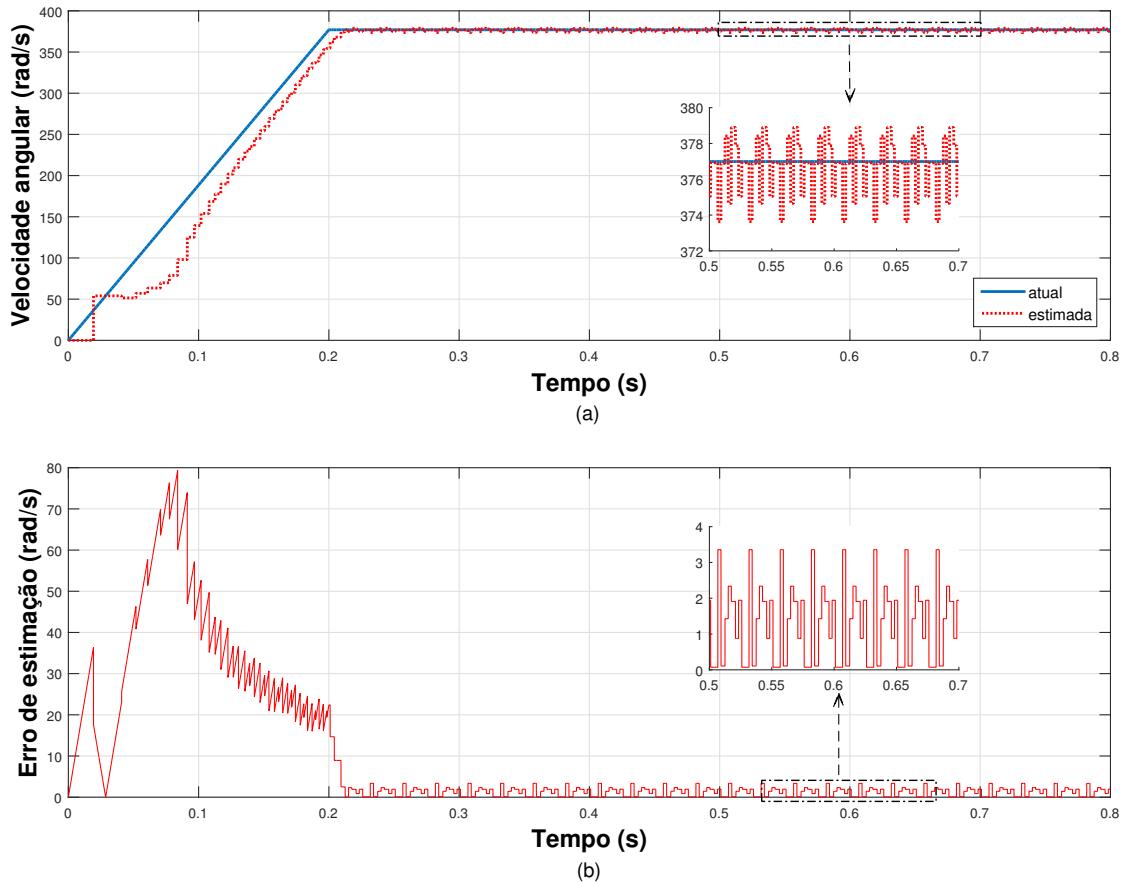


Figura 25 – Resultados - Método Mínimos Quadrados Ordinários: sensores desalinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade  
Fonte: o autor

$$e_k = Y_k - h_k^T \hat{x}_{k-1} \quad (4.9)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + k_k e_k \quad (4.10)$$

$$P_k = \frac{1}{\lambda} (I - k_k h_k^T) P_{k-1} \quad (4.11)$$

onde:

$\lambda$  = fator de esquecimento;

$k_k$  = vetor de ganhos;

$P_k$  = matriz de covariância;

$Y_k$  = valor medido;

$x_k$  = quantidade desconhecida;

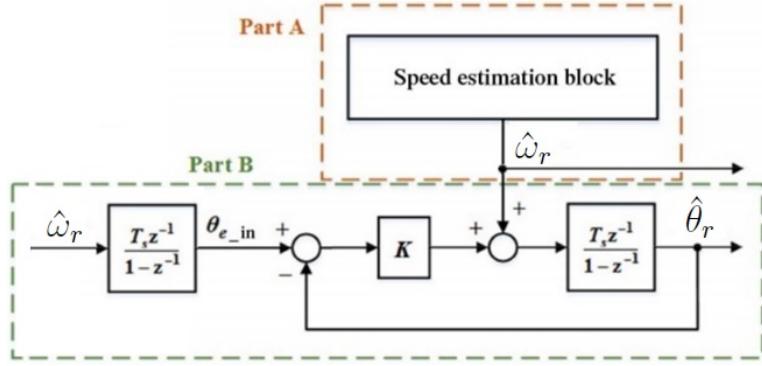


Figura 26 – Diagrama de blocos do estimador de posição e velocidade estimado

Fonte: Ahn and Lee (2016) - Adaptado

 $\hat{x}_k$  = valor estimado; $h_k$  = parâmetros do sistema; $e_k$  = erro entre os valores medido e estimado.

O bloco *Part A* recebe como entrada uma primeira estimativa da velocidade angular obtida por meio da Equação 4.4 e realiza uma filtragem adaptiva das componentes de alta frequência do sinal de entrada. A filtragem está associada ao fator de esquecimento  $\lambda$ , que reduz a influência de dados passados. Quanto maior o valor do fator de esquecimento (respeitando o limite superior de 1), maior a filtragem do sinal de entrada.

O bloco *Part B* representa um observador de estado de posição de ordem um, onde  $T_s z^{-1} / (1 - z^{-1})$  representa um integrador no domínio discreto. O observador é descrito pela equação 4.12

$$\frac{d}{dt} \hat{\theta}_r = \hat{\omega}_r + K(\theta_{e\_in} - \hat{\theta}_r) \quad (4.12)$$

$$\theta_{e\_ink} = \theta_{e\_ink-1} + \hat{\omega}_{rk} T_s \quad (4.13)$$

the transfer function of the proposed observer is expressed as follows:

A função de transferência do observador proposto é expressa por 4.14

$$\hat{\theta}_r = \frac{K}{s + K} \theta_{e\_in} + \frac{1}{s + K} \hat{\omega}_r \quad (4.14)$$

onde pode ser visto que o observador é estável para  $K > 0$ .

Devido à descontinuidade da curva de posição angular, a parcela  $\theta_{e\_in} - \hat{\theta}_r$  eventualmente pode apresentar valores inconsistentes: caso  $\theta_{e\_in}$  ou  $\hat{\theta}_r$  já esteja em um novo

ciclo elétrico e o outro não. Portanto, na implementação desse método, a parcela  $\theta_{e\_in} - \hat{\theta}_r$  é substituída por  $\sin(\theta_{e\_in} - \hat{\theta}_r)$ , uma vez que para pequenos valores

$$\sin(\theta_{e\_in} - \hat{\theta}_r) = \sin(\theta_{e\_in} - \hat{\theta}_r + 2\pi) \approx \theta_{e\_in} - \hat{\theta}_r$$

O observador de ordem reduzida funciona como um filtro passa-baixas, removendo as transições abruptas contidas no sinal  $\theta_{e\_in}$ .

#### 4.4.1 Resultados

A seguir, é feita a implementação do método de Mínimos quadrados recursivos na plataforma MATLAB em ponto fixo e em ponto flutuante. Os resultados são apresentados.

Os códigos em ponto fixo e em flutuante são testados sob as mesmas condições e os erros absolutos máximos das variáveis  $\hat{\theta}_r$  e  $\hat{\omega}_r$  entre seus valores em ponto fixo e em ponto flutuante são calculados e apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Resultados - Método de mínimos quadrados ordinários: Erro absoluto máximo de representação em ponto fixo das variáveis de saída do estimador

Variável	$\Delta_{\bar{x}_{max}}$	$r_{\bar{x}_{max}}$	Representação
$\hat{\theta}_r$	$2,912 \times 10^{-9}$	$6,521 \times 10^{-10}$	Q-28
$\hat{\omega}_r$	$1,798 \times 10^{-6}$	$1,701 \times 10^{-6}$	Q-28

Fonte: o autor

#### Modelo com sensores alinhados

Os resultados da simulação do modelo com sensores alinhados são mostrados nas Figuras 27 e 28: a estimação e erro de posição e velocidade angulares no trecho de aceleração e em regime permanente.

Desconsiderando-se a descontinuidade da curva de posição, o erro de estimação de posição absoluto atingiu valor máximo de aproximadamente 1 radiano elétrico durante a partida, e em regime permanente de 0,04 radianos elétricos. Pela análise da Figura 27 pode-se perceber que a convergência foi mais lenta do que no método Taylor de Ordem Zero e Mínimos Quadrados Ordinários, com pico de erro de estimação de 0,4 radianos elétricos no segundo ciclo elétrico.

Na Figura 28 podem ser visualizados os resultados da estimação da velocidade rotórica. O erro máximo foi de aproximadamente 55 rad/s durante a partida. Em regime permanente, o erro de estimação de velocidade alternou ficou abaixo de 1 rad/s.

