МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

ОТЧЕТ ПО ЗАДАНИЮ №1

«Методы сортировки»

Вариант 2 4 3 4

Исполнитель: студент 106 группы Магомедов Абдуррахман Преподаватели: Соловьев Михаил Александрович Корухова Людмила Сергеевна Манушин Дмитрий Валерьевич

MOCKBA 2020

Оглавление

Постановка задачи	3
Результаты экспериментов	
Графики	
ТрификаСтруктура программы и спецификации функций	
Отладка программы, тестирование функций	
Анализ допущенных ошибок	
Литература	11

Постановка задачи

Необходимо реализовать два метода сортировки чисел типа long long int по невозростанию модулей и провести их сравнение.

Первый метод сортировки – быстрая сортировка или quicksort, второй – сортировка Шелла (shellsort). Память будет выделяться динамически. При выполнении сортировки каждого вида будет подсчитываться число сравнений и перемещений элементов.

Рассматриваются длины массивов 10, 10^2 , 10^3 , 10^4 , 10^5 , 10^6 . 10^7 , 10^8 . Для каждой длины массива будет генерироваться четыре массива:

- 1. массив, в котором элементы упорядочены
- 2. массив, в котором элементы упорядочены в обратном порядке
- 3, 4. массивы со случайной расстановкой элементов

Результаты запуска программы будут записаны в таблицу.

