

ای نسخی نامه‌ای که تویی  
ای آنسه‌ی حال شاهی که تویی  
بیرون ز تونیست آنچه د عالم هست  
از خود بطلب هر آنچه خواهی که تویی





دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مقدمه‌ای بر

# آپلیک از مایشگاهی

نویسنده: آندری ام. گرتارسون  
ANDRI M. GRETARSSON

ترجمه

دکتر محمد صادق ابریشمیان  
استاد دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

## ۱۰. پیشگفتار (نویسنده)

هدف این کتاب آماده کردن شما برای کار در زمینه‌ای است که نیاز به استفاده از اپتیک آزمایشگاهی دارد. از طریق آزمایش‌ها، چندین مورد از مهم‌ترین سیستم‌های نوری بنیادی را می‌سازید و بررسی می‌کنید. در حالی که قبل از هر آزمایش چندین صفحه تئوری وجود دارد، این کتاب به عنوان یک کتاب درسی جامع در مورد اپتیک در نظر گرفته نشده است. در حال حاضر بسیاری از این متون عالی وجود دارد. ایده در اینجا یادگیری اپتیک با انجام اپتیک با تئوری به عنوان پس‌زمینه است. این تئوری به منظور پشتیبانی از آزمایش‌ها به صورت «عمدی» ارائه شده است و عناصر اصلی هر موضوع را پوشش می‌دهد، به اندازه‌ای که شما واقعاً متوجه شوید که چه اتفاقی می‌افتد. ایده این است که پس از خواندن این کتاب و انجام آزمایش‌ها، بتوانید وارد یک آزمایشگاه تحقیقاتی صنعتی یا دانشگاهی شوید و حداقل بدانید که چگونه آغاز شده!

کتاب در هر فصل یک آزمایش دارد (به جز فصل اول مقدماتی). هر آزمایش باید حدود هشت ساعت طول بکشد تا کامل شود. اهداف هر آزمایش و اطلاعات کافی برای شروع هر قسمت به شما داده می‌شود. پس از آن این به شما بستگی دارد که بر اساس تئوری و سایر اطلاعاتی که ممکن است جمع آوری کنید، چگونه ادامه دهید. من تلاش زیادی کرده‌ام تا از آزمایش‌های «سبک کتاب آشپزی» به شما اجتناب کنم تا فرصت انجام کارهای طراحی تجربی خلاقانه‌تان را داشته باشید. در نتیجه، باید به خود تان زمان بدهید تا رویکردهای مختلف برای یک مشکل را بررسی کنید. قبل از بررسی اینکه آیا روش شما داده‌های معقولی به دست می‌دهد، مراقب باشید که خیلی عمیق وارد آزمایش نشوید. قبل از شروع آزمایش، مطمئن شوید که فصل (های مربوطه) را مطالعه کرده‌اید، برخی از مسائل را انجام داده‌اید و برای هر بخش از آزمایش یک طرح/طرح اولیه تهیه کرده‌اید. اگر می‌توانید، در مرحله طراحی از آزمایشگاه دیدن کنید و تجهیزات موجود استفاده خود را مشاهده کنید. آزمایش‌ها همه نسبتاً باز هستند. گسترش آنها برای شامل تحقیقات بعدی همیشه امکان پذیر است و ممکن است مورد انتظار باشد. چند ایده برای کار بعدی در پایان هر آزمایش گنجانده شده است، اما شما باید تحقیقات خود را با تجهیزات موجود/در دسترس تنظیم کنید. علاوه بر تجهیزات ذکر شده در آزمایش‌ها، به یک نیمکت اپتیک (یک تخته اپتیکال یا یک میز نوری بزرگ)، مجموعه‌ای از آینه‌ها و لنزها، و مجموعه‌ای از سخت‌افزار نصب برای این قطعات و سایر اجزای نوری نیاز دارید. بیشتر آزمایش‌ها به استفاده از رایانه با Matlab، Python و غیره برای کارهای تجزیه و تحلیل متکی هستند. مجموعه کوچکی از کدهای Matlab، Python برای کارهای برنامه‌ریزی و تجزیه و تحلیل در ضمیمه‌ها ارائه شده است. کد Matlab نیز در Octave تست شده است. در حالی که کد را می‌توان به طور کلمه به کلمه استفاده کرد، در درجه اول به عنوان چارچوبی برای گسترش در نظر گرفته شده است. نسخه‌های Matlab و Python کد برای دانلود در دسترس هستند. در

<https://github.com/CambridgeUniversityPress/FirstCourseLaboratoryOptics>

مواد پشتیبانی اضافی نیز در آنجا قرار داده می‌شود و به محض ظهور آنها اشتباه می‌شود. شایان ذکر است کلمه "شدت" است. در بسیاری از فیزیک، شدت متراffد با چگالی

شار انرژی است. با این حال، در زیر شاخه اپتیک معروف به رادیومتری، "شدت" گاهی اوقات به عنوان مخفف "شدت تابشی" استفاده می‌شود که معنای دیگری دارد. این باعث سردرگمی می‌شود و من سعی می‌کنم از به‌کار بردن اصطلاح نامشخص «شدت» به‌کلی اجتناب کنم. من از اصطلاح درخشنده‌گی برای چگالی شار انرژی مرتبط با نور استفاده می‌کنم، یعنی «قدرت در واحد سطح عمود بر جهت حرکت نور». من معمولاً از حرف □ برای درخشنده‌گی استفاده می‌کنم.

## مریبان

توصیه می‌کنم از این کتاب به عنوان بخشی از یک دوره آزمایشگاهی اپتیک با سخنرانی‌های ضروری استفاده کنید. دانش‌آموzan پیشرفت‌هه می‌توانند آزمایشگاهها را بدون سخنرانی رسمی انجام دهند و بخش‌های تئوری مربوطه را می‌توان برای خودآموزی اختصاص داد. به‌منظور کاهش میزان تجهیزات مورد نیاز برای یک کلاس، اجرای سه یا چهار آزمایش به طور همزمان مفید است. به‌این ترتیب، تنها دو یا سه راه اندازی برای هر آزمایش مورد نیاز است. من توصیه می‌کنم بخش‌های تئوری مربوطه و چندین تمرین را به عنوان آمادگی برای هر آزمایش اختصاص دهید. سختی تمرین‌ها بسیار متفاوت است و برخی از آنها به‌توانایی کدگذاری متوسطی متکی هستند. اگرچه تعداد تمرینات ارائه شده اندک است، امیدوارم بتوان ترکیبی متناسب با سطح دانش آموز و زمان موجود پیدا کرد.

این متن برای دانشجویان مقطع کارشناسی ارشد و دانشجویان مقطع کارشناسی ارشد در نظر گرفته شده است. این کتاب آمادگی در ریاضیات برداری و حداقل یک درس آزمایشگاهی فیزیک را فرض می‌کند. برخی از تجربیات قبلی برنامه نویسی مفید است، اما مقدمه‌ای بر Matlab و Python نیز در پیوست الف گنجانده شده است. دانشمندان در زمینه‌های دیگر که آزمایش‌هایی را انجام می‌دهند که به‌یک جزء نوری قابل توجهی نیاز دارند نیز باید متن را مفید بدانند. به‌طور کلی، این نظریه در حالت بررسی پوشش داده شده است. با این حال، انتشار پرتوهای لیزر از طریق زنجیره‌های اپتیکی آنقدر برای آزمایش‌های اپتیک محور است که به‌طور کامل تری پوشش داده می‌شود. موضوعات تخصصی مانند اپتیک غیرخطی، خنک کننده لیزری، تصویربرداری پیشرفته، هولوگرافی، تئوری پراکندگی و غیره مورد توجه قرار نمی‌گیرند. نشانه گذاری و توسعه تئوری تا حد زیادی از کتاب‌های اپتیک و لیزر رایج مانند اپتیک (هچت ۲۰۱۷) پیروی می‌کند. اصول اپتیک فیزیکی (بنت ۲۰۰۸)، مقدمه‌ای بر اپتیک مدرن (فاولز ۱۹۸۹)، اصول لیزر (سولتو ۲۰۱۰)، و مقدمه‌ای بر اپتیک (پدروتی ۲۰۰۷). متوجه شدم که همه این کتاب‌ها متون پشتیبان خوبی برای کلاس اپتیک آزمایشگاهی هستند که من تدریس می‌کنم. در مورد متون پیشرفته‌تر، من کتاب لیزرهای (زیگمن ۱۹۸۶)،

Photonics: Optical Electronics in Modern Communications (Yariv 2007)

و البته

Born and Wolf's Principles of Optics (Born and Wolf 2019)

## ۱۰. پیشگفتار (نویسنده)

---

را توصیه می‌کنم . دو کتاب دیگر در زمینه اپتیک آزمایشگاهی وجود دارد که خواندن آن را به عنوان مکمل این متن توصیه می‌کنم. آنها مقدمه‌ای بر اپتیک آزمایشگاهی عملی (جیمز ۲۰۱۴) و اپتیک آزمایشگاهی: راهنمای عملی برای کار در آزمایشگاه اپتیک (Beyersdorf 2014) هستند که یک کتاب چند رسانه‌ای است.

## ۲۰ پیشگفتار (مترجم)

خداؤند متعال را شاکرم که بمن توفیق داد این کتاب را در اختیار شما دانشجوهان قرار دهم. متاسفانه در ایران آزمایشگاه اپتیک و مخابرات نوری تعداد بسیار اندک و در حد بسیار ابتدائی داریم و امیدوارم در دانشگاه‌های مهندسی این کمبود جبران شود. آینده مخابرات بسوی فرکانس‌های تراهنتر و نور پیش میرود و میباشد از هم اکنون دانشجویان را برای استفاده از این طیف وسیع بصورت عملی آماده کنیم. امیدوارم این کتاب بتواند با همت شما عزیزان آزمایشگاه نوری شما را پربارتر و دانشجویان مهندسین برق را با این طیف آشنا و تشویق کند. بدیهی است که این کتاب عاری از عیب نیست و از شما خواننده محترم تقاضا دارم اشتباهات را به اینجانب از طریق ایمیل کوشزد تا در صدد رفع آنها برأیم.

msabriish@eetd.kntu.ac.ir

محمد صادق ابریشمیان  
۱۴۰۱ فروردین

فهرست مطالب

۱۰	پیشگفتار (نویسنده)
۲۰	پیشگفتار (مترجم)
<b>امواج نور</b>	
۵	..... معادلات ماکسول ۱.۱
۵	..... اصل هویگنس ۲.۱
۶	..... تقریب موازی محور ۳.۱
۱۲	..... همدوس ۴.۱
۱۳	.....
<b>اجزاء و روش‌ها</b>	
۱۹	..... ایمنی ۱.۲
۱۹	..... ایمنی لیزر ۱.۱.۲
۲۱	..... عادت‌های ایمنی خوب ۲.۱.۲
۲۳	..... خطرات غیر پرتوی ۳.۱.۲
۲۴	..... اجزاء نوری ۲.۲
۲۴	..... منابع نور ۱.۲.۲
۲۹	..... عدسی‌ها ۲.۲.۲
۳۰	..... آینه‌ها، منشورهای انعکاسی، و مقسم پرتو غیرقطبی ۳.۲.۲
۳۳	..... قطبشگرها، صفحات موج و ایزولاتور نوری ۴.۲.۲
۳۵	..... مدولاتورهای آکوستو-اپتیک و الکترواپتیک ۵.۲.۲
۳۶	..... دوربین‌ها و فتودیتکتورها ۶.۲.۲
۴۰	..... اپتومکانیک‌ها ۷.۲.۲
۴۲	..... خطای اندازه‌گیری ۳.۲
۴۴	..... انتشار عدم قطعیت‌ها ۱.۳.۲
۴۶	..... آزمایش مدل‌ها در برابر داده‌ها ۲.۳.۲
۵۴	..... آزمایش: اجزای یک زنجیره اپتیکی ۴.۲
<b>نور هندسی</b>	
۶۱	..... تقریب نور هندسی ۱.۳

۶۲	بازتاب .....	۲.۳
۶۵	تصویربرداری مقدماتی .....	۳.۳
۶۷	اشعه اصلی .....	۱.۲.۳
۶۸	مدل ساده چشم .....	۲.۲.۳
۶۹	دستگاه‌های بزرگنمایی .....	۳.۳.۳
۷۲	نور هندسی موازی محور .....	۴.۳
۷۷	اثر یک دستگاه نوری بر پرتوهای ساطع شده از یک نقطه .....	۱.۴.۳
۸۰	آزمایش: اپتیک تصویربرداری .....	۵.۳
<b>۸۵</b>	<b>نور فیزیکی</b>	<b>۴</b>
۸۶	نور فیزیکی موازی محور .....	۱.۴
۸۶	پرتوهای خود مشابه که در فضای آزاد منتشر می‌شوند: .....	۱.۱.۴
۸۶	مودهای $TEM_{mn}$ .....	۲.۱.۴
۹۱	انتشار یک پرتو از طریق نوری ABCD در تقریب موازی محور: .....	۲.۱.۴
۹۴	تبديل فوريه .....	۲.۴
۹۸	توری‌ها و طیف‌سننجی‌ها .....	۲.۴
۹۹	آزمایش: پراش و طیف سننجی .....	۳.۴
۹۹	پراش فرنل در مقابل پراش فرانهوفر .....	۱.۳.۴
۱۰۰	دیسک ایری .....	۲.۳.۴
۱۰۲	طیف‌سننجی آنالوک .....	۳.۳.۴
۱۰۲	کالیبره کردن طیف‌سننج .....	۴.۳.۴
۱۰۳	دوتایی در طیف سدیم .....	۵.۳.۴
۱۰۴	پراش ریلی .....	۶.۳.۴
۱۰۴	ایده‌هایی برای بررسی بیشتر .....	۷.۳.۴
<b>۱۰۵</b>	<b>طیف‌سننجی</b>	<b>۵</b>
۱۰۵	انواع تداخل‌سننج .....	۱.۵
۱۰۶	تداخل‌سننج دو پرتوی .....	۱.۱.۵
۱۱۱	تداخل‌سننج چند پرتو .....	۲.۱.۵
۱۱۴	کاربردهای انتخابی تداخل‌سننج‌ها .....	۲.۵
۱۱۴	طیف نمائی تبدیل فوريه .....	۱.۲.۵
۱۱۹	نجوم امواج گرانشی .....	۲.۲.۵
۱۲۶	آزمایش: تداخل‌سننج مایکلsson .....	۳.۵
<b>۱۳۳</b>	<b>لیزرهای</b>	<b>۶</b>
۱۳۳	لیزرهای چگونه کار می‌کنند .....	۱.۶
۱۳۴	گسیل برانگیخته .....	۱.۱.۶
۱۳۶	مدل دو سطحی .....	۲.۱.۶

۱۳۹	لیزر چهار سطحی: هلیوم-نئون	۳.۱.۶
۱۴۲	معادلات نرخ	۴.۱.۶
۱۴۳	آستانه لیزر	۵.۱.۶
۱۴۴	پخش شدگی و تابندگی	۲۶
۱۴۹	آزمایش: لیزر هلیوم-نئون	۳۶

**کاواک‌های نوری** ۷

۱۵۵	استفاده از کاواک‌های نوری	۱.۷
۱۵۵	کاواک موج مسطح	۲.۷
۱۶۱	مودهای تشدید یک کاواک	۳.۷
۱۶۲	پایداری کاواک	۱.۳.۷
۱۶۵	مودهای فضایی	۲.۳.۷
۱۷۰	آزمایش: تشدید کاواک نوری	۴.۷

**قطبش** ۸

۱۷۷	قطبش نور	۱.۸
۱۷۹	معادلات فرنل	۲.۸
۱۸۲	بردارهای جونز	۳.۸
۱۸۴	قطبش خطی، دایره و بیضی	۱.۳.۸
۱۸۵	ماتریس جونز	۴.۸
۱۹۰	آزمایش: بررسی قطبش نور	۵.۸

**نویز نوری** ۹

۱۹۵	مشخصات نویز	۱.۹
۱۹۷	چگالی طیف توان	۱.۱.۹
۱۹۷	носانات کوانتمی در اندازه‌گیری توان نوری	۲.۹
۲۰۳	منابع فنی نویز نوری	۳.۹
۲۰۴	تداخل‌سنجد پراکندگی و پارازیتیک	۱.۳.۹
۲۰۷	ذاتی، مولد نویز، دینامیک لیزر	۲.۳.۹
۲۱۱	آزمایش: نویز ساقمه‌ای	۴.۹
۲۱۵	ایده‌هایی برای بررسی بیشتر	۱.۴.۹

**تجزیه و تحلیل و نمایش داده‌ها با متلب و پایتون** آ

۲۱۷	متلب در مقابل پایتون	۱.آ
۲۱۸	کد نویسی پایه	۲.آ
۲۲۳	حلقه‌ها و انشعاب‌ها	۳.آ
۲۲۴	توابع	۴.آ
۲۲۶	قراردادن آن با هم	۵.آ

## اپتیک آزمایشگاهی

۲۳۳	کد کامپیوٹری	ب
۲۳۴ .....	ب.۱ توابع پرداش تصویر	
۲۳۶ .....	ب.۲ توابع مختلف	
۲۳۹ .....	ب.۳ برازش منحنی	
۲۴۵	انتشار فوریه	پ
۲۵۳ .....	نمایه	

## فصل ۱

# امواج نور

### ۱.۱ معادلات ماکسول

علم اپتیک رفتار نور را هنگام انتشار در فضا و مواد توصیف می‌کند. برای درک رفتار نور، با مدل اصلی فیزیک کلاسیک که آن را توصیف می‌کند شروع می‌کنیم: معادلات الکترودینامیک ماکسول. معادلات ماکسول نشان می‌دهد که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی می‌توانند به صورت امواج حرکت کنند. در یک ناحیه بدون منبع، معادلات ماکسول در محیط‌های خطی بقزار زیر است<sup>۱</sup>

$$\nabla \cdot E = 0, \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot B = 0, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times B = \mu \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} \quad (4.1)$$

که در آن  $E$  میدان الکتریکی،  $B$  میدان مغناطیسی،  $\mu$  نفوذپذیری محیط،  $\epsilon$  گذردهی محیط است. اگر از طرفین معادله (۳.۱) کرل بگیریم و از اتحاد برداری  $\nabla \times \nabla \times E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$  استفاده کنیم، سمت چپ و تعویض مشتق زمانی راست و کرل سمت راست خواهیم داشت؛

$$\nabla \times \nabla \times E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E = -\frac{\partial(\nabla \times B)}{\partial t} \quad (5.1)$$

سپس با وارد کردن معادله (۱.۱) و (۴.۱) بدست می‌اید؛

$$\nabla^2 E = \mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (6.1)$$

<sup>۱</sup> یک ناحیه بدون منبع، بار و جریان آزاد خالص وجود ندارد. محیط‌های خطی شامل خلاء و دی‌الکتریک‌ها هستند: هوا، شیشه و غیره. برای مقدمه‌ای بر الکترودینامیک، به کتاب گریفیتس (۲۰۱۷) مراجعه کنید.

## اپتیک آزمایشگاهی

این یک معادله موج سه بعدی است که در آن سرعت موج  $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$  است. با گرفتن کرل از معادله (۴.۱) و انجام عملیات جبری مشابه، نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی نیز معادله موج را با همان سرعت موج را برآورده می‌کند. بنابراین معادلات ماکسول امکان امواج الکترومغناطیسی را فراهم می‌آورد. در خلا، سرعت  $c \equiv v = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$  سرعت نور در خلا است. نور در واقع یک موج الکترومغناطیسی است.

اکنون ما به دنبال جواب‌هایی برای معادله (۶.۱) و همتای آن میدان مغناطیسی هستیم. در واقع فقط باید میدان الکتریکی را حل کنیم زیرا میدان مغناطیسی را همیشه می‌توان از  $E = \frac{1}{c} \hat{k} \times B$ ، که در آن  $\hat{k}$  جهت حرکت است، بدست آورد (تمرین ۸.۱). اکنون یک موج الکترومغناطیسی با قطبش خطی و تک فرکانس (تک رنگ) را در نظر می‌گیریم. در این صورت میدان الکتریکی باید به شکل زیر باشد:

$$E(r, t) = \hat{n} E(r) \cos[\omega t + \phi(r)] = Re\{\hat{n} \tilde{E}(r) e^{j\omega t}\} \quad (7.1)$$

که در آن  $E(r) = \tilde{E}(r) e^{j\phi}$  است. با تعمیم به صفحه مختلط، به دنبال جواب‌هایی برای معادله (۶.۱) هستیم.

$$E(r, t) = \hat{n} \tilde{E}(r) e^{j\omega t} \quad (8.1)$$

با این پیش‌بینی که سرانجام بخش حقیقی را برای بدست آوردن میدان فیزیکی واقعی خواهیم داشت. جایگزینی معادله (۸.۱) در معادله (۶.۱) امکان می‌دهد که  $\hat{n}$  را حذف کرده و آن را به یک معادله اسکالار تقلیل دهیم. همچنین، مشتقهای زمانی را می‌توان به صراحة با پایین آوردن  $\omega$  از  $e^{j\omega t}$  انجام داد. این منجر به یک معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه دوم است که به عنوان معادله هلmholtz شناخته می‌شود؛

$$(\nabla^2 + k^2) \tilde{E}(r) = 0. \quad (9.1)$$

که در آن  $k = \omega/v$  عدد موج است. اگر بتوانیم معادله (۹.۱) را برای میدان اسکالار مختلط  $\tilde{E}(r)$  حل کنیم، در آن صورت می‌توانیم با ضرب کردن جواب در  $\hat{n} e^{j\omega t}$  و گرفتن بخش حقیقی، میدان الکتریکی واقعی را بدست آوردهیم. از آنجا که معادله (۹.۱) یک معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه دوم در مختصات سه بعدی (یعنی  $x, y, z$ ) است، برای بدست آوردن جواب‌های صریح، باید شرایط مرزی مناسبی را برای میدان در برخی از سطوح مشخص کنیم.

## ۲.۱ اصل هویگنس

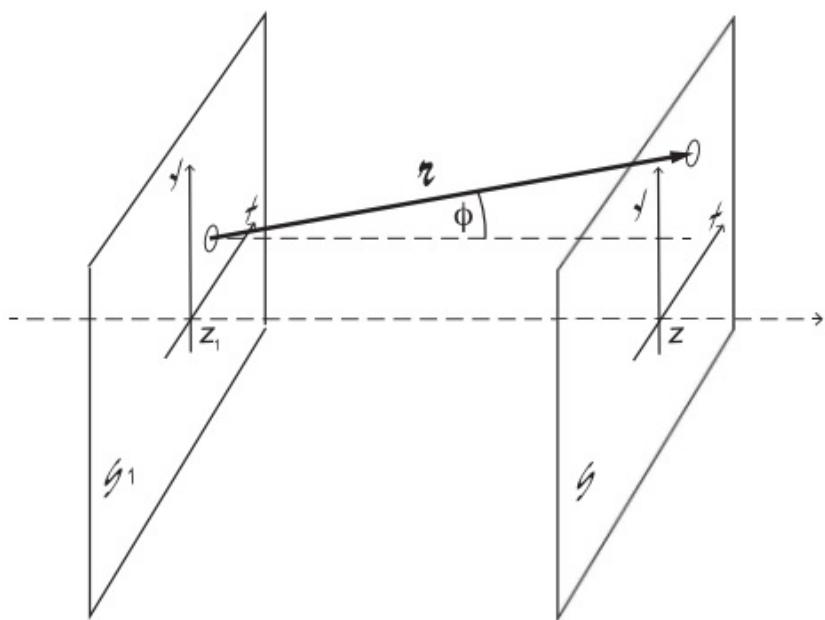
---

در بسیاری از موارد مورد علاقه در اپتیک، حل معادله (۹.۱) با تقریب خوب توسط انتگرال هویگنس است. فرض بر این است که میدان در یک "صفحه منبع"  $S_1$  عمود بر محور  $z$  معلوم است و فقط در برخی از مناطق محدود آن صفحه غیر صفر است. مقادیر میدان در  $S_1$  به عنوان یک شرط مرزی برای حل معادله (۹.۱) عمل می‌کند. جواب مسئله توسط

انتگرال هویگنس برای میدان اسکالر مختلط در هر نقطه  $xyz$  خواهد بود:

$$\tilde{E}(x, y, z) = \frac{j}{\lambda} \iint_{S_1} \tilde{E}(x', y', z') \cos \phi \frac{e^{-jkr}}{r} dS' \quad (10.1)$$

انتگرال گیری روی صفحه منبع  $S_1$  با استفاده از متغیرهای انتگرال گیری  $x', y', z'$  انجام می‌شود. بردار  $r$  نقطه را در صفحه منبع  $S_1$  به نقطه  $(x, y, z)$  وصل کرده که در آن میدان را محاسبه می‌کنیم. زاویه بین  $r$  و محور  $z$  برابر  $\phi$  است (شکل ۱.۱). جوابی که توسط انتگرال هویگنس ارائه می‌شود، رضایت بخش است زیرا درک شهودی از نحوه رفتار امواج نور را در بر می‌گیرد که مدت‌ها قبل از انجام کامل ریاضیات رسمی درک شده بود.



شکل ۱.۱: میدان الکتریکی در صفحه منبع  $S_1$  به نقطه میدان در صفحه  $S$  منتشر می‌شود. صفحه منبع در  $z = z_1$  و صفحه میدان در  $z$  قرار دارد. دایره روی صفحه مبدأ یک نقطه از منبع به عنوان مثال در انتگرال را نشان می‌دهد. میدان اسکالر مختلط در این نقطه  $\tilde{E}(x, y, z_1)$  است. به طور مشابه، دایره در صفحه میدان یک نقطه میدان به عنوان مثال با میدان اسکالر مختلط  $\tilde{E}(x, y, z)$  را نشان می‌دهد.

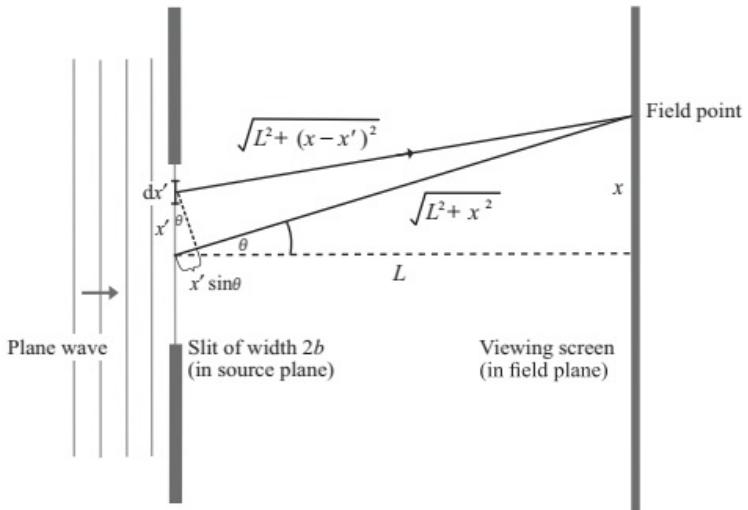
تصویف شهودی معادله (۱۰.۱) به نام ریاضیدان و دانشمند هلندی، کریستیان هویگنس<sup>۲</sup> (۱۶۹۵-۱۶۲۹)، به عنوان اصل هویگنس معروف است. بر اساس اصل هویگنس، هر نقطه در منبع در نظر گرفته می‌شود که نوری را با جبهه‌های موج کروی که به بیرون منتشر می‌کنند به نام موجک‌های هویگنس ساطع می‌کند. این جبهه‌های موج با عامل  $\cos \phi \frac{e^{-jkr}}{r}$  نشان داده می‌شوند. آنها ترجیحاً در جهت عمود بر صفحه منبع به دلیل وجود  $\cos \phi$  منتشر می‌شوند. ثابت  $\frac{1}{\lambda}$  در جلو  $90^\circ$  فاز و  $\lambda$  در مخرج برای ثابت نگه

<sup>۲</sup>Christiaan Huygens

## اپتیک آزمایشگاهی

داشتن واحدها در هر دو طرف معادله کمک می‌کند. میدان اسکالر مختلط در صفحه مبدا ( $\tilde{E}(x, y, z_1)$  دامنه و فازهای نسبی این ساطع کننده‌های کروی کوچک را تنظیم می‌کند. میدان ( $\tilde{E}(x, y, z)$  به سادگی برهمنه خطی (جمع اثرها) تمام جبهه‌های موج کروی ساطع شده از منبع است.

**مثال ۱.۱ پراش تک شکافی استفاده معمولی از حل انتگرال هویگنس (۱۰.۱)** برای یافتن الگوی پراش از یک روزنہ کوچک با شکل خاصی است. پراش یک موج مسطح را از روزنہ مستطیلی با عرض  $2b$  و ارتفاع  $2d$  در یک صفحه نمایش در فاصله  $L$  دور از شکاف در نظر بگیرید. فاصله صفحه نمایش بسیار بزرگتر از هر یک از ابعاد روزنہ  $b, d \ll L$  است. محور نوری خود را  $z$  عمود بر صفحه روزنہ و در مرکز روزنہ و محورهای  $x$  و  $y$  صفحه مبدا و صفحه میدان را موازی با عرض انتخاب می‌کنیم. و ارتفاع شکاف به ترتیب. شکاف در  $= 0$  و صفحه نمایش در  $= L$  قرار دارد. میدان اسکالر مختلط در شکاف از یک موج مسطح تک رنگ است که از سمت چپ به شکاف برخورد می‌کند (شکل زیر). بنابراین  $\tilde{E}(x, y, 0) = u_0$  برای  $xb, d < yd$  و در غیر این صورت صفر است. می‌خواهیم میدان اسکالر مختلط روی صفحه نمایش را در امتداد محور  $x$  محاسبه کنیم. با گرفتن مجذور دامنه میدان اسکالر مختلط، درخشندگی<sup>۳</sup> را نشان می‌دهد.



در این صورت اصل هویگنس برای این حالت خواهد بود:

$$(11.1) \quad \tilde{E}(x, 0, L) = \frac{j}{\lambda} \int_{x'=-b}^b \int_{y'=-d}^d u_0 \cos \phi \frac{e^{-jkr}}{r} dx' dy'$$

برای  $r$  در مخرج، بهتر است از تقریب  $r \approx L$  استفاده شود. از آنجایی که  $L \ll b, d$  است، نیز داریم  $\cos \phi \approx 1$ . برای  $r$  در تابع نمائی، که در  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  ضرب می‌شود، ازینرو سبب تغییر شدید زیر انتگرال می‌شود، لازم است که تقریب مرتبه اول را بکار ببریم. چون می‌خواهیم انتگرال گیری را روی  $y'$  شروع کنیم،  $r$  را بر حسب  $\frac{y'}{L}$  بصورت زیر تقریب

میزندیم؛

$$(12.1) \quad r \approx \sqrt{L^2 + (x - x')^2} + \frac{y'^2}{2L} + \dots$$

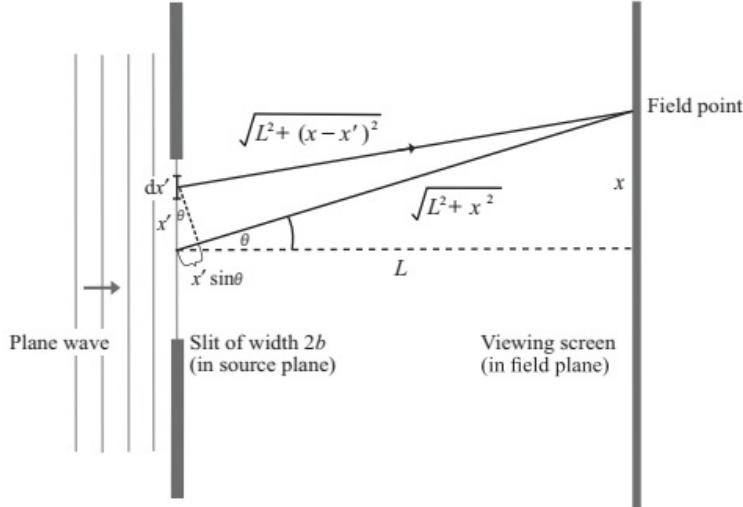
بنابراین انتگرال رابطه (11.1) بصورت زیر از هم جدا و نوشته می‌شود:

$$(13.1) \quad \tilde{E}(x, \circ, L) = \frac{j u_\circ}{\lambda L} \int_{x'=-b}^b e^{-jk\sqrt{L^2+(x-x')^2}} dx' \int_{y'=-d}^d e^{-jk\frac{y'^2}{2L}} dy'$$

انتگرال  $y'$  را می‌توان با کمک جداول، برنامه‌های کامپیوتری و غیره انجام داد، اما از آنجایی که انتگرال فقط به  $y'$  بستگی دارد، نتیجه فقط یک ثابت کلی است که آن را  $A$  می‌نامیم. در این صورت

$$(14.1) \quad \tilde{E}(x, \circ, L) = \frac{j A}{\lambda L} \int_{x'=-b}^b e^{-jk\sqrt{L^2+(x-x')^2}} dx'$$

اکنون می‌توانیم شکل قبلی را از دید شخصی که از بالا به آرایش نگاه می‌کند، دوباره ترسیم کنیم. انتگرال  $x'$  اکنون مجموع روی نوارهایی با عرض  $dx'$  است و ارتفاع کامل شکاف را دارد. این روشی است که گاهی اوقات در مسائل مقدماتی فیزیک نشان داده می‌شود و این که چرا کار می‌کند (یعنی جدایی‌پذیری انتگرال) توضیح داده نمی‌شود.



این شکل شما را متقاعد می‌کند که  $\sqrt{L^2 + (x - x')^2} = \sqrt{L^2 + x^2} - x' \sin \theta$  و در آن  $\theta$  زاویه پراش اندازه‌گیری شده از مرکز شکاف است. با قرار دادن این رابطه در معادله (14.1) و با انجام انتگرال‌گیری، خواهیم داشت:

$$(15.1) \quad \tilde{E}(x, \circ, L) \approx \frac{2jAbu_\circ}{\lambda L} \frac{\sin(kb \sin \theta)}{kb \sin \theta} e^{-jk\sqrt{L^2+x^2}}$$

درخشندگی  $I$  متناسب با مجذور دامنه میدان اسکالر مختلط است:

$$I \propto \tilde{E}^*(x, \theta, L) \tilde{E}(x, \theta, L) \quad (16.1)$$

$$\propto \frac{\sin^2(kb \sin \theta)}{(kb \sin \theta)^2} \quad (17.1)$$

بیشینه درخشندگی وقتی  $\theta = 0^\circ$  است اتفاق می‌افتد. اگر بیشینه درخشندگی را  $I_0$  بنامیم، در این صورت

$$(18.1) \quad I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2(kb \sin \theta)}{(kb \sin \theta)^2}$$

توجه کنید که این رابطه دارای کمینه‌هایی در  $\theta = \pm n\pi$  است. بطورکلی، این شرط بر حسب عرض کامل  $a \equiv 2b$  شکاف بصورت زیر نوشته می‌شود:

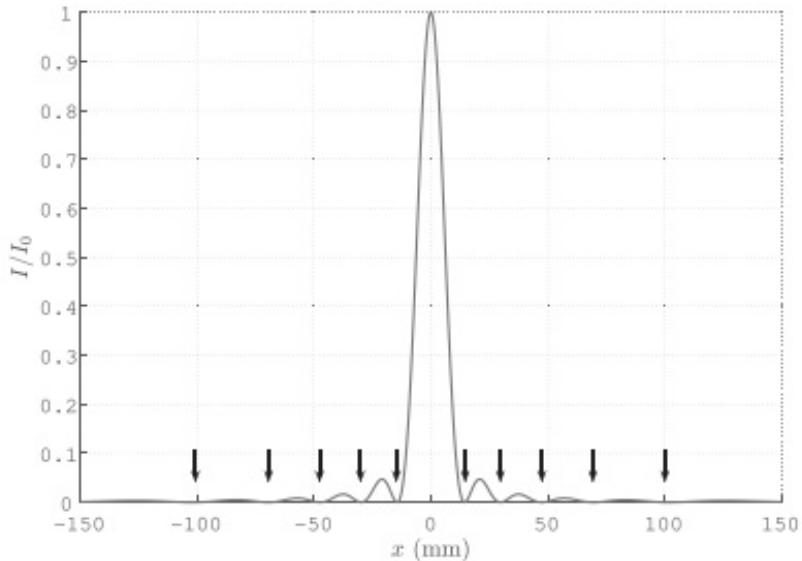
$$(19.1) \quad a \sin \theta_n = n\lambda$$

این معادله برای دانشجویان اپتیک مقدماتی آشنا است. اگر  $\sin \theta = x/\sqrt{x^2 + L^2}$  قرار دهیم، درخشندگی را بر حسب موقعیت  $x$  در صفحه نمایش  $x$  را بدست می‌آوریم. این شکلی است که برای مقایسه با اندازه‌گیری‌های واقعی روی یک صفحه نمایش تخت مانند یک تراشه تصویر دوربین دیجیتال وغیره می‌خواهیم.

$$(20.1) \quad I(x, \theta, L) = I_0 \left( \frac{\lambda}{\pi a} \right)^2 \frac{x^2 + L^2}{x^2} \sin^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda} \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}} \right)$$

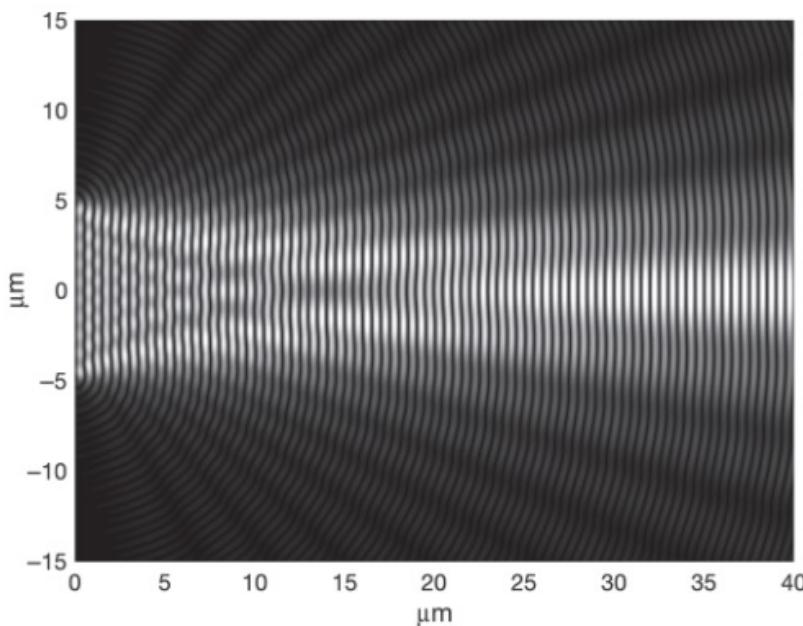
مکان‌های کمینه مربوطه برابر هستند با:

$$(21.1) \quad x_n = \pm \frac{n\lambda L}{\sqrt{a^2 - n^2 \lambda^2}}, \quad n = 1, 2, \dots$$



شکل بالا توزیع درخشندگی را از معادله (۲۰.۱) نشان می‌دهد و مکان‌های کمینه از معادله (۲۱.۱) برای پراش لیزر هلیوم-نئون HeNe، با طول موج  $\lambda = 632.8$  نانومتر

در شکافی به عرض هفت طول موج است. صفحه نمایش (صفحه میدان) یک متر از شکاف فاصله دارد، بنابراین می‌توانید از محور  $x$  مشاهده کنید که الگوی پراش خیلی گستردۀ نیست. به سرعت از بیشینه مرکزی دور می‌شود



شکل ۲.۱: شبیه‌سازی یک موج صفحه‌ای که از سمت چپ برخورد می‌کند، که از طریق یک دیافراگم به طول  $10^\circ$  طول موج و  $100^\circ$  طول موج بلند می‌شود. طول موج یک میکرومتر است. دیافراگم در لبه سمت چپ تصویر است (بین  $-5^\circ$  و  $+5^\circ$  میکرومتر). تابش توسط اصل هویگنس با استفاده از تقریباً  $100000^\circ$  ساطع کننده موج کروی هویگنس در یک شبکه مستطیلی به عرض  $10^\circ$  طول موج و  $100^\circ$  طول موج بلند (خارج از صفحه) برآورد شد. الگوی میدان دور اساساً تا زمانی که نور به لبه سمت راست تصویر،  $40^\circ$  میکرومتر پایین دست می‌رسد، تثبیت شده است. صفحه‌ای که در سمت راست تصویر، عمود بر صفحه قرار می‌گیرد، الگوی پراش تک شکاف کلاسیک را با حداقل مرکزی روشن ثبت می‌کند. (نوارهای تاریک و روشن که عمدهاً به صورت عمودی اجرا می‌شوند به این دلیل است که این یک عکس فوری از تابش در یک زمان است. آنها تاج‌ها، فرورفتگی‌ها و صفرهای موج الکترومغناطیسی هستند). برای نشان دادن ویژگی‌های کم نورتر پراش شده پرتو، من بزرگی میدان (ریشه مربع درخشندگی) را به جای درخشندگی ترسیم کرده‌ام. این همچنین به نحوه درک چشم ما از الگوی درخشندگی نزدیک‌تر است.

اصل هویگنس به شکل معادله (۲.۱) نیز می‌تواند برای بدست آوردن یک جواب عددی با استفاده از تعداد محدودی از تابشگرهای گسسته استفاده شود. بنابراین انتگرال به جمع میدان‌های ناشی از این تابشگرهای گسسته تبدیل می‌شود. به عنوان مثال، شکل (۲.۱) نتیجه اضافه کردن میدان‌های منتشر شده از  $100000^\circ$  ساطع کننده کروی یکسان در شکافی به عرض  $10^\circ$  طول موج و به طول  $100^\circ$  طول موج را نشان می‌دهد. اگرچه میدان نزدیک روزنه به سرعت تغییر می‌کند، اما در فواصل زیاد از روزنه، میدان پراکنده در الگوی

یکنواخت مشخصه پراش تک شکافی قرار می‌گیرد. شایان ذکر است که ارزش اصل هویگنس تنها در این واقعیت نیست که می‌توانیم سمت راست را به صورت تحلیلی یا در رایانه محاسبه کنیم. این بهما در ک ماهیت تابش الکترومغناطیسی فراتر از امواج مسطح ساده را می‌دهد.

### ۳.۱ تقریب موازی محور

بیشتر علاوه‌مند به انتشار "باریکه‌های" نور<sup>۴</sup> هستیم. باریکه‌های نور عمدتاً در یک جهت منتشر می‌شوند و محورهای خود را طوری انتخاب می‌کنیم که محور  $z$  جهت انتشار باشد. تقریب موزی محور<sup>۵</sup> (پاراکسیال) بر این فرض است که همه نرمال‌های جبهه موج زوایای کوچکی با محور  $z$  ایجاد می‌کنند. برای باریکه‌ها و هر موقعیتی مناسب است که نور بیشتر در یک جهت حرکت کند. همانطور که در شکل (۱.۱) نشان داده شده است، انتشار بین دو صفحه عمود بر محور  $z$  را در نظر می‌گیریم؛ صفحه منبع  $S_1$  در  $z = z_1$  و صفحه میدان "پایین دست" $S$  در برخی $z$ ها نامشخص است. مانند قبل، فرض می‌کنیم که در صفحه مبدأ، میدان اسکالار مختلط  $\tilde{E}(x, y, z_1)$  شناخته شده است.

معادله هلم‌هولتز در تقریب پاراکسیال ساده می‌شود. از آنجایی که نور عمدتاً در جهت  $z$  منتشر می‌شود، جدا کردن تجمع فاز سریع در  $z$  به دلیل ماهیت موجی نور با نوشتن مفید است.

$$\tilde{E}(x, y, z) = u(x, y, z) e^{-jkz} \quad (22.1)$$

ایده این است که تا زمانی که نور تا حد زیادی در جهت  $z$  حرکت می‌کند،  $u(x, y, z)$  در فواصل بهتر ترتیب طول موج بسیار کمی تغییر می‌کند. به عبارت دیگر، موج را می‌توان به عنوان چیزی نزدیک به یک موج مسطح اما با دامنه مختلط  $u(x, y, z)$  در نظر گرفت که به آرامی با موقعیت تغییر می‌کند.  $u(x, y, z)$  گاهی اوقات به عنوان دامنه میدان مختلط یا فقط دامنه میدان شناخته می‌شود. جایگزینی معادله (۹.۱) در معادله (۲۲.۱)، خواهیم داشت؛

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2jk \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (23.1)$$

در حالت متداول که موج فقط ناحیه کوچکی را در صفحه منبع اشغال می‌کند و جبهه‌های فاز نسبتاً مسطح هستند - مشخصه‌های معمولی که می‌توانیم آن را "باریکه" بنامیم - آنگاه در جهت  $z$  آهسته‌تر از هر جهت دیگری تغییر می‌کند، یعنی

$$\left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right| \quad (24.1)$$

$$\left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right| \quad (25.1)$$

<sup>۴</sup>Beams of Light

<sup>۵</sup>Paraxial Approximation

ضمناً تغییرات جزئی در شیب  $\frac{\partial u}{\partial z}$  باید در طول موج  $\lambda$  کوچک باشد، به این معنا که

$$\left| \frac{\Delta(\frac{\partial u}{\partial z})}{\frac{\partial u}{\partial z}} \right| \approx \left| \frac{\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \lambda}{\frac{\partial u}{\partial z}} \right| \ll 1 \quad (26.1)$$

$$\text{چون } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ است، این بیانگر} \\ \left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial u}{\partial z} \right| \quad (27.1)$$

بنابراین، جمله  $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$  را از معادله (۲۳.۱) حذف می‌کنیم، و سپس خواهیم داشت؛

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + -2jk \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (28.1)$$

این معادله بطور کلی بنام معادله موج موازی محور<sup>۶</sup> معروف است.

حل معادله موج موازی محور را می‌توان از انتگرال هویگنس به دست آورد. در تقریب موازی محور، که در آن همه انتشار نزدیک به محور نوری است، طول مسیر  $r$  در شکل (۱.۱) را می‌توان به صورت تقریبی تخمین زد.

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z_1)^2} \quad (29.1)$$

$$\approx L + \frac{(x - x')^2 + (y - y')^2}{2L} + \dots \quad (30.1)$$

که در آن، در خط دوم،  $L$  مسافت انتشار ( $L \equiv z - z_1$ ) است. با این، و  $1 \approx \cos \theta$  می‌توانیم

انتگرال هویگنس معادله (۱۰.۱) را بصورت زیر بازنویسی کنیم؛

$$u(x, y, z) = \frac{j}{\lambda L} \iint_{R^2} u(x', y', z') e^{-jk \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{\lambda L}} dx' dy' \quad (31.1)$$

جواب انتگرال معادله (۲۸.۱) اجازه می‌دهد تا با بیشتر سیستم‌های شامل باریکه‌ها کار کنیم و ساده‌ترین راه برای انتشار میدان اسکالر مختلط بین دو صفحه است. تقریب موازی محور انجام شده در اینجا به چیزی می‌رسد که "تقریباً فرنل" نیز نامیده می‌شود. بنابراین معادله (۳۱.۱) به عنوان انتگرال هویگنس در تقریب فرنل نامیده می‌شود.

## ۴.۱ همدوس

اصل هویگنس نیز اجازه می‌دهد یکی از روش‌هایی را که در آن خواص آماری نور را طبقه بندهی می‌کنیم، مورد بحث قرار دهیم. منابع نور که اغلب از نظر همدوسی مورد بحث قرار می‌گیرند، در دو نوع وجود دارد: همدوسی زمانی و همدوسی مکانی. در یک تابشگر همدوس زمانی، همه امواج هویگنس با فرکانس یکسان ساطع می‌شوند و فاز هر تابشگر منفرد برای مدت طولانی ثابت می‌ماند (مثلاً چندین نانوثانیه برای لیزر HeNe). این به عنوان زمان همدوسی شناخته می‌شود. لیزرها در مقایسه با سایر منابع نور، پیوستگی زمانی بالایی دارند. در نتیجه، لیزرها گرایش دارند که ساطع کننده‌های باند بسیار باریکی

<sup>۶</sup>Paraxial Wave Equation

باشند و تنها در یک باند بسیار باریک از طول موج‌ها در اطراف برخی از طول موج‌های اسمی ساطع می‌کنند. در لیزرها، پهنانی باند نور خروجی به عنوان "پهنانی خط<sup>۷</sup>" نامیده می‌شود. برای مثال، لیزرهای HeNe که دارای پهنانی خط نسبتاً باریکی هستند، ممکن است طول موج‌هایی در باند  $\lambda = 0,001632/816$  نانومتر منتشر کنند. طول همدوسي<sup>۸</sup> لیزر HeNe مسافت طی شده توسط باریکه در زمان همدوسي است. برای لیزر HeNe، معمولاً چند ده سانتی متر است اما برای واحدهایی که به دقت طراحی شده‌اند می‌تواند ده‌ها متر باشد.

همدوسي زمانی بالا به خودی خود مستلزم این نیست که همه تابشگرهای هویگنس فاز یکسانی داشته باشند، فقط فاز هر تابشگر منفرد باید به آرامی تغییر کند. همدوسي مکانی، رابطه فاز بین ساطع کننده‌های مختلف هویگنس را توصیف می‌کند. در منبعی با همدوسي مکانی بالا، همه تابش‌کننده‌ها با یکدیگر یا تقریباً هم فاز هستند. برای مثال، آزمایش دو شکاف یانگ تنها زمانی الگوی پراش مورد انتظار را به دست می‌دهد که همدوسي مکانی نور تابشی کافی باشد که قسمت‌هایی از پرتو که با فاصله شکاف از هم جدا شده‌اند، فاز مشابهی داشته باشند. منابع با همدوسي مکانی بالا را می‌توان به اندازه‌های نقطه‌ای بسیار کوچک متوجه کرد و می‌توان آن‌ها را به گونه‌ای همسو کرد که به امواج مسطح تقریبی برسد. توجه داشته باشید که همدوسي مکانی بالا نیازی به همدوسي زمانی بالایی ندارد حتی اگر معمولاً با هم اتفاق می‌افتد. تا زمانی که فازهای همه ساطع کننده‌ها ثابت بمانند، همدوسي مکانی حفظ می‌شود، چه تغییرات فاز کلی سریع یا آهسته، تصادفی و یا غیر تصادفی باشند. در فصل ششم، خواص اتندو<sup>۹</sup> و درخشندگی را مورد بحث قرار می‌دهیم که ارتباط نزدیکی با همدوسي مکانی دارند. منابع با همدوسي مکانی بالا درخشندگی بالایی خواهند داشت و سرعت کم به عنوان یک قاعده، هم همدوسي زمانی و هم همدوسي مکانی لیزرها از همه منابع نور بالاتر است، که دلیل اصلی مفید بودن آنهاست.

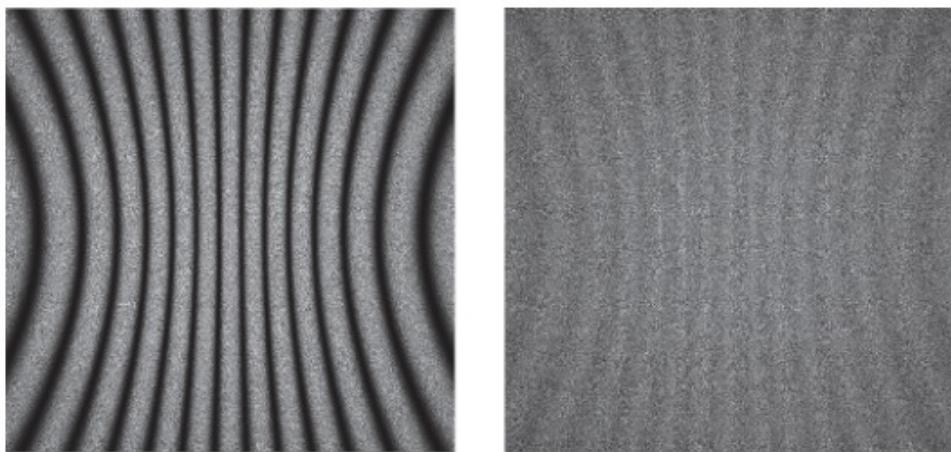
**مثال ۲.۱ همدوسي مکانی جزئی منبع نوری مانند LED‌های خاص با مناطق انتشار بسیار کوچک را در نظر بگیرید که دارای همدوسي مکانی جزئی روی باریکه خود است. اگر مقطع عرضی چنین باریکه را در نظر بگیریم، فوتون‌های مجاور در مقطع معمولاً با یکدیگر هم فاز خواهند بود، اما هر چه فاصله عرضی بین فوتون‌ها بیشتر باشد، احتمال فاز تصادفی آنها نسبت به یک دیگر افزایش می‌یابد. فرض کنید چنین منبع نوری را داریم. دهانه آن را با فویل آلومینیومی بپوشانید و دو سوراخ کوچک در فویل ایجاد کنید. در این صورت آزمایش دو شکاف یانگ را ساخته‌اید. هر جا که دو باریکه بیرون آمده از سوراخ‌ها با هم همپوشانی داشته باشند، یک الگوی تداخلی تشکیل می‌شود. شکل زیر نشان می‌دهد که چگونه همدوسي مکانی جزئی کنتراست (تمایز) حاشیه<sup>۱۰</sup> را کاهش می‌دهد. هر دو عکس شبیه‌سازی الگوی تداخلی را نشان می‌دهند که با روشن کردن دو سوراخ با فاصله ده طول موج از هم و**

<sup>۷</sup>Linewidth

<sup>۸</sup>Coherence Length

<sup>۹</sup>Etendue

روی صفحه‌ای مسطح در فاصله ۱۰ سانتی‌متری مشاهده می‌شود. عکس سمت چپ فرض می‌کند که منبع دارای همدوسيٰ مکانی كامل است. حاشیه‌ها كنتراست بالايی دارند. عکس سمت راست فرض می‌کند که ميدان‌های ناشی از دو سوراخ سوزني به دليل همدوسيٰ مکانی ناقص منبع، فقط تا حدی همدوس هستند. كنتراست حاشيه بسيار كمتر است. كنتراست حاشيه‌ای را می‌توان با كميتي به نام "قابليت ديدن<sup>۱۱</sup>" مشخص کرد که فقط تفاوت بين حداکثر تابش حاشيه و حداقل تابش حاشيه است، تقسيم بر مجموع. ديد حاشيه‌های سمت چپ به وضوح بيشتر است.



## تمرینات

- تمرین ۱ امواج الکترومغناطیسی، امواج عرضی هستند. از چه لحظ اعرضی هستند؟ آیا واقعاً چیزی در فضا بالا و پایین می‌رود؟
- تمرین ۲ در بخش ۱.۱، قانون فارادی، برای نشان دادن اينكه در مناطق بدون بار و جريان (بدون منبع)، ميدان الکتریکی دارای جواب‌های موج مانند است معادله (۳.۱) را در نظر گرفتيم. اکنون همين کار را برای ميدان مغناطیسی، با در نظر گرفتن قانون آمپر-ماکسول، معادله (۴.۱) انجام دهيد.
- تمرین ۳ از قانون گوس بدون منبع، معادله (۱.۱) استفاده کرده و نشان دهيد که در يك موج مسطح تکرنگ، هر دو ميدان الکتریکی و مغناطیسی بر جهت انتشار عمود هستند. راهنمائي: محور zها را جهت انتشار قرار داده و ميدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را بصورت  $E = E_0 \cos(kz - \omega t)$  و  $B = B_0 \cos(kz - \omega t)$  در نظر گيريد.
- تمرین ۴ قانون فاراده را بر يك موج مسطح که در يك محيط خطی در جهت  $\hat{z}$  حرکت می‌کند اعمال کرده و نشان دهيد.  $B_0 = \frac{1}{v} \hat{z} \times E_0$  برقرار است. در اينجا  $v$

سرعت نور در محیط و  $E_0$  و  $B_0$  بترتیب دامنه میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هستند. توضیح دهید که چرا این رابطه نشان می‌دهد که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر یکدیگر عمود هستند.  
راهنمائی: برای یک موج مسطح تکرنک که در جهت  $z$  منتشر می‌شود میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را بصورت  $E = E_0 \cos(kz - \omega t)$  و  $B = B_0 \cos(kz - \omega t)$  در نظر گیرید.

- تمرين ۵ ثابت کنید که امواج مسطح الکترومغناطیسی جواب معادله هلم‌هولتز هستند.

تمرين ۶ نشان دهید که امواج الکترومغناطیسی کروی  $\tilde{E}(r) = \frac{1}{r} e^{-jkr}$  جواب معادله هلم‌هولتز هستند. لاپلاسین در مختصات کروی برابر است با:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \sin \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \right].$$

تمرين ۷ یک موج مسطح تک رنگ را در نظر بگیرید که در جهت  $\hat{z} + \hat{x}$  حرکت و بروی صفحه‌ای با دو سوراخ کوچک برخورد می‌کند. (این صفحه با سوراخ‌ها صفحه منبع است). مختصات خود را طوری انتخاب می‌کنیم که سوراخ‌ها روی محور  $x$  در  $x = \pm d/2$  باشند. برای یک سوراخ به اندازه کافی کوچک، انتگرال روی صفحه منبع در رابطه (۳۱.۱) را می‌توان با جایگزینی انتگرال برابر با زیر انتگرال ضربرد مساحت سوراخ، ساده کرد. از این رویکرد برای یافتن الگوی درخشندگی در روی محور  $x$  صفحه نمایش (صفحه میدان،  $S$ ) در فاصله  $L$  استفاده کنید. فرض کنید  $\phi$  کوچک است. راهنمائی: به یاد داشته باشید که درخشندگی در صفحه میدان با  $u^*(x, y, z)u(x, y, z)$  متناسب است.

تمرين ۸ مراحل جبر یا حساب دیفرانسیل و انتگرال موجود در مثال ۱.۱ را پُر کنید و راه حل تفصیلی را به عنوان یک راه حل دقیق درآورید. با استفاده از جداول انتگرال، Mathematica WolframAlpha و غیره بررسی کنید ثابت  $A$  که در تنظیم دامنه کلی میدان نقش دارد، به طول موج، ارتفاع شکاف و فاصله از صفحه نمایش بستگی دارد.

$$A \equiv \int_{y'=-d}^d e^{-jk\frac{y'^2}{L}} dy' = (1-j) \sqrt{\frac{\lambda L}{2}} \operatorname{erf} \left[ \sqrt{\frac{2\pi d^2}{\lambda L}} \left( \frac{1}{2} + \frac{j}{2} \right) \right] \approx 2d \quad \text{برای } \frac{d}{\lambda} \ll \frac{L}{d}$$

تمرين ۹ با استفاده از معادله (۲۹.۱) ثابت کنید که رابطه (۳۱.۱) همانطوری که ادعا شده از رابطه (۱۰.۱) پیروی می‌کند.

تمرين ۱۰ طول همدوسی "چند متر" لیزر HeNe را به زمان همدوسی معادل،  $t_c$ ، بر حسب نانوثانیه تبدیل کنید. پهنای خط مربوطه را،  $\Delta f = \frac{1}{t_c}$ ، بر حسب مگاهرتز تخمین بزنید. نسبت عرض خط به فرکانس لیزر چقدر است؟ بنابراین، آیا تغییرات فرکانس معمولی HeNe قسمت در میلیون، قسمت در میلیارد یا چیز دیگری است؟ برای مقایسه، تغییر کسری فرکانس یک نوسان‌ساز مکانیکی مناسب مانند یک

چنگال تنظیم فولادی <sup>۱۲</sup> را زمانی که دمای آن یک صدم درجه سانتیگراد تغییر می‌کند، تخمین بزنید.

- **تمرین ۱۱** (مسئله کامپیوتری) یک موج مسطح  $\lambda = 633 \text{ nm}$  را در نظر گرفته که در جهت  $\hat{z} +$  حرکت و روی یک روزنه مربعی  $5\mu\text{m} \times 5\mu\text{m}$  برخورد می‌کند. روزنه در صفحه  $xy$  قرار دارد که در مرکز مبدا مختصات است. نور پس از عبور از روزنه و انتشار  $m_z = 1\text{ m}$ ، به صفحه نمایشی موازی با صفحه  $xy$  برخورد می‌کند. با استفاده از اصل هویگنس، توزیع درخشندگی را روی صفحه نمایش پیدا کنید. راهنمائی: توزیع درخشندگی را بر روی صفحه نمایش را ناشی از تابشگرهای بهصورت آرایه  $n \times n$  بیان کنید. در یک حلقه for (برنامه نویسی)، توزیع درخشندگی را از یک شبکه مربع  $10 \times 10$  از ساطع کننده موجک هویگنس اضافه کنید (انتگرال معادله [۱.۲]). توجه داشته باشید که  $u(x, y, z_1)$  برای همه تابشگرها ثابت است اما  $\cos \phi$  و  $r$  برای هر تابشگر متفاوت است.  $u(x, y, z_1) = 1$  را درنظر گرفته و پیش فاکتور  $\frac{1}{\lambda}$  را نادیده بگیرید زیرا فقط ثابت کلی است.
- **تمرین ۱۲** (مسئله کامپیوتری) تمرین ۱.۱۱ را تکرار کرده اما این بار روزنه را دایره‌ای فرض کنید.



## فصل ۲

# اجزاء و روش‌ها

این فصل بیشتر اجزای نوری استفاده عمومی را که با آن‌ها مواجه خواهید شد و محدودیت‌های آنها توضیح می‌دهد. همچنین روش‌های اساسی تجزیه و تحلیل داده‌های تجربی را شرح می‌دهد. فصل با مقدمه‌ای بر اینمنی آزمایشگاه آغاز می‌شود

### ۱.۲ اینمنی

ایمن کار کردن در آزمایشگاه اپتیک مستلزم آن است که خطرات را در موقعیت‌هایی که احتمالاً تجربه کمی در آن دارید، تشخیص دهید. این مستلزم این است که شما عمدتاً بسوی هرگز عجله نکنید حرکت کنید. شما باید همیشه از کاری که انجام می‌دهید آگاه باشید و مراقب باشید که در «خلبان خودکار<sup>۱</sup>» نباشید. به عنوان یک قاعده کلی، در حین کار با پرتو لیزر یا اطراف آن، مکالمات معمولی نداشته باشید و به خودتان اجازه ندهید که حواس‌پرتی را ایجاد کنید. در ذهن خود، مناطقی را که ممکن است خطرات در آنها وجود داشته باشد علامت بزنید و هنگام کار در آن مناطق توجه بیشتری داشته باشید.

#### ۱.۱.۲ اینمنی لیزر

این بخش جایگزینی برای دوره اینمنی لیزر نیست (و در واقع این کتاب نیست). تکمیل این بخش شما را واجد شرایط استفاده از لیزر نمی‌کند. افسر اینمنی لیزر<sup>۲</sup> (LSO) تعیین شده در موسسه شما می‌تواند شما را واجد شرایط انجام لیزر در موسسه خود کند.

<sup>۱</sup>Autopilot

<sup>۲</sup>Laser Safety Officer (LSO)

LOF فردی است که توسط موسسه شما به عنوان مسئول نظارت بر ایمنی لیزر و ارزیابی و کنترل خطرات لیزر تعیین شده است. این مسئولیت LOF است که اطمینان حاصل کند که شما برای کار با لیزرهای به درستی آموزش دیده‌اید. هدف این بخش ارائه توصیه‌های کلی است که امیدوارم شما را تشویق کند تا عادت‌های کاری خوبی ایجاد کنید که کار ایمن با لیزر و اطراف آن را برای شما آسان تر می‌کند. برای آزمایش‌های این کتاب از لیزری با درجه بالاتر از 3R (یا 3a، 3b) استفاده نکنید. در واقع، تمام آزمایش‌ها را می‌توان به خوبی با لیزرهای کلاس II انجام داد.

### چه زمانی باید از عینک ایمنی لیزر استفاده کرد؟

دلیل اصلی آسیب دیدگی چشم افراد هنگام کار با لیزر این است که از عینک ایمنی لیزر مناسب استفاده نمی‌کنند (یا به درستی از آن استفاده نمی‌کنند). لیزرهای بر اساس سطح خطری که برای کاربر ایجاد می‌کنند طبقه بندی می‌شوند. چهار کلاس خطر لیزر اصلی وجود دارد: کلاس ۱، کلاس ۲، کلاس ۳، و کلاس ۴. لیزرهای کلاس ۱ در استفاده معمولی ایمن هستند، در حالی که لیزرهای کلاس ۴ بسیار خطرناک هستند. کلاس ۳ به دو زیر کلاس تقسیم می‌شود: 3R و 3B (یا در سیستم‌های طبقه بندی قدیمی تر "3a" و "3b" یا "IIIa" و "IIIb"). لیزرهای کلاس 3B و کلاس ۴ برای چشم بسیار خطرناک هستند.

**هنگام کار با لیزرهای کلاس 3B یا کلاس ۴ باید از عینک ایمنی لیزری صحیح استفاده کنید.**

اگر پرتو لیزر کلاس 3B یا لیزر کلاس ۴ وارد چشم شما شود، به احتمال زیاد آسیب چشمی دریافت خواهد کرد. اگر از محافظه چشم استفاده نکنید، حتی مشاهده نقطه ایجاد شده هنگام افتادن لیزر کلاس ۴ بر روی سطحی می‌تواند باعث آسیب شود. علاوه بر این، لیزرهای متتمرکز کلاس 3B و تمام لیزرهای کلاس ۴ خطر پوست و آتش سوزی هستند.

همچنین استفاده از عینک ایمنی لیزری هنگام کار با لیزرهای کلاس (3a، IIIa) 3R به ویژه در هنگام نصب توصیه می‌شود. اگر پرتو لیزر کلاس (3a، IIIa) 3R را به چشم خود وارد کنید، پاسخ پلک زدن شما ممکن است از آسیب جلوگیری کند، اما ممکن است آسیب چشمی نیز متحمل شوید.

کلاس لیزر باید روی محفظه لیزر چاپ شود. معمولاً در جایی نزدیک روزنہ نشان داده می‌شود. هرگز از لیزری که کلاس آن را نمی‌دانید استفاده نکنید. اگر هیچ برچسبی وجود ندارد که کلاس و طول موج را به شما بگوید، از لیزر استفاده نکنید! همچنین هرگز از لیزری که دستکاری شده است استفاده نکنید زیرا این کار می‌تواند به روش‌های غیرمنتظره‌ای بر پرتو خروجی تأثیر بگذارد. (برخی از لیزرهای مانند نشانگرهای لیزر سبز، در واقع لیزرهای مادون قرمز با فرکانس مضاعف هستند. مولفه مادون قرمز معمولاً توسط

یک فیلتر از خروج لیزر جلوگیری می‌کند. اگر آن فیلتر شکسته یا برداشته شود، ممکن است در معرض یک چشم بسیار خطربناک قرار بگیرید. پرتو مادون قرمز بدون اینکه متوجه شوید). اگر برچسب هشدار روی لیزر کلماتی مانند "خطر" یا "پرهیز از قرار گرفتن در معرض پرتو" را نشان می‌دهد، آن را جدی بگیرید!

عینک لیزری باید از یک تامین کننده معتبر تهیه شود و باید با الزامات گواهینامه ملی مطابقت داشته باشد. توانایی عینک‌های لیزر برای جلوگیری از تابش با درجه بندی چگالی نوری<sup>۳</sup> (OD) برای طول موج لیزر مورد استفاده توصیف می‌شود. OD بالاتر، به معنای تضعیف نور بیشتر است. توجه داشته باشید که درجه بندی OD که به اندازه کافی بالا باشد تا در یک طول موج ایمن باشد، یعنی ایمن بودن عینک برای هر طول موج لیزر دیگری نیست. به طور کلی، طول موج‌های مختلف لیزر به شیشه‌های ایمنی متفاوتی نیاز دارند. درجه بندی OD یک مقیاس لگاریتمی است که انتقال عینک را در طول موج نامی مشخص می‌کند.

$$OD = \log_{10} \left( \frac{1}{T} \right) \quad (1.2)$$

که در آن  $T$  ضریب عبور عینک است. ضریب عبور شیشه‌ها کسری از توان تابشی است که از طریق شیشه‌ها منتقل می‌شود. به عنوان مثال، اگر مجموعه‌ای از عینک‌های لیزری دارای  $OD = 5$  در طول موج  $1064\text{ nm}$  باشند،  $1/100,000$  ام توان تابشی را در این طول موج ارسال می‌کنند.

## ۲.۱.۲ عادت‌های ایمنی خوب

اگر هنگام کار با لیزر و اپتیک‌های مرتبط، عادت‌های خوب را در خود تلقین کنید، ایمنی لیزر به یک روش طبیعی کار تبدیل شده و مسئولیت سنگینی نیست. بسیاری از این عادات به طور کلی به بهره وری آزمایشگاه کمک می‌کند. در اینجا یک فهرست آورده شده است.

### عینک ایمنی را به خاطر بسپارید

عینک ایمنی را در یک مکان خاص نگه دارید. عادت کنید قبل از روشن کردن لیزر آنها را بپوشید! برای لیزرهای کلیددار، می‌تواند یادآوری خوبی برای نگهداری کلید در نزدیکی عینک باشد.

### درست نگهدارید

هرگز چشمان خود را در ارتفاع پرتو قرار ندهید. به غیر از استفاده از عینک ایمنی، این مهم‌ترین اقدامی است که می‌توانید انجام دهید. به همین ترتیب، خم نشود تا جسمی را بیابید یا روی زنجیره نوری خم نشود به گونه‌ای که چشمان خود را به ارتفاع لیزر نزدیک

<sup>۳</sup>Optical Density (OD)

## اپتیک آزمایشگاهی

کنید. هنگامی که شما ایستاده نیستید، ممکن است عینک ایمنی شما به درستی ننشیند و به طور بالقوه شما را در معرض یک موقعیت بسیار خطرناک قرار دهد.

### جواهرات نداشته باشید

قبل از کار با لیزر، تمام اجسام بازتابنده روی بدن یا لباس خود را بردارید. این شامل ساعت، ساعت هوشمند، حلقه از همه نوع، سنجاق سینه و غیره است. موها باید به عقب بسته شوند تا به پرتو نریزنند و اپتیک را آلود نکنند.

### مسیر پرتو افقی باشد

در صورت امکان، مسیر پرتو را در یک ارتفاع یکنواخت نگه دارید. مهمتر از همه، از هر گونه پرتوهایی که به صورت افقی حرکت نمی‌کنند اجتناب کنید. اگر باید ارتفاع پرتو را تغییر دهید، از پریسکوپ‌هایی که به طور خاص برای این منظور طراحی شده‌اند استفاده کنید.

### ابتدا شاتر را ببندید

همیشه قبل از افزودن یا حذف اپتیک، لیزر را مسدود کنید. معمولاً این کار به سادگی بستن شاتر لیزری است. یک اپتیک جدید را تا جایی که می‌توانید بدون پرتو تراز کنید. سپس لیزر را رفع انسداد کرده و تراز را در صورت نیاز تنظیم کنید.

### پرتوهای سرگردان را مسدود کنید

پرتوهای سرگردان را پیش بینی کنید و یک سد پرتو را در مسیر آنها قرار دهید. برای لیزرهای نامرئی و با توان بالاتر، از سدهای پرتویی استفاده کنید که به طور خاص برای طول موج‌ها و توان‌های مورد استفاده در نظر گرفته شده است. برای لیزرهای مرئی کم توان، انعکاس‌های سرگردان را اغلب می‌توان روی پایه اپتیک قبلی انداخت، اما اجازه ندهید که میز شما را ترک کنند. قبل از خاموش کردن لیزر، رویش پرتوهای سرگردان را عادت دهید. اگر با پرتوهای مادون قرمز یا دیگر پرتوهای نامرئی کار می‌کنید، این امر به‌ویژه مهم است. هنگامی که از وجود پرتوهای سرگردان مطمئن شدید، اولین قدم برای خاموش کردن لیزر، بستن شاتر لیزر است.

### استراحت کنید

کار کردن با خستگی، گرسنگی، عجله یا حواس پرتی خطرناک است. به جای آن استراحت کنید و بعداً به آن بازگردید. حتی اگر آسیب نبینید، احتمالاً چیزی را می‌شکنید یا تصمیم نادرستی می‌گیرید که شما را به عقب براند. باور کنید، استراحت نه تنها مطمئن‌ترین انتخاب است، بلکه پربازده‌ترین انتخاب است.

### به روزنہ لیزر نگاه نکنید

این ممکن است ساده به نظر برسد و اکثر مردم مطمئن هستند که هرگز این کار را انجام نمی‌دهند. با این حال، این یک وسوسه طبیعی است که به لیزر نگاه کنید تا ببینید چرا روشن نمی‌شود. اکثر منابع تغذیه‌لیزری بین کلید زدن سوئیچ و روشن شدن واقعی چند ثانیه تاخیر دارند. این فاصله به اندازه کافی طولانی است تا برخی افراد را وسوسه کند که به روزنہ لیزر نگاه کنند تا ببینند چه خبر است. **این کار را نکنید!** به طور مشابه، نشانگرهای لیزری برای نگاه کردن به روزنہ لیزر بسیار آسان هستند. نکنید! روش صحیح در هر مورد این است که یک کارت کوچک بگیرید و آن را در جلوی روزنہ لیزر قرار دهید. وجود یا عدم وجود پرتو را به خوبی آشکار می‌کند. به طور کلی، پرتوها را می‌توان با استفاده از کارتی مانند این به راحتی معلوم کرد. برای طول موج‌های نامرئی یا هر طول موجی که به طور کامل توسط عینک ایمنی مسدود شده است، از کارت‌های مخصوص مشاهده پرتو استفاده می‌شود که در فرکانس‌های مرئی در پاسخ به پرتو روشن می‌شوند.

### ۳.۱.۲ خطرات غیر پرتوی

خطرات غیر پرتوی اغلب نادیده گرفته می‌شوند. احتمالاً رایج ترین خطر غیر پرتوی، الکتریکی است. بسیاری از لیزرها دارای منابع تغذیه هستند که با ولتاژ بالا کار می‌کنند. در برخی موارد، این ولتاژها ممکن است در معرض دید کاربر قرار گیرند یا به شکل دیگری در دسترس باشند. به عنوان مثال، لیزرهای هلیوم-نئون برای کارکردن به چندین هزار ولت به ویژه در هنگام روشن شدن نیاز دارند. منابع تغذیه تجاری برای هلیوم-نئون با توان کم (کمتر از ۵ میلی وات) معمولاً به جریان بسیار کم (چند میلی آمپر) محدود می‌شوند و به احتمال زیاد باعث مرگ کسی نمی‌شوند. با این حال، منابع تغذیه برای هلیوم-نئون‌های بزرگتر یا منابع تغذیه خانگی یا اصلاح شده می‌تواند واقعاً کشنده باشد. منبع تغذیه برای اکثر لیزرهای خطرناک است. منابع تغذیه لیزر را در گیر نکنید و سعی نکنید آنها را تعمیر یا اصلاح کنید.

رنگ‌های مورد استفاده در لیزرهای رنگی می‌توانند بسیار سمی باشند. حلال‌های مورد استفاده با این رنگ‌ها نیز ممکن است سمی، سرطان‌زا و یا قابل اشتعال باشند. اگر با یک لیزر پرتوان یا با طول موج کوتاه کار می‌کنید، ممکن است پرتو با هدف تعامل داشته باشد و محصولات جانبی سمی یا تحریک کننده تولید کند. لیزرهایی که برای برش یا کنده‌کاری استفاده می‌شوند می‌توانند مقادیر قابل توجهی از چنین محصولات جانبی تولید کنند و نیاز به تخلیه دارند. مطمئن شوید که سیستم تهویه روشن است و کار می‌کند. این به دور از یک فهرست جامع است، بنابراین مطمئن شوید که با خطرات غیر پرتو مرتبط با استفاده از لیزر خاص آشنا هستید.

اگر نگران گیر کردن لباس‌های خود روی پایه‌های نوری و غیره نیستید، کار اپتیکی آسان‌تر و ایمن‌تر است. پوشیدن لباس‌هایی که بعيد به نظر می‌رسد گیر کنند، ایده خوبی هستند. کت‌های آزمایشگاهی می‌توانند به‌این امر کمک کنند. اطمینان حاصل کنید که آستین‌ها و سرآستین‌های نزدیک دارید، آستین‌های کوتاه یا آرنجی دارید، یا

فقط آستین‌هایتان را بالا بزنید. توصیه‌های ایمنی عمومی آزمایشگاهی همچنین شامل پوشیدن کفشهای بسته در حین کار است.

## ۲.۲ اجزاء نوری

این بخش شما را با اجزای نوری رایج آشنا می‌کند تا به شما ایده‌ای در مورد نحوه انتخاب اجزا برای آزمایش‌های خود بدهد.

### ۱.۲.۲ منابع نور

منابع نور عملی به دو دسته اصلی تقسیم می‌شوند: منابع حرارتی و منابع انتقال سطح کوانتوسی. منابع نور حرارتی فقط اجسام داغ هستند، مانند یک رشته لامپ رشته‌ای (تنگستن داغ)، شعله (گازهای داغ)، یا یک ستاره (هیدروژن داغ). آنها نور با طیف بسیار وسیع ساطع کرده، مگر اینکه به‌نحوی فیلتر شوند. از سوی دیگر، منابع نور انتقال سطح به‌دلیل انتقال از یک سطح انرژی بالاتر به سطح پایین‌تر، ساطع می‌کنند، تفاوت انرژی به صورت فوتون منتشر می‌شود. نمونه‌های معمولی عبارتند از: حالت‌های برانگیخته گازها در لامپ‌های تخلیه یا لیزرهای گازی. انتقال سطح از طریق یک اتصال نیمه‌هادی مانند LED یا دیود لیزری. چنین منابع نوری تمايل به‌نوار باریک دارند یا شامل مجموعه‌ای از باندهای انتشار باریک هستند. برخی از منابع نور "هیبرید" مانند لامپ‌های قوس الکتریکی با ولتاژ بالا وجود دارند که یک طیف حرارتی زیرین را با خطوط انتشار بسیار گسترده در این طیف نیز تولید می‌کنند. نمونه دیگری از چنین منبع هیبریدی لامپ فلورسنت استاندارد است. اینگونه لامپ‌ها، لوله‌های تخلیه بخار جیوه هستند، اما سطح داخلی لوله با پوشش خاصی پوشانده شده است بنحوی که توسط اشعه فرابنفش ناشی از انتشار جیوه برانگیخته می‌شود نور مرئی فلورسانس ساطع می‌کند. از این‌رو این نام به‌آنها داده شده است. در بخش‌های فرعی زیر، برخی از منابع نور آزمایشگاهی رایج که می‌توانید انتظار استفاده از آنها را داشته باشید، مورد بحث قرار می‌دهم.

#### لامپ‌های رشته‌ای

در خشان‌ترین لامپ‌های رشته‌ای، لامپ‌های هالوژن هستند (شکل ۱.۲). لامپ‌های هالوژن درجه آزمایشگاهی نیز لامپ‌های "QTH" نامیده می‌شوند. این مخفف کوارتز-تنگستن-هالوژن است و به پوشش شیشه‌ای کوارتز (خود لامپ)، رشته تنگستن و هالوژن اضافه شده به گاز پر کننده بی‌اثر داخل لامپ اشاره دارد. این لامپ‌ها کاملاً شبیه لامپ‌های قدیمی رشته‌ای خانگی یا لامپ‌های کم مصرف خودرو هستند که در آن رشته‌ای که در یک گاز بی‌اثر قرار دارد با عبور جریان از آن گرم می‌شود تا زمانی که به‌شدت بدرخشد. تفاوت اصلی بین یک لامپ هالوژن و یک لامپ رشته‌ای استاندارد این است که لامپ



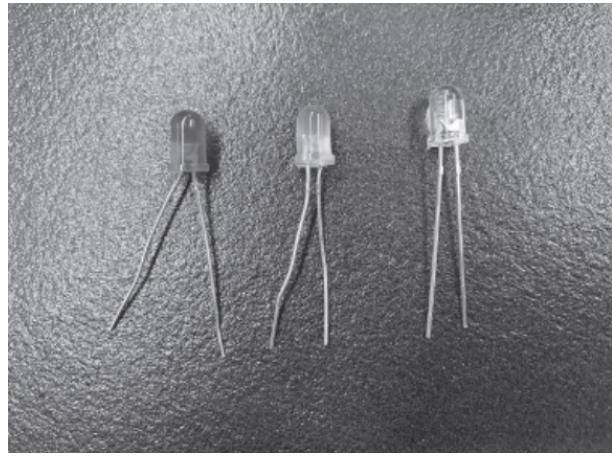
شکل ۱.۲: یک لامپ هالوژن که پوشش کوارتز و رشته را نشان می‌دهد. گاز پر شده شفاف است و بنابراین نامرئی است. لامپ معمولاً خیلی روشن است که نمی‌توان مستقیماً به آن نگاه کرد. (برای این تصویر، جریان بسیار کاهش یافته است).

هالوژن به طور کلی گرمتر کار می‌کند و بنابراین نور سفید روشن‌تری می‌دهد. گاز هالوژن با انباستن تنگستن تبخیر شده بر روی فیلامنت در حین کار، عمر رشته را طولانی‌تر می‌کند. طیف آن گسیل جسم خاکستری است. یک جسم خاکستری طیفی به همان شکل جسم سیاه را در همان دما ساطع می‌کند، اما جسم خاکستری خیلی روشن ساطع نمی‌کند. با این حال، طیف ممکن است تا حدودی توسط پوشش شیشه‌ای، هرگونه پوشش عمده، و توسط گاز پرکننده تغییر کند. این پوشش اغلب از کوارتز ذوب شده ساخته شده است - شیشه‌ای که ممکن است نور فرابنفش را از رشته عبور دهد (پسته به‌نحوه پوشش آن). برای بسیاری از مصارف، لامپ QTH مصارف آزمایشگاهی ممکن است غیر ضروری باشد. ممکن است یک لامپ هالوژن به‌شکل خودرویی یا حتی یک لامپ رشته‌ای استاندارد کافی باشد.

لامپ‌های رشته‌ای همدوسی مکانی و زمانی بسیار کمی دارند و بنابراین نمی‌توان از آنها برای کارهایی استفاده کرد که نیاز است بخشی از پرتو نسبت به قسمت دیگر فاز ثابتی داشته باشد. با این حال، برخی از منابع نور رشته‌ای ممکن است خواص نویز دامنه بسیار خوبی داشته باشند.

### ال‌ای‌دی‌ها (LED)

دیودهای ساطع کننده نور (شکل ۲.۲) را می‌توان یک مرحله میانی بین لامپ رشته‌ای و لیزر در نظر گرفت. ال‌ای‌دی‌ها نسبت به لامپ‌های رشته‌ای همدوس‌تر هستند، اما نسبت به لیزرهای همدوس‌تر هستند. شکل (۳.۲) طیف یک LED را با یک لیزر و یک لامپ هالوژن



شکل ۲.۲: نمونه‌هایی از لامپ‌های LED برخی از الایدی‌ها دارای پوشش‌های پلاستیکی رنگی هستند تا رنگ الایدی‌ها حتی زمانی که LED خاموش است نیز مشخص باشد. پایه سیم طولانی تر ترمینال مثبت را نشان می‌دهد. الایدی‌ها ساده‌ترین کار را از طریق یک منبع DC چند ولتی که از یک مقاومت چند کیلو اهم عبور می‌کند کار می‌کنند. بهتر این است که جریان را به چند میلی‌آمپر محدود کرد که بیش از آن LED می‌سوزد

مقایسه می‌کند. رنگ نور ساطع شده توسط یک LED بستگی به مواد مورد استفاده برای ساخت اتصال نیمه‌هادی واقعی دارد و با رنگ پلاستیکی که ناحیه ساطع کننده نور را در بر می‌گیرد کنترل نمی‌شود. یک LED "روشن" ممکن است هر نور رنگی را ساطع کند. به طور کلی، الایدی‌های با نواحی ساطع نور کوچک‌تر، مانند میکرو الایدی‌ها، از لحاظ مکانی همدوش‌تر هستند، در حالی که الایدی‌های با پهنه‌ای باند باریک، مانند الایدی‌های تک رنگ، از نظر زمانی همدوش‌تر هستند. LED‌ها عموماً برای انجام تداخل سنجی به اندازه کافی همدوش در نظر گرفته نمی‌شوند، اما ممکن است در هنگام عبور از یک شکاف دوگانه یا مشابه، الگوهای پراش کم کنتراست ایجاد کنند.

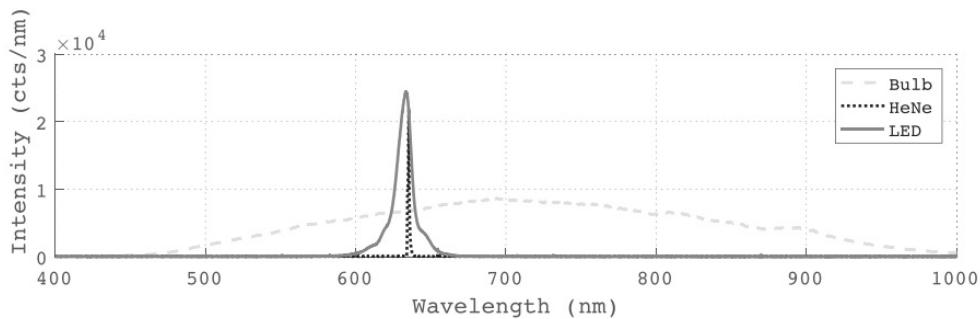
### لیزرها

لیزرها دسته وسیعی از منابع نوری هستند که فقط دو نوع را که احتمالاً در اولین آزمایشگاه اپتیک و در واقع در زندگی روزمره با آنها در تماس خواهید بود توضیح خواهیم داد: لیزر هلیوم-نئون(HeNe) و لیزر دیودی.

لیزر هلیوم-نئون یک لیزر بسیار توانا با پهنه‌ای خط باریک (بسته به نوع از مگاهرتز تا گیگاهرتز) است. برخی از لیزرهای هلیوم-نئون دارای خواص نویز دامنه عالی و حتی ممکن است نزدیک به نویز ساقمه‌ای<sup>۴</sup> محدود باشد. نویز ساقمه‌ای نویز سفیدی است که توسط "ضریبان" توابع موج فوتون در یک آشکارساز نوری فرو می‌ریزد. در همین حال، هلیوم-نئون‌های دیگر بسیار پر سر و صدا (نویزی) یا دارای «جیغ و جیک»<sup>۵</sup> هستند

<sup>۴</sup> Shot Noise

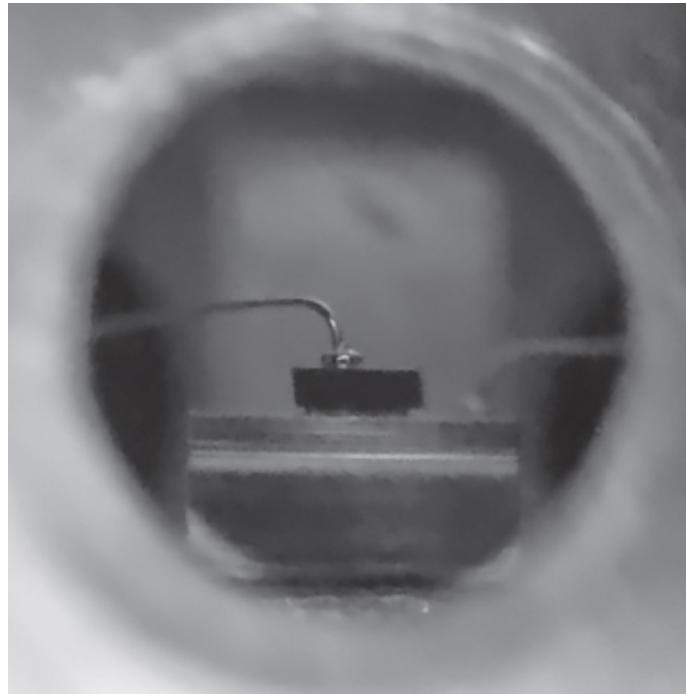
<sup>۵</sup> Squeals and Chirps



شکل ۳.۲: طیف یک LED قرمز در مقایسه با طیف یک لامپ هالوژن و یک لیزر. طیف LED باند نسبتاً باریکی است. عرض واقعی خط هلیوم-نئون باریکتر از آن است که بتوان توسط این طیف سنج ثبت کرد. بر عکس، پاسخ لامپ آنقدر گسترده است که نمی‌توان آن را به خوبی توسط این طیف خام نشان داد. تابش لامپ همانطور که نشان داده شده است به سمت طول موج‌های کوتاه‌تری کاهش می‌باید، اما در واقع انتشار در فرآیند افزایش می‌باید. حساسیت طیف‌سنج به سمت طول موج‌های بلندتر کاهش می‌باید که منجر به پاسخی می‌شود که در اینجا مشاهده می‌شود.

که در فواصل زمانی تصادفی در باند صوتی پخش می‌شوند. با توجه به زمان همدوسی طولانی، تقریباً همه هلیوم-نئون‌ها انتخاب خوبی برای آزمایش‌های تداخل سنجی ساده هستند. خواص پلاریزاسیون هلیوم-نئون‌ها نیز بسیار متفاوت است. برخی دارای یک قطبش واحد هستند در حالی که برخی دیگر به طور تصادفی یا تا حدی قطبی شده‌اند. من هلیوم-نئون‌ها بدرفتار و تا حدی قطبی شده را دیده‌ام که در آن محور قطبش غالب با زمان به‌آرامی و به طور تصادفی می‌چرخد. نتیجه این است که در حالی که هلیوم-نئون‌ها عالی هستند، برای انتخاب یک مورد مناسب برای استفاده شما کمی دقت لازم است. همچنین شایان ذکر است که اگرچه اکثر لیزرهای هلیوم-نئون در خط ۶۳۲.۸ نانومتر، می‌توان هلیوم-نئون‌ها لیزری را در هر یک از چندین خط در مادون قرمز (۱.۱۵، ۱.۵۲ و ۳.۳۹ میکرومتر) یا در مرئی از سبز تا قرمز (۵۴۳nm, ۵۹۴nm, ۶۰۴nm, ۶۱۲nm, ۶۳۳nm) خریداری کرد. دیودهای لیزر را می‌توان تقریباً در هر طول موج و با طیف وسیعی از توان خروجی از میکرووات تا وات به دست آورد. آنها کوچک، ارزان و در تبدیل برق به نور بسیار کارآمد هستند. در نتیجه، آنها را در همه جا از فروشگاه‌های سوپرمارکت و نشانگرهای لیزری گرفته تا ابزار دقیق آزمایشگاهی پیشرفته استفاده می‌کنند. ناحیه ساطع کننده نور لیزر دیود بسیار کوچک است و بر اساس اصول مشابه LED کار می‌کند، با این تفاوت که یک موج ایستاده (ساکن)<sup>۶</sup> نوری در دیود با استفاده از پوشش‌های بازتابنده در انتهای مخالف یک بلوک کوچک از مواد دیود ایجاد می‌شود. خود دیود اغلب بزرگ‌تر از یک دانه شن نیست (شکل ۴.۲). پهنای خط یک دیود لیزر در مقایسه با لیزر هلیوم نئون بسیار بزرگ است و زمان همدوسی آن نیز نسبتاً کوتاه است. این باعث می‌شود که آنها برای تداخل سنجی کمتر مناسب باشند، مگر اینکه مسیرهای نوری همه پرتوها بسیار مشابه باشند. از سوی دیگر، دامنه لیزرهای دیود را می‌توان به راحتی با کنترل جریان تغذیه

<sup>۶</sup>Standing Wave

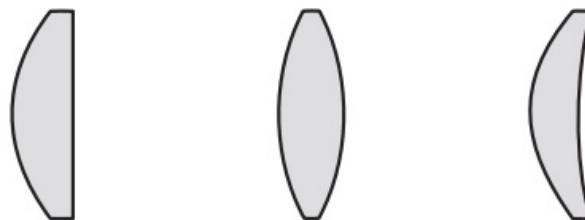


شکل ۴.۲: اگر کسی یک دیود لیزری خالی بخرد (برخلاف یک لیزر دایودی بسته بندی شده)، معمولاً یک "قوطی" کوچک برنجی به اندازه یک مداد پاک کن دریافت می‌کند که سه سیم از پشت آن بیرون زده است. یکی از سرها به خود دیود لیزر می‌رود، دیگری به یک فتودیود که معمولاً در قوطی تعبیه می‌شود تا خروجی لیزر را بتوان نظارت و کنترل کرد. سومین سر مشترک (زمین) متصل به قوطی است. این عکس با نگاهی به روزنه گرد (قابل مشاهده در پیش زمینه) که در آن پرتو لیزر بیرون می‌آید گرفته شده است. روزنه حدود یک میلی متر است. دیود لیزر متوازی الاضلاع کوچک سیاه رنگ در مرکز روزنه است که به صورت یک کریستال رشد یافته مصنوعی تشکیل شده است. فرمول کریستال طول موج خروجی را تعیین می‌کند. تماس الکتریکی که از بالا وارد می‌شود جریان لیزر را تامین می‌کند. سر دیگر بلوك فلزی در پایین است که به عنوان یک چاهک حرارتی (هیت سینک) نیز عمل می‌کند.