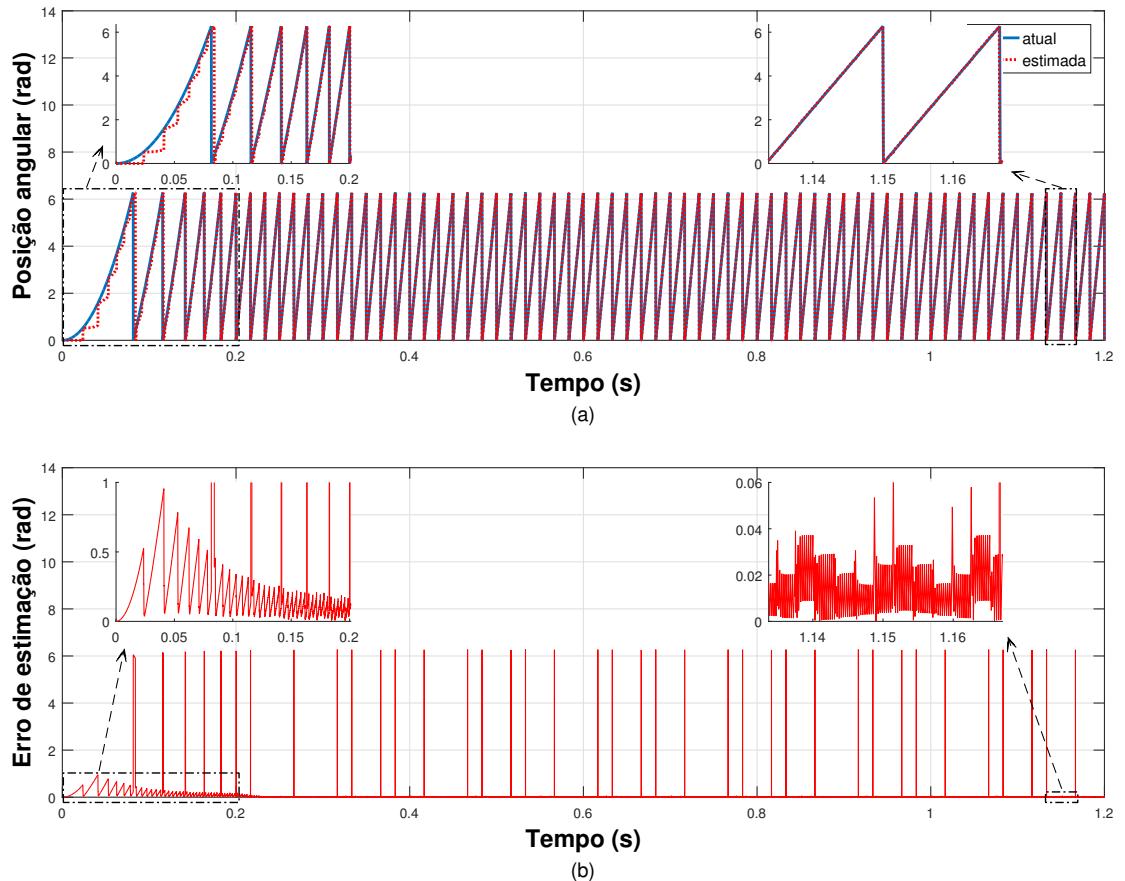


Figura 27 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores alinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição  
Fonte: o autor

### Modelo com sensores desalinhados

O modelo da simulação é então modificado para o estudo da sensibilidade do método a sensores desalinhados. As estimativas de posição e velocidade podem ser visualizadas nas Figuras 29 e 30. A introdução de desuniformidades nos setores promove o aumento significativo no erro de estimativa da posição e velocidade.

Excetuando-se os picos de erro nos instantes de descontinuidade da curva de posição, o erro de estimativa de posição absoluto máximo em regime permanente de 0,2 radianos elétricos. Pela análise da Figura 29 pode-se perceber que a convergência foi rápida, porém mais lenta do que no método Taylor de Ordem Zero, com pico de erro de estimativa de 0,4 radianos elétricos no segundo ciclo elétrico.

Na Figura 30 podem ser visualizados os resultados da estimativa da velocidade rotórica. O erro máximo foi de aproximadamente 57 rad/s durante a partida. Em regime permanente, a velocidade estimada possui convergiu para um valor com um *offset* de aproximadamente 7 rad/s. Isso acontece devido ao sinal de entrada do algoritmo RLS

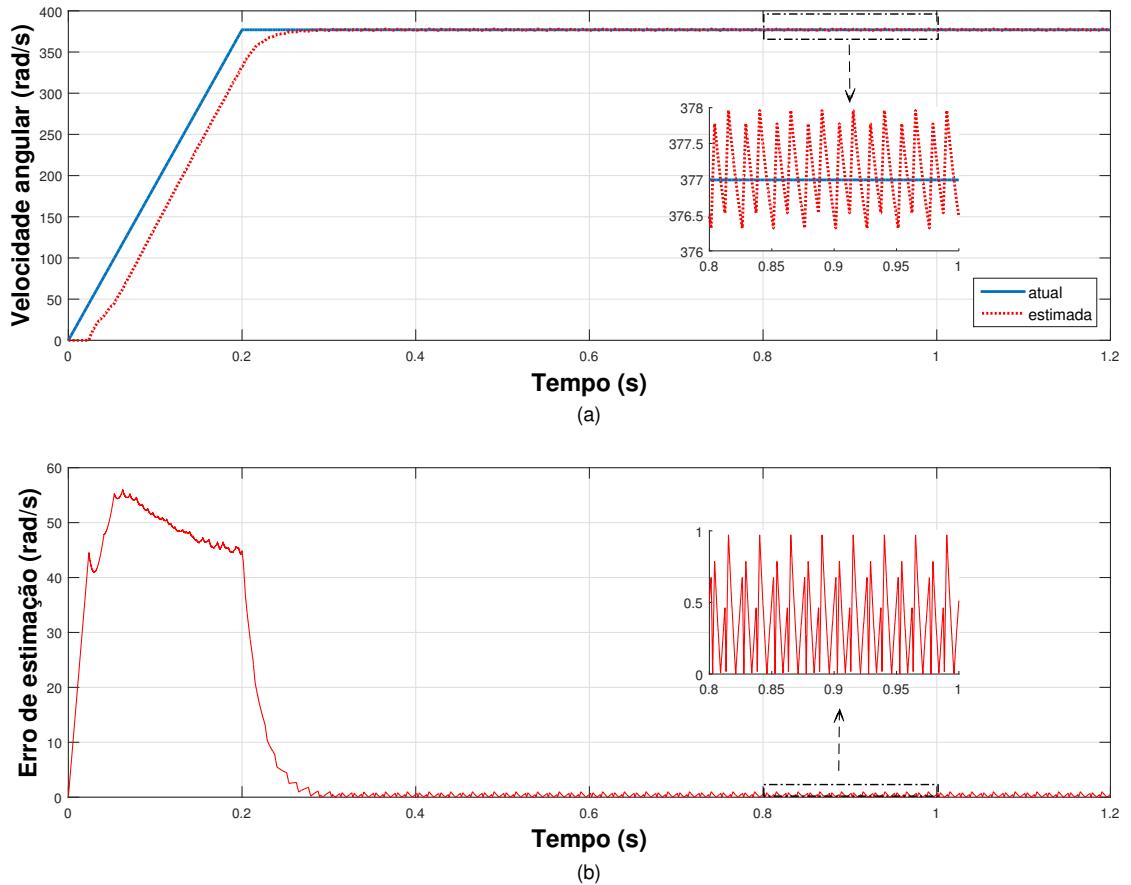


Figura 28 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores alinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade

Fonte: o autor

estar contaminado devidos com ruídos associados às descontinuidades dos setores. Na Figura 31 pode ser visualizado o espectro de frequência desse sinal de entrada em que a amplitude do sinal na frequência zero é de aproximadamente 384 rad/s.

### Complexidade computacional

As operações matemáticas e suas respectivas incidências na implementação do algoritmo podem ser visualizados na Tabela 9.

Tabela 9 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: Complexidade computacional

<i>Operação Matemática</i>	<i>Nº de operações</i>
Adição/Subtração	12
Multiplicação	11
Divisão	2

Fonte: o autor

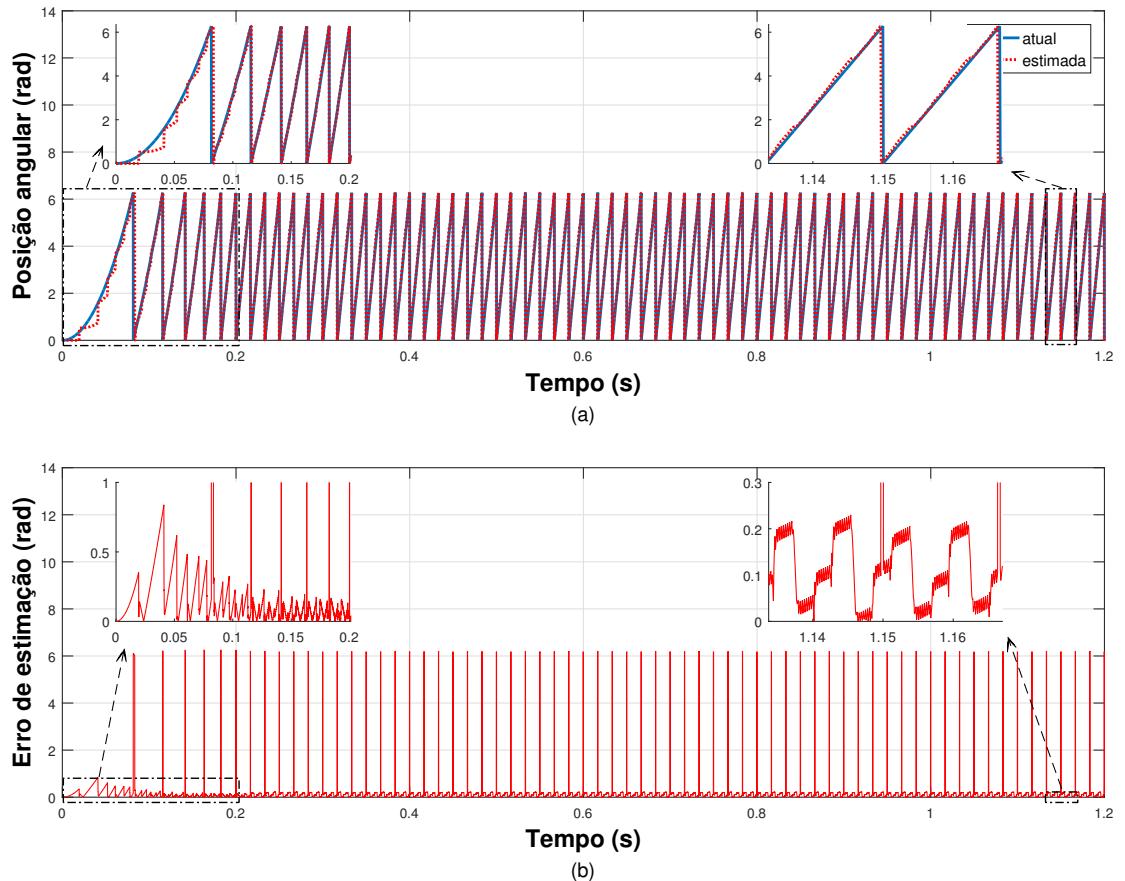


Figura 29 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores desalinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição  
Fonte: o autor

## 4.5 Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz (fcem)

Um método baseado na estimativa da força contraeletromotriz foi apresentado na seção 3.5.1, baseando-se no conhecimento dos estados dos sensores de efeito *Hall* de posição e em medidas de grandeza elétrica da máquina para a determinação da posição e velocidade angulares.

