## Dominuojančioji grafo aibė

Gabrielė Buivydaitė

Vilniaus Universitetas

March 2020

#### Kas yra dominuojančioji grafo aibė (dominant set of graph)?

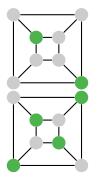
Dominuojančioji (arbastabilioji) aibė yra grafo viršūnių poaibis, kur kiekviena grafo viršūnė, nepriklausanti poaibiui A, yra gretima bent vienai poaibio A viršūnei.

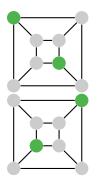
**Dominavimo skaičius** yra mažiausios dominuojančios aibės elementų skaičius.

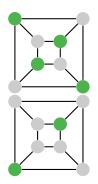
Nepriklausomoji aibė ( arba vidiniai stabilioji aibė) tokia dominuojanti aibė A, kurią sudarančios viršūnės tarpusavyje nėra gretimos.

Jungi dominuojanti aibė - dominuojanti aibė, kurią sudarančios viršūnės sudaro taką.

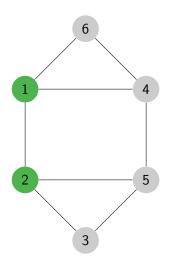
## Dominuojančiosios aibės pavyzdžiai







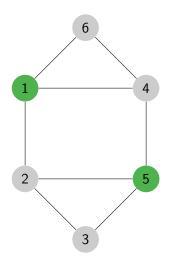
### Jungios dominuojančios aibės pavyzdys



$$DS = \{1, 2\}$$

Dominavimo skaičius = 2

### Nepriklausomosios dominuojančios aibės pavyzdys



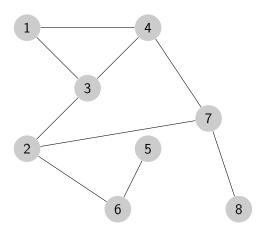
$$DS = \{1, 5\}$$

Dominavimo skaičius = 2

## Godaus DS (dominuojančiosios aibės) algoritmo žingsniai

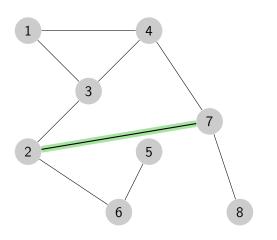
- Pradedame pasižymėdami tuščią aibę DS
- Pasirenkame bet kurią briauną, jungiančią dvi viršūnes
- Pridedame vieną iš viršūnių į aibę DS
- Panaikiname visas briaunas incidenčias tai viršūnei
- Kartojame antrą žingsnį tol, kol dar yra likusių briaunų
- Gautoji aibė DS ir yra dominuojančioji grafo aibė

## Pradedame pasižymėdami tuščią aibę DS



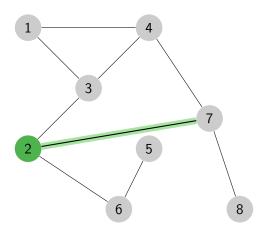
$$\mathsf{DS} = \{\}$$

## Pasirenkame bet kurią briauną, jungiančią dvi viršūnes (tarkime "2" ir "7")



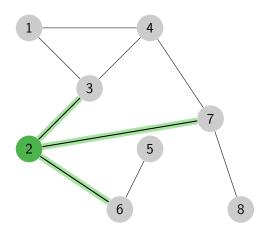
$$\mathsf{DS} = \{\}$$

## Pridedame vieną iš pasirinktųjų viršūnių ("2") į aibę DS



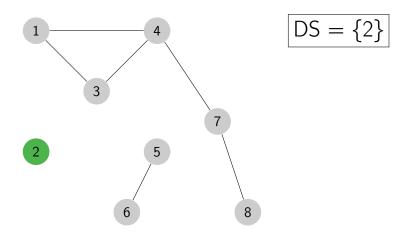
 $DS = \{2\}$ 

## Pasižymime visas briaunas incidenčias viršūnei "2"

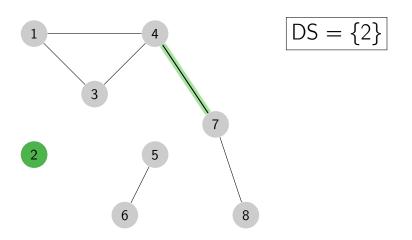


$$DS = \{2\}$$

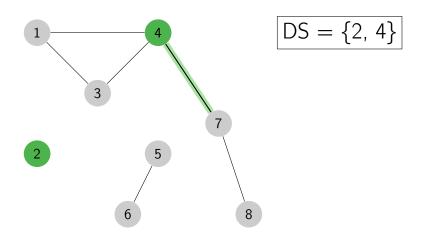
#### Panaikiname visas briaunas incidenčias viršūnei "2"



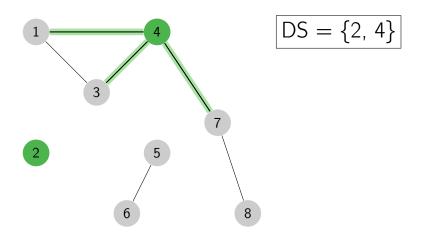
# Pasirenkame bet kurią laisvą briauną, jungiančią dvi viršūnes (tarkime "4" ir "7")



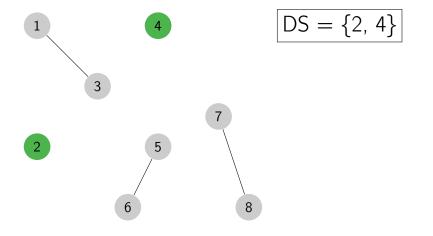
## Pridedame vieną iš pasirinktųjų viršūnių ("4") į aibę DS