کنترل کرد، بنابراین می‌توان نویز دامنه بسیار کمی را برای هزینه بُرد مدار چاپی و برخی از قطعات الکترونیکی متوسط به دست آورد. از آنجایی که دامنه می‌تواند به سرعت تغییر کند، دیودهای لیزری می‌توانند در سیگنالینگ فرکانس رادیویی، از جمله مخابرات فیبر نوری استفاده شوند. یک اشکال قابل توجه دیودهای لیزر این است که از بین بردن و سوختن آنها از طریق ضربان‌های ولتاژ تغذیه بسیار آسان است. مانند LED‌ها، دیودهای لیزری یک رابطه غیرخطی بین ولتاژ اعمالی و جریان دارند. مقدار جریان دیود نیز می‌تواند به عنوان تابعی از دمای دیود متفاوت باشد. بنابراین، آنها باید از یک منبع با جریان محدود بهره برداری شوند. در صورت نیاز به توان نوری ثابت، می‌توان از یک فتودیود برای نظارت بر خروجی استفاده کرد. در آنجا یک مدار بازخورد (فیدبک) جریان تغذیه را برای جبران هرگونه تغییر تصحیح می‌کند.

## ۲.۲.۲ عدسی‌ها

سه نوع عدسی اصلی وجود دارد: پلانو(صف)، بای(دو) و منیسک. مشخصات شکل با فاصله کانونی مثبت هر عدسی در شکل (۵.۲) نشان داده شده است. هر نوع عدسی اساساً یکسان رفتار می‌کند و اغلب مهم نیست که کدام نوع از آن استفاده می‌کند. کیت‌های عدسی معمولی شامل عدسی‌های نوع پلانو و بای هستند اما کمتر از نوع منیسک هستند. تفاوت بین انواع عدسی‌ها تماماً در مورد کمینه کردن ابیراهی<sup>۷</sup> (انحراف-کجراهی) است. بیشتر عدسی‌ها با سطح کروی آسیاب و سائیده می‌شوند. این کار مقرن به صرفه است اما باعث ایجاد ابیراهی کوچک در نور می‌شود. اگر عدسی‌ها دارای پراش محدود بودند (حد اساسی) تصاویر ممکن است به اندازه پرتوهای واضح و متتمرکز نباشند. استفاده دقیق از نوع مناسب عدسی کروی می‌تواند تأثیر چنین ابیراهی‌ها را به حداقل برساند و در عین حال مقرن به صرفه بودن شکل‌های سطح کروی را حفظ کند.



شکل ۵.۲: مقاطع عرضی که سه نوع عدسی را نشان می‌دهد. از چپ به‌راست: پلانو محدب، دو محدب، منیسک مثبت.

زمانی که پرتوهای یک طرف عدسی تا حدی همسو و پرتوهای طرف دیگر عدسی همگرا یا واگرا هستند، باید از عدسی‌های پلانو استفاده کرد. در این صورت، قسمت منحنی عدسی باید به سمت هم راستا باشد. به عنوان مثال، کوچکترین و کمترین

<sup>۷</sup>Aberration

تحریف کانونی زمانی ایجاد می‌شود که پرتوهای موازی توسط یک عدسی محدب مسطح با سمت منحنی عدسی به سمت دور از کانون مرکز شوند. هنگامی که نرخ همگرایی یا واگرایی در دو طرف عدسی تقریباً یکسان است، یک بای-لنز (دو-عدسی) ترجیح داده می‌شود.

عدسی‌های منیسک عمدتاً در سیستم‌های عدسی مرکب استفاده می‌شوند که خارج از بحث است. سیستم‌های عدسی مرکب، مانند دوربین‌ها و تلسکوپ‌ها، می‌توانند ابیراهی را در یک میدان دید بزرگ کاهش دهند. عدسی‌های مرکب نیز می‌توانند ابیراهی رنگی را کاهش دهند. ابیراهی رنگی به‌این دلیل رخ می‌دهد که ضریب شکست شیشه‌ها با طول موج تغییر می‌کند. این اثر را پاشندگی<sup>۸</sup> نامیده و باعث می‌شود تا فاصله کانونی موثر عدسی با طول موج تغییر کند. می‌توان این را با یک عدسی بنام آکروماتیک دوگانه<sup>۹</sup>، که در آن دو عدسی با خواص پاشندگی مخالف ترکیب می‌شوند، جبران کرد.

### ۳.۲.۲ آینه‌ها، منشورهای انعکاسی، و مقسم پرتو غیرقطبی

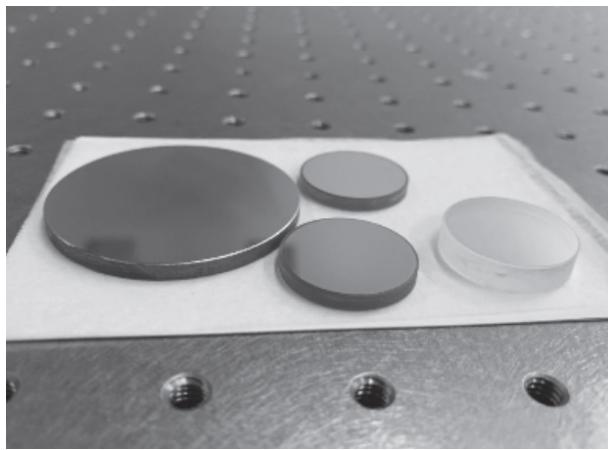
آینه‌ها، منشورهای انعکاسی و پرتوهای غیرقطبی برای تغییر جهت پرتو، چرخاندن جهت آن و/یا جدا کردن آن به‌دو یا چند پرتو مشابه استفاده می‌شوند. به‌طور کلی، شکل و ویژگی‌های انتشار پرتو (نرخ واگرایی، شکل جبهه موج و غیره) تحت تأثیر قرار نمی‌گیرند. یک استثناء، آینه منحنی است که علاوه بر تغییر جهت پرتو، شکل آن را نیز تغییر می‌دهد. آینه فقط یک پوشش بازتابنده است که بر روی یک بستر، معمولاً شیشه، قرار می‌گیرد. پوشش بازتابی، یا فلزی یا از نوع دی‌الکتریک چند لایه<sup>۱۰</sup> است که تداخل سازنده بین بسیاری از بازتاب‌های جزئی از لایه‌های پوشش جداگانه می‌تواند بازتاب بسیار بالایی ایجاد کند. (به بخش ۵.۱.۲ مراجعه کنید). آینه‌های آزمایشگاهی معمولاً آینه‌های "سطح اول"<sup>۱۱</sup> هستند، به‌این معنی که پوشش بازتابنده در بالای بستر قرار دارد. به‌این ترتیب، یک پرتو قبل از بازتاب نیازی به‌عبور از لایه ضخیم شیشه ندارد. برخی از آینه‌های سطح اول واقعاً برهنه هستند، یعنی پوشش در معرض هوا قرار می‌گیرد. چنین آینه‌هایی نسبت به جابجا‌یی بسیار حساس هستند و اثر انگشت برای پوشش‌های فلزی برهنه خراب می‌شود. اکثر آینه‌های سطح اول در واقع دارای یک لایه بسیار نازک از شیشه هستند که بر روی خود پوشش قرار گرفته است. این بدان معناست که می‌توان آنها را بدون خطر آسیب دائمی تمیز کرد. حتی پوشش‌های محافظت شده نیز ظرفی هستند، بنابراین مراقبت از دست‌زن همیشه لازم است. در همه موارد، مراقب باشید که طرف پوشش داده شده را لمس نکنید. شکل (۶.۲) مجموعه‌ای از آینه‌ها را نشان می‌دهد.

انتخاب نوع آینه کاملاً به استفاده بستگی دارد. برای مثال، پوشش‌های چند لایه می‌توانند به بازتاب بسیار بالایی برسند، اما عموماً فقط در یک باند باریک فرکانس به‌طور

<sup>8</sup>Dispersion

<sup>9</sup>Achromatic Doublet

<sup>10</sup>"دی‌الکتریک‌ها" در این زمینه معمولاً مواد شیشه‌ای شفاف هستند که در یک بسته چند لایه قرار می‌گیرند به‌طوری که لایه‌های مجاور دارای ضریب شکست‌های مختلف هستند.



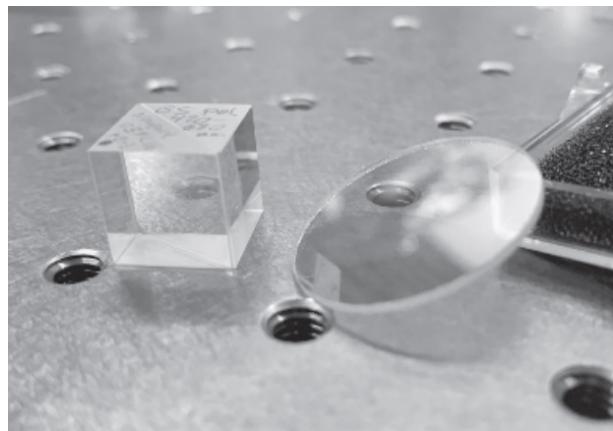
شکل ۲.۶: انواع آینه‌های سطح اول. سمت چپ: آلومینیوم، بالا: نقره، پایین: طلا، راست: دیالکتریک چند لایه.

مؤثر عمل می‌کنند. این آینه‌ها اغلب «آینه‌های خط لیزر» نامیده می‌شوند، زیرا عموماً برای طول موج‌های لیزر خاصی طراحی شده‌اند. آینه‌های لیزری بیشتر طول موج‌ها را منتقل می‌کنند، بنابراین برای چشم غیرمسلح کاملاً شفاف به نظر می‌رسند، یا بسته به طول موجی که برای آن طراحی شده‌اند ممکن است رنگ کمی داشته باشند. از آنجایی که اگر هر دو طرف اپتیک صیقل داده شوند، تشخیص چنین پوششی دشوار است، سازندگان اغلب یک فلش کوچک را روی لوله آینه، چاپ شده یا به سادگی با مداد نوشته شده، که نمایشگر سمت پوشش داده شده است.

برای به دست آوردن یک پوشش دیالکتریک چند لایه که در طیف وسیعی از فرکانس‌ها یا در طیف وسیعی از زوایای تابشی عمل می‌کند، نیاز به کاهش بازتاب تا حدودی دارد. بنابراین، پوشش‌های فلزی تمایل دارند وسیع‌ترین محدوده طول موج و زوایای تابشی را پوشش دهند و در عین حال بازتاب خوبی را حفظ کنند. (همچنین می‌توان پوشش فلزی «تقویت‌شده» خریداری کرد که روی آن‌ها یک پوشش دیالکتریک قرار گرفته است. پوشش دیالکتریک خواص بازتابی فلز را تغییر می‌دهد و در عین حال ویژگی‌های بازتاب پهن باند عمومی فلز را حفظ می‌کند). رایج‌ترین پوشش‌های فلزی عبارتند از: آلومینیوم، نقره و طلا. بازتاب آلومینیوم تا اشعه ماوراء بنفس گسترش می‌یابد، اما در نور مرئی کمی کمتر از نقره است. نقره بیشترین بازتاب را در طول موج‌های مرئی کوتاه‌تر دارد در حالی که طلا در قرمز و مادون قرمز (فروسرخ) بالاترین بازتاب را دارد. در طول موج‌های بسیار طولانی، فراتر از چندین میکرون، پوشش‌های دیالکتریک چند لایه به سختی به دست می‌آیند زیرا بسیاری از دیالکتریک‌ها در چنین طول موج‌های بلند جذب می‌شوند. بنابراین از پوشش‌های فلزی در فروسرخ دور<sup>۱۱</sup> استفاده می‌شود. همچنین، اگر تغییر فاز در هنگام بازتاب باید تا حد امکان مستقل از طول موج باشد، پوشش‌های فلزی بر همه انتخاب خوبی هستند.

<sup>۱۱</sup>Far Infrared

انواع مختلفی از منشورهای انعکاسی وجود دارد که به شما امکان می‌دهد یک پرتو را از  $45^\circ$  تا  $90^\circ$  و غیره بچرخانید، در حالی که در عین حال جهت (برابری) یک تصویر را حول یک یا هر دو محور عرضی برگردانید. آنها برای انجام کار خود به بازتاب کلی داخلی وابسته هستند، اما گاهی اوقات پوشش داده می‌شوند. برخلاف منشورهای متساوی الاضلاع معمولی، این منشورها برای پراش نور در نظر گرفته نشده‌اند. آنها مانند آینه‌هایی با خواص برابری خاص عمل می‌کنند. منشورهای لوزی فقط یک پرتو را انتقال می‌دهند، اما جهت حرکت یا جهت‌گیری / برابری آن را تغییر نمی‌دهند. منشورهای کبوتری<sup>۱۲</sup> فقط جهت یا برابری را تغییر می‌دهند، اما آن را انتقال نداده یا جهت حرکت آن را تغییر نمی‌دهند. از یک جفت منشور آنامورفیک<sup>۱۳</sup> می‌توان برای دایره‌ای کردن پرتو لیزر دیودی که از آن در مقطع بیضوی خارج می‌شود استفاده کرد. منشورهای سه وجهی برای بازتاب مجدد یک پرتو در مسیری که آمده است، بدون توجه به زاویه برخورد، استفاده می‌شوند. (منشورهای سه ضلعی را بازتاب دهنده‌های عقب یا بازتاب دهنده‌های مکعب گوشه‌ای نیز می‌نامند). انواع و کاربردهای منشور برای توضیح بیشتر در اینجا بسیار زیاد است، اما آنها اشیاء جالب و زیبایی هستند، و مروری از مجموعه منشورهای انبار اپتیک می‌تواند جالب باشد.



شکل ۷.۲: مقسم پرتو مکعب شکل و صفحه‌ای شکل

هر زمان که به دو پرتو مشابه نیاز داشته باشید، می‌توانید از یک پرتو شکاف غیر قطبی استفاده کنید. مقسم پرتوهای غیرقطبی<sup>۱۴</sup> را با پسرعه‌های قطبی کننده‌شان اشتباه نگیرید و گرنه نتایج بسیار غیرمنتظره‌ای دریافت خواهید کرد! مقسم پرتوها اغلب برای برداشتن مقدار کمی نور، مانند دوربین، یا برای نظارت بر دامنه استفاده می‌شوند. ”مقسم پرتو  $50^\circ - 50^\circ$ “ که نور را به طور مساوی تقسیم می‌کنند، عناصر مهم در بسیاری از تداخل‌سنج‌های نوری (فصل ۵.۱) هستند. مقسم پرتوها با استفاده از یک پوشش نیمه انتقالی که روی سطح شیشه‌ای قرار می‌گیرد که در زاویه خاصی نسبت به نور تابشی،

<sup>۱۲</sup>Dove prisms

<sup>۱۳</sup>Anamorphic prism

<sup>۱۴</sup>Non-Polarizing Beamsplitters

معمولًاً ۴۵ درجه قرار می‌گیرد، کار می‌کنند. به این ترتیب، مقداری از نور از پرتو تابشی منعکس می‌شود و مقداری از طریق مقسم پرتو منتقل می‌شود. گاهی اوقات این پوشش یک پوشش فلزی بسیار نازک است - یک آینه "نیمه نقره‌ای" - اما معمولاً یک پوشش دیالکتریک چند لایه است که برای عملکرد در محدوده خاصی از طول موج‌ها در نظر گرفته شده است. شکل (۷.۲) دو شکل مختلف مقسم پرتو، یکی مکعب شکل و یکی صفحه‌ای شکل را نشان می‌دهد. مقسم پرتو مکعبی شکل معمولاً عملکرد بهتری دارد، اما مقسم پرتو صفحه‌ای شکل را می‌توان بزرگ‌تر کرد و عموماً ارزان‌تر هستند. در یک پرتو شکاف مکعبی، دو منشور با زاویه قائمه با سیمان نوری بهم چسبانده شده‌اند. ضلع مورب یکی از منشورها از قبل پوشش داده شده است. غالباً یک نقطه، چاپ شده یا با مداد، روی سطح شیشه‌ای زمینی مقسم پرتو، نزدیک یکی از وجه‌های نوری می‌بینید. این نشان می‌دهد که کدام نیمه قرار است پرتو تابشی را بپذیرد. اطمینان از اینکه نقطه رو به "بالادرست" باشد به محافظت از سیمان نوری کمک و اطمینان حاصل می‌کند که مقسم پرتو همانطور که طراحی شده است عمل کند.

## ۴.۲.۲ قطبشگرها، صفحات موج و ایزوولاتور نوری

پلارایزرا (قطبشگرها) در تنوع و محدوده قیمتی گیج کننده، از ورق پلاستیکی پلاریزه کننده ارزان قیمت ("پلاروید Polaroid") تا پلاریزه کننده‌های کریستالی با نسبت خاموشی<sup>۱۵</sup> بسیار بالا عرضه می‌شوند. نسبت خاموشی، نسبت درخشندگی مولفه قطبش مطلوب به نامطلوب است. این همان نسبت شدت‌های ارسال شده از طریق یک جفت پلاریزه کننده موازی به درخشندگی است که پس از چرخش ۹۰ درجه قطب دوم از طریق همان مجموعه پلاریزه کننده منتقل می‌شود. پلارایزرهایی با نسبت خاموشی ۱۰۰۰۰ و بالاتر به صورت تجاری در دسترس هستند.

پلاریزه کننده‌ها بهدو دسته کلی تقسیم می‌شوند: پلاریزه کننده‌هایی با دو خروجی که در آن هر دو حالت پلاریزاسیون در پایین دست پلاریزه کننده موجود است، و پلاریزه کننده‌هایی که یکی از قطبش‌ها را جذب می‌کنند در حالی که فقط قطبش مورد نظر را منتقل می‌کنند. اکثر قطبشگرها از این جهت که خروجی‌های پلاریزه خطی دارند، «قطبشگر خطی» هستند. (به فعل هشتم مراجعه کنید). "قطبشگر دایره‌ای" نیز وجود دارند که خروجی آنها نور پلاریزه دایره‌ای است که به اجزای قطبش دایره‌ای راست‌گرد و چپ‌گرد تقسیم می‌شوند. نکته اصلی که هنگام انتخاب یک پلاریزه باید به خاطر داشته باشید این است که باید در طول موج (های) شما به خوبی کار کند و نسبت خاموشی لازم را داشته باشد. نسبت خاموشی بالاتر به طور کلی به معنای هزینه بالاتر است، بنابراین در ک نیازهای واقعی شما عاقلانه است. جذب توان نوری می‌تواند در هنگام کار با توان نوری بالا مورد توجه قرار گیرد و اعوجاج جبهه موج ممکن است در هنگام انجام تداخل سنجدی مورد توجه قرار گیرد.

<sup>۱۵</sup>Extinction Ratio

اثر یک صفحه موج<sup>۱۶</sup> این است که حالت قطبش نور را بهروشی کنترل شده تغییر می‌دهد. این بر اساس اصل شکست دوگانه<sup>۱۷</sup> عمل می‌کند: اینکه سرعت نور از درون ماده صفحه موج به حالت قطبش نور بستگی دارد. برای مثال، مولفه قطبش عمودی یک پرتو ممکن است سریعتر از مولفه افقی در صفحه موج حرکت کند. بنابراین مولفه عمودی در مقایسه با مولفه افقی یک جلو افتادگی فاز دریافت می‌کند. اگر جلو افتادگی فاز برابر  $90^\circ$  (یک چهارم طول موج) باشد و دو مولفه پلاریزاسیون دارای دامنه برابر باشند، قطبش دایره‌ای حاصل می‌شود. به طور کلی، یک صفحه موج نور پلاریزه خطی را به نوعی از نور قطبش بیضی تبدیل می‌کند. صفحه موج‌ها معمولاً به صورت نصب شده فروخته می‌شوند و با "محور سریع" - محوری که در امتداد آن یک پرتو بايد قطبی می‌شود تا سریعتر از طریق صفحه عبور کند - به نوعی مشخص شده است. ساده‌ترین نوع صفحه موج، ورقه‌ای از چیزی شبیه کوارتز کریستالی است که محور کریستالی آن طوری انتخاب شده است که سرعت یک قطبش بیشتر از قطبش متعامد باشد. ضخامت صفحه به گونه‌ای انتخاب می‌شود که پس از عبور از صفحه موج، طول موج خاصی از نور، اختلاف فاز مورد نظر را بین حالت‌های پلاریزاسیون مدول یک عدد صحیح طول موج نشان می‌دهد:  $\Delta\phi = 2\pi n + \theta$

که  $\theta$  اختلاف فاز اسمی ناشی از آن است. به صفحه موج، صفحه رباعی موج  $\theta = \pi/2$  و صفحه نیم موج،  $\theta = \pi$  رایج‌ترین هستند. صفحه رباعی موج برای تبدیل پلاریزاسیون خطی به قطبش دایره‌ای و بالعکس استفاده می‌شود. صفحه نیم موج برای تغییر زاویه یک مولفه قطبش خطی با بازتاب آن در اطراف محور سریع صفحه موج استفاده می‌شود.

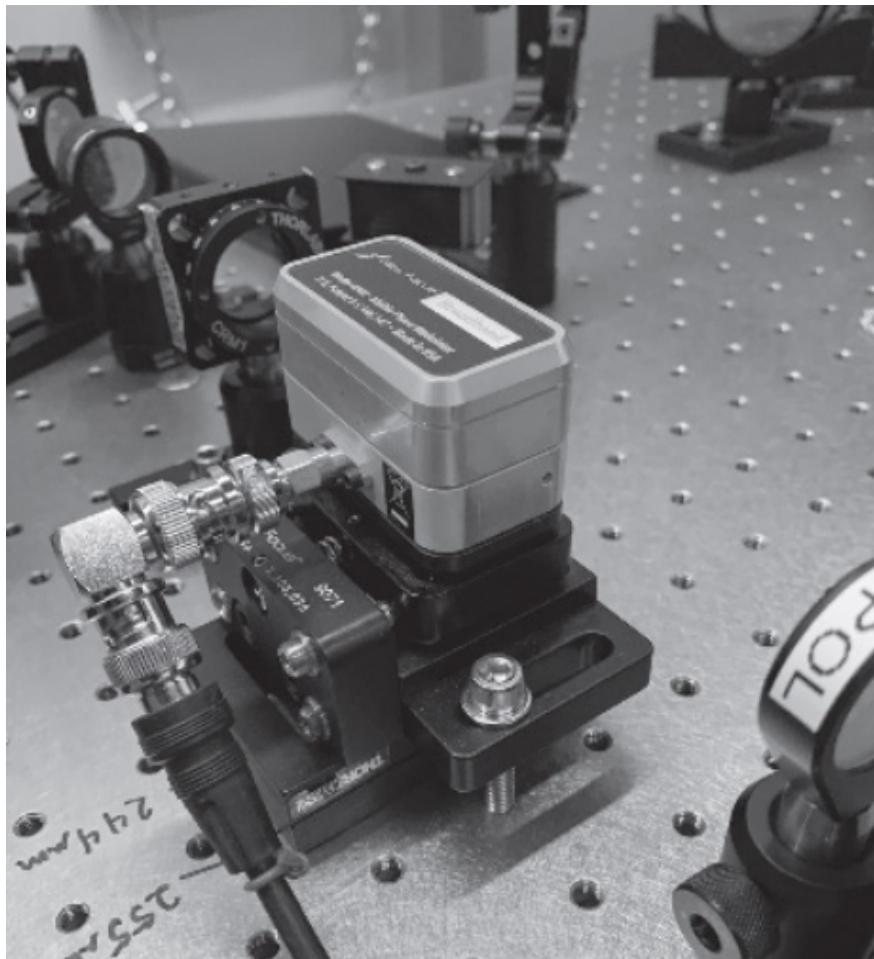
صفحه‌های موج به اصطلاح مرتبه صفر، برخلاف نوع چند مرتبه‌ای که قبلًا توضیح داده شد، به گونه‌ای ساخته شده‌اند که اختلاف فاز بین قطبش‌ها دقیقاً  $\Delta\phi = \theta$  باشد. این با استفاده از دو صفحه به دست می‌آید که اثر یکی قسمت عدد صحیح طول موج اختلاف فاز را جبران می‌کند. این باعث می‌شود صفحه موج نسبت به تغییرات کوچک طول موج در نور ورودی حساسیت کمتری داشته باشد. همچنین می‌توان صفحه‌های موج آکروماتیک را خریداری کرد که به گونه‌ای جبران می‌شوند که اختلاف فاز بین مولفه‌ها را تقریباً در طیفی از طول موج‌ها ثابت کند.

علاوه بر قطبشگرها و صفحه‌های موج، دستگاه‌هایی وجود دارند که مانند دروازه‌های یک طرفه یا "دیودی" برای نور کار می‌کنند. چنین ایزو لاتورهای (جداسازهای) نوری معمولاً برای جلوگیری از برگشت پرتوهای بازتابی به زنجیره نوری و ورود مجدد به سیستم لیزر استفاده می‌شوند. جداکننده‌های فاراده رایج‌ترین نوع جداکننده نوری هستند. جداکننده‌های فاراده با چرخاندن قطبش نوری که در جهت اشتباه از جداکننده حرکت می‌کند، کار می‌کنند، به طوری که توسط یک مقسم پرتو در ورودی بالادست فارادی حذف می‌شود. نور ورودی مجدد می‌تواند لیزر را پُر نویز کند، بنابراین جداکننده‌های نوری اغلب بلا فاصله بعد از لیزر قرار می‌گیرند. جداسازهای نوری همچنین می‌توانند از تداخل ناخواسته به دلیل انعکاس جزئی در سطوح نوری، که گاهی اوقات تداخل پارازیتیک (انگلی) نامیده می‌شود، جلوگیری کنند (به بخش ۹.۳.۱ مراجعه کنید).

<sup>۱۶</sup>Waveplate

<sup>۱۷</sup>Birefringence

## ۵.۲.۲ مدولاتورهای آکوستو-اپتیک و الکترواپتیک



شکل ۸.۲: یک مدولاتور فاز انحراف فاز متناسب با ولتاژ اعمال شده از طریق کابل متصل است. نور از سوراخ کوچک سمت راست پایین محفظه برنجی وارد می‌شود، از کریستال الکترواپتیک عبور می‌کند و از سوراخ مشابهی در سمت دور خارج می‌شود.

مدولاتورهای نوری برای مدوله کردن دامنه، فاز یا فرکانس یک پرتو استفاده می‌شوند. مدولاتورهای الکترواپتیکی (EOM)‌ها بر این واقعیت بنا شده‌اند که برخی از مواد، مانند لیتیومنیوبات، دارای دو شکستی (انکسار مضاعف) هستند که می‌توان آن را با اعمال میدان الکتریکی تغییر داد. شکل ۸.۲ یک EOM معمولی را نشان می‌دهد. EOM‌ها می‌توان برای ارسال سیگنال به یک پرتو نور توسط مدولاسیون فاز یا مدولاسیون دامنه استفاده کرد. مدولاتورهای آکوستو-اپتیکی (AOM)‌ها مبتنی بر راهاندازی نوعی "توری (گریتینگ)" در یک ماده با استفاده از یک موج ایستاده صوتی هستند. فرکانس موج

ایستاده سپس به فرکانس عبور نور از توری اضافه می‌شود. AOM‌ها می‌توانند برای جابجایی اندکی فرکانس یک پرتو استفاده شوند. هر دو EOM و AOM می‌توانند برای کاهش نویز استفاده شوند. به عنوان مثال، نویز دامنه روی یک پرتو را می‌توان با خنثی کردن نوسان‌های با مدولاتور دامنه کاهش داد. همین امر در مورد کاهش نویز فرکانس و فاز نیز صدق می‌کند. به شرطی که یک مرجع کم نویز برای اندازه‌گیری نوسان‌های که باید حذف شوند، وجود داشته باشد، می‌توان از اجزای الکترواپتیکی برای تولید پرتوهای لیزر بسیار کم نویز در کاربردهایی از اپتیک اتمی و مولکولی تا آشکارسازی امواج گرانشی استفاده کرد.

## ۶.۲.۲ دوربین‌ها و فتودیتکتورها

آخرین مرحله در بیشتر زنجیره‌های نوری شامل نوعی آشکارساز نور است. این می‌تواند چشم باشد، اما امروزه عموماً یک فتودیود یا دیگر آشکارسازهای نوری تک عنصری یا حسگر تصویر در یک دوربین دیجیتال است.



شکل ۹.۲: یک دوربین CMOS تک رنگ با سنسور تصویر در معرض دید.

دوربین‌های موجود در زنجیره‌های اپتیک اغلب بدون اتصال به عدسی‌های استفاده می‌شوند تا دستگاه تصویربردار (CCD) که مخفف افزاره تزویج بار<sup>۱۸</sup> یا حسگر تصویر

<sup>۱۸</sup>Charge Couple Device (CCD)

نیمه‌هادی اکسید فلزی مکمل<sup>۱۹</sup> (CMOS) (سیموس) در معرض دید قرار گیرد. CMOS‌ها با فناوری CCD بالغ‌تر پیش می‌رود و دوربین‌های CMOS نسبت به دوربین‌های CCD ارزان‌تر هستند. هنگامی که یک تصویر خوب کالیبره شده و کم نور جزو حیاتی یک آزمایش باشد، مانند مشاهدات نجومی، معمولاً دوربین‌های CCD ترجیح داده می‌شوند. اینکه از دوربینی مبتنی بر فناوری CCD یا فناوری CMOS استفاده می‌کنیم، برای کاربرهایی که در نظر می‌گیریم مهم نیست. با این حال، کیفیت کلی دوربین مهم خواهد بود. متأسفانه، دوربین‌های ارزان قیمت نوع «وب کم» برای ثبت دقیق مشخصات درخشندگی پرتو یا ثبت الگوی تداخل نسبت به تغییر سرعت کافی نیستند. هر دوربینی که استفاده می‌شود باید به کاربر این امکان را بدهد که تنظیمات مربوط به گرفتن تصویر (نور قرار گرفتن، تقویت، نرخ فریم و غیره) را معمولاً از طریق رایانه‌ای که مستقیماً به دوربین متصل است، اما احتمالاً روی خود دوربین، تغییر دهد. دوربین‌های CCD یا CMOS مبتنی بر سیلیکون فیلتر نشده در سراسر محدوده مرئی و تا حدود ۱۰۰۰ نانومتر در فرو سرخ حساس خواهند بود. مدل‌های تقویت‌شده مادون قرمز نزدیک با حساسیت فروسرخ بهتر تا حدود ۱۱۰۰ نانومتر در دسترس هستند. دوربین‌های مبتنی بر سایر فناوری‌های حسگر برای طول موج‌های طولانی‌تر در دسترس هستند، اما معمولاً بسیار گران‌تر از دوربین‌های مبتنی بر سیلیکون هستند. برای کارهای علمی، دوربین تک رنگ به‌طور کلی ترجیح داده می‌شود و حساسیت نسبت به طول موج مورد نظر را می‌توان با استفاده از یک فیلتر خارجی انتخاب کرد. شکل (۹.۲) یک دوربین معمولی مورد استفاده در آزمایشگاه اپتیک را نشان می‌دهد. حسگر تصویر مستطیلی و ردگیری فلزی از آن که در همه طرف تابش می‌کند، به‌وضوح قابل مشاهده است.

سه نوع از آشکارسازهای نوری تک عنصری رایج‌ترین هستند: آشکارسازهای حرارتی، مقاومت‌های نوری، و فوتودیودها (شکل ۱۰.۲). آشکارسازهای حرارتی یک فیلم جذب نوری در جلو دارند که در اثر تشعشعات ورودی گرم می‌شود. تغییر دمای حاصل برای تخمین توان ورودی برسی می‌شود. بسته به نحوه اندازه‌گیری دما، چند نوع مختلف وجود دارد. آشکارساز ترموموپایل<sup>۲۰</sup> یک آشکارساز حرارتی است که از آرایش خاصی از ترموکوپل‌ها برای اندازه‌گیری تغییر دما استفاده می‌کند. یک بلومتر به‌جای ترموکوپل برای اندازه‌گیری تغییر دما از ترمیستورها<sup>۲۱</sup> استفاده می‌کند. پاسخ این آشکارسازها بسیار کُند است (دهم ثانیه) اما حساسیت آنها بسیار پهن باند است. آشکارسازهای حرارتی اساساً هیچ وابستگی ذاتی به طول موج دیگری به جز مشخصه‌های انتقال طیفی مواد پنجره در محفظه ندارند.

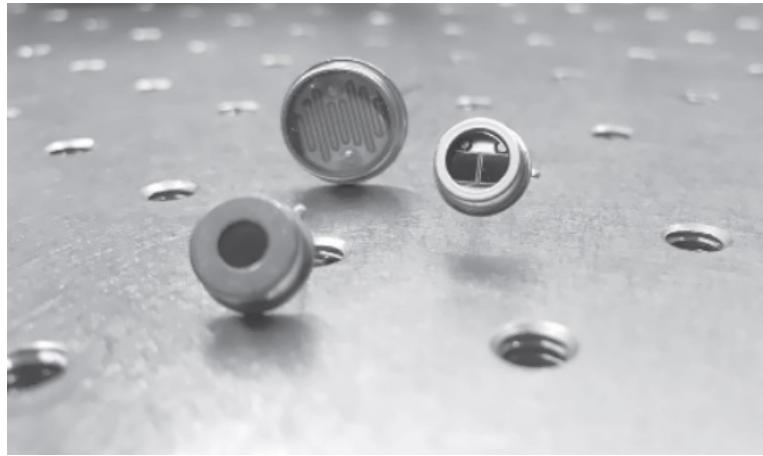
مقاومت نوری<sup>۲۲</sup> یک مقاومت الکتریکی است که با افزایش نور تابشی مقاومت آن کاهش می‌یابد. پاسخ بسیار کُند است (میلی ثانیه) بنابراین برای استفاده به عنوان حسگرهای فرکانس بالا مناسب نیستند. مزیت مقاومت نوری در درجه اول سادگی ادغام و یکپارچه سازی آنها در یک مدار است زیرا آنها به سادگی می‌توانند یک مقاومت معمولی را جایگزین

<sup>۱۹</sup>Complementary Metal-Oxide Semiconductor (CMOS)

<sup>۲۰</sup>Thermopile Detector

<sup>۲۱</sup>Thermistors

<sup>۲۲</sup>Photoresistor

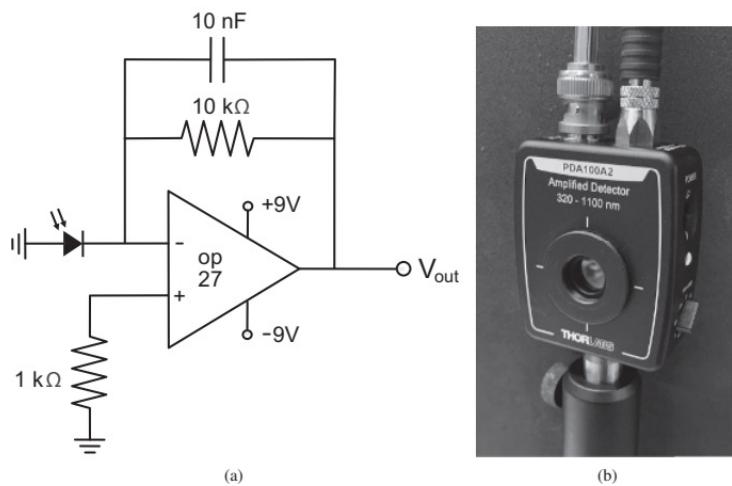


شکل ۱۰.۲: از چپ به راست: یک آشکارساز حرارتی (در پیش زمینه)، یک مقاومت نوری و دو فتودیود کنار هم در یک قوطی. آرایش فتودیود دوگانه که در اینجا نشان داده شده است (که اغلب به آن ”فتودیود تقسیم شده“ گفته می‌شود) می‌تواند برای اندازه‌گیری حرکات کوچک پرتو لیزر استفاده شود. تفاوت بین جریان‌های نوری از دو طرف بر مجموع جریان‌های نوری تقسیم می‌شود. این سیگنالی را ایجاد می‌کند که نسبت به نوسان‌های برق در لیزر حساس نیست.

کنند. آنها نیز بسیار ارزان هستند.

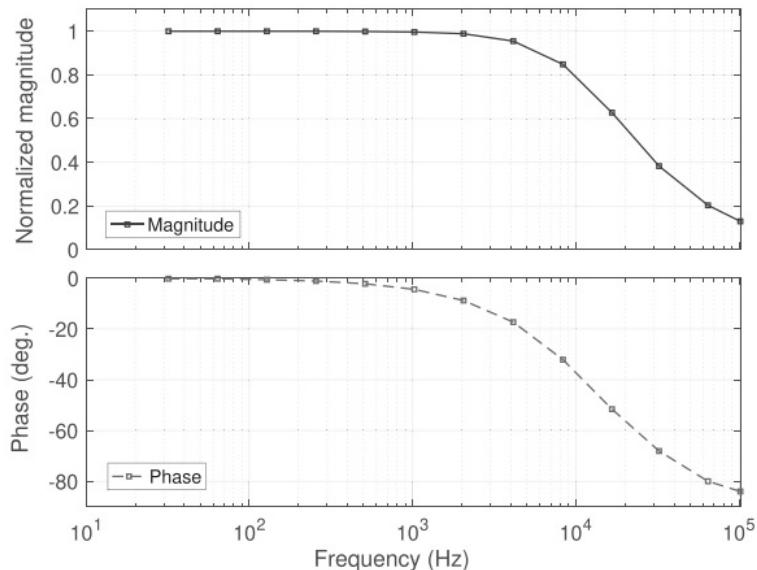
برای ترکیب عملکرد نور کم، محدوده دینامیکی بزرگ، خطی بودن و تطبیق پذیری، فتودیود بی‌نظیر است. فتودیودها می‌توانند با ولتاژ بایاس شوند تا به نور کم بسیار حساس شوند. آنها را می‌توان از نظر فیزیکی کوچک ساخت تا ظرفیت آنها کاهش یابد و به آنها امکان استفاده در فرکانس‌های رادیویی داده شود. آنها دارای محدوده دینامیکی عظیمی هستند که به آنها اجازه می‌دهد بدون اشباع در محدوده بسیار زیادی از توان تابشی استفاده شوند: یک فتودیود تکی می‌تواند برای قدرت‌های نوری بیش از هفت مرتبه بزرگی استفاده شود. فتودیودهای معمولی دارای حداقل جریان نور قابل آشکارسازی هستند که تنها با میلیون‌ها فوتون در ثانیه مطابقت دارد (با فرض زمان انتگرال‌گیری ۱ ثانیه). این حد توسط جریان تاریک (”جریان عکس“ ثبت شده زمانی که نوری به آشکارساز تابیده نمی‌شود) تنظیم می‌شود که معمولاً در محدوده پیکو آمپر بسیار کم است. فتودیودهای تخصصی که به عنوان فتودیودهای بهمنی<sup>۲۳</sup> شناخته می‌شوند، می‌توانند جریان‌های نوری متشکل از تنها چند فوتون و در برخی موارد حتی فقط یک فوتون را تشخیص دهند. عیوب اصلی استفاده از فتودیودها این است که باید بهورودی امپدانس بسیار کم کوپل شوند. به عبارت دیگر، دستگاهی که جریان نوری را دریافت می‌کند باید امپدانس کمی نسبت به دیود نوری داشته باشد. یک اشتباہ معمولی این است که فتودیود را مستقیماً به یک ولت متر یا اسیلوسکوپ وصل کنید، که هر دو امپدانس بالایی به فتودیود نشان می‌دهند. این دستگاهها وجود جریان نوری را ثبت می‌کنند اما سیگنال متناسب با قدرت نور نخواهد بود. این کار را نکنید! در عوض، یک تقویت کننده فتودیود تهیه یا بسازید. آن می‌تواند

<sup>۲۳</sup>Avalanche Photodiode



شکل ۱۱.۲: (الف) مدار تقویت کننده فوتودیود با ساخت آسان. توان  $\pm 9VDC$  به آپ‌امپ را می‌توان توسط دو باتری ۹ ولتی که به صورت سری قرار داده شده‌اند تأمین کرد. زمین از اتصال بین باتری‌ها گرفته شده است. خازن کوچک برای جلوگیری از نوسان وجود دارد. مقادیر بالاتر کار بهتری در حذف نوسان‌ها، اما به قیمت پاسخ ضعیف فرکانس بالا، انجام می‌دهند. مقاومت بازخورد (فیدبک) ۱۰ کیلو اهم را می‌توان با هزینه نویز کمی بیشتر متغیر کرد. برای بهترین عملکرد کم نویز، مدار را در یک جعبه فلزی محصور می‌کنند و از کانکتورهای BNC برای ورود و خروج سیگنال‌ها استفاده می‌شود. (ب) فوتودیود تجاری و ترکیب تقویت کننده. واحدهای تجاری جایگزین مناسبی هستند و ممکن است مدارهای پیچیده‌تری را با مشخصه‌هایی مانند بهره قابل انتخاب، مسیرهای تقویت مختلف برای مولفه‌های AC و DC سیگنال، فیلتر کردن و غیره دربرگیرند.

مدار ساده مصور در شکل (۱۱.۲)-الف باشد. برای همه آشکارسازهای نوری، دانستن پاسخ فرکانسی مهم است. در حالت ایده‌آل، شما می‌خواهید یک پاسخ فرکانس صاف روی باند سیگنالی که انتظار دارید اندازه‌گیری کنید، داشته باشید. فوتودیودها بیشترین پهنهای باند را در بین فوتودیودها دارند، اما محدودیت پهنهای باند آنها تا حد زیادی به ظرفیت خود دیود نوری بستگی دارد. (گاهی اوقات به تقویت کننده‌های فوتودیود عمدتاً ظرفیت اضافه می‌شود تا از نوسان خروجی تحت همه شرایط قابل تصور جلوگیری شود که پهنهای باند را بیشتر کاهش می‌دهد.) از آنجایی که ظرفیت خازنی ذاتی با اندازه ناحیه فعال فوتودیود مقیاس می‌شود، فوتودیودهای بزرگتر دارای پهنهای باند ذاتی کم و در عین حال بسیار کوچک هستند. فوتودیودها می‌توانند پهنهای باند بالایی داشته باشند. برخی از ترکیبات فوتودیود/تقویت کننده پاسخ‌هایی دارند که تا فرکانس‌های گیگاهرتز گسترش می‌یابد. شکل (۱۲.۲) نمونه‌ای از پهنهای باند یک فوتودیود بزرگ را با استفاده از مدار تقویت کننده فوتودیود را نشان می‌دهد. در این مورد، تقویت کننده عمدتاً برای اندازه‌گیری‌های فرکانس پایین در نظر گرفته شده است و ظرفیت خازن بازخورد بسیار بالا انتخاب شده است تا پایداری خوبی داشته باشد. پاسخ حاصل به کمتر از ۲۵ کیلوهرتز محدود می‌شود.



شکل ۱۲.۲: پاسخ تقویت‌کننده فوتودیود با مساحت بزرگ (تقریباً ۱ سانتی‌متر مربع) و ثابت شده. پاسخ دامنه به‌سمت صفر می‌کند زیرا فرکانس به‌سمت بینهایت می‌رود. تغییر فاز به ۹۰° تمایل دارد.

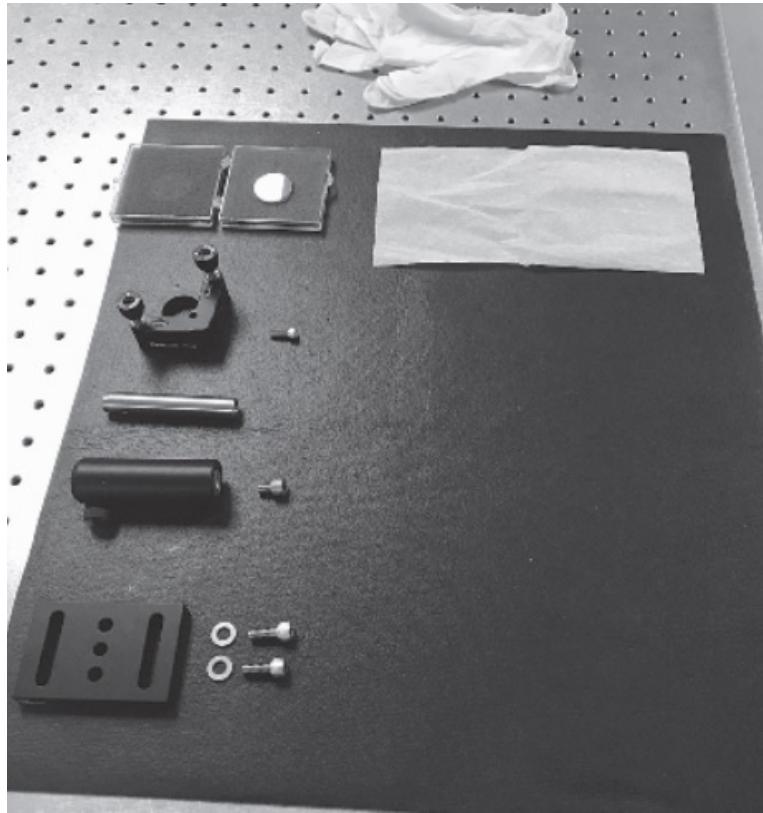
## ۷.۲.۲ اپتومکانیک‌ها

در زمینه آزمایشگاه اپتیک، کلمه "اپتومکانیک" به‌سخت افزاری اطلاق می‌شود که برای ضمیمه کردن اپتیک به‌موقعیت نسبی صحیح آنها و ارائه هرگونه حرکت مکانیکی که ممکن است در طول یک آزمایش مورد نیاز باشد، استفاده می‌شود. اپتومکانیک تا حد زیادی استاندارد شده است به‌طوری که قطعات از یک سازنده معمولاً می‌توانند به‌جای قطعات سازنده دیگر استفاده شوند. طیف وسیعی از قطعات اپتومکانیکی موجود بسیار زیاد است، اما مجموعه‌ای اصلی از قطعات وجود دارد که تقریباً همه از آن استفاده می‌کنند: بردبردها (تخته کار)<sup>۲۴</sup> / میزهای نوری با الگوی شبکه استاندارد سوراخ‌های رزوهدار، پایه‌هایی برای بالا بردن اپتیک تا ارتفاع پرتو، و پایه‌های اپتیکی برای قرار دادن بالای آن پست‌ها. شکل (۱۳.۲) یک مجموعه پست منفرد را نشان می‌دهد. اجزاء بر روی یک سطح کار نرم قرار گرفته‌اند به‌طوری که اگر اپتیک در حین مونتاژ افتاد، شکسته یا خرد نشود. همیشه از دستکش برای کنترل اپتیک استفاده می‌شود. معمولاً هنگام کار با اجزای اپتومکانیکی نیز از دستکش، به‌خصوص اگر اپتیک به‌سیستم خلاء یا محیط تمیز دیگری می‌رود، استفاده می‌شود. برای مونتاژ مجموعه نشان داده شده، با پیچ کردن پایه روی پایه نگهدارنده با استفاده از پیچ کوتاه نشان داده شده شروع کنید. از طول صحیح آن اطمینان حاصل کنید تا شیارپیچ‌ها از داخل بیرون نزنند و دامنه حرکت پایه را کاهش دهد. پس از مونتاژ

<sup>۲۴</sup>Breadboard

پایه، باید با استفاده از جفت واشر و پیچ نشان داده شده، در موقعیت تقریبی صحیح روی میز نوری قرار گیرد. اگر با لیزر کار می‌کنید، باید آن را خاموش کنید یا روزنه لیزر را ببندید. معمولاً، موقعیت اپتیک به جای اینکه در امتداد مسیر پرتو باشد، باید به صورت عرضی با پرتو تنظیم شود. بنابراین جهت پایه باید به گونه‌ای باشد که **شیارها عمود** بر مسیر پرتو قرار گیرند. توجه داشته باشید که برای محافظت از پایه و اجازه دادن به حرکت نرم شیار، واشرها باید به صورت گرد به سمت پایین قرار گیرند. گام بعدی این است که ستون را به پایه اپتیک وصل کنید، دوباره با استفاده از پیچ با طول صحیح که نباید اجازه داد تا در سوراخ کور در بالای پایه به پایین بیاید. مطمئن شوید که این پیچ سفت است (اما نه به شدت) در غیر این صورت وقتی جهت پست را در طول تراز کردن زنجیره اپتیک تنظیم می‌کنید، پایه اپتیک شل می‌شود. اکنون پست اپتیک را در پایه نگهدارنده قرار دهید و بررسی کنید که اپتیک در ارتفاع و موقعیت صحیح قرار داشته باشد. اگر چنین است، آن را به محل کار برگردانید و اپتیک واقعی را در پایه نصب کنید. سپس بلافارسله آن را در زنجیره اپتیک قرار دهید. آن را تا جایی که می‌توانید با لیزر خاموش تراز کنید. سپس لیزر را روش کرده و تراز را تمام کنید. در نهایت، لیزر را خاموش کنید و به اپتیک بعدی در زنجیره بروید.

از آنجایی که اپتومکانیک بسیار متنوع است، سعی نمی‌کنم همه آنها را در اینجا شرح دهم. مرور کاتالوگ‌های محل و فروشنده‌گان نوری به شما ایده‌ای از طیف اپتیک و اپتومکانیک موجود را می‌دهد. کافی است بگوییم که به عنوان یک اصل کلی، از ساده‌ترین جزء که کار می‌کند استفاده کنید. این به ویژه در مورد کنترل حرکت صادق است. اگر کنترل دستی کار می‌کند، زمان را برای نصب و رفع اشکال یک کنترلر کامپیوتراً تلف نکنید. همچنین به صورت تکراری طراحی کنید. ساده‌ترین نوع ممکن از زنجیره اپتیک خود را بسازید و از آنچه یاد می‌گیرید برای بهبود آن استفاده کنید.



شکل ۱۳.۲: منطقه کاری که یک جزء نوری واحد و اپتومکانیک مرتبط را نشان می‌دهد. از پایین به بالا: صفحه پایه، پایه نگهدارنده، پایه، پایه اپتیک، اپتیک. تشک فوم لاستیکی مشکی برای جلوگیری از آسیب دیدن اجزای ریزش شده و گرفتن پیچ و مهره‌های افتاده که در غیر این صورت ممکن است در سوراخ‌های میز نوری غلت بخورند وجود دارد (در پس زمینه مشاهده می‌شود). هنگامی که آینه در پایه نوری سینماتیکی نصب می‌شود، دستمال کاغذی بدون پرز در زیر محل کار قرار می‌گیرد. با این ترتیب، اگر رها شود، نیازی به تمیز کردن نخواهد داشت.

## ۳.۲ خطای اندازه‌گیری

برای اینکه هر مقدار بیان شده مفید باشد، در هر زمینه‌ای، باید با نوعی نشانه‌ای از دقت آن همراه باشد. حتی در مکالمه‌های معمولی، معمول است که دقت تقریبی یک عدد توسط متن، با لحن بیان شود. صدا یا بهو سیله دیگری برای اهداف علمی، بهتر است به صراحت بگوییم که خطای تخمینی مربوط به یک عبارت کمی چیست. بیان صریح خطاهای اندازه‌گیری نیز ما را مجبور می‌کند که به صراحت در مورد آنها فکر کنیم، که منجر به علم بهتری در کل می‌شود. بنابراین، حکم "همیشه نمایشگر نوار خطای نشان بده" که برای بسیاری از مبتدیان که از رویکردی کمتر رسمی استفاده می‌کنند، آزاردهنده است، دلیل بسیار خوبی دارد. فقط آن را به سمت افراط‌های غیر منطقی نگیرید. لازم

نیست ثبت هر منبع احتمالی خطای که بر اندازه‌گیری تأثیر می‌گذارد وجود ندارد ثبت کنید، اما مهم است که **منابع اصلی خطای** را شناسایی و از نظر کمی معلوم کنید. دو نوع خطای اندازه‌گیری وجود دارد: خطاهای تصادفی که عدم قطعیت نیز نامیده می‌شود و خطاهای سیستماتیک. خطاهای تصادفی به دلیل هر عامل کنترل نشده‌ای است که باعث می‌شود یک مقدار اندازه‌گیری شده به طور تصادفی بین اندازه‌گیری‌های مشابه تغییر کند. هیستوگرام مقادیر اندازه‌گیری شده از تعداد زیادی اندازه‌گیری یکسان معمولاً گوسی خواهد بود. انحراف معیار گوس به معنای عدم قطعیت است. بنابراین، هنگامی که عدم قطعیت را در یک اندازه‌گیری تخمین می‌زنیم، انحراف استاندارد هیستوگرام را که از تعداد زیادی اندازه‌گیری حاصل می‌شود، حدس می‌زنیم.

خطاهای تصادفی در سطوح مختلفی معرفی می‌شوند. در اندازه‌گیری‌هایی که با دست انجام می‌شوند، جایی که مقیاس آنالوگ توسط انسان خوانده می‌شود، یکی از منابع خطای تصادفی صرفاً فرآیند خواندن مقیاس است. وقتی انسان‌ها تا جایی که می‌توانند یک مقیاس را با دقت می‌خوانند، عدم قطعیت خواندن مقیاس اغلب تقریباً یک پنجم کوچکترین درجه بندی مقیاس است. نویز الکترونیکی باند پهن منبع خطای تصادفی در اکثر دستگاه‌های اندازه‌گیری الکترونیکی است. به عنوان مثال زمان دقیقی که در آن یک فوتو گیت با نزدیک شدن سطح نور به سطح راه‌اندازی (تریگر)<sup>۲۵</sup> از پیش تعیین شده شروع می‌شود، ممکن است با نوسان‌های تصادفی سطح نور تعیین شود که باعث می‌شود گیت خیلی زود یا دیر راه‌اندازی شود. حتی اجزای غیرفعال مانند مقاومت‌ها نویز مرتبط با حرکت حرارتی اتم‌ها و مولکول‌های سازنده‌شان دارند که به نویز جانسون معروف است. نویز جانسون شکلی از یک کلاس کلی تراز نویز است که به عنوان حرارتی شناخته می‌شود نویز، که همه چیز را تحت تأثیر قرار می‌دهد، از استریوی پیشرفته گرفته تا تلسکوپ‌های رادیویی و آشکارسازهای امواج گرانشی. این باعث نوسان‌های تصادفی در خروجی این ابزار می‌شود که به دلیل سیگنال در حال اندازه‌گیری نیست (تراک موسیقی)، تپ اختر (پولسار)<sup>۲۶</sup>، سیاهچاله‌های باینری و غیره) چنین نوسان‌های در دسته خطای تصادفی قرار می‌گیرند. از آنجایی که خطاهای تصادفی منجر به هیستوگرام‌هایی می‌شود که نسبت به "مقدار واقعی" متقاضن هستند، آنها با نماد  $a \pm \Delta a$  گزارش می‌شوند. فرض بر این است که  $\Delta a$  گزارش شده به این روش، تنها بخش تصادفی هر خط را نشان می‌دهد، مگر اینکه خلاف آن بیان شود، و حاوی خطای سیستماتیک نیست.

خطای سیستماتیک به دلیل اثر غیر تصادفی روی اندازه‌گیری است. یک خطای سیستماتیک معمولی یک خطای افست (خطای انحراف)<sup>۲۷</sup> است. به عنوان مثال، اگر یک برش کوچک انتهای صفر یک خط کش را قطع کرده باشد، اندازه‌گیری‌های اشتباہی طول را نشان می‌دهد. یکی دیگر از خطاهای سیستماتیک معمولی، خطای کالیبراسیون مقیاس است. به عنوان مثال، اگر یک خط کش چوبی به دلیل جذب رطوبت منبسط شده باشد، به اندازه‌گیری‌هایی منجر می‌شود که به اشتباہ نسبت به مقدار اندازه‌گیری شده کم است. همانطور که در مثال خط کش، خطاهای آفست و خطاهای کالیبراسیون می‌توانند

<sup>۲۵</sup>Trigger Level

<sup>۲۶</sup>Pulsar

<sup>۲۷</sup>Offset Error

ترکیب شوند تا برخی از قسمت‌های اندازه‌گیری را به‌اشتباه زیاد و سایر قسمت‌ها را به‌اشتباه پایین بیاورند. خطای سیستماتیک همیشه ثابت نیست. لیزرسی با نوسان‌های توان خروجی آهسته اما دوره‌ای ممکن است منجر به خطاهای اندازه‌گیری بیش بینی نشده‌ای شود که ماهیت سیستماتیک دارند و به‌راحتی قابل تشخیص نیستند.

به‌طور کلی، سعی می‌کنیم هر دو نوع خطای سیستماتیک در مراحل طراحی و طراحی-تکرار آزمایش کاهش دهیم. اگر یک خطای سیستماتیک در طول عملیات آزمایش شناسایی شود، معمولاً انتظار می‌رود که یا آن را برطرف کنیم یا به‌نحوی آن را اصلاح کنیم. (به عنوان مثال، با کالیبراسیون مجدد). اگر خطاهای سیستماتیک وجود دارند و به‌دلایلی قابل اصلاح یا اصلاح نیستند، باید در ارائه نتیجه نهایی به‌آنها توجه شود. یک یا دو جمله که دامنه خطای سیستماتیک را توضیح می‌دهد و اینکه چرا نمی‌توان آن را حذف کرد در آن مورد مناسب است.

### ۱.۳.۲ انتشار عدم قطعیت‌ها

وقتی کمیت اندازه‌گیری شده  $a, b, \dots$  باید در یک محاسبات برای بدست آوردن کمیت حاصله  $f(a, b, \dots)$  استفاده شود در این صورت عدم قطعیت در کمیت‌های اندازه‌گیری شده منجر به عدم قطعیت همزمان در کمیت حاصل شده می‌شود. اگر مقادیر اندازه‌گیری شده بقرار زیر باشد:

$$a = a_0 \pm \Delta a, \quad (2.2)$$

$$b = b_0 \pm \Delta b \quad (3.2)$$

⋮

در این صورت  $\Delta f$  از  $\Delta a, \Delta b, \dots$  بقرار زیر بدست می‌آید:

$$\boxed{\Delta f^* = \left( \frac{\partial f}{\partial a} \Big|_{a_0, b_0} \Delta a \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial b} \Big|_{a_0, b_0} \Delta b \right)^2 \dots} \quad (4.2)$$

مشتقات جزئی با مقادیر اندازه‌گیری شده پارامترهای  $a_0, b_0, \dots$  معادله (۴.۲)، فقط به مرتبه اول صحیح است، ارزیابی می‌شوند. به عبارت دیگر، فقط برای  $\Delta a, \Delta b$  کوچک مفید است. آن را برای متغیرهای اندازه‌گیری ثابت خواهیم کرد. تعمیم برای متغیرهای بیشتر ساده است.

بیایید  $N$  اندازه‌گیری  $a_i$  از  $a$  و  $N$  اندازه‌گیری  $b_i$  از  $b$  در نظر گیریم. اینها برای پیدا کردن مجموعه‌ای از  $N$  مقادیر  $f_i$  برای  $f$  استفاده می‌شوند. اگر  $a_i$  و  $b_i$  به ترتیب با مقادیر  $\Delta a_i$  و  $\Delta b_i$  با مقادیر واقعی خود متفاوت باشند، آنگاه  $f_i$  یا مقدار واقعی خود  $\Delta f_i$  متفاوت خواهد بود. برای مرتبه اول داریم

$$\Delta f_i = \frac{\partial f}{\partial a} \Big|_{\bar{a}, \bar{b}} \Delta a_i + \frac{\partial f}{\partial b} \Big|_{\bar{a}, \bar{b}} \Delta b_i \quad (5.2)$$

مشتقات جزئی در مقادیر میانگین  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  در  $N$  اندازه‌گیری  $a$  و  $b$  محاسبه شده است. برای جلوگیری از بهم ریختگی، فرض می‌کنیم که این مورد در زیر، حتی اگر به صراحت نشان

داده نشده باشد، است. انحراف میانگین مربع برابر است با:

$$\begin{aligned}\Delta f^2 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta f_i^2 \right] \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial a} \Delta a_i + \frac{\partial f}{\partial b} \Delta b_i \right)^2 \right] \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta a_i^2 \left( \frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 + 2 \Delta a_i \Delta b_i \left( \frac{\partial f}{\partial a} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial b} \right) + \Delta b_i^2 \left( \frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 \right]\end{aligned}\quad (6.2)$$

چون  $\Delta a_i$  و  $\Delta b_i$  مستقل هستند و هر کدام بطور تصادفی حول صفر توزیع شده‌اند، نسبت آخرین جمله به جمله‌های دیگر برای  $N$  بزرگ به صفر میل خواهد کرد. (جمله ضرب به همان اندازه که مثبت است، منفی است). همچنین،

$$\begin{aligned}\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta a_i^2 \left( \frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 &= \left( \frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta a_i^2 \\ &= \left( \frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 \Delta a^2\end{aligned}\quad (7.2)$$

که در آن  $\Delta a_i$  انحراف  $RMS^{28}$  ریشه میانگین مربع  $a$  است (برابر انحراف استاندارد برای  $N$  بزرگ). روابط یکسان برای  $b$  برقرار است. با جایگزین کردن در معادله (6.2) می‌دهد؛

$$\Delta f = \left[ \Delta a^2 \left( \frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 + \Delta b^2 \left( \frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.2)$$

همانطور که قبلاً ذکر شد، مشتقات جزئی به ترتیب با میانگین  $\bar{a}$  و  $\bar{b}$  محاسبه می‌شوند. بهترین تخمین میانگین در یک اندازه‌گیری تکی، مقادیر اندازه‌گیری شده  $a$  و  $b$  است. بنابراین، این جزئی‌ها باید در مقادیر اندازه‌گیری شده در مورد یک اندازه‌گیری محاسبه شوند. بنابراین، این معادله معادله (4.2) است.

### مثال ۱.۲ انتشار خطای درون یک ضرب انتشار عدد قطعیت در $a$ و $b$ وقتی

است با استفاده از رابطه (4.2) بدست می‌آید

$$\begin{aligned}\Delta f^2 &= (b \Delta a)^2 + (a \Delta b)^2 \\ &= a^2 b^2 \left( \frac{\Delta a^2}{a^2} + \frac{\Delta b^2}{b^2} \right)\end{aligned}$$

بنابراین، برای ضرب

$$(9.2) \quad \frac{\Delta f^2}{f^2} = \frac{\Delta a^2}{a^2} + \frac{\Delta b^2}{b^2}$$

رابطه‌های متداول انتشار زیر معادله (4.2) در جدول (1.2) نشان داده شده است. توجه داشته باشید که بیشتر اوقات فقط منابع غالب عدم قطعیت (اصطلاحات غالب در این رابطه‌ها) باید حفظ شوند.

Root Mean Square مخفف RMS<sup>28</sup> است. ریشه میانگین مربع مجموعه اعداد  $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$  و برابر است

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta a_i^2} \quad \text{با}$$

### جدول ۱.۲: روابط برای انتشار عدم قطعیت

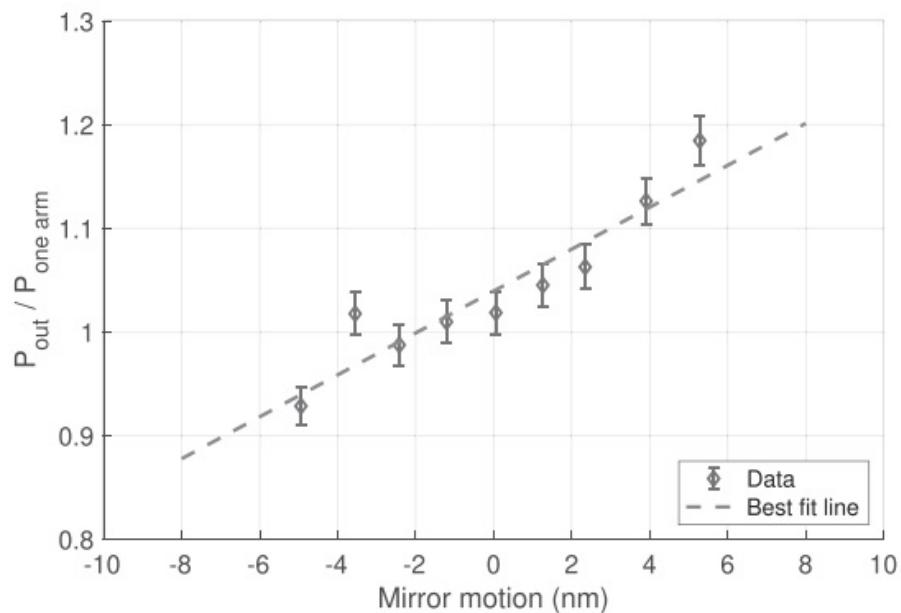
$f = a \pm b$	$\Rightarrow \Delta f^{\text{v}} = \Delta a^{\text{v}} + \Delta b^{\text{v}}$
$f \propto ab \text{ & } f \propto a/b$	$\Rightarrow \frac{\Delta f^{\text{v}}}{f^{\text{v}}} = \frac{\Delta a^{\text{v}}}{a^{\text{v}}} + \frac{\Delta b^{\text{v}}}{b^{\text{v}}}$
$f \propto a^n b^m$	$\Rightarrow \frac{\Delta f^{\text{v}}}{f^{\text{v}}} = n^{\text{v}} \frac{\Delta a^{\text{v}}}{a^{\text{v}}} + m^{\text{v}} \frac{\Delta b^{\text{v}}}{b^{\text{v}}}$

## ۲.۳.۲ آزمایش مدل‌ها در برابر داده‌ها

در فیزیک تجربی، سوال اساسی این است:

**آیا در ک ما با مشاهدات مطابقت دارد؟**

وقتی در ک ما به عنوان یک رابطه ریاضی بین کمیت‌های قابل مشاهده بیان می‌شود، می‌توانیم آن را به رو شی دقیق آزمایش کنیم. مقادیر فیزیکی در گیر را اندازه‌گیری و بررسی می‌کنیم که آیا روابط مورد انتظار مشهود است یا خیر.



شکل ۱۴.۲: داده‌های شبیه‌سازی شده برای توان خروجی نسبی از تداخل‌سنچ مایکلسون در مقابل موقعیت آینه. منحنی نقطه چین بهترین خط مستقیم است.

### یک مثال

آزمایشی را در نظر بگیرید و بررسی کنید که آیا میدان الکتریکی از اصل برهم نهی (جمع اثرها) خطی پیروی می‌کند یا خیر. برای این کار می‌توانیم از تداخل سنج مایکلsson با نور تک رنگ با طول موج  $\lambda$  استفاده کنیم. فرض کنید  $x$  فاصله‌ای است که توسط یک آینه انتهایی تداخل سنج حرکت می‌کند در حالی که  $y$  مناسب با توانی است که در خروجی تداخل سنج مشاهده می‌شود. ما  $y$  را به عنوان تابعی از  $x$  اندازه‌گیری می‌کنیم و نتایج را با پاسخ مورد انتظار<sup>۲۹</sup> با فرض  $x \gg \lambda$  مقایسه می‌کنیم.

$$(10.2) \quad y = \left( \frac{4\pi}{\lambda} \right) x + 1.$$

رابطه پیش‌بینی شده بر این فرض تکیه دارد که برهم نهی خطی میدان‌های الکتریکی دقیق است. اکنون داده‌های اندازه‌گیری شده خود را به یک خط مستقیم برازش می‌کنیم:  $y = a_1 + a_2 x$ . اگر یک خط مستقیم با داده‌ها سازگار نیست یا  $a_1$  و  $a_2$  با مقادیر مورد انتظار سازگار نیستند، باید چیزی در درک ما گم شده باشد.

شکل (۱۰.۲) مجموعه داده‌های شبیه‌سازی شده را برای چنین آزمایشی با بهترین خط گنجانده شده نشان می‌دهد. برای ارزیابی اینکه آیا داده‌ها با این خط مستقیم با بهترین برازش مطابقت دارند، باید بررسی کنیم که بهترین خط از نقاط داده چقدر فاصله دارد و چگونه با عدم قطعیت‌ها مقایسه می‌شود. انتظار می‌رود که داده‌ها در مورد برازش به دلیل عدم قطعیت‌های اندازه‌گیری پراکنده شوند، اما یک "آزمون مجدور کای"<sup>۳۰</sup> می‌تواند به‌ما بگوید که پراکنده‌گی بزرگتر یا کوچکتر از حد انتظار است. اگر تنوع داده‌ها در اطراف برازش خیلی زیاد است و مطمئن هستیم که دستگاه و خطاهای را درک می‌کنیم، باید در نظر بگیریم که تابع برازش ممکن است اشتباه باشد. اگر چنین است، عاملی که منجر به تابع برازش می‌شود نیز ممکن است نیاز به بررسی داشته باشد. و این در نهایت چیزی است که ما می‌خواهیم وقتی آزمایشی انجام می‌دهیم کشف کنیم: آیا مدلی که درک فیزیکی ما را نشان می‌دهد با داده‌ها مطابقت دارد یا نه. هرچه عدم قطعیت‌های اندازه‌گیری کمتر باشد، می‌توانیم آن آزمون را با دقت بیشتری انجام دهیم.

در اینجا باید تأکید کنم که معمولاً این فیزیک نیست که نادرست است. در عوض، ممکن است خطاهای سیستماتیکی وجود نداشته باشد که می‌تواند یک ناهماهنگی با مدل را توضیح دهد. با این حال، اگر آزمایش‌کنندگان مستقل دیگری نتیجه شما را باز تولید کنند و همچنین نتوانند دلیلی برای عدم تطابق شناسایی کنند، مورد قوی‌تر می‌شود. مراحل مورد نیاز برای انجام یک برازش، انجام تست مجدور کای و یافتن عدم قطعیت در پارامترهای برازش، در زیر توضیح داده شده است.

<sup>۲۹</sup> مثال ۱.۵ تحلیلی از پاسخ مایکلسون به حرکت آینه‌ای ارائه می‌دهد. تنها چیزی که در اینجا نیاز داریم پاسخ مورد انتظار بر اساس معادله (۹.۵) است. در این مثال، من  $y$  را به عنوان توان خروجی تقسیم بر توان در خروجی زمانی که پرتو یکی از بازوهای تداخل سنج مسدود شده است، انتخاب کردم. به‌این ترتیب می‌توان نسبت را مستقیماً روی آشکارساز نوری تک خروجی اندازه‌گیری کرد. توان خروجی هنگامی که یک بازوی منفرد مسدود می‌شود نصف توان ورودی تداخل سنج است، بنابراین  $y \equiv I_{det}/I_{onearm} = I_{det}/I_{in}$ . از نظر متغیرهای ما، پاسخ دو برابر پاسخ نشان داده شده در معادله (۹.۵) است.  $x$  جایگزین  $\epsilon$  و سینوس با آرگومان آن تقریب زده می‌شوند.

<sup>۳۰</sup> Chi-Square Test

### یافتن بهترین برازش

بیایید فرض کنیم  $N$  زوج داده  $x_i$  و  $y_i, (i = 1..N)$  را که احتمالاً با عدم قطعیت  $\Delta y_i$  در جدولی به صورت زیر مرتب شده‌اند، گرفته‌ایم.

x	y	$\Delta y$
$x_1$	$y_1$	$\Delta y_1$
$x_2$	$y_2$	$\Delta y_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$x_N$	$y_N$	$\Delta y_N$

سپس وظیفه ما این است که ارزیابی کنیم که آیا رابطه بین  $x_i$ ها و  $y_i$ ها واقعاً توسط تابع برازش  $f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$  به خوبی توصیف می‌شود. ایده این است که پارامترهای  $a_1, a_2, \dots, a_m$  را تغییر دهیم تا میانگین فاصله عمودی مربع بین نقاط داده و تابع برازش تا حد امکان کوچک شود. به همین دلیل، آن را «حداقل مربعات» مناسب می‌نامیم. با این حال، می‌خواهیم نقاط داده با عدم قطعیت کم در تعیین بهترین تناسب بیشتر از نقاط داده با عدم قطعیت زیاد حساب شوند. بنابراین، فاصله عمودی هر نقطه داده از منحنی برازش را بر عدم قطعیت  $\Delta y_i$  تقسیم می‌کنیم، بنابراین فاصله را به واحد عدم قطعیت بیان می‌کنیم.

$$d_i \equiv \frac{y_i - f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_m)}{\Delta y_i} \quad (11.2)$$

سپس بهترین برازش با کمینه کردن مجموع مجذور فواصل داده می‌شود

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N d_i^2 \quad (12.2)$$

این کمیت به عنوان مجذور کای،<sup>۳۱</sup>  $\chi^2$ ، شناخته می‌شود و "کای اسکوئر"<sup>۳۲</sup> تلفظ می‌شود. یک تابع مرتبط به عنوان "مجذور کای کاهش یافته" شناخته می‌شود و فقط مجذور کای تقسیم بر  $N - m$  است که در آن  $N$  تعداد نقاط داده و  $m$  تعداد پارامترهای برازش است.

$$\chi_{red}^2 = \frac{1}{N - m} \sum_{i=1}^N d_i^2 \quad (13.2)$$

مهم نیست که مجذور کای را به حداقل برسانید یا مجذور کای کاهش یافته، زیرا آنها فقط با یک ثابت متفاوت هستند. توجه داشته باشید که برای تعداد زیادی از نقاط داده، مجذور کای کاهش یافته فقط میانگین مجذور فاصله بین داده‌ها و برازش، بر حسب واحد عدم قطعیت است. اگر انحراف نقاط داده از برازش فقط به دلیل عدم قطعیت باشد، مجذور کای کاهش یافته باید بسیار نزدیک به یک باشد. بنابراین، برازش را با پرسیدن ارزیابی می‌کنیم.

$\chi_{red}^2 \approx 1 ?$  آیا

<sup>۳۱</sup>Kai-square

مخرج  $N - m$  در معادله (۱۳.۲) به ما اجازه می‌دهد تا برازش‌ها را بین توابع مدل با تعداد پارامترهای مختلف برازش مقایسه کنیم. ممکن است به خاطر داشته باشید که با توجه به هر  $N$  نقطه، ما همیشه می‌توانیم یک چند جمله‌ای مرتبه  $N$  پیدا کنیم که از تمام نقاط عبور کند. بنابراین، یک چند جمله‌ای مرتبه  $N$  همیشه «برازش کامل» را برای مجموعه‌ای از نقاط  $N$  فراهم می‌کند. اما چنین تناسبی نشان دهنده فیزیک اساسی نیست و نباید از نقاط  $N$  خوب<sup>۳۲</sup> در نظر گرفته شود. از این گذشته، این فقط به دنبال نویز تصادفی است. یک برازش چند جمله‌ای مرتبه  $N$  ام دارای ضرایب  $m = N - m = \infty$  است. بنابراین، با توجه به معیار کای اسکوئر فوق الذکر، در واقع تناسب وحشتناکی است. در صورت مساوی بودن سایر موارد، وجود  $N - m$  در مخرج ما را قادر می‌کند که توابع متناسب با پارامترهای کمتر را ترجیح دهیم - اجرای نسبتاً خوبی از تیغ اوکام است!<sup>۳۳</sup>

### بحث

مجذور کای کاهش یافته تنها تابعی از پارامترهای  $a_i$  است زیرا نقاط داده جمع شده‌اند. دوباره آنرا به صراحت می‌نویسیم

$$\chi_{red}^2(a_1, a_2, \dots, a_m) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^N \frac{[y_i - f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_m)]^2}{\Delta y_i^2} \quad (14.2)$$

فکر کردن به مجذور کای کاهش یافته به عنوان سطحی روی محور  $a_1, a_2, \dots, a_m$  راحت است. سپس برازش فرآیند یافتن مکان  $(a'_1, a'_2, \dots, a'_m)$  کمینه سطح است. (تجسم  $\chi_{red}^2$  به عنوان یک سطح واقعی روی یک صفحه فقط به معنای واقعی کلمه برای برازش‌های دو پارامتری کار می‌کند. در مورد برازش با بیش از دو پارامتر،  $\chi_{red}^2$  یک ابرسطح است).

برنامه‌های برازش کارآمد ایجاد شده‌اند که اساساً از سطح  $\chi_{red}^2$  در سراسریبی پیروی کرده تا به کمینه برسد. البته این خطر فقط یافتن کمینه محلی به جای کمینه جهانی را به دنبال دارد، بنابراین حدس‌های شروع خوب برای پارامترها باید به برنامه برازش ارائه شود. در حالت خاصی که تابع برازش  $f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$  در پارامترها خطی باشد، تنها یک کمینه از  $\chi_{red}^2$  وجود خواهد داشت و مکان آن را می‌توان به صورت تحلیلی محاسبه کرد. جزئیات هیچ یک از این روش‌ها را در اینجا شرح نمی‌دهم. در حالی که درک این که یک برنامه منحنی برازش انجام می‌دهد و چرا مهم است، نوشتمن برنامه هر کسی واقعاً ضروری نیست. برنامه‌های عالی برازش منحنی برای متلب، پیتون و سایر زبان‌ها در دسترس هستند. پیوست ب-۳ شامل کد نمونه در متلب برای به دست آوردن برازش، مشابه آنچه در شکل (۱۴.۲) نشان داده شده است.

بنابراین، آیا نیازی به ترسیم سطح  $\chi_{red}^2$  وجود دارد؟ به احتمال زیاد، متوجه خواهید شد که آن را خیلی زود رسم می‌کنید (با اگر ابرسطح باشد، برش‌های دو بعدی را از طریق کمینه ترسیم می‌کنید). رایج ترین دلیل ترسیم  $\chi_{red}^2$ ، محاسبه هر گونه وابستگی متقابل بین مقادیر بهترین برازش زوج پارامترها است. وابستگی متقابل دو پارامتر به صورت یک

<sup>۳۲</sup>تیغ اوکام، تیغ اوچام، تیغ اچام، که به عنوان اصل صرفه‌جویی یا قانون صرفه‌جویی نیز شناخته می‌شود، اصل حل مسئله است که «موجودات نباید فراتر از ضرورت تکثیر شوند»، گاهی اوقات بهاشتباه به عنوان «ساده‌ترین توضیح معمولاً بهترین است»

دره مورب در سطح  $\chi^2$  نشان داده می‌شود، که نشان می‌دهد برخی از ترکیب خطی پارامترها به‌طور ضعیفی توسط برازش محدود شده‌اند. همانطور که قبلًا بحث شد، وقتی برازش فیزیک اساسی را به‌خوبی منعکس می‌کند، تغییرات داده‌ها در اطراف برازش صرفاً به‌دلیل عدم قطعیت‌های اندازه‌گیری است و بنابراین  $1 \approx \chi_{red}^2$  است. گسترش نقاط داده در اطراف برازش تصادفی و انحراف استاندارد آن تغییرات برابر با عدم قطعیت است. به عبارت دیگر، حدود دو سوم (۶۸ درصد) از نوارهای خطای نوار خطا نگاه کرد و با تخمین اینکه آیا کمتر از دو سوم نوارهای خطای برازش برخورد می‌کنند یا خیر، قضایت سریعی درباره کاربرد مدل داشت.

### آزمایش مجدول کای

می‌دانیم که مقدار  $\chi_{red}^2$  بیشتر از یک نشان می‌دهد کهتابع برازش احتمالاً با داده‌ها ناسازگار است. با این حال، ترجیح می‌دهیم یک بیانیه کمی درباره احتمال مطابقت تابع برازش با داده‌های مبتنی بر مقدار واقعی  $\chi_{red}^2$  ارائه کنیم. با این فرض که خطاهای گوسی هستند، و با فرض اینکه تابع تناسب ما درست است، می‌توان یک تابع  $P_{\chi}(X, \nu)$  ساخت که احتمال بدست آوردن مقدار  $\chi_{red}^2$  بزرگ‌تر یا مساوی  $X$  را به ما می‌گوید. نوسانات خطای تصادفی به تنها یک  $P_{\chi}(X, \nu)$  هم مقدار  $X$  از مجدول کای کاهش یافته و هم تعداد درجات آزادی  $m = N - \nu$  را می‌گیرد. یافتن احتمال  $P_{\chi}(X, \nu)$  بر اساس  $\chi_{red}^2$  و  $\nu$  برای یک تناسب خاص با  $10^2$  نقطه داده به عنوان استفاده از آزمون کای دو شناخته می‌شود. برای مثال، اگر یک برازش دو پارامتری انجام دهیم و متوجه شویم که مقدار مجدول کای کاهش یافته  $1.243$  است، آنگاه  $P_{\chi}(1.243, 100) = 0.005$  است. نتیجه این آزمون مجدول کای این است که تنها ۵ درصد احتمال دارد که تابع برازش با داده‌ها مطابقت داشته باشد.

محاسبه  $P_{\chi}(X, \nu)$  در کتاب‌های آمار توصیف شده و مقادیر جدول بندی شده اند. به عنوان مثال، می‌توانید از جدول  $C/4$  در بوینگتون<sup>۳۳</sup> ( $2003$ ) استفاده کنید. (ماشین حساب‌های آنلاین (برخط) نیز وجود دارند، اما مطمئن شوید که یک مورد مناسب را پیدا کرده‌اید). برای استفاده از جدول تست مجدول کای، به تعداد درجات آزادی،  $m = N\nu$  و مقدار  $\chi_{red}^2$  نیاز دارید. سپس جدول  $P_{\chi}(X, \nu)$  را نشان می‌دهد.<sup>۳۴</sup>

تا کنون بیشتر روی مقادیر  $\chi_{red}^2$  بالای یک تمرکز کرده‌ایم، زیرا این مقادیر نشان می‌دهند که برازش بسیار دور از نقاط داده است. اگر  $\chi_{red}^2$  شما به‌طور قابل توجهی کمتر از یک باشد، به‌طور کلی نشان می‌دهد که شما خطاهای خود را بیش از حد برآورد کرده‌اید. برازش شما با توجه به عدم قطعیت‌هایی که اختصاص می‌دهید «خیلی خوب» است. این به‌رد کردن مدل شما کمک نمی‌کند، اما نشان می‌دهد که داده‌های شما به‌اندازه‌ای که فرض می‌شود با توجه به عدم قطعیت‌های تعیین شده تغییر نمی‌کند.

همانطور که از هر جدول تست مجدول کای می‌بینید، احتمال هر مقدار  $\chi_{red}^2$  خاص

<sup>۳۳</sup> Bevington

<sup>۳۴</sup> به عنوان مثال، با استفاده از جدول ج-۴ در بوینگتون ( $2003$ ): با تناسب خط مستقیم با  $10^2$  نقطه داده،  $\nu = Nm = 100$ ، با فرض اینکه ما یک  $\chi_{red}^2 \geq 1.243$  داشته باشیم، تابع تناسب ما فقط ۵ درصد شانس درست بودن دارد.

به شدت به تعداد نقاط داده‌ای که گرفته‌اید بستگی دارد. اگر نقاط داده زیادی دارید، مثلاً صدها یا هزاران،  $\chi_{red}$  باید بسیار نزدیک به ۱ باشد. حتی افزایش جزئی از یک نشان دهنده مشکل در برآش است. در این صورت، اگر سایر موارد برابر باشند، داده‌های بیشتر به شما یک آزمون مجدد کای دقيق‌تر از مدل شما می‌دهد. همچنین، از آنجایی که برای بدست آوردن  $\chi_{red}$  بر عدم قطعیت‌های اندازه‌گیری تقسیم می‌کنیم، عدم قطعیت‌های اندازه‌گیری کوچک‌تر بدان معنی است که انحراف کمتری ازتابع برآش مجذب است. همانطور که می‌توان انتظار داشت، عدم قطعیت‌های اندازه‌گیری کمتر و تعداد بیشتری از نقاط داده مستقل منجر به آزمایش دقیق‌تری از فیزیک زیربنائی می‌شود.

### یافتن عدم قطعیت در پارامترهای برآش

از آنجایی که داده‌های زیربنایی  $(x_i, y_i)$  دارای عدم قطعیت هستند، بهترین مقادیر  $(a'_1, a'_2, \dots, a'_m)$  پارامترها دارای عدم قطعیت‌های متناظر خواهند بود  $(\Delta a'_1, \Delta a'_2, \dots, \Delta a'_m)$ . برای تخمین عدم قطعیت در پارامترهای برآش، به مجدد کای معادله (۱۲.۲) نیاز داریم، به جای مجدد کای کاهش یافته. نمودار  $\chi^2$  در مقابل هر یک از پارامترهای  $a_i$  در حالی که بقیه را در مقادیر بهترین برآش خود ثابت می‌کند، همیشه باید کمینه را در بهترین نقطه برآش  $a'_i$  نشان دهد. این حداقل سطح کلی مجدد کای و مقدار است. کمینه مقدار  $\chi^2_{min} = \chi^2(a'_1, a'_2, \dots, a'_m)$  در این نقطه است. عدم قطعیت در  $a_i$  مقداری است که باید  $a_i$  را از بهترین مقدار برآش آن تغییر دهید تا  $\chi^2$  به یک افزایش باید. شکل (۱۵.۲) نمونه‌ای از این را نشان می‌دهد. عکس بالایی سطح مربع کای مربوط به یک برآش مستقیم دو پارامتری مشابه با برآش شکل (۱۴.۲) را نشان می‌دهد. کانتور سفید بريده در عکس بالایی مکان‌های  $(a_1, a_2)$  را نشان می‌دهد که در آن  $\chi^2_{min} + 1$  است. به عبارت دیگر، کانتور فاصله از کمینه را نشان می‌دهد که در آن مجدد کای به اندازه واحد افزایش یافته است. فاصله افقی از کمینه تا کانتور، عدم قطعیت  $\Delta a'_i$  در بهترین مقدار برآش  $a'_i$  است. به طور مشابه،  $\Delta a'_i$  فاصله عمودی از کمینه تا کانتور است. عکس پایینی برش را در امتداد خط افقی و چین‌دار نشان می‌دهد که مطابق با اجازه دادن به  $a_i$  برای تغییر در حالی که  $a_i$  را در بهترین مقدار خود یعنی ۲ نگه می‌دارد، نشان می‌دهد. برش کمینه مجدد کای را در بهترین مقادیر برآش پارامترها نشان می‌دهد و عدم قطعیت مربوطه  $\Delta a'_i$  به راحتی مستقیماً از نمودار خوانده می‌شود.

همانطور که در شکل (۱۵.۲)-ب نشان داده شده است، برای یافتن عدم قطعیت‌ها نیازی به محاسبه سطح مجدد کای کامل نیست. فقط باید برش‌های مربع کای را محاسبه کرد. ایجاد این برش‌ها یک راه نسبتاً آسان برای به دست آوردن عدم قطعیت در پارامترها است. این یک راه خوب برای کنترل عدم قطعیت‌های برآش، به خصوص برای شروع، است. با این حال، اگر برآش کردن زیادی انجام دهید، ایجاد برش‌های مربع کای به زودی قدیمی می‌شود. از آنجایی که برش‌ها از طریق کمینه سطح مربع کای انجام می‌شوند، تقریباً همیشه می‌توان آنها را با سهمی‌های مماس تقریب زد. سپس عدم قطعیت‌ها در پارامترهای برآش با محاسبه جایی که این سهمی‌های مماس ۱ افزایش یافته‌اند، برآورد می‌شوند. برخی از برنامه‌های برآش از این اطلاعات برای تخمین عدم قطعیت در

پارامترها برای شما استفاده می‌کنند. سایر برنامه‌های برازش ممکن است انحنای برش‌ها را به کمینه یا مقداری مرتبط برگردانند که از آن می‌توانید عدم قطعیت‌های پارامتر را پیدا کنید. کد موجود در پیوست ۳-ب مثالی را نشان می‌دهد که چگونه می‌توان یک تخمین مستقیم از عدم قطعیت پارامترها را بر اساس اطلاعات مربوط به انحنای مجدد کای انجام داد.

## تمرینات

- **تمرین ۱** چه زمانی باید از عینک ایمنی لیزر استفاده کرد؟ (پاسخ از حفظ). اگر اشتباه متوجه شدید یا مطمئن نیستید، بخش ۲.۱ را دوباره بخوانید.
- **تمرین ۲** اگر عینک‌های لیزری فقط در چگالی نوری با عدد صحیح موجود باشند، حداقل چگالی نوری عینک‌های لیزری مورد نیاز برای کاهش توان ارسالی به ضریب ۲۰۰۰۰۰ چقدر است؟
- **تمرین ۳** هشت "عادت ایمنی خوب" در بخش ۲.۱ فهرست شده است. تا جایی که می‌توانید از حفظ بخوانید. اگر حداقل شش مورد را به خاطر نمی‌آورید، بخش را دوباره بخوانید و دوباره امتحان کنید. همچنین، خطرناک‌ترین خطر بدون پرتو در آزمایشگاه اپتیک خاص شما چیست؟
- **تمرین ۴** طیف اندازه‌گیری شده واقعی هر لامپ QTH را پیدا کنید (آنلاین خوب است). دمای لامپ را تخمین بزنید و نتیجه را توجیه کنید.
- **تمرین ۵** چرا رشته در شکل ۲.۱ در وسط روشن اما در انتهای کم نور است؟ علت نزدیکی نسبتاً واضح است، اما سعی کنید توضیح دهید که اگر رشته دارای سطح مقطع یکنواخت باشد، چگونه علت نزدیک می‌تواند رخ دهد.
- **تمرین ۶** توضیح دهید که چرا یک ترمومپیل می‌تواند با دقیقت کل توان را در یک پرتو نور پهن باند با توزیع طیفی ناشناخته اندازه‌گیری کند، اما یک فتودیود نمی‌تواند.
- **تمرین ۷** تعداد فوتون‌هایی که در هر ثانیه از روزنہ یک لیزر  $1mW$  با طول موج  $\lambda = 632.8nm$  خارج می‌شوند را محاسبه کنید. اگر ضعیف شود به طوری که متوسط فقط یک فوتون در هر ثانیه از روزنہ خارج شود، متوسط توان این پرتو، بر حسب وات، چقدر است؟
- **تمرین ۸** یک عبارت برای عدم قطعیت نسبی  $\frac{\Delta f}{f}$  در فاصله کانونی  $f$  بر حسب  $a, \Delta a$  و  $b, \Delta b$  پیدا کنید، وقتی که  $f$  با استفاده از
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (15.2)$$
 بدست می‌آید.

- تمرین ۹ نشان دهید که اگر  $f = N^{ka}$ ، و در آن  $N$  و  $k$  ثابت هستند، در این صورت  $\frac{\Delta f}{f} = |k \ln N| \Delta a$  است.
- تمرین ۱۰ نشان دهید که اگر  $f$  با فرمول دسی بل به  $a$  مرتبط باشد:  $\frac{\Delta f}{|f|} = \left| \ln \left( \frac{a}{a_{ref}} \right) \right|^{-1} \frac{\Delta a}{|a|} = \log_{10} \left( \frac{a}{a_{ref}} \right)$  که در آن  $a_{ref}$  ثابت است، در این صورت  $\frac{\Delta a}{|a|} = \frac{\Delta f}{|f|} \cdot \log_{10} \left( \frac{a}{a_{ref}} \right)$
- تمرین ۱۱ اگر عدم قطعیت کسری در  $x$  برابر سه درصد باشد، در این صورت عدم قطعیت کسری در  $x^n$  چقدر است؟ آیا نتیجه شما برای مقادیر مثبت و منفی  $n$  صحیح است؟
- تمرین ۱۲ داده‌های زیر را در یک خط مستقیم قرار دهید:  $y = ax + b$ . بهترین مقادیر شیب  $a$  و نقطه قطع  $b$  چیست؟ آیا تابع برازش با داده‌ها سازگار است؟ با ترسیم برش مربع کای (کاهش نشده) از طریق حداقل موازی با محور  $a$ ، عدم قطعیت را در شیب پیدا کنید. (نکته:  $b$  را در بهترین مقدار مناسب رها کنید و مربع را به عنوان تابعی از  $a$  به تنها یی محاسبه کنید.)