O estimador de velocidade baseia-se no modelo *dq* no referencial rotórico descrito pela Equação 4.15

$$\begin{bmatrix} v_{sd}^{r*} \\ v_{sq}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & -\omega_r l_{sq} \\ \omega_r l_{sd} & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^r \\ i_{sq}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{sd} & 0 \\ 0 & l_{sq} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd}^r \\ i_{sq}^r \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{pm} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

A velocidade rotórica é estimada com base no conhecimento das correntes e tensões nos eixos *dq*. Os valores de corrente estatôricas trifásicas são obtidos por meio de sensores de corrente, que já estão normalmente presentes em sistemas de acionamento convencionais. Realiza-se então a transformação *dq* desses e obtém-se  $i_{sd}^r$  e  $i_{sq}^r$ . Por outro lado,

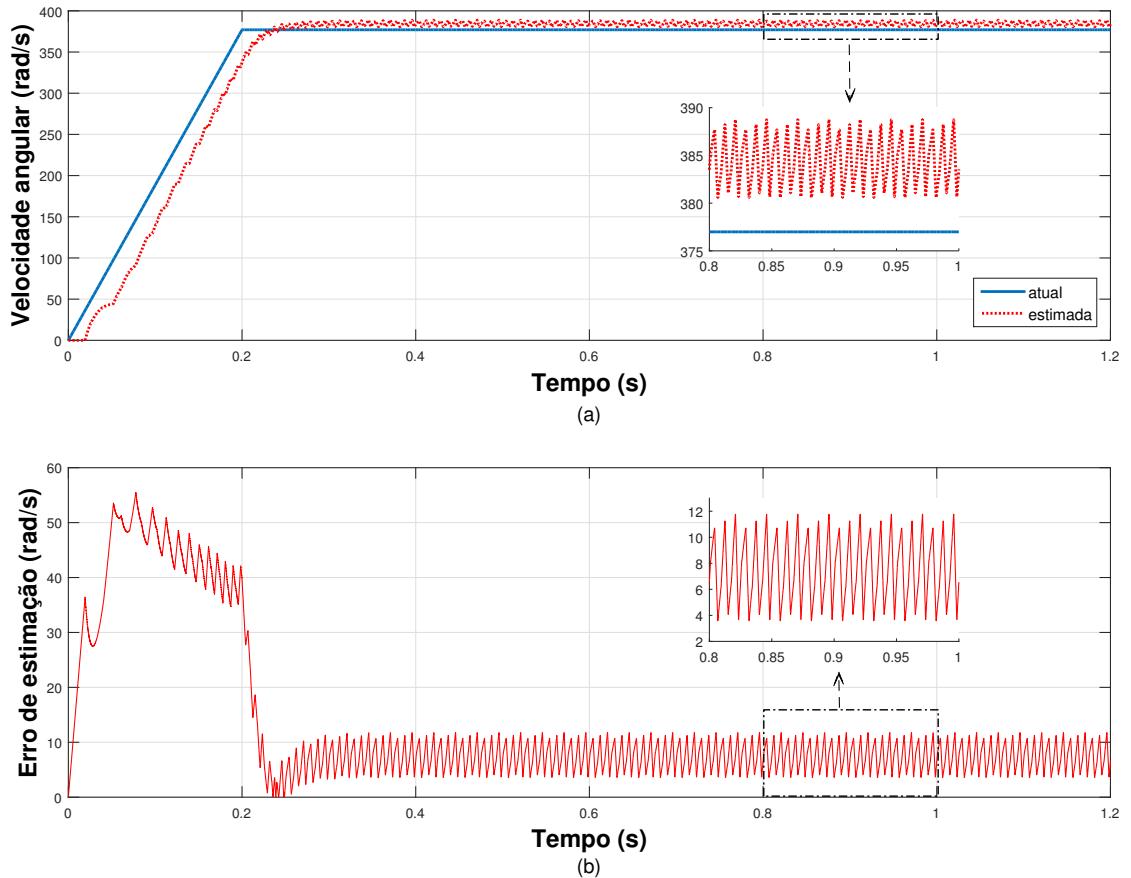


Figura 30 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores desalinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade  
Fonte: o autor

comumente não se emprega sensores de tensão no acionamento: os valores de tensão de saída do inversor podem ser aproximados pelos valores de referência definidos no acionamento menos a queda de tensão do inversor. A velocidade estimada é então determinada pela Equação 4.16

$$\hat{\omega}_{rk} = \left[ v_{sq}^{rk} - R_s i_{sqk}^r - l_{sq} \left( \frac{i_{sqk}^r - i_{sqk-1}^r}{T_s} \right) \right] \frac{1}{\lambda_{pm} + l_{sd} i_{sdk}^r} \quad (4.16)$$

onde:

$R_{inv}$  = é a resistência interna da fonte de tensão

$v_{sq}^{r*}$  = tensão estatórica de referência de eixo  $q$

Em seguida, a posição angular é estimada por meio da integração da velocidade

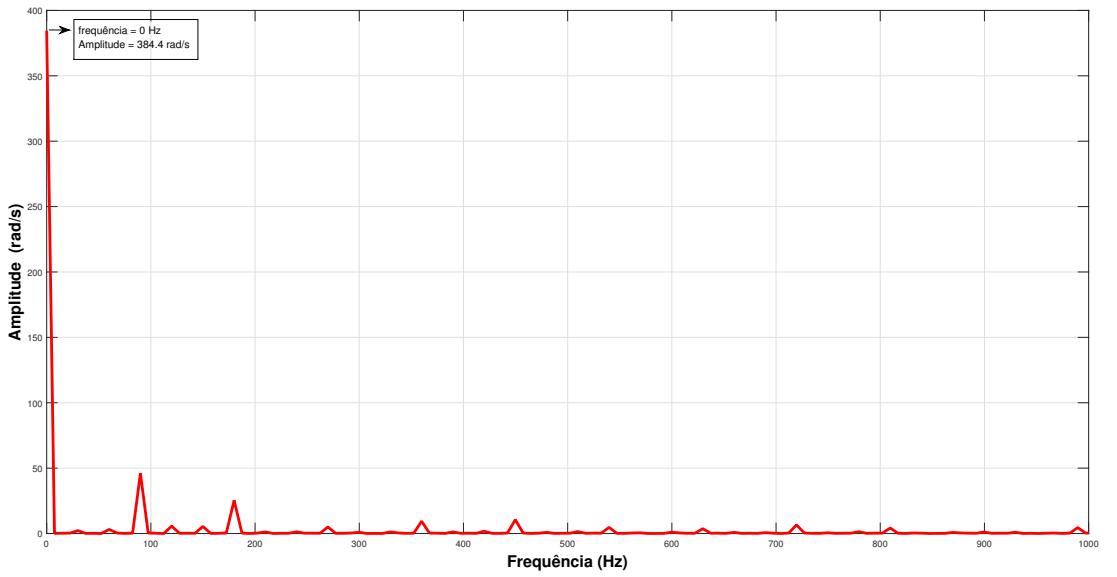


Figura 31 – Resultados - Método de mínimos quadrados recursivos: sensores alinhados - Espectro de frequência do sinal de velocidade de entrada do algoritmo RLS  
Fonte: o autor

estimada média dos dois últimos setores

$$\hat{\theta}_{rk} = \hat{\theta}_{rk-1} + \frac{\hat{\omega}_{rk} - \hat{\omega}_{rk-1}}{2} T_s \quad (4.17)$$

Devido aos ruídos de processo e de medição de alta frequência nos sinais  $i_{sd}^r$  e  $i_{sq}^r$  é necessário lançar mão de filtros digitais para filtrar os resultados obtidos a partir da Equação 4.16. Nesse trabalho utilizar-se-á um filtro baixas do tipo Butterworth (Oppenheim, 2011) de segunda ordem projetado por meio da função *butter* na plataforma MATLAB (MathWorks, 2016).

Esse método pode ser visto como um híbrido entre *sensorless* e assistido por sensor, uma vez que as estimativas de velocidade e posição angular são obtidas por meio do modelo elétrico da máquina. Nessa abordagem, os sensores de efeito são utilizados para anular o erro de estimativa a cada  $\pi/3$  rad, pois a estimativa de posição assume o valor de posição do início de um setor a cada transição de estados, e limitar o erro de estimativa para no máximo  $\pi/3$  rad, visto que as estimativas de posição angular devem sempre estar dentro dos limites do setor em que o eixo magnético se encontra, definido pelos estados dos sensores de efeito *Hall*.

#### 4.5.1 Resultados

A seguir, é feita a implementação do método baseado na estimativa Força Contra-eletromotriz na plataforma MATLAB em ponto fixo e em ponto flutuante. Os resultados

são apresentados.

Os códigos em ponto fixo e em flutuante são testados sob as mesmas condições e os erros absolutos máximos das variáveis  $\hat{\theta}_r$  e  $\hat{\omega}_r$  entre seus valores em ponto fixo e em ponto flutuante são calculados e apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz: Erro absoluto máximo de representação em ponto fixo das variáveis de saída do estimador

Variável	$\Delta_{\bar{x}max}$	$r_{\bar{x}max}$	Representação
$\hat{\theta}_r$	$2,805 \times 10^{-9}$	$8,104 \times 10^{-9}$	Q-28
$\hat{\omega}_r$	$8,765 \times 10^{-5}$	$8,515 \times 10^{-6}$	Q-28

Fonte: o autor

## Modelo com sensores alinhados

Os resultados para a simulação do modelo com sensores alinhados são mostrados por meio das Figuras 32 e 33, onde podem ser visualizados os resultados de estimativa e erro de posição e velocidade angulares no trecho de aceleração e em regime permanente.