Код доступен на https://github.com/abrikos110/polygon/tree/master/sorts-homework

Результаты экспериментов

quicksort						
Номер сгенерированного массива						
n Параметр	1	2	3	4 Среднее значение		
Сравнения	35	30	42	35 35.5		
10 Перемещения	0	5	10	8 5.75		
Сравнения	671	670	813	896 762.5		
100 Перемещения	0	50	162	162 93.5		
Сравнения	9976	9972	14130	14331 12102.25		
1000 Перемещения	0	500	2316	2287 1275.75		
Сравнения	134219	134214	177464	172089 154496.5		
10000 Перемещения	0	5000	31074	31497 16892.75		
Сравнения	1668927	1668926	2179320	2192024 1927299.25		
100000 Перемещения	0	50000	390539	389427 207491.5		
Сравнения	19951424	19951420	27961392	27397214 23815362.5		
1000000 Перемещения	0	500000	4632993	4638899 2442973.0		
Сравнения	233759915	233759910	317513594	311935159 274242144.5		
10000000 Перемещения	0	5000000	53927058	54285919 28303244.25		
Сравнения	2666003370	2666003368	3551494913	3598468328 3120492494.75		
100000000 Перемещения	0	50000000	619542986	619082528 322156378.5		
shellsort						
	Номер сгенерир			4.0		
п Параметр	1	2	3	4 Среднее значение		
n Параметр Сравнения	1 22	2 38	3 35	27 30.5		
n Параметр Сравнения 10 Перемещения	1 22 1 0	2 38 25	3 35 16	27 30.5 8 12.25		
n Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения	1 22 0 327	2 38 25 778	3 35 16 1065	27 30.5 8 12.25 1026 799.0		
n Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения	1 22 3 327 4 0	2 38 25 778 520	3 35 16 1065 772	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0		
n Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения	1 22 1 0 327 1 0 4550	2 38 25 778 520 11390	3 35 16 1065 772 23303	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5		
n Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения	1 22 3 327 4 0 4550	2 38 25 778 520 11390 7690	3 35 16 1065 772 23303 19128	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75		
n Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения	1 22 3 0 327 4 0 4550 4 0 60156	2 38 25 778 520 11390 7690 137708	3 35 16 1065 772 23303 19128 425883	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75 416874 260155.25		
п Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения Сравнения 10000 Перемещения	1 22 0 327 0 4550 0 60156 d 0	2 38 25 778 520 11390 7690 137708 80958	3 35 16 1065 772 23303 19128 425883 369106	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75 416874 260155.25 360043 202526.75		
п Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения Сравнения 10000 Перемещения Сравнения	1 22 4 0 327 4 0 4550 4 0 60156 4 0 758531	2 38 25 778 520 11390 7690 137708 80958 1662744	3 35 16 1065 772 23303 19128 425883 369106 5137526	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75 416874 260155.25 360043 202526.75 5407488 3241572.25		
п Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения Сравнения 10000 Перемещения Сравнения 100000 Перемещения	1 22 3 0 327 4 0 4550 60156 6 0 758531	2 38 25 778 520 11390 7690 137708 80958 1662744 984680	3 35 16 1065 772 23303 19128 425883 369106 5137526 4418005	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75 416874 260155.25 360043 202526.75 5407488 3241572.25 4687899 2522646.0		
п Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения Сравнения 10000 Перемещения 10000 Перемещения Сравнения 100000 Перемещения	1 22 327 4 0 4550 4550 60156 4 0 758531 4 0 9310065	2 38 25 778 520 11390 7690 137708 80958 1662744 984680 22320677	3 35 16 1065 772 23303 19128 425883 369106 5137526 4418005 62196841	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75 416874 260155.25 360043 202526.75 5407488 3241572.25 4687899 2522646.0 61855813 38920849.0		
п Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения Сравнения 10000 Перемещения Сравнения 100000 Перемещения Сравнения 1000000 Перемещения	1 22 3 0 327 4 0 4550 4 0 60156 5 0 9310065 6 0	2 38 25 778 520 11390 7690 137708 80958 1662744 984680 22320677 13933052	3 35 16 1065 772 23303 19128 425883 369106 5137526 4418005 62196841 53323091	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75 416874 260155.25 360043 202526.75 5407488 3241572.25 4687899 2522646.0 61855813 38920849.0 52981905 30059512.0		
п Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения Сравнения 10000 Перемещения Сравнения 100000 Перемещения 1000000 Перемещения Сравнения 10000000 Перемещения Сравнения	1 22 3 0 327 4 0 4550 4 550 60156 5 0 9310065 5 0 108851935	2 38 25 778 520 11390 7690 137708 80958 1662744 984680 22320677 13933052 237412758	3 35 16 1065 772 23303 19128 425883 369106 5137526 4418005 62196841 53323091 725492690	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75 416874 260155.25 360043 202526.75 5407488 3241572.25 4687899 2522646.0 61855813 38920849.0 52981905 30059512.0 725604358 449340435.25		
п Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения Сравнения 10000 Перемещения Сравнения 100000 Перемещения Сравнения 1000000 Перемещения Сравнения 10000000 Перемещения	1 22 3 0 327 4 0 4550 4 0 60156 6 0 758531 758531 758531 0 9310065 6 0 108851935	2 38 25 778 520 11390 7690 137708 80958 1662744 984680 22320677 13933052 237412758 132894650	3 35 16 1065 772 23303 19128 425883 369106 5137526 4418005 62196841 53323091 725492690 620122606	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75 416874 260155.25 360043 202526.75 5407488 3241572.25 4687899 2522646.0 61855813 38920849.0 52981905 30059512.0 725604358 449340435.25 620232921 343312544.25		
п Параметр Сравнения 10 Перемещения Сравнения 100 Перемещения Сравнения 1000 Перемещения Сравнения 10000 Перемещения Сравнения 100000 Перемещения 1000000 Перемещения Сравнения 10000000 Перемещения Сравнения	1 22 327 4 0 4550 4 4550 6 60156 6 0 758531 6 0 9310065 6 0 108851935 6 0 1255334358	2 38 25 778 520 11390 7690 137708 80958 1662744 984680 22320677 13933052 237412758	3 35 16 1065 772 23303 19128 425883 369106 5137526 4418005 62196841 53323091 725492690	27 30.5 8 12.25 1026 799.0 732 506.0 21591 15208.5 17397 11053.75 416874 260155.25 360043 202526.75 5407488 3241572.25 4687899 2522646.0 61855813 38920849.0 52981905 30059512.0 725604358 449340435.25		