$x$	0.8	2.0	3.0	3.8	5.1	6.1
$y$	4.3	5.6	12.3	13.0	18.7	19.1
$\Delta y$	1.5	2.1	1.3	2.3	2.8	1.6

## ۴.۲ آزمایش: اجزای یک زنجیره اپتیکی

### اهداف

۱. یک زنجیره اپتیکی هم تراز برباکنید.
۲. از فتودیود تقویت شده و دوربین CCD/CMOS استفاده کنید.
۳. ویژگی‌های بازتاب آینه‌های مختلف را اندازه‌گیری کنید.
۴. برش، وینیت و توان نوری را با تقویت کننده عدسی بررسی کنید.
۵. برازش‌های حداقل مربعات غیرخطی را انجام دهید.
۶. با منشورهای بازتابنده تجربه کسب کنید.

### تجهیزات مورد نیاز

- دو آینه آلومینیومی، سطح اول <sup>۳۵</sup>، مسطح و یکسان، به قطر ۲۵ میلی متر.
- یک عدد آینه سطح اول تخت و طلایی.
- یک آینه دیالکتریک خط لیزر در محدوده مرئی.
- یک منبع نور پهن باند روشن، مانند یک لامپ هالوژن و مجموعه‌ای در حدود ۵ فیلتر باند گذر نوری در سراسر مرئی و مادون قرمز نزدیک. از سوی دیگر، مجموعه‌ای در حدود ۵ LED با باند باریک با مجموعه‌ای از طول موج‌ها در سراسر مادون قرمز مرئی و نزدیک. اگر مونوکروماتور (تک رنگ) موجود باشد، می‌توان از آن به جای آن استفاده کرد.
- روزنه متغیر بهسبک عنبیه.
- یک صفحه نمایش مات روشن و روشن از پشت که به عنوان "شی" عمل می‌کند. اگر در دسترس نباشد، یک لامپ مات تقریباً به خوبی کار خواهد کرد.
- نوار یا فویل سیاه که با آن جسم را بپوشانید.
- دو عدسی یکسان با فاصله کانونی،  $f \sim 50$  میلی متر و قطر لنز حدود ۲۵ میلی متر.
- دو عدسی یکسان با فاصله کانونی،  $f \sim 50$  میلی متر و قطر عدسی حدود ۵۰ میلی متر.

<sup>۳۵</sup>آینه‌های معمولی را پشت شیشه نقره اندود می‌گنند اما برای کارهای خاص روی شیشه یا دیالکتریک را با فلزاتی از قبیل، نقره، طلا یا آلومینیوم اندود می‌کنند. به اینگونه آینه‌ها سطح اول می‌گویند-متترجم

- یک لبه چاقوی عمودی روی یک پایه که به آن اجازه می‌دهد به راحتی به داخل یا خارج از پرتو بچرخد.
- یک فتودیود، تقویت کننده فتودیود و مولتی متر برای خواندن آن.
- دوربین CCD/CMOS درجه بندی آزمایشگاهی.
- انواع منشورهای بازتابنده. به عنوان مثال: پنتاپریسم، منشور سقف آمیسی، منشور کبوتری، منشور سه وجهی (بازتابگر).

### انعکاس از آینه‌های سطح اول

آینه‌های مسطح و سطح اول جزء حیاتی زنجیره‌های اپتیک هستند. انتخاب نوع آینه صحیح می‌تواند تأثیر زیادی بر توان عملیاتی و سایر ویژگی‌های زنجیره اپتیک شما داشته باشد. اولین وظیفه شما اندازه‌گیری بازتابش  $R$ , (توان بازتاب تقسیم بر توان تابشی)، با سرعت معمولی است: یک آینه با روکش طلا، یک آینه الومینیومی و یک آینه دی‌الکتریک خط لیزر. منحنی‌های اندازه‌گیری شده  $R(\lambda)$  را برای سه آینه ترسیم و مقایسه کنید. در مرحله بعد، یک طول موج را انتخاب کنید که در آن آینه خط لیزر بازتاب خوبی دارد. بازتاب آن را به عنوان تابعی از زاویه اندازه‌گیری کنید. همین کار را برای یکی از آینه‌های فلزی انجام دهید و نتایج را با هم مقایسه کنید.

**توصیه‌ها:** اطمینان حاصل کنید که تقویت کننده فتودیود شما در طول اندازه‌گیری به حالت اشباع نزدیک نیست. معمولاً می‌توانید با قرار دادن سنسور در معرض یک منبع نور روشن متوجه شوید که نقطه اشباع چقدر است. همچنین، ولتاژ خروجی معمولاً زمانی اشباع می‌شود که بهیک یا دو ولت از ولتاژ DC مورد استفاده برای تغذیه تقویت کننده فتودیود برسد. مطمئن شوید که قدرت نوری را بلاعده قبل و بعد از پوشش اندازه‌گیری می‌کنید. پرتو تابشی باید تا حد امکان ستونی<sup>۳۶</sup> شود. می‌توانید با قرار دادن منبع نور در نقطه کانونی یک عدسی، پرتو تابشی را با ستونی کنید. برای جلوگیری از قطع شدن، پرتوی ستونی باید به طور قابل توجهی کوچکتر از آینه‌ای باشد که بازتابش آن را اندازه‌گیری می‌کنید. می‌توانید با استفاده از روزنه بعد از عدسی ستونی کننده این کار را انجام دهید. همچنین باید از یک عدسی با فاصله کانونی کوتاه و با قطر زیاد استفاده کنید تا نور را روی ناحیه فعل حسگر متمرکز کند. به این ترتیب، می‌توانید مطمئن شوید که هیچ برشی در لبه‌های سنسور وجود ندارد. توجه داشته باشید که در حالی که انجام این اندازه‌گیری با استفاده از طیفسنج نیز امکان‌پذیر است، بخشی از هدف این است که تجربه استفاده از منبع نور شبه-تکرنگ گستته و فتودیود را به شما بدهد.

برای انتقال در مقابل زاویه تابش، بیاد داشته باشید که زاویه تابش نصف کل زاویه‌ای است که پرتو از طریق آن بازتاب می‌شود. ممکن است پلتفرم‌های چرخشی

<sup>۳۶</sup>Reflectance

برای استفاده شما وجود داشته باشد که درجه‌بندی شده‌اند. اگر نه، از یک خط کش و مثلثات برای بدست آوردن زوایای خود استفاده کنید.

### عدسی رله

هدف از این بخش، آشنایی شما با راهاندازی زنجیره اپتیک کوتاه و بررسی خواص سیستم عدسی رله است. این نوع سیستم را می‌توان هر زمان که یک تصویر نیاز به انتقال در فاصله کوتاهی داشته باشد استفاده کرد. چنین سیستم‌هایی در پریسکوپ‌ها، در نجوم برای آوردن تصویر از تلسکوپ به‌ابزار، در عکاسی، در آندوسکوپ‌ها و غیره استفاده می‌شود. در اینجا شما یک سیستم بسیار ساده راهاندازی می‌کنید که در آن تمام عدسی‌ها فاصله کانونی یکسان (یا مشابه) دارند.

عدسی رله نشان داده شده در شکل (۱۶.۲) را با استفاده از دو عدسی ۵۰ میلی‌متری و یک عدسی ۲۵ میلی‌متری تنظیم کنید. از نوار سیاه برای پوشاندن صفحه مات استفاده کنید تا فقط یک پنجره "مربع"  $7 \times 7$  میلی‌متر روشن شود. این هدف شماست. جسم نباید بزرگ‌تر از تراشه حسگر دوربین CCD/CMOS شما باشد. در صورت لزوم می‌توان آن را کوچک‌تر کرد. یکی از گوشش‌های جسم را علامت بزنید تا بتوانید جهت آن را بگویید. هدف عدسی رله ایجاد تصویری از این جسم در مکان‌هایی است که در هر  $4f$  در طول مسیر پرتو فاصله دارند. همانطور که رله را تنظیم می‌کنید، از یک تکه کارت به‌عنوان صفحه نمایش استفاده کنید تا بررسی کنید که یک تصویر در نیمه راه بین هر جفت عدسی و بعد از آخرین عدسی تشکیل شده است. با استفاده از دوربین CCD/CMOS بدون عدسی (بدون عدسی دوربین) عکس‌هایی را از سه مکان تصویر بگیرید. مطمئن شوید که حسگر تصویر واقعی دقیقاً در محل هر تصویر قرار داده شده است تا عکس‌هایی با بهترین فوکوس ممکن به‌دست آورید. مهم است که تنظیمات دوربین را برای هر سه تصویر یکسان نگه دارید و مطمئن شوید که سطح نوردهی به‌طور خودکار تنظیم نمی‌شود. تصاویر را به کامپیوتر وارد کنید. یک برش یکسان از هر تصویر انتخاب کنید (برای مثال به‌پیوست ب مراجعه کنید) و درخشندگی را در امتداد برش رسم کنید. برش‌ها را از تمام تصاویر در همان نمودار نمایش دهید تا نشان دهید که چگونه درخشندگی تصویر به‌عنوان تابعی از موقعیت در زنجیره تغییر می‌کند. میزان افت درخشندگی بین تصاویر را توضیح دهید. اگر شواهدی از وینیت دیدید، دلیل آن را حدس بزنید. اکنون عدسی وسط (۵۰ میلی‌متر) را با عدسی آخر (۲۵ میلی‌متر) عوض کنید. چگونه درخشندگی تصاویر را تغییر می‌دهد (اگر اصلاً باشد)? یک دلیل قابل قبول برای هر گونه تغییر یا فقدان آن پیدا کنید.

حالا دو عدسی آخر را بردارید و عدسی اول را تا حدودی به‌منبع نزدیک کنید و تصویری را که تولید می‌کند روی کارت مشاهده کنید. با نزدیک‌تر شدن عدسی به‌منبع، تصویر بزرگ‌تر می‌شود و از عدسی دورتر می‌شود. موقعیت عدسی را طوری تنظیم کنید که مورب تصویر تقریباً ۲۰ تا ۲۵ میلی‌متر طول داشته باشد. اکنون، از عدسی با قطر ۵۰ میلی‌متر برای رله کردن تصویری که توسط اولی با فاصله  $4f$  مانند قبل تشکیل شده است، استفاده کنید. به‌اندازه و شکل تصویر پایین دست توجه کنید. گرفتن عکس سپس

عدسی با قطر ۵۰ میلی متر را با عدسی با قطر ۲۵ میلی متر جایگزین کنید. گرفتن عکس چگونه تصویر با تصویر تولید شده توسط عدسی ۵۰ میلی متر مقایسه می‌شود؟ دلایل هر گونه تغییر یا فقدان آن را توضیح دهید.

**توصیه‌ها:** قبل از شروع، در مورد ارتفاع پرتو تصمیم بگیرید و مطمئن شوید که تمام اجزایی که قصد استفاده از آن را دارید می‌توانند در ارتفاع مناسب قرار گیرند. ابتدا پایه‌ها و نگهدارندها را در موقعیت‌های ناهموار خود قرار دهید. سپس زنجیر را که از منبع نور شروع می‌شود، پایین بیاورید و پایه‌ها را با عدسی‌هایی که قبلاً به پایه‌ها متصل شده‌اند قرار دهید. زنجیر اپتیک را تا حد امکان صاف نگه دارید و مطمئن شوید که پرتو در همان ارتفاع باقی می‌ماند و از یک خط مستقیم روی میز نوری پیروی می‌کند. (می‌توانید از الگوهای سوراخ برای مرجع استفاده کنید). مطمئن شوید که قبل از گرفتن عکس با تنظیمات دوربین اشنا شده‌اید. باید راهی برای تثبیت تنظیمات نور (زمان نوردهی، افزایش و غیره) وجود داشته باشد تا بتوان تصاویر را به صورت کمی مقایسه کرد. به عبارت دیگر، مقادیر پیکسل باید با ضریب یکسان در همه تصاویر متناسب با درخشندگی باشد.

### تصاویر جزئی

در این بخش از یک لبه چاقو برای برش پرتو استفاده می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم که چگونه نتیجه بستگی به موقعیت لبه چاقو نسبت به محل تصویر دارد. سیستم را همانطور که در شکل (۱۷.۲)-الف نشان داده شده است راهاندازی کنید. لبه چاقو را همانطور که نشان داده شده است در محل تصویر میانی قرار دهید و به آرامی لبه چاقو را داخل تصویر حرکت دهید تا حدوداً تا نیمه پرتو برسد. یک عکس بگیرید. همانطور که در شکل (۱۷.۲)-ب نشان داده شده است، فرآیند را با استفاده از همان تنظیمات دوربین تکرار کنید، اما لبه چاقو را طوری حرکت دهید که بلafاصله از عدسی اول پیروی کند. این کار را برای چندین مکان میانی لبه چاقو بین عدسی و تصویر تکرار کنید. در هر مورد، همچنین یادداشت کنید که چگونه ویژگی‌های کیفی تصویر دوم بستگی به میزان قرار گرفتن لبه در پرتو دارد.

در نهایت، مکانی را برای لبه چاقو انتخاب کنید که نزدیک تصویر باشد اما به اندازه کافی در بالادست آن باشد تا لبه چاقو روی دوربین تمرکز ضعیفی داشته باشد. (لبه چاقو باید تار باشد که حدود یک چهارم تصویر را بپوشاند). با لبه چاقو در این موقعیت عکس بگیرید و برشی را از تصویر خارج کنید که عمود بر لبه چاقو خارج از کانون قرار دارد. یک عکس مرجع یکسان با لبه چاقو کاملاً جدا کنید. یک برش یکسان از عکس مرجع استخراج کنید و از آن برای عادی سازی برش عکس اول استفاده کنید. تابش نرمال شده را در مقابل موقعیت در امتداد برش رسم کنید. حالا قسمت‌هایی از برش را که هیچ سایه‌ای از لبه چاقو ندارند دور بیندازید. بخشی از برش که مقداری سایه از لبه چاقو دارد، داده‌های شما را تشکیل می‌دهد. یک مدل ساده اما با انگیزه فیزیکی برای شکل درخشندگی در مقابل موقعیت در سایه ایجاد کنید. مدل خود را با داده‌های خود

مطابقت دهد. بدون انجام تجزیه و تحلیل کامل مجدد کای، تصمیم بگیرید که آیا برازش با داده‌های شما قابل قبول است یا خیر. استدلال خود را یادداشت کنید.

**توصیه‌ها:** شما باید در مورد ماهیت خطاهای در تصاویر دوربین فکر کنید. ممکن است ایده خوبی باشد که این قسمت را چندین بار تکرار کنید در حالی که عمداً چیزهایی مانند تراز دقیق زنجیره اپتیک، قرارگیری دوربین و غیره را تغییر دهید. این به شما احساس تفاوت واقعی بین تصاویر را در اندازه‌گیری‌های اسمی یکسان می‌دهد.

### زوجیت تصویر

منشورهای بازتابنده گاهی به جای آینه‌ها برای دستیابی به انعکاس با زوجیت<sup>۳۸</sup> خاص در امتداد یک یا چند محور استفاده می‌شوند. اگر تصویر در امتداد آن محور معکوس شود، زوجیت برای یک محور خاص منفی است. در غیر این صورت مثبت است منشورهایی که دارید را با قرار دادن آنها بین اولین عدسی و صفحه نمایش بررسی کنید. اثر زوجیت تصویر را در امتداد هر محور عرضی ثبت کنید. همین کار را برای یک آینه ساده انجام دهید. اگر منشور کبوتری دارید، آن را حول محور نوری نیز بچرخانید.

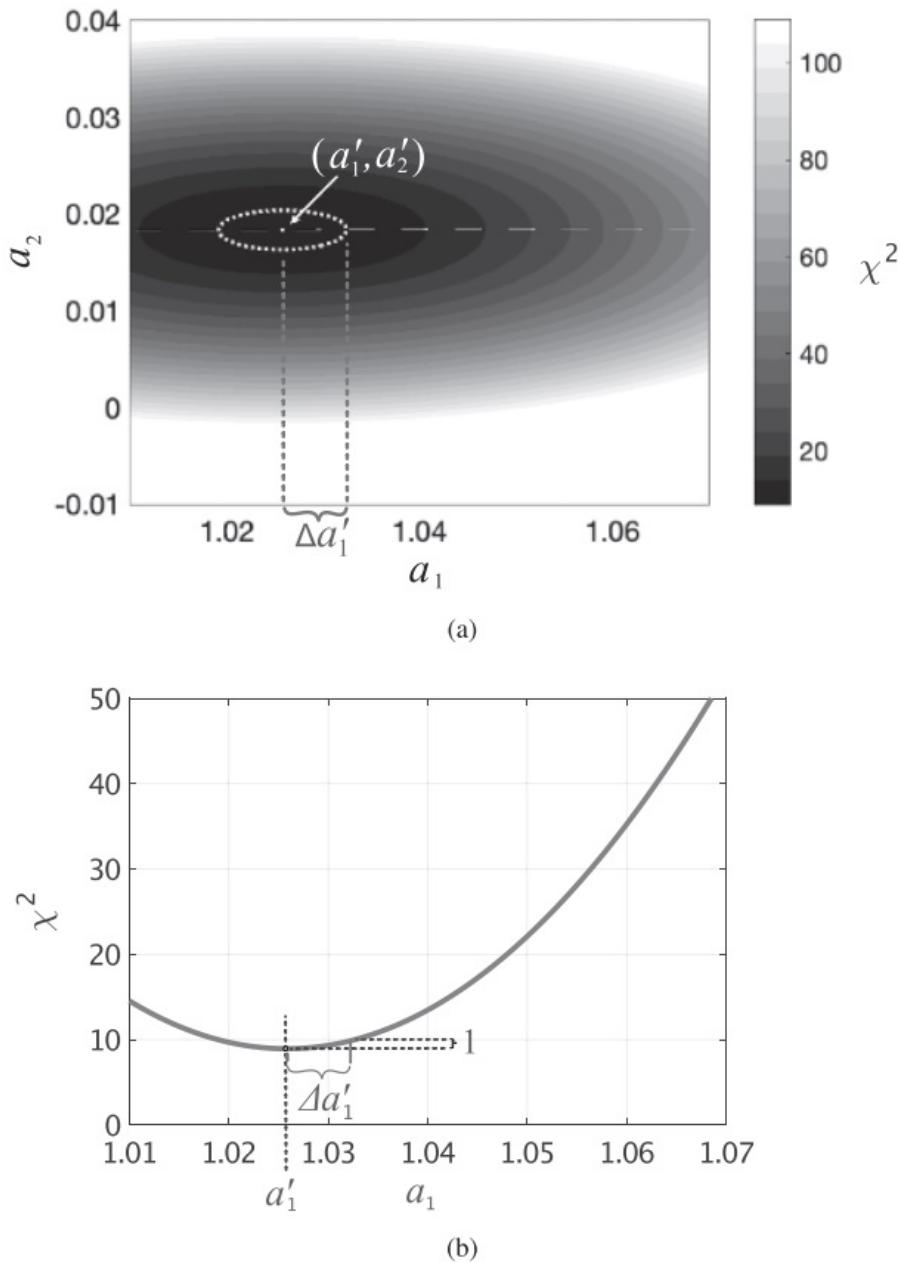
**توصیه‌ها:** برای ارزیابی زوجیت یک تصویر در امتداد یک محور خاص، آن را از همان جهتی که جسم مشاهده می‌شود، مشاهده کنید. بنابراین، اگر جسم از پایین دست مشاهده می‌شود، تصویر باید از پایین دست نیز مشاهده شود (که در عمل می‌توان این کار را انجام داد، اگر صفحه شیشه‌ای زمین تشکیل شده باشد).

### ایده‌هایی برای بررسی بیشتر

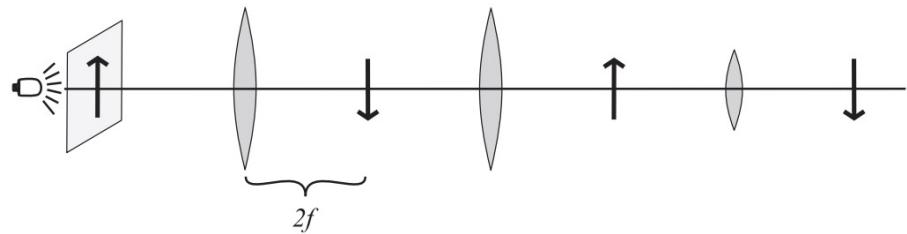
اگر یک آشکارساز حرارتی با پاسخ مسطح موجود است، پاسخ یک فتودیود سیلیکونی را با مقایسه آن با آشکارساز حرارتی اندازه‌گیری کنید. در هر طول موج موجود، نسبت پاسخ دیود نوری سیلیکونی به پاسخ آشکارساز حرارتی را در نظر بگیرید. اگر فتودیود InGaAs (ایندیوم-گالیوم-آرسنید) یا Ge (زرمانیوم) موجود است، پاسخ طیفی آن را نیز در طول موج‌هایی که در دسترس دارید اندازه‌گیری کنید.

مقایسه پاسخ نظری یک آینه لیزری متشكل از یک پشته موج چهارم از لایه‌های پوشش دیالکتریک، معادله (۱۴.۵)، به پاسخ طیفی که اندازه‌گیری کردید. آیا طیف‌های نظری و اندازه‌گیری شده از نظر کیفی با هم مطابقت دارند؟ آیا بازتاب نظری در نوار بازتابی بالا با آنچه اندازه‌گیری کردید مطابقت دارد؟

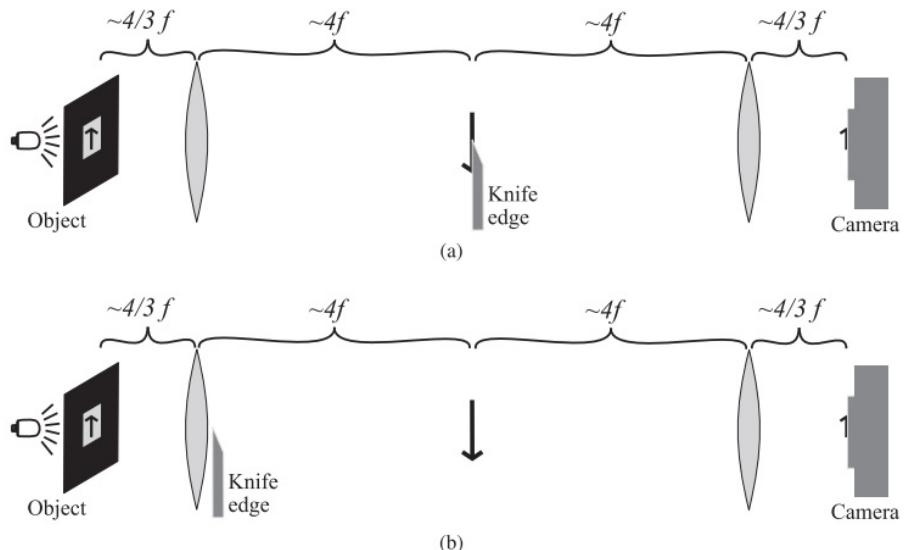
<sup>۳۸</sup>Parity



شکل ۱۵.۲: (الف) سطح  $\chi^2$  در اطراف بهترین برآذش. بهترین برآذش مقادیر  $a'_1$  و  $a'_2$  با نقطه سفید کوچک در تاریک ترین (پایین ترین) ناحیه سطح نشان داده می‌شود. عدم قطعیت ۱ سیگما با کانتور سفید نشان داده می‌شود. عدم قطعیت  $\Delta a'_1$  فاصله از بهترین برآذش تا کانتور در امتداد محور  $a_1$  است. (ب) مقطعی از سطح نشان داده شده در (الف). مقطع با برش سطح توسط صفحه‌ای عمود بر صفحه کاغذ، موازی با محور  $a_1$  و عبور از کمینه  $\chi^2$  گرفته می‌شود. برش با خط تیره کم رنگ در (الف) نشان داده می‌شود. همانطور که نشان داده است، عدم قطعیت در  $a'_1$  را می‌توان مستقیماً از این برش راحت‌تر از نمودار سطح کامل بدست آورد.



شکل ۱۶.۲: نمای عدسی رله. فلاش سمت چپ، درون یک پنجره، شیء روشن را نشان می‌دهد (که در تنظیمات آزمایش واقعی به‌سادگی یک روزنه مستطیلی کوچک بدون فلاش است). برای وضوح، اندازه جسم اغراق آمیز شده است. همانطور که نشان داده شده است، تمام فواصل عدسی‌های تصویر  $2f$  هستند.



شکل ۱۷.۲: مسدود کردن بخشی از تصویر (الف) لبه چاقو در اولین مکان تصویر تقریباً تا نیمه در پرتو قرار گرفته است. (ب) لبه چاقو بلا فاصله پس از اولین عدسی تقریباً در نیمه راه در پرتو قرار می‌گیرد.

## فصل ۳

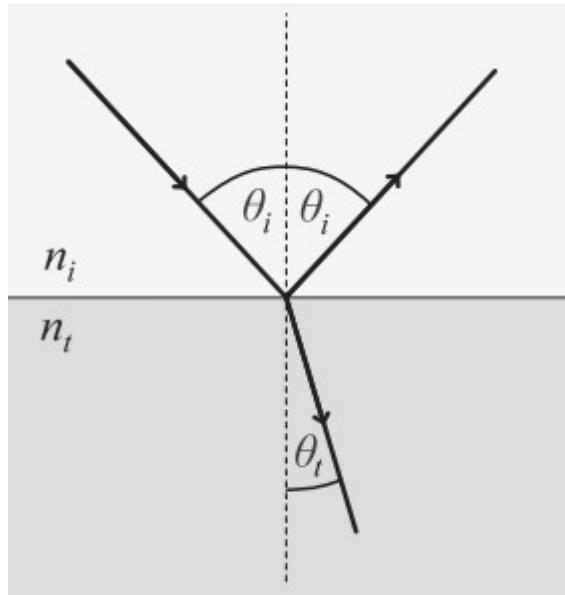
# نور هندسی

### ۱.۳ تقریب نور هندسی

در اپتیک هندسی، فرض می‌کنیم که طول موج نور به صفر نزدیک می‌شود. در آن حد، نرمال‌های (برادارهای عمود) متواالی جبهه موج، خطوط مستقیم را در فضای آزاد ترسیم می‌کنند، درست مانند جریانی از ذرات کلاسیک. به عنوان مثال، پرتوهای لیزر (پرتوهای گوسی) در حین حرکت، به دلیل پراش، به‌آرامی پخش می‌شوند. در حد  $\lambda \rightarrow 0$  این پخش‌شدگی نیز صفر می‌شود و تمام نور در یک خط کاملاً مستقیم حرکت می‌کند. (به عنوان مثال، معادله ۱۵.۴) ما این مسیرهای خط مستقیم را به عنوان "شعه" نور تصور می‌کنیم که تنها تحت تأثیر ارادات اپتیکی واقع در مسیر خود قرار می‌گیرند.

در اپتیک هندسی، امواج نور ناهمدوس فرض می‌شوند، بنابراین فاز و دامنه تصادفی خواهد داشت. دامنه میدان میانگین مربع حاصل از مجموع چنین میدان‌های تصادفی، مجموع مجذورات میانگین میدان‌های مشارکت کننده است:  $E_{tot}^2 = E_1^2 + E_2^2 + \dots$ . درست مانند خطاهای تصادفی، میدان‌های تصادفی به ترتیب اضافه می‌شوند. درخشنندگی (قدرت در واحد سطح) متناسب با مجذور میدان است، بنابراین این نشان می‌دهد که درخشنندگی کل در هر نقطه از فضا فقط مجموع درخشنندگی‌های شرکت کننده است:  $I_{tot} = I_1 + I_2 + \dots$  البته این چیزی است که مفهوم شهودی به‌ما می‌گوید که باید اتفاق بیفت. از آنجایی که در زندگی روزمره به نور ناهمدوس عادت کرده‌ایم، درک ما با آن مورد هماهنگ است. این مورد همدوسی کمتر شهودی است.

هنگامی که پراش ناچیز و همدوسی کم است، اپتیک هندسی مدل خوبی برای رفتار نور ارائه می‌کند. مهمترین کاربرد اپتیک هندسی در تصویربرداری است. با این حال، اپتیک هندسی در بسیاری از زمینه‌های دیگر مانند طراحی روشنایی معماری، طراحی آنتن مایکروویو، طیف سنجی و غیره کاربرد دارد.



شکل ۱.۳: ساخت و ساز برای قانون اسنل.

## ۲.۳ بازتاب

انكسار (شكست) به تمايل نور به تغيير جهت اطلاق مى شود که در ضريب شكست محيطي که موج در آن حرکت مى کند تغييری ايجاد مى شود. ضريب شكست  $n$  محيط برابر است با:

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.3)$$

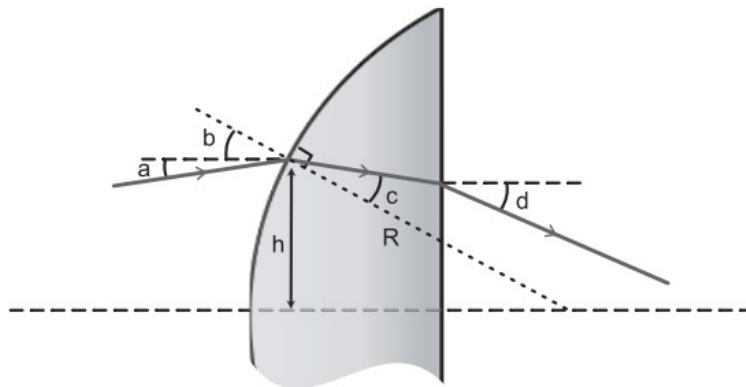
که در آن  $c$  سرعت نور در خلاء و  $v$  سرعت نور در محيط است. از آنجايی که  $c \leq v$  است، ضريب شكست هميشه بزرگتر یا مساوي يك است. برای محيطهای خطی، پدیده شكست توسيط قانون اسنل کنترل مى شود. يك پرتو نور را در نظر بگيريد که از بين دو ناحيه با ضريب شكست مختلف عبور مى کند. سطح مشترك مسطح است و زاويه بين سطح رابط معمولی و پرتو تابشي به عنوان زاويه تابش شناخته مى شود (شکل ۱.۳). زاويه انتقال  $\theta_t$  با قانون اسنل<sup>۱</sup> به زاويه تابش  $\theta_i$  مربوط مى شود

$$n_t \sin \theta_t = n_i \sin \theta_i \quad (2.3)$$

**مثال ۱.۳** عدسي‌های نازک عدسی مسطح محدب نشان داده شده در اينجا را در نظر بگيريد. قرار است يك عدسي نازک را نشان دهد، اما ضخامت و انحنای آن برای نشان دادن زوایای مربوطه بسیار اغراق آميز است.

<sup>۱</sup>Snell's law

در تقریب عدسی نازک، جهت عدسی بر رفتار آن تأثیر نمی‌گذارد. با این حال، بهمنظور کاهش ابیراهی در دنیای واقعی، معمولاً مفید است که سمت محدب را در هر سمتی که پرتو با ستونی‌تر است، قرار دهیم. به عنوان مثال، هنگام کانونی کردن یک پرتو موازی، سمت منحنی باید همانظور که در اینجا نشان داده است رو به بالا باشد. تابش اشعه بر روی سطح منحنی عدسی زاویه  $a$  را با افقی و  $a + b$  را با سطح نرمال می‌سازد. پس از شکست، زاویه پرتو (اکنون در داخل عدسی) نسبت به سطح نرمال  $c$  است. پس از شکست در سطح مسطح، پرتو از عدسی با زاویه  $d$  نسبت به افقی خارج می‌شود. شعاع انحنای عدسی  $R$  و زاویه بین شعاع انحنای و افقی  $b$  در نقطه‌ای است که پرتو برای اولین بار وارد عدسی می‌شود. به شرطی که  $a \ll R$  در مقایسه با قطر عدسی بزرگ باشد (عدسی نازک است) پس سینوس‌ها در قانون اسنل را می‌توان با آرگومان‌های آنها تقریب زد. اگر عدسی با ضریب شکست  $n$  در هوا یا در خلاء ( $1 \approx n_i$ ) باشد، قانون اسنل اعمال شده بر دو رابط نشان می‌دهد.



$$cn = (a + b) \quad (3.3)$$

و

$$d = (b - c)n. \quad (4.3)$$

از آنجایی که عدسی نازک است، شعاع انحنای آن در مقایسه با قطر آن بزرگ است، بنابراین  $\frac{h}{R} \approx b$  که  $h$  ارتفاعی است که پرتو در آن وارد عدسی می‌شود. زاویه  $\Delta\theta$  که از طریق آن عدسی پرتو را می‌چرخاند است

$$\Delta\theta = a + d = \frac{n-1}{R}h. \quad (5.3)$$

بنابراین، عمل یک عدسی نازک این است که یک پرتو را از زاویه‌ای متناسب با ارتفاعی که پرتو به عدسی برخورد می‌کند، بچرخاند. طبق تعریف، یک پرتو که به موازات محور نوری وارد می‌شود، باید از کانونی در فاصله  $f$  از عدسی عبور کند. بنابراین،  $\Delta\theta \approx \frac{h}{f}$ .

مقایسه این با معادله (۵.۳) رابطه بین شعاع انحنای یک عدسی محدب مسطح و فاصله کانونی آن را نشان می‌دهد.

$$f = \frac{R}{n-1} \quad (6.3)$$

$$\approx \frac{R}{2} \quad \text{برای عینک در هوا} \quad (7.3)$$

از آنجایی که قانون اسنل برای هر سطح مشترک اعمال می‌شود، روش دیگری برای بیان قانون اسنل این است که توجه داشته باشد که مقدار  $n \sin \theta$  در هر سطح مشترک مسطحی بدون تغییر است.

$$n \sin \theta = \text{ثابت} \quad (8.3)$$

این برای هر رابطی از جمله آنهاست که تغییر  $n$  در سرتاسر سطح مشترک بینهایت کم است صادق است. به عبارت دیگر، این برای تغییرات پیوسته در  $n$  صادق است که  $\theta$  با توجه به  $\nabla n$  اندازه‌گیری می‌شود. با مشتق‌گیری از معادله (۸.۳) با توجه به  $n$  به رابطه زیر منجر می‌شود:

$$\frac{d\theta}{dn} = -\frac{1}{n} \tan \theta. \quad (9.3)$$

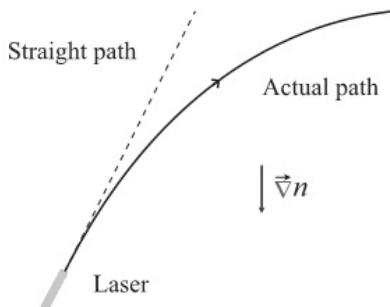
اگر محورهای خود را طوری انتخاب کنیم که  $\nabla n \propto \hat{x}$  و  $y' = \frac{dy}{dx} = \tan \theta$  را جایگزین کنیم، یک معادله دیفرانسیل تعیین کننده مسیر پرتو بدست می‌آوریم.

$$y'' = -y' \left( 1 + y'^2 \right) \frac{n'}{n}, \quad (10.3)$$

که در آن پریم مشتق نسبت به  $x$  است. شکل (۲.۳) یک مثال اغراق آمیز از مسیر خمیده شده توسط یک پرتو را نشان می‌دهد، زمانی که ضریب شکست به سرعت با ارتفاع از کم می‌شود. برای اهداف شکل، یک تغییر نسبی در ضریب شکست در واحد ارتفاع را انتخاب کردیم که  $n/n = ۰,۰۱$  و  $۱/n = ۰,۰۱$  (واحد فاصله) باشد. توجه داشته باشد که پرتو به سمت ضریب شکست بالاتر می‌چرخد. از آنجایی که ضریب شکست هوا به چگالی آن بستگی دارد، پرتوهای نوری که از جو عبور می‌کنند خم خم مشابه اما کمتری را نشان می‌دهند. بنابراین مکان ظاهری ستارگان دقیقاً جایی نیست که اگر از مدار مشاهده شوند، قرار دارند. انحرافات معمولی در محدوده چند دقیقه قوس هستند. نمایش چشمگیرتری از این اثر در بالای آسفالت داغ زمانی رخ می‌دهد که تصویر درخشان و آب مانند آسمان درخشان در حال شکست از جاده پیش رو دیده می‌شود. این گاهی اوقات "سراب"<sup>۲</sup> نامیده می‌شود که از همان ریشه کلمه "اینه"<sup>۳</sup> گرفته شده است. در این حالت پرتوها در امتداد یک مسیر مقعر رو به بالا حرکت می‌کنند زیرا این ضریب شکست در نزدیکی جاده گرم کمتر از هوای خنکتر است.

<sup>۲</sup>Mirage

<sup>۳</sup>Mirror



شکل ۳.۳: مسیر واقعی یک پرتو در مقایسه با مسیر مستقیم که ضریب شکست با ارتفاع کاهش می‌یابد. مسیر معادله (۱۰.۳) را برآورده می‌کند. (بهویژه در این مورد، محور  $x$  مستقیماً به سمت بالا و محور  $y$  مثبت به سمت راست اشاره می‌کند). این ضریب شکست وابستگی معکوس نمایی با ارتفاع دارد. یک نرخ نسبی ثابت از میرائی ضریب شکست ۱ - درصد در واحد فاصله را انتخاب کردیم و ارتفاعی که پرتو نشان داده در اینجا حدود ۸۰ واحد فاصله است.

### ۳.۳ تصویربرداری مقدماتی

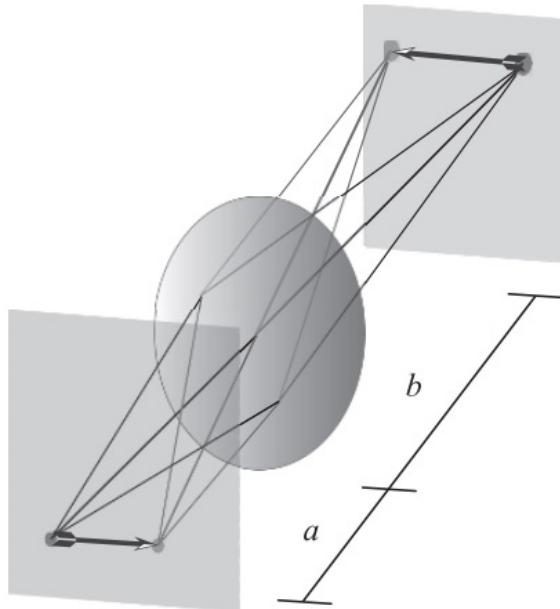
هر نقطه روی یک جسم روشن معمولی نور را در همه جهات پراکنده می‌کند. بنابراین، برای اهداف تصویربرداری، یک جسم روشن را می‌توان منبع پرتوهای ناهمدوسی در نظر گرفت که از هر نقطه روی جسم در همه جهات حرکت می‌کند، مگر اینکه مسدود شود. به عنوان یک ایده، ما شی را در یک صفحه قرار می‌دهیم - صفحه منبع. اگر همه پرتوهای ساطع شده از هر نقطه معین در صفحه منبع بر روی یک نقطه متناظر در صفحه میدان پایین دست منطبق باشند، یک سیستم تصویربرداری خواهیم داشت. نتیجه این است که جهت‌گیری نسبی نقاط در صفحه مبدأ در صفحه میدان تنها با تغییر در اندازه و جهت کلی باز تولید می‌شود. ساده‌ترین سیستم تصویربرداری یک عدسی یا آینه منحنی است (شکل ۳.۳). شکل عدسی یا سطح آینه در حالت ایده‌آل باید سهمی باشد. اپتیک‌های سهمی، که به عنوان "کروی‌گون"<sup>۴</sup> نیز شناخته می‌شوند، بسیار دشوارتر و گران‌تر از اپتیک‌های با سطوح کروی هستند، بنابراین معمولاً به عدسی‌ها و آینه‌های کروی بسته می‌کنیم. تا وقتی که شعاع انحنای یک نور کروی به طور قابل توجهی بزرگ‌تر از قطر آن باشد، شکل سطح کروی از سهمی با شعاع انحنای یکسان در مرکز منحرف نخواهد شد. استفاده از اپتیک‌های کروی باعث ایجاد خطاهایی می‌شود که به انحرافات کروی معروف هستند، اما معمولاً در تصویر تولید شده ظریف و سخت دیده می‌شوند. هنگامی که عدسی مورد استفاده برای تشکیل تصویر "نازک" است (ضخامت بسیار کمتر از قطر آن) و تمام پرتوها زوایای نسبتاً کوچکی با محور نوری ایجاد می‌کنند، مکان تصویر و شیء نسبت

<sup>۴</sup>Aspherics

عدسی بهنام معادله عدسی نازک مشخص می‌شود.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (11.3)$$

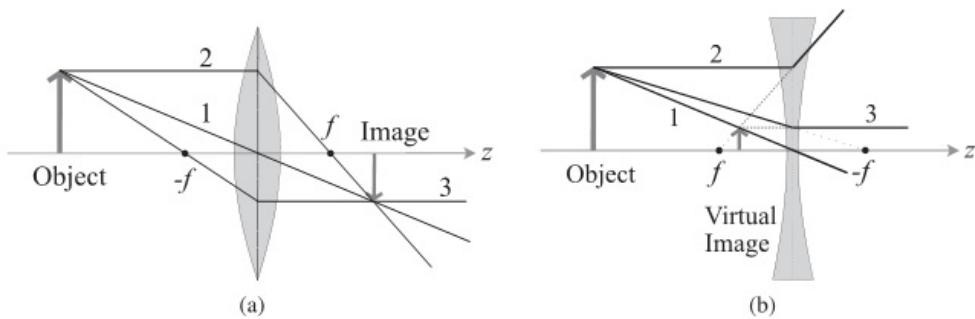
فاصله جسم تا عدسی  $a$ ، فاصله عدسی تا تصویر  $b$  و فاصله کانونی عدسی  $f$  است. توجه



شکل ۳.۳: یک شی در صفحه منبع - پیکان پیش زمینه - توسط یک عدسی منفرد روی صفحه میدان مصور و تصویری معکوس و بزرگنمایی می‌کند. پرتوهای نمایشگر که از دو نقطه مختلف روی جسم ساطع می‌شوند، نشان داده می‌شوند. توجه داشته باشید که تمام پرتوهای هر نقطه از جسم در یک نقطه از صفحه میدان همگرا می‌شوند. پرتوها فقط در صفحه میدان منفرد نشان داده شده همگرا هستند. اگر بخواهیم صفحه میدان دیگری را دورتر یا نزدیکتر به عدسی بشیم، پرتوها در آن صفحه همگرا نخواهند بود. تصویر در همه این صفحه‌ها "خارج از کانون" خواهد بود. تصویر در یک فاصله خاص از عدسی و در هیچ جای دیگری در کانون است.

داشته باشید که برای اجسام در بینهایت، تصویر در  $f = b$  تشکیل می‌شود اما برای اشیاء نزدیکتر از بینهایت، تصویر در  $b < f$  تشکیل می‌شود. اگر جسم داخل فاصله کانونی عدسی باشد،  $f < a$ ، هیچ راه حل مثبتی برای  $b$  وجود ندارد و هیچ تصویری نمی‌تواند تشکیل شود. اگر تصویری تشکیل شود، نسبت اندازه تصویر به جسم به عنوان بزرگنمایی،  $M$  شناخته می‌شود. با مراجعه به شکل (۳.۳) و در نظر گرفتن پرتوهای عبوری از مرکز عدسی، مثلث‌های مشابه در هر طرف عدسی وجود دارد. نشان می‌دهد که طول نسبی پیکان‌ها هستند.

$$M = a/b \quad (12.3)$$



شکل ۴.۳: (الف) پرتوهای اصلی برای عدسی مثبت. تمام پرتوهایی که از یک نقطه معین روی جسم بیرون می‌آیند در سمت دور عدسی جایی که تصویری از جسم تشکیل می‌شود همگرا می‌شوند. (در اینجا نوک پیکان به عنوان یک نقطه معرف روی جسم انتخاب شده است). (ب) پرتوهای اصلی برای یک عدسی منفی. اکنون به نظر می‌رسد که تمام پرتوهای سمت دور عدسی از یک تصویر مجازی در سمت نزدیک عدسی ساطع می‌شوند.

### ۱.۳.۳ اشعه اصلی

در حالی که یک عدسی یک تصویر را ارائه می‌دهد، اکثر سیستم‌های تصویربرداری از چندین عدسی تشکیل شده‌اند. یک راه گرافیکی خوب برای ردیابی تشگیل یک تصویر از طریق سیستمی از عدسی‌ها استفاده از بهنام پرتوهای اصلی است. آنها به سادگی سه پرتو هستند که ترسیم مسیر آنها آسان است. به عنوان مثال، پرتویی که از مرکز یک عدسی می‌گذرد به دلیل عدسی مسیر خود را تغییر نمی‌دهد، بنابراین یکی از پرتوهای اصلی است.

شکل (۴.۳)-الف سه پرتو اصلی یک عدسی مثبت را نشان می‌دهد. اولین پرتو اصلی از مرکز عدسی عبور می‌کند. پرتو اصلی دوم موازی با محور نوری در سمت نزدیک عدسی است و از نقطه کانونی عدسی،  $f$ ، در سمت دور عدسی می‌گذرد. سومین پرتو اصلی موازی با محور نوری در سمت دور عدسی است و بنابراین باید از  $-f$  در سمت نزدیک عدسی عبور کند. توجه داشته باشید که صفحه‌ای که در آن پرتوهای اصلی همگرا می‌شوند، جایی که تمام پرتوهای یک نقطه معین روی جسم همگرا می‌شوند، صفحه تصویر است.

شکل (۴.۳)-ب پرتوهای اصلی معادل یک عدسی منفی را نشان می‌دهد. در این حالت ترتیب کانون‌ها تغییر می‌کند. از آنجایی که  $f$  یک عدد منفی است،  $f$  - اکنون در سمت پایین دست (مثبت) عدسی قرار دارد. در مورد عدسی منفی، هیچ تصویر واقعی تشکیل نمی‌شود. با این حال، به نظر می‌رسد پرتوهایی که از عدسی بیرون می‌آیند از تصویری در همان سمت عدسی ظاهر می‌شوند که جسم است. به چنین تصویری تصویر مجازی می‌گویند. در شکل فقط پرتوهای اصلی را می‌بینیم که به صورت شعاعی از نوک تصویری مجازی پیکان بیرون می‌آیند. با این حال، تعداد نامتناهی از چنین پرتوهایی وجود دارد که به نظر می‌رسد همه آنها به صورت شعاعی از نوک پیکان خارج می‌شوند. همین امر برای هر نقطه دیگری از تصویر مجازی صدق می‌کند. در مورد عدسی منفی، اولین پرتو

اصلی نسبت به عدسی مثبت بدون تغییر است. پرتو اصلی دوم مانند قبل موازی با محور نوری در سمت نزدیک عدسی است. در سمت دور عدسی از محور نوری دور می‌شود، اما گسترش آن به سمت عقب از طریق عدسی باعث عبور آن از  $f$  می‌شود (همانطور که در حالت مثبت انجام می‌شود به جز اینکه  $f$  اکنون در سمت نزدیک عدسی است). سومین پرتو اصلی مانند قبل موازی با محور نوری در سمت دور عدسی است. اشعه در سمت نزدیک عدسی را می‌توان گسترش داد تا از  $f$ - عبور کند و این ارتفاع اشعه در حال ظهور را تعیین می‌کند.

واقعاً فقط استفاده از دو پرتو از سه پرتو اصلی ضروری است. اینکه کدام دو را انتخاب می‌کنید به موقعیت بستگی دارد، اما اغلب پرتوهای ۱ و ۲ خواهند بود.

### ۲.۳.۳ مدل ساده چشم

می‌توانیم از پرتوهای اصلی برای نشان دادن عملکرد اصلی مهمترین ابزار نوری - چشم انسان - استفاده کنیم. چشم یک ساختار بیولوژیکی بسیار پیچیده است که اساساً عملکرد آن یک سالن سینما برای مغز است: عدسی و قرنیه در جلوی چشم تصویری از جهان روشن را بر روی یک صفحه منحنی در پشت چشم پخش می‌کند. شبکیه چشم در آنجا، تصویر را توسط سلول‌های حساس به نور (میله‌ها و مخروط‌ها) ثبت کرده و به مغز منتقل می‌کند. بالاترین وضوح بینایی در مرکز شبکیه، در ناحیه‌ای به نام فووا<sup>۵</sup> (گودال) است. در آنجا، سلول‌های گیرنده نوری (عمدتاً مخروط‌ها) فقط چند میکرون از هم فاصله دارند. قرنیه قسمت جلویی شفاف چشم است (که عدسی‌های تماسی روی آن قرار می‌گیرند). قرنیه در جلوی مردمک قرار می‌گیرد که روزنه‌ای در عنایه است. بلا فاصله در داخل مردمک عدسی چشم قرار می‌گیرد. قرنیه تقریباً دو سوم قدرت انكساری چشم را تأمین می‌کند در حالی که عدسی یک سوم باقی مانده را تأمین می‌کند. این عدسی برای تغییر فاصله کانونی چشم با استفاده از ماهیچه مژگانی، ماهیچه حلقوی اطراف عدسی استفاده می‌شود. هنگامی که عضله مژگانی شل می‌شود، عدسی صاف و نازک کشیده می‌شود و دارای فاصله کانونی طولانی مناسب برای تصویربرداری از اجسام در بین نهایت روی شبکیه است. هنگامی که عضله مژگانی سفت می‌شود، عدسی ضخیم شده و خمیده شده و فاصله کانونی کمتری به آن می‌دهد. ما ترکیب عدسی و قرنیه را به عنوان یک عدسی مؤثر در سطح پشتی عدسی واقعی و دارای فاصله کانونی متغیر بین حدود ۱۴ تا ۱۷ میلی‌متر مدل‌سازی می‌کنیم. در نتیجه، چشم می‌تواند تصویری را روی شبکیه برای جسم در هر فاصله‌ای بین حدود ۷ سانتی متر با عضله مژگانی کاملاً سفت و بین نهایت با شل شدن عضله تشکیل دهد.

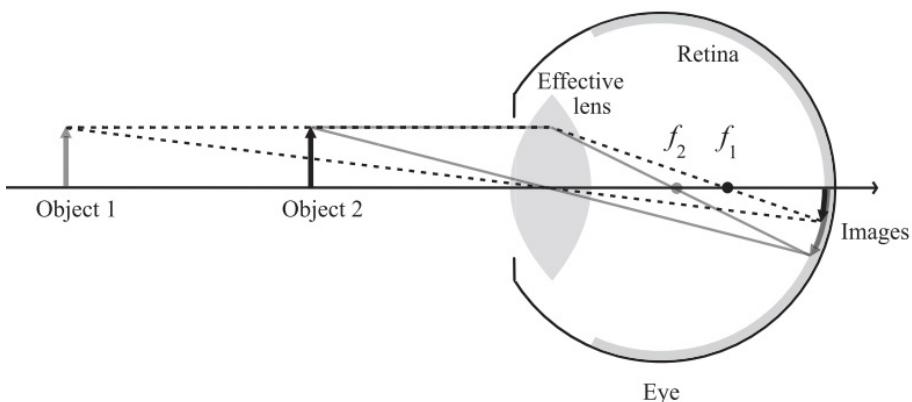
شکل (۵.۲) یک تصویر شماتیک ساده از چشم را نشان می‌دهد که هر یک از دو جسم مشابه را در فواصل مختلف از چشم نشان می‌دهد. ( فقط یکی از این اجسام در یک زمان معین در کانون است). همانطور که در شکل نشان داده شده است، جهت تصویر روی

<sup>۵</sup>Fovea

شبکیه بر عکس شیء مورد مشاهده است. در هر مورد، دو پرتو اصلی در شبکیه همگرا می‌شوند و نشان می‌دهند که در واقع تصویری روی شبکیه ایجاد شده است و فاصله کانونی چشم باید تغییر کند تا این امر تسهیل شود. فاصله کانونی مورد نیاز برای یک جسم نزدیک  $f_2$  کوتاه‌تر از فاصله کانونی مورد نیاز برای یک جسم دور  $f_1$  است. (این شکل تا حدی اغراق آمیز است به این معنا که فاصله شی و چشم برای چشم عادی انسان بسیار کوچک است، اما به گونه‌ای انتخاب شده است که تصاویر شبکیه اندازه معقولی برای تصویر داشته باشند). همچنین می‌بینیم که اجسام با اندازه‌های مشابه در اندازه‌های مختلف هستند. فاصله‌ها تصاویری با اندازه‌های مختلف روی شبکیه ایجاد می‌کنند. بنابراین، با دورتر شدن یک جسم کوچک‌تر به نظر می‌رسد. در نزدیکترین فاصله‌ای که چشم می‌تواند در خود جای دهد، می‌تواند جزئیاتی به کوچکی چند ده میکرومتر را تفکیک کند.

### ۳.۳.۳ دستگاه‌های بزرگنمایی

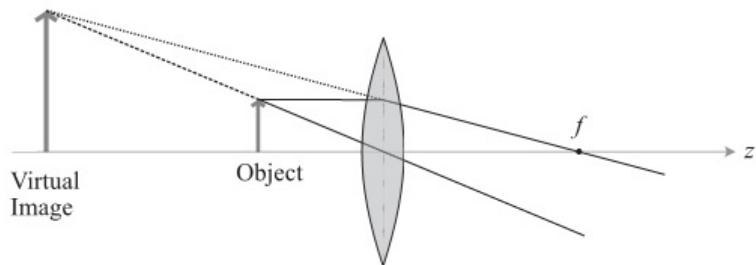
ذره بین، میکروسکوپ و تلسکوپ همگی نمونه‌هایی از دستگاه‌های ذره بین هستند که از عدسی‌ها (یا آینه‌های معادل) برای دستیابی به عملکرد خود استفاده می‌کنند. هر یک از این دستگاه‌ها با استفاده از تجزیه و تحلیل پرتو اصلی در یک سری مثال در زیر توضیح داده شده است. در میکروسکوپ و تلسکوپ، عدسی چشمی مانند یک ذره بین عمل می‌کند تا یک تصویر میانی را که توسط عدسی شیئی در جلوی دستگاه تشکیل شده است، بزرگ کند. بنابراین، با در نظر گرفتن ذره بین شروع می‌کنیم.



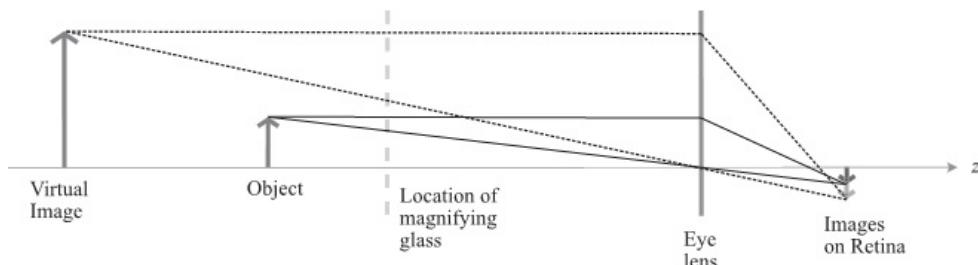
شکل ۳.۵: یک چشم شماتیک ساده چشم فاصله کانونی عدسی را تنظیم می‌کند تا تصویری روی شبکیه اشیاء در فواصل مختلف ایجاد کند. به عنوان مثال، یکی از اشیاء پیکان را در نظر بگیرید. محل نوک پیکان روی شبکیه را می‌توان با ردبایی اشعه اصلی از مرکز عدسی تعیین کرد. اشعه اصلی دوم به صورت افقی وارد عدسی می‌شود و قبل از همگرا شدن با اشعه اصلی اول از کانون سمت دور عدسی عبور می‌کند. این اشعه اصلی دوم مکان مورد نیاز کانون را نشان می‌دهد تا تصویری روی شبکیه ایجاد شود.

## اُپتیک آزمایشگاهی

**مثال ۲.۳ ذره‌بین ذره بین با قرار دادن جسم در کانون یک عدسی مثبت کار می‌کند.** هنگامی که از سمت راست مشاهده می‌شود، پرتوهایی که از عدسی بیرون می‌آیند به نظر می‌رسند که گویی از یک نسخه بزرگ شده از جسم، یک تصویر مجازی می‌آیند. این در شکل زیر نشان داده شده است.



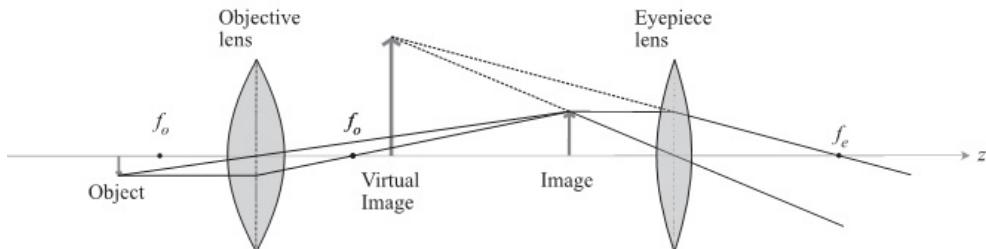
دو اشعه اصلی از جسم به صورت خطوط جامد (پُر) نشان داده می‌شوند. ادامه آنها به تصویر مجازی خط تیره است. برای آنکه متقادع شویم، این شکل نیاز به درک واضحی از این دارد که چرا اصلاً تصویر مجازی یک تصویر است. بنابراین، باید یادآوری کنیم که این یک تصویر است زیرا هر نقطه از تصویر مجازی در همه جهات تابش می‌کند و رابطه فضایی بین نقاط روی تصویر مانند جسم است. تصویر به نحوی تحریف یا مخلوط نشده است. برای متقادع کردن خود به این موضوع، باید مطمئن شویم که پرتوهای ساطع شده از ذره بین در واقع تصویر بزرگتری را در مقایسه با تصویری که با مشاهده مستقیم جسم ایجاد می‌شود، روی شبکیه تشکیل می‌دهند. این در شکل زیر نشان داده شده است، جایی که یک عدسی مربوط به چشم اضافه کرده‌ایم. مکان‌ها و اندازه جسم و تصویر مجازی حفظ می‌شوند، اما اکنون با تصویر مجازی به گونه‌ای رفتار می‌کنیم که گویی یک شی فیزیکی واقعی است، بدون توجه به وجود عدسی بزرگ‌نمایی. (به هر حال، پرتوهایی که از عدسی ذره بین بیرون می‌آیند دقیقاً شبیه به یک جسم فیزیکی به بزرگی تصویر مجازی هستند که در محل تصویر مجازی نشسته است.) دو اشعه اصلی از هر جسم را از طریق خطوط جامد و پُر برای شی اصلی، و خط چین برای تصویر مجازی، چشم رديابی می‌کنیم.



پرتوهای اصلی بالای تصویر مجازی یا تصویر اصلی با هیچ پرتو واقعی وارد شده به چشم مطابقت ندارد. مردمک چشم آنقدر کوچک است که آن پرتوها به بیرون از مردمک می‌افتدند. با این حال، تکنیک پرتوهای اصلی هنوز کار می‌کند. همانطور که می‌دانیم، اندازه مردمک فقط روشنایی تصویر روی شبکیه را تغییر می‌دهد. اندازه یا مکان تصویر

را تغییر نمی‌دهد. به طور مشابه، هرچه ذره بین بزرگتر باشد، تصویر مجازی روشن‌تر است زیرا با افزایش زاویه فضائی ارائه شده توسط ذره بین به جسم، پرتوهای بیشتری را جذب می‌کند. صرف نظر از روشنایی، شکل بهوضوح نشان می‌دهد که پرتوهای متناظر با تصویر مجازی، تصویر بزرگتری را نسبت به پرتوهای جسم اصلی به شبکیه می‌اندازند. به عبارت دیگر، شیء، همانطور که نشان داده می‌شود، بزرگ شده است.

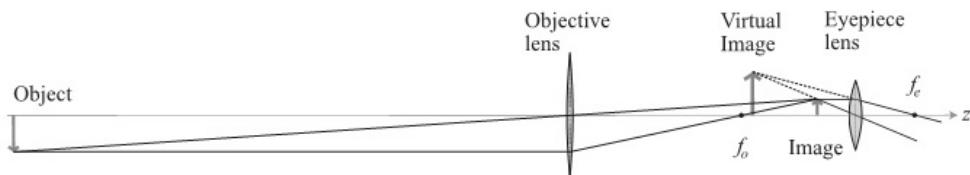
**مثال ۳.۳ میکروسکوپ** میکروسکوپ‌ها اساساً یک نسخه پیشرفتی از ذره بین هستند. ترفندهای این است که یک عدسی دوم در جلوی ذره بین (که اکنون چشمی نامیده می‌شود) اضافه کنید. عدسی دوم به عدسی شیئی معروف است و وظیفه آن ایجاد یک تصویر میانی برای بزرگنمایی چشمی است. تصویر میانی بزرگتر از جسم اصلی است، بنابراین بزرگنمایی کلی فراتر از آن چیزی است که چشمی می‌تواند به خودی خود ارائه دهد. شکل زیر پیکربندی آن را نشان می‌دهد.



فاصله کانونی عدسی شیئی  $f_o$  و فاصله کانونی عدسی چشمی  $f_e$  است. در این شکل، من جسم (سمت چپ) را وارونه قرار دادم تا بتوانم به سادگی از شکل ذره بین، همانطور که هست، دوباره استفاده کنم. هدف از این کار تاکید بر عدم وجود رمز و راز در اطراف میکروسکوپ بود. این در واقع فقط دو مرحله بزرگنمایی است که در کنار هم قرار گرفته‌اند. تصویر ایجاد شده توسط عدسی شیئی بزرگتر از جسم است و تصویر مجازی تولید شده توسط چشمی ثابت بزرگتر است. مقادیر بزرگنمایی معمولی برای یک هدف ممکن است  $\times 10$  یا  $\times 40$  (ده برابر یا چهل برابر) باشد. چشمی ممکن است بزرگنمایی  $\times 10$  دیگری داشته باشد که مقدار کلی بزرگنمایی  $\times 100$  یا  $\times 400$  را بدهد. بدیهی است که بزرگنمایی آرایش نشان داده شده در تصویر بسیار کمتر (حدود  $\times 6$ ) انتخاب شده است تا جسم قابل مشاهده باشد و تصاویر در اندازه مناسب در صفحه قرار گیرند. به طور معمول، فاصله کانونی شیئی و چشمی که منجر به بزرگنمایی بیشتر می‌شود، کوچکتر از آنچه در شکل نشان داده شده است.

**مثال ۴.۳ تلسکوپ** این تلسکوپ از نظر عملکرد بسیار شبیه به میکروسکوپ است. اکنون تاکید بر بزرگنمایی چیزهای متوسط و بزرگ در فاصله دور است تا چیزهای کوچک از نمای نزدیک. برای انجام این کار، فاصله کانونی شیئی را طولانی‌تر می‌کنیم و آن را از چشمی دور می‌کنیم. تصویری که توسط عدسی شیئی تشکیل شده است اکنون کوچکتر از جسم است. تصویر مجازی تولید شده توسط چشمی زاویه بسیار بزرگتری نسبت به بیننده نسبت بهشی اصلی در هنگام مشاهده با چشم غیرمسلح

دارد. (برای تأکید، دوباره چشمی را بدون تغییر از حالت ذره بین رها کردم). بنابراین تلسکوپ جسم دور را با نسبت زاویه‌ها بزرگ کرده است. همچنین از نمودار مشخص است که چرا به نظر می‌رسد یک تلسکوپ "جسم را نزدیک‌تر می‌کند".



بار دیگر، برای اینکه اندازه جسم و تصویر قابل کنترل باشد، تلسکوپ نشان داده شده در این مثال بزرگنمایی خیلی بالای ندارد و طوری تنظیم شده است که جسمی را به‌طور غیرواقعی نزدیک به تلسکوپ تصویر کند. یک تلسکوپ واقعی یک چشمی با فاصله کانونی بسیار کوتاه‌تر خواهد داشت تا تصویری که توسط هدف ایجاد شده است را بسیار بیشتر از آنچه در اینجا نشان داده شده است بزرگنمایی کند. این باعث افزایش زاویه تحت تأثیر تصویر مجازی می‌شود و بزرگنمایی کلی را افزایش می‌دهد.

### ۴.۳ نور هندسی موازی محور

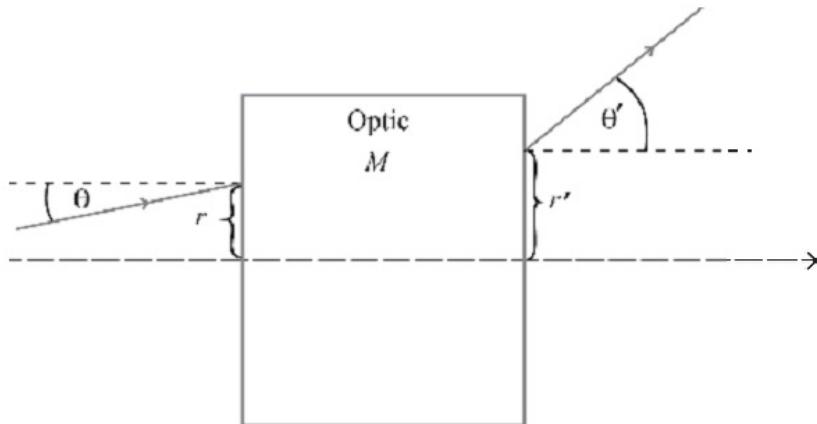
اگر زاویه  $\theta$ ، که پرتوها با محور نوری ایجاد می‌کنند، همیشه کوچک باشد، می‌توانیم از این وقایع استفاده کنیم که  $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ .<sup>۶</sup> این همان تقریب موازی محور یا پاراکسیال<sup>۶</sup> است که در فصل اول استفاده کردیم. این عمل به‌ساده‌سازی معادلات حاکم بر رفتار نور منجر می‌شود. به عنوان مثال، تحت این تقریب، قانون اسنل به  $n_t \theta_t = n_i \theta_i$  تبدیل می‌شود. در فصل چهارم، ما همین تقریب را در مورد اُپتیک فیزیکی به کار می‌بریم، جایی که منجر به‌ساده‌سازی شگفت‌انگیز نظریه غیرقابل حل می‌شود. از آنجایی که اُپتیک در تقریب موازی محور بسیار ساده شده است، اغلب منطقی است که با یک سیستم به صورت موازی محور رفتار کنیم، حتی زمانی که تقریب موازی محور بسیار ضعیف است. انجام این کار، ممکن است به‌شما این امکان را بدهد که به سرعت رفتار یک سیستم پیچیده را در کنید یا قبل از انجام یک شبیه‌سازی کامل یا ساختن یک سیستم نمونه اولیه، از تأثیرات انتخاب‌های مختلف طراحی ایده بگیرید. برای سیستم‌های نوری متقاضی محوری، تقریب موازی محور نیز پیش‌بینی اثر عناصر نوری متعدد را آسان می‌کند. هر عنصر نوری با یک

ماتریس  $2 \times 2$

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (13.3)$$

که بعنوان ماتریس انتقال اشعه معروف است و اغلب بنام "ماتریس  $ABCD$ " نامیده و توصیف می‌شود. ضرایب  $A, B, C, D$  عمل نوری را بر روی پرتوی که از نوری عبور می‌نماید،

<sup>6</sup>Paraxial

شکل ۶.۳: نمایش شماتیک یک  $M$  نوری.

توصیف می‌کند. فرض کنید  $r$  فاصله یک پرتو از محور نوری درست قبل از مواجه با  $M$  نوری باشد. ضمناً فرض کنید  $r'$  فاصله همان پرتو از محور نوری درست پس از خروج از  $M$  نوری باشد. به طور مشابه، فرض کنید  $\theta$  زاویه پرتو با محور نوری بلافارسله قبل از  $M$  و  $\theta'$  زاویه بعد از  $M$  باشد (شکل ۶.۳). اگر ارتفاع خروجی  $r'$  و زاویه خروجی  $\theta'$  به صورت خطی با  $r$  و  $\theta$  مرتبط باشند، می‌توانیم بنویسیم

$$r' = Ar + B\theta \quad (14.3)$$

$$\theta' = Cr + D\theta \quad (15.3)$$

و سپس این معادلات را می‌توان بصورت ماتریس زیر نوشت؛

$$\begin{pmatrix} r' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} \equiv Mr \quad (16.3)$$

وقتی چند دستگاه اپتیکی پشت سر هم قرار می‌گیرند، ماتریس‌های  $ABCD$  آنها را ضرب می‌کنیم. به عنوان مثال، با دو اپتیک، اشعه  $r'$  که از اولین سیستم نوری  $M_1$  خارج و سپس بلافارسله وارد سیستم نوری  $M_2$  دوم می‌شود. پرتو  $r''$  که از اپتیک دوم خارج می‌شود، بصورت زیر است :

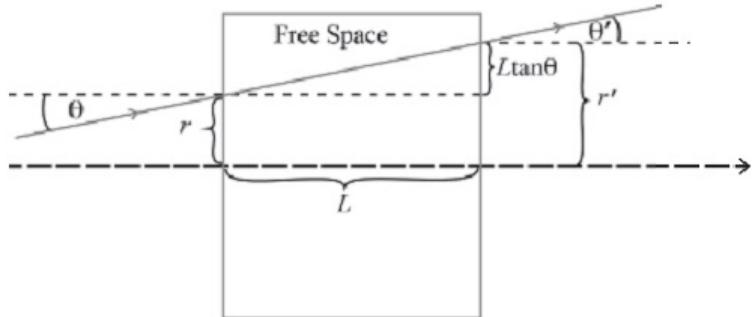
$$r'' = M_2 r' = M_2(M_1 r) = M_2 M_1 r \quad (17.3)$$

به عبارت دیگر، ماتریس مربوط به عمل ترکیبی دو اپتیک فقط  $M = M_2 M_1$  است. برای  $N$  سیستم از اپتیک پشت سر هم، خواهیم داشت:

$$M = M_N M_{N-1} \cdots M_1 \quad (18.3)$$

توجه داشته باشید که ماتریس‌ها به ترتیب معکوس که پرتو با آنها مواجه می‌شود ضرب می‌شوند. بنابراین، عمل ترکیبی دلخواه از دستگاه نوری را می‌توان به چهار جزء یک ماتریس  $2 \times 2$  کاهش داد!

**مثال ۵.۳ انتشار در فضای آزاد اگر "اپتیک" فقط فضای خالی به طول  $L$  باشد، آنگاه زاویه  $\theta'$  پرتوی که از ناحیه فضای خالی خارج می شود برابر با زاویه ورودی  $\theta$  خواهد بود. ارتفاع  $r'$  پرتو خروجی فقط ارتفاع  $r$  پرتو ورودی به اضافه  $L \tan \theta$  اضافی به دلیل انتشار است.**



چون در تقریب موازی محور هستیم،  $\tan \theta \approx \theta$ ، بنابراین؛

$$r' = r + L\theta \quad (19.3)$$

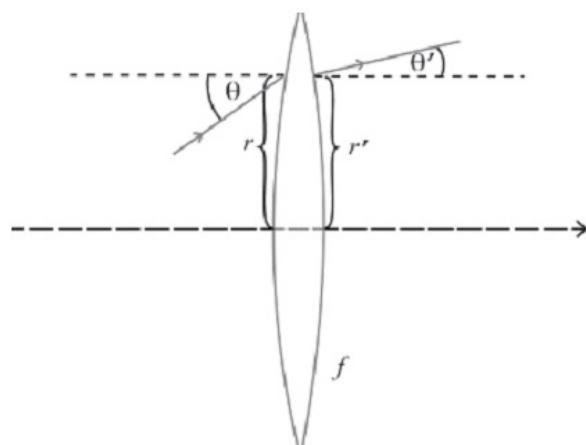
$$\theta' = \theta \quad (20.3)$$

ماتریس  $ABCD$  برای انتشار فضای آزاد برابر است با:

$$M_L = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (21.3)$$

در واقع از این منظر هیچ تفاوتی بین انتشار فضای آزاد و انتشار در هر دیالکتریک وجود ندارد. تا زمانی که تغییری در ضریب شکست وجود نداشته باشد، ماتریس انتشار فضای آزاد برای انتشار در هر دیالکتریک همگن برقرار است. با این حال، ورود یا خروج دیالکتریک از هوا مستلزم تغییر ضریب شکست و در نتیجه ماتریس‌های اضافی  $ABCD$  است. برای کاربرد به مثال ۳.۷ مراجعه کنید.

**مثال ۶.۳ انتشار از درون یک عدسی نازک عمل یک عدسی محدب نازک در تقریب پاراکسیال این است که یک پرتو ورودی را از طریق زاویه  $\Delta\theta$  به سمت محور نوری بچرخاند. زاویه چرخش پرتو متناسب با ارتفاعی است که پرتو در آن عدسی را قطع می کند.  $\Delta\theta = r/f$  که  $f$  فاصله کانونی عدسی است.**



به عبارت دیگر

$$r' = r \quad (22.3)$$

$$\theta' = \theta - r/f \quad (23.3)$$

که در آن علامت منفی بعلت این حقیقت است که  $f$  مثبت است. و اشعه بسمت محور نوری میروند. بنابراین ماتریس  $ABCD$  برای عدسی‌های نازک برابر است با:

$$M_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (24.3)$$

**مثال ۷.۳** ماتریس  $ABCD$  برای یک پنجره یک پنجره (در هوا) با شاخص  $n$  و با سطوح صفحه موازی و عمود بر محور نوری را می‌توان با ماتریس  $ABCD$  توصیف کرد.

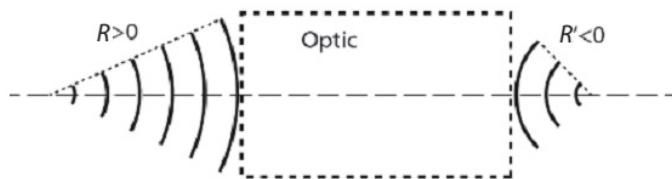
$$M_w = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n \end{pmatrix} \quad (25.3)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (26.3)$$

عوامل چپ و راست در معادله (۲۵.۳) به ترتیب ماتریس‌هایی برای مرز دیالکتریک صفحه در هنگام خروج و ورود به پنجره هستند. ماتریس میانی در ضرب، ماتریس انتشار فضای آزاد است. توجه داشته باشید که ردیف دوم ماتریس به دست آمده نشان می‌دهد که پرتوها با همان زاویه‌ای که وارد شده‌اند از پنجره خارج می‌شوند.

جدول ۱.۳: ماتریس  $ABCD$  برای سیستمهای نوری ساده

توصیف	$M$	ملاحظات
فضای آزاد	$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	برای کاربرد انتشار در خلاء یا دیاکتریک
عدسی نازک	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$	$f$ مثبت برای عدسی همگرا
آینه کروی	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}$	$R$ مثبت است اگر آینه مقعر نسبت به اشعه تابشی باشد.
مرز دیاکتریک مسطح	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$	
مرز دیاکتریک کروی	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n/n'}{R} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$	$R$ مثبت است اگر مرز مانند شکل مقعر باشد.



شکل ۷.۳: میزان واگرایی پرتوهای همسایه به عنوان شعاع انحنای خطوط عمود بر هم ("جبهه‌های موج") بلافاصله قبل و بعد از دستگاه اپتیکی،  $R$  و  $R'$  مشخص می‌شود. در این طرح،  $R'$  کمتر از صفر نشان داده است، در حالی که  $R$  بزرگتر از صفر نشان داده شده است، اما هر ترکیبی ممکن است. هیچ فرضی در مورد علامت  $R$  یا  $R'$  در نتیجه معادله (۷.۳) وجود ندارد.

### ۱.۴.۳ اثر یک دستگاه نوری بر پرتوهای ساطع شده از یک نقطه

حالت پرتوهایی را در نظر بگیرید که از نقطه‌ای در محور نوری ساطع می‌شوند و از یک دستگاه  $M$  نوری می‌گذرند. میزان واگرایی پرتوهای وارد شده به نور با سرعت واگرایی پرتوهای خروجی از دستگاه اپتیکی چگونه ارتباط دارد؟ برای پاسخ به این، شعاع انحنای «جبهه‌های موج» را عمود بر پرتوهای ساطع می‌کنیم که در شکل (۷.۳) نشان داده شده است. (البته اینها جبهه‌های موج واقعی نیستند، زیرا پرتوها ناهمدوس فرض می‌شوند؛ آنها فقط خطوط دایره‌ای هستند که عمود بر پرتوها هستند).

برای پرتوهای سمت چپ  $R' = r'/\theta' = (Ar + B\theta)/(Cr + D\theta)$  و در سمت راست  $R' = r'/\theta' = (Ar + B\theta)/(Cr + D\theta)$ . از تقسیم صورت و مخرج بر  $\theta$ ، به دست می‌آید

$$R' = \frac{AR + B}{CR + D} \quad (۷.۳)$$

این معادله برای تأثیر یک دستگاه نوری بر پرتوهای ساطع شده از یک منبع نقطه‌ای زمانی بسیار مهم خواهد بود که، در بخش ۱.۴، این روش را به جبهه موج‌های یک باریکه گوئی گسترش می‌دهیم.

### تمرینات

• تمرین ۱ از یک عدسی مثبت را می‌توان به عنوان ذره‌بین استفاده کرد. با استفاده از پرتوهای اصلی، نشان دهید که یک عدسی منفی (مقعر) یک کاهنده است. به عبارت دیگر، وقتی از عدسی منفی نگاه می‌کنید، چیزها باید کوچکتر به نظر برسند.

• تمرین ۲ تلسکوپی مت Shank از دو عدسی مثبت را در نظر بگیرید که به تلسکوپ نیوتونی معروف است. یک پرتو ستونی مجموعه‌ای از پرتوهای موازی است، مانند خروجی لیزر یا پرتوهایی که از یک جسم در بی‌نهایت می‌آیند. با استفاده از پرتوهای اصلی، نشان دهید که اگر یک پرتو ستونی که وارد شیء شده و از چشمی به عنوان

یک پرتو سنتونی شده خارج شود، فاصله بین عدسی‌ها باید برابر با مجموع فواصل کانونی باشد. همچنین نشان دهید که عرض پرتو سنتونی شده با نسبت فاصله کانونی تغییر می‌کند. همین کار را برای یک تلسکوپ متشکل از عدسی مثبت و منفی، که به عنوان تلسکوپ گالیله شناخته می‌شود، انجام دهید.

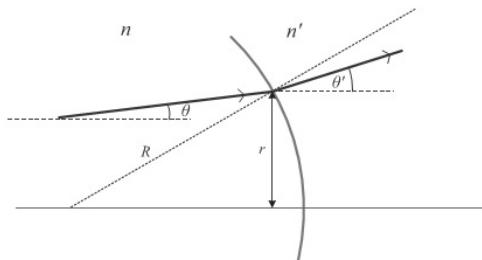
• **تمرین ۳** تلسکوپ گالیله از یک عدسی واگرا با فاصله کانونی  $f_1$  – تشکیل شده است که با فاصله  $L$  از یک عدسی همگرا با فاصله کانونی  $f_2$  جدا شده است. فرض کنید  $f_2 > L - f_1$  و  $f_2 = f_1$  است. ماتریس  $ABCD$  را برای یک تلسکوپ گالیله پیدا کنید.

• **تمرین ۴** نشان دهید که ماتریس  $ABCD$  برای سطح مشترک یک دیالکتریک مسطح برابر  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$ ، همانطور که در جدول (۱.۳) نشان داده شده است.

• **تمرین ۵** پرتویی را در نظر بگیرید که از یک سطح مشترک کروی بین دو دیالکتریک عبور می‌کند. محیط تابشی دارای ضریب شکست  $n$  و محیط ارسالی دارای ضریب شکست  $n'$  است. اگر شعاع انحنای سطح مشترک  $R$  باشد ( $\theta > 0$  مربوط به انحنای سطح مشترک به سمت پرتو ورودی). نشان دهید که ماتریس  $ABCD$  مربوط به سطح مشترک برابر است با:

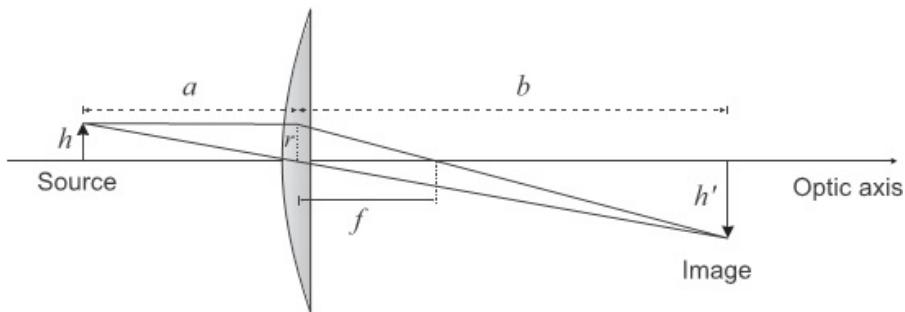
$$M_{sph} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n'-n}{n'R} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$$

ممکن است شکل زیر برای شما مفید باشد.

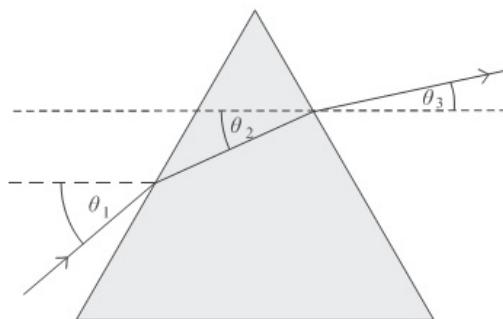


• **تمرین ۶** از قانون اسنل و نتیجه تمرین ۵.۳ استفاده کرده، ماتریس  $ABCD$  یک عدسی محدب مسطح ضخیم را بدست آورید.

• **تمرین ۷** برای بزرگنمایی  $h'/h$  یک سیستم تصویربرداری با عدسی، عبارت داده شده در معادله (۱۲.۳) را بدست آورید. از نماد نمودار زیر استفاده کنید. اشعه (طبق معمول) با خطوط پُر که نوک جسم و پیکان‌های تصویر را بهم متصل می‌کنند نشان داده می‌شوند.



- تمرین ۸ یک منبع نقطه‌ای مولد امواج کروی را در نظر بگیرید. از معادله (۲۷.۳) برای یافتن شعاع انحنای آینه‌ای که نور را مجدداً تا نقطه تابش متوجه می‌کند، استفاده کنید. آیا نتیجه منطقی است؟
- تمرین ۹ نشان دهید که فاصله کانونی یک آینه کروی مقعر نصف شعاع انحنای آن است.
- تمرین ۱۰ یک عبارت دقیق برای رابطه بین زاویه تابش  $\theta_1$  و زاویه خروج  $\theta_2$  برای پرتوی که از یک منشور متساوی الاضلاع با ضریب شکست  $n > 1$  می‌گذرد، محاسبه کنید. (منشور متساوی الاضلاع منشوری از مقطع مثلثی با اضلاع با طول مساوی است)، مانند شکل زیر.



توجه داشته باشید که تفاوت بین زاویه خروج و زاویه برخورد با زاویه‌ای است که منشور از طریق آن نور را می‌چرخاند،  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ . از شکل فوق می‌بینید که  $\Delta\theta$  منفی خواهد بود که نشان دهنده چرخش پرتو در جهت عقربه‌های ساعت است. برای سادگی، حالتی را در نظر بگیرید که زوایای برخورد و خروج از نظر بزرگی مساوی اما دارای علائم مخالف باشند. سپس پرتو داخل منشور به موازات قاعده منشور حرکت می‌کند.  $\Delta\theta$  را بر حسب تغییرات کوچک در ضریب شکست،  $\Delta n$  در اطراف  $n = n_0$  بسط دهید، که در آن  $n$  ضریب شکست در برخی از طول موج‌های مرجع  $\lambda$  است.  $\lambda$  را مقداری از طول موج نزدیک به وسط محدوده مرئی در نظر بگیرید. سپس  $n$  ضریب شکست برخی از شیشه‌های معمولی در آن طول موج است. شما باید این مقادیر را برای یک لیوان انتخابی خود جستجو کنید. همچنین

با جستجوی مقدار  $\frac{dn}{d\lambda}$  برای شیشه انتخابی خود، تخمین بزنید که چقدر باید از منشور فاصله داشته باشید تا عرض رنگین کمان از یک پرتو باریک سه‌تولی شده از نور خورشید به عرض یک سانتی‌متر باشد.

باید متوجه باشید که جمله خطی در بسط صفر نیست. بر اساس این نتیجه، و با فرض اینکه هر وابستگی  $n$  به طول موج نیز تقریباً خطی برای طول موج‌های داخل ناحیه مرئی است (تقریبی نسبتاً خوب) آیا انتظار دارید که همه رنگ‌ها (طول موج‌ها) تقریباً به یک اندازه در رنگین کمان نمایش داده شوند؟

• **تمرین ۱۱** (مسئله کامپیوتروی) قانون اسفل را دو بار اعمال کنید تا مسیر بیست یا بیشتر پرتوهای موازی را که روی یک عدسی کروی صفحه محدب تابش می‌کنند ترسیم کنید. پرتوها ابتدا به سمت صاف عدسی برخورد می‌کنند.

• **تمرین ۱۲** (مسئله کامپیوتروی) پرتوهای موازی را در نظر بگیرید که از داخل نیم حلقه دایره‌ای که در صفحه پرتوها قرار دارد منعکس می‌شوند. مسیری را ترسیم کنید که حدود چهل پرتوهای موازی با فواصل مساوی روی حلقه تابیده و قطر کامل حلقه را می‌پوشاند. برای جلوگیری از شلوغ شدن شکل، فقط پرتوها را از نقطه بازتاب بعد رسم کنید. به عبارت دیگر، پرتوهای ورودی را نشان ندهید. شکل تیز و سوزاننده‌ای که ظاهر می‌شود نفوذی<sup>۴</sup> است و گاهی اوقات هنگام نوشیدن بیرون در یک روز آفتابی روی سطح یک فنجان چای یا قهوه دیده می‌شود. (در اپتیک، "تیز و سوزاننده"<sup>۵</sup> پوششی از پرتوهای نور است که یک منحنی یا ناحیه بسیار درخشان را تشکیل می‌دهد.)

## ۵.۳ آزمایش: اپتیک تصویربرداری

### اهداف

۱. درک دقیقی از مفهوم فاصله کانونی به دست آورید.

۲. رفتار دقیق نور کانونی شده توسط عدسی‌های کروی را مشاهده کنید.

۳. برنامه ردیابی اشعه مونت کارلو را نوشته تا ناحیه کانون را مدل کنید.

۴. انحنای قرنیه را اندازه بگیرید.

۵. ساخت و درک عملکرد تلسکوپ‌های ساده.

۶. انحراف رنگی را مشاهده و تجزیه و تحلیل کنید.

<sup>۴</sup>Nephroid

<sup>۵</sup>Caustic

۷. وضوح تصویر را در یک دوربین سوراخ‌سوزنی<sup>۹</sup> به‌حداکثر برسانید و نظریه‌ای ارائه کنید که نتیجه را توضیح دهد.

### تجهیزات مورد نیاز

- سه عدسی محدب - مسطح با فواصل کانونی‌های متفاوت، ۱،۰۰۰ – ۵۰ میلی‌متر.
- یک عدسی محدب-مسطح با فاصله کانونی نسبتاً کوتاه، ۳۰۰ – ۱۰۰ میلی‌متر، با قطر بیشتر از ۲۵° میلی‌متر.
- یک سنگ مرمر مات
- خط کش در صورت امکان، ریزتر از یک میلی‌متر درجه‌بندی شود.
- چندین فیلتر چگالی خنثی یا چندین صفحه کوچک از فیلم پردازش شده و در معرض دید قرار نگرفته است.
- لوله‌های عدسی که می‌توانند یک عدسی را در یک طرف خود جای دهند و به‌یکدیگر بچرخند/پیچ شوند. اگر لوله‌های تولید شده تجاری در دسترس نباشند، می‌توان آنها را از مقوای سفت یا لوله‌های آلومینیومی ساخت.
- آینه کروی بزرگ (قطر ۵۰ – ۱۰ سانتی‌متر) با فاصله کانونی ۱۰ – ۱۰۰ سانتی‌متر.
- لامپ رشته‌ای با لامپ شیشه‌ای شفاف مانند لامپ هالوژن.
- فویل قلع و سوزن خیاطی تیز یا یک سری سوراخ‌های حرفه‌ای با قطرهای مختلف بین ۵ تا ۱۰۰ میکرومتر.
- جعبه مقوای با اندازه متوسط.
- منبع نور نقطه مانند یا نیمه نقطه مانند دور، روشن مانند خورشید، ماه کامل، چراغ خیابان و غیره.
- صفحه غیر قابل اشتعال، مانند یک تکه ورق فلزی که با اسپری مات رنگ شده است.

نگاه مستقیم به‌خورشید برای چشم مضر است. به‌خصوص در مورد عدسی‌هایی که ممکن است استفاده کنید مراقب باشید. تحت هیچ شرایطی نباید از طریق عدسی یا هر وسیله نوری که صراحتاً برای این منظور طراحی نشده به‌خورشید نگاه کنید. انجام این کار به‌احتمال زیاد منجر به از دست دادن بینایی می‌شود.

<sup>۹</sup>Pinhole Camera

## فاصله کانونی

فاصله کانونی سه عدسی محدب که فاصله کانونی نامی آنها مشخص است را بررسی کنید. این کار را با تصویربرداری (فوکوس) از یک منبع نور دور، مانند خورشید یا ماه کامل، روی یک صفحه نمایش غیر قابل اشتغال انجام دهید. اطمینان حاصل کنید که لنز عمود بر پرتوهای ورودی است تا باعث ایجاد انحراف در تصویر مرمرک نشوید. لنزهایی با فاصله کانونی نسبتاً وسیع انتخاب کنید. آیا فاصله بین لنز و تصویر معیار خوبی برای فاصله کانونی است؟ آیا فاصله کانونی مشخص شده همیشه با اندازه گیری شما مطابقت دارد؟ آیا ابیراهی رنگی اثراتی دارد؟

**تصویه‌ها** هر بار فقط یک عدسی را از مجموعه عدسی‌های آزمایشگاه بردارید و قبل از گرفتن عدسی دیگر آن را برگردانید. عدسی‌ها معمولاً تا حدودی کوچک، نامرغوب و گران هستند، بنابراین بسیار مراقب باشید عدسی را که فاصله کانونی آن را اندازه می‌گیرید رها نکنید.

## محل کانون

یک عدسی مسطح محدب با قطر بزرگ  $> 2.5\text{ cm}$ ، با فاصله کانونی نسبتاً کوتاه  $< 30\text{ cm}$  و بیش از  $10\text{ cm}$  سانتی‌متر بدهست آورید. فاصله کانونی آن را با تصویربرداری از منبع نور دور (خورشید، ماه و غیره) اندازه گیری/تأثیید کنید. بهمنظور بررسی ابیراهی کروی، از تصویر یک منبع دور در زمانی که کانونی است و همچنین خارج از کانونی است، عکس بگیرید. از تصویر در پیکربندی‌های زیر عکس بگیرید:

- سطح محدب لنز رو به تصویر است و فاصله لنز تا صفحه نمایش فقط کمتر از فاصله کانونی اندازه گیری شده است. لنز باید فقط چند درصد از فاصله کانونی در فاصله ای که تصویر در آن "در فوکوس" است، باشد.

- سطح محدب لنز رو به تصویر است و فاصله لنز تا صفحه نمایش برابر با فاصله کانونی اندازه گیری شده است.