Excetuando-se os picos de erro nos instantes de descontinuidade da curva de posição, o erro de estimativa de posição absoluto máximo foi de  $\pi/3$  radianos elétricos - o limite do próprio *encoder* de posição - durante a partida, e em regime permanente de aproximadamente 0,06 radianos elétricos. Pela análise da Figura 32 pode-se perceber que a convergência da estimativa de posição foi lenta, devido ao atraso de estimativa da velocidade - Figura 33.

Na Figura 33 podem ser visualizados os resultados da estimativa da velocidade rotórica. O erro máximo foi de aproximadamente 80 rad/s durante a partida. Em regime permanente, o erro de estimativa de velocidade alternou ficou abaixo de 1 rad/s.

## Modelo com sensores desalinhados

A seguir, o modelo da simulação é modificado para o estudo da sensibilidade do método a sensores desalinhados. As estimativas de posição e velocidade são apresentadas na Figura 34. O erro de estimativa de posição absoluto máximo foi de aproximadamente 0,06 radianos elétricos.

Uma vez que a velocidade estimada é determinada apenas a partir de parâmetros elétricos, o desalinhamento dos sensores não influencia no seu cálculo.

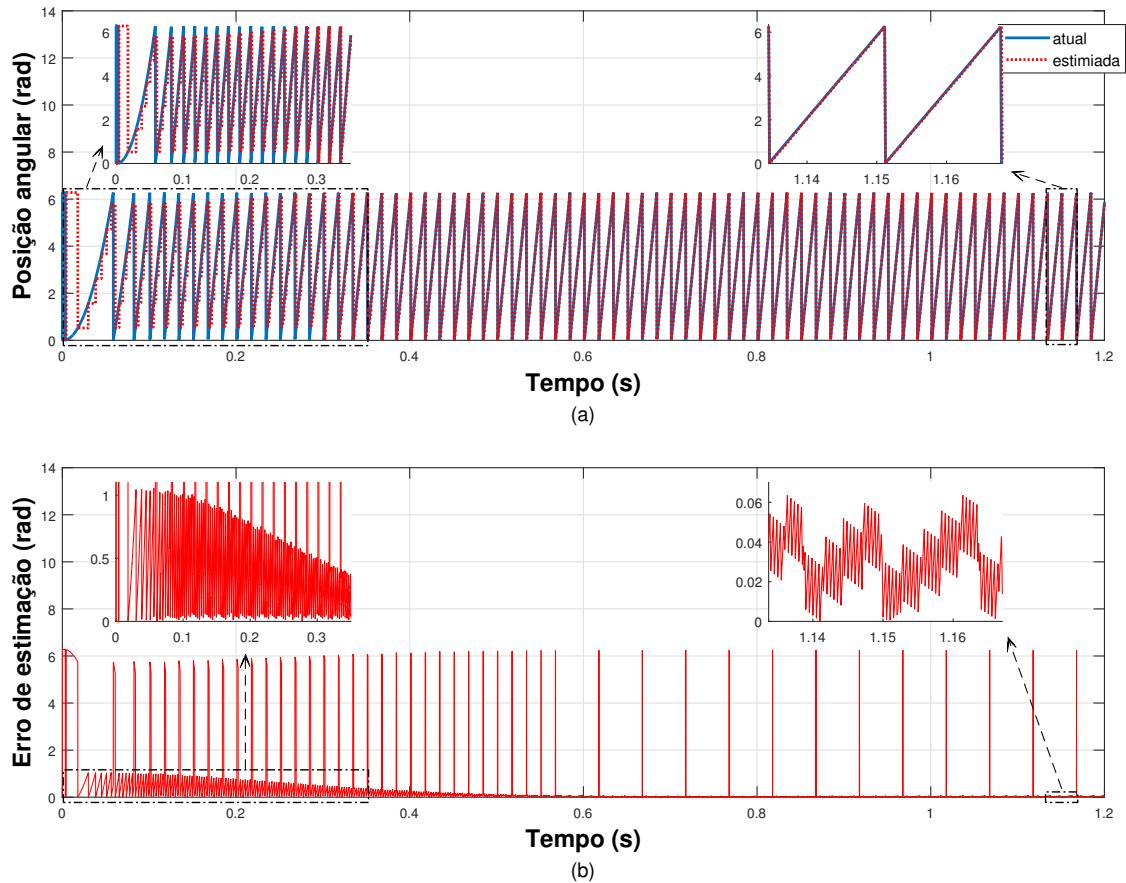


Figura 32 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz: sensores alinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição  
Fonte: o autor

### Aumento da resistência dos enrolamentos estatóricos

A seguir, o modelo simulado é modificado para o estudo da sensibilidade do método à variação da resistência elétrica por fase: a resistência elétrica do modelo é aumentada em 50%. As estimativas de posição e velocidade são apresentadas nas Figuras 35 e 36.

As estimativas de posição e velocidade sofrem bastante influência da variação da resistência, com picos de erro de estimação de posição de aproximadamente superior a 0,4 rad e de velocidade de aproximadamente 150 rad/s, com o valor estimado superior ao valor atual.

### Diminuição da indutância dos enrolamentos estatóricos

O modelo simulado é modificado para o estudo da sensibilidade à variação da indutância elétrica por fase: a indutância elétrica do modelo é reduzida em 50%. As estimativas de posição e velocidade são apresentadas nas Figuras 37 e 38.

As estimativas de posição e velocidade sofrem menor influência da variação da

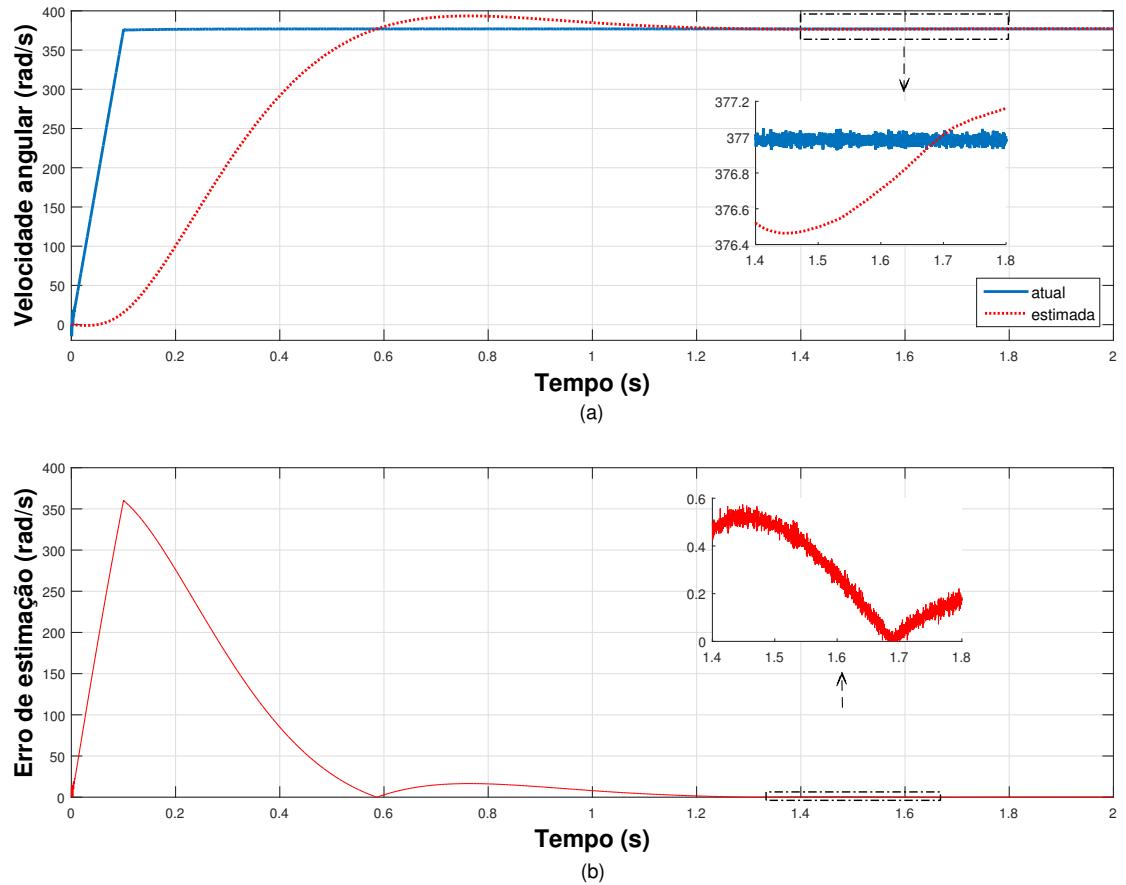


Figura 33 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz: sensores alinhados. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade

Fonte: o autor

indutância, com picos de erro de estimativa de posição de aproximadamente 0,2 rad e de velocidade de aproximadamente 10 rad/s.

### Diminuição do fluxo total dos ímãs permanentes

Por fim, simula-se o modelo com a diminuição em 50% do fluxo total dos ímãs permanentes para o estudo da sensibilidade. As estimativas de posição e velocidade são apresentadas nas Figuras 39 e 40.

As estimativas de posição e velocidade sofrem bastante influência da variação da resistência, com picos de erro de estimativa de posição de aproximadamente 0,5 rad e de velocidade de aproximadamente 190 rad/s.

