



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD ZACATENCO
INGENIERÍA EN COMUNICACIONES Y ELECTRÓNICA



LABORATORIO DE OSCILACIONES Y ONDAS

PRÁCTICA 3: SUPERPOSICIÓN DE ONDAS

PROFESOR: CESAR SANDOVAL GONZALEZ

GRUPO: 3CM7

INTEGRANTES:

GONZALEZ MELCHOR ABRAHAM



Índice

1. Objetivo	2
2. Materiales usados	2
3. Introducción	2
3.1. Interferencia de ondas	2
3.2. Curvas de Lissajous	2
4. Desarrollo experimental	5
4.1. Identificación del periodo de una señal desconocida	5
4.2. Generación de las figuras de Lissajous	6
5. Resultados	6
5.1. Identificación del periodo de una señal desconocida	6
5.2. Generación de las figuras de Lissajous	7
6. Conclusiones	10
7. Bibliografía	10

1. Objetivo

- Analizar las figuras de Lissajous mediante la superposición de ondas

2. Materiales usados

1. Osciloscopio de 30 MHz
2. Generador de señales digitales
3. Generador de señales
4. Cables BNC-BNC
5. Simulador Multisim

3. Introducción

3.1. Interferencia de ondas

La interferencia es un fenómeno que ocurre cuando dos o más ondas se superponen en un mismo punto del espacio, dando lugar a una onda resultante cuya amplitud depende de la suma algebraica de las ondas que la originan. Dependiendo de la relación de fase entre las ondas, la interferencia puede ser:

- Constructiva, cuando las ondas están en fase y sus amplitudes se suman, produciendo un aumento en la amplitud resultante.
- Destructiva, cuando las ondas están en oposición de fase y sus amplitudes se restan, pudiendo incluso anularse mutuamente.

Este fenómeno puede observarse en distintos tipos de ondas, como ondas mecánicas (sonido, ondas en el agua), ondas electromagnéticas (luz, radio, etc) y en muchos sistemas físicos donde exista propagación ondulatoria. La interferencia es una manifestación directa del principio de superposición, el cual establece que, en medios lineales, la perturbación total es la suma de las perturbaciones individuales.

3.2. Curvas de Lissajous

Una curva de Lissajous, también conocida como figura de Lissajous o curva de Bowditch, es la gráfica generada por la superposición de dos movimientos armónicos simples que actúan en direcciones perpendiculares, típicamente en los ejes x y y . Estas curvas se describen mediante el siguiente sistema de ecuaciones paramétricas:

$$x(t) = A \sin(\omega_x t + \alpha) \quad (1)$$

$$y(t) = B \sin(\omega_y t + \beta) \quad (2)$$

donde:

- A y B son las amplitudes de oscilación en los ejes x e y , respectivamente.

- ω_x y ω_y son las frecuencias angulares de cada oscilador.
- α y β son las fases iniciales.
- $\delta = \alpha - \beta$ representa la diferencia de fase entre ambas señales.

Esta familia de curvas fue estudiada por primera vez por Nathaniel Bowditch en el año 1815, y posteriormente fue analizada con mayor detalle por el físico francés Jules Antoine Lissajous, quien profundizó en sus propiedades y aplicaciones experimentales. Debido a sus aportaciones, estas trayectorias reciben el nombre de curvas de Lissajous. En el contexto de la mecánica clásica, estas curvas aparecen de manera natural cuando se analiza la trayectoria de una partícula que realiza un movimiento armónico simple bidimensional, es decir, cuando un cuerpo oscila simultáneamente en dos direcciones perpendiculares entre sí, como los ejes x e y . Este tipo de movimiento puede describirse como la superposición de dos oscilaciones independientes, cada una con su propia amplitud, frecuencia y fase. La trayectoria que se obtiene al combinar ambos movimientos no es aleatoria, sino que sigue una forma geométrica bien definida: la curva de Lissajous. Estas curvas permiten visualizar de manera clara cómo interactúan dos movimientos armónicos cuando se combinan simultáneamente. La apariencia de la figura es extremadamente sensible a la relación entre las frecuencias angulares de ambos movimientos, es decir, al cociente:

$$\frac{\omega_x}{\omega_y}$$

Este cociente representa qué tan rápido oscila el movimiento en el eje x con respecto al movimiento en el eje y . Cuando esta relación es igual a 1, significa que ambas oscilaciones tienen la misma frecuencia, por lo que ambos movimientos se repiten exactamente al mismo ritmo. En este caso, la figura que se obtiene es una elipse.