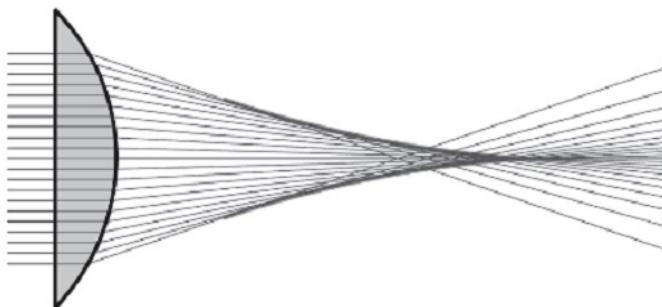
- سطح محدب لنز رو به تصویر است و فاصله لنز تا صفحه نمایش کمی بزرگتر از فاصله کانونی اندازه گیری شده است. لنز باید فقط چند درصد از فاصله کانونی فراتر از فاصله ای باشد که در آن تصویر "در فوکوس" است.

عکس‌ها را به Python یا Matlab (و غیره) وارد کنید و یک نمودار واحد تولید کنید که تابش را به عنوان تابعی از فاصله از محور نوری در هر یک از موارد ذکر شده قبل نشان می‌دهد. نتایج را با یک شبیه‌سازی مونت کارلو که انجام می‌دهید مقایسه کنید که توزیع یکنواخت تصادفی پرتوهای موازی را از طریق یک عدسی به موقعیت مناسب نزدیک کانون منتشر می‌کند. مراحل شبیه‌سازی عبارتند از:

- پرتویی را تعریف کنید که به طور عادی به سمت عدسی حرکت می‌کند و در موقعیت تصادفی روی عدسی وارد عدسی می‌شود.

- از قانون اسنل در سطح منحنی برای انتشار پرتو از طریق عدسی استفاده کنید. توجه داشته باشید که سطح منحنی کروی است.
- موقعیتی را پیدا کنید که در آن پرتو به صفحه نمایش برخورد می کند. در طرحی که صفحه را نشان می دهد، یک نقطه را در آن مکان بکشید.
- مراحل بالا را تکرار کنید تا تصویری به اندازه کافی متراکم از توزیع نور روی صفحه داشته باشید.

برای ایجاد نموداری از تابش به عنوان تابعی از فاصله از محور نوری، می توانید از کد خود بخواهید تعداد پرتوهایی را که از حلقه های با قطر فزاینده عبور می کنند شمارش کند. شکل (۸.۳) که با ردیابی مجموعه ای از پرتوهای انتخاب شده از طریق یک عدسی محدب مسطح تولید می شود، ممکن است به شما کمک کند تا آنچه را که انتظار دارید تجسم کنید.



شکل ۸.۳: مسیرهایی که توسط پرتوهای موازی وارد عدسی کروی مسطح محدب در ارتفاعات مختلف می شود، نشان می دهد که حتی در تقریب اپتیک هندسی، یک عدسی کروی "فوکوس کامل" ایجاد نمی کند. این تصویر پرتوهای منفرد را نشان می دهد که ردیابی می شوند، اما پوشش پرتوهایی را که نور بهویژه در آن متمرکز است ("سوزاننده") برجسته می کند.

**توصیه ها** اگر از خورشید استفاده می کنید، دوربین را مستقیماً در نور متمرکز قرار ندهید. به احتمال زیاد آن را نابود خواهید کرد. در عوض، از نور روی صفحه عکس بگیرید. حتی با منابع کم نورتر از خورشید، مشکل اصلی به دست آوردن عکسی است که آرایه ۰۰۰ یا ۰۰۰ در دوربین را اشبع نمی کند. ممکن است لازم باشد هر دیافراگم و کنترل نوردهی را که دوربینتان دارد تنظیم کنید. علاوه بر این، ممکن است لازم باشد برای جلوگیری از اشبع شدن، شیشه بسیار تیره (مانند فیلتر چگالی خنثی) را در جلوی لنز دوربین قرار دهید. اگر در حین تجزیه و تحلیل متوجه شدید که منحنی های تابش شما صاف است، احتمالاً دوربین اشبع شده است و احتمالاً باید این اندازه گیری را دوباره انجام دهید. اگر استفاده از دوربین تلفن را انتخاب کنید، باید به تنظیمات کنترل نوردهی دسترسی داشته باشید که ممکن است به برنامه های اضافی نیاز داشته باشد.

مطمئن شوید که لنز را طوری جهت دهید که طرف صاف آن رو به خورشید باشد.  
آن سطح در انکسار شرکت نمی کند زیرا پرتوها در سرعت عادی از آن عبور می کنند.  
این کار شبیه سازی را آسان تر می کند.

## فصل ۴

# نور فیزیکی

اکنون فرضی را که در اپتیک هندسی ساخته شده است که طول موج به سمت صفر میل می‌کند، راحت می‌کنیم. ما همچنین میدان‌های همدوس را مجاز می‌کنیم. تنوع و تعداد بسیار زیاد پدیده‌هایی که اکنون توسط این نظریه در بر می‌گیرد، آنقدر زیاد است که نمی‌توانیم امیدوار باشیم که آنها را در یک کتاب، چه رسید به یک فصل، پوشش دهیم. بنابراین، باید راهی را انتخاب کنیم که در خدمت هدف فوری ما باشد. تقریباً هر آزمایشگاه اپتیک از لیزر استفاده می‌کند. درک پرتوهای خروجی آنها برای اینکه بتوانید اصلاً در آزمایشگاه اپتیک کار کنید بسیار مهم است. از جایی که در فصل اول متوقف کردیم ادامه می‌دهیم و تقریب پاراکسیال (موازی محور) را به انگرال هویگنس بیشتر تخصصی کرده تا بتوانیم پرتوهای لیزر را توصیف کنیم. سپس این روش به نتیجه منطقی خود در استفاده از تبدیل فوریه به عنوان یک روش انتشار پرتو می‌رسد. این روش همیشه در کتاب‌های اپتیک با جزئیات زیاد توضیح داده نمی‌شود، اما روشی مفید و کلی برای انتشار پرتوهای لیزر در یک سیستم نوری واقع‌گرایانه است، مخصوصاً در مواردی که قطر محدود یا عیوب سطحی اجزاء تأثیر دارد، که فکر می‌کنم ارزش یادگیری آن را دارد.

به منظور تأکید بر نقش اساسی پراش در اپتیک فیزیکی، آزمایش در پایان این فصل بر پراش و یکی از کاربردهای اصلی پراش: طیفسنجی متمرکز است. تئوری منتهی به پرتوهای گوسی و روش تبدیل فوریه ممکن است در رابطه با آزمایش «سنگین»<sup>۱</sup> به نظر برسد، به خصوص زمانی که می‌توانیم از انگرال هویگنس برای محاسبه عددی الگوهای پراش استفاده کنیم. با این حال، مطالب نظری در این فصل برای فصل‌های بعدی نیز مورد نیاز است. آزمایش در فصل ششم بهشدت بر محتوای این فصل متکی است و بحث در مورد کواک‌ها (حفره‌ها)<sup>۱</sup> در فصل هفتم از مطالعه اول این فصل سود می‌برد. از شما می‌خواهم که برای مطالعه آن وقت بگذارید.

<sup>۱</sup>Cavities

## ۱.۴ نور فیزیکی موازی محور

ما خود را به تقریب موازی محور محدود می‌کنیم که در آن نرمال‌های جبهه موج زوایای کوچکی با محور نوری ایجاد می‌کنند. بنابراین، پرتوها به سرعت واگرا یا همگرا نمی‌شوند. تقریب موازی محور برای اکثر سیستم‌هایی که از لیزر به عنوان منبع نور استفاده می‌کنند مناسب است. همانطور که خواهیم دید، تمام ماشین‌های اپتیک هندسی موازی محور تنها با یک تعدیل "کوچک" به مفهوم شعاع انحنای پرتو به اپتیک فیزیکی موازی محور منتقل می‌شوند.

### ۱.۴.۱ پرتوهای خود مشابه که در فضای آزاد منتشر می‌شوند: $TEM_{mn}$ مودهای

هر کسی که با چراغ قوه بازی کرده باشد می‌تواند این واقعیت را تأیید کند که پرتوی که روی دیوار مجاور تابیده می‌شود نسبت به زمانی که بر روی دیواری دور تابیده می‌شود متفاوت به نظر می‌رسد. و تفاوت بیش از یک تغییر کلی در روشناهی است. معمولاً شکل پرتو متفاوت است، شاید یک هاله در دیوار دور وجود داشته باشد که در دیوار مجاور هیچ هاله‌ای دیده نمی‌شود. به عبارت دیگر، به نظر می‌رسد که پرتو در حین حرکت، مشخصات عرضی خود را به شکلی غیر ضروری تغییر می‌دهد. سوال جالبی که ممکن است در مورد انتشار نور بپرسد این است که آیا پرتوهایی وجود دارند که مشخصات عرضی خود را در حین انتشار حفظ کنند؟ از نظر کمی، می‌پرسیم که آیا اشکال پرتو  $u(xyz_1)$  وجود دارد که پس از انتشار توسط معادله (۳۱.۱)، شکل عملکردی خود را حفظ کند. پاسخ سوال بله است! به نام مودهای فضای آزاد  $TEM_{mn}$  میدان الکترومغناطیسی شکل عملکردی خود را پس از انتشار حفظ می‌کنند. "Transverse Electric and Magnetic" است

" $TEM$ " مخفف می‌باشد. این مودهای مخصوصاً در طول انتشار حفظ می‌کنند، در حالی که مودهای  $TEM_{mn}$  شکل عملکردی خود را در طول انتشار حفظ می‌کنند، دامنه و فاز کلی پرتو تغییر می‌کند. اندازه پرتو و انحنای جبهه موج نیز تغییر می‌کند. برای اینکه بینیم چگونه، باید انتشار دامنه میدان  $u$  مربوط به مود  $TEM_{mn}$  را در نظر بگیریم. در برخی صفحه منبع واقع در  $z_1 = z$ ، دامنه میدان مختلط  $u$  مود  $TEM_{mn}$  برابر است با:

$$u(x, y, z_1) \equiv u_0 H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_1}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_1}\right) e^{-jk\frac{x^2+y^2}{r_{q_1}}} \quad (1.4)$$

جایی که  $u_0 \in \mathbb{C}$  یک ثابت کلی است، "شعاع پرتو"  $w_1$  فاصله‌ای از محور نوری است که در آن دامنه میدان یک مود  $TEM_{mn}$  به قدر  $\frac{1}{e}$  از حد اکثر مقدار آن کاهش یافته است. کمیت  $r_{q_1} \in \mathbb{C}$  به عنوان "شعاع مختلط احنا" یا "پارامتر پرتو مختلط" شناخته می‌شود.

هم انحنای جبهه موج و هم اندازه پرتو را در صفحه مبدأ مشخص می‌کند. پارامتر پرتو مختلط بر حسب شعاع پرتو  $w$  و شعاع انحنای جبهه موج  $R$  با توجه به

$$\frac{1}{q} \equiv \frac{1}{R} - j \frac{\lambda}{\pi w^2} \quad (2.4)$$

پس از انتشار فاصله  $L$  در فضای آزاد مطابق معادله (۳۱.۱). می‌توان نشان داد که دامنه میدان مختلط می‌شود

$$u(x, y, z) = \zeta u_0 H_m\left(\frac{\sqrt{2x}}{w}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2y}}{w}\right) e^{-jk\frac{x^2+y^2}{q^2}}, \quad (3.4)$$

که در آن  $q$  پارامترهای مختلط جدید است که بصورت زیر داده می‌شود.

$$q = q_1 + L \quad (4.4)$$

شعاع انحنای جبهه موج  $R$  و شعاع پرتو  $w$  پس از انتشار اکنون از  $q$  به دست می‌آید. از آنجایی که معادله (۲.۴) یک معادله با ارزش مختلط است، بخش‌های حقیقی و موهومی معادلات مستقلی هستند که بهما اجازه می‌دهند آن را برای هر دو  $w$  و  $R$  حل کنیم. ضریب مختلط  $\zeta$  در مقابل معادله (۳.۴) نشان می‌دهد که دامنه کلی و تغییر فاز پرتو تغییر کرده است. می‌توان نشان داد که انتگرال انتشار منجر به رابطه زیر می‌شود:

$$\zeta \propto \left[ \frac{q_1}{q_1 + L} \right]^{l+m+n} \quad (5.4)$$

بنابراین، اگر میدان منبع یک مود  $TEM_{mn}$  باشد، می‌توانیم آن را در فضای آزاد با استفاده از معادلات ذکر شده در اینجا بدون نیاز به اجرای صریح انتگرال (۳۱.۱) منتشر کنیم. در واقع، فقط به معادله (۴.۴) و (۵.۴) نیاز داریم که بدانیم پرتو چگونه تغییر کرده است. این یک ساده سازی بسیار زیاد است و بهما امکان می‌دهد پرتوهای لیزر را بسیار راحت تر از آنچه در غیر این صورت می‌توانستیم منتشر کنیم.

می‌خواهیم شکل و رفتار مودهای  $TEM_{mn}$  را بیشتر بررسی کنیم. برای این کار، بهتر است در یک سیستم مختصاتی کار کنید که جبر تا حد امکان ساده باشد. ما یک مود  $TEM_{mn}$  را در نظر می‌گیریم که در فضای آزاد در جهت  $z$  در امتداد محور  $z$  حرکت می‌کند و دارای جبهه موج‌های مسطح در  $z = 0$  است، منتشر می‌شود. (به عبارت دیگر به صورت  $z \rightarrow \infty$ ) صفحه منبع صفحه  $xy$  است ( $z = 0$ ). در صفحه منبع، معادله (۲.۴)،  $q_1 \equiv j\pi w^2/\lambda$  را می‌دهد زیرا  $z \rightarrow \infty$ . شعاع پرتو در صفحه منبع  $w$  است برای یافتن شعاع پرتو  $w$  و شعاع انحنای  $R$  در نقطه‌ای پایین دست  $z$ ، فرمول انتشار معادله (۴.۴) را به جای  $L$  با  $z$  اعمال می‌کنیم. حل معادله (۲.۴) برای  $R$  و  $w$  (با مقداری کار جبری) بدست می‌آید:

$$R = \frac{1}{Re\{q^{-1}\}} = z \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right] \quad (6.4)$$

$$w = \left[ -\frac{\lambda}{\pi Im\{q^{-1}\}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

که در آن

$$z_0 \equiv \frac{\pi w^2}{\lambda}$$

کمیت  $\zeta$  به عنوان محدوده ریلی<sup>۴</sup> پرتو شناخته می‌شود. در یک محدوده ریلی از کمر، در خشنده‌گی پرتو در مقایسه با در خشنده‌گی در ناحیه کمر، دو برابر کاهش یافته است. محدوده ریلی نیز تقریباً با فاصله‌ای مطابقت دارد که در آن سوی جبهه موج‌ها مانند امواج کروی منتشر می‌شوند و شعاع انحنای جبهه موج،  $R$ ، تقریباً برابر با  $\zeta$  می‌شود. واضح است که برای  $\zeta$  مثبت و منفی افزایش می‌یابد، بنابراین  $w$  حداقل شعاع پرتو است که به نام «کمر پرتو» شناخته می‌شود.

این معادلات، که شعاع انحنای جبهه موج و شعاع پرتو را به عنوان تابعی از موقعیت در امتداد محور نوری  $\zeta$  نشان می‌دهند، به قدری مهم هستند که من آنها را با یک کادر با شماره معادلات (۱۷.۴) و (۱۱.۴) زیر تأکید می‌کنم.

$$\boxed{R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right]^{l+n+m} \quad w(z) = w_0 \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right]^{\frac{l}{2}}}$$

همانطور که قبلاً ذکر شد، افست فاز با آرگومان ضریب دامنه مختلط در معادله (۱۱.۴) داده می‌شود. می‌توان آن را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\zeta \propto \left( \frac{1}{1 - j\eta} \right)^{l+n+m} \quad \text{که در آن} \quad \eta = \frac{z}{z_0}$$

جایی که  $L$  را با  $\zeta$  جایگزین کرده‌ایم و از این واقعیت استفاده می‌کنیم که کمر در  $\zeta = 0$  است. اعمال رابطه  $z = |z| \exp[j \arg(z)]$ ،  $\zeta = |z| \exp[j s \tan^{-1} \eta]$  داشت؛

$$\left( \frac{1}{1 - j\eta} \right)^s = \left\{ \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2}} \right) \exp[-j \arg(1 - j\eta)] \right\}^s = \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2}} \right)^s \exp[j s \tan^{-1} \eta] \quad (۱۱.۴)$$

که در آن  $s = l + n + m$ . سپس با استفاده از معادله (۱۱.۴) برای بازنویسی  $\sqrt{1 + \eta^2}$  به صورت  $w/w$  و نرمالیزه کردن به طوری که توان در پرتو منتشر شده معادله (۳.۴) برای با توان در پرتو اصلی معادله (۱۱.۴) شود، بدست می‌آید:

$$\zeta(z) = \left( \frac{w_0}{w} \right) \exp(j\phi_0) \quad (۹.۴)$$

که در آن

$$\boxed{\phi_0(z) = (l + n + m) \tan^{-1} \left( \frac{z}{z_0} \right)} \quad (۱۰.۴)$$

فاز  $\phi$  به نام فاز گوی<sup>۵</sup> پرتو شناخته می‌شود و با تغییر جبهه موج منحنی به سمت چپ به جبهه موج منحنی به سمت راست مربوط است. کل تغییر فاز گوی با نزدیک شدن پرتو به کانون از  $-\infty$ ، عبور از کانون کرده، و به سمت  $+\infty$  منتشر می‌شود و برابر است با:

$$\Delta\phi_0 = (l + m + n)\pi. \quad (۱۱.۴)$$

<sup>۴</sup>Rayleigh range

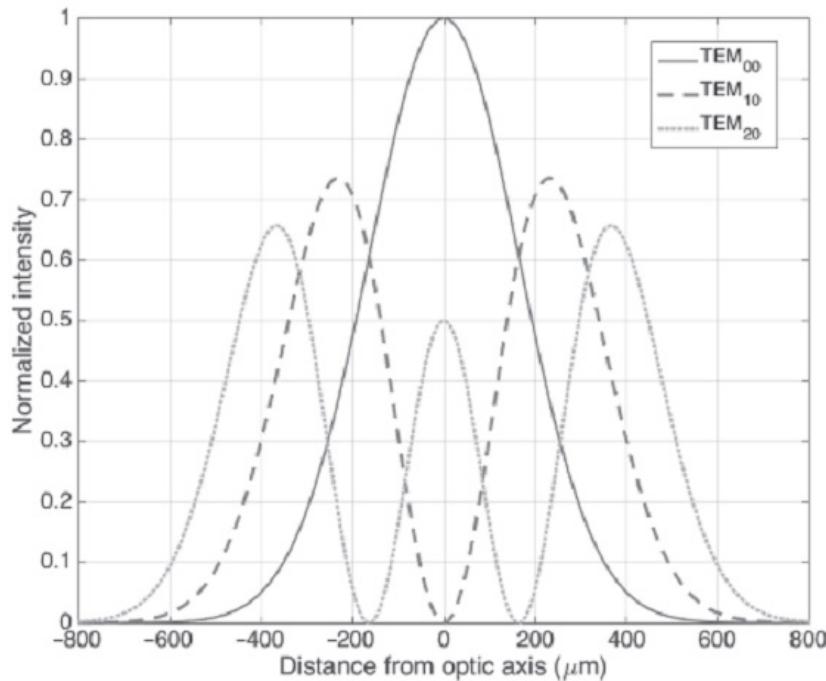
<sup>۵</sup>Gouy phase

بنابراین می‌بینیم که مود  $TEM_{mn}$  با عبور از یک کانون، حداکثر فاصله فازی از  $\pi$  را به دست می‌آورد. مودهای مرتبه بالاتر  $m, n > 0$  بیشتر به دست می‌آورند. معادلات (۷.۴) و (۱۰.۴) رفتار انتشار فضای آزاد مودهای  $TEM_{mn}$  را در بر می‌گیرد. جایگزینی معادله (۲.۴) به معادله (۳.۴) منجر به بیان صریح دامنه میدان اسکالار معادلات (۱۲.۴) و (۱۳.۴) زیر می‌شود

$$\begin{aligned}\tilde{E}(x, y, z) &= u(x, y, z)e^{-jkz} \\ &= u \cdot \frac{w_0}{w(z)} H_m\left(\frac{\sqrt{\gamma}x}{w(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{\gamma}y}{w(z)}\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}} e^{-jk[z+\frac{x^2+y^2}{\gamma R(z)}]+j\phi}.\end{aligned}$$

همانطور که در معادلات (۷.۴) و (۱۰.۴) ما پارامترهای  $w(z), R(z)$  و  $\phi(z)$  را به عنوان توابع موقعیت  $z$  بیان می‌کنیم، با فرض اینکه کمر در  $z = 0$  باشد. بزرگی محدود این شکل میدان دامنه، نمایش درخشندگی پرتو است

$$I_0(x, y, z) = I_0 \cdot \frac{w_0^2}{w^2(z)} H_m^*(\frac{\sqrt{\gamma}x}{w(z)}) H_n^*(\frac{\sqrt{\gamma}y}{w(z)}) e^{-\frac{x^2+y^2}{[w(z)/\sqrt{\gamma}]^2}} \quad (14.4)$$

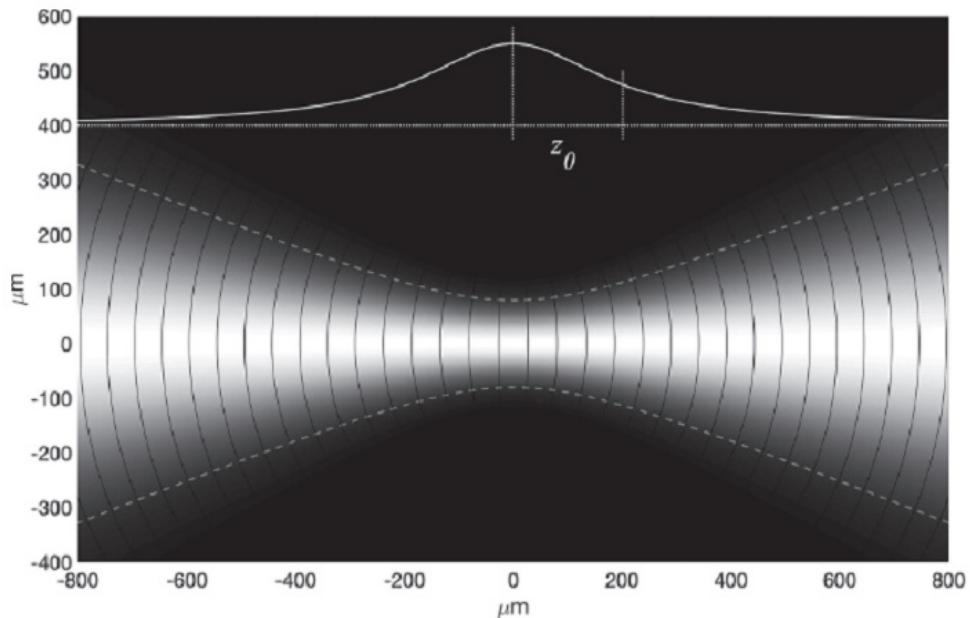


شکل ۱.۴: نمودارهای تابش عرضی مودهای  $TEM_{mn}$  در امتداد محور  $x$ . توان کل در سه ترتو یکسان است.

که در آن  $I_0(0, 0, 0) \equiv I_0$  درخشندگی در محور نوری در کمر پرتو است. مشخصات تابش عرضی چنین پرتوهایی در شکل (۱.۴) نشان داده شده است. همانطور که قبلاً ذکر

## اُپتیک آزمایشگاهی

شد، مود پایین ترین مرتبه،  $TEM_{..}$  نوع پرتویی است که توسط اکثر لیزرها تولید می شود و بنابراین رایج ترین نوع پرتویی است که در آزمایشگاه با آن مواجه می شویم. شکل چنین پرتو گوسی که در فضای آزاد منتشر می شود در شکل (۲.۴) نشان داده است.



شکل ۲.۴: شکل یک پرتو گوسی (مود  $TEM_{..}$ ) در نزدیکی کمر پرتو. در این شکل درخشندگی در هر صفحه عرضی (عمود بر محور نوری) به گونه ای مقیاس بندی شده است که تابش در محور نوری همیشه یکسان باشد. این کار به گونه ای انجام شد که نمایش عرضی راحت تر دیده شود. در غیر این صورت منطقه کانونی بسیار روشن نشان داده می شود در حالی که باقیمانده پرتو برای ثبت در نمودار بسیار کم نور خواهد بود. منحنی های نقطه چین فاصله عرضی را نشان می دهند که در آن دامنه میدان به  $1/e$  مقدار آن در محور نوری کاهش یافته است (درخشندگی به  $1/e^2$ ). درخشندگی در محور نوری کاهش یافته است. منحنی جامد (توپر) در مجموعه جداگانه ای از محورها در نزدیکی بالای شکل، درخشندگی واقعی نور را در محور نوری نسبت به درخشندگی در کمر نشان می دهد. درخشندگی در محور نوری با ضریب ۲ نسبت به کمر پس از رسیدن به محدوده ریلی  $\approx$  کاهش می یابد. منحنی های سیاه در پرتو مکان هایی را نشان می دهد که دامنه میدان صفر است. این دو بار در هر طول موج اتفاق می افتد. در این شبیه سازی طول موج  $100 \text{ میکرومتر}$  انتخاب شده است.

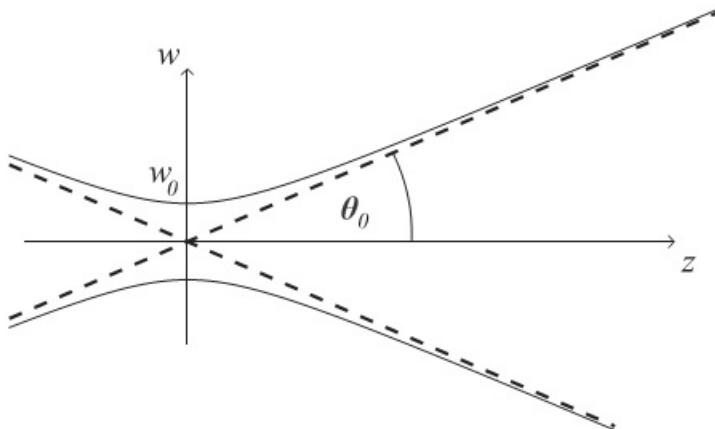
یکی از جنبه های قابل توجه، رابطه بین اندازه کمر و زاویه واگرایی پرتو است. (شکل ۳.۴). با مشتق گرفتن از با توجه به  $z$  و گرفتن  $\infty \rightarrow z$  منجر به رابطه زیر می شود:

$$\theta_0 \approx \left( \frac{\lambda}{\pi} \right) w_0^{-1}, \quad (15.4)$$

که در آن  $\theta_0$  زاویه واگرایی (یا همگرایی) هنگام خروج پرتو (نزدیک شدن) به کمر است،  $w_0$  این بدان معنی است که برای به دست آوردن یک کانون کوچک (کمر پرتوی کوچک)، باید از یک عدسی با فاصله کانونی کوتاه استفاده کرد که به عنوان عدسی "سریع" نیز

شناخته می‌شود. در عمل، اگر می‌خواهید کمترین کانون ممکن را به دست آورید، باید از عدسی با نیمرخ سهموی به جای نیمرخ کروی استفاده کنید. چنین عدسی‌های «کره‌ای» می‌توانند به کانونی محدود پراش دست یابند، حتی برای پرتوهای برخوردی بزرگ که در آن انحراف کروی از عدسی‌های معمولی، کانون را پخش می‌کند.

این واقعیت که کمر کوچک با گسترش سریع مطابقت دارد را می‌توان به عنوان یک نتیجه از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ درک کرد. فوتون‌هایی که از کمر عبور می‌کنند دارای یک گستردگی در گشتاور عرضی خود هستند که مطابق با عدم قطعیت تکانه عرضی  $\Delta p_y$  است. همان فوتون‌ها دارای عدم قطعیت موقعیت عرضی  $\Delta y$  هستند که مربوط به اندازه کمر است. برای یک پرتو گوسی، محصول عدم قطعیت به حداقل می‌رسد:  $\Delta y \Delta p_y = \hbar/2$ . بنابراین، اندازه‌های کوچکتر کمر باید منجر به فوتون‌هایی با گسترش بیشتر گشتاور عرضی شود. همانطور که این فوتون‌ها از کمر خارج می‌شوند، بدلیل گسترش تکانه بزرگتر، پرتو سریعتر پخش می‌شود.



شکل ۳.۴: در فواصل از کمر  $\approx z$ ، شعاع پرتو،  $w$ ، به صورت خطی رشد می‌کند. هرچه کمر کوچکتر باشد شعاع پرتو سریعتر رشد می‌کند.

## ۲.۱.۴ انتشار یک پرتو از طریق نوری ABCD در تقریب موازی محور: تبدیل فوریه

در بخش آخر، در مورد پرتوهایی که در فضای آزاد منتشر می‌شوند صحبت کردیم. اکنون یک پرتو را از طریق یک اپتیک دلخواه که با ماتریس  $ABCD$  توصیف شده است منتشر می‌کنیم. اگر پرتو تابیده شده بر روی یک نوری مانند قبل دارای دامنه میدان مختلط  $u(x, y, z_1)$  باشد، معادله (۳۱.۱) را می‌توان تعمیم داد (به عنوان مثال، Siegman ۱۹۸۶) تا پرتو بلاfacسله پس از اپتیک را به صورت

$$u(x, y, z) = \frac{j}{B\lambda} \iint_{R'} u(x', y', z_1) e^{-jk \frac{A(x'^2 + y'^2) + D(x'^2 + y'^2) - 2xx' - 2yy'}{\lambda B}} dx' dy' \quad (16.4)$$

اگر  $u(x, y, z_1)$  مربوط به مود  $TEM_{mn}$  با شعاع پرتو مختلط  $q$  باشد، شعاع پرتو مختلط منشر شده برابر است با:

$$q = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (17.4)$$

برای انتشار فضای آزاد ( $A = 1B = LC = 0D = 1$ )، این معادله به معادله (۴.۴)، همانطور که انتظار می‌رود، باز می‌گردد. برای تأکید بر سودمندی معادله (۱۷.۴) ارزش مکث دارد. این رابطه به ما این امکان را می‌دهد که هر مود  $TEM_{mn}$  را از طریق هر زنجیره نوری که توسط ماتریس های  $ABCD$  توصیف شده است منتشر کنیم. این واقعاً مفید است! در نهایت می‌توانیم با پرتوهای لیزر به درستی برخورد کنیم. پس از انتشار، می‌توانیم شعاع پرتو جدید و انحنای جبهه موج را از معادله (۲۰.۴) پیدا کنیم. تمرینات ۴.۶-۴.۸ به شما تمرین به کارگیری این قانون را می‌دهد.

با حرکت رو به جلو، تغییری از متغیرها در معادله ایجاد می‌کنیم. (۴.۱۶) نشان دهد که این انتگرال در واقع فقط یک عملیات تبدیل فوریه ۲ بعدی است. الگوریتم‌های رایانه‌ای برای انجام تبدیل‌های فوریه دو بعدی بالغ و سریع هستند و این روش را به روشی جذاب برای انتشار پرتوهای پاراکسیمال با پروفیل‌های فاز و دامنه دلخواه از طریق هر مجموعه اپتیک تبدیل می‌کند. مطمئناً بسیار سریعتر از ارزیابی مستقیم انتگرال ۱.۱۰ هویگنس است.

$$\begin{aligned} x' &= X'\sqrt{B\lambda} \\ y' &= Y'\sqrt{B\lambda} \\ x &= X\sqrt{B\lambda} \\ y &= Y\sqrt{B\lambda} . \end{aligned} \quad (18.4)$$

با این جایگزینی معادله (۱۶.۴) خواهد شد

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= je^{-\frac{j\pi D}{B\lambda}(x'+y')} \iint_{R'} \left[ e^{-j\pi A(X''+Y'')} \right. \\ &\quad \left. u(X'\sqrt{B\lambda}, Y'\sqrt{B\lambda}, z_1) \right] e^{j\pi XX'} e^{j\pi YY'} dX' dY' \quad (19.4) \end{aligned}$$

$$= je^{-\frac{j\pi D}{B\lambda}(x'+y')} \text{FT} \left[ e^{-j\pi A(X''+Y'')} u(X'\sqrt{B\lambda}, Y'\sqrt{B\lambda}, z_1) \right] \quad (20.4)$$

که در آن [ FT تبدیل فوریه دو بعدی  $X'$  w.r.t  $Y'$  را نشان می‌دهد. (نتیجه تبدیل فوریه دو بعدی به گونه‌ای جهت‌گیری شده است که فرکانس مکانی صفر در مرکز بازه باشد.)

**مثال ۱.۳ انتشار فوریه پرتو گوسی** اکنون به یک دایره کامل می‌رسیم و روش تبدیل فوریه دو بعدی خود را در مود پرتو گوسی ( $TEM_{..}$ ) اعمال می‌کنیم تا مطمئن شویم که شکل پرتو پایین دست مورد انتظار را که بدون اثبات در معادله (۳.۴) ارائه شده است ایجاد می‌کند. دامنه میدان مختلط،  $u(x, y, z)$ ، پس از انتشار، باید یک پرتو گوسی دیگر باشد، تنها با یک دامنه، فاز و پارامتر پرتو مختلط  $q$  متفاوت است. پرتو اولیه را طوری در نظر می‌گیریم که یک کمر با شعاع  $w$  در صفحه مبدا در  $z = 0$  داشته

باشد.

$$u(x, y, z) = u_0 e^{-\frac{(x^* + y^*)}{w_*}} \quad (21.4)$$

پارامتر پرتو اولیه در  $z = \frac{j\pi w^*}{\lambda}$  است. از معادله (۲۱.۴)، ما انتظار داریم که پارامتر پرتو پس از انتشار  $z = q_1 + L = q + L$  باشد. اکنون باید بینیم که آیا روش تبدیل فوریه به همان نتیجه منجر می‌شود یا خیر. انجام جایگزینی داده شده در معادله (۱۸.۴)، می‌دهد

$$u(x, y, z) = j e^{-\frac{j\pi}{L\lambda}(x^* + y^*)} \iint_{\mathbb{R}^2} e^{-j\pi(X'^* + Y'^*)} e^{-\frac{L\lambda}{w_*}(X'^* + Y'^*)} e^{j2\pi XX'} e^{j2\pi YY'} dX' dY' \quad (22.4)$$

من انتگرال را با کمک برنامه کامپیوترا Mathematica به صورت تحلیلی انجام داده‌ام. خواهیم داشت:

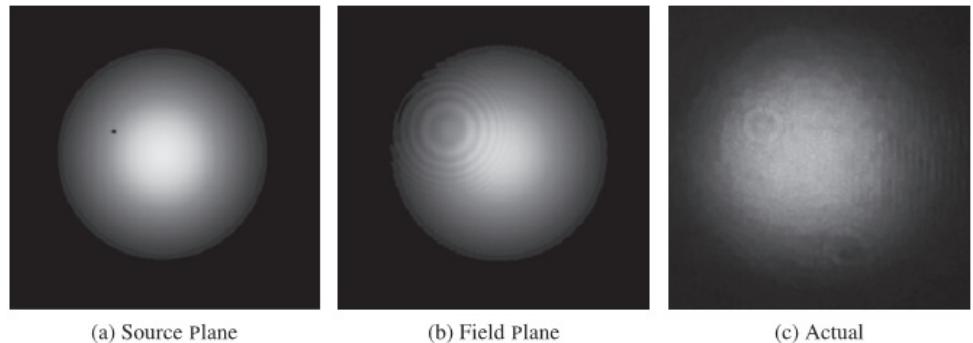
$$u(x, y, z) = \frac{1}{1 - \frac{jL\lambda}{\pi w_*}} e^{-j\pi(X^* + Y^*)} e^{j\frac{\pi^* w_*}{\pi w_* - jL\lambda}(X^* + Y^*)} \quad (23.4)$$

که در ابتدا خیلی امیدوار کننده به نظر نمی‌رسد. با این حال، برخی کشمکش‌های جبری (به تمرین ۴.۳ مراجعه کنید) تأیید می‌کند که این در واقع همان معادله (۳.۴) است.

$$u(x, y, z) = \frac{q_1}{q_1 + L} e^{-jk\frac{x^* + y^*}{(q_1 + L)}} \quad (24.4)$$

بنابراین، برای پرتوهای گوسی، روش تبدیل فوریه، که در واقع فقط انتگرال هویگنس در تقریب فرنل است، با روش انتشار ساده‌تر با استفاده از پارامتر پرتو  $q$  موافق است.

معمولًاً تبدیل فوریه به جای تحلیلی به صورت عددی انجام می‌شود. یک مثال در شکل (۲۴.۴) نشان داده شده است که با استفاده از کد انتشار عددی فوریه در ضمیمه ب-۴ تولید شده است. پس از تنظیم کد، تغییر میدان منبع دشوار نیست. بنابراین، با استفاده از همان کد، می‌توانیم تأثیر هر دامنه میدان منبع-صفحه مورد نظر را بررسی کنیم. همچنین، از آنجایی که کد دامنه میدان را در صفحه دیگری، صفحه میدان، بر می‌گرداند، این صفحه می‌تواند به صفحه منبع برای تکرار بعدی کد تبدیل شود. به این ترتیب می‌توانیم با استفاده از هر افزایش فاصله که مناسب است، میدان را به صورت مرحله‌ای منتشر کنیم. به عنوان مثال، اگر کسی بخواهد بینند که عیوب صاف بودن خفیف و ریز در یک آینه چه تأثیری بر پرتو دارد، می‌توان آن را بررسی کرد. ابتدا میدان را به آینه انتشار دهید، سپس دامنه میدان را در یک تغییر فاز وابسته به  $(x, y)$  ضرب کنید که نشان دهنده انحرافات صاف بودن است. سپس در بقیه زنجیره اپتیک انتشار دهید. به این ترتیب، می‌توان یک مدل واقعی از زنجیره‌های اپتیکی مختلط از جمله عیوب اپتیکی واقعی، برش دیافراگم و غیره ایجاد کرد - یک ابزار نسبتاً قدرتمند است.



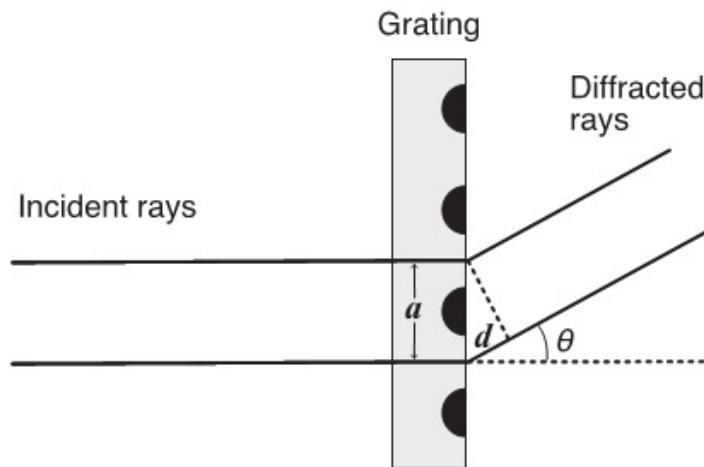
شکل ۴.۴: خروجی کد تبدیل فوریه در پیوست ب-۴، میدان الکتریکی در صفحه میدان با انتگرال هویگنس موازی محور به میدان الکتریکی در صفحه منبع مرتبط است. انتگرال با تبدیل فوریه سریع دو بعدی مطابق معادله (۲۰.۴) ارزیابی شده است. تابش صفحه منبع، که در شکل (الف) نشان داده شده است، حاوی یک پرتو با مشخصات گوسی است که توسط یک قطعه گرد و غبار کوچک (۵۰ میکرومتر) در سمت چپ بالای محور پرتو پنهان شده است. صفحه میدان به ۵ سانتی متر پایین دست صفحه منبع انتخاب شد و یک عدسی واگرا ( $f = -3$  سانتی متر) بلافاصله بعد از صفحه منبع قرار دارد. تابش صفحه میدان در شکل (ب) نشان داده شده است. هرکسی که پرتوی را مشاهده کرده باشد که از یک اپتیک با ذرهای غبار روی آن عبور کرده است، الگوی پراش مشخصه را تشخیص می دهد! شکل (ج) یک عکس واقعی از این مسئله را نشان می دهد که متعاقباً با یک فوت (پُف) هوای ثابت شده است.

## ۲.۴ توری‌ها و طیف‌سنجدی‌ها

طیف‌سنجدی یک کاربرد عملی بسیار مهم از پراش است. پس جای تعجب نیست که ساخت توری‌هایی که قلب طیف‌سنجهای را تشکیل می‌دهند، بسیار تکامل یافته است. دو نوع اصلی توری سازی (گریتینگ) وجود دارد: توری سازی انتقال و توری سازی بازتابی. توری‌های انتقال با خراشیدن، حکاکی کردن، یا قرار دادن خطوط مستقیم با فاصله نزدیک روی یک بستر شفاف (معمولًاً یک شیشه با کیفیت نوری) ساخته می‌شوند. خطوط نور را مسدود می‌کنند و فقط می‌توانند از توری در قسمت‌های بین خطوط عبور کند. توری‌های انعکاسی را می‌توان به طور مشابه، اما به صورت معکوس، به عنوان مثال، با حکاکی خطوط مستقیم در یک پوشش بازتابنده که روی یک بستر قرار گرفته است، ساخت. این دو نوع توری واقعاً یکسان رفتار می‌کنند، با این تفاوت که یکی بازتابنده و دیگری انتقال دهنده است. شکل (۵.۴) یک توری انتقال معمولی را نشان می‌دهد. زوایایی که در آن چنین شبکه‌ای نور را منعکس می‌کند، زوایایی است که جبهه موج از شکاف‌های مجاور در آنها هم‌فاز است. ساختار در شکل (۵.۴) نشان می‌دهد که (برای پرتوهایی که در برخورد عادی وارد توری می‌شوند) حداقل پراش وقتی رخ می‌دهد که:

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{a} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (25.4)$$

که در آن  $\lambda$  طول موج تابشی و  $a$  فاصله خطوط است. معادله (۲۵.۴) به معادله توری سازی



شکل ۵.۴: بخش کوچکی از یک توری پراش انتقالی. نیمکره‌های تیره نشان دهنده حکم توری هستند. ما تداخل سازنده را در زوایای  $\theta$  دریافت می‌کنیم که در آن اختلاف طول مسیر  $d$  یک عدد صحیح از طول موج‌ها است.

معروف است. عدد  $m$  به عنوان نظم پراش شناخته می‌شود که در آن مرتبه صفر مربوط به نوری است که مستقیماً بدون انحراف از توری عبور می‌کند. همچنین توجه داشته باشید که تعداد محدودی از مراتب پراش برای هر توری پراش وجود دارد. وقتی  $1 > \frac{m\lambda}{a}$  باشد، دیگر جوابی برای معادله توری وجود ندارد. هرچه فاصله خطوط در توری نزدیکتر باشد، مراتب پراش کمتری در دسترس خواهد بود، اما دامنه طول موج‌های تابشی در محدوده نسبتاً بزرگتری از زوایای پخش می‌شود.

نوع سوم بسیار مهمی از توری وجود دارد که به عنوان توری مشعل<sup>۴</sup> شناخته می‌شود. در این نوع توری، به جای خطوط انتقالی یا بازتابی، سطح توری از یک سری پله‌های بازتابنده، با فاصله یکنواخت، موازی به شکل دندانه اره تشکیل می‌شود که تمام ارتفاع توری را گسترش می‌دهد. زاویه پله‌ها نسبت به سطح توری، که به عنوان زاویه شعله شناخته می‌شود، تعیین کننده جهتی است که بیشتر نور به آن منعکس می‌شود. از آنجایی که زاویه پراش هنوز با معادله توری بالا داده می‌شود، انتخاب زاویه شعله به طراحان توری اجازه می‌دهد تا مرتبه  $m$  یا محدوده خاصی از مراتب را برای دریافت بیشتر نور پراش شده ایجاد کنند. سایر طول موج‌ها و ردیف‌ها همچنان به طور معمول پراش می‌شوند اما بسیار کم نور هستند. استفاده کارآمد از نور تابشی به این شیوه به ویژه در صورتی مفید است که طیفسنج برای دریافت نور نیاز داشته باشد، مانند رصدهای نجومی. در نجوم، توری‌ها نیز ممکن است بسیار بزرگ باشند تا بتوانند نور کافی را دریافت کنند.

<sup>۴</sup>Blazed Grating

## تمرینات

- تمرین ۱ ثابت کنید که برای یک پرتو گوسی ( $m = \infty, n = \infty$ ) که از درون کمری بشعاع  $w_0$  در  $z = 0$  معادله (۱۴.۴) میگذرد بصورت زیر است،

$$u(x, y, 0) = u_0 e^{-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}}$$

راهنمایی: در کمر  $R \rightarrow \infty$

- تمرین ۲ نشان دهید که با جایگزینی رابطه (۱۶.۴) در رابطه (۱۸.۴) به (۱۹.۴) میرسیم.

- تمرین ۳ مثال ۱.۴ را برای خود انجام دهید، از جمله "مشاهده جبری". بدین ترتیب خود را متقاعد کنید که پرتو گوسی پس از انتشار یک پرتو گوسی باقی میماند. (ارزش آنرا دارد که بدانید، اگر قبل از دانستید، که تبدیل فوریه یک تابع گوسی یک تابع گوسی دیگر است. در اینجا شما آن را در دو بعد تأیید میکنید.)

- تمرین ۴ معادله (۲۵.۴) را برای پوشش حالتی که نور با زاویه  $\phi$  نسبت به عمود بر توری تابیده میشود، اصلاح کنید.

راهنمایی: پرتوهای تابشی در شکل (۵.۴) اکنون فواصل مختلفی را طی میکنند تا به توری برسند. این اختلاف فاصله باید علاوه بر  $d$  در نظر گرفته شود.

- تمرین ۵ با ادغام تابش از معادله (۱۴.۴) روی صفحه  $xy$  در مکان دلخواه  $z$  در محور نوری، کل توان را در یک پرتو گوسی ( $TEM_{00}$ ) که در جهت  $\hat{z} + \hat{x}$  حرکت میکند، بدست آورید. حال، تصور کنید که یک لبه چاقوی عمودی (موازی با  $y$ ) را در سراسر پرتو از منفی به مثبت  $x$  حرکت دهید. توان نسبی منتقل شده از لبه چاقو را به عنوان تابعی از موقعیت لبه  $x$  پیدا کنید. نتیجه را ترسیم کنید. چگونه میتوانید از این دستگاه برای یافتن شعاع  $w$  یک پرتو استفاده کنید؟

- تمرین ۶ یک پرتو گاوی از لیزر قرمز HeNe بلافاصله قبل از ورود به یک عدسی محدب مسطح با فاصله کانونی  $f = 1$  متر به کمر میرسد. از آنجایی که جبهه‌های فاز در موقعیت کمر صاف هستند، شعاع انحنای پرتو بلافاصله قبل از ورود به عدسی بی‌نهایت است. بنابراین، بلافاصله قبل از ورود به عدسی، پارامتر پرتو  $q$  کاملاً موهومی است. مقدار  $q$  را بلافاصله قبل از ورود به عدسی،  $z_j = \frac{496}{3} = 165$  در نظر بگیرید. شعاع پرتو  $w_0$  در کمر بلافاصله قبل از عدسی چقدر است؟ عدسی پرتو را به کمر جدیدی در فاصله  $d$  از عدسی میرساند. و شعاع پرتو  $w$  را در کمر جدید پیدا کنید. آیا پرتو در فاصله کانونی اسمی به کانون (کمر) میرسد؟

- تمرین ۷ یک پرتو گوسی موازی شده توسط یک عدسی مثبت مرکز میشود. (یک پرتو گوسی ستونی<sup>۵</sup> از کمر میگذرد و دارای جبهه موج‌های مسطح است).

<sup>۵</sup> Collimated Gaussian Beam

نشان دهید که شعاع پرتو در کانون (کمر جدید) با فاصله کانونی عدسی نسبت معکوس دارد.

- تمرين ۸ یک پرتو گوسی ستونی از یک لیزر  $\text{HeNe}$  با شعاع پرتو  $w$  وارد تلسکوپ گالیله‌ای می‌شود که از دو عدسی ساخته شده است. عدسی اول منفی با فاصله کانونی  $f_1$  است. عدسی دوم مثبت با فاصله کانونی  $f_2$  است. فاصله بین عدسی‌ها  $L = f_2 - f_1$  است. شعاع پرتو  $w'$  را بلافاصله بعد از تلسکوپ پیدا کنید. آیا پرتو هنگام خروج از تلسکوپ بهم می‌رسد؟ (یک پرتو گوسی ستونی از کمر می‌گذرد و دارای جبهه موج‌های مسطح است).

- تمرين ۹ (مسئله کامپیوتی) در صفحه  $xy$ ، جبهه‌های موج مودهای  $TEM_{..,..}$  را هنگامی که از یک کانون عبور می‌کنند، رسم کنید. هر دو مود را روی یک نمودار با استفاده از رنگ‌ها یا سبک‌های مختلف خط بکشید تا مودهای را متمایز کنید. محورهای خود را طوری انتخاب کنید که محور نوری محور  $z$  و مرکز روی  $z = 0$  باشد. دامنه نمودار شما باید  $2z_0 < z < 2z_0$  باشد، اگر  $z_0$  محدوده ریلی و راهنمائی: استدلال معادله (۱۳.۴) را در نظر بگیرید. جبهه موج را می‌توان به عنوان مکان‌هایی تعریف کرد که فاز هر مضرب صحیحی از  $2\pi$  است.

- تمرين ۱۰ (مسئله کامپیوتی) یک پرتو گوسی ( $TEM_{..,..}$ ) را در نظر بگیرید که در جهت  $\hat{z} + \hat{x}$  حرکت می‌کند که در آن محور  $z$  محور نوری است و کمر پرتو در  $z = 0$  است. در مبدا، درخشندگی  $I = 1^{\frac{W}{m^2}} (0, 0, 0)$  است. طول موج  $\lambda = 632/8$  نانومتر و اندازه کمر  $w_0 = 3/0$  میکرومتر است. یک نمودار کانتوری از درخشندگی در صفحه  $xz$  ایجاد کنید، خطوط زیر درخشندگی را نشان دهید (به  $(\frac{W}{mm^2})$ ):

$$0/9, 0/3, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$$

توضیح دهید که چرا کانتورها حلقه‌های بسته هستند که در مرکز مبدا قرار دارند.

- تمرين ۱۱ (مسئله کامپیوتی) از کد ضمیمه ب-۴ برای محاسبه الگوی پراش از یک روزنه دایره‌ای کوچک استفاده کنید. سپس همین کار را برای ساختار دایره‌ای انجام دهید. آیا می‌توانید نقطه آراغو را ببینید؟

- تمرين ۱۲ (مسئله کامپیوتی) الگوی پراش امواج FM قطبی شده عمودی (۱۰۰ مگاهرتز) را بر روی لبه سقف یک ساختمان فولادی که مستقیماً در مسیر سیگنال پخش قرار دارد، پیدا کنید. شما می‌توانید ساختمان را به عنوان یک مانع افقی "لبه چاقو" مدل کنید. آیا این می‌تواند رفتار دریافت امواج را که در راندگی با آن آشنا هستید توضیح دهد؟

## ۳.۴ آزمایش: پراش و طیف سنجی

### اهداف

۱. الگوهای پراش رایج را بشناسید.
۲. تئوری را با پراش مشاهده شده از روزنہ دایره‌ای مقایسه کنید.
۳. با کالیبره کردن یک طیف سنج آنالوگ، معادله توری را در یک ابزار واقعی بررسی کنید.
۴. انرژی را در تزویج مدار اسپین وابسته به دوتایی سدیم  $\square$  تخمین بزنید.
۵. علامت طیفی پراکندگی ریلی در آسمان آبی را شناسایی کنید

### تجهیزات مورد نیاز

- لیزر مرئی کم توان مانند هلیون-نئون ۱ تا ۵ وات.
- سوراخ‌هایی با اندازه‌های بین ۱۰ تا ۱۰۰ میکرون (با فویل قابل ساخت هستند).
- شکاف‌هایی با عرض بین ۱۰ تا ۱۰۰۰ میکرون (با فویل قابل ساخت هستند).
- لبه چاقو
- یک فتودیود بسیار کوچک یا یک فتودیود بزرگتر در پشت دیافراگم کوچک (۱۰ میلی متر مربع). یک تقویت کننده فتودیود و بازخوانی نیز مورد نیاز است. همچنین می توان از یک دوربین CCD/CMOS با کیفیت خوب استفاده کرد.
- طیف سنج آنالوگ با کیفیت خوب با گریتینگ ۱۲۰۰ خط در میلی متر یا مشابه.
- طیف سنج دیجیتال تزویج شده با فیبر که بیشتر یا تمام محدوده مرئی را پوشش می دهد.

نگاه مستقیم به خورشید برای چشم مضر است. به خصوص در مورد عدس‌هایی که ممکن است استفاده کنید مراقب باشید. تحت هیچ شرایطی نباید از طریق عدسی یا هر وسیله نوری که صراحتاً برای این منظور طراحی نشده به خورشید نگاه کنید. انجام این کار به احتمال زیاد منجر به از دست دادن بینایی می‌شود

### ۱.۳.۴ پراش فرنل در مقابل پراش فرانهوفر

انواع روزنه‌ها (شکاف‌ها، سوراخ‌ها و لبه‌های چاقو) را با لیزر روشن کنید و دو رژیم پراش را نسبت به عرض شکاف بررسی کنید: پراش فرانهوفر و پراش فرنل. پراش فرانهوفر حد میدان دور پراش فرنل است. شما می‌توانید تفاوت بین پراش فرنل و فرانهوفر را با این واقعیت تشخیص دهید که در پراش فرنل، با تغییر اندازه روزنه  $d$  و/یا فاصله تا صفحه نمایش  $D$ ، ساختار کیفی الگوی پراش تغییر می‌کند. در پراش فرانهوفر، ویژگی‌های کیفی الگو به  $d$  و  $D$  بستگی ندارد. فقط اندازه الگوی پراش فرانهوفر تغییر می‌کند.

**توصیه‌ها** اگر روزنه‌های از پیش ساخته شده، شکاف‌ها، لبه‌های چاقو و غیره در دسترس نیستند، می‌توانید خود آنها را بسازید. تیغه‌های تیغ لبه‌های چاقوی بسیار خوبی دارند و همچنین برای ایجاد شکاف‌های باریک در فویل آلومینیومی مناسب هستند. هنگامی که با دقت انجام شود، عرض شکاف را می‌توان با انتخاب سطحی با سختی مناسب که برش را روی آن انجام می‌دهید، تنظیم کرد. سوراخ‌ها ممکن است با سوراخ کردن فویل آلومینیومی با سوزن یا اجسام تیز مشابه ایجاد شوند. باز هم، قطر سوراخ را می‌توان با انتخاب سختی سطح زیرین تغییر داد. داشتن یک عدسی منفی با فاصله کانونی کوتاه برای گسترش الگوی پراش در نزدیکی روزنه به منظور سهولت مشاهده روی صفحه نمایش یا حسگر تصویر دوربین می‌تواند مفید باشد.

### ۲.۳.۴ دیسک ایری

یک روزنه دایره‌ای کوچک با قطر حدود ۳۰ تا ۱۰۰ میکرون پیدا کنید یا بسازید. تابش الگوی پراش را در یک صفحه دور به عنوان تابعی از شعاع اندازه‌گیری کنید. این کار را می‌توان با یک فتودیود کوچک که از روی الگو عبور می‌کند، یا با یک دوربین و پردازش تصویر مناسب انجام داد. اگر می‌خواهید از فتودیود استفاده کنید، مطمئن شوید که تصویر به اندازه کافی بزرگ است تا فتودیود در مقایسه با عرض هر ویژگی کوچک باشد. (اگر یک فتودیود بسیار کوچک در دسترس نباشد، می‌توان یک فتودیود بزرگتر را پوشانده و تنها یک شفاف کوچک باقی گذاشت دیافراگم). مطمئن شوید که اتاق در طول اندازه‌گیری‌ها تاریک است و سطح نور پس زمینه را از هر اندازه‌گیری کم کنید. اگر می‌خواهید از دوربین استفاده کنید، باید بتوانید قدرت پرتو و/یا روزنه دوربین را کنترل کنید تا از اشباع حسگر تصویر جلوگیری کنید. از آنجایی که محدوده درخشندگی که می‌خواهید اندازه‌گیری کنید احتمالاً بزرگ‌تر از محدوده دینامیکی حسگر تصویر است، ممکن است لازم باشد هنگام اندازه‌گیری نواحی با درخشندگی کم، عمداً حسگر تصویر را در مناطق با تابش زیاد الگوی پراش اشباع کنید. (این با دوربین‌های CMOS کار می‌کند اما با دوربین‌های CCD کار نمی‌کند). سپس روزنه دوربین را کاهش دهید یا سطح نور را برای اندازه‌گیری نواحی با درخشندگی بالا کاهش دهید. می‌توانید تصاویر را با ضربه مناسبی که برای مطابقت با سطوح در مکان‌های مناسب اعمال می‌شود، به هم بپیچید. این الگوی پراش به الگوی ایری<sup>۶</sup> معروف است. فاصله روزنه تا صفحه نمایش را اندازه بگیرید و در صورت

<sup>۶</sup>Airy pattern

وجود، اندازه اسمی روزنے را یادداشت کنید. در خشنندگی باید باشد:

$$I(r) = \left( \frac{2J_1(kar/L)}{kar/L} \right)^2 I_0 \quad (26.4)$$

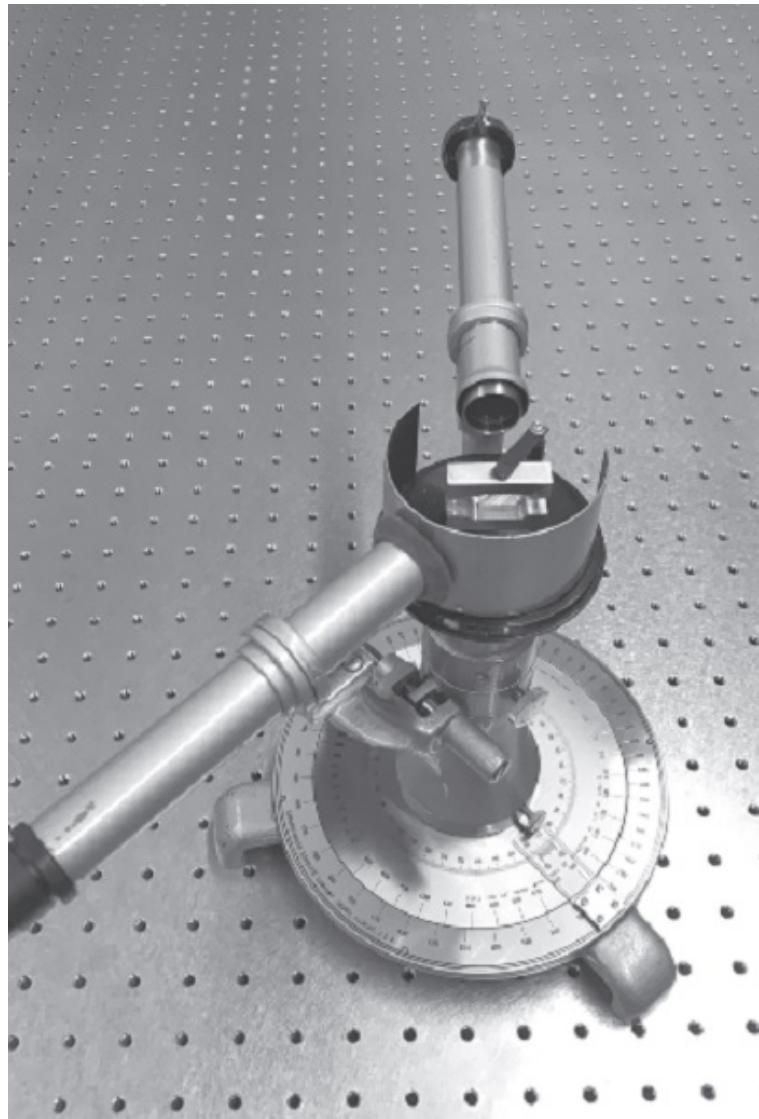
که در آن  $I_0$  بیشینه در خشنندگی است که در مرکز الگوی پراش رخ می‌دهد.  $J_1$  تابع بسل مرتبه اول است.  $k = 2\pi/\lambda$  عدد موج،  $a$  شعاع روزنے،  $r$  فاصله شعاعی از مرکز الگوی پراش و  $L$  فاصله از روزنے تا پرده نمایش است. با قرار دادن داده‌های خودتان در این تابع با استفاده از  $a$  و  $I_0$  به عنوان پارامترهای قراردادنی، شعاع روزنے  $a$  و عدم قطعیت در شعاع روزنے  $a$  را بدست آورید. چه انحرافی از رفتار مورد انتظار مشاهده می‌کنید؟

**توصیه‌ها** برای بدست آوردن وضوح خوب در اندازه‌گیری الگوی پراش خود، ممکن است مجبور باشید پرتو را در فاصله قابل توجه‌ای بتابانید. از عدسی واگرا برای پخش الگو یا رابطه ذکر شده در بالا شعاع دقیق روزنے را بشما نمی‌دهد. در موقع چینش و پرپائی دستگاه، محل اولین بیشینه در الگوی ایری  $\textcolor{blue}{V}$  را آزمایش کنید تا مطمئن شوید که دستگاه درست برپا شده است. آن باید در زاویه  $\theta \approx 1/22^{\frac{\lambda}{a}}$  رخ دهد.

### ۳.۳.۴ طیف‌سنجی آنالوگ

در این بخش با استفاده و کالیبراسیون یک طیف‌سنج آنالوگ آشنا خواهید شد. در بخش بعدی آزمایشگاه از طیف‌سنج دیجیتالی استفاده خواهید کرد. در بیشتر کارها، طیف‌سنج‌های دیجیتالی جایگزین طیف‌سنج‌های آنالوگ شده‌اند. مانند تلسکوپ‌های مدرن، طیف‌سنج‌های دیجیتال از حسگرهای تصویر برای نظارت بر نور عبوری از دستگاه استفاده می‌کنند. (در مورد طیف‌سنج آزمایشگاهی، تراشه CCD/CMOS ممکن است طولانی تر از عرض آن باشد تا بتواند الگوی پراش از توری را تطبیق دهد). مزیت استفاده از طیف‌سنج دیجیتال بازخوانی این است که به فرد اجازه می‌دهد تا به راحتی آن را ذخیره کند. الگوی پراش، همچنین به عنوان "طیف" عبور نور از طیف‌سنج شناخته می‌شود. نقطه ضعف این است که تماس بصری با ابزار از بین می‌رود، به ویژه از آنجایی که اکثر نوع‌های تجاری مهر و موم شده‌اند و به کاربر اجازه نمی‌دهند که چگونه کار می‌کنند. بنابراین، در این آزمایشگاه شما با یک طیف‌سنج آنالوگ شروع کرده و سپس به طیف‌سنج دیجیتالی تمام می‌کنید. استفاده از طیف‌سنج آنالوگ تشخیص سیستماتیک ابزار را که ممکن است در نوع دیجیتالی نیز وجود داشته باشد، بسیار آسان‌تر می‌کند. شکل (۲۶.۴) یک طیف‌سنج آنالوگ معمولی را نشان می‌دهد که توری روی سکوی مرکزی قرار گرفته است (پوشش برداشته شده است).

در تئوری، از معادله توری می‌توان برای تبدیل زاویه پراش اندازه‌گیری شده به طول موج استفاده کرد. متأسفانه، انتقال‌ها و چرخش‌های توری از موقعیت ایده‌آل «تصحیح‌ها» را به معادله توری وارد می‌کند. همچنین توری‌های انتقال بر روی شیشه‌هایی با ضخامت غیر صفر حک شده‌اند که بر نتایج نیز اندکی تاثیر می‌گذارد. بنابراین، کالیبره کردن طیف‌سنج با منبعی از طول موج‌های شناخته شده ضروری است. سپس نتایج درون‌بایی می‌شوند یا برای برازش مجھولات در یک معادله توری اصلاح شده استفاده می‌شوند.



شکل ۶.۴: یک طیف سنج آنالوگ که از بالا دیده می شود. نور از طریق یک شکاف عمودی کوچک که ورودی لوله در بالای تصویر را پوشانده وارد می شود. (یک پیچ تنظیم که عرض شکاف را کنترل می کند، از درپوش سیاهی که شکاف را نگه می دارد، بیرون زده دیده می شود.) نور از لوله عبور می کند و روی توری قرار می گیرد که روی سکوی کوچک در مرکز ابزار قرار دارد. توری نور را با زاویه ای که به طول موج بستگی دارد به سمت چپ پایین منعکس می کند. لوله در سمت چپ پایین شامل یک چشمی است که نور پراکنده را می گیرد و (در ارتباط با چشم) از شکاف ورودی بر روی شبکیه تصویر می کند. چشمی همچنین ممکن است حاوی یک شبکه یا موی متقاطع برای هم ترازی دقیق و خواندن طیف باشد. برای گرفتن طول موج های مختلف، لوله با چشمی در اطراف پست مرکزی ابزار چرخانده می شود. صفحه در پایین با لوله می چرخد و ممکن است یک مقیاس ورنیه برای خواندن دقیق زاویه/طول موج ارائه دهد.

### ۴.۳.۴ کالیبره کردن طیفسنج

یک طیفسنج آنالوگ را راه اندازی کنید. ممکن است لازم باشد در مورد نصب صحیح توری به مرتبی مراجعه کنید. یک عرض شکاف باریک اما قابل اجرا بدست آورید و نحوه تمرکز شکاف و مشبک<sup>۸</sup> را در صورت وجود دریابید. مطمئن شوید که هر دو در کانون هستند. هنگامی که طیفسنج کار کرد، آن را با استفاده از لوله‌های تخلیه به عنوان منبع نور کالیبره کنید.

**بسیار مراقب باشید که پایانه‌های دستگاه لوله تخلیه را لمس نکنید.  
پایانه‌ها در ولتاژ بالا هستند و ممکن است قادر به ایجاد شوک الکتریکی کشنده باشند. به خصوص در مورد مدل‌های قدیمی‌تر و مدل‌های غیرتجاری که ممکن است به درستی جریان آنها محدود نشده باشند، مراقب باشید.**

هر لوله تخلیه حاوی بخار کم فشار یک عنصر مانند هیدروژن، هلیم، سدیم، کربنیک، گیوه و غیره است. هنگامی که جریانی از طریق این بخار کم فشار وارد می‌شود، الکترون‌های ظرفیت به حالت‌های بالاتر برانگیخته می‌شوند. همانطور که الکترون‌ها در یک سری جهش بین سطوح انرژی به حالت تعادل خود باز می‌گردند، طول موج‌های مشخصی از خود ساطع می‌کنند. از این طول موج‌ها می‌توان برای کالیبره کردن طیفسنج استفاده کرد. جداول نشان دهنده طول موج انتشار عناصر رایج توسط موسسه ملی استاندارد و فناوری ایالات متحده (NIST)<sup>۹</sup> نگهداری می‌شود و از طریق "پایگاه داده طیف اتمی" آنها به صورت آنلاین در دسترس هستند.

**توصیه‌ها** برای کالیبره کردن، باید نموداری از زاویه تلسکوپ خروجی طیفسنج در مقابل طول موج خط نشر بسازید. اطمینان حاصل کنید که تخمین‌های خط را برای اندازه‌گیری‌های زاویه خود لاحظ کرده‌اید. سپس باید این داده‌ها را درون‌یابی کنید یا آن را به یک معادله توری اصلاح شده برازش دهید تا مقادیر زاویه را به مقادیر واقعی طول موج تبدیل کنید. درون‌یابی به طول موج‌های کالیبراسیون بیشتری نیاز دارد در حالی که به دست آوردن یک نوع اصلاح شده از معادله توری به کار نظری اما داده کمتری نیاز دارد. می‌توانید هر دو روش یا هر دو را امتحان کنید.

### ۵.۳.۴ دوتایی در طیف سدیم

طول موج‌های انتشار اولیه سدیم را با استفاده از لامپ سدیم اندازه‌گیری کنید. لامپ طریف است، بنابراین به آرامی با آن رفتار کنید. لامپ نیز بسیار داغ می‌شود. تحت هیچ

<sup>۸</sup>Reticle

<sup>۹</sup>National Institute of Standards and Technology (NIST)

شرايطی نباید تحت پوشش قرار گیرد. علاوه بر خطوط انتشار اولیه نارنجی مایل به زرد "سدیم  $D$ ", خطوط دیگر نیز وجود دارد. همچنین طول موج اينها را اندازه بگيريد. خطوط سدیم  $D$  به دليل واپاشی<sup>۱۰</sup> الکترون‌ها در حالت مداری  $3p$  به حالت  $3s$  هستند که هر کدام يك فوتون در اين فرآيند آزاد می‌کنند. وجود دو خط به جای يك خط به دليل انتقال الکترون‌ها در دو حالت اسپین الکترون مختلف است که به ترتیب با اعداد کوانتمومی تکانه زاویه‌ای اسپین<sup>۱۱</sup>  $1/2$  و  $3/2$  مطابقت دارند. به دليل برهم کنش (يک "تزویج") بین اسپین الکترون و تکانه زاویه‌ای مداری الکترون‌ها، دو حالت اسپینی در واقع انرژی‌های مداری کمی متفاوتی دارند. از اين رو، دو طول موج متفاوت مربوط به دو حالت اسپین احتمالی الکترون آزاد می‌شود. به اين ترتیب، طيف‌سنجه می‌تواند اطلاعات کمی در مورد درون اتم‌ها به ما بدهد. با اندازه‌گيري فاصله بین خطوط در دوتايی، انرژي ذخирه شده توسط تزویج اسپین-مدار<sup>۱۲</sup> را اندازه‌گيري کنيد. انرژي تزویج را بر حسب الکترون ولت  $eV$  با عدم قطعیت بيان کنيد. آيا اهمیتی دارد که کدام دوتايی برای تخمين استفاده می‌شود (يعني دوتايی سدیم  $D$  يا دوتايی دیگر)? چرا بلی و چرا نه؟ همچنین، انرژي تزویج شدن مدار اسپین را در هر مورد با انرژي خود انتقال الکترون مقایسه کنيد. آيا اين به شما تخمينی از قدرت نسبی نیروهای مربوطه روی الکترون می‌دهد؟ (آيا چنین سوالاتی اصلا منطقی هستند؟)

### ۶.۳.۴ پراش ريلی

**نگاه مستقیم به خورشید برای چشم مضر است. به ویژه در مورد عدسی‌هایی که ممکن است استفاده می‌کنید مراقب باشید. تحت هیچ شرایطی نباید از طریق عدسی یا هر وسیله نوری که به صراحت برای این هدف طراحی نشده است به خورشید نگاه کنید. انجام این کار به احتمال زیاد منجر به از دست دادن بینایی می‌شود.**

آسمان به دليل پراکندگی ريلی آبي است که در طول موج های کوتاه تر موثرتر است. بر عکس، طيف نور مستقیم خورشید یا نور عبوری از ابرها در نوار مرئی نسبتاً ثابت است و به آرامی در حدود  $500$  نانومتر به اوج خود می‌رسد. با در نظر گرفتن نسبت يك طيف آسمان آبي و يك طيف نور مستقیم خورشید یا يك طيف ابر، وابستگی تقریبی راندمان پراکندگی رايلی به طول موج را پیدا کنيد. آن را با انتظارات از تئوري مقایسه کنيد. (به عنوان مثال، گریفيث (۲۰۱۷) را ببینيد).

<sup>۱۰</sup>Decaying

<sup>۱۱</sup>Spin Angular Momentum

<sup>۱۲</sup>Spin-Orbit Coupling

**توصیه‌ها** ابتدا، طیفسنج دیجیتال را با استفاده از لوله‌های تخلیه به روشی مشابه کالیبراسیونی که از طیفسنج آنالوگ انجام دادید، کالیبره کنید. در این مورد، شما فقط در حال تصحیح هر گونه خطای در کالیبراسیون پیش فرض سازنده هستید. شما جدولی از طول موج‌های اسمی (همانطور که توسط طیف سنج نشان داده شده است) در مقابل طول موج‌های واقعی (که توسط عنصر در لوله تخلیه دیکته می‌شود) تهیه خواهید کرد. سپس این جدول را درون یابی کنید یا در یک چند جمله‌ای مرتبه پایین قرار دهید تا یک تبدیل کالیبراسیون ایجاد کنید.

درباره نور آسمان آبی پراکنده به اندازه کافی در طیف سنج دیجیتال نباید سخت باشد. تنها نشان دادن انتهای فیبر نوری به سمت آسمان ممکن است کافی باشد. اگر نه، همیشه می‌توانید از یک عدسی برای جمع آوری نور به داخل طیف سنج استفاده کنید. با این حال، مراقب باشید که نور مستقیم خورشید را به طیفسنج متوجه نکنید زیرا ممکن است آن را خراب کند. روش مشابهی برای بدست آوردن طیفی از آسمان ابری کار می‌کند.

قبل از تلاش برای بدست آوردن طیفی از نور مستقیم خورشید، مطمئن شوید که لنزهای جمع کننده را بردارید. نشان دادن انتهای فیبر به سمت خورشید کافی است. همچنین ممکن است مجبور شوید یک فیلتر چگالی خنثی را روی انتهای فیبر قرار دهید تا طیفسنج اشبع نشود. (یک روش دیگر برای جلوگیری از اشبع این است که فیبر را کمی به سمت خود متمایل کنید و در عین حال مطمئن شوید که طیف شما همچنان تحت تسلط نور مستقیم خورشید است و نور پراکنده نیست).

#### ۷.۳.۴ ایده‌هایی برای بررسی بیشتر

با تصویربرداری از الگوی پراش، پراش در لبه چاقو را با تئوری مقایسه کنید و یک برش را با یک مدل تحلیلی مناسب مطابقت دهید. الگوهای پراش از انواع دیافراگم را با نتایج شبیه‌سازی‌های عددی با استفاده از روش تبدیل فوریه دو بعدی مقایسه کنید.

## فصل ۵

### طیف سنجی

#### ۱.۵ انواع تداخل سنج

تداخل سنجی به عمل ترکیب دو یا چند پرتو به منظور مشاهده الگوی تداخل ایجاد شده اشاره دارد. الگوی تداخل تفاوت‌های بین جبهه موج پرتوهای درگیر را نشان می‌دهد و می‌تواند برای نظارت بر تغییر جبهه موج یک پرتو نسبت به دیگری استفاده شود. تداخل سنجی مفید است زیرا تغییرات فاز جبهه موج را به تغییرات درخشندگی روی صفحه نمایش یا آشکارساز تبدیل می‌کند. تداخل سنج‌های نوری می‌توانند تغییرات در صاف بودن جبهه موج یا موقعیت را در سطح پیکومتر ( $10^{-12}$  متر) یا بهتر (گاهی اوقات بسیار بهتر) تشخیص دهند. در مقایسه با وضوح اولیه یک میکرومتر ( $10^{-6}$  متر)، یک میکروسکوپ نوری ( $10^{-7}$  متر)، یا حتی یک میکروسکوپ الکترونی ( $10^{-10}$  متر)، تداخل سنج دستگاه بسیار حساسی است. با این حال، اساساً یک دستگاه تصویربرداری نیست.

در تداخل سنجی، پرتوهایی که ترکیب می‌شوند تا تداخل ایجاد کنند، از یک "پرتو ورودی" منشا می‌گیرند که به دو یا چند پرتو تقسیم می‌شود که "بازوهای" تداخل سنج را تشکیل می‌دهند. پرتوهای تشکیل دهنده بازوهای تداخل سنج بعداً برای ایجاد تداخل با هم ترکیب می‌شوند. طبقه بندی تداخل سنج‌ها بر اساس روشی که پرتو ورودی از طریق آن تقسیم می‌شود، معمول است. تداخل سنج‌های «تقسیم دامنه» از اپتیک‌های جزئی بازتابنده / جزئی انتقالی مانند یک مقسم پرتو غیرقطبی استفاده می‌کنند (به طور سنتی آینه‌ای با روکش نقره‌ای که آنقدر نازک است که نمی‌تواند کاملاً منعکس شود). تداخل سنج مایکلسون Michelson یک نمونه کلاسیک از تداخل سنج تقسیم دامنه است. تداخل سنج‌های «مقسم جبهه موج» مناطق عرضی مختلف یک پرتو را جدا می‌کنند. سپس قسمت‌های جدا شده در مسیرهای مختلف پیش از ترکیب مجدد حرکت می‌کنند. یک نوع کلاسیک از شکاف جبهه موج، آزمایش دو شکاف یانگ است که در آن یک پرتو به یک زوج شکاف نزدیک به هم برخورد می‌کند. دو قسمت پرتوی که از شکاف‌ها بیرون

## اُپتیک آزمایشگاهی

می‌آیند سپس در پایین دست دوباره ترکیب می‌شوند. یکی دیگر از روش‌های تقسیم جلو موج، عبور دادن پرتو از یک منشور به‌گونه‌ای است که لبه‌ای از منشور، پرتو خروجی را به دو نیم کند.

تداخل‌سنچ‌ها را نیز می‌توان بر اساس تداخل دو پرتو یا چند پرتو طبقه‌بندی کرد. من این رویکرد را ترجیح می‌دهم زیرا تداخل‌سنچ‌هایی که پرتو ورودی را چندین بار، حتی ده‌ها بار شکاف می‌دهند، کاملاً متفاوت از آنهایی هستند که پرتو ورودی را فقط یک بار تقسیم می‌کنند.

### ۱.۱.۵ تداخل‌سنچ دو پرتوی

تداخل‌سنچ مایکلسون یک تداخل‌سنچ کلاسیک دو پرتو است که به نام آلبرت آ. مایکلسون، که در سال ۱۸۸۷ به همراه ادوارد مورلی، از آن برای رد وجود "اُتر" استفاده کردند - یک محیط فرضی که نور در آن حرکت می‌کند. تداخل‌سنچ مایکلسون با تقسیم یک پرتو تکی از نور همدوس (معمولًاً این روزها لیزر) به دو پرتو کار می‌کند که سپس دو مسیر ("بازو") با طول مشابه را پیش از بازتاب مجدد به مقسم پرتو که در آنجا دوباره ترکیب می‌شوند، طی می‌کنند (شکل ۱.۵-الف). پرتوهای نوترکیب<sup>۱</sup> به صورت دو پرتو از مقسم پرتو خارج شده که هر کدام حاوی نوری از هر دو بازو هستند. توان نسبی در این پرتوها بستگی به فاز نسبی پرتوهای برگشتی از بازوها دارد. در موارد شدید که فاز نسبی بین پرتوهای برگشتی از بازوها  $0^{\circ}$  یا  $180^{\circ}$  است، تمام توان به‌یکی از پرتوهای نوترکیب هدایت می‌شود در حالی که پرتوهای نوترکیب دیگر تاریک است. ممکن است فقط یکی از پرتوهای ترکیبی را مانیتور کنیم یا می‌توانیم از هر دو پرتوهای خروجی برای یک سیگنال متعادل استفاده کنیم.

در ادامه چند نمونه از تداخل‌سنچ‌های دو پرتوی دیگر که از نظر طرح و عملکرد شبیه تداخل‌سنچ مایکلسون هستند، آورده شده است.

- تداخل‌سنچ ماخ زندر<sup>۲</sup> پرتوها را در یک پرتو شکاف دوم به جای استفاده مجدد از همان مقسم پرتو دوباره ترکیب می‌کند.
- یک انکسار‌سنچ ریلی<sup>۳</sup> یک نوع تقسیم کننده جبهه موج از تداخل‌سنچ جمین<sup>۴</sup> است. هر دو برای اندازه‌گیری اختلاف فاز انباشته شده توسط پرتوهای موازی با فاصله نزدیک استفاده می‌شوند.
- تداخل‌سنچ فیزو<sup>۵</sup> برای مقایسه شکل‌های سطح سطوح بازتابنده استفاده می‌شود.
- تداخل‌سنچ توایمن-گرین<sup>۶</sup> مشابه تداخل‌سنچ فیزو است با این تفاوت که به‌فاز انباشته شده در انتقال از طریق یک عدسی حساس است.

<sup>۱</sup> Recombined Beams

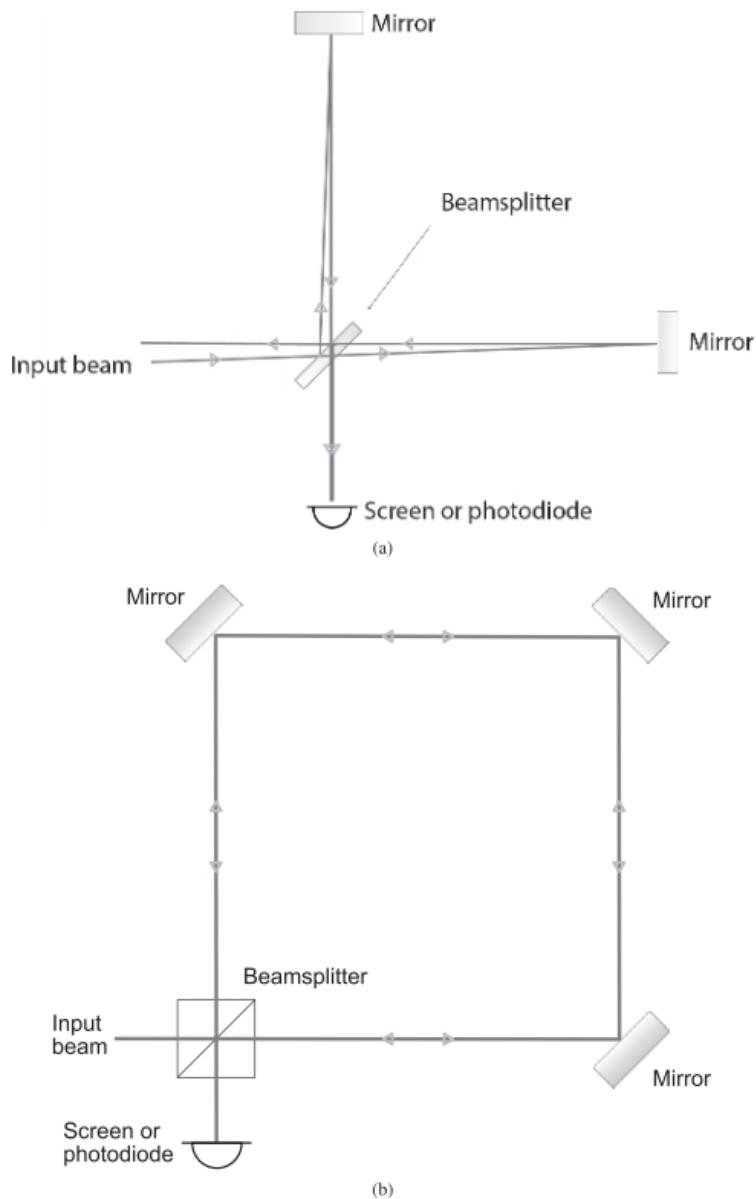
<sup>۲</sup> Mach-Zehnder

<sup>۳</sup> Rayleigh

<sup>۴</sup> Jamin

<sup>۵</sup> Fizeau

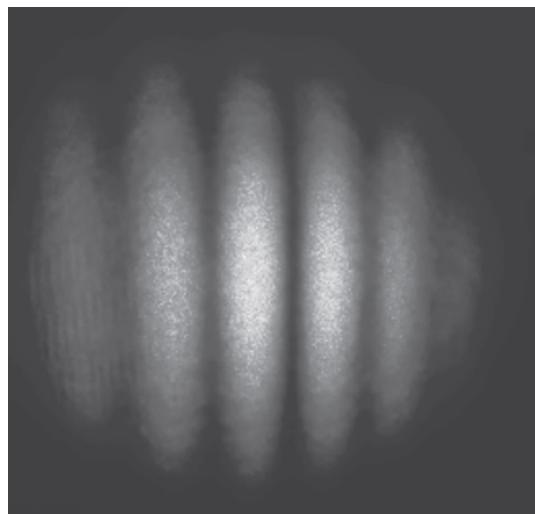
<sup>۶</sup> Twyman-Green



شکل ۱.۵: تداخل‌سنج دو پرتو. الف) تداخل‌سنج مایکلسون. یکی از پرتوهای نوترکیب به سمت چپ خارج می‌شود و اغلب استفاده نمی‌شود. پرتوی نوترکیب دیگر «پرتو خروجی» است و به آشکارساز در پایین شکل برخورده می‌کند. (ب) تداخل‌سنج ساگناک. دو پرتو از شکاف پرتو در جهت مخالف در اطراف تداخل‌سنج می‌چرخند و در فتودیود دوباره ترکیب می‌شوند. همانطور که در مورد مایکلسون، پرتوی نوترکیب دیگر به سمت لیزر حرکت می‌کند و ممکن است مورد استفاده قرار نگیرد.

یک کلاس نسبتاً متفاوت از تداخل‌سنج‌های دو پرتو وجود دارد که در آن هر دو پرتو دقیقاً یک مسیر را طی می‌کنند اما مسیر را در جهت‌های مخالف می‌پیمایند. به این گونه تداخل‌سنج‌ها تداخل‌سنج ساگناک<sup>۴</sup> می‌گویند. اگر تداخل‌سنج ساگناک در صفحه پرتوها بچرخد، پرتوهای ضد انتشار فاز دیفرانسیل را می‌گیرند و الگوی تداخل تغییر می‌کند. این بهدلیل این واقعیت است که مقسم پرتو بهیکی از پرتوها نزدیک می‌شود اما از دیگری دور می‌شود. مسیر پرتو متقابل به‌طور موثر کوتاه شده و مسیر پرتو هم‌گردان طولانی‌تر می‌شود. این به‌عنوان اثر ساگناک شناخته می‌شود. ژیروسکوپ‌های لیزری حلقه‌ای بر این اثر متکی هستند و یک کاربرد عملی مهم تداخل‌سنج ساگناک هستند.

**مثال ۱-۵ حساسیت فاز تداخل‌سنج مایکلسون از نظر عرفی، تداخل‌سنج مایکلسون عمداً اندکی ناهمتاز شده است.** ایده این است که وقتی پرتو خروجی به یک صفحه نمایش تابیده می‌شود، باید چندین حاشیه<sup>۵</sup> (خطوط تاریک و روشن) داشته باشد. حاشیه‌ها مناطق متناوب تداخل سازنده (روشن) و تداخل مخرب (تاریک) هستند که در شکل زیر نشان داده شده است. همانطور که اختلاف طول بازو تغییر می‌کند، این حاشیه‌ها در سراسر صفحه حرکت می‌کنند و به‌آنها اجازه می‌دهد در هنگام عبور آنها شمارش شوند. امروزه معمولاً حاشیه‌ها را به صورت دستی نمی‌شماریم، بلکه یک فتودیود را در خروجی قرار می‌دهیم، مخصوصاً اگر بخواهیم تغییرات بسیار کوچک طول بازو را اندازه‌گیری کنیم. ما سعی می‌کنیم تداخل‌سنج را به‌اندازه‌ای خوب تراز کنیم که یک حاشیه بزرگ کل پرتو خروجی را اشغال کند. به‌این ترتیب، زمانی که اختلاف طول بازو تغییر می‌کند، قدرت کلی پرتو خروجی تغییر می‌کند، که سپس توسط دیود نوری ثبت می‌شود. اکنون نرخ تغییر درخشندگی را به‌عنوان تابعی از اختلاف طول بازو برای یک مایکلسون که به‌خوبی تراز شده با یک مقسم پرتو ۵۰/۵۰ محاسبه می‌کنیم.



<sup>۴</sup>Sagnac interferometer

شکل اینجا حاشیه هایی را در خروجی تداخل سنج مایکلسون نشان می دهد. علاوه بر ساختار حاشیه عمودی شفاف، می توانید ببینید که حاشیه های روشن حاوی لکه های لیزری هستند. در سمت چپ ترین حاشیه نیز برخی حاشیه های اضافی به دلیل تداخل انگلی ناشی از بازتابی در جایی در زنجیره اپتیک وجود دارد.

پرتو خروجی برهم نهی دو پرتو بازویی است که هر کدام نصف توان پرتو ورودی را دارند. بازویی که در راستای پرتو ورودی است به عنوان بازوی  $x$  اشاره خواهیم کرد. این بازوی افقی در شکل (۱.۵)-الف است. بازوی دیگر بازوی  $y$  خواهد بود. از آنجایی که توان با مربع میدان متناسب است، بزرگی میدان در بازوها  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  از بزرگی میدان ورودی است. در نقطه بازتر کیب (در آشکارساز یا صفحه نمایش) میدان های هر بازو بار دیگر در پرتو شکاف کننده شکافته شده اند و بنابراین ضریب دوم قدر  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  به دست می آید. سپس در آشکارساز داریم:

$$E_x = \frac{E_{in}}{\sqrt{2}} e^{j(\omega t)}, \quad , \quad E_y = \mp \frac{E_{in}}{\sqrt{2}} e^{j(\omega t - \phi)} \quad (1.5)$$

جایی که  $E_{in}$  میدان پرتو ورودی قبل از تقسیم توسط مقسم پرتو است،  $E_y$  میدانی است که از بازوی  $y$ ،  $E_x$  میدانی است که از بازوی  $x$  فرکانس زاویه ای است، و  $t$  زمان است. علامت  $\mp$  در جلوی  $E_y$  به این دلیل است که انعکاس از یک طرف شکاف پرتو منجر به علامت منفی می شود در حالی که بازتاب از طرف دیگر منجر به علامت منفی می شود. بنابراین، اگر آشکارساز را در محل نشان داده شده در شکل (۱.۵)-الف قرار دهیم، علامت منفی اعمال می شود. این به عنوان پایانه ضد متقارن تداخل سنج شناخته می شود. اگر یکی آشکارساز را در خروجی دیگر، در همان سمت مقسم پرتو با پرتو ورودی، که به عنوان پایانه متقارن تداخل سنج شناخته می شود، قرار داده شود، علامت مثبت اعمال می شود. زاویه  $\phi$  فاز اضافی انباسته شده در بازوی  $y$  نسبت به بازوی  $x$  به دلیل اختلاف طول آنها است. بنابراین اگر بازوی  $y$  از بازوی  $x$  بلندتر باشد  $\phi$  مثبت خواهد بود.

مجموع این میدان ها در آشکارساز،  $E_{det} = E_x + E_y$ ، در مزدوج مختلط آن ضرب می شود تا مقداری متناسب با درخشندگی مشاهده شده توسط آشکارساز به دست آید.

$$I_{det} \propto E_{det}^* E_{det} \quad (2.5)$$

$$= \frac{E_{in}^* E_{in}}{4} (2 \mp e^{j\phi} \mp e^{-j\phi}) \quad (3.5)$$

$$= \frac{E_{in}^* E_{in}}{2} (1 \mp \cos \phi) \quad (4.5)$$

از این رو

$$\frac{I_{det}}{I_{in}} = \frac{1 \mp \cos \phi}{2} \quad (5.5)$$

سیگنال مایکلسون هر بار که  $\phi$  از  $2\pi$  می گذرد تکرار می شود، که ما به آن "پیچ بندی حاشیه ای"<sup>۹</sup> می گوییم.