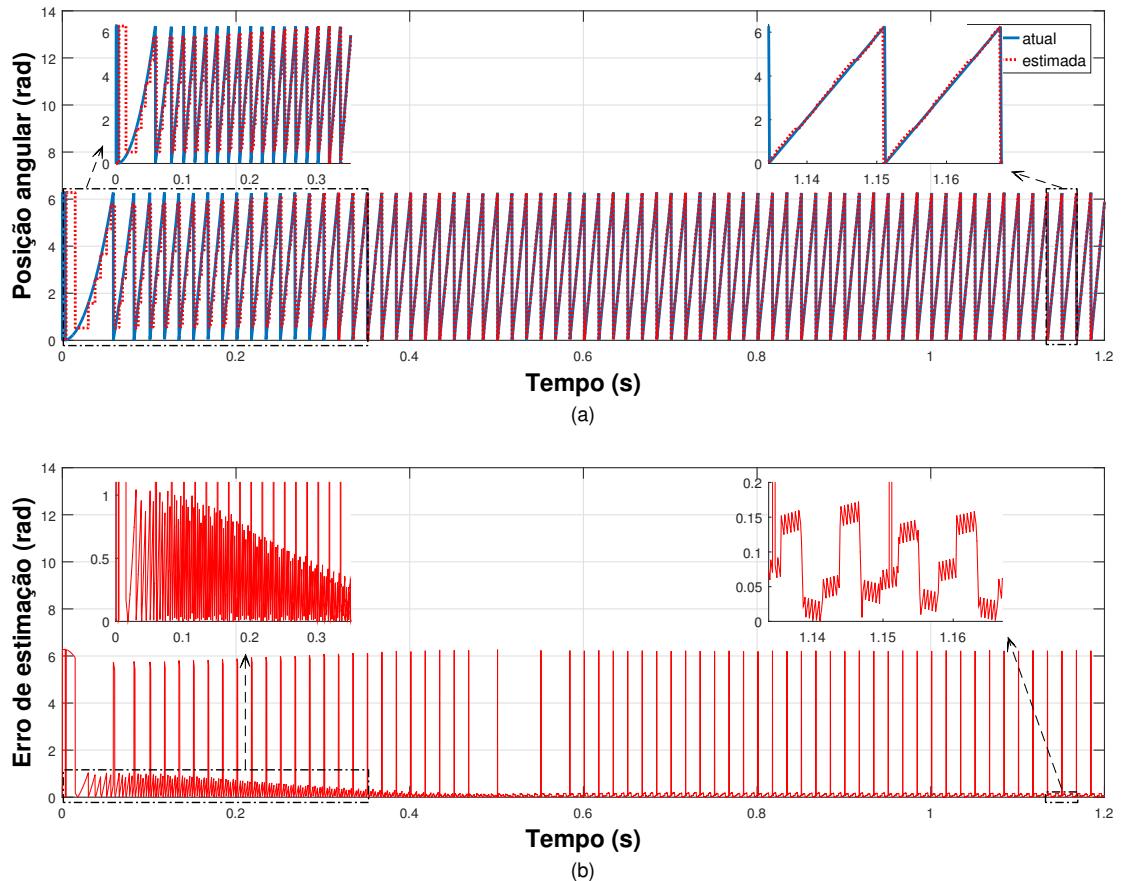


Figura 34 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz: sensores desalinhados. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição

Fonte: o autor

## Complexidade computacional

As operações matemáticas e suas respectivas incidências na implementação do algoritmo podem ser visualizados na Tabela 11.

Tabela 11 – Resultados - Método baseado na estimativa da força contraeletromotriz: Complexidade computacional

Operação Matemática	Nº de operações
Adição/Subtração	12
Multiplicação	11
Divisão	2

Fonte: o autor

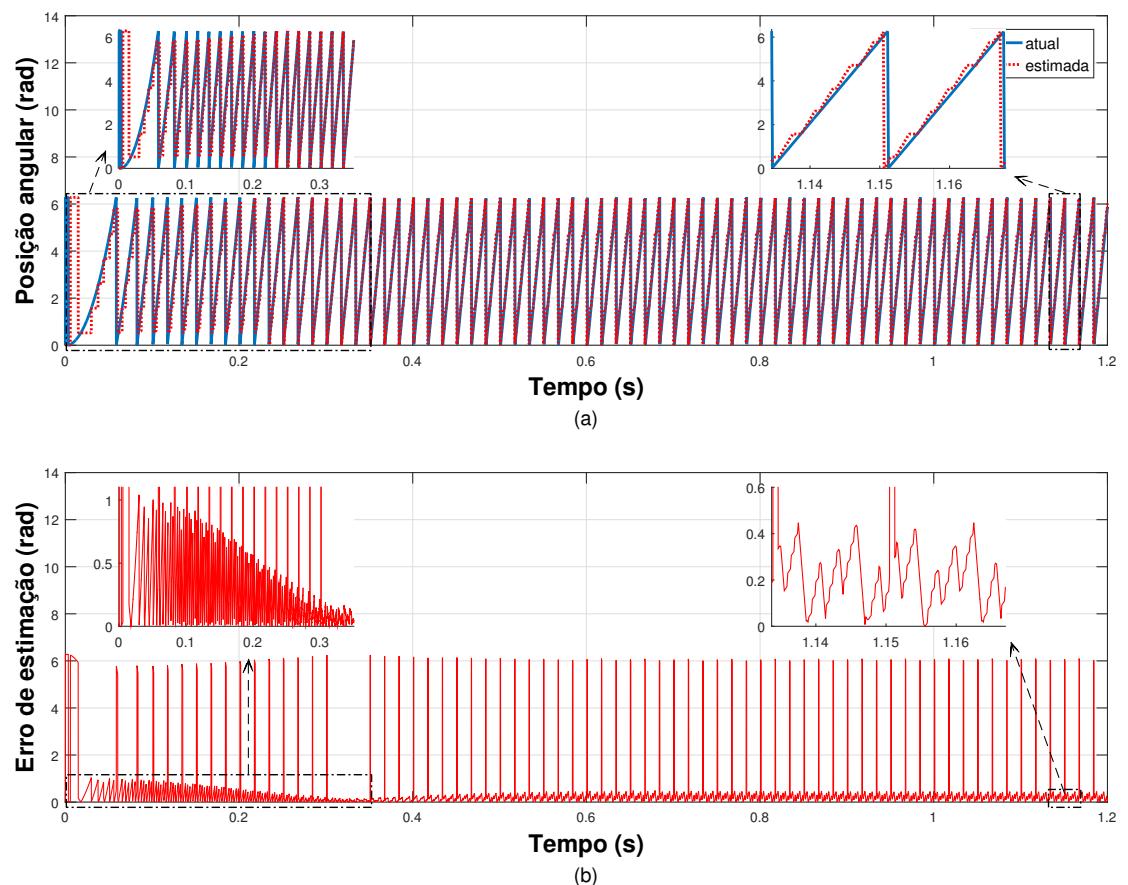


Figura 35 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: velocidade constante e aumento da resistência por fase em 50%. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição  
Fonte: o autor

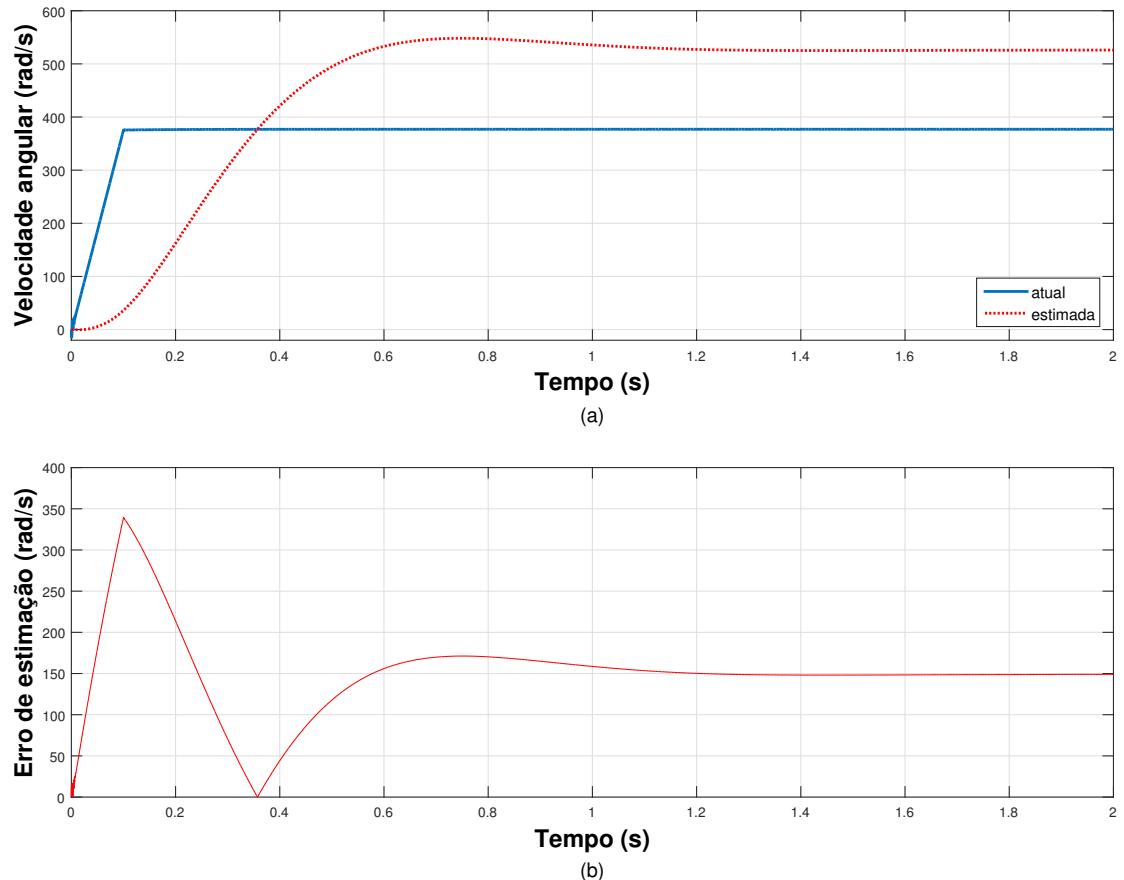


Figura 36 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz: aumento da resistência por fase em 50%. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade  
Fonte: o autor