Dentro de este caso particular aparecen dos situaciones importantes como casos especiales. Si además de que las frecuencias son iguales, también se cumple que las amplitudes son iguales ($A = B$) y que existe una diferencia de fase de $\delta = \frac{\pi}{2}$ radianes, entonces la elipse se convierte en un círculo, lo que implica que el punto que se mueve describe una trayectoria perfectamente simétrica. Por otro lado, cuando la diferencia de fase es $\delta = 0$, es decir, cuando ambos movimientos están completamente en fase, la trayectoria deja de ser curva y se convierte en una línea recta, ya que el punto se mueve de manera perfectamente sincronizada en ambos ejes.

Otra figura sencilla que también puede obtenerse como curva de Lissajous es la parábola, la cual aparece cuando la relación de frecuencias es $\frac{\omega_x}{\omega_y} = 2$ y la diferencia de fase es $\delta = \frac{\pi}{2}$. En este caso, el movimiento en el eje y ocurre al doble de velocidad que en el eje x , lo que provoca que la trayectoria adopte una forma abierta con simetría parabólica.

Cuando la relación $\frac{\omega_x}{\omega_y}$ toma otros valores distintos de los casos anteriores, se generan curvas más complejas. Estas curvas únicamente son cerradas cuando dicho cociente es un número racional, es decir, cuando puede expresarse como el cociente de dos números enteros. Cuando esto sucede, se dice que las frecuencias ω_x y ω_y son commensurables, lo que significa que existe un múltiplo común entre ambos movimientos y, por lo tanto, la trayectoria vuelve a repetirse exactamente después de cierto intervalo de tiempo.

En cambio, cuando el cociente $\frac{\omega_x}{\omega_y}$ es un número irracional, las frecuencias ya no guardan una relación exacta entre sí, por lo que el movimiento nunca se repite de forma periódica. En este caso, la curva no se cierra y la trayectoria se va extendiendo dentro de un rectángulo definido por las amplitudes A y B , formando un conjunto denso. Esto significa que, con el paso del tiempo, el punto en movimiento llega a pasar arbitrariamente cerca de cualquier punto dentro de dicho rectángulo, sin llegar a trazar una figura repetitiva

definida. Cuando el cociente sí es racional, existen dos números naturales a_x y b_y tales que se cumple la relación:

$$\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{a_x}{b_y} = \frac{T_y}{T_x}$$

donde T_x y T_y representan los períodos de las oscilaciones en los ejes x e y , respectivamente. Esto significa que ambos movimientos tienen un período común, el cual corresponde al tiempo mínimo necesario para que simultáneamente ambas oscilaciones regresen a su estado inicial.

Unos ejemplos característicos de las curvas de Lissajous:

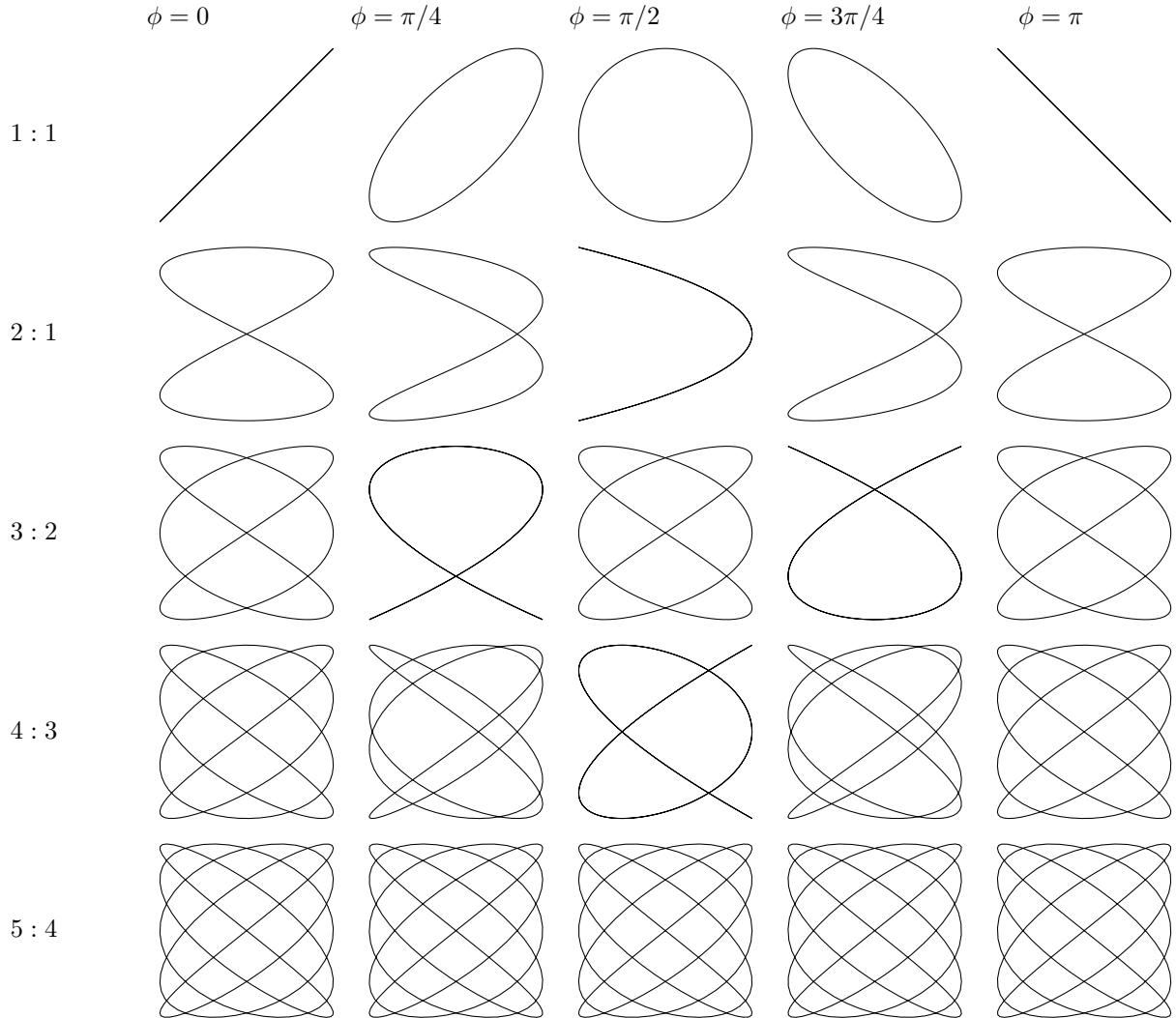


Figura 1: Curvas de Lissajous

4. Desarrollo experimental

4.1. Identificación del periodo de una señal desconocida

El generador de frecuencia desconocida se colocara en el canal 2 del osciloscopio. Mida el periodo de la señal y determine la frecuencia f y anote su resultado en la tabla 1

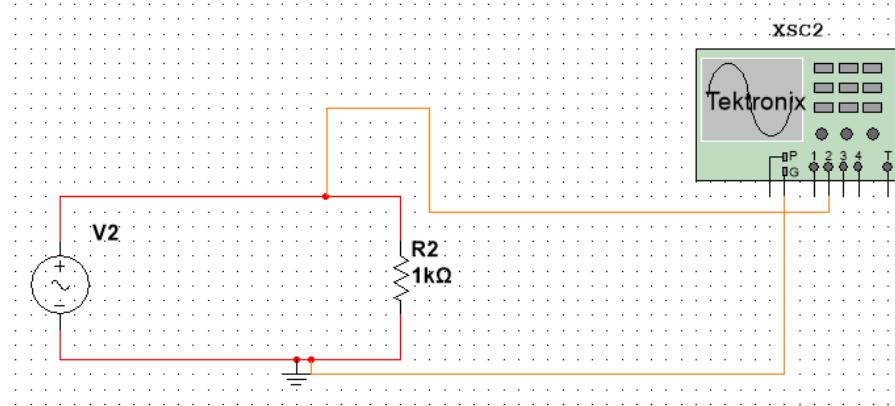


Figura 2: Conexión de la señal desconocida al canal 2 del osciloscopio

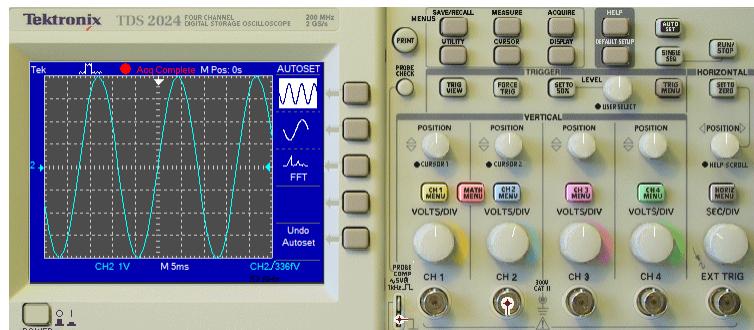


Figura 3: Visualización de la señal desconocida en el osciloscopio

Se ajusta la perilla de **VOLTS/DIV** y la perilla **SEC/DIV** para obtener una mejor visualización de la onda