معمولًاً یک تداخل سنج ساده مایکلsson در اطراف "مرکز حاشیه" کار می‌کند. این بدان معنی است که ما سعی می‌کنیم  $\phi$  را تا حد امکان به  $\pm\pi/2$  یا مضرب‌های فرد آن نزدیک کنیم. در عمل با اجرای بازخورد الکترونیکی برای حرکت دادن یکی از آینه‌های بازو به منظور حفظ تداخل سنج "در حاشیه" به‌این امر دست پیدا می‌کنیم. اگر آینه‌ها طوری حرکت کنند که از مرکز حاشیه منحرف شوند، انحراف فاز مربوطه را  $\theta$  می‌نامیم.

$$\phi = \pm \frac{\pi}{4} + \theta \quad (6.5)$$

بر حسب  $\theta$ ، درخشندگی خروجی نرمالیزه در پایانه ضد متقارن<sup>۱۰</sup> خواهد بود:

$$\frac{I_{det}}{I_{in}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \pm \frac{\pi}{4} + \theta \right) \right] \quad (7.5)$$

$$= \frac{1}{2} (1 \pm \sin \theta) \quad (8.5)$$

اگر انحراف طول بازوی تفاضلی  $\epsilon$  باشد، این منجر به انحراف فاز  $\epsilon = \frac{4\pi}{\lambda}$  می‌شود. سپس درخشندگی خروجی نرمالیزه مربوطه برابر است با:

$$\frac{I_{det}}{I_{in}} = \frac{1}{2} \left[ 1 \pm \sin \left( \frac{4\pi}{\lambda} \right) \right] \quad (9.5)$$

نرخ تغییر درخشندگی در هر تغییر طول بازوی تفاضلی در مرکز حاشیه پس از آن برابر است با:

$$\frac{dI_{det}}{d\epsilon} = \pm \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) I_{in} \quad (10.5)$$

گاهی اوقات راحت‌تر است که این مورد را به درخشندگی  $I_{one,arm} = \frac{I_{in}}{2}$  روی آشکارساز هنگام مسدود شدن نور بازوی دیگر ارجاع دهیم. در آن صورت، شبیه برابر است با:

$$\frac{dI_{det}}{d\epsilon} \Big|_{\epsilon=0} = \pm \left( \frac{4\pi}{\lambda} \right) I_{one,arm} \quad (11.5)$$

این فرمول کالیبره کردن سیگنال را بسیار آسان می‌کند. از آنجایی که ولتاژ خروجی تقویت کننده فتودیود متناسب با درخشندگی آشکارساز است، می‌توانید به سادگی نور یک بازو را با یک کارت مسدود کنید و ولتاژ  $V_{one,arm}$  را بخوانید. سپس تغییر ولتاژ در حاشیه در واحد تغییر طول بازو خواهد بود:

$$\frac{dV_{det}}{d\epsilon} \Big|_{\epsilon=0} = \pm \left( \frac{4\pi}{\lambda} \right) V_{one,arm} \quad (12.5)$$

**مثال ۵-۲ کنتراست حاشیه‌ای** اگر دو پرتوی که برای تولید خروجی ترکیب می‌شوند، درخشندگی یکسانی نداشته باشند، نمی‌توانند کاملاً خنثی شوند. در این صورت، حاشیه‌های تداخل مخرب همچنان نور در خود خواهند داشت، آنها به‌سادگی درخشندگی کمتری نسبت به حاشیه‌های تداخل سازنده خواهند داشت. گفته می‌شود که حاشیه‌ها دارای "نقص کنتراست"<sup>۱۱</sup> هستند. "کنتراست حاشیه‌ای" را می‌توان به صورت کمی زیر تعیین کرد:

$$\nu = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (13.5)$$

و گاهی اوقات "رؤیت حاشیه"<sup>۱۲</sup> نیز نامیده می‌شود. در اینجا  $I_{max}$  حداکثر روشنایی حاشیه‌های روشن و  $I_{min}$  حداقل روشنایی حاشیه‌های تیره است.

مورد هر تداخل‌سنج دو پرتویی را در نظر بگیرید که در آن پرتوی که از یکی از بازوها بر می‌گردد ۳۵ درصد توان ورودی را دارد در حالی که پرتوی که از بازوی دیگر بازمی‌گردد ۵۵ درصد توان ورودی را دارد. در اینجا، فرض می‌کنیم که پرتوهایی که از بازوها بر می‌گردند هم شکل و هم اندازه هستند، بنابراین شکل‌های آنها به خوبی همپوشانی دارند. دو چیز در اینجا رخ می‌دهد: مقداری نور در بازوها از بین می‌رود و اتفاقی یا در یک مقسم پرتو یا در بازوها در حال رخ دادن است که باعث عدم تعادل قدرت می‌شود.

عدم تعادل قدرت می‌تواند به دلایل مختلف باشد: تقسیم کننده‌های پرتو غیر ۵۰/۵۰، انواع آینه‌های مختلف در دو بازو، جذب در هر محیطی که در بازوها قرار می‌گیرد، چرخش قطبش در یک بازو نسبت به بازوی دیگر وغیره. از دست دادن بازوها می‌تواند به دلیل همان مکانیسم منجر به عدم تعادل باشد یا می‌تواند به دلیل سازوکارهای دیگر مانند انعکاس بخشی از نور ورودی در قسمت جلویی مقسم پرتو باشد. الگوی تداخل دارای  $I_{min} = (۰,۵۵ - ۰,۳۵)I_{in} = ۰,۲I_{in}$  و  $I_{max} = (۰,۳۵ + ۰,۵۵)I_{in} = ۰,۹I_{in}$  خواهد بود. کنتراست حاشیه پس از آن برابر است با:

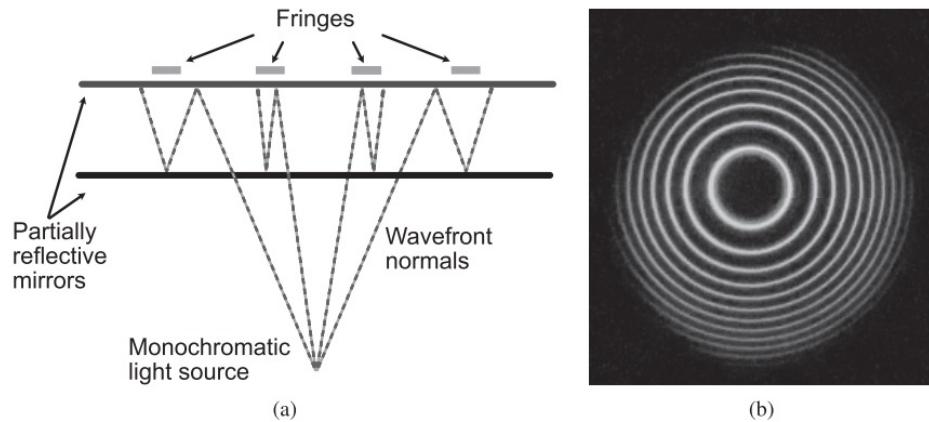
$$\nu = \frac{۰,۹ - ۰,۲}{۰,۹ + ۰,۲} = ۰,۶۳$$

مجموعه‌ای از حاشیه‌ها با دید ۶۳ درصد روی صفحه نمایش نسبتاً بد به نظر می‌رسد. می‌توان با قرار دادن یک گوه در بازو با نور بیشتر، حاشیه‌های بهتری به دست آورد تا مقداری از نور آن بازو منعکس شود و کنتراست بهتری به دست آورد.

## ۲.۱.۵ تداخل‌سنج چند پرتو

تداخل‌سنج‌های چند پرتوی معمولاً از سطوح نوری جزئی بازتابنده برای تقسیم یک پرتو به صورت متوالی به چندین پرتو استفاده می‌کنند که سپس با هم ترکیب می‌شوند. یک تداخل‌سنج چند پرتوی اولیه، دستگاه فبری-پرو<sup>۱۳</sup> متشکل از دو آینه موازی، جزئی، بازتابنده و مسطح است که توسط یک منبع نور تک رنگ به آرامی واگرا (مانند یک لامپ

<sup>۱۳</sup>Fabry-Perot etalon



شکل ۲.۵: دستگاه فبری-پرو (الف) نمای جانی. جبهه موج عمودی (اشعه‌ها) در داخل دستگاه بازتاب شده که منجر به پرتوهای خروجی متعدد می‌شود. حاشیه‌های روشن زمانی رخ می‌دهند که پرتوها در زوایایی وارد می‌شوند که پیمایش کاواک باعث ایجاد اختلاف طول موج صحیح بین پرتوهای ارسالی متوالی می‌شود. هنگامی که با چشم یا با دوربین مشاهده می‌شود، خروجی شامل حاشیه‌هایی دور متحدم مرکز است که در (ب) نشان داده شده است. حاشیه‌های نشان داده شده بهدلیل یک لامپ بخار جیوه است که فیلتر شده تا فقط خط سبز را در ۵۴۶ نانومتر منتشر کند.

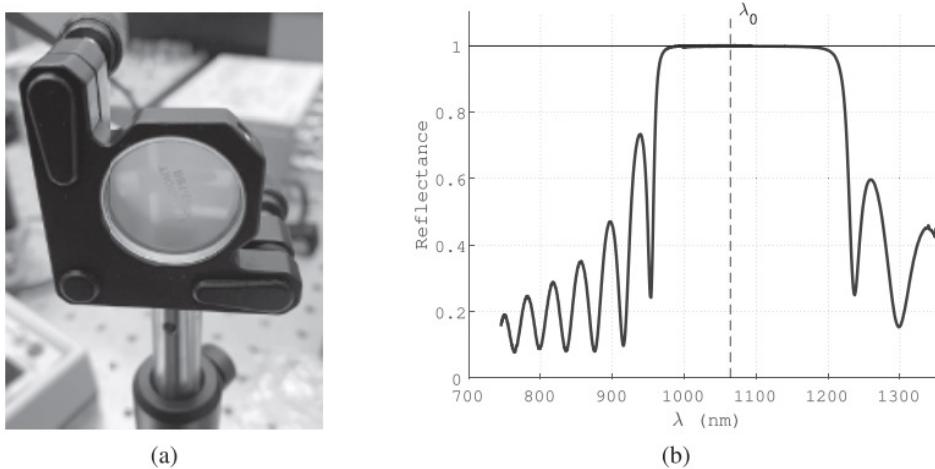
تخلیه جیوه کم فشار فیلتر شده و ستونی یا لیزر) روشن می‌شود. چینش دستگاه در شکل (۲.۵) به همراه حاشیه‌های تولید شده نشان داده است. حاشیه‌ها دایره‌ای هستند (به دلیل تقارن محوری) و برای پرتوهایی که در زوایایی حرکت می‌کنند که در آن طول مسیر بین صفحات یک عدد صحیح از طول موج‌های نیم‌موج است رخ می‌دهد.

یک کاواک نوری تشدييد، که در فصل ۷ مورد بحث قرار خواهد گرفت، نمونه دیگری از تداخل سنج چند پرتوی است. در اين حالت، پرتوهای متعدد باتقسیم دامنه در آينه

ورودي ایجاد شده و با ورود کاملاً همپوشانی دارند، تشدييد و از کاواک خارج می‌شوند.

شاید مهمترین کاربرد تداخل سنج چند پرتوی در پوشش‌های نوری<sup>۱۴</sup> چندلايه باشد. پوشش‌های چند لايه در طيف وسيعی از کاربردهای اپتیکی مانند پوشش‌های ضد انعکاس، آينه‌ها، فیلترهای نوری و غيره مفید هستند. آينه‌های با کارایی بالا که برای طول موج خاصی از نور در نظر گرفته شده‌اند با قرار دادن چندین لايه ضخیم با طول موج يك چهارم از مواد دی‌الکتریک شفاف بر روی يك زیرلايه ساخته می‌شوند (معمولًا يك شیشه خالی؛ شکل ۳.۵). هر لايه دیگر دارای ضریب شکست بالایی است در حالی که لايه‌های باقی مانده دارای ضریب شکست پایینی هستند. اغلب، لايه‌های با ضریب شکست کم از شیشه سیلیکا ساخته شده‌اند در حالی که لايه‌های با ضریب شکست بالا از اکسید فلزی آمورف ساخته می‌شوند. در هر سطح مشترک بين لايه‌ها يك تغییر ضریب شکست وجود دارد. بنابراین، بخشی از هر پرتو تابشی در هر مرز مشترک لايه بازتاب می‌شود. پرتو منعکس شده کامل فقط مجموع تمام این بازتاب‌های جزئی است. از آنجایی که لايه‌ها همگی يك چهارم طول موج ضخامت دارند و در هر سطح مشترک دیگر تغییر علامتی در بازتاب

<sup>۱۴</sup> Optical Coating



شکل ۳.۵: (الف) یک پوشش چند لایه با بازتاب بالا (HR) که به عنوان بسته ربع موج یا بازتابنده برآگ نیز شناخته می‌شود. این آینه در ۱۰۶۴ نانومتر بسیار بازتابنده است و عمدهاً انتقال دهنده نامرئی است. انعکاسی که می‌بینیم به دلیل یک یا چند قله انعکاسی جزئی است که از باند بازتابی بالا فاصله دارند. (ب) بازتاب یک آینه (HR) به عنوان تابعی از طول موج. این آینه خاص به گونه‌ای طراحی شده است که در  $\lambda_0 = 1064\text{nm}$  برای استفاده با لیزر NdYAG بسیار بازتابنده باشد. دارای ۳۰ لایه (۱۵ جفت لایه با ضریب شکست بالا/پایین). ماده لایه با ضریب شکست بالا پنتوکسید تانتالیوم آمورف و ماده با ضریب شکست کم سیلیس آمورف (شیشه سیلیکا) است.

وجود دارد، همه بازتابهای جزئی با یکدیگر هم فاز هستند. این تداخل سازنده بین تمام انعکاس‌های جزئی می‌تواند منجر به بازتاب بسیار بالاتری نسبت به آینه‌های فلزی شود. بازتاب چنین آینه‌هایی در طول موج مرکزی آنها  $\lambda_0$  می‌تواند بسیار زیاد باشد. آینه‌هایی با بازتاب‌پذیری بالای ۹۹.۹۹٪ درصد به صورت تجاری در دسترس هستند و حتی انعکاس‌پذیری بالاتر برای اهداف تحقیقاتی نشان داده شده‌اند.

فرمول‌های ارزیابی بازتاب‌پذیری نظری یک پشتۀ از لایه‌های دی الکتریک نسبتاً پیچیده هستند و از ماتریس‌هایی به اصطلاح انتقال استفاده می‌کنند که در آن یک ماتریس چهار عنصری عملکرد یک لایه واحد را نشان می‌دهد و یک محصول ماتریس مربوطه نشان دهنده پشتۀ به عنوان یک کل است. . به عنوان مثال، در حالت عادی، ضریب بازتاب یک پشتۀ از لایه‌های دی الکتریک با شاخص بالا و پایین متناوب است.

$$r = \left( \frac{an_s + bn_s n_s - c - dn_s}{an_s + bn_s n_s - c + dn_s} \right) \quad (14.5)$$

که در آن  $n_s$  ضریب شکست محیط تابشی (معمولًاً هوا) و  $n_s$  ضریب شکست بستر (اغلب شیشه) است. ضرایب  $a, b, c$  و  $d$  دقیقاً داده شده است:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \equiv \left[ \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma\pi}{\lambda} n_H l_H) & -\frac{j}{n_H} \sin(\frac{\gamma\pi}{\lambda} n_H l_H) \\ -j n_H \sin(\frac{\gamma\pi}{\lambda} n_H l_H) & \cos(\frac{\gamma\pi}{\lambda} n_H l_H) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma\pi}{\lambda} n_L l_L) & -\frac{j}{n_L} \sin(\frac{\gamma\pi}{\lambda} n_L l_L) \\ -j n_L \sin(\frac{\gamma\pi}{\lambda} n_L l_L) & \cos(\frac{\gamma\pi}{\lambda} n_L l_L) \end{pmatrix} \right]^N$$

که در آن  $n_H$  و  $n_L$  به ترتیب ضریب شکست‌های لایه بالا و پایین هستند. ضخامت لایه

فیزیکی به ترتیب  $l_H$  و  $l_L$  است. فرض می‌کنیم که خارجی‌ترین لایه یک لایه با ضریب شکست کم است و در مجموع  $2N$  لایه وجود دارد ( $N$  جفت لایه). برای یک بسته ربع موج، با انعکاس بالا،  $n_H l_H = n_L l_L = \lambda_0 / 4$  مورد نظر است که پوشش در آن بیشترین بازتاب را دارد. نتیجه منحنی شبیه به داده‌های بازتابش اندازه‌گیری شده نشان داده شده در شکل (۳.۵)-ب است (تمرین ۸.۵). برای یک بسته ربع موج که از  $N$  جفت لایه است، بازتابش پوشش را در طول موج مرکزی  $\lambda_0$  می‌توان نشان داد.

$$R = \left[ \frac{\left( \frac{n_H}{n_L} \right)^{4N} - 1}{\left( \frac{n_H}{n_L} \right)^{4N} + 1} \right]^2 \quad (15.5)$$

## ۲.۵ کاربردهای انتخابی تداخل‌سنجهای

### ۱.۲.۵ طیف نمائی تبدیل فوریه

به‌نظر می‌رسد که می‌توان از تداخل‌سنجهای مایکلسوون به‌عنوان یک طیف‌سنجهای با وضوح بالا با تغییر طول یک بازو و ثبت خروجی تداخل‌سنجهای استفاده کرد. خروجی به‌عنوان تداخل‌نگار<sup>۱۵</sup> شناخته می‌شود و تبدیل فوریه آن طیف نور را در تداخل‌سنجهای نشان می‌دهد. این کاربرد در واقع توسط خود مایکلسوون کشف شد که همچنین یک دستگاه مکانیکی برای گرفتن تبدیل فوریه تداخل‌گرام ساخت! طیف‌سنجهای تبدیل فوریه نسبت به‌طیف‌سنجهای سنتی مبتنی بر توری از توان عملیاتی نور بیشتری بهره می‌برند و بنابراین ذاتاً نویز کمتری دارند. آنها بیشترین کاربرد را در طول‌موج‌های فروسرخ پیدا کرده‌اند که به‌عنوان طیف‌سنجهای فروسرخ تبدیل فوریه (FTIR)<sup>۱۶</sup> شناخته می‌شوند. اساس طرح و عملکرد طیف‌سنجهای تبدیل فوریه در شکل (۴.۵) را نشان داده است.

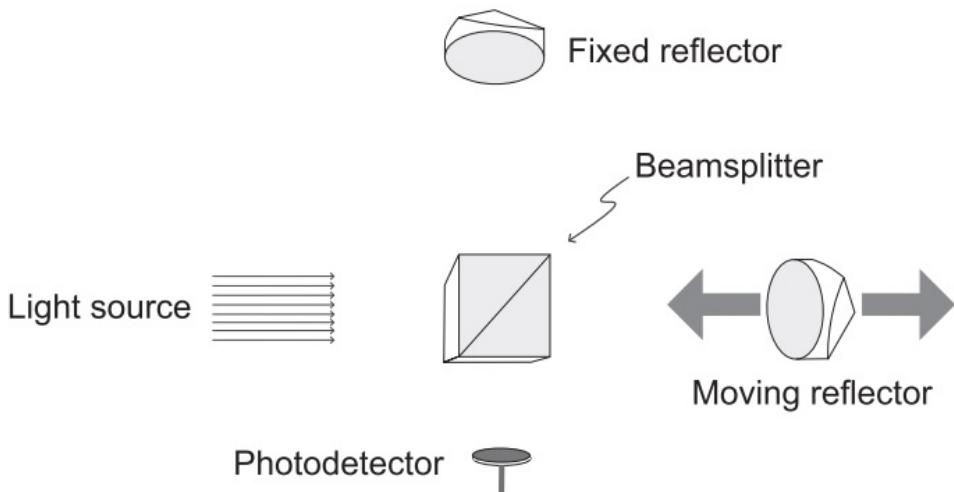
اگر آینه بازوی  $x$  طیف‌سنجهای مایکلسوون را با فاصله به‌سمت شکاف پرتو حرکت دهیم، کاهش طول مسیر نوری مربوطه  $x = 2\epsilon$  است زیرا پرتو هم از بازو بالا و هم پایین می‌رود. فاز بازوی دیفرانسیل القایی  $kx = 2\pi x / \lambda = \phi$  و معادله (۴.۵) پاسخ تداخل‌سنجهای مربوطه را بصورت زیر می‌دهد:

$$\frac{I_{det}}{I_{in}} = \frac{1}{2} [1 - \cos(kx)] . \quad (16.5)$$

حال حالتی را در نظر بگیرید که نور تداخل‌سنجهای از دو طول‌موج متفاوت  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  با اعداد موج متناظر  $k_1$  و  $k_2$  و فرکانس‌های زاویه‌ای  $\omega_1$  و  $\omega_2$  تشکیل شده است. سپس میدان‌های

<sup>۱۵</sup>Interferogram

<sup>۱۶</sup>Fourier Transform Infrared (FTIR)



شکل ۴.۵: اساس طیفسنج تبدیل فوریه. طیف نور ورودی با تغییر طول یکی از بازوها بهمقدار زیادی اندازه‌گیری می‌شود. مکعب‌های گوشه (یا منشورهای سه وجهی) ممکن است به جای آینه استفاده شوند، زیرا پرتو بدون توجه به تراز زاویه‌ای مکعب گوشه، همیشه در همان جهتی که وارد شده از مکعب خارج می‌شود. این امر چالش مهندسی مرتبط با حرکت بازتابنده را در فواصل طولانی بدون تغییر تراز تداخل‌سنج کاهش می‌دهد. هرچه بازتابنده بیشتر حرکت کند، وضوح طیفسنج بالاتر است. هرچه موقعیت بازتابنده بیشتر خوانده شود، پهنای باند طیفسنج بیشتر می‌شود. موقعیت بازتابنده را می‌توان با لیزر کمکی که از همان تداخل‌سنج عبور می‌کند خوانده شود.

پایانه ضد متقارن بقرار زیر هستند:

$$E_x = \frac{E_1}{2} e^{j\omega_1 t} + \frac{E_2}{2} e^{j\omega_2 t} \quad (17.5)$$

$$E_y = -\frac{E_1}{2} e^{j\omega_1 t - \phi_1} - \frac{E_2}{2} e^{j\omega_2 t - \phi_2} \quad (18.5)$$

ضرب مجموع این میدان‌ها در مزدوج مختلط آنها برای بدست آوردن درخشندگی کل در آشکارساز، مانند قبلاً، به دست می‌آید (پس از یک سری عملیات جبری طولانی)

$$I_{det} = \frac{I_1}{2} + \frac{I_2}{2} - \frac{I_1}{2} \cos \phi_1 - \frac{I_2}{2} \cos \phi_2 + \frac{E_1 E_2}{2} |z| \cos[(\omega_2 - \omega_1)t + Arg(z)], \quad (19.5)$$

که در آن  $z = 1 + e^{j\phi_1} + e^{-j\phi_1} + e^{j(\phi_1 - \phi_2)}$  یک عدد مختلط ثابت است. اگر اکنون میانگین زمانی این کمیت را در بسیاری از دوره‌های کسینوس بگیریم، عبارت کسینوس صفر خواهد بود. (در عمل، خروجی تداخل‌سنج را روی یک فتودیود ضبط می‌کنیم که نمی‌تواند در فرکانس‌های نوری پاسخ دهد، بنابراین جمله کسینوس با فرکانس  $\omega_2 - \omega_1$  به هر حال ثبت نمی‌شود.) با استفاده از  $I_{in} = I_1 + I_2$ ، خواهیم داشت:

$$\frac{I_{det}}{I_{in}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left[ \frac{I_1}{I_{in}} \cos(k_1 x) + \frac{I_2}{I_{in}} \cos(k_2 x) \right] \quad (20.5)$$

به عبارت دیگر، پویش<sup>۱۷</sup> تداخل سنج تداخل نگار را می‌دهد که مجموع دو موج سینوسی با اعداد موج متناظر با طول موج رنگ‌های موجود در پرتو است. اگر به جای فقط دو طول موج، پیوستاری<sup>۱۸</sup> از طول موج‌ها با درخشندگی کسری داشته باشیم  $f(k)dk = \frac{I(k)dk}{I_{in}}$ ، مجموع تبدیل به یک انتگرال می‌شود.

$$\frac{I_{det}}{I_{in}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(k) \cos(kx) dk \quad (21.5)$$

تابع  $f(k)$  چگالی طیفی نور است. این مقداری است که در نهایت می‌خواهیم پیدا کنیم. طبق تعریف،  $f(k)$  مثبت است و فقط برای اعداد موج مثبت  $k$  تعریف شده است. با این حال، از نظر ریاضی برای ما آسان‌تر خواهد بود اگر این را به طول موج‌های منفی با انعکاس آن در مورد مبدأ گسترش دهیم تا یک تابع زوج ایجاد کنیم:  $f(k) \equiv f(-k)$ . در پایان، همیشه می‌توانیم هنگام تفسیر فیزیکی  $f(k)$  بخش‌های  $-k$  را نادیده بگیریم. بنابراین

$$\frac{I_{det}}{I_{in}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} f(k) \cos(kx) dk \quad (22.5)$$

می‌توانیم صفر را بدون تأثیر معادله به جمله دوم اضافه کنیم. این کار را به روش زیر انجام می‌دهیم

$$\frac{I_{det}}{I_{in}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} f(k)[\cos(kx) + j \sin(kx)] dk \quad (23.5)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} f(k) e^{j k x} dk \quad (24.5)$$

جمله دوم در خط اول فرد است و بنابراین هیچ کمکی به انتگرال نمی‌کند که در یک دامنه متقارن قرار دارد. به غیر از ضریب  $\frac{1}{4}$ ، ترم دوم در معادله (۲۳.۵) فقط تبدیل فوریه استاندارد  $f(k)$  است. می‌توان آن را معکوس کرد تا  $f(k)$  را بدست آورد، که در نهایت همان چیزی است که می‌خواستیم.

$$f(k) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} - \left( \frac{I_{det}}{I_{in}} - \frac{1}{2} \right) e^{-j k x} dx \quad (25.5)$$

تفرقی  $1/2$  به حذف میانگین کمک می‌کند. در عمل می‌توانیم تنبل باشیم و از انجام این کار غافل شویم. اثر یک تابع دلتا "سوزن"<sup>۱۹</sup> در طیف در  $\theta = 0$  است که ما فقط آن را نادیده می‌گیریم. همچنان، ما واقعاً نیازی به نگرانی در مورد علامت انتگرال نداریم. از آنجایی که می‌دانیم  $f(k)$  مثبت است، فقط می‌توانیم قدر مطلق سمت راست را بگیریم. در نهایت، اگر تنها چیزی که واقعاً به آن اهمیت می‌دهیم طیف نسبی باشد و  $I_{in}$  ثابت باشد، دستور العمل فوق العاده ساده را به ما واگذار می‌کند.

$$f(k) \propto \left| \int_{-\infty}^{\infty} I_{det} e^{-j k x} dx \right| \quad (k > 0). \quad (26.5)$$

<sup>۱۷</sup>Scanning

<sup>۱۸</sup>Continuum

<sup>۱۹</sup>Spike

تبديل فوريه را می‌توان در کامپيوتر، در صورت نياز، در زمان واقعی ايجاد کرد، و به طور مستقيم طيف را می‌دهد.

انتگرال در معادله (۲۶.۵) نشان می‌دهد که برای بdest آوردن تمام اجزای طيفی، باید تداخل‌نگار  $I_{det}(x)$  را برای  $x \leq \infty$  بدانيم. در عمل، تغيير طول مسیر بازو،  $x$ ، نمی‌تواند بنهایت شود و اين محدوديت را برای وضوح اندازه‌گيري طيف تعیین می‌کند. وضوح طول موج را می‌توان نشان داد

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{x_{max}} \quad (27.5)$$

برای حرکت آينه‌اي متوجه يك سانتي متری و طول موج های فرو سرخ نزديک  $\lambda \approx 1 \text{ ميكرومتر}$ ،  $\Delta\lambda \approx 1\%$  نانومتر به دست می‌آوريم. طول موج‌هاي قابل دسترسی با اين تکنيک نيز با وضوحي که تداخل گرام  $I_{det}$  با آن اندازه‌گيري می‌شود، محدود می‌شود. هرچه نقاط داده بيشتری در تداخل گرام به دست آوريم، طول موج‌هاي قابل دسترس بالاتری خواهد داشت. تعداد نقاط داده‌ها  $N$  مورد نياز برای رسيدن به اطلاعات طيفی تا يك طول موج مشخص  $\lambda_{min}$  را می‌توان بصورت زير نشان داد.

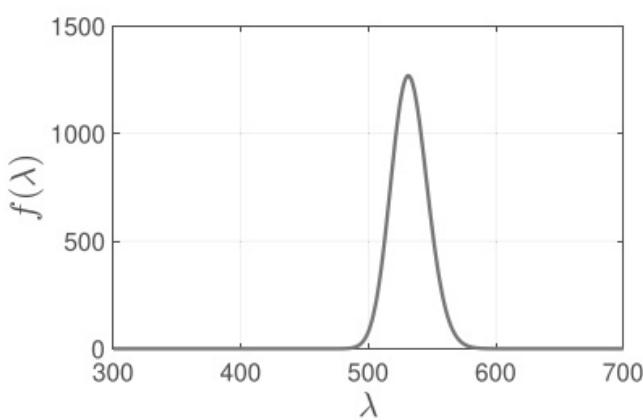
$$\lambda_{min} = 2 \frac{x_{max}}{N} \quad (28.5)$$

بنابراین، اگر يك سانتي متر حرکت آينه‌اي داشته باشيم، حداقل به ۱۰۰۰۰ نقطه داده برای رسيدن به فرو سرخ نزديک نياز داريم. اين بدان معناست که باید بتوانيم موقعیت آينه را تا ۱ ميكرومتر ثبت کنيم، در حالی که آينه را حرکت می‌دهيم و تراز را تا حد بالايی از دقت حفظ می‌کنيم. اين الزامات يك چالش متوسط در ساخت ابزار را تشکيل می‌دهند.

**مثال ۳-۵ تداخل‌نگار يك فیلتر میان‌گذر نوری را در نظر بگيريد که از طریق فیلتر میان‌گذری که نمایه انتقال گوسی دارد، فیلتر شده است. تداخل‌نگار با چنین منبعی چیست؟ چگالی طيفی نور برابر است با:**

$$f(k) = \frac{I_{in}}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\frac{(k_0 - k)^2}{\sigma^2}} \quad (k \geq 0) \quad (29.5)$$

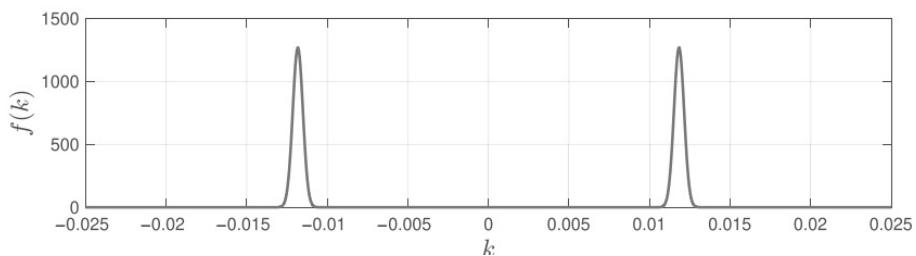
که در آن  $k_0$  عدد موج مرکزی و  $\sigma$  انحراف استاندارد شکل انتقال که دارای پهنای باند مشخصه  $2\sigma = \Delta k$  است. اگرچه اين شکل انتقال گوسی بر حسب عدد موج  $k$  مشخص شده است، اما در طول موج  $\lambda$  نيز تقریباً گوسی خواهد بود به شرط اینکه عرض کوچک باشد. در اینجا انتقال مربوطه به عنوان تابعی از طول موج است که در آن من طول موج مرکزی را در ۵۳۲ نانومتر و عرض كامل شکل انتقال را ۴۰ نانومتر انتخاب کرده‌ام.



اکنون، می‌خواهیم از معادله برای پیدا کردن  $\frac{I_{det}}{I_{in}}$  به صراحت استفاده کنیم، زیرا به‌یاد داریم که تبدیل فوریه یک تابع گوسی یک تابع گوسی دیگر است، بنابراین به‌نظر می‌رسد که این انتگرال حداقل چیزی ممکن است که باید انجام شود. با این حال، برای استفاده از آن، باید  $f(k)$  را با منعکس کردن آن در مورد مبدأ، به  $k'$  منفی گسترش دهیم.  $f(k')$  توسعه یافته پس از آن است خواهد بود:

$$f(k) = \frac{I_{in}}{\sqrt{\pi}\sigma} \left[ e^{-\frac{(k_0-k)^2}{\sigma^2}} + e^{-\frac{((-k_0)-k)^2}{\sigma^2}} \right], \quad (30.5)$$

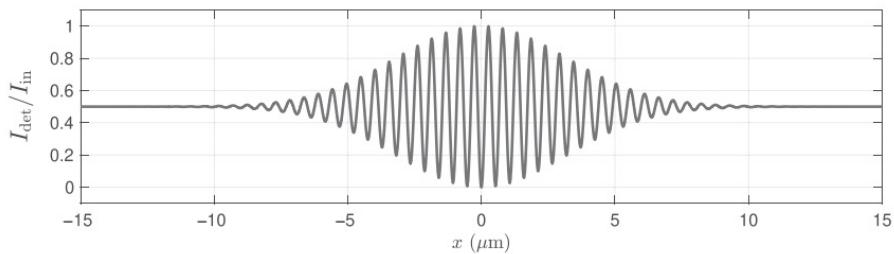
که شبیه به رابطه زیر است:



انتگرال در معادله را می‌توان با کمک جداول انتگرال‌گیری یا برنامه‌های کامپیوتري از قبیل جداول (Mathematica, Maple, Wolfram Alpha و غیره) انجام داد. نتیجه خواهد بود:

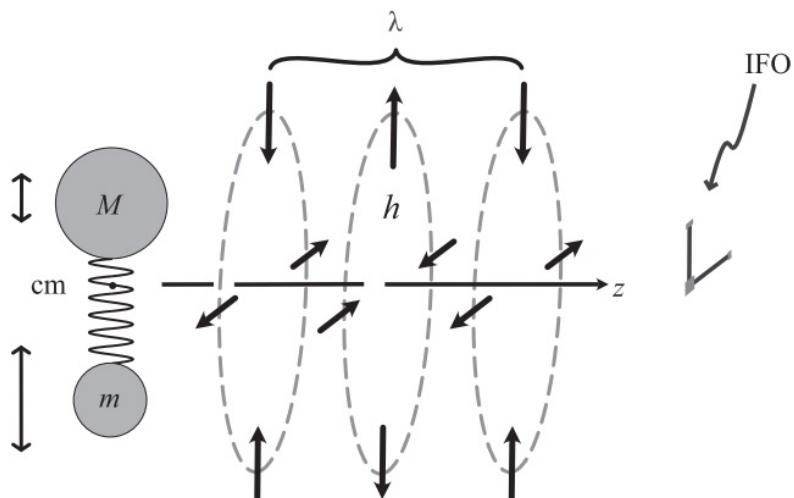
$$\frac{I_{det}}{I_{in}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(k_0 x) e^{-(\frac{\sigma x}{\lambda})^2} \quad (31.5)$$

بنابراین، این تداخل‌نگار یک سینوسی گوسی است و به‌شکل زیر است:



## ۲.۲.۵ نجوم امواج گرانشی

امواج گرانشی آنالوگ گرانشی امواج الکترومغناطیسی هستند. از نظر مفهومی ساده‌ترین ساطع کننده امواج گرانشی، یک جفت جرم است که توسط یک فنر بهم متصل شده و به طور هماهنگ در اطراف مرکز جرم ارتعاش می‌کنند. بدلیل پایستگی تکانه (بقاء مومنتوم)<sup>۲۰</sup>، ممان دوقطبی منع وجود ندارد و تابش گرانشی ساطع شده تشعشع چهار قطبی است. همانطور که در شکل ۵.۵ نشان داده شده است، میدان کرنش دارای یک الگوی چهارقطبی است. قطبش نشان داده شده در شکل، قطبش «+» است و قطبش احتمالی دیگر، قطبش «×» است، با این تفاوت که  $45^\circ$  در مورد جهت حرکت می‌چرخد.



شکل ۵.۵: یک ساطع کننده موج گرانشی ساده، میدان کرنشی که توسط موج گرانشی عبوری به فضا تحمیل می‌شود، و یک تداخل سنج مایکلsson (IFO) که در مسیر موج قرار می‌گیرد تا میدان کرنش را تشخیص دهد. اندازه تداخل سنج در مقایسه با طول موج در این نمودار بسیار اغراق آمیز است.

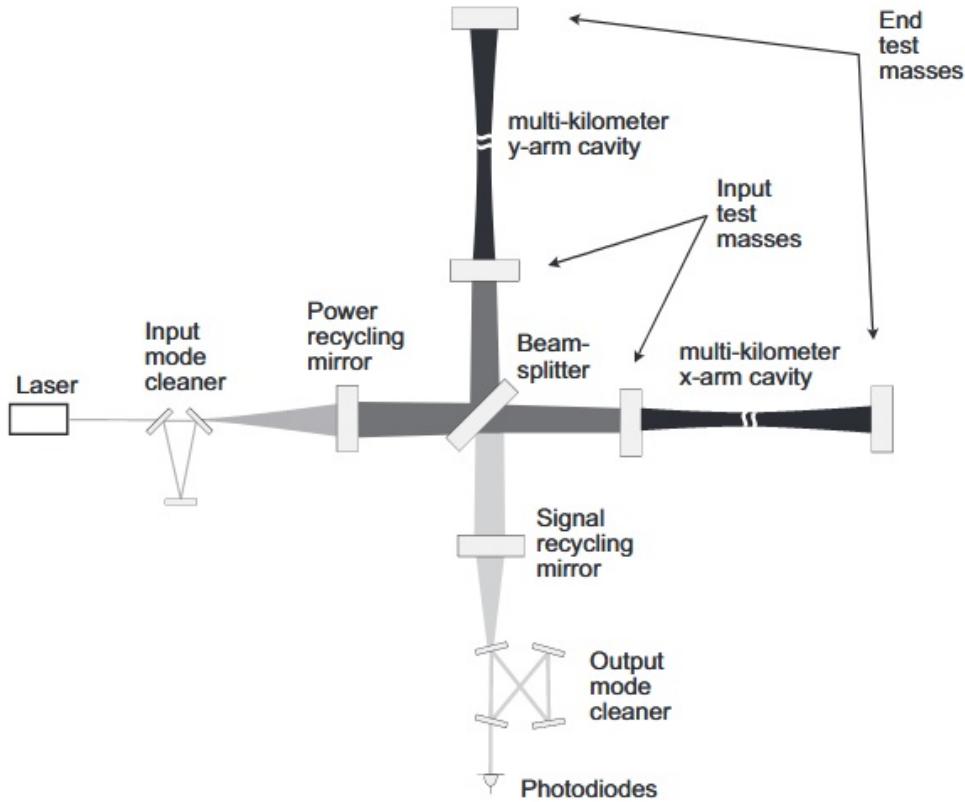
منبع مشابهی از امواج گرانشی، دو جرم است که به دو سر یک میله متصل شده و در اطراف مرکز جرم می‌چرخند. اینها همچنین تشعشع می‌کنند زیرا حرکت دایره‌ای

<sup>۲۰</sup> Momentum Conservation

فقط مجموع حرکت هارمونیک خطی در دو جهت متعامد با تغییر فاز  $\pi/2$  بین جهات است. متأسفانه، سخت نیست که نشان دهیم هر نوسان‌ساز ساخته دست بشری از این نوع، تابش بسیار ضعیفی برای شناسایی با فناوری فعلی دارد. با این حال، با استفاده از تداخل‌سنجهای بزرگ مایکلsson، امواج گرانشی از اجرام بسیار فشرده و عظیم در کیهان شناسایی شده‌اند: سیاه‌چاله‌ها و ستاره‌های نوترونی که در مداری بسیار نزدیک به دور یکدیگر می‌چرخند و متعاقباً با هم ادغام می‌شوند. منابع دیگری مانند ستارگان تک نوترونی در حال چرخش و انفجارهای ابرنواختر نیز ممکن است در آینده نزدیک قابل شناسایی باشند.

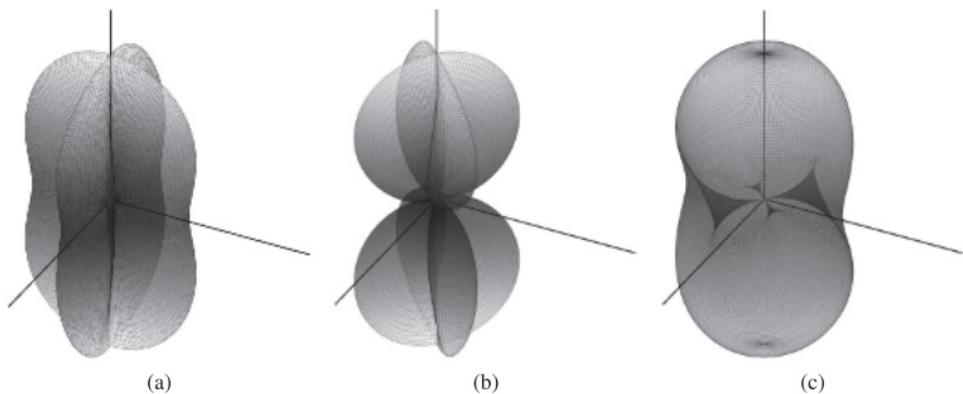
تداخل‌سنجهایی که برای تشخیص چنین امواج گرانشی استفاده می‌شوند، حساس‌ترین دستگاه‌های اندازه‌گیری طول هستند که تاکنون ساخته شده‌اند. امواج گرانشی قوی که تا به امروز شناسایی شده‌اند، آینه‌های تداخل‌سنجد را با دامنه‌هایی در حدود  $10^{-18}$  متر (قریباً  $180 \times 10^{-18}$  م قطر پروتون) می‌لرزاند. اگر موج گرانشی نسبت به بازوهای تداخل‌سنجد جهت‌گیری خوبی داشته باشد، حرکت آینه باعث تغییر طول بازوی تفاضلی می‌شود که متناسب با کرنش موج گرانشی است. (این مربوط به تفاوت در زمان پرواز فوتون‌ها در دو بازو و اختلاف فاز متناظر بین پرتوهایی است که به مقسم پرتو می‌رسند). بنابراین، شرایط تداخل در خروجی ضد متقارن تداخل‌سنجد تغییر می‌کند و مقدار نور ارسال شده به درگاه خروجی تغییر می‌کند. دیودهای نوری در پایانه خروجی ضد متقارن تداخل‌سنجد تغییر توان نوری و در نتیجه کرنش موج گرانشی را ثبت می‌کنند.

امواج گرانشی شناسایی شده توسط آشکارسازهای موج گرانشی تداخل‌سنجدی فعلی دارای دوره‌های نوسان در محدوده میلی ثانیه هستند. برای به حداقل رساندن حساسیت تداخل‌سنجد ها به چنین امواجی، در حالت ایده‌آل می‌خواهیم بازوهایی به اندازه‌ای طولانی باشند که نور برای عبور از یک بازو نیم دوره طول بکشند. به این ترتیب، تأثیر موج گرانشی بر فاز نوری که از بازو باز می‌گردد، حداقل است. از آنجایی که امواج گرانشی و امواج نور با سرعت یکسانی،  $c$  حرکت می‌کنند، بازوهای تداخل‌سنجد در حالت ایده‌آل نیمی از طول موج خواهند داشت، چیزی در حدود  $500 \text{ کیلومتر!}$  متأسفانه، ساخت یک تداخل‌سنجد با چنین طولی بر روی زمین بسیار پرهزینه است و در عوض بازوها  $4 \text{ کیلومتر}$  طول دارند اما دارای کاواک‌های نوری برای افزایش زمان ذخیره‌سازی نور هستند. (کاواک‌های نوری به تفصیل در فصل ۷ پوشش داده شده است). در واقع، نوری که تلاش می‌کند از تداخل‌سنجد خارج شود نیز از طریق استفاده از آینه‌های کاواک نوری در پایانه‌های ورودی (متقارن) و خروجی (ضد متقارن) تداخل‌سنجد به داخل هدایت می‌شود. در نهایت، پس از مدت زمان ذخیره‌سازی کافی در تداخل‌سنجد، نور خارج می‌شود و شناس، اختلاف تغییر فاز اضافی از یک موج گرانشی در حال عبور را جمع‌آوری کرده است. شکل (۶.۵) طرح یک تداخل‌سنجد موج گرانشی مدرن را نشان می‌دهد. آشکارسازهای امواج گرانشی مبتنی بر تداخل‌سنجهای مایکلسون نسبت به امواج گرانشی که مستقیماً از بالا یا پایین وارد می‌شوند حساس‌تر هستند (به شرطی که قطبش موج با بازوهای آشکارساز همسو باشد). این به دلیل تطابق خوش شناسی بین شکل میدان کرنش القا شده توسط موج و خود تداخل‌سنجد است. بر عکس، اگر موج در صفحه بازوها و در  $45^\circ$  بین بازوها برخورد کند، آشکارساز بدون توجه به قطبش نسبت به آن حساس نیست. ما واقعاً از تداخل‌سنجد



شکل ۶.۵: اساس اولیه یک تداخل‌سنج موج گرانشی مدرن. (به مقیاس نیست) سایه نور راهنمایی برای قدرت نوری در هر بخش است. هر چه سایه تیره‌تر باشد، نور بیشتری دارد. بازوها بیشترین قدرت گردش را در بین هر بخش از سیستم دارند. حتی اگر توان لیزر فقط در حد ددها وات است، قدرت کاواک بازو می‌تواند به صدها کیلووات به دلیل زمان ذخیره نور طولانی در کاواک‌های بازو برسد. لیزر در واقع به‌خودی خود یک سیستم چشمگیر است که شامل مراحل کاهش نویز و بهبود نوری متعددی است که در اینجا نشان داده نشده است. پاک‌کننده مود ورودی را می‌توان آخرین مرحله لیزر در نظر گرفت و برای ارائه تداخل‌سنج با مود  $TEM_{00}$  بسیار خالص عمل می‌کند. آینه بازیافت توان با هدایت مجدد نور به داخل تداخل‌سنج، قدرت گردش را در تداخل‌سنج افزایش می‌دهد. در غیر این صورت نور پایانه متقارن را از دست می‌دهد. آینه بازیافت سیگنال در پایانه ضد متقارن اجزاء می‌دهد تا پاسخ تداخل‌سنج به فرکانس‌های امواج گرانشی مختلف به گونه‌ای تنظیم شود که از قسمت‌های کم نویز باند سیگنال به‌طور کامل استفاده شود. (بدون آینه بازیافت سیگنال، پاسخ تداخل‌سنج با زمان ذخیره نور در بازوها تعیین می‌شود.) نقش پاک‌کننده مود خروجی این است که مود نوری حاوی سیگنال موج گرانشی را از مودهای نوری حاوی سیگنال‌های نویز یا کنترلی جدا کند.

مایکلسون به عنوان آنتن استفاده می‌کنیم. بنابراین، مانند آنتن‌های دیگر، دارای یک الگوی آنتن است که این تغییر حساسیت را با جهت توصیف می‌کند. الگوی آنتن یک مایکلسون استفاده شده در این روش در شکل (۷.۵) نشان داده شده است. چالش بزرگ در تشخیص امواج گرانشی با تداخل‌سنجهای یا در واقع هر روش دیگری، سیگنال بسیار کوچکی است که آنها ارائه می‌دهند. بنابراین، لازم است از ابزاری استفاده کنید که تا حد امکان سیگنال (قدرت سیگنال و پهنهای باند) را در حالی که نویز بسیار کم دارد، دریافت کند. سایر موارد برابر هستند، این به نفع ابزارهای باند پهنه است. باند سیگنال آشکارسازهای امواج گرانشی تداخل‌سنجهای فعلی حدود سه دهه را در بر می‌گیرد که از چند هرتز شروع می‌شود و تا چند هزار هرتز می‌رسد. ("باند سیگنال" آشکارساز محدوده فرکانس‌هایی است که آشکارساز نسبت به سیگنال‌ها حساسیت خوبی دارد). باند سیگنال LIGO تقریباً همان باندی است که انسان‌ها می‌توانند بشنوند و تبدیل امواج گرانشی مستقیم به امواج صوتی روش بسیار خوبی برای تجربه آنهاست.



شکل ۷.۵: الگوهای آنتن برای تداخل‌سنجهای مایکلسون که به عنوان آشکارساز امواج گرانشی عمل می‌کند: (الف) امواج گرانشی قطبی شده "+", (ب) امواج گرانشی قطبی شده "×", (ج) امواج گرانشی قطبی شده تصادفی.

در زمان نگارش، سه تداخل‌سنجهای امواج گرانشی در مقیاس بزرگ وجود دارد که مشاهدات نجومی انجام می‌دهند و تعداد بیشتری نیز در حال ساخت هستند. این تداخل‌سنجهای به جای اینکه به صورت جداگانه عمل کنند، به صورت شبکه‌ای کار می‌کنند. استفاده از چندین تداخل‌سنجهای امواج گرانشی با هم نسبت سیگنال به نویز کلی را افزایش می‌دهد و در برابر سیگنال‌ها و اشکالات نادرست ایمنی ایجاد می‌کند (زیرا انتظار می‌رود یک موج گرانشی مناسب در همه آشکارسازها تقریباً همزمان ظاهر شود). همچنین، از آنجایی که الگوی آنتن هر آشکارساز تقریباً همه جهته است، سه آشکارساز برای به دست آوردن مکان دقیق آسمان از هر منبع موج گرانشی مورد نیاز است.

## تمرینات

- **تمرین ۱** خروجی تداخل‌سنج مایکلsson چهار حاشیه عمودی روشن را در سراسر پرتوی نوتروکیب<sup>۲۱</sup> (دوباره ترکیب) نشان می‌دهد. فرض کنید قطر پرتو ستونی تقریباً ۲ میلی‌متر است. فرض کنید حاشیه‌ها به دلیل ناهماهنگی زاویه‌ای بین دو پرتو، یکی از هر بازو است، که روی هم قرار می‌گیرند و پرتو خروجی را تشکیل می‌دهند. آیا ناهماهنگی در اوچ یا انحراف<sup>۲۲</sup> است؟ بزرگی عدم تنظیم زاویه‌ای را بر حسب درجه تخمین بزنید.
- **تمرین ۲** شکل (۱.۵)-الف نشان می‌دهد که در یک تداخل‌سنج مایکلsson با بازوهای با طول مساوی، پرتوهای روی مقسم پرتو نیازی به نو ترکیب در همان مکانی که تقسیم شده‌اند نیست. با استفاده از طرح‌ها یا موارد دیگر، نشان دهید که نمی‌توان مایکلssonی را که طول بازوهای آن نابرابر است، به‌طور کامل تراز کرد، مگر اینکه همه پرتوها در یک نقطه به تقسیم‌کننده پرتو بپرخورد کنند.  
راهنمائی: نشان دهید که دو پرتوی که از بازوها می‌آیند را نمی‌توان در تقسیم‌کننده پرتو به گونه‌ای دوباره ترکیب کرد که کاملاً همپوشانی داشته باشند و کاملاً موازی باشند.
- **تمرین ۳** میدانی که در مقسم پرتو منعکس می‌شود، با انعکاس از یک جهت، علامت منفی به‌دست می‌آورد اما از جهت دیگر نه. اگر هیچ یک یا هر دو بازتاب علامت منفی به‌دست نیاوردن، نشان دهید که انرژی در تداخل‌سنج مایکلsson حفظ نمی‌شود.
- **تمرین ۴** شکل (۹.۵) تداخل بین یک پرتو با جبهه موج کروی و یک پرتو با جبهه موج تقریباً مسطح را نشان می‌دهد. یک رابطه برای شعاع حلقه‌ها بدست آورید.  
راهنمائی: اختلاف فاز کلی بین پرتوها شعاع داخلی‌ترین حلقه را تعیین می‌کند.
- **۵ تمرین** آیا می‌توانید یک تداخل‌سنج مایکلsson با سه بازو در زوایای قائم به‌یکدیگر، یکی در امتداد هر محور مختصات بسازید؟ اگر کسی از مقسم پرتوهای معمولی استفاده می‌کند که یک پرتو را تنها به دو پرتو تقسیم می‌کنند، باید از دو مقسم پرتو استفاده کنند. انحرافات دور از مرکز حاشیه را کوچک فرض کنید. توضیح دهید که چگونه سیگنال‌های خروجی دو تقسیم‌کننده پرتو باید برای به‌دست آوردن سیگنال‌های اختلاف طول بین هر دو از سه بازو ترکیب شوند.  
راهنمائی: یک مقسم پرتو دارای دو خروجی است که یکی از آنها معمولاً به‌سمت لیزرهای حرکت می‌کند. فرض کنید امکان دسترسی به هر دو خروجی وجود دارد (شاید با استفاده از مقسام‌های نوری).

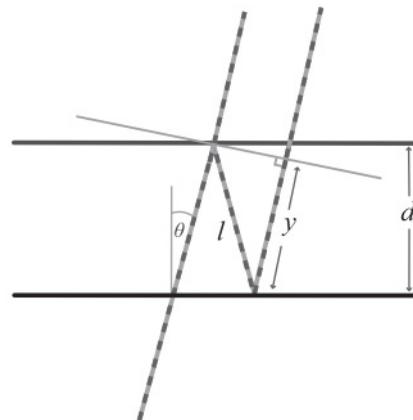
<sup>۲۱</sup> Recombined Beam

<sup>۲۲</sup> Pitch or Yaw

• تمرین ۶ تداخل سنج سگنک مانند شکل (۱.۵)-ب را در نظر بگیرید که مربعی با ضلع  $L$  را تشکیل می‌دهد که مقسم پرتو در یک راس و آینه در هر یک از سه راس دیگر قرار دارد. هنگامی که سگنک ساکن است، پرتوی نوتروکیب که به‌سمت فتودیود خارج می‌شود، تداخل مخربی را تجربه می‌کند و بنابراین فتودیود نوری دریافت نمی‌کند. سرعانجام را که تداخل سنج باید با آن بچرخد (در صفحه پرتوها) به‌منظور به‌حداکثر رساندن روشناختی در فتودیود محاسبه کنید. (سرعت‌ها را غیر نسبیتی فرض کنید).

راهنمائی: سطوح آینه بر جهت حرکت مماس هستند، در حالی که سطح بازتابنده مقسم پرتو عمود بر جهت حرکت است.

• تمرین ۷ یک جبهه موج عادی که از داخل یک دستگاه فبری-پرو عبور می‌کند و منعکس می‌شود در شکل زیر نشان داده شده است.



با در نظر گرفتن پرتوهای موازی خروجی از دستگاه فبری-پرو، توضیح دهید که چرا شرط زیر برای تداخل سازنده صحیح است.

$$2l - y = n\lambda, \quad n \in \mathbb{Z}$$

پرتو مسافت  $l$  را از یک صفحه به‌صفحه دیگر طی می‌کند. با پیدا کردن یک عبارت برای فاصله  $y$ ، نشان دهید که شرط تداخل سازنده را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$1 - \sin^2 \theta = \frac{n_0 - m}{2l} \lambda$$

که در آن  $m = 1, 2, \dots$  و  $n_0$  تعداد طول موج‌های مربوط به کوتاهترین فاصله رفت و برگشت بین صفحات است که به‌نزدیکترین عدد صحیح گرد شده است. به عبارت دیگر

$$n_0 \lambda = 2d + \Delta \lambda$$

که در آن  $\Delta \lambda$  بخشی از طول موجی است که  $\lambda$  از  $n_0 \lambda$  از  $2d$  تجاوز می‌کند. با فرض  $1 \ll \theta \ll \lambda$ ، نشان می‌دهد که حاشیه‌های روشن برای نرمال‌های جبهه موج با زوایای تابش رخ زیر می‌دهد.

$$\theta_m = \sqrt{\frac{m\lambda - \Delta\lambda}{2d}}$$

• **تمرین ۸** (مسئله کامپیوتری) یک آینه پشته‌ای<sup>۲۳</sup> با بازتاب بالا (HR)، یک چهارم موج از پشته‌ای از زوج لایه دی‌الکتریک ساخته شده است. هر زوج لایه از یک لایه با ضریب شکست کم و یک لایه با ضریب شکست بالا تشکیل شده است که هر یک دارای ضخامت نوری (ضخامت واقعی برابر ضریب شکست) برابر یک چهارم طول موج نوری است که پوشش برای بازتابش طراحی شده است. بازتابش را در تابش عمودی  $R = r^2$  بر حسب تابعی از طول موج، از  $\lambda \leq 1350\text{nm}$  تا  $\lambda \leq 700\text{nm}$  از یک پشته ربع موج ۱۵ زوج لایه که در آن لایه با ضریب شکست بالا پنتوکسید تانتالیوم با ضریب شکست  $n_H = ۲/۲$  است و لایه با ضریب شکست کم از سیلیس ذوب شده با ضریب شکست  $n_L = ۱/۴۶$  است. طول موج طراحی (طول موج مرکز) پوشش  $\lambda = ۱۰۶۴$  نانومتر است. نتیجه محاسبات خود را با اندازه‌گیری نشان داده شده در شکل (۳.۵)-ب مقایسه کنید.

• **تمرین ۹** (مسئله کامپیوتری) خروجی تداخل یک طیف‌سنجد تبدیل فوریه را زمانی ترسیم کنید که پرتو ورودی شامل نور ساطع شده از یک لامپ سدیم است که اطراف دوتایی در طول موج‌های  $۵۸۹/\text{n}m$  و  $۵۸۹/\text{c}m$  نانومتر فیلتر شده است. فرض کنید اینها تنها طول موج‌های موجود در طیف هستند و تابش برابری دارند. نقطه را رسم کنید و فرض کنید آینه با فاصله یک میلی‌متر حرکت می‌کند. راهنمائی: نیازی به انتگرال‌گیری نیست. حداقل فاصله‌ای که آینه باید حرکت کند تا دو خط را مشخص کند چقدر است؟

• **تمرین ۱۰** یک "فیلتر میان گذر نوری کامل" تمام نور را بین عدد موج  $k_1 = k_0 - \frac{\Delta k}{\lambda}$  و  $k_2 = k_0 + \frac{\Delta k}{\lambda}$  می‌پذیرد و نور هر عدد موج دیگری را حذف می‌کند. نشان دهید که تداخل‌نگار برای چنین نور فیلتر شده‌ای  $I_{det} = \frac{I_{in}}{2}[1 - \cos(k_0 x) \operatorname{sinc}(\frac{\Delta k}{\lambda} x)]$  خواهد بود. نشان دهید که وقتی باند عبور فیلتر به سمت صفر میل می‌کند، تداخل‌نگار مورد انتظار نور تک رنگ، معادله (۱۶.۵) را دوباره به دست می‌آوریم.

• **تمرین ۱۱** (مسئله کامپیوتری) خروجی تداخل‌نگار یک طیف‌سنجد تبدیل فوریه به‌شکل یک نوسان‌ساز هارمونیکی میرا شده است.

$$I_{det}/I_{in} = \frac{1}{2} + e^{-x/x_e} \cos(k_0 x)$$

که در آن  $m = ۱m$ ،  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ ،  $x_e = ۱۱۰ - ۵m$  است. به صورت عددی یا تحلیلی، طیف مربوطه  $f(k)$  را پیدا کرده و رسم کنید. باید یک قله از عرض معین در مرکز  $k_0$  داشته باشد. شکل قله به نام لورنتز<sup>۲۴</sup> شناخته می‌شود. این نوع خطوط طیفی است و پاسخ فرکانسی یک نوسانگر هارمونیکی میرا شده است.

• **تمرین ۱۲** با در نظر گرفتن پلاریزاسیون آنتن در شکل (۷.۵)-ج، از طرح‌هایی استفاده کنید تا استدلال کنید که یک اثر انتخاب وجود دارد به‌طوری که امواج گرانشی از ناحیه آسمان نزدیک قطب شمال آسمان کمتر نمایش داده می‌شود. آشکارسازهای فعلی همه در عرض‌های جغرافیایی بین  $۳۰^\circ$  شمالی و  $۴۶^\circ$  شمالی قرار

<sup>۲۳</sup>Stack Mirror

<sup>۲۴</sup>Lorentzian

دارند.  
راهنمائی: ابتدا موردی را در نظر بگیرید که همه آشکارسازها در خط استوا قرار دارند.

### ۳.۵ آزمایش: تداخل سنج مایکلsson

#### اهداف

۱. راه اندازی و تراز کردن تداخل سنج مایکلسون را یاد بگیرید.
۲. ضریب شکست شیشه را با دقت یک درصد یا بهتر اندازه‌گیری کنید.
۳. فاصله حاشیه‌ای مورد انتظار را برای حلقه‌های نیوتن بدست آورید و با مشاهده مقایسه کنید.

#### تجهیزات مورد نیاز

- لیزر هلیوم-نئون
- مقسم پرتو مکعبی غیر پلاریزه (بدون قطبشگری) به علاوه پایه.
- تکه شیشه‌ای کوچک به ضخامت ۱ تا ۳ میلی‌متر، به قطر ۱۰ تا ۵۰ میلی‌متر، در پایه‌ای قرار گرفته است که امکان تنظیم انحراف بسیار دقیق را از طریق پیچ دستی فراهم می‌کند.
- فتودیود با تقویت کننده فتودیود.
- اسیلوسکوپ بلدرنگ (مانند اسیلوسکوپ آنالوگ سنتی).
- اختیاری: یک بلندگوی کوچک با تقویت کننده با کنترل صدا و یک مبدل از خروجی فوتودیود به تقویت کننده بلندگو.

#### آشنایی با تراز تداخل سنج

یک تداخل سنج مایکلسون را راه اندازی کنید و حاشیه‌های تداخل را بدست آورید. شما بهدو آینه قابل تنظیم بین لیزر و مقسم پرتو نیاز دارید که به شما امکان می‌دهد پرتو ورودی را به تداخل سنج تنظیم کنید. برای تغییر زاویه ورود پرتو به تداخل سنج، از آینه پایین دست استفاده کنید. برای انتقال جانبی پرتو، از آینه بالا دست برای حرکت پرتو روی آینه پایین دست استفاده کنید، سپس از آینه پایین دست برای تصحیح اوج یا

انحراف<sup>۲۵</sup> استفاده کنید تا یک انتقال خالص به دست آید. هنگامی که تداخل سنج تقریباً در یک راستا قرار گرفت، می‌توانید پرتو خروجی را روی صفحه نمایش گسترش دهید.

**توصیه‌ها** پایه‌های مقسم پرتو مکعبی معمولی بوده و استفاده از آنها بسیار آسان است. با این حال، از آنجایی که مقسم پرتو احتمالاً بدون نصب حفظ می‌شود، مراقب باشید که آن را فقط روی طرفهایی که شیشه زمین هستند قرار دهید. آن را با دسته‌های دستکش دار از گوشه‌ها بگیرید و آن را روی هیچ یک از چهار طرف صیقلی قرار ندهید.

تداخل سنج را طوری تراز کنید که تعدادی حاشیه عمودی مستقیم در سراسر صفحه مشاهده کنید. گاهی اوقات به این "تراز کلاسیک" می‌گویند. با این تراز، جبهه‌های موج از هر بازو در یک مکان روی صفحه نمایش پیش‌بینی می‌شوند، اما در زوایای کمی متفاوت وارد می‌شوند. به عبارت دیگر، شما عمدتاً پرتوهایی را که از دو بازو می‌آیند، کمی ناهمانگ کرده‌اید. اگر به‌آرامی روی پایه‌های نگهدارنده آینه‌های انتهایی بازوها فشار دهید، باید بتوانید حرکت سریع حاشیه را ببینید. جهت حرکت حاشیه‌ها چگونه به بازویی که در حال کوتاه شدن/اطویل شدن است بستگی دارد؟ توضیح دهید که چرا حاشیه‌ها برای انتخاب معین بازو و جهت حرکت آینه در جهت مشاهده شده حرکت می‌کنند.

### برهم نهی خطی

نحوه تولید حاشیه‌ها را توضیح دهید. آنها کجا، در صفحه نمایش، در مقسم پرتو، روی شبکیه شما، تولید می‌شوند؟ در حالی که شما در حال بررسی این سوال هستید، ممکن است به‌یاد داشته باشید که میدان‌های دو پرتو به صورت خطی اضافه می‌شوند. اکنون کاری کنید تداخل سنج را به‌گونه‌ای تراز کنید که با تغییر طول بازو، نقطه پیش‌بینی شده فقط چشمک بزند. به عبارت دیگر، آن را به‌اندازه کافی تراز کنید که اندازه حاشیه بزرگتر از اندازه نقطه شود. سطح نور را با فتودیود کنترل می‌کنیم. این رایج‌ترین حالت کار با تداخل سنج مایکلسون امروزه است. با تراز کردن تداخل سنج به‌این صورت، نور خروجی را روی یک فتودیود تقویت شده تشخیص دهید و سیگنال را روی یک اسیلوسکوپ مشاهده کنید. یکی از پایه‌های آینه را به‌آرامی فشار دهید تا به‌دلیل تطابق با پایه نصب، برای مدت کوتاهی در حرکت رو به جلو قرار گیرد. در حالی که آینه در حرکت رو به جلو است، باید یک موج سینوسی روی اسیلوسکوپ ببینید. این موج سینوسی نشان می‌دهد که میدان‌های الکتریکی (و مغناطیسی) در دو پرتو خود سینوسی هستند. با شروع با نتایج به‌دست آمده در بخش نظری این فصل، در نظر بگیرید که آیا این نتیجه‌گیری اجتناب ناپذیر است یا خیر.

اگر مربی شما یک بلندگو برای گوش دادن به خروجی تداخل سنج شما ارائه کرده است، قبل از اتصال آن با مربی خود مشورت کنید. بلندگو را نزدیک گوش خود قرار ندهید و قبل از ادامه از سالم بودن سطح صدا مطمئن شوید. فرآیند فوق را در هین گوش دادن به خروجی تداخل سنج‌ها تکرار کنید. روی برخی از مؤلفه‌ها ضربه بزنید.

<sup>۲۵</sup>Pitch or Yaw

توضیح و توصیف دهید که صدای مختلف از کجا می‌آیند. آیا بازخورد اتفاق می‌افتد؟  
اگر بله، محتمل‌ترین مسیر چیست؟

توصیه‌ها مطمئن شوید که پرتو خروجی بزرگ‌تر از ناحیه فعال فتودیود نباشد. در صورت لزوم از یک عدسی کانونی استفاده کنید. همچنین، مطمئن شوید که سطح نور هرگز به اندازه کافی بزرگ نباشد که تقویت کننده فوتودیود را اشباع کند، یا از تقویت کننده فوتودیود با بهره کمتر استفاده کنید.

### اندازه‌گیری ضریب شکست

تداخل‌سنجد را دوباره در تراز کلاسیک قرار دهید تا حدود پنج حاشیه عمودی در سراسر پرتو بینید. اکنون از حساسیت ابزار به تغییر طول مسیر نوری بین بازوها برای اندازه‌گیری ضریب شکست شیشه با دقت بهتر از یک درصد استفاده خواهد کرد. یک تکه شیشه کوچک مناسب برای قرار دادن در یکی از بازوها تهیه کنید. قبل از نصب و قرار دادن لیوان در بازو، کل این قسمت را به دقت بخوانید و تمامی محاسبات مورد نیاز را انجام دهید.

هنگامی که شیشه در پرتو قرار می‌گیرد، چرخش شیشه به صورت عمودی باعث تغییر زاویه شیشه نسبت به پرتو می‌شود. همانطور که شیشه چرخانده می‌شود، باید حاشیه‌هایی را بینید که در سراسر صفحه حرکت می‌کنند، که به آن «پیچیدن» می‌گویند. دلیل این امر این است که تغییر زاویه صفحه شیشه‌ای w.r.t. پرتو مقدار شیشه‌ای را که پرتو باید از آن عبور کند تغییر می‌دهد. ضریب شکست شیشه بالاتر از هوا است، این باعث افزایش طول مسیر موثر می‌شود که به عنوان «مسیر نوری» شناخته می‌شود. (از آنجایی که فرکانس نور هنگام عبور از ماده تغییر نمی‌کند، کاهش سرعت نور در محیط نشان می‌دهد که طول موج کاهش می‌یابد، در غیر این صورت  $f\lambda = v$  نقض می‌شود). مسیر نوری  $l_{opt} = n \times l_{physical}$  که در آن طول مسیر فیزیکی واقعی است و توسط یک خط کش اندازه‌گیری می‌شود. افزایش مسیر نوری به این معنی است که پرتوی که از شیشه عبور می‌کند، فاز اضافی را نسبت به بازوی دیگر جمع می‌کند. طول مسیر در شیشه با چرخاندن شیشه از حالت عادی دور می‌شود، بنابراین تجمع فاز نیز افزایش می‌یابد. در حالی که شیشه در حدود ۴۵ درجه نسبت به پرتو قرار دارد، با چرخش کمی شیشه، حرکت حاشیه را مشاهده خواهید کرد. با شمارش حاشیه‌ها به عنوان تابعی از زاویه چرخش، ضریب شکست صفحه شیشه‌ای را بسیار دقیق اندازه‌گیری کنید.

ساده ترین راه برای اندازه‌گیری زاویه چرخش، نظارت بر حرکت نقطه‌ای است که از شیشه منعکس می‌شود. (از آنجایی که شیشه در حدود ۴۵ درجه سانتیگراد است، نقطه انعکاس شده تقریباً عمود بر بازو است و می‌توان آن را روی صفحه یا دیوار مشاهده کرد). توجه داشته باشید که نقطه بازتاب شده از دو برابر زاویه خود شیشه صفحه حرکت می‌کند. با شروع از  $\theta = 45^\circ$ ، شیشه را با دقت در یک زاویه کوچک  $\Delta\theta$  بچرخانید و تعداد حاشیه‌های  $\Delta N$  را که در خروجی تداخل‌سنجد می‌گذرد، بشمارید. اندازه‌گیری را چندین بار تکرار کنید و جدول  $\Delta N$  در مقابل  $\Delta\theta$  بسازید. تعداد حاشیه‌هایی که از  $\Delta N$  عبور

می‌کنند به تغییر مسیر نوری بازو توسط رابطه زیر است

$$\Delta N = \frac{2\Delta l_{opt}}{\lambda} \quad (32.5)$$

اگر از لیزر هلیوم-نئون قرمز برای این آزمایش،  $\lambda = 632.8$  نانومتر، استفاده کنید. ضریب دو در این معادله از این واقعیت ناشی می‌شود که هر فوتون دو بار تغییر طول مسیر نوری را می‌بیند، یک بار در مسیر به سمت آینه انتهایی بازو و یک بار در مسیر برگشت به مقسم پرتو. معادله (۳۲.۵) بیانگر آن است که

$$\Delta N = m(n, \theta_0) \Delta \theta, \quad (33.5)$$

که در آن

$$m(n, \theta_0) \equiv \frac{2}{\lambda} \left. \frac{dl_{opt}}{d\theta} \right|_{\theta_0} \quad (34.5)$$

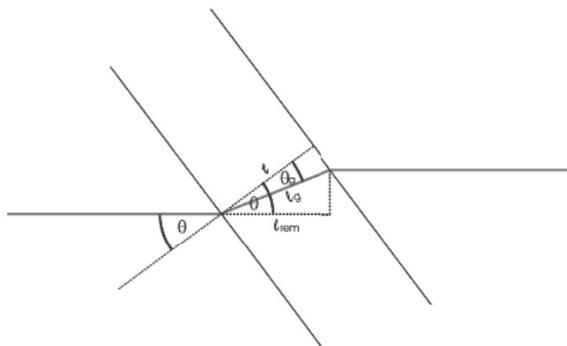
شیب داده‌ها  $\Delta N$  در مقابل  $\Delta \theta$  است. شیب هم به ضریب شکست  $n$  صفحه شیشه‌ای و هم به زاویه مرکزی تابش  $\theta_0$  بستگی دارد. داده‌های خود را،  $\Delta N$  در مقابل  $\Delta \theta$ ، در یک خط مستقیم قرار دهید و شیب اندازه‌گیری شده برای  $m(n^{45^\circ})$  را بدست آورید. با مقایسه شیب اندازه‌گیری شده با تابع  $m(n^{45^\circ})$ ، مقدار  $n$  را به دست آورید. مراقب باشید، یک تابع ساده نیست. قبل از تلاش برای محاسبه، توصیه‌هایی را که بعداً ذکر خواهد شد، مشاهده کنید. همچنین می‌توانید  $m(n^{45^\circ})$  را به صورت عددی پیدا کرده و معادله  $\Delta N = m(n^{45^\circ}) \Delta \theta$  را به صورت گرافیکی (یا عددی) حل کنید.

اطمینان حاصل کنید که عدم قطعیت را در  $m$  اندازه‌گیری شده خود با ارائه روش برآش با عدم قطعیت‌های  $\Delta \theta$  و  $\Delta N$  مناسب پیدا کرده‌اید. از عدم قطعیت در  $m$  برای یافتن عدم قطعیت در  $n$  استفاده کنید. شما باید روش‌های آزمایشی را ارائه دهید که به شما امکان می‌دهد  $\Delta \theta$  و  $\Delta N$  را به اندازه کافی دقیق اندازه‌گیری کنید تا  $n$  تا یک درصد یا بهتر را بیابید. باید نحوه نصب شیشه مسطح را در نظر بگیرید تا بتوانید آن را به اندازه کافی نرم و آهسته بچرخانید تا در طول اندازه‌گیری حاشیه‌ها از بین نرود. همچنین باید  $\Delta \theta$  را با دقت کافی اندازه‌گیری کنید.

**توصیه‌ها** طول مسیر نوری کاملی که یک پرتو طی یک بار بین آینه و مقسم پرتو طی می‌کند، برابر است با:

$$l_{opt} = l_{air} + n l_g, \quad (35.5)$$

که در آن  $l_{air}$  طول فیزیکی مسیری است که نور در هوا طی می‌کند و  $l_g$  طول فیزیکی مسیری است که نور در داخل شیشه طی می‌کند. با توجه به قانون اسنل، مسیر داخل شیشه نسبت به مسیری که در صورت نبود شیشه توسط پرتو طی می‌کرد، دارای زاویه  $\theta_g - \theta$  است (شکل ۸.۵).  $l_{rem}$  جزء مسیر درون شیشه‌ای که موازی با مسیر درون هوا است، طول مسیری است که اگر شیشه وجود نداشت در هوا طی می‌شد. به عبارت دیگر، کل مسیر درون هوا اکنون فقط  $l_{air} = l_{arm} - l_{rem}$  که در آن  $l_{arm}$  طول بازو، و



شکل ۸.۵: نمایش شماتیک مسیر پرتو نور از طریق یک تکه شیشه مسطح.

$l_{rem}$  طول مسیر حذف شده است که توسط تصویر مسیر درون شیشه‌ای بر روی محور پرتو در هوا است. مسافت طی شده توسط پرتو در داخل شیشه برابر است با:

$$l_g = t / \cos \theta_g \quad (36.5)$$

کل مسیر نوری بین مقسم پرتو و آینه انتهایی خواهد بود:

$$\begin{aligned} l_{opt} &= l_{air} + nl_g \\ &= l_{arm} - l_{rem} + \frac{nt}{\cos \theta_g} \end{aligned} \quad (37.5)$$

طول بازو ثابت است، بنابراین

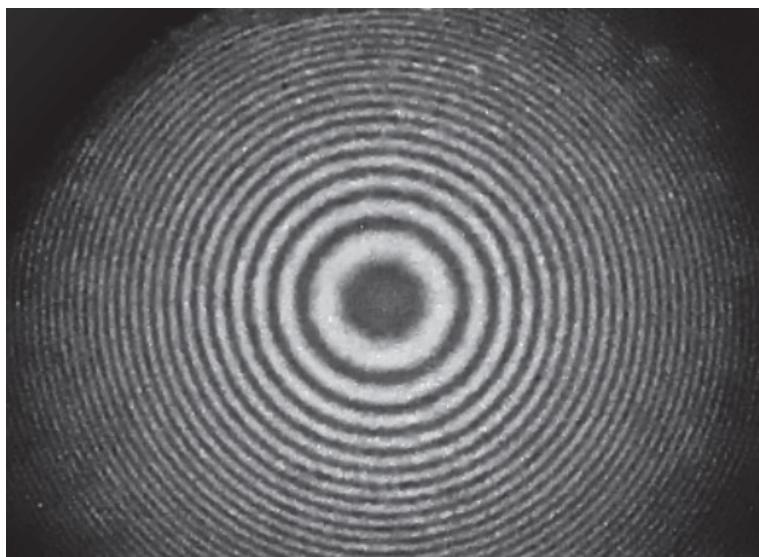
$$\frac{dl_{opt}}{d\theta} = -\frac{dl_{arm}}{d\theta} + \frac{d}{d\theta} \left( \frac{nt}{\cos \theta_g} \right) \quad (38.5)$$

این مشتق را در  $\theta_0$  محاسبه و از آن برای بدست آوردن  $(34.5)$  در معادله  $m(n, \theta_0)$  استفاده کنید.

هنگامی که داده‌های خود را در یک خط مستقیم قرار می‌دهید، باید عدم قطعیت‌ها را هم در  $\Delta N$  و هم در  $\Delta \theta$  بگنجانید. یکی از راه‌های برخورد با میله‌های خطای افقی و عمودی همزمان در یک تناسب خط مستقیم، ایجاد یک تناسب اولیه بدون عدم قطعیت است. از شیب این تناسب اولیه برای تبدیل نوارهای خطای افقی به میله‌های خطای عمودی معادل استفاده کنید. سپس این نمودار میله‌های خطای عمودی معادل را به صورت مربعی به میله‌های خطای عمودی اضافه کنید تا کل میله‌های خطای عمودی موثر را به دست آورید. تناسب نهایی را با استفاده از کل نوارهای خطای عمودی موثر و بدون نوار خطای افقی انجام دهید. این رویکرد به شما امکان می‌دهد تا عدم قطعیت‌های پارامتر را با استفاده مستقیم از روش در بخش ۲.۲ پیدا کنید.

## سطوح فاز منحنی

هر دو آینه انتهایی تداخل‌سنج را با بلوک‌های پرتو تعویض کنید و صفحه شیشه‌ای را با یک عدسی محدب مسطح به گونه‌ای جایگزین کنید که محور نوری آن کاملاً با پرتو و با طرف مسطح رو به مقسم پرتو هماهنگ باشد. پس از تراز دقیق، باید در خروجی تداخل‌سنج حاشیه‌های دایره‌ای مانند شکل زیر مشاهده کنید. حاشیه‌ها به دلیل تداخل بین پرتوهای منعکس شده از دو طرف عدسی است، یکی صاف و دیگری منحنی. فاصله مشخصه حاشیه‌ها را به عنوان تابعی از فاصله شعاعی اندازه‌گیری و توضیح دهید. این نوع حاشیه‌ها به حلقه‌های نیوتون معروف هستند. یک برش عمودی را از مرکز الگو استخراج کنید و نشان دهید که پوش حاشیه‌ها وابستگی مورد انتظار را به فاصله از محور نوری دارد.



شکل ۹.۵: حلقه‌های نیوتون به دلیل تداخل بین جبهه موج‌های کروی با انحنای متفاوت است. در موردی که در اینجا نشان داده شده است، فقط یکی از پرتوها دارای جبهه موج با انحنای قابل توجه است در حالی که پرتوی دیگر دارای جبهه موج‌هایی است که تقریباً مسطح هستند.

## ایده‌هایی برای بررسی بیشتر

از حاشیه‌های عمودی تداخل‌سنج مایکلسون به دلیل ناهمانگی افقی جزئی آینه انتهایی عکس بگیرید. برشی را استخراج کنید که تابش حاشیه را به عنوان تابعی از موقعیت افقی نشان دهد. از اصول اولیه، شکل عملکردی مورد انتظار درخشندگی را در طول برش محاسبه کنید و آن را با نتیجه خود مقایسه کنید. با تلاش برای ایجاد تداخل با طول بازوهای نامتناسب، زمان همدوسی را در نانو ثانیه‌های لیزری که استفاده می‌کنید، تخمین بزنید.



## فصل ۶

# لیزرها

### ۱.۶ لیزرها چگونه کار می‌کنند

لیزرها<sup>۱</sup> منابع نوری هستند که ویژگی‌های بارز آنها همدوسری (انسجام)<sup>۲</sup> مکانی و زمانی بالا و توانایی مرتبط با تشکیل پرتوهای حد پراش<sup>۳</sup> است. این ویژگی‌ها لیزرها را در کاربردهای متنوعی مانند برش فولاد، اندازه‌گیری فاصله تا ماه، خنک کردن اتمها تا نزدیک به صفر مطلق و تشخیص امواج گرانشی مفید می‌سازد. همین ویژگی‌ها به این معنی است که بسیاری از لیزرها می‌توانند آسیب دائمی به چشم وارد کنند و هنگام کار با لیزر باید اقدامات احتیاطی برای جلوگیری از آسیب انجام شود (به بخش ۱.۲ مراجعه کنید).

نور لیزر<sup>۴</sup> در انتقال از حالت‌های کوانتومی انرژی بالاتر اتم‌ها یا مولکول‌ها به حالت‌های کم انرژی تولید می‌شود. بنابراین، لیزرها به مقداری "محیط فعال" نیاز دارند که اتم‌ها / مولکول‌های شرکت کننده در آن قرار دارند. تفاوت انرژی ثابت بین حالت‌های کوانتومی ماهیت بسیار تک رنگ نور ساطع شده را نشان می‌دهد. (به یاد بیاورید که انرژی حمل شده توسط یک فوتون به فرکانس آن توسط ثابت پلانک  $E = h\nu$  مربوط می‌شود). در لیزرها، ما ترتیبی می‌دهیم که اکثر اتم‌ها / مولکول‌های شرکت کننده برانگیخته شوند، و ضعیتی که به عنوان «وارونگی جمعیت» شناخته می‌شود. همانطور که این حالات برانگیخته میرا می‌شوند، نور لیزر ساطع می‌کنند. برای حفظ وارونگی جمعیت، به یک منبع توان برای تحریک مجدد اتم‌ها / مولکول‌ها نیاز است - فرآیندی که به نام "پمپ زدن" شناخته می‌شود.

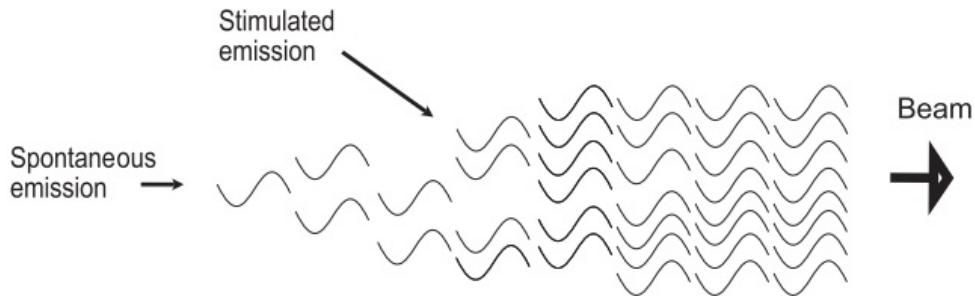
محیط فعال و روش پمپاژ بین لیزرها بسیار متفاوت است. در لیزر گازی هلیوم-نئون HeNe، محیط فعال مخلوط گاز هلیوم و نئون است و وارونگی جمعیت با اعمال ولتاژ بالا در

<sup>۱</sup> کلمه لیزر در ابتدا به عنوان مخفف کلمه تقویت نور توسط انتشار تحریک شده تشعشع در نظر گرفته شد.  
با این حال، "لیزر" اکنون به تنهایی یک کلمه در نظر گرفته می‌شود.

<sup>۲</sup> Coherence

<sup>۳</sup> Diffraction Limits

<sup>۴</sup> Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation(LASER)



شکل ۱.۶: فرآیند انتشار تحریک شده، پرتو قابل توجهی ایجاد می‌کند. هر فوتونی یک اتم را تحریک نمی‌کند تا فوتون دیگری ساطع کند، اما اگر وارونگی جمعیت به اندازه کافی بزرگ باشد، پرتویی مانند شکل ایجاد می‌شود.

گاز حاصل می‌شود و جریان الکتریکی را مجبور به عبور از آن می‌کند. در لیزر حالت جامد نئودیمیم-YAG، محیط فعال شامل اتم‌های نئودیمیم<sup>۵</sup> است که در یک کریستال شفاف YAG (یاقوت آلومینیوم ایتریوم) پراکنده شده‌اند. در این مورد، این اتم‌های نئودیمیم هستند که نور را تولید می‌کنند و سیستم به صورت نوری با استفاده از لامپ فلاش یا دیودهای لیزری پمپ می‌شود. چندین نوع لیزر دیگر وجود دارد، به عنوان مثال، لیزرهای دیود، لیزرهای رنگی، لیزرهای شیمیایی و غیره، که هر کدام دارای محیط فعال و سیستم پمپاژ خود هستند.

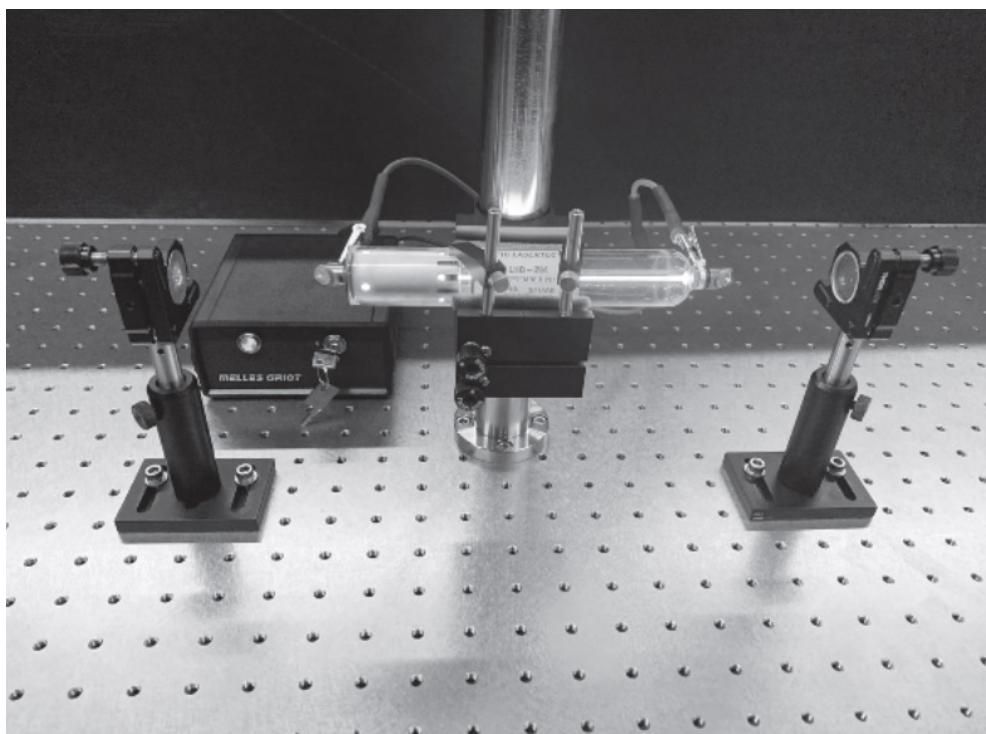
### ۱.۱.۶ گسیل برانگیخته

لیزرها به دلیل فرآیند انتشار تحریک شده، انتشار همدوسی تولید می‌کنند که عملکرد لیزر را مشخص می‌کند. یک محیط فعال را در نظر بگیرید که پمپ شده به طوری که اکنون اکثر اتم‌های شرکت کننده در یک حالت برانگیخته دارد. (برای مثال، ما سطوح انرژی مربوطه را سطوح انرژی اتمی در مقابل سطوح انرژی مولکولی و غیره فرض می‌کنیم.) یک اتم برانگیخته به طور خود به خود تجزیه می‌شود و یک فوتون در این فرآیند ساطع می‌کند. فوتون قبل از برخورد با اتم برانگیخته دیگری که اکنون آن را تحریک می‌کند تا فروپاشی و باعث آزاد شدن فوتون دوم شود، فاصله زیادی را طی نمی‌کند. فوتون دوم فرکانس، فاز و جهت حرکت فوتون اصلی را دارد. اکنون دو فوتون وجود دارد که در فاز هستند و در یک جهت حرکت می‌کنند. هر یک از این فوتون‌ها گسیل از اتم دیگر را تحریک می‌کند و منجر به حرکت چهار فوتون همدوس در یک جهت و غیره می‌شود. هر فوتونی گسیل فوتون دیگری را تحریک نمی‌کند. برخی از فوتون‌ها جذب یا پراکنده می‌شوند. با این حال، تا زمانی که وارونگی جمعیت به اندازه کافی زیاد باشد و تلفات نوری به اندازه کافی کم باشد، فرآیند انتشار تحریک شده یک پرتو همدوس قوی ایجاد می‌کند (شکل ۱.۶).

از توضیحات تا اینجا به نظر می‌رسد که یک محیط پمپاژ شده ممکن است در جهت

<sup>۵</sup>Neodymium

دلخواه تابش کند زیرا جهت انتشار خود به خودی اولیه تصادفی است. در عمل، برای به دست آوردن قدرت نوری قابل توجهی، فوتون‌هایی که از محیط فعال خارج می‌شوند، با هدایت مجدد آنها به محیط «بازیافت» می‌شوند تا بتوانند انتشار بیشتری را تحریک کنند. محیط فعال بین دو آینه قرار می‌گیرد که رو به روی هم قرار می‌گیرند و «کاواک لیزر» را تشکیل می‌دهند. هنگامی که آینه‌ها به درستی تراز شوند به طوری که هر فوتون معینی در طول یک مسیر رفت و برگشت به دفعات زیاد حرکت کند، فرآیند انتشار به اندازه‌ای کارآمد می‌شود که یک پرتو درخشان در داخل کاواک (حفره-محفظه)<sup>۶</sup> ظاهر می‌شود. بنابراین جهت حرکت نور همیشه در امتداد محور کاواک است. به طور معمول، یکی از آینه‌های کاواک طوری انتخاب می‌شود که کمی گذرنده باشد تا نور کاواک بتواند به بیرون نشود کند و پرتو خروجی لیزر را تشکیل دهد (شکل ۲.۶).



شکل ۲.۶: عکس لیزر هلیوم نئون با کاواک باز. درخشش لوله قرمز است و شامل انتشار از تمام انتقالات اتمی برانگیخته شده توسط تخلیه الکتریکی در طول لوله است. این سیستم بر روی یک انتقال نئونی تکی اجرا می‌شود، همانطور که از لکه‌های روی آینه‌های کاواک و همچنین روی پنجره‌های با زاویه بروستر در هر انتهای لوله قابل مشاهده است. تابش لیزر قرمز روشن در ۶۳۲/۸ نانومتر است. آینه سمت راست کمی انتقال دهنده است، بنابراین خروجی این لیزر در این عکس به سمت راست حرکت می‌کند.

<sup>۶</sup>Cavity

## ۲.۱.۶ مدل دو سطحی

شرح کامل برهمنکنش نور و ماده در لیزرهای شامل مکانیک آماری، الکترودینامیک و مکانیک کوانتوسی است. با توجه به این غنای علمی، فیزیک لیزر زیر شاخه قابل توجهی از فیزیک است و کتاب‌های درسی بزرگ متعددی تنها با موضوع لیزر نوشته شده است. در اینجا ما ساده‌ترین مدل ریاضی را برای فرآیند لیزر - یک مدل دو سطحی ساده شده - معرفی می‌کنیم.<sup>۴</sup> ما انتقال الکترون‌ها را بین حالت پایه اتمی با انرژی  $E_1$  و حالت برانگیخته با انرژی  $E_2 > E_1$  در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که اینها تنها حالت‌های موجود هستند و در هر زمان معین اتم‌های  $N_1$  در واحد حجم در حالت پایه و اتم‌های  $N_2$  در واحد حجم در حالت برانگیخته وجود دارد. در تعادل حرارتی در دمای  $T$ ، تعداد متوسط جمعیت، طبق مکانیک آماری، توسط آمار ماسکول-بولتزمن ارائه می‌شود.

$$\begin{aligned} N_1 &= C \exp\left(\frac{-E_1}{k_B T}\right) \\ N_2 &= C \exp\left(\frac{-E_2}{k_B T}\right) \end{aligned} \quad (1.6)$$

که در آن  $C$  یک ثابت بدون واحد است. این نشان می‌دهد که نسبت جمعیت تحریک شده به جمعیت تحریک نشده است

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left[\frac{-(E_2 - E_1)}{k_B T}\right] \quad (2.6)$$

توجه داشته باشید که از  $E_2 > E_1$ ، ما  $<N_2/N_1> < 1$  داریم. به عبارت دیگر، اکثر اتم‌ها در تعادل حرارتی برانگیخته نیستند. از آنجایی که فوتون‌های ساطع شده از گذار  $1 \rightarrow 2$  انرژی  $\nu h\nu = E_2 - E_1$  دارند (که  $\nu$  فرکانس نور و  $h$  ثابت پلانک است) می‌توانیم نسبت را بر حسب فرکانس گسیل نیز بنویسیم.

