

Modelos para Tomada de Decisão

Problema de transporte

Prof. Alex Paranaíba de Abreu

abreualex@gmail.com

06 / 02 / 2024

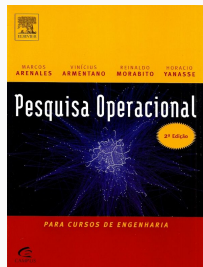
Graduação em Administração e Ciências Econômicas

Insper

Materiais para a aula

Conteúdo programático e demais materiais:

<https://abreualexp.github.io/aula-insper.html>



- ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. 1ª ed., p.21-26, Elsevier, 2007.
- HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. **Introduction To Operations Research**. 5ª ed., p. 209-, McGraw-Hill, 1990.

Vídeo no Youtube: Prof. Dr. Pedro Munari (UFSCar).

Conteúdo da aula

1. Relembre: modelagem matemática
2. O problema de transporte
3. Resolução de exemplo em Excel

**Relembre: modelagem
matemática**

O **objetivo** da modelagem é **representar** matematicamente problemas reais.

Principais **componentes** de um modelo matemático:

- Variáveis de decisão,
- Função objetivo,
- Restrições.

Exemplo ilustrativo

- Dois tipos de caixas, A e B, devem ser alocadas em uma prateleira com capacidade, em peso, de $4000kg$.
- Os tipos de caixas possuem diferentes pesos, tipo $A = 10kg$ e tipo $B = 15kg$.
- Na prateleira devem ser colocadas a mesma quantidade, em unidade, de caixas do tipo A e B.
- Qual o número máximo de caixas que podem ser adicionadas na prateleira?

Exemplo ilustrativo

Maximizar $x_A + x_B$

Sujeito a $10x_A + 15x_B \leq 4000$

$$x_A = x_B$$

$$x_A, x_B \geq 0$$

Exemplo ilustrativo

- Dois tipos de caixas, A e B, devem ser alocadas em uma prateleira com capacidade, em peso, de $4000kg$.
- Os tipos de caixas possuem diferentes pesos, tipo $A = 10kg$ e tipo $B = 15kg$.
- Na prateleira devem ser colocadas a mesma quantidade, em unidade, de caixas do tipo A e B.
- Qual o número máximo de caixas que podem ser adicionadas na prateleira?

Resposta: $x = x_A = x_B = 160$ caixas.

O problema de transporte

Definição do problema

Definição

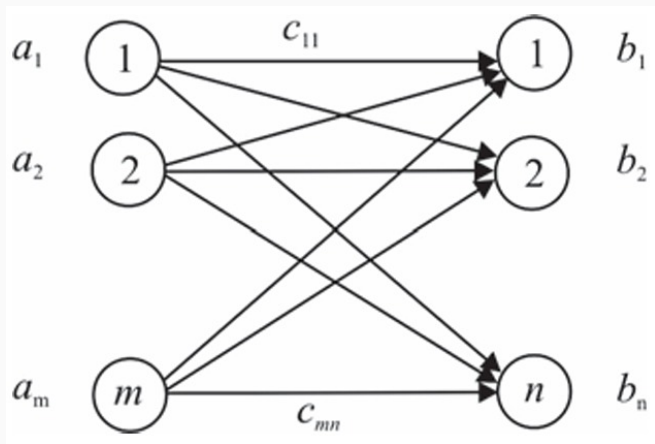
O problema consiste em transportar o produto dos centros de produção aos mercados consumidores de modo que o custo total de transporte seja o menor possível.

- A produção dos centros e a demanda dos consumidores são conhecidas.
- A solução deve respeitar essas informações.

Estrutura genérica do problema

- Conjunto com m origens (centros de produção),
- Conjunto com n destinos (mercados consumidores),
- O custo para transportar os produtos da origem i para o destino j é representado por c_{ij} ,
- A quantidade de produtos ofertados pela origem i é representado por a_i ,
- A quantidade de produtos demandados pelo destino j é representado por b_j .

Estrutura genérica do problema



Modelo matemático genérico

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Sujeito a % Restrições de oferta

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad \forall i = 1, \dots, m$$

% Restrições de demanda

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad \forall j = 1, \dots, n$$

% Variáveis de decisão

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$$

Distribuição de produtos

Por exemplo, considere que uma distribuidora de bebidas possui 2 centros de produção, Araraquara e São José dos Campos, e 3 mercados consumidores principais, São Paulo, Belo Horizonte e Rio de Janeiro.

O custo de se transportar uma unidade do produto de cada centro de produção para cada mercado consumidor é apresentado na Tabela a seguir.

Na Tabela também estão indicadas as quantidades de oferta dos centros de produção e demanda dos mercados consumidores.

Dados do problema

<i>Centro de suprimento</i>	<i>Mercado</i>			<i>Suprimento disponível(a_j)</i>
	<i>São Paulo (1)</i>	<i>Belo Horizonte (2)</i>	<i>Rio de Janeiro (3)</i>	
Araraquara (1)	4	2	5	800
S. J. Campos (2)	11	7	4	1000
Demanda dos mercados (b_j)	500	400	900	

Modelo matemático do exemplo

Minimizar $4x_{11} + 2x_{12} + 5x_{13} + 11x_{21} + 7x_{22} + 4x_{23}$

Sujeito a % Restrições de oferta

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 800$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 1000$$

% Restrições de demanda

$$x_{11} + x_{21} = 500$$

$$x_{12} + x_{22} = 400$$

$$x_{13} + x_{23} = 900$$

% Variáveis de decisão

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

Resolução de exemplo em Excel

Resolução do exemplo em Excel



Síntese da aula

- Relembramos como funciona a modelagem matemática.
- Entendemos que alguns modelos podem ser simplificados.
- Aprendemos o que é o problema de transporte.
- Conhecemos aplicações do problema de transporte.
- Modelamos o problema de transporte.
- Resolvemos um exemplo em Excel.

Dúvidas?

Exercício de fixação

Exercício para a próxima aula

O que aconteceria se a oferta do centro de produção Araraquara aumentasse em 200 unidades (totalizando 1000 unidades)?

Resolva essa variação em Excel para discussão na próxima aula.

Inspire

Alex Paranaahyba de Abreu

abreualex@gmail.com