Серьёзных противоречий экспериментальных данных с теоретическими оценками сложности алгоритмов обнаружено не было

Графики

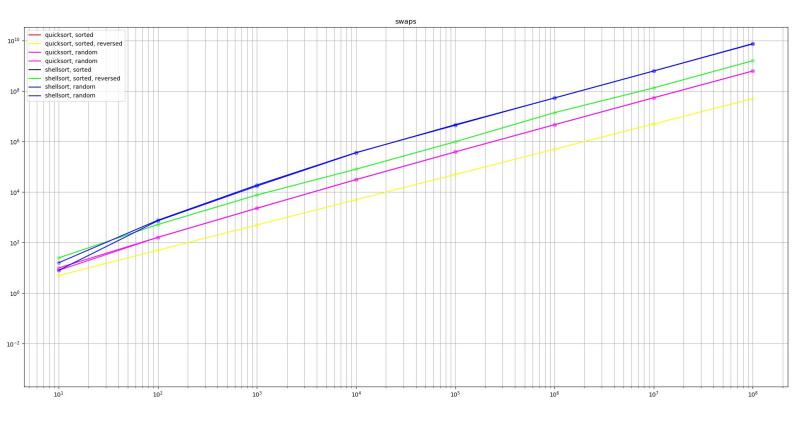
Для просмотра графиков необходим цвет. Графики строились в логарифмическом масштабе с помощью matplotlib

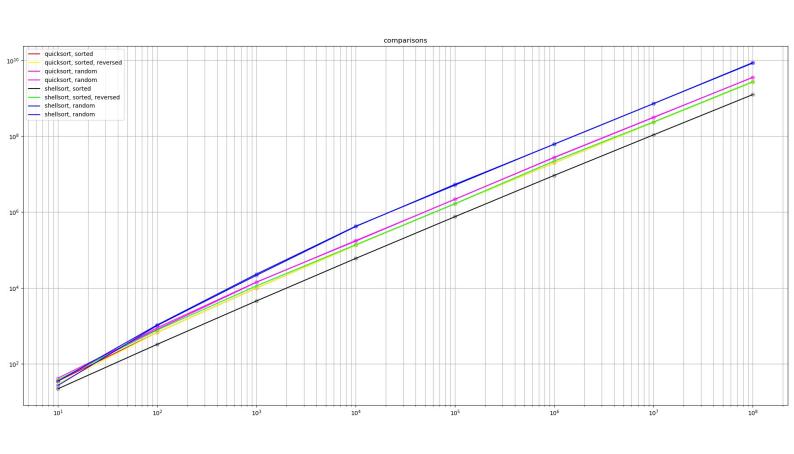
Количество обменов (swaps) shellsort на отсортированном массиве (shellsort, sorted) равно 0

Bce четыре графика сравнений (comparisons) quicksort очень близки друг к другу и накладываются друг на друга

Легенда:

- чёрный цвет shellsort, sorted
- зелёный shellsort, sorted, reversed
- синий shellsort, random
- красный quicksort, sorted
- жёлтый quicksort, sorted, reversed
- magenta quicksort, random





Структура программы и спецификации функций some funcs.h:

- long long int rand_lli(unsigned only_nonnegative); // Возвращает неотрицательное случайное число, если only_nonnegative != 0, иначе возвращает случайное число во всём диапазоне допустимых значений типа long long int
- void swap_vp(void *a, void *b, int sz); // Меняет местами sz байт по соответствующим указателям. Области пямяти не должны пересекаться. Используется глобальная extern переменная для подсчёта числа вызовов
- long long int median3(long long int, long long int, long long int); // Возвращает медиану трёх чисел (использовалась в quicksort)

shellsort.h:

- void insertionsort(int n, long long int *a, int step, int (*less)(long long int, long long int)); // Сортировка вставками по неубыванию на массиве а длины n с шагом step (a[0], a[step], a[2*step], ..., a[(n-1)/step*step]) и функцией сравнения less, которая возвращает значение !=0, если первый аргумент должен стоять раньше второго, иначе возвращает 0
- int step(int n, int i); // i-ый (нумерация с 0) шаг для сортировки вставками массива длины n в сортировке Шелла. Здесь используется последовательность $f(j) = (2^{j}-3)(2^{j+1}-3)$, которая обеспечивает асимптотику $O(n^{4/3})$ в худшем случае [1]. Выбирается максимальное j, для которого f(j) < n, возвращается f(j-i)
- void shellsort(int n, long long int *a, int (*less)(long long int, long long int), int (*step)(int, int)); // Параметры аналогичны insertionsort, только есть дополнительный параметр указателя на функцию шага для сортировки вставками

quicksort.h

- int partition(int n, long long int *a, int (*less)(long long int, long long int), long long int pivot); // Функция разделяет массив на две части: если 0 <= i < p, то a[i] <= pivot, если p <= i < n, то a[i] >= pivot
- void quicksort(int n, long long int *a, int (*less)(long long int, long long int)); // Параметры аналогичны insertionsort, сортирует массив с помощью quicksort. Средняя сложность O(n log n), худшая O(n²) [3]

main.c:

- long long int lliabs(long long int x); // Возвращает абсолютное значение числа
- int less(long long int a, long long int b); // Возвращает lliabs(a) > lliabs(b) (для соответствия сортировки заданию). Используется глобальная переменная для подсчёта количества вызовов
- void fill_array(int n, long long int *a, int filltype, int (*less)(long long int, long long int)); // Заполняет массив а длины n в соответствии с номером типа заполнения filltype (см. раздел Постановка задачи)
- int main(void); // Выделяет необходимую память, тестирует сортировки на массивах разной длины и выводит результат в stdout, освобождает память

Отладка программы, тестирование функций

Функция rand_lli тестировалась построением графиков распределения, ошибки определялись на глаз. Проверялся знак возвращаемого значения rand_lli(1)

Функции swap_vp, median3 отдельно не проверялись. В комментариях median3 написано, что происходит в коде

Функции insertionsort, step отдельно не проверялись, функция shellsort проверялась на правильность сортировки

Функции partition, quicksort проверялись на соответствие требованиям, были найдены ошибки (см. раздел Анализ допущенных ошибок)

Функции lliabs, less, fill_array отдельно не проверялись

Функция main проверялась вручную с просмотром выводимых данных, были найдены ошибки

Анализ допущенных ошибок

Функция partition много раз переписывалась, так как она иногда не обеспечивала правильное разделение массива, что приводило к неправильной сортировке

В функции main сначала тестировались shellsort и quicksort на разных массивах. После исправления этой ошибки появилась другая: shellsort запускался после quicksort на том же массиве, что приводило к тестированию shellsort на отсортированном массиве (ошибка была найдена просмотром данных – количество перемещений было равно 0). Сейчас эти ошибки исправлены

Литература

- 1. Sedgewick, R. (1986). *A new upper bound for Shellsort. Journal of Algorithms*, *7*(2), 159–173. doi:10.1016/0196-6774(86)90001-5
- 2. Incerpi, J., & Sedgewick, R. (1985). *Improved upper bounds on shellsort. Journal of Computer and System Sciences*, 31(2), 210–224. doi:10.1016/0022-0000(85)90042-x
- 4. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D1%8B
 %D1%81%D0%BE
 %D1%80%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%BA%D0%B0
- 5. https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%BE
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%BE
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%BE
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%BE
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%BA%D0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%BA%D0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%BA%D0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%B0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%B0
 https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%B0
 <a href="https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%B0
 <a href="https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A1%D0%B0
 <a
- 6. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE
 https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE
 https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE
 https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%BE%D0%B2%D0%BA%D0%B0
 <a href="mailto:%MD1%80%D0%B8%D0%B0
- 7. Образец отчёта по заданию 1 (лежит в папке https://github.com/abrikos110/polygon/tree/master/sorts-homework/docs)