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(\frac{-h\nu}{k_B T}\right) \quad (3.6)$$

از آنجایی که  $N_2 > N_1$  در تعادل حرارتی، نیاز به پمپاژ برای به دست آوردن وارونگی جمعیت لازم داریم. بهزودی در مورد فرآیند پمپاژ بحث خواهیم کرد. در حال حاضر، تصور کنید که موفق به دستیابی وارونگی جمعیت شده‌ایم و یک پرتو کاواکی با فرکانس  $\nu$  و درخشنده‌گی  $I$  داریم که در محیط فعل حرکت می‌کند. اتم‌های محیط فعل در این تابش غوطه‌ور می‌شوند، که به طور مداوم باعث انتشار تحریک شده از اتم‌های برانگیخته می‌شود، اما توسط اتم‌های تحریک شده نیز جذب می‌شود. اینکه آیا پرتو از نظر قدرت رشد می‌کند به این بستگی دارد که آیا انتشار تحریک شده از جذب پیشی می‌گیرد یا خیر. در هر واحد زمان معین، هر اتم برانگیخته مقداری احتمال  $p_{st}$  دارد که برای گسیل یک فوتون تحریک شود. به طور مشابه، هر اتم برانگیخته نشده احتمال  $p_{ab}$  در هر واحد زمان که جذب یک فوتون از درخشنده‌گی را دارد. هر یک از این احتمالات به شدت درخشنده‌گی

<sup>۷</sup>بحث در اینجا از همان نماد متون لیزری مطلوب مانند (1986) Siegman و (2010) Svelto استفاده می‌کند، که می‌توان برای جزئیات بیشتر به هر یک از آنها مراجعه کرد.

I اتم‌ها، طبق رابطه زیر، بستگی دارد:

$$p_{st} = \sigma_{21} \left( \frac{I}{h\nu} \right) \quad (4.6)$$

$$p_{ab} = \sigma_{12} \left( \frac{I}{h\nu} \right) \quad (5.6)$$

در اینجا  $I/h\nu$  شار فوتون در پرتو است که به عنوان تعداد فوتون‌هایی که از واحد مساحت در واحد زمان بطور عمودی عبور می‌کنند تعریف می‌شود. ها به نام سطح مقطع برای فرآیندهای مربوطه هستند. سطح مقطع  $\sigma_{21}$  فقط احتمال این است که یک اتم معین برای انتشار یک فوتون در هر واحد زمان معین به‌ازای هر واحد شار فوتون که آن اتم را در بر میگیرد تحریک شود.<sup>۱</sup> به طور مشابه،  $\sigma_{12}$  احتمال این است که یک اتم معین، یک فوتون را در هر واحد زمان، در واحد شار فوتون جذب کند. اگر یک اتم در حالت فوقانی برای گسیل تحریک شود، تحت انتقال  $1 \rightarrow 2$  قرار می‌گیرد، بنابراین  $N_2$  به یک کاهش می‌یابد در حالی که در همان زمان  $N_1$  به یک افزایش می‌یابد. نرخی که اشغال سطوح بالا و پایین با آن تغییر می‌کند، در آن صورت است:

$$\frac{dN_2}{dt} = -p_{st}N_2 + p_{ab}N_1 = (-\sigma_{21}N_2 + \sigma_{12}N_1)\frac{I}{h\nu} \quad (6.6)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = +p_{st}N_2 - p_{ab}N_1 = (+\sigma_{21}N_2 - \sigma_{12}N_1)\frac{I}{h\nu} \quad (7.6)$$

به دلیل تقارن معکوس زمانی، انتقال  $1 \leftrightarrow 2$  می‌تواند در هر جهت اجرا شود و جذب و انتشار دارای مقاطع یکسان هستند:  $\sigma_{21} = \sigma_{12} \equiv \sigma$ . "معادلات نرخ"<sup>۹</sup> تبدیل می‌شوند

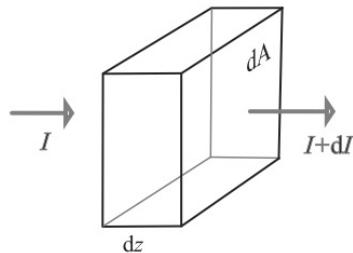
$$\frac{dN_2}{dt} = -(N_2 - N_1)\frac{\sigma I}{h\nu} \quad (8.6)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = (N_2 - N_1)\frac{\sigma I}{h\nu} \quad (9.6)$$

اصولاً می‌گویند هر سطحی که اشغال بیشتری داشته باشد تخلیه می‌شود. بنابراین، اگر وارونگی جمعیت  $N_2 > N_1$  داشته باشیم، سطح بالایی با انتشار تحریک شده تخلیه می‌شود و در این فرآیند، به‌ازای هر کاهش  $N_2$  توسط یک فوتون، یک فوتون ساطع می‌کنیم. واضح است که برای حفظ  $N_2 > N_1$  باید پمپاژ کنیم، اما یک عبارت پمپاژ در این معادلات نرخ ساده شده گنجانده نشده است.

<sup>۸</sup> دارای واحدهای مساحت است و از این رو به‌این نام خوانده می‌شود. در واقع، اگر اتم‌های برانگیخته تیله (گلوله) باشند و فوتون‌های شار ذرات بینهایت کوچکی باشند که در امتداد مسیرهای موازی حرکت می‌کنند و به‌طور تصادفی در فضا توزیع شده‌اند، و اگر هر تیله‌ای که مورد اصابت قرار می‌گیرد، نور ساطع کند، آنگاه <sup>۹</sup> منطقه پیش‌بینی شده واقعی آن برانگیخته خواهد بود. اتم‌ها این تصویر نسبتاً نادرست از وضعیت گاهی اوقات "مدل buckshot" نامیده می‌شود. عمدتاً به شخص کمک می‌کند تا بفهمد چرا واحدهای مساحت دارد.

<sup>۹</sup> Rate Equations



شکل ۳.۶: تکه‌ای از محیط فعال دربرگیرنده درخشندگی یک پرتو

سرعت خالصی که فوتون‌ها در واحد حجم تولید می‌شوند برابر با نرخ انتشار تحریک شده در واحد حجم است

$$\frac{dn}{dt} = (N_4 - N_1) \frac{\sigma I}{h\nu} \quad (10.6)$$

افزایش توان نوری خالص در برخی حجم بینهایت کوچک  $dV$  است

$$dP = h\nu \frac{dn}{dt} dV \quad (11.6)$$

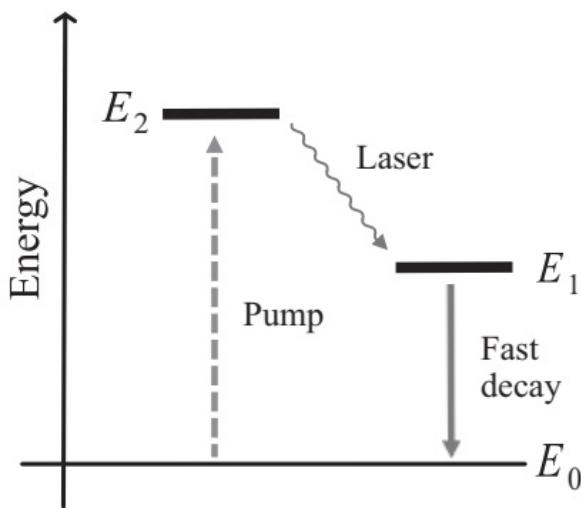
محورهای خود را طوری انتخاب می‌کنیم که محور  $z$  در امتداد جهت انتشار پرتو در محیط فعال قرار گیرد. یک برش حجمی  $dV = dAdz$  (شکل ۳.۶) را در نظر می‌گیریم که پرتو از آن عبور می‌کند. افزایش تابش با عبور پرتو از حجم فقط افزایش توان نوری در واحد سطح عمود است،  $dI = \frac{dP}{dA}$ . تغییر در درخشندگی در واحد فاصله انتشار  $dz$  سپس است. با جایگزینی معادله (۱۱.۶) در معادله (۱۰.۶) می‌دهد:

$$\frac{dI}{dz} = (N_4 - N_1) \sigma I. \quad (12.6)$$

محیط فعال دارای بهره خالص ثابت است و اگر  $\frac{dI}{dz} > 0$  باشد، لیزر رخ خواهد داد. هر زمان که وارونگی جمعیت داشته باشیم، بهره مثبت است:  $N_1 > N_4$ . ترفند این است که اطمینان حاصل شود که وارونگی جمعیت با پمپاژ حفظ می‌شود.

متأسفانه، یک لیزر دو سطحی واقعی کار نمی‌کند زیرا وارونگی جمعیت در واقع نمی‌تواند به دست آید. تنها راه برای برانگیختن سطح پایین این است که آن را در یک شار فوتونی با فرکانس  $v$  تمیز کنیم. معادله (۹.۶) سرعت جذب چنین نوری را نشان می‌دهد که به محض  $N_1 = N_4$ ، جذب متوقف می‌شود. وقتی  $N_1 = N_4$ ، محیط نه جاذب است و نه بهره دارد. هر تلاشی برای پمپاژ آن منجر به انتشار یکسان با هر نور پمپ جذب شده می‌شود و هیچ انرژی خالصی در محیط فعال باقی نمی‌ماند. در واقع، ماده با نور پمپ شفاف می‌شود.

ترفنده استفاده از بیش از دو سطح انرژی است. فرآیند پمپاژ اتم‌ها را تا سطح انرژی بالا برانگیخته می‌کند و انتشار تحریک شده تنها برای یکی از چندین انتقال رخ می‌دهد. برای رسیدن به حالت پایه مورد نیاز است. (بقیه فروپاشی‌ها خود به خود اتفاق می‌افتد).

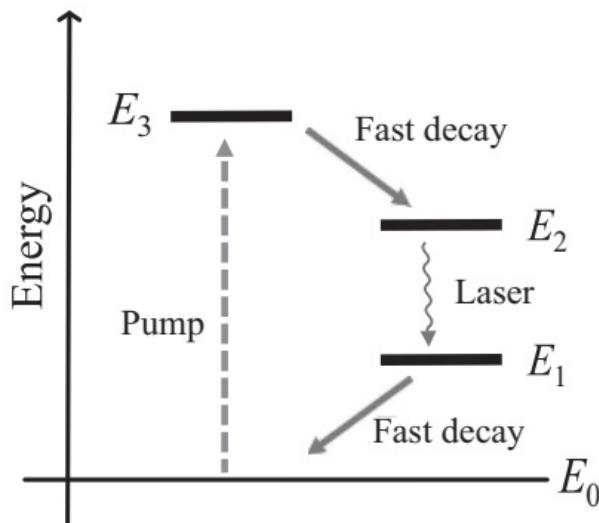


شکل ۴.۶: نمودار سطح انرژی برای یک لیزر سه سطحی معمولی. در این نمودار، انتقال بالا مربوط به انتشار تحریک شده است در حالی که انتقال پایین مربوط به فروپاشی سریع اما تحریک نشده، معمولاً غیر تشعشعی است. در لیزرهای دیگر، مانند لیزر یاقوتی اصلی، این معکوس است. انتقال فوقانی فروپاشی تحریک نشده سریع و انتقال پایین‌تر انتقال لیزری است.

به این ترتیب فرآیند پمپاز دقیقاً به سازوکار مشابه فرآیند انتشار متکی نیست و می‌توان به‌وارونگی جمعیت دست یافت. ساده‌ترین نوع چنین لیزری یک لیزر سه سطحی است که حالت‌های انرژی آن در شکل (۴.۶) نشان داده شده است. در لیزرهای سه سطحی و چهار سطحی، انتشار تحریک شده بین دو حالت رخ می‌دهد که برای آن وارونگی جمعیت می‌تواند به‌طور موثر ترتیب داده شود. سطوح انرژی یک لیزر چهار سطحی معمولی در شکل (۵.۶) نشان داده شده است.

### ۳.۱.۶ لیزر چهار سطحی: هلیوم-نئون

لیزر هلیوم-نئون (که "هی-نی" تلفظ می‌شود)، یا لیزر هلیوم-نئون یکی از قابل تشخیص ترین لیزرهای موجود است. لوله لیزر استوانه‌ای است و محفظه آن اغلب استوانه‌ای است. اگر منبع تغذیه در محفظه گنجانده شده باشد، معمولاً شکل یک استوانه مستطیلی دارد. لیزر هلیوم-نئون در اوایل دهه ۱۹۶۰ اختراع شد، اما هنوز یک انتخاب بسیار محبوب برای آزمایشگاه‌ها است، زیرا آنها بهترین خواص نوری را نسبت به‌هر لیزری که می‌توانید به قیمت یک کامپیوتر معمولی خریداری کنید، دارند. یک لیزر هلیوم-نئون معمولی دارای طول همدوسي طولانی، چند ده سانتی متر برای نوع‌های تولید انبوه و بسیار طولانی‌تر برای مدل‌های تثبیت فرکانس است. محدوده فرکانس‌های ساطع شده، پهنهای خط، معمولاً حدود ۱ گیگاهرتز است که در مقایسه با یک لیزر دیودی که پهنهای خط آن ممکن است ۱۰۰۰ برابر بزرگ‌تر باشد، بسیار باریک است. هلیوم-نئون‌های تثبیت شده با فرکانس (تک حالت) دوباره هزاران بار بهتر، با پهنهای خط در حدود ۱ مگاهرتز،

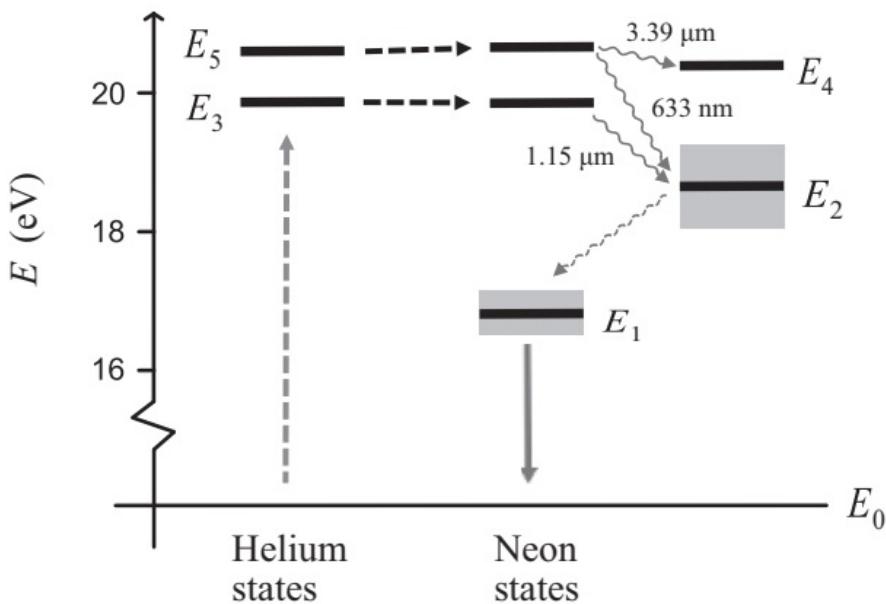


شکل ۵.۶: نمودار سطح انرژی برای یک لیزر معمولی چهار سطحی.

عمل می‌کنند.

لیزر هلیوم نئون به عنوان یک لیزر چهار سطحی طبقه بندی می‌شود زیرا اتم‌های نئونی که نور لیزر واقعی را ساطع می‌کنند دارای چهار سطح انرژی الکترونی هستند که در فرآیند لیزر شرکت می‌کنند. از طرف دیگر اتم‌های هلیوم در فرآیند پمپاژ شرکت می‌کنند. آنها برای جذب انرژی پمپ از تخلیه الکتریکی ارسال شده از طریق مخلوط گاز هلیوم و نئون استفاده می‌شوند. اتفاقاً اتم هلیوم دارای یک زوج سطح انرژی است که انرژی‌های آن،  $E_3$  و  $E_4$ ، به طور قابل ملاحظه‌ای با انرژی‌های یک زوج سطح نئون (شکل ۶.۶) منطبق است. اگر یک اتم هلیوم دارای الکترون‌های برانگیخته در این سطوح باشد، آنگاه انرژی آنها می‌تواند مستقیماً به الکترون‌های یک اتم نئون، هر زمان که دو اتم به‌اندازه کافی نزدیک شوند یا با هم برخورد کنند، منتقل شود. این تبادل انرژی باعث می‌شود فرآیند پمپاژ بسیار کارآمدتر از تلاش برای پمپاژ مستقیم سطوح نئون باشد. سطوح  $E_3$  و  $E_4$  هلیوم حالت‌های بسیار طولانی مدت و در این باشت انرژی پمپ خوب هستند. الکترون‌های هلیوم که توسط تخلیه به تمام سطوح انرژی بالاتر از  $E_3$  و  $E_4$  برانگیخته می‌شوند، تمایل دارند تا این زوج سطوح فروپاشی کنند و سپس برای مدت طولانی در آنجا بنشینند.<sup>۱۰</sup> در هلیوم به عنوان "سطوح نگهدارنده" عمل می‌کنند که الکترون‌های برانگیخته را از بسیاری از واپاشی‌های انرژی بالاتر جمع می‌کنند. در طول دوره‌ای که سطوح  $E_3$  و  $E_4$  یک اتم هلیوم خاص برانگیخته می‌شود، شانس قابل توجهی برای مواجهه با اتم نئون و انتقال انرژی خودش به آن را دارد. بنابراین، کسری بسیار بزرگتر از اتم‌های نئون به  $E_3$  و  $E_4$  برانگیخته می‌شود که در غیاب هلیوم اتفاق می‌افتد. سطوح بالای اتم نئون می‌تواند از طریق انتشار تحریک شده به تعدادی از حالت‌ها تجزیه شود. انتقال‌های حاصل و طول

<sup>۱۰</sup> با این دلیل که انتقال به خارج از این سطوح "انتقال ممنوع" است. انتقال‌های مورد نیاز زمان تابش سختی دارند زیرا هیچ تغییر گشتاور دوقطبی الکتریکی در طول انتقال القا نمی‌شود. بنابراین، سطوح به طور موثری از بین نمی‌روند.



شکل ۶.۶: نمودار سطح انرژی برای فرآیند لیزر هلیوم-نئون. فلش خاکستری روشن نشان دهنده پمپ است. فلش چین چین نشان دهنده انتقال انرژی از هلیوم به نئون از طریق برخورد اتمی است. فلش تو پُر مربوط به فروپاشی از  $E_1$  به حالت پایه،  $E_0$ ، نشان دهنده برخورد اتمی با رگه دیواره‌ها در لوله لیزر است. خط بردیده بریده  $E_4 \rightarrow E_1$  نشان دهنده فروپاشی خود به خودی سریع است. (یک فروپاشی مشابه با  $E_1 \rightarrow E_0$  نشان داده شود، اما برای جلوگیری از بهم ریختگی از آن حذف شده است). خطوط تو پُر تابدار نشان دهنده انتشار تحریک شده است. سه خط انتشار هلیوم نئون نشان داده شده است. جعبه‌های خاکستری اطراف  $E_1$  و  $E_2$  مجموعه‌ای از سطوح مجاور را نشان می‌دهند که همگی می‌توانند نقش عملکردی مشابهی را در فرآیند لیزر ایفا کنند. به عنوان مثال، طول موج انتشار هلیوم نئون فراتر از آنچه در نمودار نشان داده شده است، ممکن است با استفاده از یکی از خطوط  $E_2$  متفاوت به عنوان سطح لیزر پایین‌تر به دست آید.

موج‌های فوتون مرتبط با آن‌ها با رنگ‌های مختلف لیزرهای هلیوم نئون مطابقت دارد.

از آنجایی که سطوح  $E_4$  و  $E_5$  نئون به طور موثر پمپاژ می‌شوند، وارونگی جمعیت می‌تواند برای انتقال لیزر  $4 \rightarrow 5$  و  $5 \rightarrow 2$  رخ دهد. برای حفظ چنین وارونگی جمعیتی، ما به  $E_2$  و  $E_4$  نیاز داریم تا به سرعت تخلیه شوند. هر زمان که برای حفظ اشغال کم پر شوند، آنها می‌توانند این کار را با فروپاشی به سطح  $E_1$  از طریق انتشار سریع خود به خود انجام دهند. برای حفظ زهکشی خوب سطوح پایین تر، سطح  $E_1$  نیز باید به سرعت به حالت پایه،  $E_0$  فرو برود. فروپاشی  $0 \rightarrow 1$  به دلیل برخورد اتم نئون با لوله شیشه‌ای حاوی گاز رخ می‌دهد. اتم‌های نئون انرژی را به دیواره‌های لوله انتقال می‌دهند، که باید بسیار نزدیک باشد تا این فرآیند به سرعت انجام شود.

به همین دلیل است که تمام لیزرهای هلیوم نئون یک مویرگ باریک در امتداد محور لوله لیزر دارند. فقط در داخل این مویرگ است که لیزر می‌تواند اتفاق بیفتد.

## ۴.۱.۶ معادلات نرخ

معادلات نرخ، مانند معادله (۴.۶) و (۸.۶)، مدل‌هایی برای رفتار دینامیکی یک لیزر هستند. آنها مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل مرتبه اول تزوج شده هستند که سرعت تغییر سطح اشغال سطوح مختلف انرژی را توصیف می‌کنند. معادلات نرخ در بخش ۲.۱.۶ درک اساسی ما را تأیید کردند که بهره در یک محیط فعال،  $\frac{dI}{dz} > 0$ ، بهارونگی جمعیت بستگی دارد. در این بخش، معادلات سرعت یک لیزر سه سطحی را در نظر می‌گیریم که در آن انتقال لیزر بین بالاترین و میانی‌ترین سطوح مانند شکل (۴.۶) رخ می‌دهد.

نرخ‌های  $\frac{dN_i}{dt}$ ،  $(i = 1, 2)$  برای اشغال سه سطح برابر است با:

$$\frac{dN_2}{dt} = R_p - \gamma_{21}N_2 - \sigma_{21}N_1 \left( \frac{I}{h\nu} \right) + \sigma_{12}N_1 \left( \frac{I}{h\nu} \right) \quad (13.6)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\gamma_{10}N_1 + \gamma_{21}N_2 + \sigma_{21}N_1 \left( \frac{I}{h\nu} \right) - \sigma_{12}N_1 \left( \frac{I}{h\nu} \right) \quad (14.6)$$

$$\frac{dN_0}{dt} = -R_p + \gamma_{10}N_1 \quad (15.6)$$

معادله اول تغییرات اشغال بالاترین سطح را توصیف می‌کند. اولین عبارت نرخ پمپاژ  $R_p$  است. این تعداد اتم‌هایی است که با هر فرآیند پمپاژی که استفاده می‌شود به سطح انرژی  $E_2$  در واحد زمان برانگیخته می‌شود. ثابتی است که به مکانیسم پمپ و قدرت پمپ بستگی دارد. نمی‌توانیم آنقدر قوی پمپ کنیم که حالت پایه را به طور کامل تخلیه کنیم، بنابراین همیشه اتم‌های تحریک‌نشده برای پمپاژ در دسترس هستند و نرخ پمپ مستقل از اشغال حالت پایه،  $N_0$  است. عبارت بعدی،  $\gamma_{21}N_2$ ، نرخ گذار خود به خودی  $1 \rightarrow 2$  است. احتمال این است که هر اتم معینی به طور خود به خود  $1 \rightarrow 2$  را در واحد زمان تغییر دهد. عبارت سوم سرعت انتشار تحریک شده و انتقال متناظر  $1 \rightarrow 2$  را توصیف می‌کند. این با هر دو اشغال  $N_2$  و شار فوتون  $\frac{I}{h\nu}$  متناسب است. عبارت چهارم جذب فوتون‌های لیزر توسط سطح لیزر پایین تر با انتقال متناظر  $2 \rightarrow 1$  را توصیف می‌کند. در معادله دوم، عبارت اول فروپاشی خود به خود به حالت پایه را توصیف می‌کند. (هیچ پمپاژ مستقیمی به  $E_1$  وجود ندارد، بنابراین هیچ عبارت پمپی وجود ندارد.) جدای از آن، معادله دوم فقط شامل عبارتی است که مربوط به انتقال  $2 \leftrightarrow 1$  قبلًا بحث شده است. آخرین معادله اشغال لیزر پایین‌تر توصیف می‌کند.

از آنجایی که لیزر سه سطحی واپاشی بسیار سریعی از سطح لیزر پایین به حالت پایه خواهد داشت، تقریب خوبی است که  $N_1 = 0$  را تنظیم کنید. به عبارت دیگر، سطح لیزر پایین به محض اینکه اشغال شود خالی می‌شود. در این صورت معادله دوم حل می‌شود و دو معادله دیگر از هم جدا می‌شوند.

$$\frac{dN_2}{dt} = R_p - \gamma_{21}N_2 - \sigma_{21}N_1 \left( \frac{I}{h\nu} \right) \quad (16.6)$$

$$\frac{dN_0}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} \quad (17.6)$$

این بهما امکان می‌دهد تا تابش حالت پایدار را حل کنیم. در حالت پایدار،  $\frac{dN_2}{dt} = 0$ ، منجر

به رابطه زیر می شود:

$$I = h\nu \frac{R_p - \gamma_{21}N_2}{\sigma_{21}N_2} \quad (18.6)$$

اگر اصلاً خروجی بخواهیم،  $I > 0$  باید سریعتر از سرعتی که اتم‌ها به طور خود به خود به حالت پایه بر می‌گردند، پمپاژ کنیم:  $R_p > \gamma_{21}N_2$ . این فقط شرط حفظ وارونگی جمعیت است. می‌بینیم که مانند سیستم دو سطحی، تابش خروجی به سادگی با وارونگی جمعیت متناسب است.

این معادلات نشان می‌دهد که بهره نوری مثبت است به شرط اینکه بتوان وارونگی جمعیت را حفظ کرد. با این حال، ما هنوز امکان از دست دادن فوتون‌ها را به دلیل عبور از محیط فعال یا تعامل با آینه‌های کاواک در نظر نگرفته‌ایم. بخش بعدی به این موضوع می‌پردازد و متوجه می‌شویم که برای جبران این تلفات نوری باید کمی سخت‌تر پمپاژ کنیم.

## ۵.۱.۶ آستانه لیزر

همه فوتون‌های موجود در تابش شانس تولید گسیل تحریک شده را ندارند. در لیزرهای واقعی، فوتون‌ها به دلیل پراکندگی در محیط بهره، با انتقال از طریق آینه‌های کاواک لیزر، با پراکندگی یا جذب روی آینه‌های کاواک، به دلیل ناهمتازی آینه‌های کاواک و غیره از بین می‌روند.

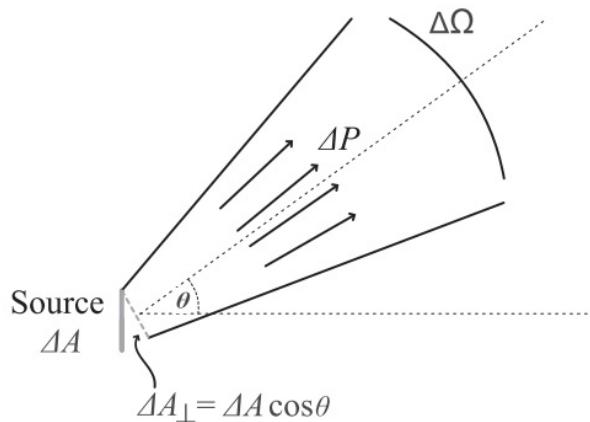
یک محیط افزایش با مقداری افزایش  $g = \frac{dI}{dz}$  به دلیل وارونگی جمعیت که توسط نرخ پمپ ثابت حفظ می‌شود، همانطور که در بخش آخر توضیح داده شد، تصور کنید. مجموعه‌ای از فوتون‌ها را در نظر بگیرید که یک دور کامل در کاواک لیزر می‌روند، به‌نوبه خود از آینه کاواک پرتتاب می‌شوند و به نقطه شروع خود در محیط افزایش بازمی‌گردند. اگر تابش متناظر با آن مجموعه فوتون قبل از سفر رفت و برگشت باشد، خواهد بود

$$I_{n+1} = R_1 R_2 (1 - \beta) e^{\gamma g L} I_n \quad (19.6)$$

که در آن  $L$  طول کاواک است و افت نوری رفت و برگشت به استثنای تلفات ناشی از انتقال از طریق آینه  $\beta$  است. بازتاب‌های آینه کاواک به ترتیب  $R_1$  و  $R_2$  هستند. تابع نمایی به دلیل افزایش ثابت  $g = \frac{dI}{dz}$  در محیط است. اگر قرار است تابش به دلیل افزایش  $g$  افزایش  $I_{n+1} > I_n$  نیاز داریم. این می‌گوید که

$$g > \left| \frac{1}{2L} \ln[R_1 R_2 (1 - \beta)] \right| \quad (20.6)$$

تا زمانی که بهره رفت و برگشت به این آستانه برسد، لیزر تاریک خواهد ماند. به همین دلیل است که محیط فعال معمولاً باید بین دو آینه با انعکاس خوب قرار گیرد. اگر آینه‌ها ناهمانگ باشند یا آسیب بینند، افت نوری  $\beta$ ، به طور قابل توجهی بزرگ‌تر از صفر است. پس آرگومان لگاریتم به طور قابل توجهی کوچک‌تر از یک است، و برای جبران تلفات به بهره نوری بالاتری نیاز دارد. چنین بهره نوری بالایی معمولاً در دسترس نیست.



شکل ۷.۶: ساخت و ساز برای درخشنندگی متوسط و پخش شدگی Etendue. توانی که وارد زاویه فضائی  $\Delta\Omega$  می‌شود  $\Delta P$  است که از ناحیه  $\Delta A$  ساطع می‌شود. ناحیه تابش  $\Delta A$  دارای اندازه ظاهری (تصویر)  $\Delta A_{\perp} = \Delta A \cos \theta$  مشاهده می‌شود.

## ۲.۶ پخش شدگی و تابندگی

شاید بارزترین ویژگی لیزرها، پس از همدوسی، پخش شدگی<sup>۱۱</sup> کم و به تبع آن تابندگی<sup>۱۲</sup> زیاد آنها باشد. برای درک این ویژگی‌های مربوطه، نوری را در نظر می‌گیریم که از ناحیه‌ای مسطح از منطقه  $\Delta A$  خارج می‌شود. مقداری یا تمام نور وارد یک سیستم نوری می‌شود که دیافراگم (روزنہ) آن زاویه فضائی  $\Delta\Omega$  را در بر می‌گیرد و در جهت  $\theta$  نسبت به منبع طبیعی قرار دارد (شکل ۷.۶). ناحیه منبع،  $\Delta A$ ، بر روی صفحه‌ای عمود بر جهت متوسط حرکت نور،  $\Delta A = \Delta A_{\perp} \cos \theta$  است. اگر پرتو ساطع شده از منبع دیافراگم را پر نمی‌کند، به جای آن از گسترش زاویه‌ای فضائی اندازه پرتو در دیافراگم استفاده می‌کنیم. بدست می‌آید

$$\Delta G = \Delta A_{\perp} \Delta \Omega \quad (21.6)$$

که به عنوان پخش شدگی شناخته می‌شود پخش شدگی یک ویژگی مهم یک سیستم نوری است. بقای پخش شدگی را می‌توان معادل بقای پرتوها<sup>۱۳</sup> در تصویر اپتیک هندسی در نظر گرفت. پخش شدگی تنها در صورتی کاهش می‌یابد که پرتوها از سیستم نوری حذف شوند. (طبق معمول، کلمه "rays" به معنای "عمودهای جبهه موج" است). برای مثال، مسدود کردن پرتوها در یک عنیبه سطح مقطع پرتوهای باقی مانده را کاهش می‌دهد و باعث کاهش طول موج می‌شود. بنابراین پخش شدگی تنها زمانی می‌تواند کاهش یابد که توان نوری نیز دور ریخته شود. از طرف دیگر، اگر پخش شدگی نور رخ دهد، مثلاً از یک منبع منتشر، این امر باعث

<sup>۱۱</sup>Etendue

<sup>۱۲</sup>Radiance

<sup>۱۳</sup>Conservation of Rays

افرایش زاویه‌ای پرتوها می‌شود و پخش شدگی افرایش می‌یابد. به نظر می‌رسد که بریدن پرتوها دسته اشعه را «ساده‌تر» می‌کند، در حالی که پخش شدگی به نظر می‌رسد «آشوب بیشتری را اضافه می‌کند»، بنابراین تعجب آور نیست که پخش شدگی نیز با آنتروپویی پرتوها مرتبط است. سیستم‌های نوری خوب طراحی شده تمایل به حفظ پخش شدگی دارند زیرا آنها هیچ نوری را بی‌جهت دور نمی‌اندازند و دستگاه اپتیکی به اندازه کافی خوب است که باعث ایجاد پخش شدگی یا اعوجاج تصادفی قابل توجهی در جهه موج نمی‌شود.

توجه داشته باشد که  $\Delta G$  تابعی از زاویه  $\theta$  است، اما هیچ اطلاعاتی در مورد توان تابش شده به آن جهت خاص ندارد. این یک کمیت کاملاً هندسی است. ما توان را با تعریف کمیت جدیدی به نام تابندگی ترکیب می‌کنیم.

تابندگی معیاری برای "روشنایی" یک منبع است. توانی است که از یک منبع در واحد سطح پیش‌بینی شده منبع، به‌ازای واحد پخش زاویه‌ای فضائی پرتوهایی که از آن ناحیه در جهت  $(\theta, \phi)$  خارج و ساطع می‌شوند، برابر است با:

$$L(\theta, \phi) = \frac{\partial^2 P}{\partial A_{\perp} \partial \Omega} \quad (22.6)$$

منبع موجود در شکل (۷.۶) را دوباره در نظر بگیرید. متوسط تابندگی گرفته شده توسط سیستم نوری پوشش دهنده زاویه فضائی  $\Delta\Omega$  برابر است با:

$$\bar{L} = \frac{P}{\Delta A_{\perp} \Delta \Omega} \quad (23.6)$$

کمیت در مخرج نتیجه سیستم لامپ-عدسی است در حالی که شمارش توان ورودی به سیستم است. از آنجایی که بقای پخش شدگی دلالت بر این دارد که هیچ توانی از بین نمی‌رود، بنابراین هر زمان که پخش شدگی حفظ شود، تابندگی متوسط باید توسط یک سیستم نوری حفظ شود. لیزرهای در بین تمام منابع نور مصنوعی بیشترین تابندگی را دارند. حتی با وجود اینکه قدرت کل کم است، نور از یک ناحیه بسیار کوچک به کوچکترین زاویه ممکن (حد پراش) ساطع می‌شود. این نتیجه مستقیم همدوسی فضائی است.

توجه داشته باشد که می‌توانیم درخشنده‌گی را به صورت  $I = \frac{\Delta P}{\Delta A} = L \Delta \Omega$  بنویسیم. از آنجایی که  $\Delta\Omega$  از طریق استفاده از عدسی‌ها تحت کنترل ما است، لیزرهای در هنگام کانونی شدن بیشترین درخشنده‌گی را در بین همه منابع دارند.

**مثال ۱.۶ همسو و کانونی شدگی** <sup>۱۴</sup> پخش شدگی تعیین می‌کند که چگونه می‌توان یک پرتو را به خوبی تنظیم کرد و یک پرتو را چقدر محکم می‌توان کانونی کرد. عدسی با فاصله کانونی  $f$  و مساحت  $A_{lens}$  را در نظر بگیرید که به‌طور کامل توسط نوری که حداقل تقریباً همسو است روش می‌شود. گسترش زاویه‌ای فضائی پرتوهایی که در پایین دست عدسی که فاصله کانونی آن در مقایسه با قطر آن بزرگ است به کانون می‌رسد برابر است با:

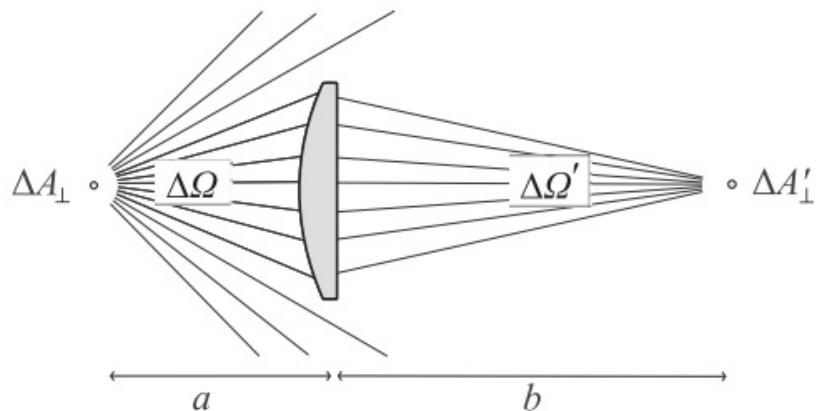
$$\Delta\Omega \approx \frac{A_{lens}}{f^2} \quad (24.6)$$

در این صورت پخش شدگی پرتو در کانون خواهد بود:

$$\Delta G = \Delta\Omega \Delta A = \frac{A_{lens}}{f^2} A_{focus} \quad (25.6)$$

واضح است که برای مقادیر کمتر پخش شدگی تمرکز کمتری داریم. از آنجایی که  $\Delta G$  برای سیستم نوری حفظ شده است، پخش شدگی قبل از عدسی باید تا حد امکان کوچک شود تا کوچکترین کانون ممکن به دست آید. لیزرها در مقایسه با سایر منابع نور، تابش بسیار کمتری دارند. بنابراین کوچکترین کانون با لیزر به دست می‌آید. همچنین وجود  $f^2$  در مخرج نشان می‌دهد که کاهش فاصله کانونی عدسی باعث کاهش اندازه کانون می‌شود.

**مثال ۲.۶** بقاء پخش شدگی در یک دستگاه نوری پخش شدگی سیستم نوری نشان داده شده در شکل زیر را در نظر خواهیم گرفت. برای سادگی، فرض می‌کنیم منبع چیزی شبیه یک لامپ مات کوچک است که می‌توانیم آن را به عنوان یک کره تابشی یکنواخت با شعاع  $r$  مدل‌سازی کنیم. (این منبع نیز "لامبرتی" <sup>۱۵</sup> است، بهاین معنی که سطح آن بدون توجه به جهت سطح نسبت به بیننده، به همان اندازه روشن به نظر می‌رسد).



سپس منطقه پیش‌بینی شده منبع  $\Delta A_\perp = \pi r^2$  است. عدسی یک زاویه فضائی  $\frac{\pi d^2}{a^2}$  را تغییر می‌دهد که  $d$  شعاع عدسی و  $a$  فاصله منبع-عدسی است. بنابراین، پخش شدگی در منبع، بخشی از نور وارد شده به سیستم نوری،  $\Delta G = \frac{\pi^2 r^2 d^2}{a^4}$  است. بعد از عدسی، تصویر با فاصله  $b$  بعد از عدسی رخ می‌دهد و بزرگنمایی  $\frac{b}{a}$  است. سپس ناحیه تصویر  $\Delta A'_\perp = \pi r'^2 = \pi (\frac{rb}{a})^2$  است و زاویه فضائی که توسط پرتویی که به تصویر نزدیک می‌شود،  $\Delta \Omega' = \frac{\pi d^2}{b^2}$  است. پس از آن امتداد تصویر  $\Delta G = \frac{\pi^2 r'^2 b^2 d^2}{a^4 b^4} = \Delta G$  است. هیچ تغییری در پخش شدگی به دلیل عدسی رخ نداد.

**مثال ۳.۶** تابندگی نور لامپ نسبت به لیزر هلیوم-نئون موردی را در نظر بگیرید که فردی مستقیماً به یک لامپ معمولی نگاه می‌کند که مثلاً پنج وات توان را در طول موج‌های مرئی، تقریباً به طور یکنواخت در همه جهات، تابش می‌کند. مساحت عمود یک رشتہ معمولی  $0.8mm^2 \approx \pi(0.5mm)^2 \approx 1.57 \times 10^{-5} m^2$  است. اگر نوری را در نظر بگیریم که به یک مردمک متسع (قطر ۵ میلی‌متر) در فاصله مثلاً یک متر وارد می‌شود، آنگاه زاویه جامد که توسط مردمک فرو می‌رود  $\Delta \omega \approx 8 \times 10^{-5} sr$  است. توانی که وارد

مردمک می شود  $\Delta P = 1 \times 10^{-4} W$  است که منجر به تخمین تابش  $L \approx 2 W sr^{-1} mm^{-1}$  می شود. برای مقایسه، خیره شدن مستقیم به یک لیزر هلیوم نئون ۵ میلی واتی با پهنهای پرتو نشان داده شده در شکل (۹.۶) را در نظر بگیرید. دور کمر در دیافراگم لیزر قرار دارد و شعاع آن حدود ۰/۶ میلی متر است. دور کمر دارای ناحیه پیش بینی شده  $\Delta A_{\perp} \approx \pi(0/6 mm)^2 = 1/1 mm^2$  است. زمانی که پرتو از کمر به یک متر می رسد، شعاع حدود ۰/۷۵ میلی متر و واگرایی زاویه فضائی متناظر  $\Delta \Omega \approx 1/4 \times 10^{-4} sr$  دارد (از معادله (۱۰.۴) شروع می شود). قدرت وارد شده چشم قدرت کامل لیزر است،  $\Delta P = 5 mW$  که منجر به تخمین درخشندگی  $L = 3000 W sr^{-1} mm^{-1}$  می شود. این ۱۵۰۰ برابر بیشتر از درخشندگی رشته است. می دانیم که خیره شدن مستقیم به رشتہ لامپ ناراحت کننده است. تابش نسبتاً عظیم لیزر باید هر فکر زودگذری را برای نگاه کردن به دیافراگم لیزر برای روشن شدن آن متوقف کند!

## تمرینات

### ۱ تمرین

در مورد اتم‌ها یا مولکول‌هایی با سطوح انرژی زوال<sup>۱۶</sup>، معادله (۱.۶) باید طوری اصلاح شود که سمت راست هر معادله در یک عدد صحیح که نشان دهنده زوال سطح انرژی مربوطه است ضرب شود. زوال سطح  $E_1$  و زوال سطح  $E_2$  است. این ضرایب را به معادله (۱۲.۶) انتقال دهید. تا ببینید که چگونه نتیجه تحت تأثیر قرار می‌گیرد.

**۱ تمرین ۲** اگر  $N_1$  و  $N_2$  مستقل از مکان در محیط بهره باشند، معادله (۱۲.۶) رشد نمایی در شار  $S$  را به عنوان تابعی از فاصله نشان می‌دهد. در مورد اینکه چرا این فرض ممکن است با افزایش  $I$  از بین بروز نظر دهید. چگونه انتظار دارید رفتار اصلاح شود؟

**۱ تمرین ۳** یک نوع لیزر خاص (NdYAG، یاقوت، تیتانیم: یاقوت کبود، یون آرگون،  $CO_2$ ، وغیره) را برای مطالعه انتخاب کنید. نمودار سطح انرژی سطوح مربوطه را رسم کنید. نمودار را با انرژی‌های سطح در  $eV$  حاشیه نویسی کنید و انتقال مربوط به لیزر، پمپاژ وغیره را مشخص کنید. در مورد عملکرد هر انتقال نظر دهید.

**۱ تمرین ۴** نشان دهید که معادله (۲۰.۶) از معادله (۱۹.۶) به دست می‌آید.

**۱ تمرین ۵** شما نوع خاصی از لیزر را با کاواکی به طول ۳۰ سانتی‌متر (پر از محیط با بهره) و بدون افت نوری آزمایش می‌کنید. متوجه می‌شوید که با تراز کامل آینه‌های انتهایی، تنها در صورتی که بازتاب‌پذیری آینه‌ها بالاتر از ۹۰ درصد باشد، از بین

<sup>۱۶</sup>Degenerate Energy Levels

## اُپتیک آزمایشگاهی

می‌رود. اکنون یکی از آینه‌های کاواک ۹۰ درصد را با یک آینه کاواگ بازتابنده ۸۰ درصد جایگزین کنید. اگر میخواهید هنوز هم کاواک کار لیزری کند، چقدر طویل‌تر باید آنرا بسازید؟

• تمرین ۶ شما در حال تلاش برای دریافت لیزر هلیوم نئون برای رسیدن به آستانه هستید. هنگامی که کاواک لیزر کاملاً تراز باشد،  $R_1 R_2 (1 - \beta) > ۰,۹۵$  را با لیزر انجام می‌دهد. آینه‌های کاواک دارای  $R_1 = ۰,۹۸$  و  $R_2 = ۰,۹۹$  هستند و افت نوری ذاتی ندارند. آینه‌های کاواک در فاصله ۲۰ سانتی‌متری انتهای موبین ۲۰ سانتی‌متری قرار دارند که قطر آن ۲۰۰ میکرون است. تخمینی تقریبی از ناهماهنگی زاویه‌ای مجاز یک آینه کاواک دار انجام دهید که بیش از آن از دست دادن به دلیل قطع شدن پرتو، لیزر را غیرممکن می‌کند.

• تمرین ۷ با استفاده از معادله (۱۳.۶-۱۵.۶) به عنوان مرجع، مجموعه‌ای از معادلات سرعت سه سطحی را بنویسید که نوع لیزرهای سه سطحی را توصیف می‌کند که در آن انتقال لیزر  $\rightarrow ۱ \rightarrow ۲$  است.

• تمرین ۸ پخش شدگی<sup>۱۷</sup> چشم انسان را تقریب کنید. برای اهداف این مسئله، هنگام نگاه کردن به یک جهت، از شبکیه مرکزی با قطر ۶ میلی‌متر به عنوان ناحیه فعال استفاده کنید. فاصله عدسی تا شبکیه حدود ۲۰ میلی‌متر است. قطر مردمک را ۴ میلی‌متر در نظر بگیرید.

• تمرین ۹ یک رشته لامپ رشته‌ای ۱۰ وات با استفاده از سه عدسی مثبت با فاصله کانونی مساوی،  $f_1 = f_2 = f_3 = ۱۲/۵$  سانتی‌متر، روی صفحه‌ای در فاصله ۱۵۰ سانتی‌متری تصویربرداری می‌شود. قطر عدسی به ترتیب  $d_1 = ۵/۰\text{ cm}$ ,  $d_2 = ۲/۵\text{ cm}$  و  $d_3 = ۵/۰\text{ cm}$  است. فیلامنت را به عنوان یک رادیاتور همسانگرد با سطح ۱ سانتی‌متر مربع در نظر گیرید. آیا پخش شدگی توسط سیستم حفظ می‌شود؟ حداقل پخش شدگی هر عنصر (و در نتیجه پخش شدگی کلی سیستم) چقدر است؟

• تمرین ۱۰ مسئله قبلی را انجام دهید اما رشته لامپ رشته‌ای را با یک لیزر ۵ میلی‌واتی با دور کمر  $= ۰,۰\text{ m}$  میلی‌متر در دیافراگم لیزر جایگزین کنید. فرض کنید که عدسی‌ها کمر پرتو را در محل تصاویر در مسئله قبلی تشکیل می‌دهند.

• تمرین ۱۱ تابندگی هر منبع محاسبه کرده و آنها را به ترتیب از بالاترین به پایین‌ترین فهرست کنید: لیزر HeNe, LED, لامپ رشته‌ای، آتش اجاق کمپ، و خورشید.

• تمرین ۱۲ یک رشته لامپ رشته‌ای ۱۰ وات با استفاده از عدسی با قطر ۵ سانتی‌متر و فاصله کانونی ۲۰ سانتی‌متر بر روی صفحه نمایش ۱۲۰ سانتی‌متری تصویربرداری می‌شود. با قرار دادن عدسی در هر یک از دو فاصله از رشته می‌توان یک تصویر ایجاد کرد. اگر رشته دارای تابش  $L = ۱۱۰\text{ W/m}^2/\text{sr}$  باشد، تابش تصویر برای هر مکان عدسی چقدر است؟ این چگونه با مشاهدات روشنایی ظاهری تصویر در هر مورد مطابقت دارد؟ فیلامنت را به عنوان یک رادیاتور همسانگرد با سطح ۱ سانتی‌متر

<sup>۱۷</sup>Etendue

مربع درمان کنید.

**راهنمائی:** تصویر روی صفحه تقریباً به صورت همسانگرد به نیمکرهای با زاویه فضائی  $2\pi sr$  تابش می‌کند.

## ۳.۶ آزمایش: لیزر هلیوم-نئون

### اهداف

۱. طیف انتشار یک مخلوط برانگیخته از گاز هلیوم و نئون - محیط فعال در لیزر HeNe را مشاهده کنید.
۲. با ایجاد بهره نوری کافی از طریق تراز خوب آینه‌های کاواک لیزر، لیزر را به نوسان در آورید.
۳. خواص پرتو خروجی را اندازه‌گیری کنید و نشان دهید که در واقع حد پراش پرتو هرمیت-گوسی است.

### تجهیزات مورد نیاز

- لوله لیزر هلیوم-نئون به طور ایمن با کنتاکت‌های الکتریکی پوشانده شده و مناسب محافظت شده نصب شده است. لوله باید دارای پنجره یا صفحات بروستر در انتهای آن باشد، نه آینه.
- منبع تغذیه لیزر هلیوم-نئون که برای استفاده در کلاس درس ایمن است.
- آینه انتهایی با بازتاب بالا،  $R \geq 99$  درصد است.
- آینه ورودی،  $R < 99\%$ . از دو طرف جلا داده شده است.
- دوربین CMOS یا تنظیم دستی دیافراگم. دوربینی با سنسور تصویر خالی ایده آل است. در غیر این صورت ممکن است به یک دیفیوزر نیاز باشد. ("نوار اسکاچ" ۵ به خوبی کار می‌کند).
- مجموعه‌ای از فیلترهای چگالی خنثی یا فیلترهای مشابه برای کاهش تابش پرتو تا سطوح قابل کنترل توسط دوربین. (از یک جفت گوه یا منشور شیشه‌ای بدون روکش نیز می‌توان استفاده کرد).
- یک طیفسنج دیجیتالی، نور مرئی و تزویج با فیبر.

## تحریک گاز هلیوم نئون

در مورد راه اندازی ایمن لوله HeNe با مربی مشورت کنید. بسیار مهم است که به دو سر لوله He-Ne که ممکن است در ولتاژ بسیار بالا (هزاران ولت) باشند، دست نزنید. لمس ناخواسته پایانه‌های لوله لیزر ممکن است منجر به شوک الکتریکی خطرناک شود لوله لیزر را روشن کنید. از یک طیف سنج به سمت وسط لوله HeNe (از پهلو) استفاده کنید و طیف درخشش مخلوط گاز هلیوم و نئون را مشاهده کنید. بر جسته ترین خطوط را یادداشت کنید و خط نئون را در  $632.8\text{ nm}$  نانومتر جستجو کنید. این خطی است که گاز در قسمت زیر بر روی آن قرار می‌گیرد. لیزرهای هلیوم-نئون را می‌توان بر روی خطوط دیگر نیز القا کرد. طول موج آنها را جستجو کنید و ببینید آیا می‌توانید آن خطوط را پیدا کنید. از بزرگی نسبی خطوط لیزرهای می‌توانید پیدا کنید یادداشت کنید. آیا چیز قابل توجه دیگری در مورد این خطوط در مقایسه با سایر خطوط در درخشش تخلیه وجود دارد؟

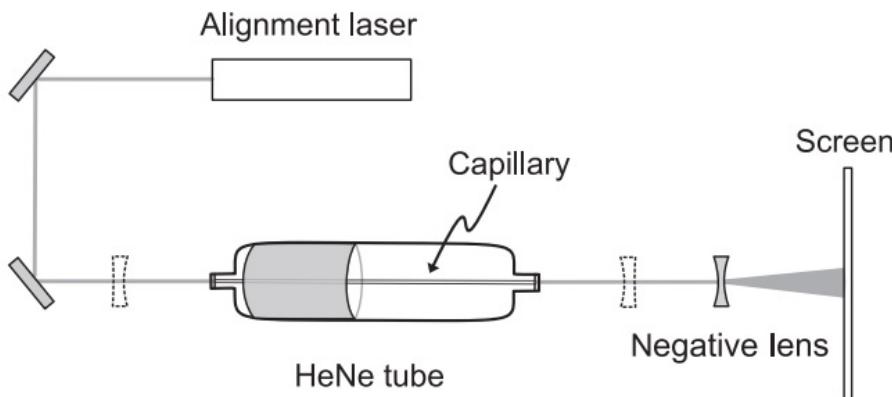
**توصیه‌ها** ممکن است برای تمرکز نور در طیفسنج فیبر تزویج شده به عدسی نیاز داشته باشد.

## تراز کردن لیزر

کاواک باز لیزر را طوری تراز کنید که لیزر در مود  $TEM_{00}$  تشدید و نوسان کند.

**توصیه‌ها** مطمئن شوید که آینه‌های مناسب برای کاواک دارید. با مربی خود در مورد قرارگیری صحیح آنها به منظور اطمینان از یک تشدید کننده پایدار نوری (بخش ۱.۳.۷) بررسی کنید.

برای بدست آوردن نوسان لیزر، بستگی به کمینه کردن تلفات نوری و به بیشینه کردن بهره در کاواک تشدید دارد که در آن لوله لیزر قرار دارد. به عبارت دیگر، شما باید آینه‌های کاواک (اتصال دهنده ورودی و آینه انتهاي) را با دقت بسیار زياد تنظيم کنید. آنها باید به گونه‌ای قرار گيرند که پرتو تشدید دقیقاً در امتداد محور لوله لیزر حرکت کند و ”دُم“ شکل پرتو فقط لبه مویرگی را در طول لوله خراش دهد“. این امر مستلزم قرار دادن متفکرانه آینه‌ها در جهات عرضی است، اما همچنانی مستلزم آن است که دقیقاً در چرخش و پیچش<sup>۱۸</sup> جهت‌گیری شوند. به دلیل دقت مورد نیاز، تراز کردن لیزر با کمک لیزر دوم با شکل پرتو مشابهی که می‌خواهید دریافت کنید، معمول است. یکی دیگر HeNe ایده آل است. شکل (۱۸) را برای اولین مرحله در تراز کردن ببینید: پیدا کردن محور لوله لیزر. با دریافت نور از طریق مویرگ لوله لیزر بدون آینه‌های کاواک شروع کنید. سپس آینه‌ها را یکی یکی با آینه‌ای که در سمت دور لوله از لیزر تراز قرار دارد، قرار دهید. اطمینان حاصل کنید که پرتو بازتاب شده از هر آینه مستقیماً به‌زنجیره اپتیک برمی‌گردد و روی دیافراگم لیزر تراز می‌خورد. اگر تراز نهایی به‌اندازه کافی خوب باشد که نور لیزر خارجی به‌دلیل تداخل خود در لوله چشمک بزند، مطمئناً زمانی که لوله روشن می‌شود لیزر به‌نوسان نزدیک می‌شود. ممکن است لازم



شکل ۶.۸.۶: شماتیک برای یافتن محور لوله لیزر. مکان‌های مورد نظر آینه‌های کاواک با خط چین نشان داده شده است. آینه ورودی در سمت چپ، در همان سمت لیزر تراز قرار خواهد گرفت. آینه انتهایی در سمت راست خواهد بود.

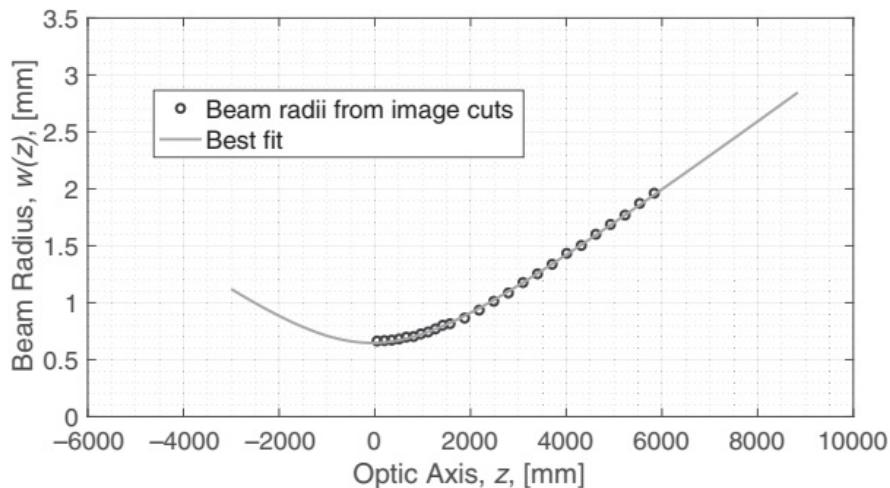
باشد کمی با تنظیم پیچش و چرخش آینه‌ها برای جستجوی وضعیت تشدید، حتی پس از اینکه تمام تلاش خود را برای تراز کردن آینه‌ها انجام دادید، دست و پنجه نرم کنید. اگر بعد از یک یا دو ساعت کار تراز کردن، باز هم ناموفق بودید، وقت آن است که دوبار بررسی کنید که آیا اپتیک صحیح دارید، و آیا تمام سطوح نوری کاملاً تمیز هستند. در صورت لزوم، روش هم‌ترازی خود را مجدداً ارزیابی کنید. معمولاً چند ساعت طول می‌کشد تا بار اول تراز درست شود.

### تجزیه و تحلیل پرتو تولید شده

برای مشخص کردن کامل پرتوی که از لیزر خارج می‌شود، شعاع پرتو را در چندین مکان پایین دست آینه ورودی اندازه‌گیری کنید. پرتویی که از آینه ورودی کاواک تشدید خارج می‌شود، معمولاً در جایی در داخل لوله لیزر کمری دارد. محل دور کمر و شعاع پرتو در کمر دو پارامتری هستند که به‌طور منحصر به‌فرد پرتو خروجی لیزر (یا هر پرتو گوسی) را توصیف می‌کنند. برای بدست آوردن شعاع پرتو در آن مکان‌ها، نمایه تابش را در چندین مکان پایین دست آینه ورودی قرار می‌دهید. تابع برازش باید به‌شکل زیر باشد

$$I(x) = I_0 \cdot TEM_{\infty}(x - a, \phi, w) + B, \quad (26.6)$$

جایی که  $I(x)$  مقدار عنصر ماتریس مربوط به‌پیکسل در موقعیت  $x$  است،  $TEM_{\infty}(x, y, w)$  شکل عملکردی مورد انتظار تابش در صفحه  $xy$  عمود بر پرتو است و  $y = \phi$  مربوط به‌مرکز پرتو در جهت عمودی است.  $w$  شعاع پرتو است و آفست  $a$  این واقعیت را برآورده می‌کند که احتمالاً پرتو کاملاً افقی روی سنسور تصویر متمرکز نیست.  $B$  نشان دهنده سیگنال نور پس زمینه یا دیگر افست ثابتی است که بر تابش تأثیر می‌گذارد. بنابراین، برازش چهار



شکل ۹.۶: شعاع پرتو به عنوان تابعی از فاصله در محور نوری با برازش با وابستگی مورد انتظار.

پارامتر خواهد داشت:  $I^0$ ,  $a$ ,  $w$ . برازش باید با استفاده از یک روال برازش غیرخطی انجام شود زیرا تابع برازش در پارامترهای برازش خطی نیست (بخش ۲.۳.۲). شعاع پرتو را می‌توان با حرکت دادن لبه چاقو در سراسر پرتو و نظارت بر کسری از کل توانی که از لبه به عنوان تابعی از موقعیت عبور می‌کند پیدا کرد (به تمرين ۵.۴ در فصل ۴ مراجعه کنید). دقیق‌ترین و ساده‌ترین (و کم هزینه‌ترین و ارزان‌ترین راه) برای به دست آوردن شعاع پرتو، استفاده از ابزار اختصاصی «اسکنر پرتو» است که توسط سازندگان تجهیزات نوری فروخته می‌شود. یک اسکنر پرتو به طور مداوم یک روزنه را روی پرتو اسکن می‌کند تا ابعاد آن را تخمین بزند.

پس از اینکه شعاع پرتو را در چندین مکان پایین دست لیزر به دست آوردید، شعاع پرتو را به عنوان تابعی از موقعیت رسم کنید و آن داده‌ها را به شکل مورد انتظار برای یافتن محل کمر و پهنه‌ای کمر تنظیم کنید. نمونه‌ای از برازش مشابه آنچه باید تولید می‌شود در شکل (۹.۶) نشان داده شده است.

**توصیه‌ها** در خشنده‌گی نور ممکن است با تغییر اندازه پرتو بسیار متفاوت باشد. شما باید بسیار مراقب باشید که حسگر تصویر در دوربین اشباع نشود. بهمین دلیل، مطمئن شوید که پرتو ابتدا از فیلترهای چگالی خنثی یا فیلترهای مناسب دیگر عبور داده شود تا تابش کاهش یابد. یک راه جایگزین برای کاهش تابش، انعکاس پرتو از یک سطح شیشه‌ای بدون پوشش، صاف و صیقلی مانند سطح یک منشور است. اگر انعکاس نزدیک به تابش معمولی باشد، پرتو بازتابی حدود چهار درصد توان تابشی را خواهد داشت. برای اینکه حسگر تصویر اشباع نشود، احتمالاً باید تابش پرتو را دو یا چند مرتبه کاهش دهید. یک جفت منشور تابش پرتو را با ضریب  $10^{-3} \times 10^{-4}$  کاهش می‌دهد. دست کم گرفتن میزان تضعیف مورد نیاز بسیار رایج است، بنابراین مطمئن شوید که به اندازه کافی استفاده کنید. حاشیه‌های دوربین نیز می‌توانند مشکل ساز باشد،

بهویژه برای سنسورهای تصویر که شیشه روی آنها قرار دارد. می‌توانید انتخاب کنید که آنها را نادیده بگیرید و در طول تجزیه و تحلیل به طور مناسب با آنها برخورد کنید. اگر کار سختافزاری را ترجیح می‌دهید، یک دیفیوزر که مستقیماً روی شیشهای که سنسور تصویر را می‌پوشاند قرار داده می‌شود می‌تواند پاسخگو باشد. (چسباندن یک تکه کوچک "نوار اسکاچ" درست روی شیشه حسگر تصویر برای این کار بسیار خوب عمل می‌کند). برای این کار، پوشش شیشهای باید دقیقاً در مقابل حسگر تصویر قرار گیرد. با این حال، دیفیوزر مستقیماً روی سنسور قرار نخواهد گرفت و ممکن است عاقلانه باشد که در برابر یک پرتو شناخته شده کالیبره شود. در طول تجزیه و تحلیل، توصیه می‌کنم در صورت نیاز به داده‌های بیشتر، آزمایش را تنظیم کنید. با توجه بهاینکه تراز درست لیزر چقدر می‌تواند دشوار باشد، بهتر است این آزمایش را تا زمانی که تجزیه و تحلیل داده‌ها کامل نشده است، متوقف نکنید.

### ایده‌هایی برای بررسی بیشتر

لیزر را در مود  $TEM_{0,1}$  یا  $TEM_{0,0}$  راهاندازی کنید. پرتو خروجی را به همان روشی که قبل از انتشار پرتو ( $z_w(z)$ ، محل کمر،...) بهر صورت تأثیر می‌گذارد؟ آیا باید این طور باشد؟ مقایسه دو یا هر سه روشهای قابل برای اندازه‌گیری عرض پرتو مورد بحث قرار گرفت، می‌تواند جالب باشد.

برای یک چالش پیشرفتی، می‌توانید سعی کنید یکی از خطوط دیگر را تشديد و راه اندازی کنید، در نتیجه یک HeNe با رنگ متفاوت تولید کنید: نارنجی در ۶۱۲ نانومتر، سبز در ۵۴۳ نانومتر، و غیره. شما به آینه‌های کاواک جدید متناسب با هر یک از این خطوط نیاز دارید. رساندن آنها به تشديد نیز دشوار است زیرا این خطوط ضعیف تر از خط ۶۳۳ نانومتر هستند. ممکن است انجام این کار با تجهیزاتی که در دسترس شماست ممکن نباشد، اما در نظر گرفتن این چالش جالب است. اگر علاقه‌مند هستید، چگونه دیگران به این امر دست یافته‌اند را مطالعه کنید. اگر به رزونانس در یک خط متفاوت دست پیدا می‌کنید، خواص پرتو با خطوط  $632.8/322.6$  نانومتر (قدرت، پایداری، قطبش و غیره) چگونه مقایسه می‌شود؟



## فصل ۷

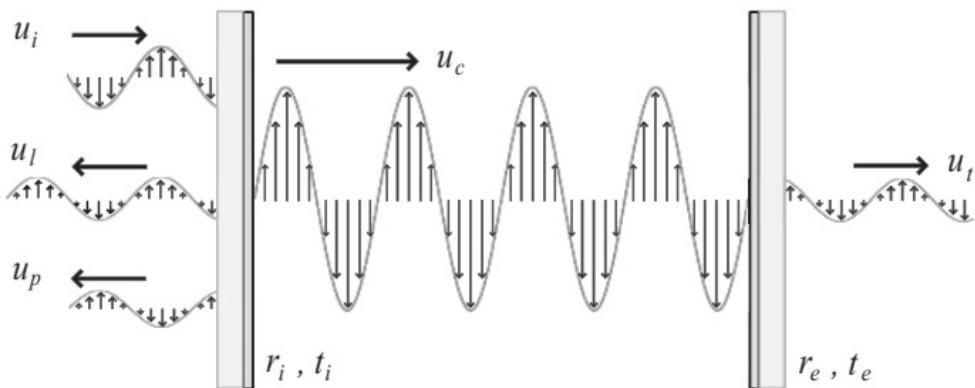
# کاواک‌های نوری

### ۱.۷ استفاده از کاواک‌های نوری

کاواک‌های نوری هسته لیزرها را تشکیل می‌دهند. همانطور که در فصل ششم دیدیم، یک محیط تقویت کننده در یک کاواک نوری قرار می‌گیرد تا به اندازه کافی بهره نوری به دست آورد تا امکان وقوع نوسان لیزری را فراهم کند. کاواک‌های نوری نیز به دلیل خاصیت تشدید خود بدون محیط تقویت کننده استفاده می‌شوند. چنین کاواک‌های نوری "خارجی" هسته بسیاری از حساس‌ترین ابزارهای مورد استفاده امروزی را تشکیل می‌دهند. کاواک‌های نوری به دلیل حساسیت بالایی که دارند، امروزه بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرند. کاربردهای آن شامل تثبیت فرکانس لیزری، طیفسنجی لیزری، آشکارسازی امواج گرانشی، آزمایش‌های مکانیک کوانتومی و اپتیک غیرخطی را می‌توان چندی نام برد.

### ۲.۷ کاواک موج مسطح

ساده‌ترین کاواک نوری تشدید کننده از دو آینه در مقابل یکدیگر تشکیل شده است. نور از طریق یکی از آینه‌ها وارد کاواک می‌شود که تا حدی قابل انتقال است. فاصله بین آینه‌ها به‌گونه‌ای ثابت است که نوری که بین آینه‌ها به جلو و عقب می‌تابد، مضرب صحیحی از نوسانات را در هر رفت و برگشت انجام می‌دهد و بنابراین به‌طور سازنده با نوری که تازه وارد کاواک می‌شود ترکیب شده و در نتیجه یک موج الکترومغناطیسی ایستاده (ساکن) را تشکیل می‌دهد. حفظ طول مسیر نوری بین آینه‌ها در طول دقیق مورد نیاز برای رزونانس یک چالش فنی مهم است که از آن چشم پوشی خواهیم کرد. همچنین، به‌این واقعیت نمی‌پردازیم که یک کاواک واقعی آینه‌های محدودی دارد. برای



شکل ۱.۷: یک کاواک موج مسطح. پوشش‌های نوری بازتابنده، همانطور که نشان داده شده، معمولاً در سمت کاواک زیرلایه‌های آینه قرار دارند.

جلوگیری از سرریزی و پراکندگی پرتو از کنار کاواک، یک یا هر دو آینه باید کمی مکر باشند. ما به سادگی با مود ایده‌آل آینه‌های تخت بینهایت و پرتوى متتشکل از امواج مسطح بینهایت تک رنگ شروع می‌کنیم. شکل (۱.۷) کاواک و دامنه میدان‌های مختلف درگیر را نشان می‌دهد.

پرتو ورودی از لیزر می‌آید و به آینه ورودی برخورد می‌کند. آینه دیگر معمولاً به عنوان آینه انتهایی شناخته می‌شود. برای به حداقل رساندن تلفات نوری ناشی از زیرلایه‌های آینه، آینه ورودی و آینه انتهایی به گونه‌ای جهت‌گیری می‌شوند که پوشش‌های بازتابنده در سمت کاواک اپتیک قرار گیرند. بنابراین، پرتو ورودی در واقع از روکش آینه ورودی داخل زیرلایه شیشه‌ای آینه منعکس می‌شود. میدانی که به آینه ورودی (سطح بازتابنده روی) نزدیک می‌شود، یک موج مسطح است

$$(1.7) \quad E_i = \hat{n} u_i e^{j(\omega t - kz)}$$

که در آن  $\hat{n}$  قطبش است. دامنه میدان مختلط  $u_i$  یک مقدار ثابت حقیقی است زیرا همچنین افست فاز کلی را در آینه ورودی صفر انتخاب می‌کنیم. (از آنجایی که پرتو را به عنوان یک موج مسطح در نظر می‌گیریم،  $u_i$  تابعی از موقعیت نیست). عدد موج و فرکانس زاویه‌ای موج مسطح به ترتیب  $k$  و  $\omega$  هستند. اگر  $z = 0$  در آینه ورودی در نظر بگیریم؛

$$(2.7) \quad E_i = \hat{n} u_i e^{j\omega t}$$

بلافاصله در سمت راست آینه ورودی، میدان کاواک قرار دارد

$$(3.7) \quad E_c = \hat{n} u_c e^{j\omega t}$$

از آنجایی که پیمایش کاواک دارای تعداد صحیح نوسان است، فاز بعد از هر پیمایش با میدان ورودی  $E_i$  یکسان است. برای پیدا کردن برهم نهی میدان‌های موجود در آینه ورودی، فقط باید دامنه (علامت دار) آنها را اضافه کنیم.

بازتاب مستقیم پرتو ورودی از پوشش آینه ورودی  $u_p$  است. این به عنوان پرتو منعکس شده "بی‌درنگ" شناخته می‌شود تا آن را از قسمتی از پرتو که وارد کاواک می‌شود و سپس

از آینه ورودی به بیرون نشت می‌کند متمایز کند. آن «پرتو نشتی» با دامنه  $u_l$  با پرتوی  $u_p$  که به سرعت بازتاب شده ترکیب می‌شود تا کل پرتو بازتاب شده،  $u_r = u_p + u_l$  را ایجاد کند. ضرایب بازتاب دامنه آینه ورودی و آینه انتهایی به ترتیب  $r_i$  و  $r_e$  هستند. (ضریب بازتاب دامنه نسبت دامنه میدان منعکس شده به دامنه میدان تابشی است). به طور مشابه،  $t_e$  و  $t_i$  ضرایب انتقال دامنه هستند. در حال حاضر، فرض می‌کنیم که آینه انتهایی کاملاً بازتابنده است،  $|r_e| = 1$  در حالی که آینه ورودی بسیار کمی انتقال دهنده است،  $|r_i| < 1$ . این به نور اجازه می‌دهد تا از طریق آینه ورودی وارد کاواک شود.

همانطور که قبلاً گفته شد، زمانی که طول کاواک به اندازه‌ای است که در یک رفت و برگشت از آینه ورودی به آینه انتهایی و برگشت، مضرب صحیح  $2\pi$  رادیان فاز جمع شود، نور در کاواک موجی تشکیل می‌دهد. اما چگونه میدان قابل توجهی در کاواک وقتی که آینه ورودی فقط بسیار کمی انتقال دهنده است، ایجاد می‌شود؟ بهر حال، به نظر می‌رسد که بیشتر نور ورودی به سمت لیزر منعکس می‌شود. توضیح در این واقعیت نهفته است که پرتو منعکس شده به سرعت  $180^\circ$  درجه با پرتو نشتی خارج از فاز است، بنابراین  $u_p$  و  $u_l$  دارای علامت مخالف هستند. آنها به طور محربی تداخل می‌کنند، به این معنی که هیچ افزایشی، تا زمانی که  $|u_p| \geq |u_l|$  است، نمی‌تواند از کاواک از طریق آینه ورودی خارج شود.

برای مثال تصور کنید که کاواک در طول مناسبی است که تشدید شود و پرتو ورودی ناگهان روشن شود. اگرچه تنها بخش کوچکی از نور پرتو ورودی از طریق آینه ورودی وارد کاواک می‌شود، با این وجود میدان کاواک شروع به تولید می‌شود. تعادل وقتی حاصل می‌شود که دامنه پرتو نشتی به اندازه کافی بزرگتر از دامنه پرتو منعکس شده بلادرنگ باشد که توان خروجی از کاواک با توان ورودی مطابقت داشته باشد. اگر آینه ورودی و آینه انتهایی بسیار بازتابنده باشند و تلفات قابل توجهی در کاواک وجود نداشته باشد، میدان کاواک می‌تواند بسیار بزرگ شود.

برای یافتن روابط مود پایدار بین میدان‌های مختلف، یادآور می‌شویم که وقتی توانی که در کاواک جریان دارد برابر با توان خروجی از کاواک شود، تعادل حاصل شده است. از آنجایی که با امواج مسطح سروکار داریم، درخشنده‌گی یکنواخت است. درخشنده‌گی پرتو ورودی هنگام نزدیک شدن به کاواک است

$$I_i = \frac{1}{2} \epsilon_0 c u_i^2 \quad (4.7)$$

که در آن  $\epsilon_0$  گذردهی فضای آزاد و  $c$  سرعت نور است. با فرض عدم تلفات کاواک و  $|r_e| = 1$ ، توان کل در واحد سطح خروجی از کاواک است

$$\begin{aligned} I_{out} &= \frac{1}{2} \epsilon_0 c u_r^2 \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_0 c (u_p + u_l)^2 \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_0 c (r_i u_i - t_i u_c)^2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

علامت منفی نسبی بین عبارات در خط آخر به دلیل تغییر فاز  $180^\circ$  درجه پرتو بلادرنگ نسبت به پرتو نشتی است. تعادل انرژی وقتی حاصل می‌شود که

$$I_i = I_{out} \quad (6.7)$$

این باعث می‌شود (به تمرین ۱.۷ مراجعه کنید)

$$\frac{u_c}{u_i} = \frac{r_i}{t_i} + \sqrt{\left(\frac{r_i}{t_i}\right)^2 + 1} \quad (7.7)$$

$$= \frac{r_i + 1}{t_i} \quad (8.7)$$

به عنوان یک بررسی، حدی را در نظر می‌گیریم که در آن آینه ورودی به کاواک کاملاً انتقال دهنده می‌شود:  $r_i \rightarrow 1$  و  $t_i \rightarrow 1$ . همانطور که انتظار می‌رود، دامنه کاواک با دامنه ورودی برابر می‌شود. از طرف دیگر، اگر آینه ورودی بسیار بازتابنده باشد،  $t_i \ll 1$  آنگاه نسبت دامنه میدان کاواک به دامنه میدان ورودی برابر است.

$$\frac{u_c}{u_i} \approx \frac{2}{t_i} \quad (9.7)$$

اگر از یک آینه انتهایی نیز استفاده کنید که انتقال غیر صفر دارد، عبارت معادل آن برابر است با:

$$\frac{u_c}{u_i} = \frac{1}{\eta} \left[ \frac{r_i}{t_i} + \sqrt{\left(\frac{r_i}{t_i}\right)^2 + \eta} \right] \quad (10.7)$$

که در آن  $\eta = 1 + t_e^2/t_i^2$  مربع این کمیت، ایجاد توان درون کاواک نامیده می‌شود. این نسبت توان گردشی در کاواک به توانی است که بر کاواک تابیده می‌شود

$$\frac{P_c}{P_i} = \left( \frac{u_c}{u_i} \right)^2 \quad (11.7)$$

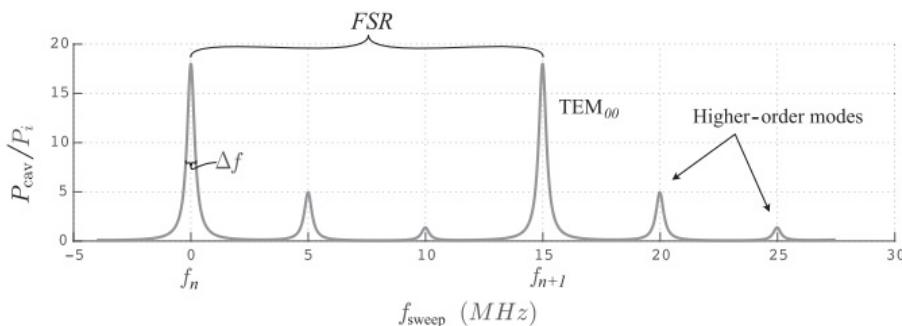
**مثال ۱.۷ کاواک با آینه‌های بازتابش بالا** یک لیزر هلیوم–نئون پنج میلی‌واتی را در نظر بگیرید که یک کاواک با یک آینه ورودی با بازتابش  $r_i = 0.995$  و یک آینه انتهایی با بازتابش  $r_e = 0.9999$  را روشن می‌کند. نسبت توان چرخشی در کاواک به توان ورودی برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{P_c}{P_i} &= \left( \frac{u_c}{u_i} \right)^2 \\ &\approx 4 * \frac{r_i^2}{t_i^2} \\ &= 796. \end{aligned}$$

این منجر به قدرت چرخشی در کاواک  $796 \times 5 = 3980$  میلی‌وات یا تقریباً ۴ وات می‌شود! پرتو حاصل روی آینه‌های کاواک بسیار قابل مشاهده خواهد بود زیرا ناخالصی‌های کوچک پوشش بخشی از این قدرت تشیدید را پراکنده می‌کند. با افزایش بیشتر بازتاب آینه ورودی، می‌توان قدرت‌های کاواک بزرگی ایجاد کرد. این به‌ما امکان می‌دهد تا اثرات میدان‌های نوری بزرگ  $E$  و  $B$  را بدون نیاز به لیزرهای عظیم مشاهده کنیم، به خصوص اگر کاواک دارای پرتو باریکی باشد (بخش ۳.۷).

### پارامترهای حاصل از کاواک

برای راحتی، چند پارامتر اضافی را تعریف می‌کنیم که به بازتاب آینه، طول کاواک، تلفات کاواک و غیره بستگی دارد. اگرچه این پارامترها به خودی خود حاوی اطلاعات جدیدی



شکل ۲.۷: قدرت در یک کاواک متقارن ده سانتی‌متری که با لیزر  $10^{64}$  نانومتری به عنوان تابعی از تغییرات کوچک در فرکانس لیزر روشن می‌شود. این کاواک دارای  $g_1 = g_2 = 1/2$  است.

نیستند، اما همچنان مفید و به طور گسترده نقل شده‌اند.  
محدوده طیف آزاد FSR: یکی از کارهایی که می‌توانیم انجام دهیم این است که با حرکت دادن یکی از آینه‌های کاواک، طول کاواک را کمی تغییر دهیم. کاواک زمانی تشدید می‌کند که دارای مضرب صحیحی از نیم طول موج‌ها باشد، بنابراین هر بار که یک نیم طول موج اضافی در کاواک قرار می‌گیرد، با تشدید جدیدی مواجه می‌شود. به طور مشابه، اگر طول کاواک را ثابت بگذاریم اما طول موج (و در نتیجه فرکانس) لیزر را تغییر دهیم، کاواک هر بار که مضرب صحیح از طول موج‌های نیم‌موج در داخل کاواک قرار می‌گیرد تشدید صورت می‌گیرد. اگر فرکانس لیزر را هنگامی که کاواک تشدید می‌کند به صورت  $f_n$  بیان کنیم، در این صورت

$$\begin{aligned} L &= \frac{n\lambda_n}{2} = \frac{nc}{2f_n} \\ \Rightarrow f_n &= \frac{nc}{2L} \end{aligned} \quad (12.7)$$

شکل (۲.۷) مدلی را برای چگونگی تغییر توان در کاواک با فرکانس لیزر نشان می‌دهد. تفاوت فرکانس بین تشدیدهای مجاور به عنوان "محدوده طیف آزاد"<sup>۱</sup> یا FSR شناخته می‌شود. این معمولاً کسر بسیار کوچکی از خود فرکانس لیزر است. محدوده طیف آزاد توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\begin{aligned} FSR &= f_{n+1} - f_n \\ &= \frac{c}{2L} [(n+1) - n] \\ &= \frac{c}{2L} \end{aligned} \quad (13.7)$$

**تلفات رفت و برگشت کاواک**: تا کنون، تلفات کاواک را در نظر نگرفته‌ایم به جز اینکه تلفات کاواک دقیقاً مانند نشت از طریق آینه انتهایی بر عملکرد کاواک تأثیر می‌گذارد. (میدان نشتی که از کاواک از طریق آینه ورودی خارج می‌شود، یک شرکت کننده فعال

<sup>۱</sup>Free Spectral Range (FSR)

در شرایط رزونانس است، بنابراین انتقال آینه ورودی متفاوت از انتقال از طریق آینه انتهایی یا سایر تلفات نوری بر رزونانس تأثیر می‌گذارد). علل معمول تلفات، ناهماهنگی، پراکندگی، جذب، چرخش پلاریزاسیون و دی‌پلاریزاسیون است. در این بخش، تمام شکل‌های مختلف تلفات را به یک عدد، "تلفات رفت و برگشت کاواک"  $\beta$  فشرده می‌کنیم. این توان کسری است که به‌پرتو کاواک در طول یک رفت و برگشت، به‌غیر از نشت از طریق آینه ورودی یا آینه انتهایی از دست می‌رود.

**برازندگی<sup>۲</sup>**: این کمیت بدون واحد مربوط به تعداد رفت و برگشتی است که می‌توان انتظار داشت یک فوتون قبل از بیرون افتادن از کاواک انجام دهد، چه از طریق پراکندگی، جذب (یا سازوکارهای تلفات دیگر) یا با خروج از آینه ورودی. این بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{F} = \frac{FSR}{\Delta f} \quad (14.7)$$

که در آن  $\Delta f$  عرض پیک‌های تشیده همانطور که در شکل (۲.۷) نشان داده شده است.  $\mathcal{F}$ ، بهنام عرض تمام پیک رزونانس در نیمه پایین تراز بیشینه مقدار آن تعریف می‌شود - که اغلب بهنام "عرض تمام نیم بیشینه"<sup>۳</sup> یا FWHM نامیده می‌شود. کاواک‌های با برازندگی بالا ( $\mathcal{F} \geq 1,000$ ) نور را برای مدت طولانی‌تری در کاواک بهدام می‌اندازند و در مقایسه با کاواک‌های با ظرافت کم، قدرت بیشتری تولید می‌کنند.

**ضریب کیفیت،  $Q$** : ضریب کیفیت را می‌توان برای هر تشیدگری تعریف کرد. این نسبت عرض تشیده،  $\Delta f$ ، به فرکانس تشیده،  $f$  است.

$$Q = \frac{f}{\Delta f} \quad (15.7)$$

در مورد تشیدگر نوری همانطور که در اینجا بحث شد، فرکانس  $f$  تشیده فقط فرکانس لیزر است. اگر بخواهیم یک کاواک نوری را انتخاب کنیم که در حال تشید است و به‌طور ناگهانی نور لیزر ورودی را خاموش کنیم، نور کاواک به دلیل خروج نور از آینه ورودی و از طریق تلفات کاواک به سرعت از بین می‌رود. شکل واپاشی (میرائی)، مانند هر نوسانگر هارمونیک تحت میرائی، یک تابع نمایی در حال میرائی با ثابت زمانی  $\tau_e$  است. بر حسب کاواک  $Q$ ، ثابت زمانی را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\tau_e = \frac{Q}{\pi f} = \frac{Q\lambda}{\pi c}, \quad (16.7)$$

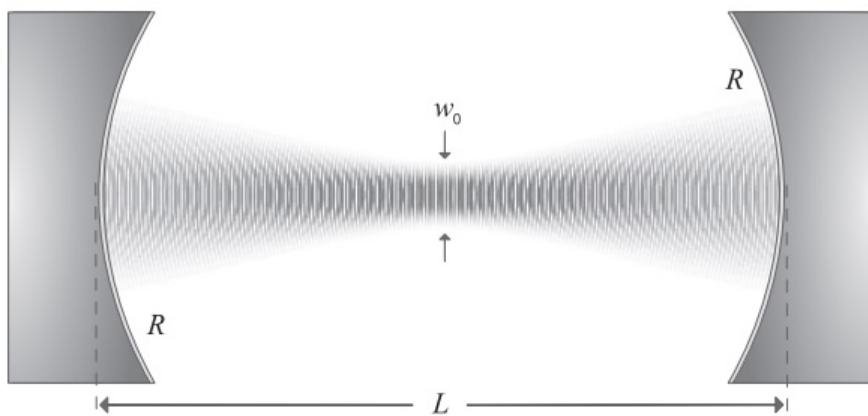
که در آن، مانند قبل،  $\lambda$  طول موج لیزر و  $c$  سرعت سیر نور است. برازندگی و ضریب کیفیت به صورت زیر بهم مرتبط هستند:

$$Q = \frac{\mathcal{F}c}{\lambda(FSR)}. \quad (17.7)$$

**تجمیع کاواک**: تجمیع کاواک، نسبت توان در تشید کاواک،  $P_{cav}$  به توان نور ورودی  $P_i$  است. برای تشیدگرهای با  $Q \gg 1$ ، ضریب کیفیت را می‌توان به صورت انرژی

<sup>۲</sup>Finesse

<sup>۳</sup>Full Width, Half Max width (FWHM)



شکل ۳.۷: یک پرتو گوسی که در یک کاواک نوری طنین انداز می‌شود. آینه‌ها مقعر هستند تا با پخش شدن پرتو در اثر پراش مقابله کنند. در آینه‌ها، انحنای جبهه موج با آینه‌ها مطابقت دارد. برای نشان دادن این موضوع، طول موج نسبتاً بلند یک لیزر  $CO_2$  ۱۰/۶ میکرومتر، و یک کاواک کوتاه، حدود یک میلی‌متر را اختیار کردیم. در پرتو، سایه‌های تیره خاکستری نشان دهنده قدر میدان بالاتر است. منحنی‌های سفید درون پرتو مکان‌هایی هستند که موج ایستاده دارای گره است (برای  $E = B = 0$ ). گره‌ها موازی با جبهه موج با دو گره در هر طول موج هستند.

نوسانگر کسری از دست رفته در هر چرخه بیان کرد:  $Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E}$ . می‌توانیم از این واقعیت برای بهدست آوردن رابطه کلی بین تجمعیع کاواک و برآزنده‌گی استفاده کنیم. (برای نوع کاواک بدون تلفات به تمرین ۷.۷ مراجعه کنید).

$$\frac{P_{cav}}{P_i} = \frac{1}{\pi} \mathcal{F} \quad (18.7)$$

مقایسه این معادله با معادله (۹.۷) نشان می‌دهد که برای یک کاواک بدون تلفات با انتقال آینه انتهایی صفر،  $\mathcal{F} = \frac{4n}{T_i}$ . در اینجا  $1 \ll T_i = t_i^{\infty}$  قابلیت انتقال آینه ورودی (نسبت توان ارسالی به توان تابشی) است. هنگامی که تلفات کاواک گنجانده شود، نتیجه برابر است با:

$$\mathcal{F} = \frac{4\pi T_i}{(T_i + T_e + \beta)^2}, \quad (19.7)$$

که در آن  $\beta$ ، افت توان کسری رفت و برگشت است که به دلیل تمام سازوکارهای تلفات به جز نشت از طریق آینه‌های ورودی و انتهایی است. این معادله از معادله (۱۸.۷) و معادله (۱۰.۷) تحت تقریب  $1 \ll T_i \ll T_e + \beta$  دست می‌آید. (به تمرین ۸.۷ مراجعه کنید).

### ۳.۷ مودهای تشدید یک کاواک

آینه‌های بی‌نهایت، آینه‌های ایده‌آلی هستند که در کاواک‌های نوری واقعی قابل تحقق نیستند. تجزیه و تحلیل موج مسطح برای روشن کردن جنبه‌های اساسی تشدید و ارائه

نسبت‌های دامنه درست در شرایط ایده‌آل است. با این حال، به موضوع پراش در پرتوهای با عرض محدود و در نتیجه نیاز به محدود کردن پرتو در جهت عرضی نمی‌پردازد. ما از آینه‌های با انحنا برای مقابله با تمایل پرتوها به پخش شدن در اثر پراش استفاده می‌کنیم. همانطور که در مورد موج مسطح، یک موج ایستاده می‌تواند زمانی رخ دهد که یک رفت و برگشت در کاواک مضرب صحیحی  $2\pi$  را داشته باشد. علاوه بر این، پرتو باید دقیقاً پس از هر پیمایش رفت و برگشت از کاواک تکرار شود. به عبارت دیگر، پرتو باید پس از هر بار رفت و برگشت با خود همپوشانی داشته باشد. در بخش ۱.۱.۴ دیدیم که پرتوهای  $TEM_{mn}$  تنها پرتوهایی هستند که شکل خود را در طول انتشار حفظ می‌کنند. بنابراین مودهای تشديد کاواک‌های نوری باید مودهای  $TEM_{mn}$  یا ترکیب‌های خطی مودهای  $TEM_{mn}$  باشند. به شرطی که شعاع انحنای آینه و موقعیت آنها به گونه‌ای باشد که پرتو در هر پیمایش کاواک مسیر خود را دوباره طی کند و مضرب صحیح  $2\pi$  را داشته باشد، پرتو این فرآیند جمع کند، پرتو یک موج ایستاده در کاواک تشکیل می‌دهد. نموداری از این در شکل (۳.۷) نشان داده شده است.

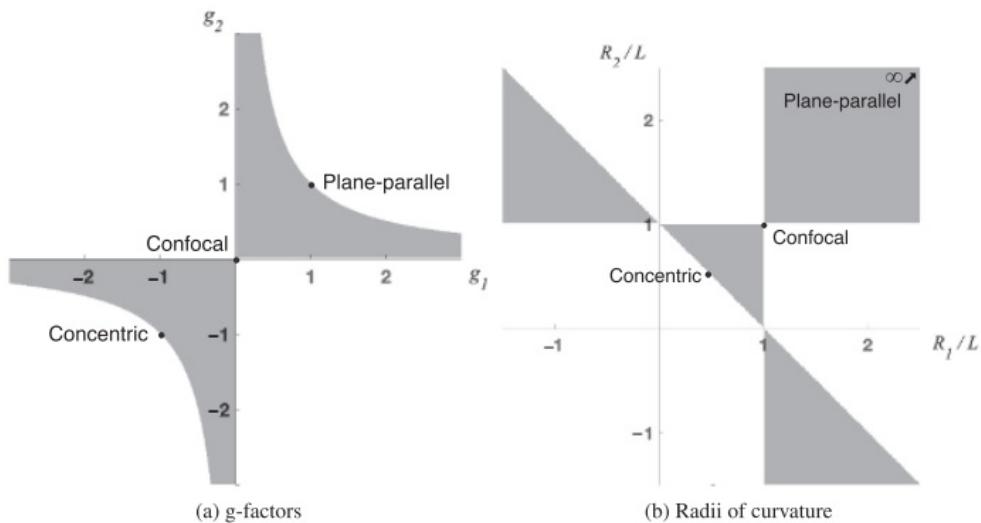
### ۱.۳.۷ پایداری کاواک

پرتویی که با یک آینه روی رو می‌شود بر روی خود منعکس شده و مسیر خود را دنبال می‌کند، مشروط بر اینکه جبهه موج در همه جا موازی سطح آینه باشد. برای سادگی، یک کاواک متقارن (انحنای آینه‌ای یکسان) را در نظر بگیرید، سپس کمر پرتو در مرکز کاواک قرار می‌گیرد. در قسمت کمر، جبهه‌های موج مسطح هستند، اما با انتشار پرتو از کمر به هر یک از آینه‌های کاواک، جبهه‌های موج بهدلیل پراش منحنی تر می‌شوند. اگر در انعکاس، انحنای جبهه موج با آینه مطابقت داشته باشد، پرتو باید روی خود تکرار شود و کاواک باید بتواند تشديد شود. سرعت انحنای جبهه موج بهاندازه کمر بستگی دارد. برای مجموعه خاصی از انحنای‌های آینه و طول کاواک ممکن است یک پرتو با اندازه کمر مشخص پیدا شود که در کاواک تشديد می‌شود. با این حال، برای برخی از ترکیبات انحنای آینه  $R$  و طول کاواک  $L$ ، هیچ پرتوی قابل تشخیص فیزیکی نمی‌تواند تشديد شود، زیرا اندازه کمر (مثبت، محدود) وجود ندارد که به جبهه موج اجازه دهد با آینه‌ها تطبیق داشته باشند.