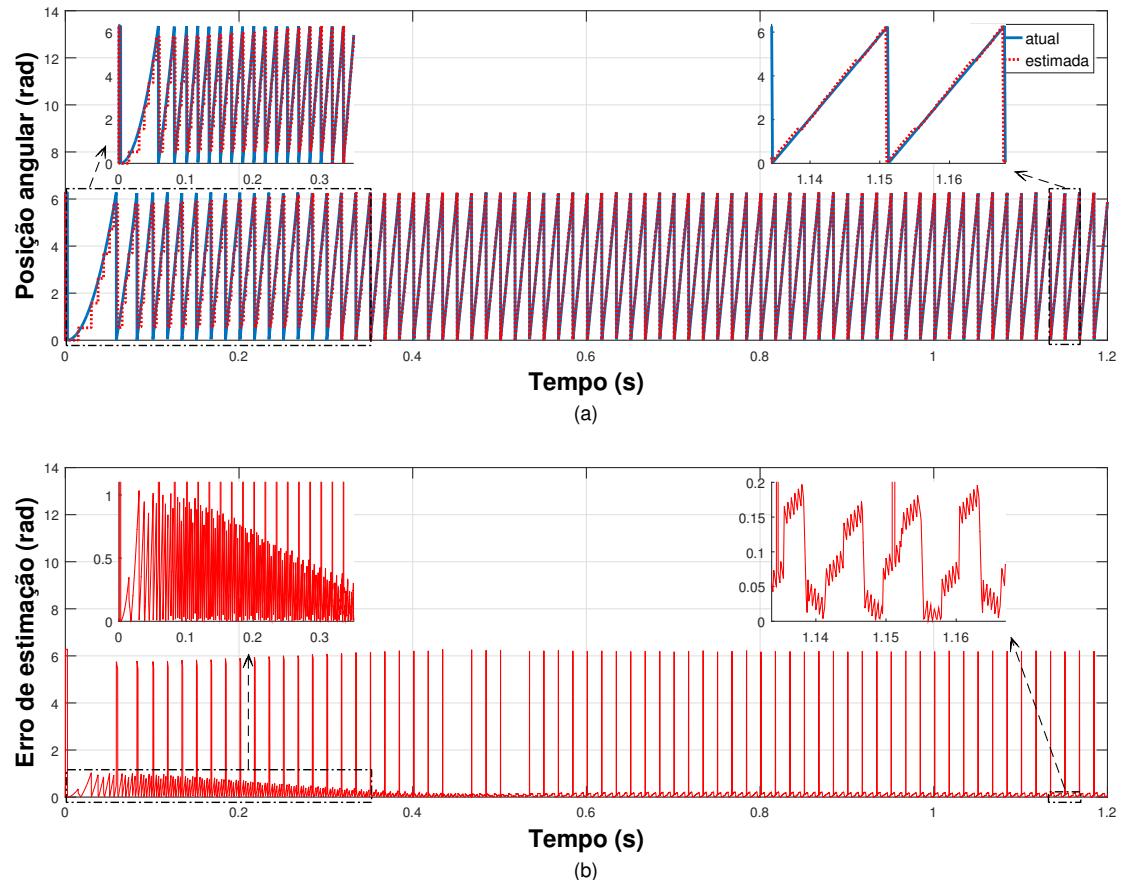


Figura 37 – Resultados - Método baseado na estimativa de força contraeletromotriz: diminuição da indutância por fase em 50%. (a) Posição angular atual e estimada.  
 (b) Erro de estimação de posição  
 Fonte: o autor

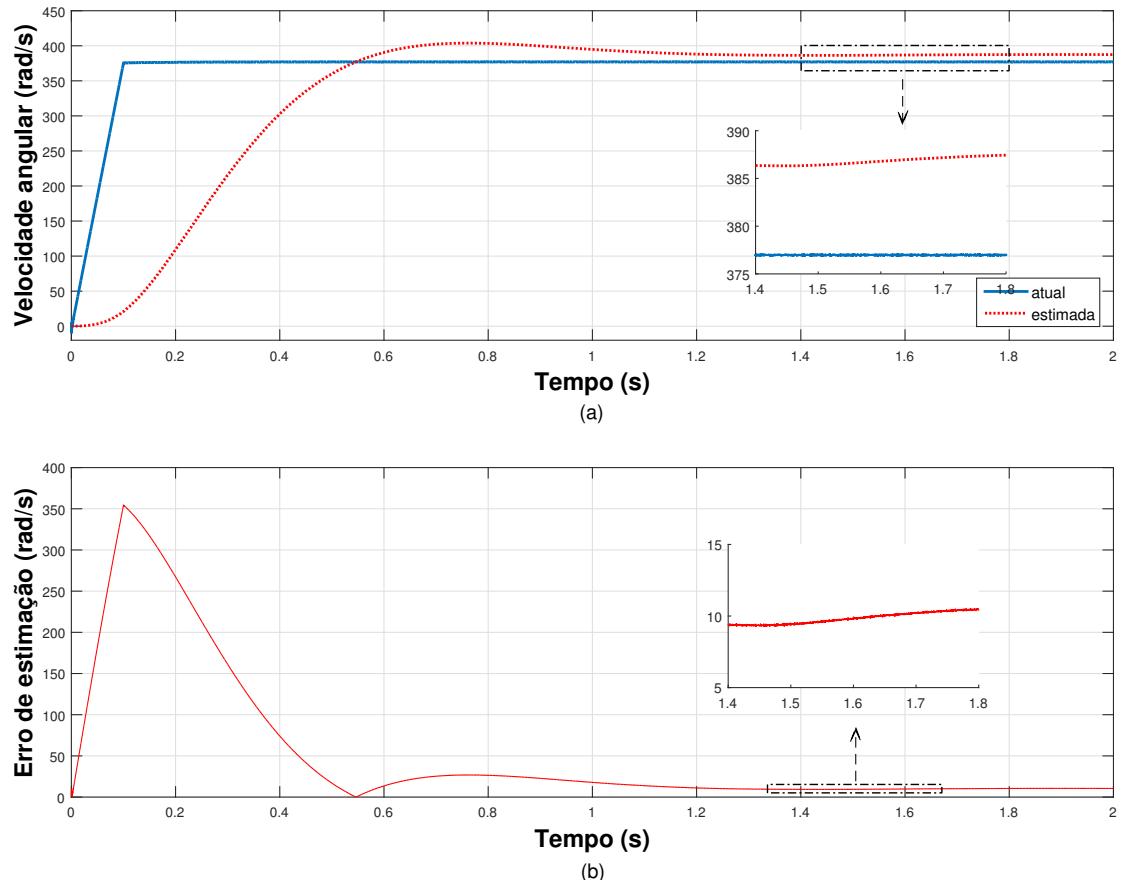


Figura 38 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: diminuição da indutância por fase em 50%. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade  
Fonte: o autor

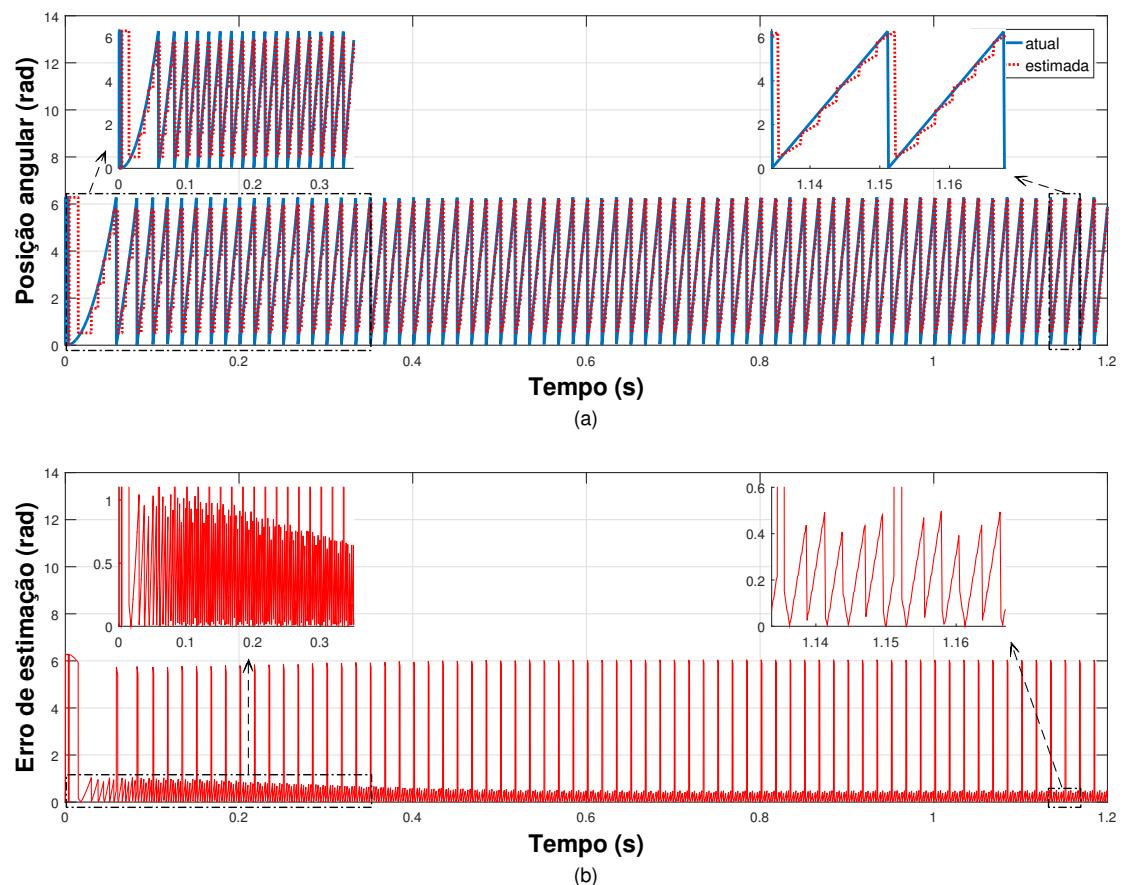


Figura 39 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: diminuição do fluxo total dos ímãs permanentes em 50%. (a) Posição angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de posição  
Fonte: o autor