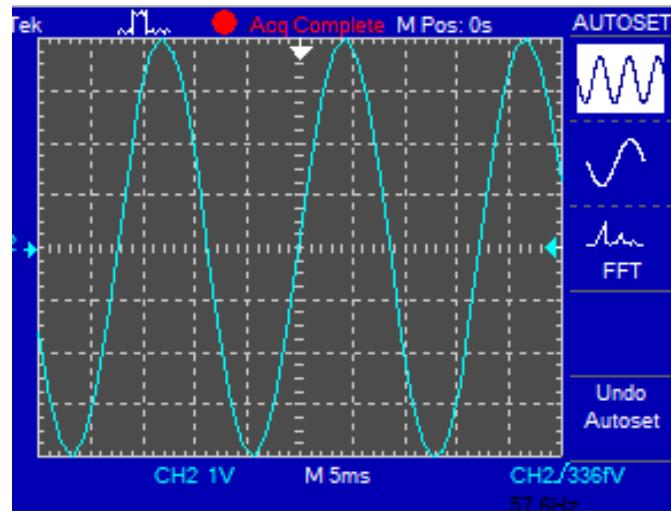


Figura 4: Forma de onda de la señal desconocida en el osciloscopio

4.2. Generación de las figuras de Lissajous

El armado del dispositivo anterior se mantiene de la misma manera. Durante toda la actividad se deberá mantener la señal del generador 1 sin modificar. Incorpore un segundo generador de funciones en el canal 1 (CH1-X) y con base en el resultado de la actividad anterior introduzca una señal de la misma frecuencia esto es $\omega_1 = \omega_2$ o $f_1 = f_2$. Coloque el osciloscopio en la función de graficación xy y anote sus observaciones. modifique la frecuencia en el segundo generador de manera que obtenga las siguientes relaciones de frecuencia angular ω :

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}, \frac{\omega_1}{2\omega_2}, \frac{2\omega_1}{\omega_2}, \frac{\omega_1}{3\omega_2}, \frac{3\omega_1}{\omega_2}, \frac{3\omega_1}{2\omega_2}, \frac{3\omega_1}{4\omega_2}, \frac{5\omega_1}{4\omega_2}, \frac{\omega_1}{5\omega_2}$$

dado que $\omega = 2\pi f$, no sera necesario calcular ω para las relaciones indicadas.

Para darle cumplimiento a las razones en cada caso deberá calcular la frecuencia f_2 que sea necesaria. Anote las cantidades de las frecuencias para cada caso en la tabla 3

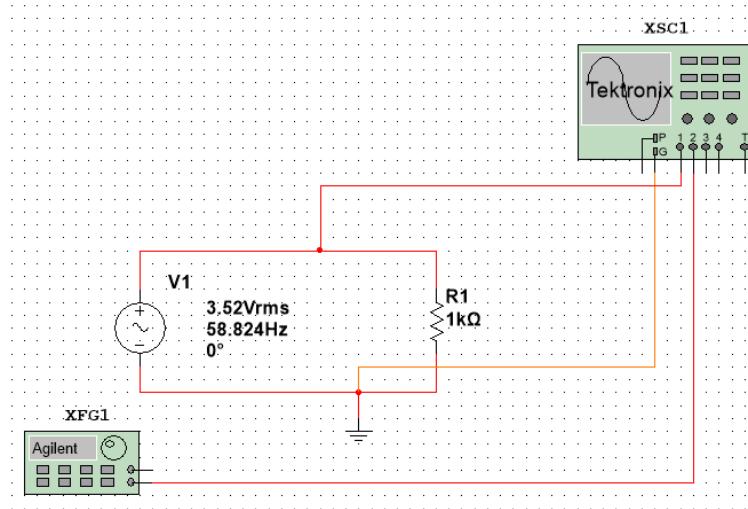


Figura 5: Conexión del segundo generador de funciones en el canal 1

5. Resultados

5.1. Identificación del periodo de una señal desconocida

Una vez visualizada la señal desconocida, como se muestra en la Figura 3, se procede a identificar su periodo contando el número de divisiones que ocupa un ciclo completo. La forma de onda se aprecia con mayor claridad en la Figura 4. En la pantalla del osciloscopio se observan aproximadamente 3.4 divisiones desde el origen (centro de la grilla) hasta el punto equivalente a un ciclo. Cada subdivisión corresponde a 0.2 divisiones. El ajuste horizontal es de **TIME/DIV** igual a 5 ms por división.