این بحث اجازه می‌دهد تا معیاری برای تشديد، که معمولاً "معیار پایداری" نامیده می‌شود، در یک کاواک متقارن رابطه‌بندی کنیم. یعنی هنگامی که پرتو از کمر در مرکز کاواک به سمت آینه با فاصله  $L/2$  منتشر شد، انحنای آن  $(z_R(z))$  از معادله (۷.۴)-الف باید با انحنای آینه  $R$  تطبیق داشته باشد.

$$R = \frac{L}{2} \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{L/2} \right)^2 \right] \quad (20.7)$$

اندازه احتمالی دور کمر به  $w < \infty$  محدود شده است که معادل  $\infty < z_0 < 0$  است. از آنجایی که  $L$  متناهی و غیر صفر است



شکل ۴.۷: دو روش برای تجسم پایداری یک کاواک نوری. همچنین نقاط مربوط به سه کاواک متقارن با ثبات حاشیه‌ای نشان داده شده است: کاواک متحدم‌المرکز، کاواک کانونی، و کاواک موازی مسطح. (الف) نواحی پایدار را به‌رنگ خاکستری به صورت تابعی از عامل‌های آینه نشان می‌دهد. این روش سنتی برای نشان دادن پایداری است. (ب) مناطق پایدار را به‌رنگ خاکستری به صورت تابعی از  $\frac{R_1}{L}$  و  $\frac{R_2}{L}$  نشان می‌دهد. در این دیدگاه، تفکیک مفیدی از انواع کاواک به مناطق جداگانه وجود دارد. مثلث مرکزی مربوط به کاواک‌هایی با آینه‌های زیر هم‌کانونی مثبت (بسیار مقعر) است. ناحیه مربع مربوط به کاواک‌هایی با آینه‌های فوق هم‌کانونی مثبت (کمتر مقعر) است. دو گوه در سمت چپ بالا و پایین سمت راست که تا بینهایت امتداد دارند با کاواک‌هایی با یک آینه محدب و یک آینه مقعر مطابقت دارند.

$$\begin{aligned}
 & \circ < w_\circ < \infty && \text{الف} \\
 \Leftrightarrow & \circ < z_\circ < \infty \\
 \Leftrightarrow & \circ < \frac{2R}{L} - 1 < \infty \\
 \Leftrightarrow & \boxed{\frac{L}{2} < R < \infty} && \text{ب}
 \end{aligned} \tag{21.7}$$

بنابراین، کاواک‌های متقارن با آینه‌های مسطح ( $R \rightarrow \infty$ ) نمی‌توانند تشیدید کنند، و همچنین آینه‌ها نمی‌توانند چنان مقعر باشند که شعاع انحنای آنها کمتر از نصف طول کاواک باشد. یک کاواک که نمی‌تواند تشیدید کند، دلیل آن این است که هیچ پرتو خودتکثیری امکان‌پذیر نیست، و آنرا «ناپایدار» می‌نامند. کاواک‌هایی که یکی از نامساوی‌های بالا برای آنها نزدیک به‌نقض است، دارای پرتوهای بسیار بزرگی در آینه‌های کاواک خواهد بود و محل قرارگیری این پرتوها به تغییرات خفیف تراز بسیار حساس خواهد بود. نور معمولاً از لبه‌های آینه چنین کاواک‌هایی خارج می‌شود.

معیار پایداری در معادله (۲۱.۷)-ب به طور سنتی بر حسب "ضریب  $g$ " آینه‌ها بیان

می‌شود

$$g \equiv \left( 1 - \frac{L}{R} \right) \quad (22.7)$$

بر حسب معیار پایداری  $g$  خواهد شد:

$$\begin{array}{lll} \frac{L}{2} < R < \infty & \text{الف} \\ \Leftrightarrow -1 < g < 1 & \text{ب} \\ \Leftrightarrow 0 < g^2 < 1 & \text{ج} \end{array} \quad (23.7)$$

نامعادله دست چپ در خط آخر همیشه برای کاواک‌های متقارن برآورده می‌شود، اما در آن گنجانده شده است زیرا می‌خواهیم این نتیجه را به کاواک‌هایی که متقارن نیستند تعمیم دهیم. در کاواکی که دو آینه دارای شعاع انحنای متفاوتی هستند،  $R_1$  و  $R_2$ ، دو عامل  $g$  متناظر وجود دارد:  $(1 - L/R_1) = g_1$  و  $(1 - L/R_2) = g_2$ . معیار پایداری چنین کاواک‌ها برابر است با:

$$0 < g_1 g_2 < 1. \quad (24.7)$$

این رابطه را می‌توان در نمودار  $g_1$  در مقابل  $g_2$  همانطور که در شکل (۲۴.۷) نشان داده شده است، نشان داد. مناطق سایه دار نامعادله‌های (۲۴.۷) را برآورده می‌کنند که کاواک‌های پایدار را نشان می‌دهد.

**مثال ۲.۷ تلفات پراش هنگامی** که آینه‌های با اندازه محدود توسط پرتوهای گوسی روشن می‌شوند، مقداری نور همیشه از لبه می‌افتد زیرا دم‌های تابع گوسی در اصل تا بینهایت هستند. در رایج‌ترین حالت، که شعاع پرتو چند میلی‌متر یا کمتر است و اپتیک‌ها شعاع‌های بزرگ‌تر از یک سانتی‌متر دارند، توان از دست رفته قابل توجه نیست و آن را نادیده می‌گیریم. با این حال، در کاواک‌های تقریباً ناپایدار یا در کاواک‌های طولانی اما پایدار، شعاع پرتو می‌تواند بسیار بزرگ شود. در این موارد، تلفات پراش ممکن است لازم باشد در نظر گرفته شود. مسئله نمونه زیر را در نظر بگیرید.

**مسئله:** فرض کنید در حال ساختن یک کاواک نوری متقارن،  $g = g_1 = g_2 = 1/2$ ،  $L = ۱۰$  متر طول و با استفاده از لیزر Nd:YAG،  $\lambda = ۱۰۶۴$  نانومتر هستید. اندازه آینه‌ها چقدر باید باشد تا تلفات پراش کمتر از  $100$  قسمت در میلیون باشد؟ ( $10^{-4} ppm = 10^{-4}$ )

حل: می‌خواهیم بفهمیم چه مقدار نور از لبه آینه‌ها می‌افتد، بنابراین باید شعاع پرتو  $w$  را در آینه‌های کاواک برای این  $w$  خاص پیدا کنیم. در تمرین ۱۱.۷، کمر کاواک  $w$  را بر حسب  $R$  و  $L$  پیدا می‌کنیم. این عبارت به راحتی به تابع  $g$  تبدیل می‌شود. سپس از معادله (۲۴.۷)-ب برای بدست آوردن شعاع پرتو  $w$  روی آینه‌های انتهایی استفاده

می‌کنیم. پس از یک عملیات جبری هیجان انگیز، متوجه می‌شویم که:

$$w = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - g^2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (25.7)$$

بنابراین، چون  $\pm 1 \rightarrow g$  (صفحه موازی یا کاواک متحدم‌مرکز)،  $\infty \rightarrow w$  همانطور که انتظار می‌رود. با این حال، برای  $g = 0.5$ ،  $w = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \left( \frac{2}{\sqrt{2}} \right) = 2.0$  میلی‌متر را دریافت می‌کنیم. اگر اپتیکی با شعاع  $r$  انتخاب کنیم، می‌توان انتظار داشت که هر نوری که خارج از نور است از بین برود. کسر  $f(r)$  توان در یک پرتو گوسی ( $TEM_{00}$ ) شعاع پرتو  $w$  خارج از شعاع  $r$  برابر است با:

$$f(r) = \frac{\int_0^{2\pi} d\theta' \int_r^\infty I(r') r' dr'}{\int_0^{2\pi} d\theta' \int_0^\infty I(r') r' dr'} \quad (26.7)$$

$$= \frac{\int_0^\infty r' e^{-\frac{r'^2}{w^2}} dr'}{\int_0^\infty r' e^{-\frac{r'^2}{w^2}} dr'} = e^{-\frac{r^2}{w^2}} \quad (27.7)$$

بنابراین باید  $r < 10^{-4}$  میلی‌متر برای  $r = 2$  میلی‌متر حل کنیم. نتیجه  $4/3 > r > 12/7$  میلی‌متر است. کسی می‌خواهد حاشیه‌ای از اینمی برای توضیح حرکت پرتو احتمالی روی اپتیک و تراز ناقص ارائه دهد. اپتیک معمولی با قطر یک اینچ،  $r = 12/7$  میلی‌متر، بیش از حد کافی است و حتی اپتیک نیم اینچی نیز کافی است.

### ۲.۳.۷ مودهای فضایی

مودهای  $TEM_{mn}$  کاواک نیز به عنوان "مودهای فضایی" شناخته می‌شوند. شکل (۵.۷) نمایه‌های مقطع شانزده مود فضایی پایین‌ترین مرتبه را نشان می‌دهد. تا اینجا ما فقط شکل فضایی پرتوها را مورد بحث قرار داده‌ایم، اما برای ایجاد هر نیروی قابل توجهی در کاواک، باید در واقع یک موج ایستاده تشکیل دهیم. به عبارت دیگر، مود  $TEM_{mn}$  مناسب در زمانی که:

۱ یک رفت و برگشت در کاواک فاز  $2n\pi$  را جمع می‌کند که در آن  $n = 1, 2, 3, \dots$  است.

۲ مقدار غیر صفر توانی وجود دارد که از منبع خارجی بهمود رزونانس متصل می‌شود.

شرط اول به این معنی است که طول دقیق کاواک باید برای حفظ رزونانس کنترل شود - که یک چالش مهم است. همچنین، از آنجایی که مودهای فضایی مرتبه بالاتر فاز Gouy بیشتری را جمع‌آوری می‌کنند، در طول کاواک کمی کوتاه‌تر از مود اساسی (TEM<sub>00</sub>) تشدید می‌شوند. نمایش وابستگی رزونانس به طول کاواک دقیق شامل حرکت



شکل ۵.۷: شکل‌های درخشنده‌گی مودهای  $TEM_{mn}$  (مودهای فضایی) در مقطع نشان داده شده است. مود بالا سمت چپ  $TEM_{00}$  است،  $m$  به راست افزایش می‌یابد،  $n$  به سمت پایین افزایش می‌یابد. این شکل‌های درخشنده‌گی توسط معادله (۱۴.۴) داده شده است.

یکی از آینه‌های یک کاواک با استفاده از مبدل پیزوالکتریک (PZT)<sup>۴</sup> است. در حین حرکت آینه، قدرت پرتو نشستی کاواک را با یک فتودیود ثبت می‌کنیم. نمایش سیگنال فتودیود بر روی یک اسیلوسکوپ یک پیک را برای هر طول که از رزونانس پشتیبانی می‌کند نشان می‌دهد. اگر آینه بیش از نیمی از طول موج حرکت کند، چندین قله TEM.. ظاهر می‌شود که با تغییرات فاصله PZT برابر  $\lambda/2$  از هم جدا می‌شوند. قله‌های مربوط به مودهای مرتبه بالاتر با این قله‌های TEM.. در هم آمیخته می‌شوند. اثر اساساً همان است که در شکل (۲.۷) نشان داده شده است. از آنجایی که طول کاواک بر حسب طول موج مهم است، کاواک به همان شیوه پاسخ می‌دهد که آیا طول موج را کاهش دهیم (فرکانس را افزایش دهیم) یا طول کاواک را افزایش دهیم.

فاز Gouy که توسط مودها انباسته می‌شود به محدوده ریلی بستگی دارد، بنابراین فاصله این قله‌های مود به ضرایب و کاواک بستگی دارد. حتی می‌توانیم مقدار  $g_1 g_2$  را بر اساس فاصله اندازه‌گیری شده مودها محاسبه کنیم. (به تمرین ۱۰.۷ مراجعه کنید.)

$$g_1 g_2 = \cos^2(\pi a) \quad (28.7)$$

در اینجا کسری از  $\lambda/2$  است که PZT برای رفتن بین دو مود فضایی مجاور باید حرکت کند. در عمل، به راحتی به عنوان فاصله بین دو قله مود فضایی مجاور در اسیلوسکوپ تقسیم بر فاصله بین دو قله مود TEM.. اندازه‌گیری می‌شود. در کاواکی که به درستی تراز شده باشد، قله‌های مود TEM.. بلندترین قله‌ها بوده و به راحتی قابل شناسایی هستند. شرط دوم در کادر بالا به ما یادآوری می‌کند که برای اینکه یک مود تشذیبد شود، باید توسط یک منبع خارجی انرژی هدایت شود. این می‌تواند یک محیط فعال مانند مورد کاواک لیزری باشد. با این حال، در اینجا فقط در نظر داریم که کاواک را با یک پرتو خارجی که به کاواک در آینه ورودی برخورد می‌کند، هدایت کنیم. معمولاً مطلوب است که تا آنجا که ممکن است نور به مود تشذیبد وارد شود. در این حالت، کاواک باید با پرتویی به شکل پرتوی تغذیه شود که به طور طبیعی تشذیبد می‌شود. به یاد داشته باشید که تزویج به کاواک به تداخل مخرب بین پرتو منعکس شده سریع و پرتو نشستی کاواک متکی است. بنابراین، پرتو ورودی در حالت ایده‌آل باید در همان مود TEM<sub>mn</sub> با تشذیبد مورد نظر باشد و مهمتر از همه، پارامترهای هندسی یکسانی داشته باشد: موقعیت کمر و اندازه کمر مشابه با پرتو تشذیبد. دستیابی به این امر می‌تواند کمی مشکل باشد. این فرآیند به عنوان "تطبیق مودها"<sup>۵</sup> شناخته می‌شود و در آزمایش زیر با جزئیات بیشتر توضیح داده شده است.

---

<sup>۴</sup> یک مبدل پیزوالکتریک (Piezoelectric Transducer (PZT) با تغییر اندازی طول خود متناسب با پتانسیل به پتانسیل الکتریکی پاسخ می‌دهد. با نصب آینه بر روی چنین دستگاهی، تنظیم دقیق موقعیت را به دست می‌آوریم. حداقل حرکت آینه معمولاً در مرتبه میکرون است که برای جابجایی فاصله‌های آینه در حدود چند طول موج یا کمتر در نور مرئی یا نزدیک به مادون قرمز عالی است.

<sup>۵</sup> Mode Matching

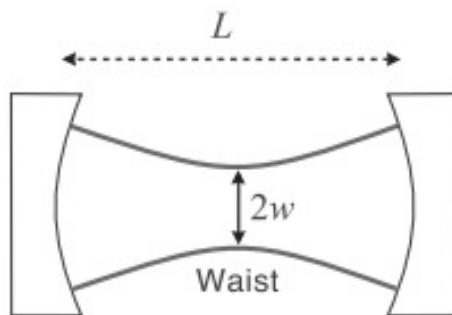
## تمرینات

- تمرین ۱ معادله (۸.۷) از معادله (۷.۷) بدست آورید.  
راهنمائی: علامت مثبت در رابطه درجه دوم منجر به  $u_c \rightarrow u_i$  به صورت  $r_1 \rightarrow$  می‌شود. با نظر گرفتن علامت منفی منجر به  $-u_i \rightarrow u_c$  به صورت  $r_1 \rightarrow$  می‌شود. از آنجایی که میدان ورودی و میدان کاواک در آینه ورودی هم فاز هستند، علامت مثبت را علامت صحیح برای انتخاب درنظر گیرید.
- تمرین ۲ معادله (۱۰.۷) را از اصل بقاء انرژی بدست آورید.
- تمرین ۳ (مسئله کامپیوتری) برای یک کاواک موج مسطح بدون تلفات، توان کاواک را به عنوان تابعی از ضریب انتقال آینه ورودی  $t_i < t_e$  رسم کنید. ضریب انتقال آینه انتهایی  $t_e = ۰/۱$  است. حداکثر توان کاواک در چه مقدار  $t_i$  رخ می‌دهد؟
- تمرین ۴ یک کاواک موج مسطح را در نظر گیرید. در تمرین ۷، شما نشان دادید که با توجه به مقداری از  $t_e$ ، مقدار بهینه  $t_i = t_{crit}$  وجود دارد که قدرت کاواک را به حداکثر می‌رساند. به نظر می‌رسد که تلفات نوری در کاواک باعث افزایش  $t_{crit}$  می‌شود. کاواکی که در آن  $t_i < t_{crit}$  به نام زیر تزویج undercoupled شناخته می‌شود. کاواک‌هایی با  $t_i > t_{crit}$  به نام تزویج بیش از حد overcoupled شناخته می‌شوند. کاواکی که در آن  $t_i = t_{crit}$  به نام تزویج بحرانی critically coupled نامیده می‌شود. تلفات نوری را در تحلیل ارائه شده در این فصل وارد کنید و عبارتی برای  $t_{crit}$  بر حسب  $t_e$  و افت نوری رفت و برگشتی  $\beta$  بیابید. (در اینجا،  $\beta$ ، توان کسری از دست رفته در هر رفت و برگشت بدون تلفات ناشی از انتقال از طریق آینه ورودی یا آینه انتهایی است).
- تمرین ۵ نشان دهید که محدوده طیف آزاد کسری کوچک،  $\frac{\lambda}{2L}$  از فرکانس لیزر است و این کسر فقط برای کاواک‌هایی با طول "ماکروسکوپی" کوچک است.
- تمرین ۶ انرژی  $E$  ذخیره شده در کاواکی به طول  $L$  چگونه با توان  $P_{cav}$  در حال گردش در کاواک مرتبط است؟
- تمرین ۷ ثابت کنید برای یک کاواک بدون افت،  $Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E}$  بر معادله (۱۸.۷) دلالت دارد.  
راهنمائی: ابتدا نشان دهید که برای یک کاواک بدون تلفات،  $\Delta E$  برابر  $\frac{P_{cav}\lambda_n}{c}$  است. استدلال کنید که وقتی میدان ورودی خاموش است، انرژی از دست رفته در هر چرخه چهار برابر انرژی ورودی لیزر در تشديد است. سپس از نتیجه تمرین ۶.۷ استفاده کنید.
- تمرین ۸ نشان دهید که تحت تقریب  $1 + T_e \ll T_i \ll T_e$  معادله (۱۹.۷) از معادله (۱۰.۷) و معادله (۱۸.۷) با جایگزینی  $T_e \equiv t_e^*$  با  $T_e + \beta$  به دست می‌آید.

• تمرین ۹ بهترین آینه‌های موجود دارای تلفات نوری در محدوده قطعه در میلیون هستند. حداکثر برازنده‌گی که می‌توانید کاواک با دو آینه  $10\text{ ppm}$  ایجاد کنید چقدر است؟ (برای این مسئله، فرض کنید می‌توانید آینه‌هایی با هر قابلیت انتقالی که دوست دارید به دست آورید). حالا فرض کنید کاواک متقارن شما شعاع پرتو یک سانتی‌متری روی آینه‌ها دارد. شعاع آینه‌ها چقدر باید باشد تا تلفات پراش با سایر تلفات برابر باشد؟ فرض کنید رزونانس مود  $\beta = 1\text{ ppm}$  و  $TEM_{00}$  است.

• تمرین ۱۰ از معادله (۱۰.۴) برای اثبات معادله (۲۸.۷) استفاده کنید. در مورد یک کاواک نیمه متقارن (یک آینه تخت،  $g_1 = 1$ ، یک آینه مقعر،  $g_2 < 1$  است).

• تمرین ۱۱ در هر کاواک نوری تشید پایدار با طول  $L$ ، شعاع  $R$  انحنای جبهه موج در آینه‌های کاواک با آینه‌ها مطابقت دارد. تنها با استفاده از این اطلاعات و ویژگی‌های انتشار یک پرتو گوسی ( $TEM_{00}$ ) شعاع پرتو  $w$  را در کمر یک کاواک متقارن و پایدار می‌یابیم. شکل زیر پیکربندی را نشان می‌دهد. (طرح‌های پرتو نشان میدهد که کانتور دامنه  $\frac{w}{e}$  است، که در آن  $w$  دامنه میدان در محور نوری است. از آنجایی که شعاع عرضی است که دامنه آن به  $\frac{1}{e}$  از حداکثر آن کاهش یافته است، قطر پرتو  $2w$  است).



راه حل مشخص شده در مثال ۲.۷ را دنبال کرده، "عملیات جبر" را برای تأیید معادله (۲۵.۷) کامل کنید.

• تمرین ۱۲ (مسئله کامپیوتی) درخشنده‌گی مجموع مودهای کاواک گوسی هرمیت  $TEM_{00}$  و  $TEM_{10}$  را رسم کنید. این مود گاهی اوقات "مود دونات" نامیده می‌شود. راهنمائی: از معادله (۱۳.۴) استفاده کنید.

## ۴.۷ آزمایش: تشدید کاواک نوری

### اهداف

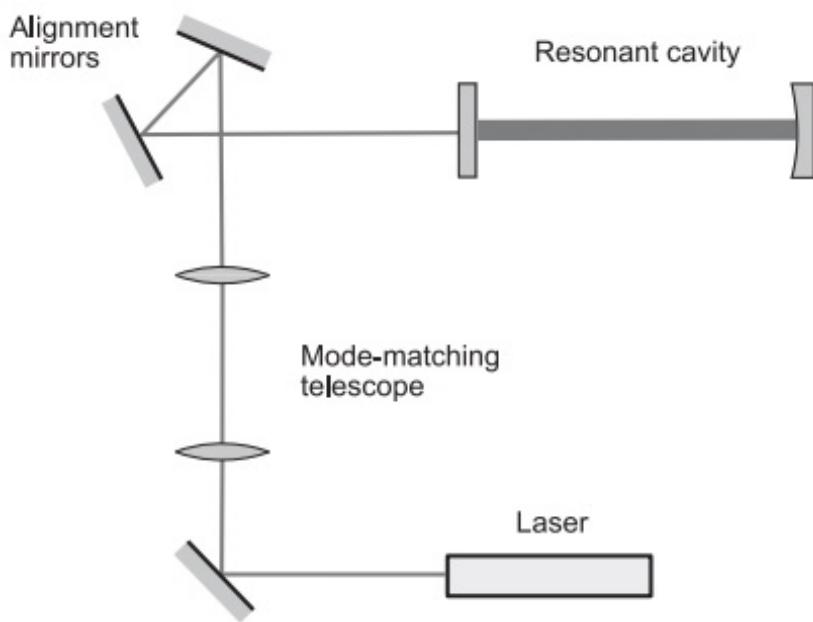
۱. طراحی زنجیره نوری مورد نیاز برای بهدست آوردن یک کاواک نوری مود تطبیقی.
۲. تراز کاواک و مشاهده خروجی آن و مقایسه با مودهای هرمیت-گوسی.
۳. راهاندازی طول کاواک با آینه نصب شده با پیزو. مقایسه فاصله مودها با انتظارات خود.

### تجهیزات مورد نیاز

- می‌توانید از لیزر کاواک باز که در آزمایش لیزر هلیوم-نئون، فصل ششم تراز کرده‌اید، یا هر لیزر هلیوم-نئون با کیفیت خوب (کمتر از پنج میلیوات) استفاده کنید.
- آینه ورودی ( $R \leq 95\%$ ) بازتابنده، صاف و صیقلی در دو طرف.
- آینه انتهایی ( $R \leq 99\%$ ) شعاع انحنای  $\sim 0.5$  متر، جلا داده شده در دو طرف. آینه باید روی PZT نصب شود تا امکان تنظیم طول کاواک فراهم شود. PZT باید حلقوی باشد تا نور بتواند بدون مانع از مرکز آینه عبور کند. اگر PZT حلقوی در دسترس نباشد، می‌توان یک کاواک تا شده با استفاده از یک آینه اضافی، مسطح و با قابلیت بازتاب زیاد متصل به PZT یا محرک دیگر ایجاد کرد.
- مولد تابع<sup>۶</sup> که می‌تواند PZT را با امواج دندانه ارهای یا مثلثی در محدوده  $10 - 1/10$  هertz به حرکت درآورد و دامنه جابجایی حداقل  $\lambda/2$  را ایجاد کند. بسته به مولد تابع و PZT، ممکن است به یک تقویت کننده ولتاژ متوسط نیز نیاز داشته باشید تا ولتاژ کافی به PZT ارائه کند.
- دسترسی به مجموعه‌ای از عدسی‌ها با طیف وسیعی از فواصل کانونی. مجموعه‌ای با حدود  $10$  تا  $20$  عدسی و فاصله کانونی بین  $25$  میلی‌متر تا  $1000$  میلی‌متر باید کافی باشد.
- دوربین CCD یا CMOS با تنظیم دستی روزنہ (دیافراگم) و قابلیت فیلمبرداری با حداقل  $15$  عکس در ثانیه.
- مجموعه‌ای از فیلترهای چگالی خنثی یا برش‌های شیشه‌ای برای کاهش درخشندگی پرتو تا سطوح قابل کنترل توسط دوربین.
- جداساز نوری (مثلاً جداکننده (ایزولاتور) فاراده<sup>۷</sup>).

<sup>6</sup>Function generator

<sup>7</sup>Faraday isolator



شکل ۶.۷: طرح احتمالی آزمایش یک صفحه نمایش، دوربین یا یک فتودیود در پشت آینه انتهایی قرار می‌گیرد تا شکل‌های مود تشیدید را مشاهده کرده یا توان نوری را نظارت کنید.

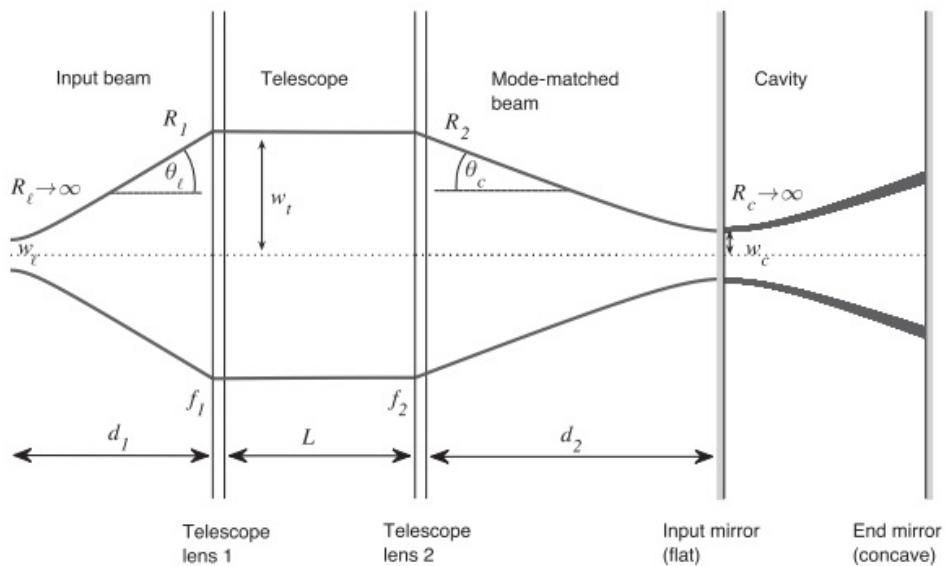
### راهاندازی مودهای تشیدید کاواک

یک کاواک تشیدید با یک آینه انتهایی خمیده و یک آینه ورودی صاف راه اندازی کنید. شکل (۶.۷) یک چینش ممکن را نشان می‌دهد. کاواک باید از نظر نوری پایدار باشد ( $g_1 g_2 < 0$ ). از پرتو لیزر هلیوم نئون برای تحریک مودهای نوری کاواک استفاده کنید. کاواک هنوز با مود تطبیق ندارد، بنابراین ممکن است بسیاری از مودهای درجه بالاتر را مشاهده کنید که تحریک شده‌اند

**توصیه‌ها** جداکننده نوری را بین لیزر و کاواک قرار دهید تا از ایجاد تداخل سنج پارازیتیک توسط آینه خروجی HeNe با کاواکی که تنظیم کرده‌اید جلوگیری کند.

### تطبیق مودی

هدف از تطبیق مود این است که پرتو تابشی به‌شکل پرتویی باشد که به‌طور طبیعی در کاواک تشیدید می‌شود. که توان تزویج شده در کاواک را به‌بیشینه می‌رساند. انتخاب عدسی‌های مناسب برای تلسکوپ منطبق با مود و تعیین محل قرارگیری آنها می‌تواند دلهزه آور به‌نظر برسد. با انتخاب آینه‌های کاواک و طول کاواک پایدار از نظر نوری شروع کنید. از آینه ورودی تخت و آینه انتهایی مکرر استفاده کنید. بداین ترتیب، نیازی به جبران این واقعیت نیست که آینه ورودی به عنوان عدسی برای پرتو وارد شده به کاواک عمل می‌کند. از آنجایی که آینه ورودی شما صاف است، کمر کاواک در آینه ورودی قرار می‌گیرد. (کاواک معادل یک کاواک متقارن با دو برابر طول است. در یک کاواک متقارن،



شکل ۷.۷: تلسکوپ منطبق با مود با پرتوی ستونی بین دو عدسی. پرتو نزدیک به عدسی تلسکوپ ۱ با زاویه  $\theta_l$  نسبت به محور نوری واگرا می‌شود. پرتو خروجی از عدسی تلسکوپ ۲ با زاویه  $\theta_c$  نسبت به محور نوری همگرا می‌شود.

کمر در مرکز قرار دارد). شعاع کمر  $w_c$  را برای پرتویی که به طور طبیعی در این کاواک تشیدید می‌شود محاسبه کنید. (به تمرين ۱۱.۷ مراجعه کنید). اکنون اندازه‌گیری‌های کافی از پرتو خروجی لیزر خود انجام دهید تا بتوانید شعاع دور کمر پرتو و محل آن (که ممکن است داخل خود لیزر باشد) را پیدا کنید. اکنون وظیفه شما این است که مود لیزر را با مود کاواک تطبیق دهید - برای تبدیل پرتوی که از لیزر خارج می‌شود به پرتویی با کمر درست در آینه ورودی به کاواک و دارای شعاع  $w_c$  دقیقی است که قبلاً پیدا کردید. دو رویکرد نسبتاً ساده برای تطبیق مود وجود دارد که در زیر مورد بحث قرار گرفته است. روش اول ساده‌تر است اما می‌تواند فضای نسبتاً زیادی را اشغال کند. روش دوم زمانی که فضا بسیار محدود است، جایگزینی را ارائه می‌دهد. از هر روشی که استفاده می‌کنید، راه حل خود را با انتشار (با استفاده از روش ABCD) پرتو از لیزر به کاواک از طریق تلسکوپ تطبیق مود پیشنهادی خود بررسی کنید.

### روش تطبیق مودی ۱- تلسکوپ ستونی

این روش ساده‌ترین است زیرا شامل محاسبه بسیار کمی برای بدست آوردن سیستمی است که به خوبی با مود تطبیق دارد. این روش مبتنی بر مشاهده است که اندازه یک کمر با شبیب (در میدان دور) که با آن پرتو به کانون نزدیک می‌شود، نسبت معکوس دارد. تلسکوپی مانند آنچه در شکل (۷.۷) نشان داده شده است را در نظر بگیرید. عرض پرتو

ستونی شده در تلسکوپ  $w_t \approx \theta_t f_1 \approx \theta_c f_2$  است. اعمال معادله (۱۵.۴) می‌دهد

$$\frac{w_c}{w_t} = \frac{f_2}{f_1} \quad (۲۹.۷)$$

بنابراین، اگر اندازه دور کمر در لیزر  $w_t$  و اندازه کمر مورد نظر برای کاواک  $w_c$  را بدانیم، در این صورت تطبیق مود ساده است، مشروط بر اینکه بتوان مجموعه‌ای از عدسی‌ها را با معادله (۲۹.۷) ارضا کنند پیدا کرد. مزیت قابل توجه این روش این است که فاصله بین عدسی‌های  $f_1$  و  $f_2$  می‌تواند کمی متفاوت باشد تا موقعیت مناسبی برای کاواک نسبت به لیزر داشته باشد. همچنین، اگر نسبت  $f_2/f_1$  کاملاً مناسب نباشد، فاصله بین این عدس‌ها را می‌توان تغییر داد و مقداری «تنظیم خوب» برای بهبود تطبیق مود ارائه کرد.

عیب اصلی این روش این واقعیت است که دور بودن عدسی‌ها از کمر  $z_t > z_c > f_1 > f_2$  متنکی است (که در آن  $z$  و  $z_c$  محدوده‌های ریلی، معادله (۶.۴) به ترتیب در مورد لیزر و کمر کاواک هستند.). با این حال، بسیاری از لیزرها دارای محدوده ریلی بسیار طولانی هستند و بنابراین ممکن است  $f_1$  به طور غیرعملی بزرگ باشد. یکی از راه‌های حل این مسئله، اضافه کردن یک عدسی سوم قبل از  $f_1$  با فاصله کانونی نسبتاً کوتاه، شاید چند صد میلی‌متر است. عدسی جدید پرتو را به کمری می‌رساند که کوچکتر از کمر لیزر اصلی است. این کمر جدید تبدیل به  $w_t$  جدید می‌شود و محدوده ریلی کوتاه‌تری نسبت به لیزر دارد. بنابراین،  $f_1$  می‌تواند مقدار معقولی کمی داشته باشد. انتخاب دقیق فاصله کانونی و موقعیت برای این عدسی جدید همچنین می‌تواند یافتن یک جفت عدسی را که معادله معادله (۲۹.۷) را برآورده می‌کنند، آسان‌تر کند.

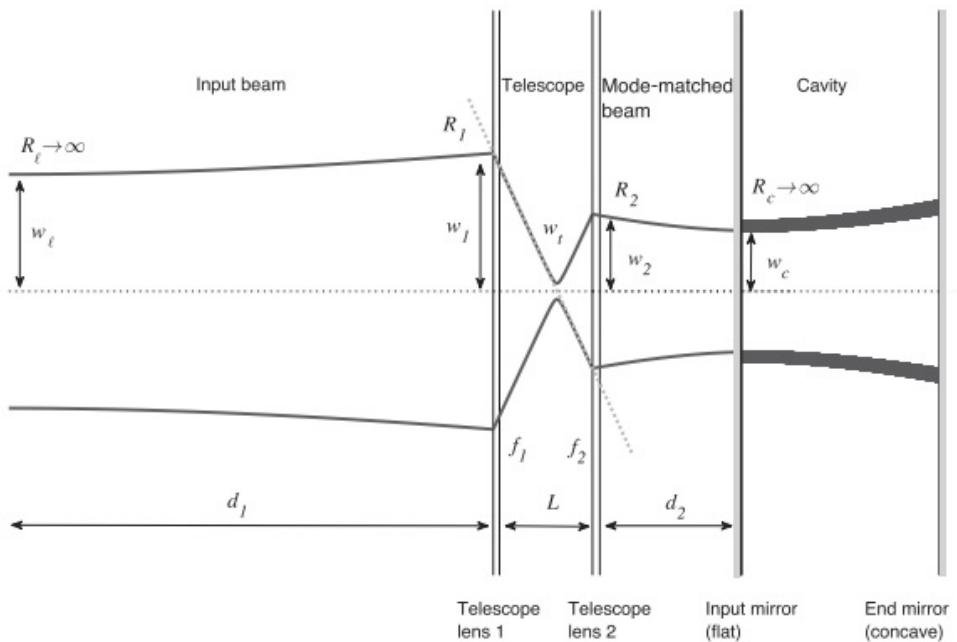
## روش تطبیق مودی ۲ - تلسکوپ نیوتونی

این رویکرد مبتنی بر این مشاهدات است که یک تلسکوپ دو آینه نسبتاً کوتاه که در آن پرتو بین عدسی‌ها مرکز می‌شود، با اپتیک هندسی کاملاً دقیق توصیف می‌شود. مزیت اصلی این روش این است که به شما امکان می‌دهد از یک تلسکوپ تطبیق مود دو عدسی استفاده کرده که فضای کوچکی را اشغال می‌کند. یافتن راه حل مناسب کمی دشوار است زیرا اکنون سه پارامتر وجود دارد که بهشت بر عملکرد تلسکوپ تأثیر می‌گذارد:  $f_1$ ,  $f_2$  و همچنین طول تلسکوپ  $L$ . با مراجعه به شکل ۸.۷، معادلاتی که استفاده می‌کنیم عبارتند از:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1 + w_2/w_1}{L} \quad (۳۰.۷)$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{R_2} + \frac{1 + w_1/w_2}{L} \quad (۳۱.۷)$$

این روابط با این فرض به دست می‌آیند که تلسکوپ به اندازه کافی کوتاه است که اپتیک هندسی توصیف مناسبی از رفتار آن را ارائه می‌دهد. این مستلزم آن است که محدوده ریلی کمر تلسکوپ بسیار کوتاه‌تر از فاصله کانونی دو عدسی باشد:  $f_1, f_2 \gg z_t$ . برای استفاده از این روش، ابتدا مقداری فاصله مناسب  $d_1$  از کمر لیزر تا اولین عدسی تلسکوپ را انتخاب کنید (شکل ۸.۷). پرتو را از کمر  $w_t$  به‌اولین عدسی تلسکوپ انتشار



شکل ۸.۷: یک تلسکوپ تطبیق مود نیوتونی که یک کاواک بدنبال دارد. مقیاس عمودی برای نشان دادن شکل پرتو بسیار اغراق آمیز است. مقادیر مختلف مورد استفاده در محاسبه تطبیق مود نشان داده شده است. این واقعیت که خط مورب نقطه چین از عرض پرتو در هر دو طرف کانون پیروی می‌کند، نشان می‌دهد که توصیف اپتیک هندسی صرفاً از تلسکوپ کافی است.

دهید و اندازه پرتو  $w_1$  و شعاع انحنای  $R_1$  را در اولین عدسی تلسکوپ بدست آورید. سپس مقداری فاصله مناسب  $d_2$  بین عدسی تلسکوپ دوم و ورودی کاواک را انتخاب کنید. (ممکن است منطقی باشد که  $d_2$  را تقریباً با طول کاواک خود انتخاب کنید.) دور کمر هدف را به سمت عقب به طرف عدسی تلسکوپ دوم پخش کنید تا عرض پرتو  $w_2$  و شعاع انحنای  $R_2$  را در عدسی تلسکوپ دوم پیدا کنید. اکنون سه پارامتر آزاد وجود دارد: طول تلسکوپ  $L$  و فواصل کانونی  $f_1, f_2$  عدسی‌های تلسکوپ.

### تحلیل مودها

هنگامی که راه حلی برای تطبیق مود دارید، برای به حداقل رساندن تشدید کاواک، زمانی را صرف تراز کردن تلسکوپ و پرتو تطبیق مود کنید. برای به حداقل رساندن انحراف، مهم است که پرتو از مرکز عدسی‌های تلسکوپ عبور کند. (اگر پرتو از مرکز عبور کند، همانطور که قبل از قرار دادن عدسی‌ها در پایین دست بود، به همان نقطه برخورد می‌کند.) هنگامی که مطمئن شدید همه چیز در یک راستا قرار دارند، کمی با کاواک و تراز پرتو ورودی بازی کنید تا رزونانس به دست آورید. برای انواع مودهای هرمیت گوسی ( $TEM_{mn}$ ) درجه پایین. اگر کاواک خیلی خوب تراز باشد، ممکن است ترکیب متقارن حالت های  $TEM_{..}$  مانند "مود دونات" را مشاهده کنید:  $TEM_{..} + TEM_{\perp\perp}$ . دوربینی را بعد از آینه انتهایی

کاواک قرار دهید تا پرتو نشتی را از طریق این آینه دریافت کند. نمونه‌هایی از چندین مود تشدید را ضبط کنید. به سطح متقاطع تصاویری که به دست آورده‌اید تناسب داشته باشید و هرگونه انحراف از هرمیت-گوسی‌های خالص را توضیح دهید.

**توصیه‌ها** اگر حالت‌ها خیلی سریع پیش می‌روند که دوربین شما نمی‌تواند در مود فیلمبرداری آن را بگیرد، سعی کنید یک جعبه مقواپی کوچک روی کاواک قرار دهید که سوراخ‌هایی برای پرتوهای ورودی و خروجی بریده شده است. این ممکن است به جریان هوا و تغییرات دما کمک کند. مراقب باشید که کاواک در این فرآیند بهم نخورد.

دستگاه PZT را به یک مولد تابع متصل کنید. ولتاژ دندان اره‌ای آهسته  $0,3 \sim 0,5$  هرتز را به PZT اعمال کنید. دامنه موج دندانه اره از مولد سیگنال باید برای روبش (اسکن) آینه در فاصله حداقل یک نیم طول موج کافی باشد. در حالی که طول کاواک را به این روش اسکن می‌کنید، از دوربینی استفاده کنید که پرتو نشتی را از کاواک دریافت می‌کند تا از نور منتقل شده از آینه انتهایی فیلم بگیرید. نشان دهید که ترتیب مودهای  $TEM_{mn}$  همانطور که از فاز Gouy مودها انتظار می‌رود ظاهر می‌شود. در نهایت، دوربین را با یک فتودیود جایگزین کنید و قدرت نور ارسالی را بصورت تابعی از زمان به دست آورید، زیرا با سرعت بسیار بیشتری اسکن می‌کنید، در حدود ۳ تا ۱۰ هرتز، همچنان مطمئن شوید که دامنه اسکن برای پوشش حداقل نیم طول موج کافی است. به یک محدوده طیفی آزاد فاصله پیکهای انتقال مود بالاتر را بر حسب ضریب و کاواک خود توضیح دهید. آیا دامنه نسبی مودهای مرتبه بالاتر باید به پایداری کاواک بستگی داشته باشد؟

### ایده‌هایی برای بررسی بیشتر

کاواک را طوری تراز کنید که فقط مودهای متقارن کروی بدست آید. از تعدادی از اینها عکس بگیرید و آنها را از نظر کمی با مجموعه‌ای از توابع متعارف متعامد بنام لagger گاوی مقایسه کنید. مانند هرمیت-گوسیها، لagger-گوسی پایه‌ای برای مودهای یک کاواک تشکیل می‌دهند.

از یک مقسم پرتو برای هدایت بخشی از پرتوی شناخته شده که از آینه ورودی کاواک شما منعکس شده است به یک فتودیود هدایت کنید. از فتودیود برای اندازه‌گیری توان بازتاب شده از کاواک در هنگام تشدید کاواک و زمانی که غیر رزونانسی است استفاده کنید. (کاواک را به آهستگی از طریق تشدید هدایت کنید). از اطلاعات برای مشخص کردن سطح تطبیق مودی که به دست آورده‌اید استفاده کنید. اگر قدرت انتقال یافته توسط کاواک را نیز اندازه‌گیری کرده‌اید، در مورد تلفات نوری و سطح تزویج کاواک چه می‌توانید بگویید؟



## فصل ۸

### قطبیش

#### ۱.۸ قطبیش نور

امواج الکترومغناطیسی که در خلاء یا هر محیط خطی<sup>۱</sup> حرکت می‌کنند، امواج عرضی هستند. میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی عمود بر جهت حرکت موج و عمود بر یکدیگر هستند. جهت حرکت موج  $E \times B$  است. میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با یکدیگر هم فاز هستند و دامنه‌های بردار میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی با سرعت نور<sup>۲</sup> در محیط با رابطه زیر بهم مرتبط هستند.

$$B_0 = \frac{\hat{z} \times E_0}{v} \quad (1.8)$$

پس در محیط خلاء یا خطی، همیشه می‌توان میدان مغناطیسی را از میدان الکتریکی پیدا کرد و بالعکس، بنابراین کافی است یکی یا دیگری را مشخص کنید. انتخاب معمول این است که میدان الکتریکی را مشخص کنید. بنابراین، بیان قطبیش (پلاریزاسیون)<sup>۳</sup> همیشه بهویژگی‌های بردار میدان الکتریکی اشاره دارد. به عنوان مثال، یک موج الکترومغناطیسی مسطح پلاریزه (قطبیده) در جهت  $z^+$  که در جهت  $y$  حرکت می‌کند، بصورت زیر نوشته می‌شود.

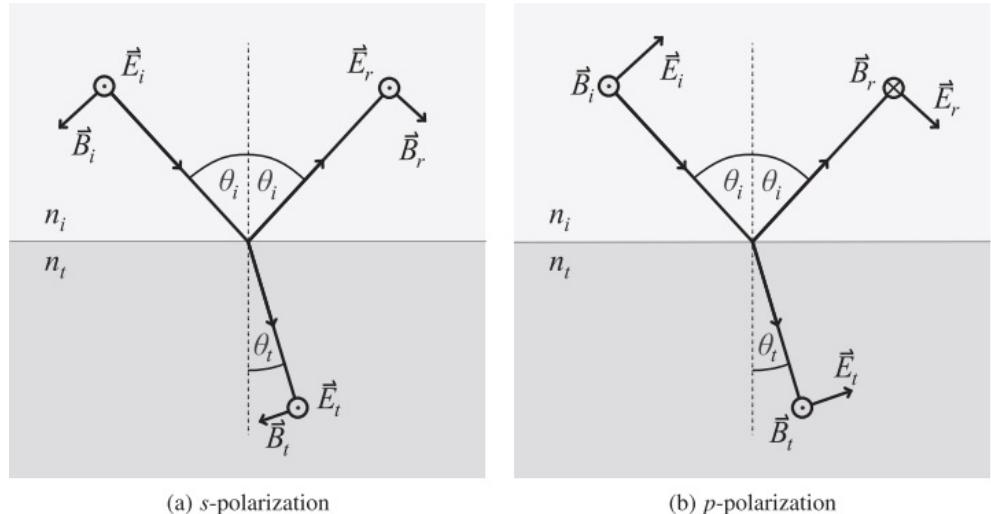
$$E(z, t) = \hat{y} E_0 \cos(kz - \omega t) \quad (2.8)$$

$$B(z, t) = -\hat{x} B_0 \cos(kz - \omega t) \quad (3.8)$$

اگر جهت  $\hat{y}$  با محور عمودی مطابقت داشته باشد، آن را یک موج مسطح با "قطبیش عمودی" می‌نامیم، حتی اگر میدان مغناطیسی (که به اندازه میدان الکتریکی انرژی دارد) به صورت افقی باشد.

<sup>۱</sup>محیط خطی ماده‌ای است که با جایگزینی‌های زیر در معادلات ماکسول در خلاء توصیف می‌شود:  $\epsilon_0, \mu_0 \rightarrow \mu$

<sup>۲</sup>Polarization



شکل ۴.۸: بازتاب در سطح مشترک دو محیط. با مراجعه به معادلات (۴.۸) - (۴.۹) در  $r = ۰, t = ۰$  جهت میدان مربوط به مقادیر مثبت  $u_{i_r}, E_{i_r}$  مربوط به  $u_t$  مثبت و  $E_t$  مثبت و جهت میدان مربوط به  $u_t$  مثبت را نشان می‌دهد. جهت میدان مغناطیسی مربوطه  $B$  نیز نشان داده است. (اگرچه به نقطه انعکاس/انتقال در سطح مشترک اشاره دارد، من بردارهای میدان را با فاصله کمی دورتر برای واضح نشان داده‌ام. برای اینکه کاملاً درست باشد، بردارهای میدان باید در خود سطح مشترک نشان داده شوند).

به طور کلی، یک موج الکترومغناطیسی که از دو مولفه تشکیل شده است، می‌توان آنرا با توجه به مجموعه‌ای عرضی از بردارهای پایه، مانند  $\hat{x}$  و  $\hat{y}$  بیان کرد. با توجه به این مثنا،  $E_x(zt)$  مولفه  $x$  قطبش و  $E_y(zt)$  مولفه  $y$  است. عبارت کلی میدان الکتریکی یک موج مسطح که در جهت  $\hat{z}$  حرکت می‌کند هر دو این مولفه‌ها را در بر می‌گیرد.

$$\mathbf{E}(z, t) = \hat{x}E_x(zt) + \hat{y}E_y(zt) \quad (4.8)$$

$$= \hat{x}u_x \cos(kz - \omega t - \phi_x) + \hat{y}u_y \cos(kz - \omega t - \phi_y) \quad (5.8)$$

که در آن میدان‌های مولفه‌های پلاریزاسیون مربوطه با امواج مسطح بسط داده شده است. دامنه‌های  $u_x$  و  $u_y$  ثابت هستند و مولفه‌ها ممکن است دارای اختلاف فاز متفاوت  $\phi_x$  و  $\phi_y$  باشند.

هنگامی که یک پرتو پلاریزه خطی روی مرز یک دیالکتریک برخورد می‌کند، مقداری از پرتو به طور کلی منعکس شده و برخی منتقل می‌شود. در این شرایط، مشخص کردن حالت قطبی شدن نسبت به صفحه تابش معمول است. صفحه تابش صفحه‌ای است که توسط پرتو تابشی و بازتابی ساخته شده است. اگر میدان الکتریکی پرتو تابشی عمود بر این صفحه باشد، به آن "s-polarized" می‌گویند. اگر میدان الکتریکی پرتو تابشی در صفحه تابش قرار داشته باشد، پرتو به عنوان "p-polarized"<sup>۳</sup> می‌نامند.

<sup>۳</sup> این نام‌گذاری‌ها از آلمانی می‌آیند که در آن «senkrecht» به معنای عمود بر هم است.

## ۲.۸ معادلات فرنل

یکی از دلایل مهم دانستن وضعیت پلاریزاسیون پرتوها این است که خواص بازتابی مواد وابسته به قطبش است. به عنوان مثال، نوری که از آب با زاویه کم منعکس می‌شود، عمدتاً به صورت افقی قطبی می‌شود زیرا قطبش افقی در آن شرایط بهتر از قطبش عمودی منعکس می‌شود. بنابراین عینک آفتابی پلاریزه با مسدود کردن نور پلاریزه افقی، تابش خیره کننده را کاهش می‌دهد.

معادلات فرنل کسر نور منعکس شده از سطح مشترک بین مواد دیالکتریک شفاف (هواء، آب، شیشه و غیره) را توصیف می‌کند. وضعیت در شکل (۱.۸) نشان داده شده است. این واقعیت که انکاس وابسته به قطبش است، نتیجه شرایط مرزی در مولفه موازی و عمود بر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در سطح مشترک است. برای مثال، مؤلفه میدان الکتریکی موازی با مرز تحت تأثیر مرز نخواهد بود در حالی که مؤلفه عمود بر مرز با نسبت ثابت‌های دیالکتریک در هر طرف مرز تغییر می‌کند. بنابراین، باید انتظار داشته باشیم که یک موج  $s$  قطبی شده، که میدان الکتریکی آن به گونه‌ای است که کاملاً موازی با مرز است، با دامنه متفاوتی نسبت به موج  $p$  قطبی شده که میدان الکتریکی آن دارای مؤلفه‌هایی عمود و موازی با مرز است منعکس می‌شود. این واقعیت با معادلات فرنل بیان می‌شود.

امواج تابشی، بازتاب و انتقالی موج مسطح بقرار زیر است:

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) = u_i e^{j(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})} \quad (6.8)$$

$$\mathbf{E}_r(\mathbf{r}, t) = u_r e^{j(\omega t - \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r})} \quad (7.8)$$

$$\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t) = u_t e^{j(\omega t - \mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r})} \quad (8.8)$$

که در آن  $k_s$  اعداد موج برداری هستند ( $|k| = \frac{\pi}{\lambda}$ ,  $\hat{\mathbf{k}} \propto \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ) و  $\hat{\mathbf{n}}_s$  جهت قطبش برای هر مؤلفه (که در همان صفحه جهت‌دار می‌مانند) هستند. برای قطبیت،  $\mathbf{r} = \mathbf{r}^+$  را در نقطه بازتاب در سطح مشترک دریافت می‌کنیم. یک تغییر فاز  $180^\circ$  می‌تواند در هنگام بازتاب رخ دهد اما نه انتقال، به این معنی که فرض کنیم  $u_i$  مثبت، و نیز  $u_t$  مثبت و اما  $u_r$  ممکن است مثبت یا منفی باشد. دامنه و ضرایب انتقال  $r$  و  $t$  به صورت زیر تعریف شده است:

$$r \equiv \frac{u_r}{u_i} \quad (9.8)$$

$$t \equiv \frac{u_t}{u_i} \quad (10.8)$$

معادلات فرنل  $r$  و  $t$  را برای هر دو قطبش  $s$  و  $p$  به دست می‌آید:

$$r_s = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (11.8)$$

$$r_p = \frac{n_i \cos \theta_t - n_t \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i} \quad (12.8)$$

$$t_s = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (13.8)$$

$$t_p = \frac{2n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i} \quad (14.8)$$

شکل (۱۵.۸) جهت میدان الکتریکی و مغناطیسی انتخاب شده برای مطابقت با دامنه موج مثبت را نشان می دهد<sup>۴</sup>. زاویه های  $\theta_i$  و  $\theta_t$  به ترتیب زوایای برخورد و ارسال هستند. برای اینکه این معادلات در عمل مفید واقع شوند، جایی که معمولاً فقط زاویه تابش را می دانیم،  $\cos \theta_t$  را با استفاده از

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \left(\frac{n_i}{n_t}\right)^2 \sin^2 \theta_i} \quad (15.8)$$

بدست می آوریم که از رابطه  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$  و قانون اسنل استفاده شده است. نسبت متناظر درخشندگی بازتابی یا ارسالی به درخشندگی تابشی که با حروف بزرگ نشان داده می شود، مانند

$$R_p = \frac{\text{درخشندگی بازتابی برای قطبش}}{\text{درخشندگی تابشی برای قطبش}} \quad (16.8)$$

از آنجایی که درخشندگی نور با مریع دامنه میدان الکتریکی متناسب است، نسبت های درخشندگی مربوطه فقط نسبت های مریع دامنه  $R_p = r_p^2, T_p = t_p^2, R_s = r_s^2, T_s = t_s^2$  هستند. در غیاب تلفات نوری، اصل بقاء انرژی ضروری است:

$$R_p + T_p = 1 \quad (17.8)$$

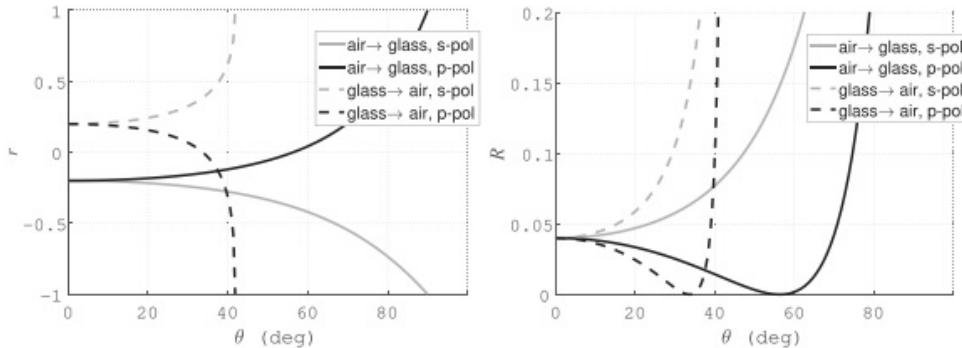
$$R_s + T_s = 1 \quad (18.8)$$

**مثال ۱.۸ سطح مشترک هوا ↔ شیشه** شاید مهمترین کاربرد معادلات فرنل یافتن انعکاس و انتقال نور به شیشه در هوا باشد. در حالی که سطوح بسیاری از دستگاه های نوری دارای پوشش های نوری هستند، موارد زیادی وجود دارد که از شیشه برخenne استفاده می شود. معادلات فرنل برای امواج مسطح که بر روی سطوح مسطح برخورد می کنند اعمال می شود. به طور محلی، (برای سطوح مقطع به اندازه کافی کوچک) همه پرتوها به خوبی توسط امواج مسطح تقریب می شوند و سطوح نوری صاف هستند. بنابراین، معادلات فرنل همیشه به صورت محلی اعمال می شوند. زمانی که

<sup>۴</sup> یک قرارداد علامت جایگزین و نسبتاً رایج برای جهت مثبت میدان بازتابی برای قطبش  $\square$  وجود دارد که برخلاف آنچه در اینجا استفاده شده است. یک اثر تاسف بار آن قرارداد این است که ضرایب بازتاب برای قطبش  $-p$  و  $s$  دارای علائم متضاد در موقع عادی هستند (که در آن هر دو قطبش از نظر فیزیکی یکسان رفتار می کنند). تحت آن قرارداد علامت، سمت راست معادله (۱۲.۸) یک علامت منفی کلی به دست می آورد.

جبهه موج پرتو نسبتاً صاف باشد و زاویه سطح نوری به طور قابل توجهی نسبت به قطر پرتو تغییر نمی‌کند، معادلات فرنل نیز تقریب خوبی به ضریب بازتاب متوسط روی یک پرتو کامل می‌دهد.

ضریب شکست عینک‌های نوری با توجه به نوع شیشه متفاوت است. ضریب شکست عینک‌های نوری رایج در طول موج‌های مرئی در حدود  $1/45$  برای شیشه سیلیسی تا  $1/5 - 1/6$  برای شیشه‌های اکلیلی و تا حدود  $1/7$  برای شیشه‌های چخماق متراکم<sup>۴</sup> متغیر است. استفاده از  $n = 1/5$  به عنوان یک مقدار مرجع برای "ضریب شکست شیشه" زمانی که نوع شیشه مشخص نیست و ما در این مثال به آن سنت پایبند هستیم، معمول است. ضریب شکست هوا به اندازه‌ای نزدیک به یک است که تفاوتی ندارد. ضرایب بازتاب و انتقال متوسط معادلات فرنل داده شده و در شکل زیر نشان داده است.



خطوط جامد مربوط به پرتوهایی هستند که از هوا به شیشه می‌گذرند در حالی که خطوط نقطه چین مربوط به پرتوهایی هستند که از شیشه به هوا می‌روند. ضرایب دامنه  $r_s$  و  $r_p$  در شکل سمت چپ نشان داده شده است. ضرایب تابش (یا توان)  $R_s$  و  $R_p$  در شکل سمت راست نشان داده شده است. توجه داشته باشید که در شکل سمت راست، مقیاس محور y گسترش یافته است. ویژگی‌های زیر قابل ذکر است:

دامنه پلاریزاسیون  $p$  منعکس شده علامت را تغییر می‌دهد و در زاویه "بروستر"<sup>۵</sup> از صفر می‌گذرد. در این زاویه پرتو بازتابی وجود ندارد و پرتو تابشی به طور کامل منتقل می‌شود. برای هوا به شیشه، زاویه بروستر  $56.3^\circ$  است.

برای امواجی که از ضریب شکست کم به بالا (شیشه → هوا) در تابش عمودی عبور می‌کنند، میدان الکتریکی منعکس شده در سطح مشترک در جهت مخالف میدان الکتریکی تابشی در سطح مشترک قرار می‌گیرد. (برای یک بدست آوردن از این روابط، کتاب گریفیث (۲۰)، بخش ۹.۳.۲ را توصیه می‌کنم). به همین دلیل، علامت منحنی‌های جامد در شکل سمت چپ بالا در تابش عمودی منفی است. برای امواجی که از ضریب شکست بالا به پایین (هوا → شیشه) در تابش عمودی عبور می‌کنند، میدان الکتریکی منعکس شده در همان جهت میدان الکتریکی تابشی قرار می‌گیرد. به همین دلیل، علامت منحنی‌های نقطه چین در شکل سمت چپ بالا در تابش عمودی مثبت است.

### ۳.۸ بردارهای جونز

همانطور که در فصل اول، معادله (۵.۸) معمولاً به صورت "محتلط" بیان می‌شود. تعمیم به صفحه مختلط، ریاضیات مورد نیاز برای جمع و تفریق امواج را به طور موثر ساده و نمایش اپتیک قطبی را آسان می‌کند. شکل مختلط معادله (۵.۸) به صورت زیر است:

$$\mathbf{E}(z, t) = \hat{\mathbf{x}} u_x e^{j(\omega t - kz)} + \hat{\mathbf{y}} u_y e^{j(\omega t - kz)} \quad (19.8)$$

اختلاف فاز قطبی  $\phi_x$  و  $\phi_y$  در دامنه‌های با مقدار مختلط مربوطه،  $u_x = |u_x|e^{j\phi_x}$  و  $u_y = |u_y|e^{j\phi_y}$  گنجانده شده‌اند.

اثر یک اپتیک پلاریزه بر حالت پلاریزاسیون با تأثیر بر دامنه‌های قطبی با مقدار مختلط،  $u_x$  و  $u_y$  توصیف می‌شود. نور پلاریزه می‌تواند توان اپتیکی یک یا هر دو مولفه پلاریزاسیون را کاهش دهد، بنابراین برای پیگیری تغییرات توان، مکانی را در زنجیره نوری (ممکن‌باشد در ابتدا) به عنوان مرجع انتخاب می‌کنیم. دامنه کلی پرتو در این نقطه مرجع  $u_0 = \sqrt{|u_x|^2 + |u_y|^2}$  است. دامنه‌های پلاریزاسیون هر یک را با دامنه مرجع  $u$  نرمالیزه می‌کنیم.

$$\mathbf{E}(z, t) = \left( \hat{\mathbf{x}} \frac{u_x}{u_0} + \hat{\mathbf{y}} \frac{u_y}{u_0} \right) u_0 e^{j(\omega t - kz)} \quad (20.8)$$

$$= (\hat{\mathbf{x}} J_x + \hat{\mathbf{y}} J_y) e^{j(\omega t - kz)} \quad (21.8)$$

$$= \mathbf{J} e^{j(\omega t - kz)} \quad (22.8)$$

مولفه‌های  $J_x$  و  $J_y$  را بنام بردار جونز<sup>۴</sup>،  $\mathbf{J}$  معروف هستند که وضعیت پلاریزاسیون پرتو را مشخص می‌کند. به عنوان مثال، یک پرتو پلاریزه عمودی ( $\hat{\mathbf{y}}$ ) توسط بردار جونز توصیف

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

بردار جونز در موقعیت مرجع در زنجیره اپتیک به دلیل نرمالیزه شدن دارای قدر واحد است.  $\mathbf{J}^*$  متناسب با توان نوری است، بنابراین بردار جونز ریدیابی توان از دست رفته در اپتیک پلاریزه را حفظ می‌کند. به عنوان مثال، اگر یک اپتیک پلاریزه توان نوری را به نصف در مقایسه با توان مرجع کاهش داده باشد،  $\mathbf{J}^* \cdot \mathbf{J} = \frac{1}{2}$

هنگامی که موج الکترومغناطیسی یک موج مسطح نیست، می‌توان از همین قالب استفاده کرد. به عنوان مثال، یک پرتو موازی محور<sup>۵</sup> دلخواه با دو مولفه قطبی آن نوشته شده است

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{J} u(x, y, z) e^{j(\omega t - kz)} \quad (23.8)$$

<sup>۴</sup>Jones Vector

<sup>۵</sup>Paraxial Beam

دامنه یکنواخت  $u_0$  در معادله (۲۰.۸) با دامنه میدان مختلط  $u(x, y, z)$  جایگزین شده است. معادله (۲۳.۸) یک روش فشرده و خوشایند برای توصیف یک پرتو موازی محور دلخواه است.

یک نکته احتیاطی: رابطه بندی برداری جونز فقط برای پرتوهایی اعمال می‌شود که همه فوتون‌ها در حالت قطبیش یکسان هستند. پرتوهای با قطبیش جزئی و پرتوهای با قطبیش مخلوط به پارامترهای بیشتری برای توصیف وضعیت خود نیاز دارند.<sup>۹</sup>

**مثال ۲.۸** میدان الکتریکی یک مود  $TEM_{mn}$  کاملاً قطبیده شده این زمان خوبی برای نوشتمن عبارت کامل میدان الکتریکی یک پرتو مود  $TEM_{mn}$ ، همراه پلاریزاسیون است. در معادله (۲۳.۸)،  $u(xyz)$  را از معادله (۱۳.۴) جایگزین می‌کنیم تا بهدست آید:

$$E(x, y, z) = Ju_0 \frac{w_0}{w(z)} H_m \left( \frac{\sqrt{y}x}{w(z)} \right) H_n \left( \frac{\sqrt{y}y}{w(z)} \right) e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}} e^{-jk \frac{x^2+y^2}{\lambda R(z)}} e^{j(\omega t - kz + \phi_0 + \theta_0)} \quad (24.8)$$

که در آن دور کمر در مبدا فرض شده و همه مقادیر به صورت قبل تعریف می‌شوند:

$z$  محور نوری،  $x$  و  $y$  مختصات عرضی هستند.

$\frac{2\pi}{\lambda}$  عدد موج، و  $\lambda$  طول موج است.

$\omega = 2\pi f$  فرکانس زاویه‌ای و  $f$  فرکانس است.

$J = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix}$  بردار جونز و  $J^* \cdot J = 1$  است.

دامنه  $u_0 \in \mathcal{R}$  ثابت است.

$w(z) = w_0 [1 + (\frac{z_0}{z})]$  شعاع پرتو (شعاع دامنه) است.

$R(z) = z [1 + (\frac{z_0}{z})]$  انحنای جبهه موج است.

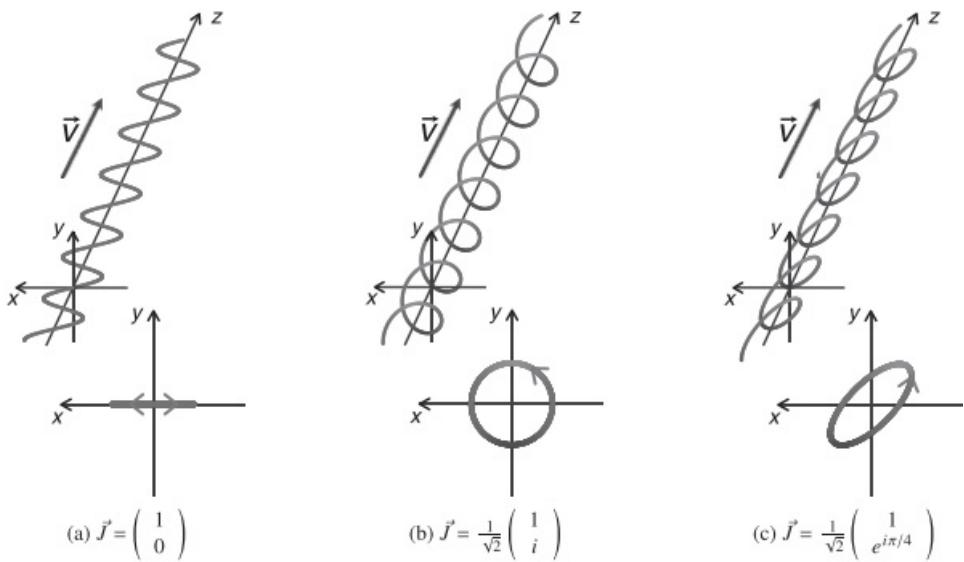
$\phi_0(z) = (1 + n + m) \tan^{-1} (\frac{z_0}{z})$  فاز گوی Gouy است.

$w_0$  و  $R_0$  شعاع پرتو و انحنای جبهه موج در کمر  $z = 0$  است.  $H_m$  و  $H_n$  چند جمله‌ای هرمیت و پائین‌ترین مرتبه  $1$  است.

$z_0 = \frac{\pi w_0}{\lambda}$  محدوده ریلی است.

من در اینجا اختلاف فاز ثابت را  $\theta_0$  آوردہام.

<sup>۹</sup> چنین پرتوهایی را می‌توان با یک "بردار استوکس" "چهار عنصری" توصیف کرد. اثر یک نوری با ضرب بردار استوکس با یک ماتریس مولر  $4 \times 4$  بهدست می‌آید. به عنوان مثال، به کتاب Bass (۲۰۱۰)، فصل چهاردهم را مطالعه کنید.



شکل ۲.۸: سه حالت قطبی شدن این نمودارها حرکت نوک بردار میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. شکل‌های بالایی "عکس‌های فوری snapshots" در برخی زمان‌های دلخواه هستند. شکل‌های پایینی حرکت در یک صفحه را در موقعیت  $z$  خاص با گذشت زمان نشان می‌دهند. (الف) قطبش افقی خطی. (ب) قطبش دایره‌ای چپگرد. (ج) بیضوی چپگرد.

### ۱.۳.۸ قطبش خطی، دایره و بیضی

شکل (۲.۸) حالت‌های قطبی شدگی خطی، دایره‌ای و بیضوی را نشان می‌دهد که توسط بردارهای جونز مربوطه برچسب گذاری شده‌اند. به طور کلی حالت‌های پلاریزاسیون را با پیگیری بردار میدان الکتریکی در یک صفحه در حالی که موج به صورت عمود بر صفحه حرکت می‌کند، تجسم می‌کنیم. از آنجایی که امواج الکترومغناطیسی عرضی هستند، بردار میدان الکتریکی همیشه در این صفحه قرار دارد. اگر نوک بردار میدان الکتریکی را در چنین صفحه‌ای به صورت تابعی از زمان رسم کنیم، می‌توانیم یک خط مستقیم، یک دایره یا یک بیضی به دست آوریم. (شکل پایینی ۲.۸) اگر نوک بردار میدان حرکت در جهت عقربه‌های ساعت را دنبال کند (به امتداد جهت حرکت موج  $E(r) \times B(r)$  نگاه می‌کند) آنگاه می‌گوییم که پرتو راستگرد "است. حرکت خلاف جهت عقربه‌های ساعت" قطبش چپگرد" است. ما به همان اندازه می‌توانیم یک "عکس فوری" ایستا (استاتیک) از موقعیت‌های نوک بردار میدان در امتداد محوری موازی با جهت حرکت بگیریم. (شکل بالایی ۲.۸) این عکس فوری ایستا از نوک‌های بردار میدان یک موج سینوسی ساده را برای پلاریزاسیون خطی و مارپیچ‌های دایره‌ای/بیضی برای قطبش‌های دایره‌ای/بیضی را نشان می‌دهد.<sup>۱۰</sup>

<sup>۱۰</sup> این واقعیت که عکس‌های فوری استاتیک برای قطبش‌های دایره‌ای/بیضوی چپگرد یک مارپیچ در جهت عقربه‌های ساعت را نشان می‌دهند، در ابتدا شگفت‌آور است. اما حرکت نوک بردار میدان را در صفحه  $xy$  در حین حرکت مارپیچ در امتداد محور  $z$  به جلو در نظر بگیرید. یک مارپیچ در جهت عقربه‌های ساعت منجر

## ۴.۸ ماتریس جونز

اثر یک نوری بر روی حالت پلاریزاسیون با ضرب بردار جونز  $J$  در یک ماتریس جونز  $2 \times 2$ ،  $M$  برای به دست آوردن یک بردار جونز جدید  $J'$  بدست می‌آید.

$$J' = MJ \quad (25.8)$$

به عنوان مثال، اثر یک قطبیش افقی که بر روی یک پرتو پلاریزه خطی  $45^\circ$  عمل می‌کند، با این عملیات بصورت زیر توصیف می‌شود.

$$\begin{bmatrix} J'_x \\ J'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (26.8)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27.8)$$

ماتریس جونز برای یک قطبیش افقی اثر حذف مولفه  $y$  قطبیش را دارد اما مولفه  $x$  را دست نخوردده باقی می‌گذارد. توجه داشته باشید که مربع دامنه بردار جونز با کسری برابر با توان پرتو تغییر می‌کند. قبل از قطبیشگر  $= |J'|^2$ ، در حالی که بعد از قطبیشگر  $\frac{1}{|J'|^2}$ .

به عبارت دیگر، قطبیشگر قدرت پرتو را تا  $50^\circ$  درصد کاهش می‌دهد.

ما همچنین می‌توانیم ماتریس جونز یک قطبیش‌کننده را پیدا کنیم که به گونه‌ای جهت‌گیری نشده است که یک پرتو پلاریزه  $x$  تولید کند، اما با زاویه‌ای  $\theta$  نسبت به محور  $x$  می‌چرخد. ماتریس جونز آن را با استفاده از چرخش مختصات بدست می‌آوریم. سیستم مختصات خود را با  $\theta - \pi/2$  می‌چرخانیم تا در سیستم مختصات جدید قطبیشگر در امتداد محور  $x$  قرار گیرد. سپس می‌توانیم ماتریس جونز را برای یک قطبیش‌کننده افقی قبل از چرخش به سیستم مختصات اصلی اعمال کنیم. با استفاده از ماتریس چرخش  $\Lambda(\theta)$  مربوط به چرخش‌های مختصات (چرخش‌های غیرفعال)

$$M' = \Lambda(\theta)^T M \Lambda(\theta) \quad (28.8)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (29.8)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (30.8)$$

برای اهداف ماتریس‌های جونز،  $\theta$  مثبت مربوط به دستگاه اپتیکی است که به معنای راستگرد با توجه به جهت پرتو می‌چرخد (یعنی در جهت عقربه‌های ساعت به پایین دست نگاه می‌کند). همانطور که انتظار می‌رود، اگر یک قطبیش افقی را از طریق  $\theta = 90^\circ$

به حرکت خلاف جهت عقربه‌های ساعت نوک بردار میدان در صفحه  $xy$  می‌شود.

بچرخانید، نتیجه یک قطبش عمودی است.

$$M' = \Lambda(90^\circ)^T M \Lambda(90^\circ) \quad (31.8)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (32.8)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (33.8)$$

**مثال ۳.۸ قانون مالوس** می‌توانیم از معادله (۳۰.۸) استفاده کنیم. برای یافتن اثر یک قطبش خطی در زاویه  $\theta$  نسبت به جهت قطبش یک پرتو قطبی شده خطی است. بردار جوائز اولیه را برای یک پرتو پلاریزه افقی ( $\hat{x}$ ) می‌گیریم و آن را در ماتریس (۳۰.۸) ضرب می‌کنیم.

$$J' = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34.8)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2 \theta \\ \cos \theta \sin \theta \end{bmatrix} \quad (35.8)$$

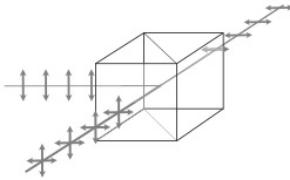
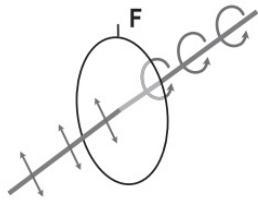
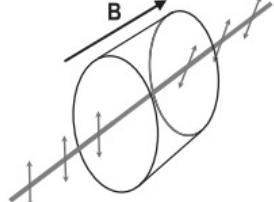
بنابراین،  $\theta = |J'|^2 = \cos^2 \theta + \cos^2 \theta \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$ . از اینرو درخشندگی  $I'$  یک پرتو قطبی شده خطی پس از عبور از قطبشگر در زاویه  $\theta$  نسبت به نور اصلی جهت قطبش پرتو است

$$I' = I \cos^2 \theta \quad (36.8)$$

که در آن  $I$  درخشندگی اصلی است. این رابطه به "قانون مالوس" Malus' Law معروف است.

ماتریس‌های جونز برای سه اپتیک پلاریزه رایج در جدول (۴.۸) نشان داده شده است. اثر اپتیک‌های پلاریزه چندگانه به صورت متواالی با ضرب ماتریس‌های جونز برای اپتیک‌های تکی توصیف می‌شود. مانند ضرب ماتریس ABCD، ضرب ماتریس جونز به ترتیب معکوس انجام می‌شود. اولین اپتیکی که با آن مواجه می‌شویم آخرین (راست ترین) ماتریس ضرب است.

گاهی اوقات، استفاده از یک جداساز (ایزولاتور) متشکل از یک پلاریزه و به دنبال آن یک صفحه ربع موج ساده‌تر است. یک پلارایزر خطی با جهت گیری  $45^\circ$  نسبت به عمودی و به دنبال آن یک صفحه ربع موج که محور سریع آن عمودی است را در نظر بگیرید. ایده این است که پرتوی که از این ترکیب خارج می‌شود به دلیل اختلاف فاز  $\frac{\pi}{4}$  القا شده بر روی مولفه  $u$  میدان، به صورت دایره‌ای پلاریزه می‌شود. اگر بخشی از این پرتوی دایره‌ای قطبش به سمت پرتو منعکس شود، صفحه ربع موج یک اختلاف فاز  $\frac{\pi}{4}$  دیگر را به مولفه  $u$  وارد می‌کند و کل فاز آن مولفه  $\pi$  را می‌سازد. این دقیقاً مانند چرخاندن علامت مولفه  $u$  میدان است. این باعث می‌شود که قطبش  $45^\circ$  اصلی به  $-45^\circ$  تغییر کند. چنین پلاریزاسیونی نمی‌تواند از قطبشگر عبور کند و نور بازتابی مسدود می‌شود. ماتریس جونز

ملاحظات	$M$	توصیف
برای زاویه خاص رابطه (۳۰.۸)	$\begin{bmatrix} \circ & \circ \\ \circ & 1 \end{bmatrix}$	 قطبیشگر خطی با قطبش در جهت $\hat{y}$
صفحه موج محور سریع موازی $\hat{y}$	$\begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \circ & e^{j\psi} \end{bmatrix}$	 اختلاف فاز $\psi$ محور سریع نسبت به محور کند جلو می‌افتد.
چرخش، راستگرد	$\begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$	 زاویه چرخش $\beta$ در جهت عقربه ساعت وقتي بردار $\beta$ بسمت حرکت است

که با چنین بازتابی مشاهده می‌شود، بقرار زیر است:

$$M = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_{45^\circ \text{ polarizer}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \circ & j \end{bmatrix}}_{\frac{\lambda}{4} \text{ plate}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \circ & j \end{bmatrix}}_{\frac{\lambda}{4} \text{ plate}} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_{45^\circ \text{ polarizer}} \quad (37.8)$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \circ & -1 \end{bmatrix}}_{\frac{\lambda}{4} \text{ plate}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (38.8)$$

$$= \begin{bmatrix} \circ & \circ \\ \circ & \circ \end{bmatrix} \quad (39.8)$$

به عبارت دیگر، ماتریس جونز به دست آمده، ماتریس صفر است که هر بردار جونز تصادفی را صفر می‌کند. کل این مثال را می‌توان با چرخش سیستم به گونه‌ای انجام داد که قطبیشگر در امتداد یک محور مختصات جهت‌گیری شوند و صفحه موج در ۴۵ درجه باشد. نتیجه البته یکسان است.

برای این نوع ایزولاتور، که گاهی اوقات «سیرکولاتور فضای آزاد» نامیده می‌شود، مهم است که اپتیک‌های پایین دست جداکننده حالت پلاریزاسیون را تغییر ندهند. به عبارت دیگر، ماتریس جونز اضافی بین دو ماتریس صفحه ربع موج نمی‌تواند وجود داشته باشد. اگر چنین ماتریسی وجود داشت، حاصل ضرب چهار ماتریس دیگر صفر نمی‌شد و نور می‌توانست از ایزولاتور عبور کند. همچنین توجه داشته باشید که حالت پلاریزاسیون در زنجیره نوری پایین دست جداکننده دایره‌ای است که ممکن است برای برخی آزمایش‌ها نامناسب باشد. یکی از دلایل محبوبیت جداکننده‌های فارادی این است که بدون توجه به وضعیت قطبش پرتو بازتابی کار می‌کنند. با این حال، آنها معمولاً گران‌تر هستند و همیشه دارای آهنربای قوی هستند که در برخی موارد می‌تواند مشکل ساز باشد.

### تمرینات

- **تمرین ۱** با توصل به روابط معادل برای نور پلاریزه  $s$  و  $p$ ، نشان دهید که برای یک قطبش خطی دلخواه  $R + T = 1$  را برأورده می‌کند.

$$R = \frac{\text{درخشندگی بازتاب کل}}{\text{توان تابشی کل}}$$

۹

$$T = \frac{\text{درخشندگی ارسال کل}}{\text{توان تابشی کل}}$$

- **تمرین ۲** نشان دهید که معادله (۱۲.۸) یک زاویه برخورد را می‌پذیرد که به آن زاویه بروستر  $\theta_B = \theta_i$  می‌گویند، در آن زاویه بازتابش صفر است و تمام نور تابشی منتقل می‌شود. یک عبارت برای  $\theta_B$  بدست آورید و مقدار آن را بر حسب درجه تا سه رقم قابل توجه برای رابط هوا-به آب در طول موج‌های مرئی میانگین پیدا کنید:  
$$\text{آب}^n = 1/33, \text{هوا}^n = 1/33$$

- **تمرین ۳** از معادله (۱۱.۸) نشان دهید که هیچ زاویه بروستری برای نور قطبش  $s$  وجود ندارد.

- **تمرین ۴** از معادلات فرنل و قانون اسنل برای توصیف دید ماهی از طریق شیشه محیط خارج از مخزن ماهی (آکواریوم) استفاده کنید.

- **تمرین ۵** دستگاه‌های نوری انتقالی بدون پوشش معمولاً ارزان‌تر از نوع‌های پوشش دار ضد انعکاس مربوطه هستند. پوشش‌های ضد انعکاس تجاری معمولی ممکن است انعکاس هر سطح عدسی را تا حدود ۰٪ درصد کاهش دهند. در یک زنجیره اپتیکی که شامل ده اپتیک انتقال دهنده است، می‌توان انتظار داشت که چه مقدار از توان ورودی را هنگام استفاده از دستگاه نوری شیشه‌ای بدون پوشش در مقابل دستگاه نوری با پوشش ضد بازتاب از دست بدهد؟

- ۶ تمرین نشان دهید که یک موج مسطح پلاریزه خطی، که در زاویه  $\alpha$  نسبت به محور  $x$  قطبی شده است دارای بردار جونز زیر است:

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix}$$

$$J^* \cdot J = 1$$

- ۷ تمرین یک صفحه نیم موج باعث می شود که مولفه قطبش محور سریع را نسبت به مولفه محور کند  $\pi$  رادیان جلو بیاندازد. ماتریس جونز برای این دستگاه نوری، به گونه ای جهت گیری شده است که محور سریع با محور  $y$  هم تراز باشد،

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

توضیح دهید که چرا این ماتریس جونز درست است.

- ۸ تمرین ماتریس جونز دو قطبشگر خطی پشت سر هم را پیدا کنید. پلاریزرهای نسبت به هم  $45^\circ$  درجه می چرخند. انتقال پذیری  $T(\theta)$  این سیستم را برای نور فروندی که به صورت خطی با زاویه قطبش  $\theta$  نسبت به قطبش اول قطبشگر، محاسبه کنید. (قابلیت انتقال کسری از توان عبوری از سیستم است).  $T(\theta)$  را برای  $2\pi \leq \theta < 0$  رسم کنید.

- ۹ تمرین نشان دهید که یک دستگاه نوری که توسط ماتریس جونز با مولفه های کاملاً حقیقی هستند و بر روی نور قطبی شده خطی عمل میکنند، تنها می تواند خروجی قطبش خطی تولید کند.

- ۱۰ تمرین ماتریس جونز یک صفحه ربع موج را با محور سریع که  $45^\circ$  خلاف جهت عقره های ساعت از خط عمودی چرخیده است، پیدا کنید. اگر این صفحه روی یک پرتو پلاریزه عمودی عمل کند، نشان دهید که قطبش دایره ای حاصل می شود.

- ۱۱ تمرین دو پرتو را در نظر بگیرید که در یک مقسم پرتو با هم ترکیب شده اند. استدلال کنید که بردارهای جونز دو پرتو باید به صورت خطی با هم ترکیب شوند تا بردار جونز کلی پرتو ترکیبی تولید شود.

- ۱۲ تمرین بردار جونز پرتو خروجی را در پایانه ضد متقارن تداخل سنج مایکلسون با نور ورودی قطبش  $s$  پیدا کنید. بازوی  $x$  اثر قطبش ندارد اما بازوی  $u$  کمی دوشکست است. آینه بازوی  $u$  به عنوان یک صفحه موج با محور سریع در  $45^\circ$  نسبت به قطبش ورودی و اختلاف فاز  $1 \ll \epsilon = \psi$  عمل می کند. بر حسب  $\epsilon$ ، کنتراست حاشیه ای را پیدا کنید (از معادله ۱۳.۵ استفاده کنید).

- راهنمندی: مانند خود میدان های الکتریکی، بردارهای جونز برهم نهی (جمع اثرها) خطی را برآورده می کنند.

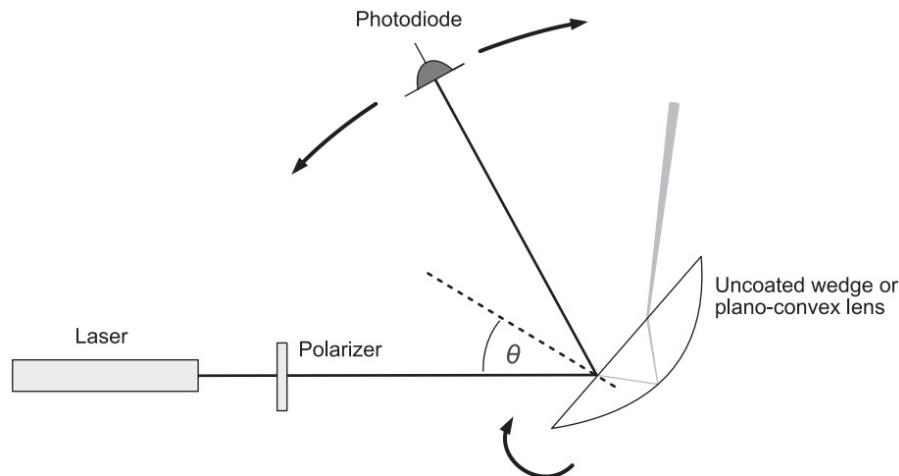
## ۵.۸ آزمایش: بررسی قطبش نور

### اهداف

۱. مشاهده حالات قطبش طبیعی از جمله نور منعکس شده نیمه قطبشی و نور پراکنده خورشید.
۲. اثبات معادلات فرنل.
۳. اثبات قانون مالوس.
۴. ارتباط مشاهدات خود از نور عبوری از سه پلاریزه کننده با فروپاشی تابع موج در مکانیک کوانتوم.
۵. مقایسه رفتار صفحه ربع موج با تئوری.
۶. ساخت و ویژه‌گی یک جداکننده (ایزولاتور).

### تجهیزات مورد نیاز

- دو صفحه فیلم پلاریزه (یا دو صفحه پلاریزه) که از طریق آن می‌توان آسمان و سایر اشیاء روزمره را مشاهده کرد. اگر ۵ سانتی‌متر در هر طرف یا بزرگتر باشد، راحت است.
- لیزر پلاریزه خطی (لیزر با پلاریزاسیون تصادفی که از طریق یک قطبشگر عبور می‌کند، به شرطی کار خواهد کرد که قدرت در قطبش انتخابی به‌طور قابل توجهی نوسان نداشته باشد).
- یک جفت قطبشگر خطی ثابت با محورهای قطبش متعامد.
- یک قطبشگر قابل چرخش در یک پایه چرخشی مدرج.
- تقویت کننده فتودیود.
- گوه شیشه‌ای بدون پوشش یا عدسی محدب مسطح بدون پوشش. اینها باید در روی پایه تنظیم شوند که بتواند حول محور عمودی بچرخد و دارای مقیاسی برای خواندن زاویه چرخش با دقت حداقل ۲ درجه باشد.



شکل ۳.۸: راه اندازی ممکن برای آزمایش معادلات فرنل.

### قطبیش در یک محیط

با استفاده از دو صفحه فیلم پلاریزه، به منبع نور غیرقطبی مانند یک لامپ نگاه کنید. ابتدا از یک ورق استفاده کنید و آن را در زوایای مختلف بچرخانید. مطمئن شوید که منبع قطبی نشده است. حالا ورق دوم را اضافه کنید و آن را نسبت به ورق اول بچرخانید. آنچه را که می‌بینید توصیف کنید.

در مرحله بعد، از یک صفحه فیلم پلاریزه برای بررسی وضعیت قطبیش منابع زیر استفاده کنید و در مورد ویژگی‌های کیفی نظر دهید:

- نور مانیتور LCD. هدف از قطبیش مشاهده شده چیست؟
- یک تصویر بازتابی در یک پنجره، به ویژه با زاویه تابش بالا
- آسمان آبی (اگر شرایط اجازه دهد). جهت قطبیش غالب را در برخی از موقعیت‌های آسمان تخمین بزنید. نمودار/نقشه‌ای از آسمان بکشید که نشان می‌دهد چگونه جهت قطبیش غالب با موقعیت آسمان تغییر می‌کند. از یک خط برای نشان دادن محور قطبیش غالب استفاده کنید. طول خط باید قدرت نسبی قطبیش غالب را نشان دهد. مطمئن شوید که مکان خورشید را در نمودار خود مشخص کرده‌اید.
- آسمان ابری (اگر شرایط اجازه دهد). به دنبال هر گونه ویژگی پلاریزاسیون باشید. توجه داشته باشید که بیشتر نورهای قطبی شده طبیعی فقط تا حدی پلاریزه می‌شوند. به عبارت دیگر، بخش بزرگ‌تری از فوتون‌ها ممکن است در یک حالت قطبیش نسبت به دیگری باشند، اما نور از قطبیش یکنواخت فاصله دارد. هنگامی که شما به چنین نور نیمه قطبی شده از طریق یک صفحه پلاریزه نگاه می‌کنید، مقدار نوری که از طریق ورق منتقل می‌شود به زاویه ورق بستگی دارد اما هرگز به‌طور کامل خاموش نمی‌شود.

## معادلات فرنل

با کار روی یک میز نوری، معادلات فرنل را هم برای قطبش  $s$  و هم برای قطبش  $p$  آزمایش کنید. این کار را با اندازه‌گیری کسر توان تابشی که از سطح شیشه‌ای منعکس می‌شود انجام دهید. با استفاده از ضریب شکست،  $n$ ، به عنوان پارامتر تناسب، داده‌های خود را برای هر قطبش با شکل تابع مورد انتظار مطابقت دهید. عدم قطعیت را در  $n$  پیدا کنید. مربع کای کاهش یافته را ایجاد کنید و تصمیم بگیرید که آیا مدل شما به اندازه کافی داده‌های شما را توضیح می‌دهد یا خیر. اگر اینطور نیست، مطمئن شوید که سیستماتیک را در نظر گرفته‌اید.

**توصیه‌ها** شما از یک فتودیود برای اندازه‌گیری قدرت نور تابشی و بازتاب استفاده خواهید کرد. مطمئن شوید که پرتو منعکس شده به طور کامل روی ناحیه فعال فتودیود می‌افتد و نوری از لبه نمی‌ریزد. اگر خروجی لیزری که استفاده می‌کنید یک حالت پلاریزاسیون تک خطی باشد، باید لیزر را بچرخانید تا به جهت قطبش مطلوب ( $s$  یا  $p$ ) برسید. اگر خروجی لیزری که استفاده می‌کنید یک حالت پلاریزاسیون خطی تکی نیست، باید نور را در جهت مناسب با استفاده از یک پلاریزه کننده مستقل پلاریزه کنید. لازم است انعکاس سطح جلویی را جدا کنید تا با انعکاس سطح پشتی اشتباه گرفته نشود. این کار به راحتی با استفاده از گوهای انجام می‌شود که باعث شود انعکاس سطح پشتی نمونه را با زاویه دیگری ترک کند. یک جایگزین این است که از یک عدسی مسطح محدب با فاصله کانونی کوتاه استفاده کنید و مطمئن شوید که پرتو از مرکز عدسی خارج می‌شود. (شکل ۳.۸)

## دو قطبشگر پشت سر هم

یک پرتو پلاریزه عمودی، یا با چرخاندن لیزر خود یا عبور دادن پرتو از طریق یک پلاریزه کننده عمودی، آمده کنید. با استفاده از یک قطبشگر قابل چرخش به عنوان آنالایزر، انتقال از طریق آنالایزر را به عنوان تابعی از زاویه قطبش تحلیلگر  $\theta$  اندازه گیری کنید. (پلاریزه کننده آنالایزر باید از قبل در یک نگهدارنده نوری دوار با مقیاسی برای نشان دادن  $\theta$  نصب شده باشد).  $\theta = 0$  را برای موازی بودن با قطبش ورودی در نظر بگیرید. توان ارسالی در مقابل داده‌های زاویه را با شکل تابع مورد انتظار از قانون مالوس برازش یا مقایسه کنید. بر اساس محدود کای کاهش یافته، در مورد صحیح بودن یا نبودن قانون مالوس نظر دهید.