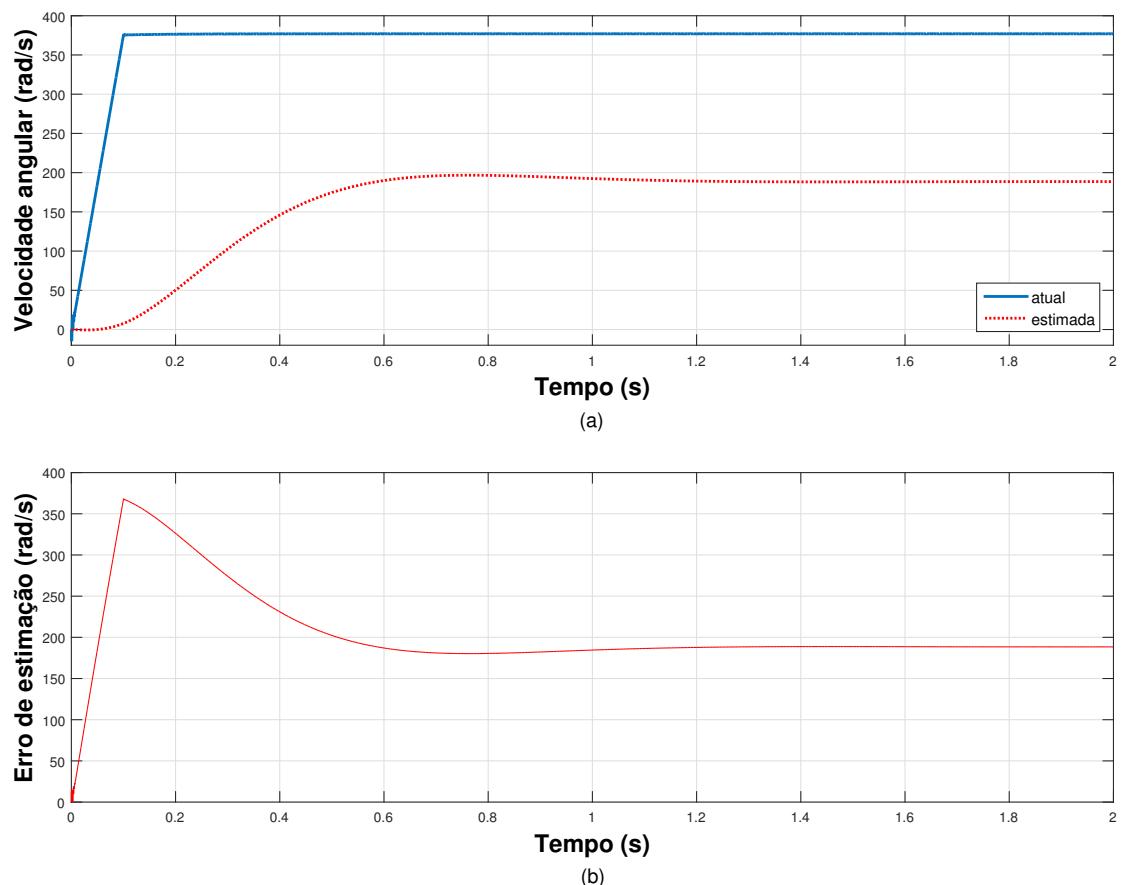


Figura 40 – Resultados - Método baseado na estimação de força contraeletromotriz: diminuição do fluxo total dos ímãs permanentes em 50%. (a) Velocidade angular atual e estimada. (b) Erro de estimação de velocidade

Fonte: o autor

## 5 Discussão

Por meio da análise dos dados apresentados no capítulo anterior pôde-se observar que a representação em ponto fixo das estimativas de posição angular de todos os métodos estudados estão corretas do ponto de vista do número de casas decimais corretas (ver Subseção 4.1). Quanto às estimativas de velocidade angular, conceitualmente, a representação em ponto fixo não foi satisfatória. Porém, levando-se em conta as limitações dos dispositivos microcontroladores de 32 *bits* com sinal tomados como referência, e que o erro de representação acontece a partir da sexta casa decimal, o desempenho da representação mostra-se eficaz em termos práticos para aplicações naqueles dispositivos.

Os resultados da implementação do método Taylor de ordem zero foram condizentes com aqueles apresentados em Morimoto et al. (1996). Esse método mostrou-se bastante eficiente para estimativas de posição e velocidade angulares, apresentando a maior rapidez de convergência entre os métodos implementados, para velocidade constante e variável, quando o modelo considerado era o caso ideal, com os sensores de efeito *Hall* posicionados com defasagem espacial de  $2\pi/3$  radianos elétricos, do ponto de vista do erro de estimação e da rapidez de convergência. Quando foi introduzido um desalinhamento em dois dos sensores, houve uma diminuição na qualidade das estimativas de posição angular e, principalmente, nas estimativas de velocidade: o sinal apresentou altos valores de erro, apresentando considerável ruído de alta frequência; por meio da análise espectral desse sinal, pôde-se constatar que esse sinal tem componente fundamental de amplitude superior a velocidade de referência, o que torna a filtragem desse sinal inútil do ponto de vista de aplicação em uma malha fechada de controle de velocidade. Esse método apresentou também o menor número de operações de adição/subtração, multiplicação e divisão, devendo refletir em um menor esforço computacional para sua implementação.

A implementação do método de mínimos quadrados ordinários apresentou resultados concordantes com aqueles obtidos em Zhang and Zhang (2014). Esse método apresentou bons resultados de estimação de posição e velocidade para velocidade constante e variável, sensores alinhados e desalinhados. De fato, as estimativas de posição em regime permanente e sensores alinhados apresentou resultados de erro equivalentes ao método Taylor de ordem zero, e para o caso da introdução dos desalinhamentos, as estimativas de posição apresentaram menor erro de estimação comparadas ao método Taylor de ordem zero. As estimativas de velocidade, para sensores alinhados ou não, foram o diferencial desse método. Embora sua convergência seja mais lenta comparada àquela do método de Taylor de ordem zero, seu erro de estimação em regime permanente mostrou-se baixo mesmo para o caso, com a introdução dos desalinhamentos dos sensores. A grande desvantagem desse método é a sua complexidade computacional, tendo esse método apresentado

o maior número de operações matemáticas entre os métodos estudados.

Os resultados da implementação do método de mínimos quadrados recursivos apresentaram algumas divergências em relação àqueles apresentados por Ahn and Lee (2016). A estimativa de velocidade para setores desuniformes convergiu para um valor com *offset* na implementação reportada nesse texto, enquanto que em Ahn and Lee (2016) a convergência foi para o valor atual. Isso pode ter acontecido porque no trabalho de referência os desvios angulares adotados implicaram em sinal ruidoso sem *offset* em sua frequência fundamental. Esse método apresentou resultados interessantes para o caso de sensores instalados apropriadamente, com baixo erro de estimativa de posição e velocidade, superiores ao método Taylor de ordem zero. Além disso, as estimativas de posição desse método nesse caso apresentaram menor *ripple*, o que deve resultar em um menor conteúdo harmônico e menor *ripple* de conjugado elétrico na aplicação desse método em um sistema de acionamento de uma máquina PMSM. Quando introduzidos os desalinhamentos dos sensores, os resultados de estimativa de posição também foram interessantes, também com menor *ripple*, sendo superiores ao caso do método de mínimos quadrados ordinários. Isso se deve ao fato do uso de uma estrutura de observador de Luenberger, que realiza uma filtragem no sinal de posição obtido a partir da integração numérica da velocidade angular definida pelo algoritmo RLS. Esse método apresentou aproximadamente o dobro de operações de adição/subtração, multiplicação e divisão na sua implementação em comparação com o método Taylor de ordem zero.

A implementação do método baseado na estimativa da força contraeletromotriz para a estimativa de posição e velocidade angulares apresentou resultados consoantes com aqueles obtidos em Lidozzi et al. (2007). Esse método apresentou bons resultados quanto ao erro de estimativa e sua baixa sensibilidade à introdução de erros no alinhamento dos sensores. A rapidez de convergência das estimativas de velocidade mostrou-se a menor entre os métodos estudados devido ao atraso introduzido pela filtragem do sinal de velocidade estimada. O método mostrou altíssima sensibilidade à variação da resistência elétrica por fase e do fluxo total dos ímãs permanentes, com erros de estimativa de velocidade de mais de 50% em regime permanente: proporcionalmente, a sensibilidade desse método aos parâmetros elétricos foi maior do que dos demais métodos ao desalinhamento dos sensores. O número de operações matemáticas em sua implementação foi igual ao do método de mínimos quadrados recursivos.

## 6 Conclusão

Foram implementados e avaliados nesse trabalho quatro métodos de estimação de posição e velocidade angulares a partir de sinais gerados por sensores de efeito *Hall* digitais por meio de simulações no ambiente MATLAB, tendo como cenário de uso em açãoamentos elétricos realizados por microcontroladores de ponto fixo. Os métodos foram submetidos a diferentes cenários de aplicação, com análise de sensibilidade de parâmetros.

Em relação à complexidade computacional, o método que apresentou os melhores resultados foi o Taylor de ordem zero. Quanto às estimativas de posição para o modelo ideal, sem desalinhamentos nos sensores, o método de mínimos quadrados recursivos mostrou-se superior. Para a estimativa de velocidade, o método de mínimos quadrados ordinários apresentou os melhores resultados. O método baseado na estimativa da força contraeletromotriz foi o que apresentou menor sensibilidade à introdução de desalinhamentos nos sensores, embora possua grande sensibilidade a parâmetros do modelo elétrico da máquina.

Os resultados demonstraram a necessidade de aplicação de técnicas de compensação para o desalinhamento dos sensores, além do uso de estimadores *online* de parâmetros elétricos da máquina para métodos baseado em parâmetros elétricos.

## Referências

- H.-J. Ahn and D.-M. Lee. A new bumpless rotor-flux position estimation scheme for vector-controlled washing machine. *Industrial Informatics, IEEE Transactions on*, 12(2):466–473, April 2016. ISSN 1551-3203. doi: 10.1109/TII.2016.2516974. Citado 6 vezes nas páginas 2, 4, 24, 25, 44 e 62.
- N. A. Ayehunie. MultiPhase Permanent Magnet Synchronous Generators for Offshore Wind Energy System. Master’s thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2011. Citado na página 3.
- M. Barcaro. *Design and Analysis of Interior Permanent Magnet Synchronous Machines for Electric Vehicles*. PhD thesis, Università degli Studi di Padova, Jan. 2011. Nenhuma citação no texto.
- E. R. Braga Filho. *Contribuição ao estudo e projeto de máquinas síncronas a ímãs permanentes para geração eólica e redução do conteúdo harmônico do fluxo indutor*. PhD thesis, Universidade Federal de Campina Grande, 2011. Citado na página 7.
- J. Bu, L. Xu, T. Sebastian, and B. Liu. Near-zero speed performance enhancement of pm synchronous machines assisted by low-cost hall effect sensors. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1998. APEC ’98. Conference Proceedings 1998., Thirteenth Annual*, volume 1, pages 64–68, Feb 1998. doi: 10.1109/APEC.1998.647670. Citado 3 vezes nas páginas 1, 20 e 32.
- R. C. Caetano. Análise de Uma máquina síncrona de ímã permanente com tensão não senoidal, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 6.
- R. Cao, C. Mi, and M. Cheng. Quantitative comparison of flux-switching permanent-magnet motors with interior permanent magnet motor for ev,hev, and phev applications. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(8):2374–2384, mar 2012. ISSN 1941-0069. doi: 10.1109/TMAG.2012.2190614. Citado na página 1.
- F. G. Capponi, G. De Donato, and L. Del Ferraro. Brushless ac drive using an axial flux synchronous pm motor with low resolution position sensors. In *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual*, volume 3, pages 2287–2292, Jun 2004. doi: 10.1109/PESC.2004.1355478. Citado 3 vezes nas páginas 1, 20 e 21.
- F. G. Capponi, G. De Donato, L. Del Ferraro, O. Honorati, M. C. Harke, and R. D. Lorenz. A hybrid observer for high performance brushless dc motor drives. *Industry*