$$T = (\text{Divisiones por ciclo})(\text{Base de tiempo})$$

$$T = (3.4)(5 \text{ ms})$$

$$T = 17 \text{ ms}$$

Por lo tanto su periodo son 17 ms (0.017 s)

Como sabemos que la frecuencia es la inversa del periodo, entonces:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{0.017\text{s}}$$

$$f \approx 58.824 \frac{1}{\text{s}}$$

$$f \approx 58.824 \text{ Hz}$$

Cuadro 1: Periodo y frecuencia de una señal desconocida

	Periodo T [ms]	Frecuencia f [Hz]
Medida de la señal de la señal desconocida (ω_x ó a)	17 ms	58.824 Hz

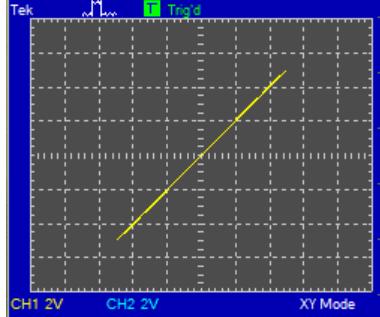
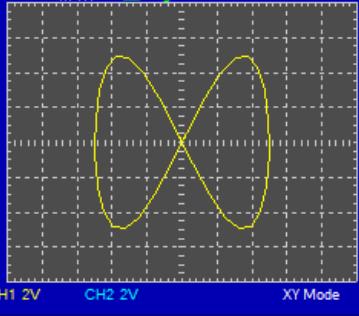
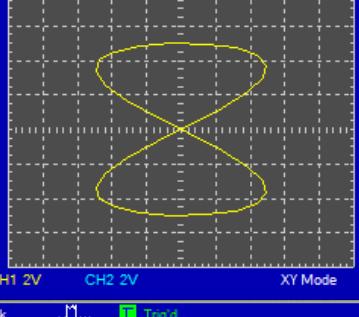
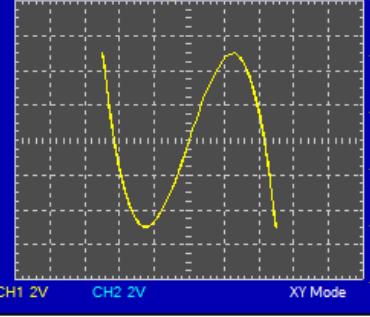
5.2. Generación de las figuras de Lissajous

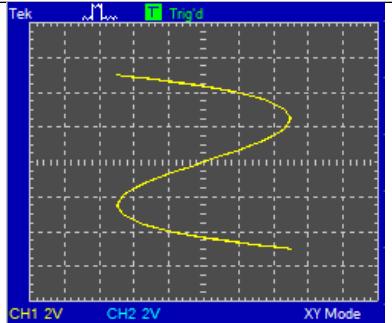
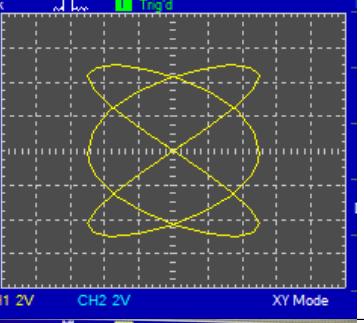
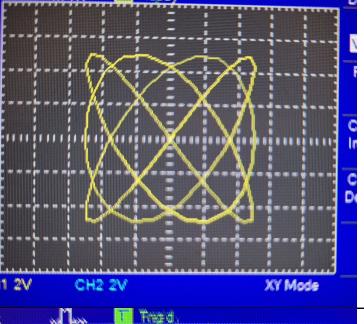
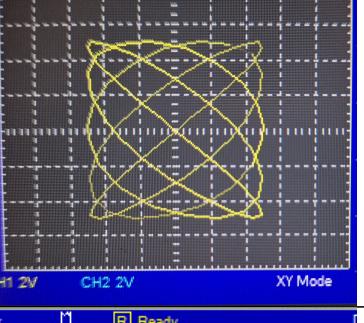
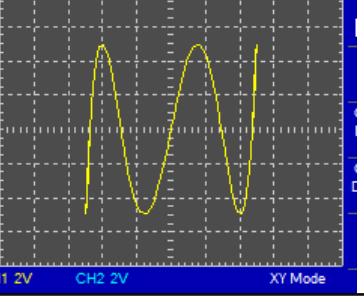
Como el generador de funciones 1 (f_1) es constante y no varia, la única frecuencia a encontrar es f_2 ; esto se hace igualando a 1 todas las relaciones y despejando f_2 para después sustituir los valores y obtener el valor esta frecuencia.