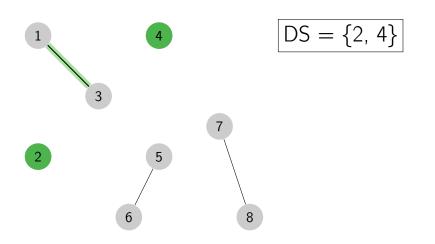
## Pasižymime visas briaunas incidenčias viršūnei "4"



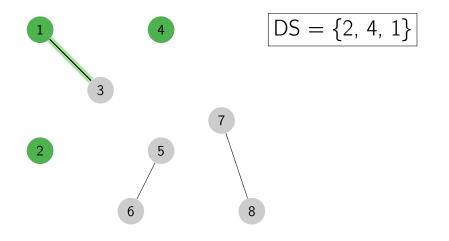
### Panaikiname visas briaunas incidenčias viršūnei "4"



# Pasirenkame bet kurią laisvą briauną, jungiančią dvi viršūnes (tarkime "1" ir "3")



## Pridedame vieną iš pasirinktųjų viršūnių ("1") į aibę DS



#### Panaikiname visas briaunas incidenčias viršūnei "1"

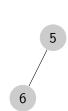




$$DS = \{2, 4, 1\}$$

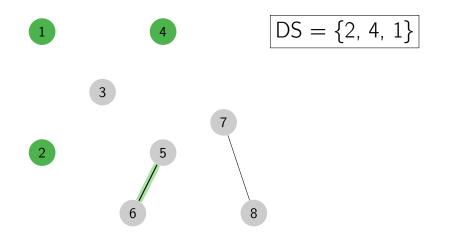
3

2

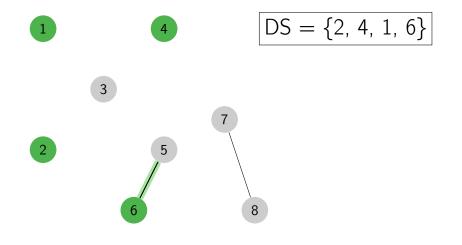




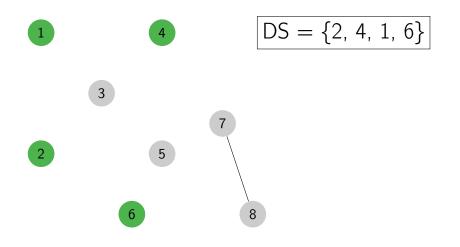
# Pasirenkame bet kurią laisvą briauną, jungiančią dvi viršūnes (tarkime "5" ir "6")



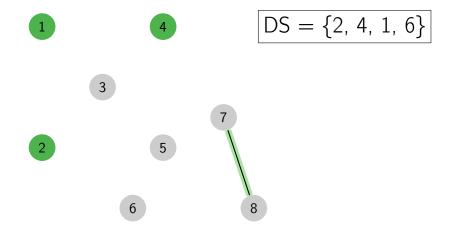
## Pridedame vieną iš pasirinktųjų viršūnių ("6") į aibę DS



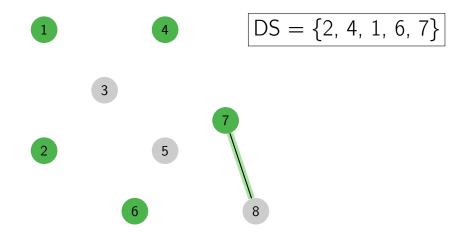
### Panaikiname visas briaunas incidenčias viršūnei "6"



Pasirenkame bet kurią laisvą briauną, jungiančią dvi viršūnes (tarkime "7" ir "8")



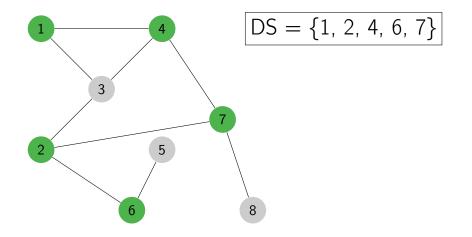
## Pridedame vieną iš pasirinktųjų viršūnių ("7") į aibę DS



#### Panaikiname visas briaunas incidenčias viršūnei "7"

 $DS = \{2, 4, 1, 7\}$ 

## Galutinė grafo dominuojančioji viršūnių aibė



#### Kiti algoritmai

#### Lygiagretus godus DS

```
\begin{array}{l} {\sf DS:=\emptyset} \\ {\sf While \ v \ is \ adjacent \ to \ white \ vertices \ do} \\ {\sf span = number \ of \ white \ vertices \ to \ which \ v \ is \ adjacent} \\ {\sf send \ span \ to \ all \ vertices \ up \ to \ 2 \ hops} \\ {\sf If \ v \ has \ greatest \ span \ then} \\ {\sf DS:=}s \ \dot{\cup} \ v \\ {\sf End \ if} \end{array}
```

### Algoritmų sudėtingumas

#### NP-complete

Ar duotas skaičius k yra didesnis už grafo dominavimo skaičių?

#### NP-hard

Grafo dominavimo skaičiaus radimas.

#### Šaltiniai

- https://www.geeksforgeeks.org/dominant-set-of-a-graph
- https://en.wikipedia.org/wiki/Dominating\_set
- https://mathworld.wolfram.com/TotalDominatingSet.html