- Applications, IEEE Transactions on*, 42(2):526–535, Mar 2006. ISSN 0093-9994. doi: 10.1109/TIA.2005.863904. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 21.
- K. A. Corzine and S. D. Sudhoff. A hybrid observer for high performance brushless dc motor drives. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 11(2):318–323, Jun 1996. ISSN 0885-8969. doi: 10.1109/60.507184. Citado 3 vezes nas páginas 1, 18 e 19.
- G. De Donato. *Implementation and performance evaluation of a low cost surface-mounted PM machine drive using binary HALL-efect sensors*. PhD thesis, Sapienza-University of Rome, Department of Electrical Engineering, Dec. 2006. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 11.
- S. G. P. P. de Sousa. Análise do comportamento de motor síncrono pentafásico de ímãs permanentes tolerante a falta de fase pelo método dos elementos finitos, 2016. Citado na página 3.
- T. DSP Guide. Fixed versus floating point, 2001. URL <http://www.dspguide.com/ch28/4.htm>. Citado na página 2.
- Y. Duan and D. M. Ionel. A review of recent developments in electrical machine design optimization methods with a permanent-magnet synchronous motor benchmark study. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 49(3):1268–1275, Mar 2013. ISSN 0885-8969. doi: 10.1109/60.507184. Citado na página 1.
- E. M. Fernandes. Estimação de posição e velocidade de uma máquina síncrona a ímã permanente. Master's thesis, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB, 2006. Citado 6 vezes nas páginas 1, 3, 4, 5, 7 e 8.
- M. Harke, G. De Donato, F. Capponi, T. R. Tesch, and R. Lorenz. Implementation issues and performance evaluation of sinusoidal, surface-mounted pm machine drives with hall-effect position sensors and a vector-tracking observer. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 44(1):161–173, Jan 2008. ISSN 0093-9994. doi: 10.1109/TIA.2007.912729. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 27.
- HONEYWELL. HONEYWELL INC. hall effect sensing and application. [www.honeywell.com/sensing](http://www.honeywell.com/sensing). Accessado em 11 Ago. 2016. Citado na página 9.
- M.-S. Huang, C.-H. Chen, H.-H. Chou, G.-Z. Chen, and W.-K. Tsai. An accurate torque control of permanent magnet brushless motor using low-resolution hall-effect sensors for light electric vehicle applications. In *2013 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pages 175–179, Sept 2014. doi: 10.1109/ECCE.2013.6646697. Citado na página 10.
- C. B. Jacobina. Sistemas de acionamento estático de máquina elétrica. Campina Grande - PB, June 2005. Citado na página 8.

- C. B. Jacobina, A. M. N. Lima, E. R. C. da Silva, R. N. C. Alves, and P. F. Seixas. Digital scalar pulse-width modulation: a simple approach to introduce nonsinusoidal modulating waveforms. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 11(3):351–359, May 2001. ISSN 0885-8993. doi: 10.1109/63.923767. Citado na página 7.
- D. W. Jones. Reciprocal multiplication, a tutorial, 2002. URL <http://homepage.cs.uiowa.edu/~jones/bcd/divide.html>. Citado na página 31.
- S.-Y. Kim, C. Choi, K. Lee, and W. Lee. An improved rotor position estimation with vector-tracking observer in pmsm drives with low-resolution hall-effect sensors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 58(9):4078–4086, Sept 2011. ISSN 0278-0046. Citado 3 vezes nas páginas 2, 22 e 23.
- F. Korkmaz, I. Topaloglu, M. F. Çakir, and R. Gürbüz. Comparative performance evaluation of foc and dtc controlled pmsm drives. In *Power Engineering, Energy and Electrical Drives (POWERENG), 2013 Fourth International Conference on*, Oct 2013. doi: 10.1109/PowerEng.2013.6635696. Citado na página 1.
- D.-M. Lee. Position estimator employing kalman filter for pm motors driven with binary-type hall sensors. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 11(4):931–938, July 2016. ISSN 2093-7423. Citado 3 vezes nas páginas 2, 25 e 29.
- A. Lidozzi, L. Solero, F. Crescimbini, and A. Di Napoli. Svm pmsm drive with low resolution hall-effect sensors. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 22(1):282–290, Jan 2007. ISSN 0885-8993. doi: 10.1109/TPEL.2006.886603. Citado 5 vezes nas páginas 2, 17, 26, 29 e 62.
- A. W. Mascarenhas. *Dispositivo Baseado em Acelerômetros Capacitivos para Monitoração de Máquinas Rotativas*. PhD thesis, Universidade Federal de Campina Grande, Dec. 2006. Citado na página 15.
- T. MathWorks. butter: Butterworth filter design, 2016. URL <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/butter.html>. Citado na página 50.
- M. J. Melfi, S. Evon, and R. McElveen. Permanent magnet motors for power density and energy savings in industrial applications. In *Pulp and Paper Industry Technical Conference, 2008. PPIC 2008. Conference Record of 2008 54th Annual*, Aug 2008. Citado na página 1.
- T. Microsemi Corporation. *Field Oriented Control of Permanent Magnet Synchronous Motors*, 2012. Citado na página 32.
- S. Morimoto, M. Sanada, and Y. Takeda. Sinusoidal current drive system of permanent magnet synchronous motor with low resolution position sensor. In *Industry Applications*

- Conference, 1996. *Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., Conference Record of the 1996 IEEE*, volume 1, pages 9–14, Oct 1996. doi: 10.1109/IAS.1996.556990. Citado 5 vezes nas páginas 1, 20, 29, 31 e 61.
- S. Morimoto, M. Sanada, and Y. Takeda. High-performance current-sensorless drive for pmsm and synrm with only low-resolution position sensor. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 39(3):792–801, May 2003. ISSN 0093-9994. doi: 10.1109/TIA.2003.811782. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 21.
- S. Morimoto, Y. Asano, T. Kosaka, and Y. Enomoto. Recent technical trends in pmsm. In *Power Electronics Conference (IPEC-Hiroshima 2014 - ECCE-ASIA), 2014 International*, Aug 2014. doi: 10.1109/TIA.2013.2252597. Citado na página 1.
- M. Mueller. *Electrical Drives for Direct Drive Renewable Energy Systems, 1st Edition*, volume 1. Mueller & Polinder, 1 edition, Mar. 2013. ISBN 9781845697839. Citado na página 1.
- A. A. Oliveira, A. J. R. B. d. Monteiro, M. L. Aguiar, and D. P. Gonzaga. Brushless ac drive using an axial flux synchronous pm motor with low resolution position sensors. In *Power Electronics Specialists Conference, 2005. PESC '05. IEEE 36th*, Jun 2006. doi: 10.1109/PESC.2005.1581876. Citado na página 7.
- A. V. Oppenheim. Butterworth filters, 2011. Citado na página 50.
- S. Øvrebø. *Sensorless Control of Permanent Magnet Synchronous Machine*. PhD thesis, Norwegian University of Science and Technology, Dec. 2004. Citado na página 7.
- A. Padalkar. Speed and position control of bldc motor using internal hall sensors and hardware design. In *Information Processing (ICIP), 2015 International Conference on*, Dec 2016. doi: 10.1109/INFOP.2015.7489411. Citado na página 4.
- S.-Z. Park, Y.-K. Kim, C.-H. Song, J.-W. Lee, and H.-S. Mok. Operation method of electric bicycle using change of bldc operation mode and pmsm operation mode. In *Power Electronics and ECCE Asia (ICPE & ECCE), 2011 IEEE 8th International Conference on*, Jul 2011. doi: 10.1109/ICPE.2011.5944733. Citado na página 1.
- T. Parker Hannifin Corporation. *OEM770T OEM 770SD Servo Driver User Guide*, 2000. Citado 3 vezes nas páginas 11, 12 e 13.
- G. Scelba, G. De Donato, M. Pulvirenti, F. G. Capponi, and G. Scarella. Hall-effect sensor fault detection, identification, and compensation in brushless dc drives. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 52(2):1542–1554, Apr 2016. Citado na página 1.
- R. S. Semken, M. Polikarpova, P. Roytta, J. Alexandrova, J. Pyrhonen, J. Nerg, A. Mikola, and J. Backman. Direct-drive permanent magnet generators for high-power wind

- turbines: benefits and limiting factors. *IET Renewable Power Generation*, 6(1):1–8, Jan 2012. ISSN 1752-1424. doi: 10.1049/iet-rpg.2010.0191. Citado na página 1.
- H. Vansompel, F. De Belie, and J. Melkebeek. Improving the rotor position estimation in permanent-magnet synchronous machines with a low-resolution position sensor. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1–6, Sept 2010. doi: 10.1109/ICELMACH.2010.5608255. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 27.
- H.-C. Wu, M.-I. Wen, and C.-C. Wong. Speed control of bldc motors using hall effect sensors based on dsp. In *System Science and Engineering (ICSSE), 2016 International Conference on*, Jul 2016. doi: 10.1109/ICSSE.2016.7551633. Citado na página 5.
- A. Yoo, S.-K. Sul, D. C. Lee, and C. S. Jun. Novel speed and rotor position estimation strategy using a dual observer for low-resolution position sensors. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 24(12):2897–2906, Dec 2009. ISSN 0885-8993. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 27.
- X. Zhang and W. Zhang. An improved rotor position estimation in pmsm with low-resolution hall-effect sensors. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2014 17th International Conference on*, volume 1, pages 2722–2727, Oct 2014. doi: 10.1109/ICEMS.2014.7013961. Citado 5 vezes nas páginas 2, 24, 29, 39 e 61.