Cuadro 2: Valores de f_2

Relación	f_2 despejada	Valor de f_2
$\frac{f_1}{f_2}$	$f_2 = f_1$	58.824 Hz
$\frac{f_1}{2f_2}$	$f_2 = \frac{f_1}{2}$	29.412 Hz
$\frac{2f_1}{f_2}$	$f_2 = 2f_1$	117.648 Hz
$\frac{f_1}{3f_2}$	$f_2 = \frac{f_1}{3}$	19.608 Hz
$\frac{3f_1}{f_2}$	$f_2 = 3f_1$	176.472 Hz
$\frac{3f_1}{2f_2}$	$f_2 = \frac{3f_1}{2}$	88.236 Hz
$\frac{3f_1}{4f_2}$	$f_2 = \frac{3f_1}{4}$	44.118 Hz
$\frac{5f_1}{4f_2}$	$f_2 = \frac{5f_1}{4}$	73.53 Hz
$\frac{f_1}{5f_2}$	$f_2 = \frac{f_1}{5}$	11.7648 Hz

Cuadro 3: Curvas de Lissajous

Caso	Frecuencia f_1 [Hz]	Frecuencia f_2 [Hz]	Figura
$\frac{\omega_1}{\omega_2}$	58.824 Hz	58.824 Hz	
$\frac{\omega_1}{2\omega_2}$	58.824 Hz	29.412 Hz	
$\frac{2\omega_1}{\omega_2}$	58.824 Hz	117.648 Hz	
$\frac{\omega_1}{3\omega_2}$	58.824 Hz	19.608 Hz	

Caso	Frecuencia f_1 [Hz]	Frecuencia f_2 [Hz]	Figura
$\frac{3\omega_1}{\omega_2}$	58.824 Hz	176.472 Hz	
$\frac{3\omega_1}{2\omega_2}$	58.824 Hz	88.236 Hz	
$\frac{3\omega_1}{4\omega_2}$	58.824 Hz	44.118 Hz	
$\frac{5\omega_1}{4\omega_2}$	58.824 Hz	73.53 Hz	
$\frac{\omega_1}{5\omega_2}$	58.824 Hz	11.7648 Hz	

6. Conclusiones

Pese a que los valores se obtuvieron mediante las divisiones del retículo del osciloscopio, dicho cálculo no fue preciso pues el valor elegido aleatoriamente para la señal desconocida era de 57.669 85 Hz mientras que el teórico fue de 58.824 Hz presentó un error del 1.96 %. Debido a este error, al ajustar el segundo generador al valor de 58.824 Hz no se obtuvo la figura lineal correspondiente a la relación de $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ como se indica en la teoría, sino dio una curva muy diferente, bastante parecida a una relación de 5:4; como se observa en la figura 1. Sin embargo el enunciado pedía que se usara como referencia el teórico se decidió trabajar con los 58.824 Hz como base, aun cuando dicho valor no representaba con exactitud la frecuencia real. Una vez añadido el segundo generador se observa como la más mínima variación de la frecuencia produce cambios drásticos en la curva de Lissajous. Esto deja en evidencia la importancia de realizar mediciones bastante precisas.

7. Bibliografía

- Tektronix, Inc. (2016). XYZs of oscilloscopes. Tektronix.
- Helfrick, A., & Cooper, W. (2010). Instrumentación electrónica y medidas. Pearson
- Kester, W. (2005). The data conversion handbook. Analog Devices.
- Boylestad, R. L., & Nashelsky, L. (2015). Electrónica: teoría de circuitos y dispositivos electrónicos. Pearson.
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2014). Física para ciencias e ingeniería (Vol. 1). Cengage Learning.
- Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2013). Fundamentos de física (Vol. 1). Wiley.
- Manualdelatex.com. (s.f.). Propiedad intelectual e industrial. Manualdelatex.com.