## سه قطبشگر پشت سر هم

حال قطبشگر "خروجی" را بعد از قطبشگر قابل تنظیم (آنالایزر) قرار دهید. جهت پلاریزاسیون قطبشگر خروجی باید بر جهت قطبش ورودی عمود باشد تا در صورت حذف آنالایزر، نوری منتقل نشود. اکنون همان روشی را که در مورد دو قطبشگر انجام می‌شود، دنبال کنید و توان کسری ارسال شده را به عنوان تابعی از زاویه آنالایزر ثبت کنید. داده‌ها را با بهترین حدس خود برای شکل تابع مطابقت دهید. ممکن است شما را شگفت زده کند که اصلاً

هر نوری منتقل می‌شود. اگر هیچ نور ورودی در حالت پلاریزاسیون نباشد که از قطبشگر خروجی عبور می‌کند، چگونه آنالایزر می‌تواند نور را به‌گونه‌ای تغییر دهد که مقداری از آن در حالت قطبشگر خروجی باشد؟ این در واقع یک اثر مکانیک کوانتومی است. آنالایزر توابع موج فوتون قطبش عمودی را بر روی جهت قطبش تحلیلگر فرو می‌ریزد. این توابع موج جدید اکنون با حالت پلاریزاسیون افقی که توسط قطبش کننده خروجی عبور می‌کند همپوشانی دارند و در نتیجه به‌نور اجازه عبور می‌دهند. بدون فروپاشی میانی تابع موج به‌دلیل آنالایزر، هیچ نوری نمی‌تواند از قطبش‌های ورودی و خروجی متعامد عبور کند.

### صفحه ربع موج

همانطور که در فصل دوم بحث شد، یک صفحه ربع موج دارای ضریب شکست‌های کمی متفاوت برای دو قطبش متعامد است. بنابراین، نور یک قطبش در صفحه موج سریعتر از دیگری حرکت می‌کند و فاز کمتری را جمع می‌کند. ضخامت ماده صفحه ربع موج طوری انتخاب می‌شود که قطبش مربوط به محور گُند صفحه ربع موج با زاویه فاز ۹۰ درجه از قطبش مربوط به محور سریع صفحه عقب می‌افتد. عبور نور پلاریزه خطی از یک صفحه ربع موج منجر به‌نور پلاریزه بیضوی می‌شود مگر اینکه قطبش ورودی با یکی از محورهای صفحه موج چهارم تراز باشد. محور سریع صفحه ربع موج را ۴۵ درجه نسبت به قطبش ورودی قرار دهید. به‌طور تجربی، نشان دهید که نور خروجی به‌صورت خطی قطبی نیست. همچنین نشان دهید که چاق‌ترین بیضوی پلاریزاسیون زمانی ایجاد می‌شود که صفحه ربع موج روی ۴۵ درجه باشد. در نهایت، کارایی جداساز را ساخته و تحلیل کمی کنید که عملکرد آن با معادله (۳۷.۸) توصیف می‌شود.

### ایده‌هایی برای بررسی بیشتر

متوجه شدید که پراکندگی ریلی از آسمان آبی به قطبش وابسته است. نسبت تابش نور قطبی شده در امتداد محوری که از خورشید می‌گذرد به کل تابش از آن نقطه در آسمان را بیابید. همین کار را برای نور قطبیده شده در امتداد محور عمود انجام دهید. چقدر در آسمان متفاوت است؟ یک نقشه آسمانی کمی از نسبت‌های قطبش تهیه کنید.

برخی از مواد به‌طور طبیعی دارای دو شکست هستند. یکی از این مواد و یکی از رایج‌ترین کانی‌های اطراف ما، یعنی کلسیت است. هنگامی که کلسیت در بلورهای شفاف بزرگ رخ می‌دهد، به‌آن اسپار ایسلند<sup>۱۱</sup> می‌گویند. کلسیت با دو قطبش نور به‌طور متفاوت رفتار می‌کند، همانطور که می‌توانید به‌راحتی با بررسی متن نوشته از طریق یک قطعه اسپار ایسلند ببینید. این رفتار را بررسی و توضیح دهید.

<sup>۱۱</sup>Iceland spar



## فصل ۹

# نویز نوری

### ۱.۹ مشخصات نویز

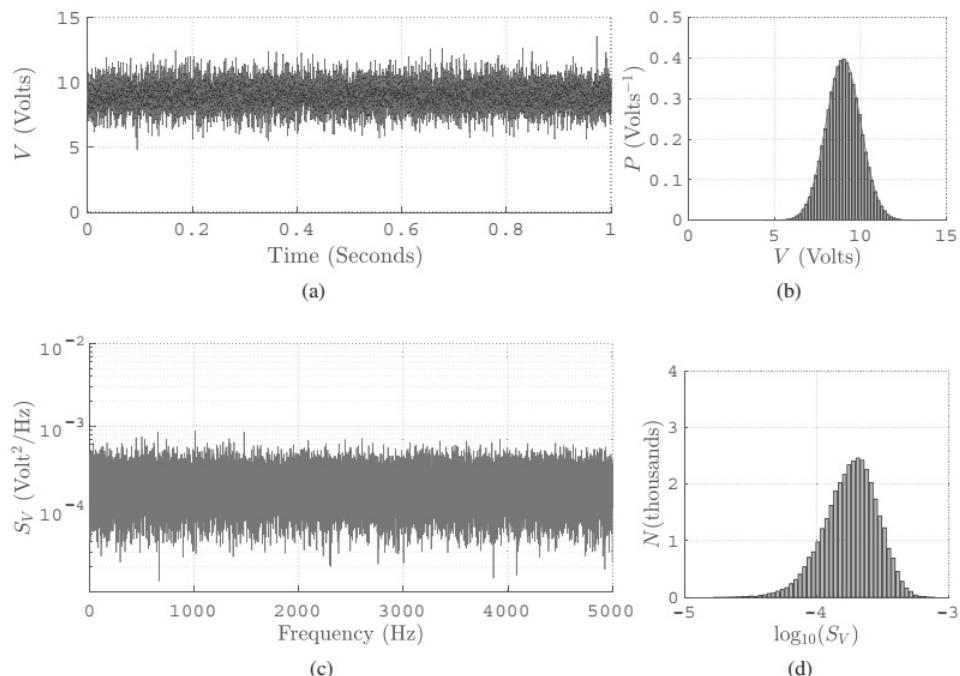
هنگام بررسی آزمایش‌های جدید، محاسبات «پشت پاکت<sup>۱</sup>» را انجام می‌دهیم تا ببینیم آیا ایده‌های ما قابل قبول هستند یا خیر. اغلب، آزمایش‌های جدید شامل تشخیص سیگنال‌های کوچک است. اگر بتوانیم سطح سیگنال و نویز مورد انتظار را در جریان داده بالقوه از یک آزمایش جدید تخمین بزنیم، می‌توانیم نسبت سیگنال به نویز مورد انتظار (SNR)<sup>۲</sup> را تولید کیم. (SNR) فقط نسبت توان سیگنال به توان نویز در هر زمان معین است. به طور کلی، اگر (SNR) بزرگتر از یک باشد، در آن صورت ما شناس تشخیص سیگنال در برابر نویز را داریم و آزمایش ممکن است ارزش انجام دادن را داشته باشد، در غیر این صورت، نه.

یک نمونه محاسبه (SNR) را در مثال ۹.۱ مرور می‌کنیم. در حالی که سیگنال‌ها شکل خاص هر آزمایش را به‌خود می‌گیرند، منابع نویز فنی در همه جا وجود دارند. منابع اصلی نویز که توسط فیزیک تغییرناپذیر نور و مواد تولید می‌شوند نیز در همه آزمایش‌ها وجود دارند. از آنجایی که منابع نویز در همه جا حضور دارند، ارزش مطالعه با جزئیات بیشتری را دارند و این فصل به عنوان یک مقدمه کوتاه معرفی می‌شود.

اگر اما نه همیشه، نویز یک نوسان تصادفی در جریان داده است به وری که اگر هیستوگرام جریان داده را ترسیم کنیم، نتیجه یکتابع گوسی است. چنین نویز‌هایی معمولاً نویز گوسی نامیده می‌شوند. نمونه‌ای از آن در شکل (۱.۹) نشان داده شده است. جریان داده یک ولتاژ تصادفی  $V(t)$  است که از توزیع مادر گاووسی گرفته شده و در فواصل زمانی یکنواخت  $\Delta t = 10^{-4}$  ثانیه نمونه برداری شده و نرخ نمونه برداری  $f_s = \frac{1}{\Delta t} = 10^4$  هرتز است. نتیجه مشابه نویز پس زمینه‌ای است که در یک اسیلوسکوپ دیجیتال یا آنالوگ بدون هیچ ورودی متصل و بهره به‌طور کامل مشاهده می‌شود. روش‌های مختلف مشاهده

<sup>۱</sup>Back-of-the-envelope

<sup>۲</sup>Signal-to-Noise Ratio (SNR)



شکل ۱.۹: یک سیگنال نویز تصادفی گوسی شبیه سازی شده، نرخ نمونه  $f_s = 10$  کیلوهرتز که به چهار روش مختلف مشاهده می شود. (الف) جریان داده خام یک ولتاژ حوزه زمان  $V(t)$  است، (ب) چگالی احتمال  $P$  ولتاژ  $V(t)$  با تناسب روی هم به گوسی، (ج) چگالی طیف توان  $S_V(f)$  ولتاژ  $V(t)$ . (د) هیستوگرام لگاریتم، پایه ۱۰، طیف توان. نکات: ۱. طول کل جریان داده ۳۶ ثانیه است اما تنها یک ثانیه در شکل (الف) نشان داده شده است تا ساختار داخلی قابل مشاهده باشد. در آن پانل، نقاط سیاه با مکان های داده واقعی مطابقت دارد. ۲. هنگام مشاهده طیف های توان در مقیاس لگاریتم، مانند شکل (ج)، ایده خوبی است که بهیاد داشته باشید که هیستوگرام طیف توان نسبت به میانگین متقارن نیست، که از هیستوگرام در شکل (د) مشخص است. در مقیاس لگاریتم، مقدار میانگین کمتر از محتمل ترین مقدار است، بنابراین بهترین تخمین چگالی طیفی توان تا حدودی بالاتر از وسط است.

جریان داده،  $V(t)$ ، در شکل (۱.۹) نشان داده شده است. حوزه زمان راه خوبی برای مشاهده سیگنال های پهنه ای باند وسیع و مدت زمان کوتاه است. دامنه فرکانس، که در اینجا با چگالی طیف توان (PSD)<sup>۳</sup> نشان داده می شود، بهویژه برای مشاهده سیگنال های با پهنه ای باند باریک و مدت طولانی خوب است.<sup>۴</sup>

<sup>۳</sup>Power Spectral Density(PSD)

<sup>۴</sup>سیگنال هایی با پهنه ای باند متوسط و مدت زمان متوسط ممکن است به ابزارهای تخصصی مانند نمودار زمان-فرکانس (همچنین به عنوان طیف نگار)، تجزیه و تحلیل موجک، فیلترهای تطبیقی و غیره نیاز داشته باشند که همه این موارد خارج از محدوده این کتاب است.

### ۱.۱.۹ چگالی طیف توان

چگالی طیف توان جریان داده بهما می‌گوید که جریان داده دارای چه مقدار توان در واحد فرکانس در هر فرکانس خاصی است. به عبارت دیگر، بهما می‌گوید که چگونه توان در جریان داده<sup>۵</sup> بین فرکانس‌ها توزیع می‌شود. از نظر فنی، تبدیل فوریه خود همبستگی جریان داده است و معمولاً برابر با بزرگی مجدور تبدیل فوریه جریان داده است. مانند تبدیل فوریه، (PSD) شامل یک انتگرال در مدت زمان نامحدود است. از آنجایی که سیگنال‌های حقیقی مدت زمان محدودی دارند، همیشه با "تخمین (PSD) واقعی" سروکار داریم. نحوه انجام این تخمین‌ها موضوع تئوری پردازش سیگنال است و چندین روش وجود دارد. با این حال، برای اهداف فعلی فقط به درک مفهومی طیف قدرت نیاز داریم و به سادگی به ابزارها یا ابزارهای نرم افزاری برای ارائه تخمین‌های طیف توان خوب برای داده‌های خود تکیه می‌کنیم. چهار نکته اصلی در مورد (PSD) وجود دارد:

۱. اگر جریان داده  $V(t)$  دارای واحدهای ولت باشد،  $S_V(f)$  دارای واحدهای  $\frac{Volts^2}{Hz}$  است.  $S_V(f)$  مثبت و حقیقی است و نشان دهنده توان در باند یک هرتز در مرکز فرکانس  $f$  است.

۲. حداکثر فرکانس در PSD نصف فرکانس نمونه برداری است و به فرکانس نایکوئیست<sup>۶</sup> معروف است

۳. مدت زمان  $T$  از PSD وضوح فرکانس<sup>۷</sup>،  $\Delta f$  را بر اساس:  $\Delta f = \frac{1}{T}$  تنظیم می‌کند.

۴. یک جریان داده که فقط از نویز گوسی با مدت زمان  $T$  تشکیل شده است را می‌توان به  $N$  بخش با مدت زمان  $T/N$  تقسیم کرد. میانگین چگالی طیفی توان بخش‌های  $N$  دارای نوسان RMS آن با یک ضریب  $\sqrt{N}$  در مقایسه با یک طیف توان منفرد از مدت زمان  $T$  است. بنابراین، میانگین‌گیری می‌تواند نویز PSD را کاهش دهد. این به قیمت کاهش وضوح فرکانس توسط  $N$  است. بنابراین، انجام  $100$  میانگین، "تیرگی"<sup>۸</sup> طیف را تا ضریب  $10$  به قیمت کاهش  $100$  برابری در وضوح فرکانس کاهش می‌دهد. اگر تفکیک طیفی مهم نیست، ممکن است میانگین‌گیری بیشتر مناسب باشد و بالعکس. (معمولًاً افراد میانگین می‌خواهند. وقتی من طیف‌های توان را می‌سازم، اغلب با  $N = 10$  شروع کرده و از آنجا تنظیم می‌کنم.)

### ۲.۹ نوسانات کوانتمی در اندازه‌گیری توان نوری

در این بخش یکی از اثرات کوانتمی نور به نام نویز ساچمه‌ای<sup>۹</sup> (شات نویز) را معرفی می‌کنیم. آزمایش‌های معمولی با استفاده از اپتیک با سرعت<sup>۱۰</sup> زیادی فوتون‌هایی که از

<sup>۵</sup>Data Stream

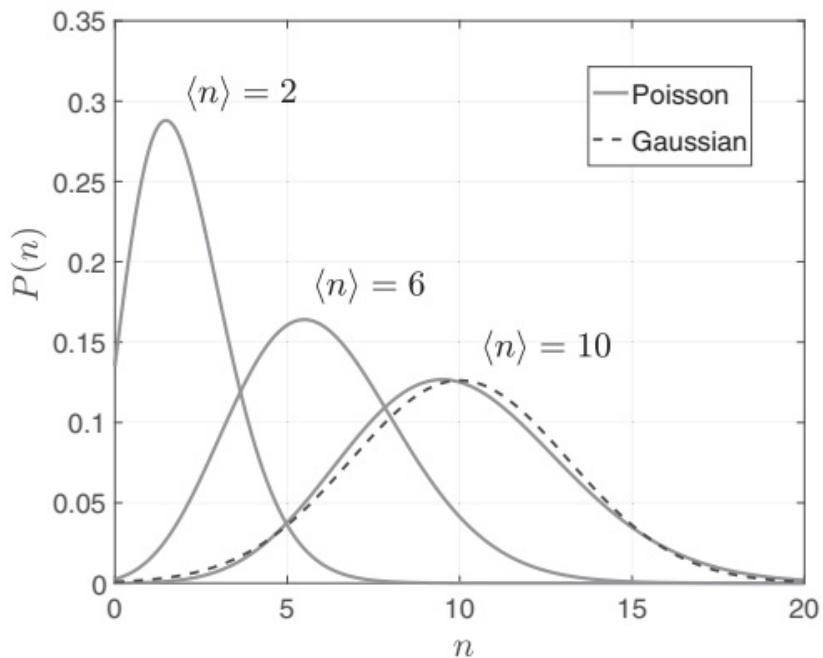
<sup>۶</sup>Nyquist

<sup>۷</sup>Frequency Resolution

<sup>۸</sup>Fuzziness

<sup>۹</sup>Shot Noise

<sup>۱۰</sup>یک پیکووات نور در  $\lambda = 633$  نانومتر معادل حدود سه میلیون فوتون در ثانیه است.



شکل ۲.۹: توزیع پواسون پیوسته برای مقادیر میانگین  $\langle n \rangle$  نشان داده شده است. توزیع پواسون و توزیع گوسی برای  $n = 10$  نشان داده شده است. هرچه  $\langle n \rangle$  افزایش یابد، این دو توزیع نزدیکتر همسو می‌شوند.

دستگاه عبور می‌کنند عمل کرده و در این محدودیت، طبیعت فوتونی نور به عنوان نویز ساچمه‌ای نشان داده می‌شود. صدای ساچمه بسیار کم است و اغلب می‌توان آن را نادیده گرفت. اکنون آن را به خاطر خودش بررسی و انتخاب می‌کنیم.

در اساسی‌ترین سطح، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تشکیل‌دهنده نور توسط نظریه میدان کوانتومی توصیف می‌شوند. توصیف کوانتومی و خواص آماری فوتون‌ها توسط میدان اپتیک کوانتومی پوشش داده می‌شوند. اپتیک کوانتومی، که می‌توان گفت در اوایل قرن گذشته پدید آمد، در اواخر آن قرن و دوباره در قرن کنونی رشد بسیار زیادی کرد. یکی از دلایل این رشد صرفاً ظهر و توسعه لیزر و ابزارهای مرتبط است که به فیزیکدانان اجازه ساخت دستگاه‌های آزمایشی را می‌داد که نه تنها به خواص کوانتومی نور حساس بودند، بلکه قادر به دستکاری آنها نیز بودند. دلیل دوم برای رشد این بود که چارچوب نظریه میدان کوانتومی نیاز داشت تا ماهیت کوانتومی نور را که در دسترس قرار گرفته بود به درستی توصیف کند. یک مقدمه مناسب برای اپتیک کوانتومی حداقل یک ترم طولانی را، معمولاً در سطح کارشناسی ارشد، تضمین می‌کند. ما ابتدایی‌ترین نتایج را از آن نظریه نقل می‌کنیم، آن هم فقط در صورتی که به نویز ساچمه‌ای مربوط شوند.

با توجه به توضیحات اپتیکی کوانتومی، میدان‌های کوانتومی که از لیزر تک مودی خارج می‌شوند بنام حالت‌های همدوس  $|\alpha\rangle$  نامیده می‌شوند و این حالت‌ها به‌نوبه خود

جمع اثرهای (برهمنی‌های) حالت‌های فوک  $|n\rangle^{11}$  بوده، که حالت‌هایی از تعداد فوتون کاملاً تعریف شده هستند.

$$|\alpha\rangle = \sum_n a_n |n\rangle . \quad (1.9)$$

خواص حالت همدوس توسط ضرایب  $a_n$  تعیین می‌شود که توسط رابطه زیر داده می‌شوند:

$$a_n = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \quad (2.9)$$

که در آن  $\alpha$  یک عدد مختلط است با این ویژگی که مجدول اندازه آن مقدار انتظاری (امید ریاضی) تعداد فوتون‌ها در حالت  $|\alpha\rangle$  است.

$$\langle n \rangle = |\alpha|^2 \quad (3.9)$$

هر اندازه‌گیری تعداد فوتون‌های میدانی که لیزر را ترک می‌کنند، در نتیجه یک عدد صحیح  $n$  با احتمال  $p(n) = |a_n|^2$  خواهد داشت. از آنجایی که انرژی با عدد فوتون متناسب است، یک آشکارساز انرژی نوری مانند یک دیود نوری برای فروپاشی حالت همدوس بر روی یکی از حالات فوک عمل می‌کند. اندازه‌گیری‌های بعدی میدان‌های نوری، که به تازگی به آشکارساز نور رسیده‌اند، همبستگی ندارند و تعداد فوتون‌های اندازه‌گیری شده در هر واحد زمان به طور تصادفی با توزیع مشخص شده توسط  $|\alpha|^2$  نوسان می‌کند. توزیع یک توزیع پواسون است.

$$p(n) = |\alpha|^2 = \langle n \rangle^n \frac{e^{-\langle n \rangle}}{n!} \quad (4.9)$$

نوسان مربوطه در تعداد فوتون‌های دریافتی به صورت تابعی از زمان به نام نویز ساقمه‌ای شناخته می‌شود.

تابع گوسی برای  $\langle n \rangle$  بزرگ غیر قابل تشخیص است. بنابراین، نویز ساقمه‌ای شکلی از نویز گاوی است که در شکل (۲.۹) نشان داده شده است. انحراف معیار توزیع برای فرآیند پواسون مانند رابطه زیر است:

$$\sigma_n = \sqrt{\langle n \rangle} \quad (5.9)$$

برای حالت‌های همدوس، چگالی طیفی توان نوسانات در نرخ فوتون اندازه‌گیری شده،  $n$ ، سفید است، زیرا اندازه‌گیری‌های مکرر میدان نوری ورودی همبستگی  $^{12}$  ندارند. انحراف معیار توزیع پواسون که قبلاً ذکر شد، سطح چگالی طیفی توان را در آن تعیین می‌کند

$$S_{\dot{n}}(f) = 2\langle \dot{n} \rangle \quad (6.9)$$

<sup>11</sup>Fock state

<sup>12</sup>Uncorrelated

که در آن  $\langle \dot{n} \rangle$  میانگین سرعت اندازه‌گیری شده فوتون وارد است. ضریب دو مریبوط به این واقعیت است که ترجیح می‌دهیم از طیف‌های توان یک طرفه استفاده کنیم که فقط فرکانس‌های مثبت دارند. دامنه یک طرفه دو برابر نسخه دو طرفه است زیرا سهم فرکانس منفی "تا شده" و به فرکانس‌های مثبت با توان برابر اضافه می‌شود. برای تکرار، این معادله نتیجه توزیع پواسون ذاتی حالت‌های همدوس نور و ماهیت ناهمبستگی اندازه‌گیری‌های مکرر است. برای تبدیل آن به PSD شار فوتون نسبی، فقط بر<sup>۱۳</sup>  $\langle \dot{n} \rangle$  تقسیم می‌کنیم. مقدار مربع است زیرا  $S_{\dot{n}}$  چگالی طیفی توان کمیت  $\dot{n}$  است. (قدر همیشه متناسب با مربع دامنه است). به طور مشابه، برای تبدیل معادله (۶.۹) به PSD توان نوری به جای سرعت فوتون، باید در مجدد انرژی هر فوتون،  $(\frac{hc}{\lambda})^2$  ضرب کنیم.

$$S_P(f) = \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2 \langle \dot{n} \rangle \quad (7.9)$$

$$= \frac{2hc}{\lambda} P \quad (8.9)$$

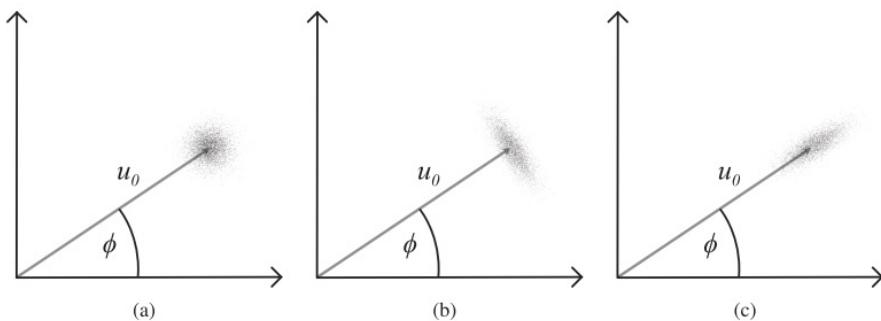
به طور دقیق، ما باید از  $\langle P \rangle$  برای میانگین توان نوری استفاده کنیم. با این حال، از آنجایی که دیگر در مورد فوتون‌ها و حالت‌های کوانتوموی صحبت نمی‌کنیم، نماد را کنار می‌گذاریم. در نهایت، اگر بخواهیم به نوسانات توان نسبی تبدیل کنیم، باید بر  $P^2$  تقسیم کنیم و از آنجایی که نوسانات توان نسبی و نوسانات درخشندگی نسبی یکسان هستند، با استفاده از کلمه قدیمی برای درخشندگی، شدت نسبی نویز (RIN) یک روش بسیار رایج برای مشاهده نویز است. برای نویز ساچمه‌ای برابر است با:

$$S_{RIN}(f) = \frac{2hc}{\lambda} \frac{1}{P} \quad (9.9)$$

واحدهای شدت نسبی نویز  $Hz^{-1}$  هستند.

اکنون که نویز ساچمه‌ای را با حالت‌های همدوس پیدا کردیم، همچنین باید اشاره کنیم که با تکنیک‌های هوشمندانه در اپتیک غیرخطی، می‌توان نور را به نام حالت فشرده شده که در آن توزیع اعداد فوتون باریک‌تر از پواسونی است، آمده کرد.<sup>۱۴</sup> با این حال، اصل عدم قطعیت با افزایش توزیع فاز باعث افزایش نویز فاز می‌شود. به طور مشابه، توزیع فاز می‌تواند به قیمت توزیع دامنه فشرده شده و باعث افزایش نویز ساچمه‌ای شود. یکی از راه‌های نشان دادن این موضوع ترسیم فازور میدان نور است. این یک بردار است که به سرعت در حال چرخش در صفحه مختلط به دلیل مولفه  $e^{j\theta}$  میدان است. اگر به مجموعه‌ای از محورهای دور حرکت کنیم، تغییر فاز کلی نور زاویه محور  $x$  است و دامنه میدان نور با طول بردار به دست می‌آید. عدم قطعیت در دامنه و فاز را می‌توان با ابری از نقاط نشان داد که چگالی آنها احتمال اندازه‌گیری نوک فازور را در آنجا نشان می‌دهد (شکل ۳.۹). قطر عرضی بیضی عدم قطعیت فاز و قطر طولی بیضی عدم قطعیت دامنه را نشان می‌دهد و با نویز ساچمه‌ای مربوط است. مساحت بیضی‌ها ثابت است (با فرض کمینه حالت‌های عدم قطعیت).

<sup>۱۳</sup> برای معرفی عالی و عمیق اپتیک کوانتوموی، من راهنمای آزمایش‌ها در اپتیک کوانتوموی، باکور و رالف Ralph (۲۰۱۹) را توصیه می‌کنم. این تئوری فشرده‌گی و بسیاری از جنبه‌های دیگر اپتیک



شکل ۳.۹: (الف) حالت همدوس (فسرده نشده)، (ب) فشردن دامنه، (ج) فشردن فاز.

نور فشرده در چندین ناحیه کاربرد دارد. در آشکارسازهای امواج گرانشی، از نور فشرده برای کاهش نویز بازخوانی در کانال موج گرانشی استفاده می‌شود. حالت‌های فشرده نیز برای آزمایش‌های مکانیک کوانتومی استفاده می‌شود: تلهپورت کوانتومی<sup>۱۴</sup>، محاسبات کوانتومی، وغیره. یک مشکل قابل توجه برای استفاده از نور فشرده این واقعیت است که حتی تلفات نوری کوچک تمايل به کاهش مقدار فشردن و بازگرداندن نور به حالت همدوس عادی دارد.

**مثال ۱.۹** نویز ساچمه‌ای در تداخل سنج مایکلسون می‌توانیم یک محاسبه پشت پاکت انجام دهیم تا محدودیت‌های مکان‌های نویز ساچمه‌ای را در حساسیت یک تداخل سنج ساده مایکلسون پیدا کنیم. برای جالب‌تر کردن آن، از محاسبه استفاده می‌کنیم تا ببینیم آیا تداخل سنج ساده مایکلسون بدون زواید قادر به تشخیص امواج گرانشی است یا خیر. محاسبه را برای یک تداخل سنج مایکلسون انجام خواهیم داد که بازوهای آن چهار کیلومتر طول دارند، مانند طولانی‌ترین آشکارسازهای موج گرانشی جریان، وفرض می‌کنیم که یک لیزر محدود با نویز ساچمه‌ای صد وات مشابه لیزرهای مورد استفاده در آشکارسازهای موج گرانشی فعلی داریم. (بهبخش ۵.۲.۲ مراجعه کنید). چنین دستگاه مایکلسون که در اطراف مرکز حاشیه کار می‌کند، ۵° وات خروجی از پایانه‌های ضد متقارن و متقارن در همه زمان‌ها خواهد داشت. نویز ساچمه‌ای بر حسب نرخ رسیدن فوتون در آشکارساز نوری پایانه ضد متقارن با معادله (۸.۹) داده شده است. نویز مربوطه در جریان نوری  $S_i$  آشکارساز نوری است

$$S_i = 2\langle \dot{n} \rangle e^{\frac{1}{2}} \quad (10.9)$$

$$= 2e^{\frac{1}{2}} \quad (11.9)$$

که  $e$  مقدار بار روی یک الکترون و  $i$  میانگین جریان نوری است. (مانند معادله (۸.۹)، می‌توانیم از  $\langle i \rangle$  برای جریان نور متوسط استفاده کنیم، اما زمانی که دیگر در

کوانتومی را از دیدگاه یک تجربی‌گرا پوشش می‌دهد. این نظریه مستقیماً به مشاهدات آزمایشگاهی واقعی مربوط می‌شود و بهایجاد شهود موضوعی کمک می‌کند که در غیر این صورت می‌تواند نسبتاً غیرقابل نفوذ به نظر برسد.

<sup>14</sup>Quantum teleportation

مورد اعداد فوتون صحبت نمی‌کنیم، نماد  $\langle \hat{n} \rangle$  میانگین‌ها را حذف می‌کنیم.)

$$i = \langle \hat{n} \rangle e \quad (12.9)$$

$$= \left( \frac{\lambda}{hc} \right) P_{out} e \quad (13.9)$$

که در آن  $P_{out}$  توان متوسط در پورت ضد متقارن،  $\lambda$  طول موج لیزر،  $h$  ثابت پلانک و  $c$  سرعت نور است. مقدار  $\frac{\lambda e}{hc}$  بار آزاد شده در واحد انرژی نوری است. برای سادگی، فرض می‌کنیم که آشکارساز نوری به‌ازای هر فوتونی که به‌آن برخورد می‌کند یک الکترون ساطع می‌کند - بازده کوانتومی یک. (این یک تقریب معقول است، زیرا بهترین فتودیودهای مادون قرمز بازده کوانتومی بالاتر از ۰.۹ دارند). با فرض اینکه مایکلسون در قسمت میانی کار می‌کند،  $P_{out} = P_{in}/2$

نویز ساقمه‌ای در باند سیگنال یک تداخل‌سنج ساده مایکلسون مستقل از فرکانس است و بنابراین کل توان نویز ارائه شده به یک سیگنال یکپارچه تنها به‌پهنه‌ای باند موثر سیگنال  $B$  بستگی دارد، با این فرض که می‌توانیم تمام نویزها را که در باند سیگنال آن نیستند رد کنیم. اگر زمان صرف شده توسط سیگنال در باند سیگنال آشکارساز  $\tau$  باشد و سیگنال کاملاً مدل‌سازی شده باشد (یعنی شکل آن را می‌دانیم)  $B = 1/\tau$ . این نشان دهنده بهترین سناریو است. در این صورت، از آنجایی که PSD ضربدر پهنه‌ای باند، توان کل است،

$$\text{تowan نويز} = S_i / \tau \quad (14.9)$$

$$= \frac{e^2 \lambda P_{in}}{hc\tau} \quad (15.9)$$

(قدرت واقعی جریان نوری در ژول با گذر معکوس ترانس امپدانس دیود نوری متناسب با این مقدار است. از آنجایی که در نهایت نسبتی را با قدرت سیگنال می‌گیریم، نیازی به‌نگرانی در مورد آن نیست زیرا سیگنال مشابه ضریب تناسب است). فرض می‌کنیم که یک موج گرانشی قوی دامنه کرنش RMS  $h_{rms} \approx 110^{-23}$  RMS را برای مدت زمان حضور شناسایی شده حفظ می‌کند. در طول بازو  $L = 4$  کیلومتر ضرب می‌کنیم تا تغییر طول بازوی مربوطه را بدست آوریم. همچنین باید در دو ضرب کنیم تا تغییر طول بازوی دیفرانسیل را بدست آوریم زیرا کرنش در هر دو بازو با علامت مخالف وجود دارد. سپس معادله (۱۵.۹) را اعمال می‌کنیم. برای دریافت نوسان توان نوری RMS در آشکارساز و تبدیل به  $i_{rms}$  نوسانات جریان نوری RMS مربوطه با استفاده از بار آزاد شده در واحد انرژی نوری،  $\frac{\lambda}{hc}$ .

$$\text{تowan سیگنال} = i_{rms} \quad (16.9)$$

$$= \left( \frac{4\pi e L P_{in}}{hc} h_{rms} \right)^2 \quad (17.9)$$

که در آن ضریب تناسب با قدرت نویز یکسان است.  $h$  (ثابت پلانک) و  $h_{rms}$  (دامنه کرنش موج گرانشی) را اشتباه نگیرید. در نهایت، نسبت سیگنال به نویز را بر حسب

دامنه کرنش RMS با در نظر گرفتن جذر نسبت قدرت سیگنال و نویز بدهست می‌آوریم.

$$\sqrt{\frac{\text{توان سیگنال}}{\text{توان نویز}}} \approx \left(\frac{4\pi}{\sqrt{hc}}\right) \sqrt{\frac{P_{in}\tau}{\lambda}} L h_{rms} \quad (18.9)$$

$$= 4\pi \left(\frac{L}{\lambda} \sqrt{\langle \hat{n} \rangle}\right) (h_{rms} \sqrt{\tau}) \quad (19.9)$$

$$\approx ۰,۰۱ \quad (20.9)$$

با توجه به بحث کوانتمومی-اپتیکی قبلی ما، خط دوم نتیجه را بر حسب میانگین تعداد فوتون‌هایی که در واحد زمان  $\langle \hat{n} \rangle$  وارد تداخل سنج می‌شوند بیان می‌کند. در آنجا فاکتور شایستگی آنتن موج گرانشی مشخص است:  $\sqrt{\langle \hat{n} \rangle} \sqrt{\frac{L}{\lambda}}$ . به طور مشابه، فاکتور شایستگی برای سیگنال:  $h_{rms} \sqrt{\tau}$  است.

با قرار دادن اعداد، می‌بینیم که نسبت سیگنال به نویز تنها حدود ۱٪ است و هیچ شانسی برای تشخیص امواج گرانشی نسبتاً قوی با یک تداخل سنج ساده مایکلsson با پارامترهای در نظر گرفته وجود ندارد. به همین دلیل است که همه آشکارسازهای امواج گرانشی تداخل سنجی فعلی دارای نوعی کاواک نوری در بازوها هستند. در واقع، تداخل سنج خود به یک کاواک نوری تبدیل می‌شود که کاواک‌های بازو در آن قرار دارند. این کار با استفاده از یک آینه "بازیافت نیرو" در پایانه متقارن و یک آینه "بازیافت سیگنال" در پایانه ضد متقارن انجام می‌شود که کاواک‌های تو در تو را تشکیل می‌دهد که کاواک‌های بازو را در بر می‌گیرد. پیکربندی حاصل، تداخل سنج «دوگانه بازیافتی، فابری-پرو مایکلسون» نامیده می‌شود. کاواک‌های نوری با افزایش زمان فوتون‌ها و بهویژه فوتون‌های حامل سیگنال، سیگنال را با سه مرتبه قدر در دستگاه افزایش می‌دهند. فاز انباسته شده از هر موج گرانشی عبوری توسط همان عامل تقویت می‌شود. بنابراین، نسبت سیگنال به نویز برای یک موج گرانشی قوی از ۰,۰۱ تا ۱۰ بیشتر است.

### ۳.۹ منابع فنی نویز نوری

علاوه بر نویز نوری اساسی ناشی از ماهیت احتمالی مکانیک کوانتمومی، راههای زیادی وجود دارد که نویز به پرتوی نور، به ویژه نور لیزر، وارد می‌شود. بیشتر این منابع نویز از قوانین اساسی فیزیک مانند مکانیک کوانتمومی سرچشمه نمی‌گیرند و تحت عنوان منابع نویز "فنی" جمع‌آوری می‌شوند. با دقت کافی در طراحی و مهندسی آزمایش، از نظر تئوری می‌توان آنها را حذف کرد. در عمل، یاد می‌گیریم که با بسیاری از این منابع نویز فنی زندگی کنیم. شاید نتوانستیم علت را پیدا کنیم، یا شاید حذف آنها فراتر از توانایی یا منابع فنی ما باشد. در زیر فهرستی ناقص از برخی از رایج‌ترین منابع نویز فنی در پرتوهای لیزر آمده است.

۱. نویز فاز و نویز توجیهی<sup>۱۵</sup> ناشی از ارتعاشات آینه یا جریان هوا.
۲. نویز دامنه ناشی از بریدگی جزئی پرتو بر روی اجزای ارتعاشی.
۳. تداخل سنج‌های پارازیتیک.
۴. لیزر مولد نویز ذاتی دینامیکی
۵. کنترل ناکافی منابع تغذیه لیزر یا راهاندازهای فعلی.
۶. نویز ناشی از پراکندگی پرتو در هوا یا روی آینه‌ها.
۷. تغییرات حرارتی که باعث ناپایداری لیزر می‌شود.
۸. بخشی از پرتو لیزر به داخل کاواک لیزر منعکس می‌شود و باعث ناپایداری می‌شود.
۹. جذب  $RF$  و همشونانی متقابل تقویت شده و به مدولاتورهای نوری ارسال می‌شود.
۱۰. وغیره

برخی از این موارد کاملاً خود توضیحی هستند و در صورت بروز نحوه برخورد با آنها کاملاً واضح است. برخی دیگر، مانند تداخل سنج‌های پارازیتیک، پراکندگی، و دینامیک ذاتی لیزرهای بحثی را ضروری می‌کند.

### ۱.۳.۹ تداخل سنج پراکندگی و پارازیتیک

هنگامی که بخش کوچکی از پرتو لیزر بر روی یک نوری انتقال دهنده منعکس و سپس در نوری دیگر به جلو بازتاب می‌شود، وضعیتی داریم که در آن دو پرتو با طول موج یکسان در امتداد زنجیره نوری با هم به جلو حرکت می‌کنند. پرتو بازتاب مضاعف احتمالاً بسیار ضعیف است و تنها بخش کوچکی از آن در حالت مشابه پرتو اصلی قرار می‌گیرد. با این حال، آن بخش صفر نیست. من بخشی از پرتو بازتاب مضاعف را که در همان حالت نوری پرتو اصلی است، پرتو «پارازیتیک» می‌نامم. این پرتو پارازیتیک با پرتو اصلی تداخل خواهد داشت. اگر طول مسیر طی شده توسط پرتو پارازیتیک نسبت به پرتو اصلی بیش از  $\lambda/2$  تغییر کند، در آن صورت با عبور تداخل از حاشیه‌ها، قدرت نوری در آشکارساز نوری نوسان می‌کند. تغییر کسری متناظر در توان نوری در آشکارساز نوری (تمرین ۹.۱۰) برابر است با:

$$\frac{\Delta P}{P} = 4\sqrt{\frac{P_{para}}{P}} \quad (21.9)$$

که در آن  $\Delta P$  تغییر توان بیشینه تا بیشینه<sup>۱۶</sup> است زیرا پرتو پارازیتیک از حاشیه‌ها عبور می‌کند،  $P$  توان در پرتو اصلی،  $P_{para}$  قدرت در پرتو پارازیتیک است. PSD تغییر توان کسری، شدت نسبی نویز  $S_{RIN}(f)$  است. به مثال ۹.۲ مراجعه کنید، جایی که  $RIN$  ناشی

<sup>۱۵</sup>Phase and Pointing Noise

<sup>۱۶</sup>Peak-to-Peak

از تداخل سنج پارازیتیک واقعی ارائه شده است. سهم قابل توجهی در  $RIN$  یکی از دلایلی است که استفاده از اپتیک‌های انتقال دهنده با پوشش‌های ضد انعکاس ایده بسیار خوبی است. اگر این امکان پذیر نیست، یا اگر سر و صدای ناشی از تداخل پارازیتیک با وجود پوشش‌های ضد انعکاس بسیار زیاد است، می‌توانید ترفند معمول چرخش اپتیک‌های انتقال دهنده را کمی امتحان کنید تا کاملاً با زنجیره نوری عادی نباشد. بهاین ترتیب بازتاب‌ها از سیستم خارج می‌شوند و احتمال کمتری وجود دارد که اجزایی در مود پرتو اصلی باشند.

**مثال ۲.۹** تداخل پارازیتیک در مقابل نویز ساچمه‌ای در یک سیستم فرکانس‌های صوتی اجازه دهد استفاده یک از لیزر  $P = 5mW$ ، با نویز ساچمه‌ای محدود،  $\lambda = 532$  نانومتر، برای اندازه‌گیری سیگنال پهنهای باند ضعیفی که در باند صوتی رخ می‌دهد را در نظر بگیریم. آشکارساز نوری ما باید به سیگنال‌های بین چند هرتز و چیزی حدود ده کیلوهرتز حساس باشد - پهنهای باند  $B \approx 10$  کیلوهرتز. (تداخل سنج مایکلسون که ممکن است در بخش ۳.۵ ساخته باشید به نویز ساچمه‌ای نشده باشد). شدت نسبی نویز سیستمی بوده است، حتی اگر محدود به نویز ساچمه‌ای نشده باشد. شدت نسبی نویز ناشی از نویز ساچمه‌ای توسط معادله (۹.۹) داده شده است. در اینجا

$$S_{RIN_{shot}} = 1/5 \times 10^{-15} Hz^{-1}$$

سطح RMS نوسانات توان نسبی ناشی از نویز ساچمه‌ای است

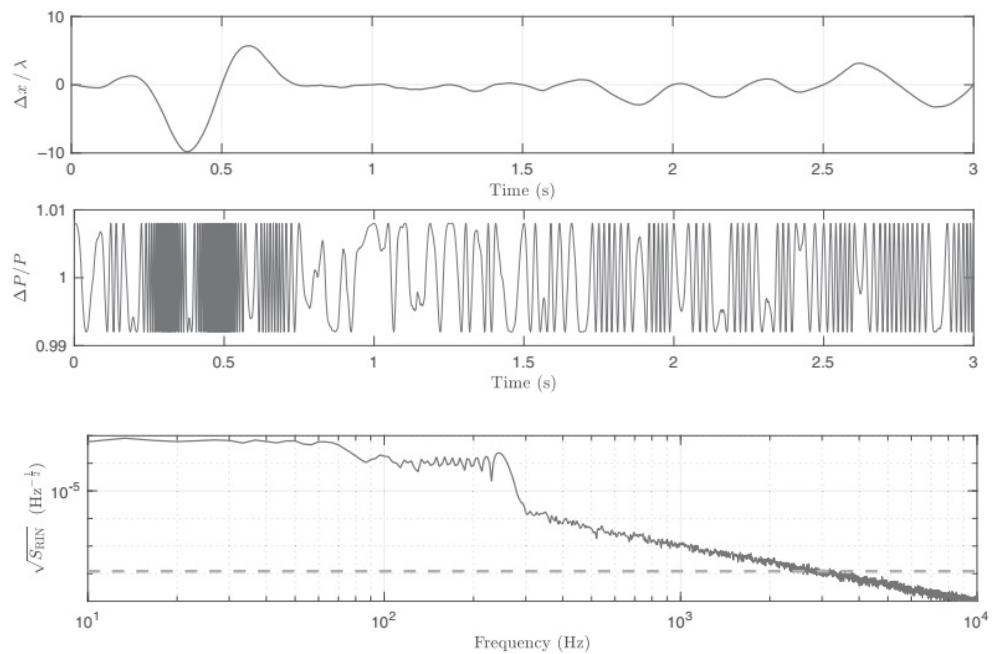
$$\frac{\Delta P_{RIN_{shot}}}{P} = \sqrt{S_{RIN_{shot}} B} = 1/2 \times 10^{-6}$$

به عبارت دیگر، اگر به خروجی آشکارساز نوری روی اسیلوسکوپ نگاه کنید، ردی با عرض ناشی از نویز ساچمه‌ای حدود یک میلیونم سطح DC را نشان می‌دهد. اگر بهره کافی در زنجیره سیگنال دارید که سطح DC ممکن است ۱۰۰۰۰ ولت باشد (که به دلیل تزویج AC پیش از بهره فیلتر می‌شود) می‌توانید نوسانات نویز ساچمه‌ای را روی یک اسیلوسکوپ روی مقیاس  $10mV$  مشاهده کنید.

اکنون یک پرتو پارازیتیک را در نظر بگیرید که از ۱٪ بازتاب دوگانه در دستگاه اپتیک شیشه‌ای بدون پوشش تشکیل شده است، هر کدام با ۴٪ بازتاب. پس توان نسبی در پرتو پارازیتیک  $\frac{P_{para}}{P} = 16 \times 10^{-6} = 0.01 \times 0.04^2 = 0.00016$  است. اگر فاز پرتو پارازیتیک واقعاً ناشی از ارتعاشات، جریان هوا و غیره پیچیده شود، معادله (۲۱.۹) می‌دهد

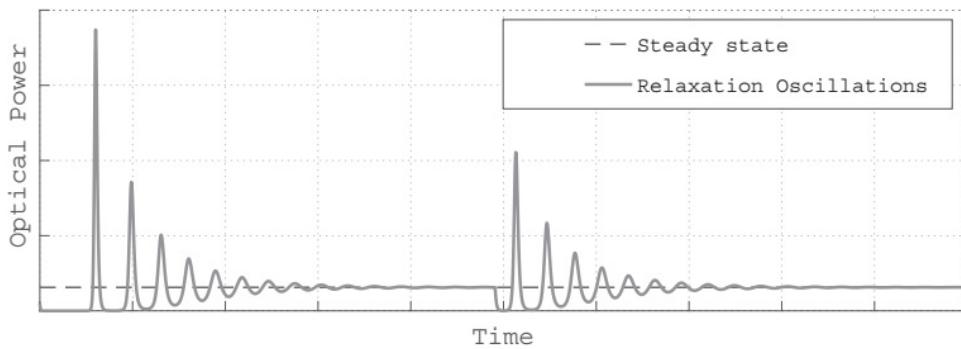
$$\frac{\Delta P}{P} = 1/6 \times 10^{-2}$$

تداخل پارازیتیک بهوضوح بر داده‌های حوزه زمان تسلط دارد و احتمالاً در حوزه فرکانس نیز غالب خواهد بود زیرا نرخ بسته‌بندی حاشیه‌ای احتمالاً متغیر است. شکل زیر نویز ایجاد شده توسط سطح تداخل پارازیتیک فرض شده در این مثال را نشان می‌دهد. حرکت اپتیک به عنوان یک حرکت نیمه تصادفی آهسته در مقیاس میکرونی انتخاب شد که چندین بار در ثانیه جهت را تغییر می‌دهد، که نشان‌دهنده ضربه زدن به دستگاه نوری توسط جریان هوا است.



شکل بالایی حرکت دستگاه نوری انتقال دهنده بازتابی را نشان می‌دهد که در تولید پرتو پارازیتیک نقش داردند. شکل مرکزی نوسانات قدرت نسبی حاصل را در خروجی نشان می‌دهد. بسته بندی حاشیه‌ای قابل توجهی وجود دارد. شکل پایینی جذر چگالی طیفی توان با شدت نسبی را نشان می‌دهد. (ما ریشه دوم PSD را برای رسم فشرده‌سازی محور را انتخاب کردیم). این یک روش معمول است و نتیجه آن "چگالی طیفی دامنه" نامیده می‌شود. "صخره" در حدود ۳۰۰ هرتز برای دامنه کوچک مشخص است. فرکانس قطع با حداکثر سرعتی که حاشیه‌ها به دلیل حرکت نوری با آن بسته می‌شوند، تنظیم می‌شود. خط چین سطح نویز ساقمه‌ای را نشان می‌دهد که در این مثال به طور کامل توسط نویز تداخل سنج پارازیتیک در بیشتر باند غرق شده است. این یک وضعیت قابل قبول برای اندازه‌گیری‌های کم نویز نخواهد بود.

نویز پراکندگی ناشی از پراکندگی رو به جلو، یا بازتابی به عقب، اجزای میدان نوری توسط گرد و غبار یا عیوب نوری است. مانند نویز تداخل سنج پارازیتیک، مقداری از میدان پراکنده در حالت پرتو خروجی خواهد بود و می‌تواند با آن تداخل داشته باشد. تمایز اصلی بین نویز تداخل سنج پراکندگی و پارازیتیک این است که پراکندگی به اندازه صدای تداخل سنج پارازیتیک بد نیست، اما خلاص شدن از شر آن دشوارتر است. همچنین، مگر اینکه مراکز پراکندگی به یک دستگاه اپتیکی متصل باشند، حرکتی که آنها متحمل می‌شوند احتمالاً کندر از یک اپتیک ارتعاشی است. بنابراین نویز پراکندگی ممکن است در فرکانس‌های پایین‌تر از تداخل سنج‌های پارازیتیک وارد شود.



شکل ۴.۹: یک راه حل عددی برای معادلات (۲۲.۹) و (۲۳.۹) که نوسانات استراحتی بزرگ لیزر را نشان می‌دهد (همچین "میخی Spiking" نامیده می‌شود). بسته به لیزر، چنین نوساناتی ممکن است به طور مداوم در سطح پایین توسط اشکالات کوچک در توان ورودی یا سایر تغییرات در شرایط عملیاتی تحریک شوند.

### ۲.۳.۹ ذاتی، مولد نویز، دینامیک لیزر

گاهی اوقات شدت خروجی لیزر بدون هیچ دلیل مشخصی نوسان می‌کند. ممکن است پس از مدتی فروکش کند یا به طور متناوب نوسان کند. یک دسته از این نوسانات "نویز نوسانات استراحتی"<sup>۱۷</sup> میدان لیزر هستند. برخی از لیزرهای، به ویژه لیزرهای حالت جامد، این ویژگی را دارند که اگر پمپ به طور ناگهانی خاموش شود، نور سریعتر از سطح لیزر بالایی که می‌تواند تخلیه شود، از کاواک خارج می‌شود. به عبارت دیگر، طول عمر سطح لیزری بالایی بیشتر از طول عمر کاواک است. اگر چنین لیزرهایی به بالاتر از آستانه پمپ شوند، نور به سرعت در کاواک جمع می‌شود. افزایش مرتبط در انتقال تحریک شده از سطح لیزر بالایی باعث می‌شود که وارونگی جمعیت سریعتر از آنچه پمپ می‌تواند جبران کند تخلیه شود. بنابراین، بهره دوباره به زیر آستانه سقوط می‌کند و سطح نور کاهش می‌یابد. هنگامی که این اتفاق افتاد، چرخه می‌تواند دوباره شروع شود زیرا پمپ یک بار دیگر وارونگی را بالاتر از آستانه می‌آورد. فرکانس نوسان بین انواع لیزر بسیار متفاوت است و در لیزرهای حالت جامد به چند کیلوهرتز و در لیزرهای دیود به گیگاهرتز می‌رسد. از طرف دیگر لیزرهای گازی این نوع رفتار نوسانی را از خود نشان نمی‌دهند.

این رفتار را می‌توان با معادلات نرخ مانند معادله (۱۶.۶) برای تعداد اتم‌های  $N_2$  برانگیخته شده به سطح لیزر بالایی و یک معادله تزویج شده برای شار فوتون در کاواک لیزر توصیف کرد. مثلاً،

$$\frac{dN_2}{dt} = R_p - \gamma_{21}N_2 - \sigma_{21}N_2\mathcal{N} \quad (22.9)$$

$$\frac{d\mathcal{N}}{dt} = \frac{\sigma_{21}c}{V}N_2\mathcal{N} - \gamma_c\mathcal{N} \quad (23.9)$$

<sup>۱۷</sup>Relaxation Oscillations

که در آن  $N_2$  تعداد اتم‌ها در حالت لیزر بالایی است و  $N$  شار فوتون<sup>۱۸</sup> در کاواک لیزر است،  $R_p = \frac{I(t)}{h\nu} \cdot N$  نرخ پمپ است،  $\gamma_{21}$  حتمال انتقال خود به خودی  $1 \rightarrow 2$  یک اتم منفرد در واحد زمان است،  $\sigma_{21}$  مقطع انتقال تحریک شده است  $1 \rightarrow 2$ ،  $V$  حجم حالت نوری در محیط بهره است،  $c$  سرعت نور است و  $\gamma_c$  سرعتی است که در آن شار فوتون از حفره از طریق آینه‌های ورودی یا انتهایی یا از طریق مکانیسم‌های از دست دادن خارج می‌شود. برای محدوده‌های معینی از مقدایر ضرایب، این معادلات رفتار نوسانی را نشان می‌دهند که با حل عددی آنها در شکل (۴.۹) نشان داده شده است. شکل، توان نوری (متنااسب با  $\square$ ) را به عنوان تابعی از زمان نشان می‌دهد. رفتاری که مشاهده می‌شود مجموعه‌ای از نوسانات میرا شده سیخ‌دار است که به مقدار حالت پایداری که توسط معادله (۱۸.۶) داده شده است، می‌رسند. اگر سیستم پس از استقرار مجدداً مختلف شود، نوسانات می‌توانند دوباره شروع شوند. این نیز در شبیه سازی نشان داده شده در شکل (۴.۹) نشان داده شده است. تقریباً در نیمه راه سری زمانی، زمان ذخیره سازی حفره برای مدت کوتاهی کاهش یافت. این می‌تواند یک آینه لیزری ضربه خورده را شبیه سازی کند. اثر مشابه زمانی اتفاق می‌افتد که قدرت پمپ برای مدت کوتاهی کاهش یابد. بنابراین، می‌بینیم که معادلات نرخ اساسی برای لیزرها حاوی پتانسیل نوسان مداوم در پاسخ به اختلالات محیطی، تحويل ناقص توان و غیره است.

منبع دیگر نویز نوری ذاتی در لیزرها به‌این دلیل است که آنها می‌توانند چندین حالت فضایی ( $TEM_{mn}$ ) و/یا چندین مود طولی (تعداد متفاوتی از طول موج‌های نیم‌موج در داخل کاواک) داشته باشند که به‌طور همزمان برانگیخته می‌شوند. مودهای مختلف ممکن است طول موج‌های کمی متفاوت داشته باشند، اما همه در باند انتقال لیزر قرار دارند و بنابراین همه می‌توانند برانگیخته شوند. گاهی اوقات، نسبت مودها در لیزر ثابت نمی‌ماند و این منجر به تغییر دامنه خروجی می‌شود، زیرا مودها برای فوتون‌های محیط افزایش رقابت می‌کنند. همچنین، اثرات حرارتی ممکن است ترکیب مود لیزر را تغییر دهد. به‌همین دلیل بهتر است قبل از استفاده، لیزر را برای مدتی گرم کنید. می‌توان تنها با استفاده از لیزرهای تک مود از این منبع نویز جلوگیری کرد.<sup>۱۹</sup> آنها معمولاً نویز کمتری دارند و رفتار بهتری دارند، اما همچنین به‌طور قابل توجهی گرانتر از لیزرهای چند مودی از همان نوع اصلی هستند.

## تمرینات

- ۰ تمرین ۱ نشان دهید که سرعت متوسط فوتون  $\langle \dot{n} \rangle$  در یک پرتو با توان  $P = 50$  وات و طول موج  $\lambda = 1,064$  میکرومتر حدود  $2/5 \times 10^{20}$  فوتون در ثانیه است.

<sup>۱۸</sup>شار فوتون،  $N$ ، تعداد فوتون‌ها در واحد سطح مقطع، در واحد زمان است.

<sup>۱۹</sup>لیزرهای تک مودی خالص فقط یک مود طولی دارند و آن مود طولی در یک مود فضایی واحد است،  $TEM_{..}$ . از آنجایی که دستیابی به مود تک فضایی نسبتاً آسان است و عموماً از یک لیزر با کیفیت خوب انتظار می‌رود، لیزرهای تک مودی نیز با نام لیزرهای «تک مود طولی» یا «تک فرکانس» شناخته می‌شوند.

- تمرین ۲ اگر از نشانگر لیزری با چرخه کاری ۲۵ درصد استفاده شود، تعداد کل فوتون‌ها،  $n$  را تخمین بزنید که از یک نشانگر لیزری سبز یک میلی‌واتی با طول موج ۵۳۲ نانومتر در طول یک سخنرانی معمولی یک ساعته خارج می‌شوند.

- تمرین ۳ پنج ضریب اول  $a_n$  را در حالت همدوس،  $\alpha = \sqrt{2}$  وقتی  $|n\rangle = \sum_n a_n |n\rangle$  بنویسید. مقدار انتظاری (امید ریاضی)  $\langle n \rangle$  برای تعداد فوتون‌ها در  $|\alpha\rangle$  چیست؟ مقدار مورد انتظار برای تعداد فوتون‌ها در حالت همدوس  $|\alpha\rangle$  با  $\alpha = \sqrt{2} + j\sqrt{2}$  با چقدر است؟

- تمرین ۴ چگالی احتمال پواسون  $p(n)$  با معادله (۴.۹) و چگالی احتمال گوسی متناظر با رابطه زیر داده می‌شود

$$g(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(n-\langle n \rangle)^2}{2\sigma^2}}$$

که در آن  $\langle n \rangle = \sigma^2$  است. اثبات اینکه این چگالی‌های احتمال برای  $\langle n \rangle$  بزرگ به یکدیگر تمایل دارند، آسان نیست. با این حال، با کمک فرمول استرلینگ، نشان دادن اینکه قله‌های توزیع‌ها وقتی  $n \rightarrow \infty$  هستند، چندان دشوار نیست. این را نشان دهید.

- تمرین ۵ (مسئله کامپیوتری) نشان دهید که افزودن موج سینوسی به نویز گوسی، چگالی احتمال را به گونه‌ای تغییر می‌دهد که آن را گسترش می‌دهد، و اگر دامنه RMS موج سینوسی به‌طور قابل توجهی بزرگ‌تر از دامنه RMS نویز باشد، توزیع دومودی<sup>۲۰</sup> یعنی با دو قله می‌شود. توضیح دهید که چرا اینطور است. ممکن است برای شما مفید باشد که کودکی را که روی یک تاب یا جرمی روی فنر قرار دارد بهنوان نمونه‌هایی از حرکت تقریباً سینوسی در نظر بگیرید.

- تمرین ۶ (مسئله کامپیوتری)تابع چگالی احتمال گوسی،  $g(x)$  از  $x = -\infty$  تا  $x = a$  که تولید کننده  $G(a)$ ، تابع توزیع تجمعی<sup>۲۱</sup> (CDF) است را به صورت عددی انтگرال‌گیری کنید. این کار را برای ۱۰۰ مقدار  $a$  در محدوده  $4\sigma < a < 4\sigma$  انجام دهید. نمودار  $G(a)$ . نتیجه عددی خود را با CDF تحلیلی مقایسه و بررسی کنید.

- تمرین ۷ (مسئله کامپیوتری) یک برنامه ساده برای محاسبه طیف توان  $(z(t))$  با استفاده از تبدیل فوریه سریع، "FFT" بنویسید. به عبارت دیگر، از  $S = \hat{z}(f)$  استفاده کنید که در آن  $\hat{z}(f)$  تبدیل فوریه  $(z(t))$  است. در مطلب دستور "fft" FFT است و در پیتون می‌توان آن را در بسته NumPy به عنوان "np.fft.fft" یافت. با افزودن قابلیت محاسبه طیف توان متوسط، برنامه خود را تقویت کنید. نکته: برای محاسبه یک طیف متوسط با  $n$  میانگین، داده‌های حوزه زمانی  $(z(t))$  خود را به  $n$  قسمت مساوی تقسیم کنید. طیف توان تک تک قطعات را محاسبه کنید و آنها را میانگین بگیرید. عملکرد خود را روی موج سینوسی و نویز تصادفی آزمایش کنید.

<sup>۲۰</sup>Bimodal

<sup>۲۱</sup>Cumulative Distribution Function (CDF)

• تمرین ۸ در صورتی که جریان عکس  $1\%$  میلیآمپر DC باشد، نویز شدت نسبی (یک طرفه) ناشی از نویز ساچمه‌ای از چراغ قوه دریافتی توسط فتودیود را تخمین بزنید. مانند سایر PSDها، RIN یک طرفه دو برابر  $\text{RIN}_{\text{DC}}$  دو طرفه است (که در آن فرکانس‌های منفی جدا از فرکانس‌های مثبت تلقی می‌شوند). جریان DC باید چقدر باشد تا  $\text{RIN}$  دو طرفه  $1\text{Hz}^{-1}$  باشد؟

• تمرین ۹ سطح RMS سیگنال را در اسیلوسکوپ بهدلیل نویز ساچمه‌ای در خروجی تداخل‌سنج مایکلسون تخمین بزنید. فرض کنید اسیلوسکوپ مستقیماً به یک فتودیود در پایانه ضد متقارن یک تداخل‌سنج ساده مایکلسون که در قسمت میانی کار می‌کند متصل است. (بهدلایلی که در بخش ۲.۲.۶ توضیح داده شده است، اتصال مستقیم فوتودیود به اسیلوسکوپ در عمل ایده خوبی نیست). فرض کنید لیزر دارای نویز ساچمه‌ای محدود است، طول موج  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ،  $P_{in} = 5 \text{ mW}$  وات دارد. مقاومت ورودی اسیلوسکوپ یک مگا اهم است. ظرفیت یک فتودیود سیلیکونی یک میلی‌متر مربع همراه با مقاومت یک مگا اهم اسیلوسکوپ تزویج شده است که با جریان متنابض تزویجی مانند یک فیلتر ورودی با باند عبور  $0.3 \text{ Hz}$  کیلوهرتز عمل می‌کند. آیا این سیگنال ولتاژ RMS در یک اسیلوسکوپ معمولی قابل مشاهده است؟

راهنمائی: ابتدا جریان نور متوسط (DC) تولید شده توسط فتودیود را پیدا کنید. سپس ولتاژ DC مربوطه را در یک مگا اهم ضرب کرده بدست آورید. می‌توانید فرض کنید که اسیلوسکوپ به هیچ‌وجه بر جریان نور تأثیر نمی‌گذارد به جز اینکه به نوسانات خارج از باند عبور فوق الذکر حساس نیست.

• تمرین ۱۰ ثابت کنید که معادله (۲۱.۹) صحیح است.  
راهنمائی: موردی را در نظر بگیرید که پرتوهای پارازیتیک و پرتو اصلی تداخل سازنده دارند و آن را با حالتی که تداخل مخرب دارند مقایسه کنید. به یاد بیاورید که  $|E|^2 \propto I$  است.

• تمرین ۱۱ (مسئله کامپیوتری) شکل مرکزی را در تمرین ۹.۲ بازتولید کنید، به جز اینکه اجازه دهدید حرکت نوری سینوسی با فرکانس دو هرتز و دامنه دو میکرون باشد. (فرض کنید یک تداخل‌سنج پارازیتیک بین دو اپتیک بدون پوشش ضد انعکاس ایجاد شده است که  $4\%$  از توان ورودی را منعکس می‌کند. فرض کنید  $1\%$  از نور منعکس شده مضاعف در مسیر جلو در حالت نوری مشابه پرتو اصلی است. فرض کنید لیزر پنج میلی وات بدون نویز در طول موج  $532 \text{ nm}$  است). سپس تمرین را تکرار کنید اما با پوشش‌های ضد انعکاس روی اپتیک که تنها  $0.25\%$  درصد از قدرت نور ورودی را منعکس می‌کند. نوسان توان خروجی توسط پوشش‌های ضد انعکاس چقدر کاهش می‌یابد؟ مسیرهای دامنه زمانی را برای هر مورد روی همان نمودار بکشید.

• تمرین ۱۲ (مسئله کامپیوتری) معادله (۲۲.۹) و (۲۳.۹) با هم را به صورت عددی با استفاده از یک حل کننده معادلات دیفرانسیل معمولی داخل مطلب یا پیتون

حل کنید. بدون نگرانی بیش از حد در مورد مقدار "صحیح" پارامترها، ببینید آیا می‌توانید رفتار نوسانی را برای هر مقدار از پارامترها دریافت کنید.

راهنمائی: با تمام ضرایب  $N_2$  و  $N$  برابر با یک شروع کنید به جز مجموعه  $\gamma_{21} = 0$ . همچنین با  $R_p = 1$  شروع کنید. بگذارید  $t$  از  $0$  تا  $100$  در این واحدها اجرا شود. وقتی کد کار کرد، سعی کنید پارامترها را تنظیم کرده تا نوسانات را پیدا کنید. مطمئن شوید که شرط اولیه شما برای  $N(t=0) = 0$  برابر  $\frac{dN}{dt}(t=0) = 0$  صفر خواهد ماند.

## ۴.۹ آزمایش: نویز ساچمه‌ای

### اهداف

۱. بررسی نویز نوری در حوزه زمان و فرکانس.
۲. تفسیر طیف قدرت.
۳. تشخیص ویژگی‌های کلی نویز نوری.
۴. بررسی وابستگی نویز ساچمه‌ای به توان نوری.

### تجهیزات مورد نیاز

- یک فتودیود با ناحیه فعال حدود  $3 - 10$  میلی‌متر عرض.
- تقویت کننده فوتودیود با نویز کم. ترانس‌امپدانس در مجاورت  $10k\Omega$  -  $1$  به خوبی کار می‌کند. اگر یک تقویت کننده کم نویز با ترانس‌امپدانس متغیر موجود باشد، می‌توان از آن استفاده کرد. همچنین ممکن است تقویت کننده بخشی از یک بسته واحد باشد که شامل فتودیود است.
- چراغ قوه با لامپ رشته‌ای.
- چراغ قوه با لامپ LED.
- لیزر هلیوم-نئون با توان  $5 - 2$  میلی‌وات.
- چندین فیلتر چگالی خنثی با چگالی نوری متوسط (به عنوان مثال،  $OD : 0/20/40/61/0$ ).
- فیلترها را می‌توان ترکیب کرد. برای دریافت حداقل پنج سطح انتقال مختلف به فیلترهای کافی نیاز دارید.
- یک اسیلوسکوپ.

- یک آنالایزر طیف با نویز کم با باند صوتی که حداقل محدوده ۱۰۰ هرتز تا ۲۰ کیلوهرتز را پوشش می‌دهد (به عنوان مثال، SR780 کلاسیک). همچنین می‌توانید از یک سیستم جمع‌آوری داده استفاده کنید و طیف‌ها را در زمان واقعی یا آفلاین بسازید. این کار خیلی بهتر است اما برای انجام صحیح نیاز به مراقبت دارد<sup>۲۲</sup>
- اختیاری: لنز با فاصله کانونی کوتاه ( $200 < \text{میلی متر}$ ) برای جمع‌آوری نور از چراغ‌قوه. هرچه لنز بزرگ‌تر باشد، نور بیشتری می‌توان جمع‌آوری کرد، بنابراین من عدسی با قطر ۵ سانتی‌متر یا بیشتر را توصیه می‌کنم. (اگر چراغ‌قوه‌ها به اندازه کافی روشن باشند، ممکن است نیازی به این کار نباشد).

### نویز نوری

هر منبع نوری دارای نوسانات نویز در دامنه و فاز است. این انواع نویز به نام‌های "نویز دامنه" و "نویز فرکانس" نامیده می‌شوند زیرا مشتق زمانی فاز فرکانس است. اندازه‌گیری نویز فرکانس تا حدودی مشکل است زیرا نیاز به استفاده از نوعی تشخیص دهنده فرکانس<sup>۲۳</sup> نوری دارد. می‌توان از یک کاواک نوری پایدار (فصل هفتم) استفاده کرد، اما راه اندازی آن برای این آزمایشگاه بسیار درگیری دارد. از طرف دیگر، نویز دامنه را می‌توان به طور مستقیم با یک فتودیود اندازه‌گیری کرد. شما ویژگی‌های نویز دامنه را در سه دسته اصلی منابع نور بررسی خواهید کرد: لامپ رشته‌ای، LED و لیزر. فتودیود شما باید به اندازه کافی حساس باشد تا "نویز ساچمه‌ای" را تشخیص دهد که از انرژی نور کوانتیزه (فوتون) ثبت شده توسط فتودیود ناشی می‌شود. نویز ساچمه‌ای مانند صدای باران دارای باند عریض است.

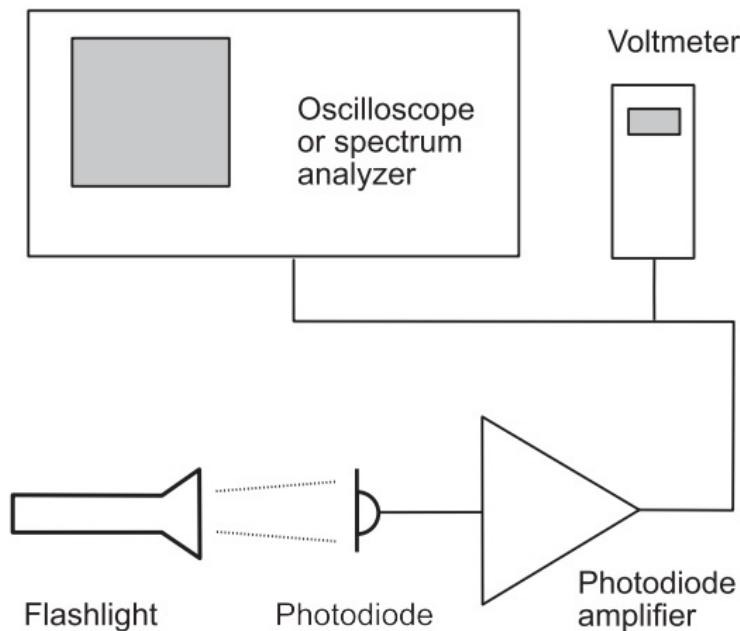
چراغ قوه را با لامپ رشته‌ای در یک فتودیود بتابانید. ممکن است لازم باشد یک عدسی در مقابل فتودیود قرار دهید تا حداکثر نور را بر روی ناحیه فعال فتودیود متمرکز کنید. مطمئن شوید که نور دیگری به فتودیود نمی‌رسد. شکل (۵.۹) نمای کلی چیزش را نشان می‌دهد.

**توصیه‌ها** یا نور اتاق را تا آخر کم کنید یا یک جعبه مقوای را روی فتودیود قرار دهید و سوراخی ایجاد کنید تا فقط نور چراغ قوه به ناحیه فعال فتودیود برسد. یک لوله ساده می‌تواند به همین منظور عمل کند. اطمینان حاصل کنید که خروجی تقویت کننده فتودیود شما نزدیک به اشباع نیست. با تابش نور بسیار روشن به دیود نوری، سطح اشباع را پیدا کنید. هنگامی که سطح خروجی به تغییرات کوچک در سطح نور پاسخ نمی‌دهد، اشباع می‌شود. اکنون، با استفاده از چراغ قوه، مقدار نوری را که به فتودیود می‌رسد (و/یا افزایش بهره تقویت کننده) را تنظیم کنید تا سطح خروجی بین ۷۵ تا ۲۵ درصد سطح اشباع باشد.

ابتدا خروجی تقویت کننده فتودیود را به یک اسیلوسکوپ وصل کنید. ورودی اسیلوسکوپ را روی AC کوپل شده تنظیم کنید و حساسیت ولتاژ را تا زمانی که نویز را مشاهده کنید

<sup>۲۲</sup> مطمئن شوید که بلافاصله پس از فتودیود مسدود کننده‌های DC و تقویت کننده‌های نویز بسیار کم دارید. همچنین ممکن است قبل از دریافت سیگنال نیاز به فیلتر و سفید کردن داشته باشید.

<sup>۲۳</sup> Frequency Discriminator



شکل ۵.۹: چینش برای اندازه‌گیری نویز شات. ولتاژ DC نشان داده شده توسط ولتمتر متناسب با کل توان نوری جذب شده توسط فتودیود است.

(احتمالاً در محدوده میلی ولت) افزایش دهد. در مورد نویز به عنوان تابعی از زمان چه می‌توانید بگویید؟ تصادفی است؟ آیا ویژگی‌ها معمولاً در طول زمان یکسان هستند (”ایستا“) یا نوسان دارند؟ دامنه RMS نویز را اندازه‌گیری کنید.

اسیلوسکوپ را با آنالایزر طیف جایگزین کنید. اگر قبلاً از آنالایزر طیف استفاده نکرده‌اید، از مرتبی خود بخواهید که بهشما در راه اندازی آنالایزر کمک کند. باید در کمترین پیکربندی نویز ممکن باشد. باید AC کوپل شده باشد و بیشترین مقدار ممکن تقویت ورودی (کمترین محدوده ورودی) را داشته باشد در حالی که همچنان سیگنال شما را بدون اشباع در خود جای می‌دهد. آنالایزر طیف را طوری تنظیم کنید که باند را بین  $100$  هرتز و  $10$  کیلوهرتز نشان دهد و آن را به طور متوسط داده‌های دریافتی برای چند ثانیه تنظیم کنید. در مورد ساختار نویز در این باند به عنوان تابعی از فرکانس چه می‌توانید بگویید؟ اگر ویژگی‌هایی وجود دارد، می‌توانید منبع آنها را شناسایی کنید؟ به عنوان مثال، نویز ناشی از برق AC در آزمایشگاه به صورت پیک‌های تیز در چند برابر فرکانس خط (بسته به منطقه شما  $50$  هرتز یا  $60$  هرتز) ظاهر می‌شود. نویز ساچمه‌ای از طرف دیگر قرار است سفید (طیف مسطح) باشد. آیا کشش فرکانسی در این باند وجود دارد که نویز سفید باشد؟

اکنون با استفاده از فیلترهای چگالی خنثی میزان تابش نور بر روی دیود نوری را تغییر خواهید داد. در هر سطح نور، چگالی طیفی توان  $S_V$  نویز پهنه‌ای باند را در واحدهای  $V^2/Hz$  در دو فرکانس مختلف  $f_1$  و  $f_2$  انتخابی خود در رژیم  $kHz$  ثبت کنید. (به عنوان مثال،  $f_1 \approx 2$  کیلوهرتز و  $f_2 \approx 8$  کیلوهرتز انتخابهای خوبی هستند). برخی از آنالیزورها بین

## اُپتیک آزمایشگاهی

واحدهای قله به قله (پیک تا پیک) ( $V_{pp}^2/Hz$ ) و واحدهای مربع میانگین ریشه ( $V_{rms}^2/Hz$ ) انتخاب دارند. از واحدهای RMS استفاده کنید. مطمئن شوید که فرکانس‌هایی که انتخاب می‌کنید به منابع نویز باند باریک آلوه نشده باشند. به عبارت دیگر، از پیک‌های تیز در طیف قدرت اجتناب کنید. در هر سطح نور، ولتاژ  $DC$ ,  $V_{DC}$ , را از تقویت کننده فوتودیود همانطور که روی ولتمتر اندازه‌گیری می‌شود، ثبت کنید. در پایان، نور را به طور کامل مسدود کنید و سطح نویز تاریک را اندازه بگیرید. ( $S_V(f_1)$  و  $S_V(f_2)$  را در مقابل  $V_{DC}$  رسم کنید).

سطح ولتاژ  $DC$  که از دیود نوری می‌آید با توان نوری متناسب است. بنابراین، معادله (۱۱.۹) یک رابطه خطی بین دامنه طیف توان باند پهن و ولتاژ  $DC$  را پیش‌بینی می‌کند. همانطور که قبلا در این فصل توضیح داده شد، پیش‌بینی یک رابطه خطی در نهایت به تصویری که نور کوانتیزه می‌شود ممکن است. یک برازش خطی به ( $S_V(f_1)$  در مقابل  $V_{DC}$  و یک برازش خطی دوم برای  $S_V(f_2)$  در مقابل  $V_{DC}$ ) انجام دهد. با توجه به معادله (۱۱.۹)، همچنین می‌توانیم PSD جریان نوری را به دلیل نویز ساقمه‌ای به صورت زیر بنویسیم

$$S_i(f) = 2ei \quad (۲۴.۹)$$

ضرب هر دو طرف در  $R^i$  و استفاده از  $V = iR$  در سمت راست، PSD ولتاژ ارائه شده به تحلیلگر طیف را می‌دهد.

$$S_V(f) = 2eRV \quad (۲۵.۹)$$

که در آن  $V$  ولتاژ متوسط (یا DC) است. آیا تناسب  $S_V$  در مقابل  $V_{DC}$  شما از نظر کمی با این معادله پس از کم کردن سطح نویز تاریک مطابقت دارد؟

**تصویبهای مطمئن شوید** که واحدهای موجود در تحلیلگر طیف را در کمی کنید. اگر آنالایزر طیف شما توانایی نمایش واحدهای فیزیکی مانند  $V^2/Hz$  را دارد، از آن‌ها به هر نوع واحد دسی‌بل ترجیح دهید. (واحدهای دسی‌بل لگاریتمی هستند و باید به  $\frac{Volts}{Hz}$  تبدیل شوند). مگر اینکه مسطح باشد، به یکتابع انتقال برای تقویت کننده فوتودیود نیاز دارید. (شما به پاسخ در  $f_1$  و  $f_2$  در مقابل  $V_{DC}$  با پاسخ DC نیاز دارید).

این اندازه‌گیری را با لیزر HeNe به عنوان منبع نور تکرار کنید. در فرکانس‌های زیر چند کیلوهرتز، یک HeNe معمولی توسط منابع فنی نویز نور محدود می‌شود. بنابراین PSD پهنهای باند باید مانند مربع ولتاژ  $DC$  باشد. آیا این مورد است؟ برای مقایسه با رفتار چراغ قوه، ( $S_V(f_1)$  و  $S_V(f_2)$  را در مقابل  $V_{DC}$  قبلا از آن روی همان نموداری که داده‌های چراغ قوه نشان می‌دهند رسم کنید. اگر متوجه شدید که HeNe به اندازه‌ای خوب است که در فرکانس‌هایی که ابتدا بررسی کرده‌اید، نویز محدود شود، سعی کنید یک فرکانس نویزدار خاص پیدا کنید و نشان دهید که آن در واقع مانند  $V_{DC}^2$  در آن فرکانس‌ها عمل می‌کند.

رفتار نویز نور چراغ قوه LED را به همین ترتیب بررسی کنید. آیا نویز آن شبیه لیزر یا لامپ‌های رشته‌ای است؟

### ۱.۴.۹ ایده‌هایی برای بررسی بیشتر

پاسخ تقویت کننده فوتودیود معمولاً با فرکانس کاهش می‌یابد. از تابع انتقال تقویت کننده (ارائه شده با تقویت کننده یا توسط مربی خود) برای اصلاح طیف‌های خود برای این کار استفاده کنید. آیا پس از تصحیح این طیف‌ها سفید هستند؟ اگر نه، چرا که نه؟ دلیل استفاده از فیلترهای چگالی خنثی در این آزمایش، اطمینان از عدم تغییر طیف نور همراه با تابش بود. اگر در عوض ولتاژ لامپ رشته‌ای را تغییر داده بودیم، کاهش ولتاژ منجر به قرمز شدن طیف خروجی همراه با تغییر در درخشندگی خروجی می‌شد. این چگونه بر اندازه‌گیری شما تأثیر می‌گذارد؟

یک مقسم پرتو  $50/50$  تنظیم کنید و مقادیر مساوی نور را به هر یک از دو فوتودیود کم نویز یکسان هدایت کنید. سعی کنید طول دو مسیر را برابر نگه دارید. از آنجایی که نویز ساچمه‌ای با تشخیص فوتون‌ها در هر یک از فوتودیودها به طور جداگانه ایجاد می‌شود، سهم نویز ساچمه‌ای در دو جریان نوری باید نامرتبط باشد. برای یک منبع محدود با نویز ساچمه‌ای، چگالی متقاطع طیفی بین دو سیگنال دیود نوری باید کمتر از طیف توان هر یک از سیگنال‌های دیود نوری منفرد باشد. <sup>۲۴</sup> این را تأیید کرده و در مورد اینکه آیا این نشان می‌دهد که نویز واقعاً از فروپاشی تابع موج ایجاد می‌شود، نظر دهید. اگر وقت دارید، این رفتار را با منبعی مقایسه کنید که نویز ساچمه‌ای محدود نیست.

---

<sup>۲۴</sup> طیف توان یک ولتاژ سیگنال فوتودیود منفرد تقویت شده باید با چگالی متقاطع طیفی همان سیگنال با خودش یکسان باشد. شما می‌توانید این را مستقیماً با اتصال دو پایانه تحلیلگر طیف یا سیستم جمع آوری داده به یک سیگنال با استفاده از یک "T" ساده (نه تقسیم کننده قدرت) بررسی کنید. طیف توان هر یک از پایانه‌ها را با طیف متقاطع بین پایانه‌ها مقایسه کنید



## پیوست آ

# تجزیه و تحلیل و نمایش داده‌ها با متلب و پایتون

این فصل به عنوان مکانی برای شروع برنامه نویسان مبتدی با تجربه کم یا بدون تجربه با متلب و پایتون در نظر گرفته شده است. ایده این است که مقدمه‌ای اساسی برای متلب و/یا پایتون ارائه شود که به شما امکان می‌دهد داده‌ها را به سرعت تجزیه و تحلیل و نمایش دهیم. پس از این مقدمه، باید احساس کنید که زبان چگونه کار می‌کند و بتوانید وظایف اولیه داده را انجام دهید. امیدواریم انگیزه داشته باشید که مطالب بیشتری را انتخاب کنید و زبان انتخابی خود را تا حدودی عمیق یاد بگیرید. انبوهی از جستجوهای اینترنتی را در حین کدنویسی انجام دهید و سعی کنید آنچه را که پیدا کرده‌اید را بفهمید و به خاطر بسپارید تا دفعه بعد از جستجوی مشابه جلوگیری کنید. (سعی کنید فقط برش، چسباندن و فراموش را اجام ندهید). پاسخ معمولاً وجود دارد و تقریباً مطمئناً کسی وجود دارد که قبلًا جای شما بوده است، و کسی که برای کمک کردن وقت گذاشته است. سعی کنید دستورات را به تنهایی به خاطر بسپارید. کدنویسی را سریعتر و لذت بخش‌تر می‌کند.

## ۱. آ مطلب در مقابل پایتون

---

ما دو تا از محبوب ترین زبان‌های برنامه نویسی در علم را بررسی خواهیم کرد: متلب و پایتون، در کنار هم. این به شما ایده‌ای از شباهت‌ها و تفاوت‌های اساسی می‌دهد. اگر قبلًا متلب یا پایتون را به خوبی می‌شناسید، می‌توانید از این فرصتی برای یادگیری دیگر برنامه استفاده کنید. اگر نهمتلب و نه پایتون را بلد نیستید، روی یادگیری خوب یکی از آنها تمرکز کنید اما مراقب نحوه انجام کارها در زبان دیگر باشید. سعی نکنید همزمان متلب و پایتون را یاد بگیرید. یکی را انتخاب کنید! توصیه من این است که ابتدا هر زبانی را که دوستان و همکارانتان استفاده می‌کنند یاد بگیرید

متلب به عنوان یک زبان برنامه نویسی علمی، یک "آزمایشگاه ماتریس" با ریشه‌های فرترن در اواخر دهه ۱۹۷۰ طراحی و در دهه ۱۹۹۰ به بلوغ رسید. نقطه قوت متلب این است که نیازی نیست نگران مفاهیم برنامه نویسی فانتزی باشید. شما فقط باید نحو اصلی آن و به خصوص نحوه برخورد با ماتریس‌ها و آرایه‌ها را بدانید. سادگی مدیریت ماتریس‌ها و آرایه‌ها، استفاده از آن با داده‌ها را لذت‌بخش می‌کند. متلب رایگان نیست اگرچه به دانش آموzan این نرم افزار با قیمت بسیار پایین ارائه می‌شود. متلب همچنین با خرید اجزای اضافی از Mathworks، سازنده با متلب قابل افزایش است.

پایتون یک زبان جدیدتر است که اولین بار در اواخر دهه ۱۹۸۰ طراحی شد و در دهه ۲۰۰۰ به بلوغ رسید. نقطه قوت پایتون این است که یک زبان برنامه نویسی همه منظوره است که به گونه‌ای طراحی شده است که از طریق بسته‌های الحاقی بسیار قابل توسعه باشد. این نیز مانند اکثر بسته‌ها رایگان است. بنابراین پایتون در کارهایی که می‌تواند انجام دهد بسیار انعطاف پذیر است و دستیابی به ابزارهای مورد نیاز برای کاربران آسان است. شما بسته‌های مورد نیاز خود را برای انجام وظایف موردنظر خود اضافه می‌کنید. بسته‌های الحاقی علمی اصلی، NumPy و SciPy، تقریباً همان قابلیت‌های اصلی متلب را به پایتون می‌دهند. از آنجایی که هزاران بسته الحاقی برای پایتون در دسترس است، با احتمال زیاد چیزی برای رفع اکثر نیازهای تخصصی وجود دارد. مثال‌ها عبارتند از: نجوم (اخترشناسی)، زیست‌شناسی مولکولی (بیوپایتون)، هواشناسی (متپی)، نسبیت عام (اینشتینپی)، ریاضیات نمادین (سمپی) و غیره. این توسعه پذیری و این واقعیت که پایتون به عنوان یک زبان برنامه نویسی همه منظوره طراحی شده است، به این معنی است که شروع برنامه نویسی علمی با پایتون ممکن است کمی پیچیده تر از شروع با متلب باشد.<sup>۱</sup>

## ۲. آ کد نویسی پایه

در اینجا کدی وجود دارد که یک موج سینوسی را ترسیم می‌کند.

### PYTHON

#### MATLAB

```
theta = -4*pi:0.1:4*pi;
plot( theta, sin(theta) );
shg;
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
theta = np.arange(-4*np.pi,4*np.pi,0.1)
plt.plot( theta, np.sin(theta) )
plt.show()
```

در نسخه متلب، ابتدا یک لیست طولانی از اعداد بین  $-4\pi$  تا  $4\pi$  که با فواصل ۰/۱ از هم تعریف می‌کنیم و آنها را به متغیر تتا نسبت می‌دهیم. (چنین لیستی در متلب به عنوان "بردار" شناخته می‌شود. در واقع فقط یک آرایه است که از یک ردیف یا ستون تشکیل شده است.) سپس آن بردار اعداد را در برابر سینوس عناصر آن رسم می‌کنیم. خط آخر

<sup>۱</sup> برای به دست آوردن یک سیستم کامل شامل یک محیط توسعه یکپارچه به نام "spyder" توصیه می‌کنم "Anaconda Python" را دانلود کنید. در این زمان نوشتن کتاب، رایگان است.

مخفف "نمایش نمودار" است و فقط پنجره طرح را به جلو می‌آورد. همانطور که می‌بینید، نسخه پایتون ویژگی‌های بیشتری دارد. خط سوم و چهارم اساساً مانند نسخه متلب هستند اما در جاهایی "np" و "plt" ظاهر می‌شوند. همچنین نحوه تعریف بردار اعداد در پایتون کمی متفاوت است. اما دو خط اضافی در ابتدای کد پایتون وجود دارد. با توجه به اینکه پایتون به صورت توسعه یافته طراحی شده است، اولین کاری که باید انجام دهیم این است که بسته افزونه (NumPy) را وارد کنیم که تابع سینوس و عدد غیر منطقی  $\pi$  را تعریف می‌کند. NumPy همچنین به ما اجازه می‌دهد تا از طریق روش "arange" بردارها را بسازیم. مورد بعدی این است که بسته افزونه را وارد کنید که اجازه ترسیم را می‌دهد (matplotlib.pyplot). ما همچنین انتخاب می‌کنیم که به بسته‌های برنامه افزودنی به ترتیب نام‌های مستعار، np و plt بدھیم، که توسط آن‌ها می‌توان محتوای بسته را بعداً ارجاع داد. بنابراین، برای مثال، plt.plot تابع رسم مورد نیاز ما و np.sin تابع سینوس است.

اگر در متلب یا پایتون تازه کار هستید، باید این کد را اجرا کنید. اگر از متلب استفاده می‌کنید، محیط توسعه یکپارچه (IDE) به طور پیش فرض باز می‌شود. اگر از Anaconda Python استفاده می‌کنید، باید IDE "Spyder" را راه اندازی کنید. (IDE‌های دیگری وجود دارند، اما برای اهداف این آموزش فرض می‌کنیم که شما از Spyder استفاده می‌کنید.) در پنجره ویرایشگر، کد بالا را تایپ کنید. سپس دکمه سبز زنگ "play" را در بالای پنجره فشار دهید. این کد را ذخیره و اجرا می‌کند و به همان روش در Matlab's IDE و Spyder کار می‌کند. (اگر فایل قبل ذخیره نشده باشد، IDE ممکن است از شما نام بخواهد. می‌توانید آن را با هر نامی که دوست دارید ذخیره کنید.)

احتمالاً متوجه شده‌اید که یک پنجره کنسول هم در IDE Matlab و هم در Spyder وجود دارد که (از جمله موارد دیگر) نام فایلی را که شما اجرا کرده‌اید نشان می‌دهد. در واقع، کنسول جایی است که برنامه در واقع راه اندازی می‌شود. هنگامی که فلش سبز را فشار دادید، IDE برنامه شما را همان طور که می‌توانستید با دست، با وارد کردن دستور مناسب در کنسول اجرا کرد. شما می‌توانید هر دستوری را مستقیماً در این پنجره کنسول وارد کنید و مفسر دستور سعی می‌کند آن را اجرا کند. شما همچنین می‌توانید از آن به عنوان یک ماشین حساب استفاده کنید زیرا عملیات حسابی را نیز در کم می‌کند. برای مثال، سعی کنید وارد شوید.

## MATLAB

&gt;&gt; 2+2

## PYTHON

In [1]: 2+2

بخش ">>" (Matlab) یا بخش "In [1]:" (Python) را وارد نکنید. اینها فقط در خواسته‌ای کنسول هستند. آنها را اضافه کردم تا تأکید کنم که این دستورات باید مستقیماً در کنسول وارد شوند و نه در ویرایشگر. وقتی enter را فشار می‌دهید، خروجی باید نتیجه جمع دو و دو را نشان دهد. شما همچنین می‌توانید چیزهای دیگری برنامه زیر را امتحان کنید:

## MATLAB

```
>> sin(pi/4)
```

بهر حال، هنگامی که یک برنامه پایتون (نوشته شده در ویرایشگر) اجرا می‌شود، بدون دستور چاپ صریح چیزی به‌پنجره کنسول خروجی نمی‌شود. در متلب، برعکس است. خروجی هر عبارت در برنامه به‌طور پیش فرض در کنسول نمایش داده می‌شود. برای جلوگیری از این امر، باید در انتهای هر دستور متلب یک نقطه ویرگول قرار دهیم. کد زیر نحوه تعریف مستقیم آرایه‌ها را نشان می‌دهد. سپس می‌توانید محتویات آنها را استخراج کنید، آن‌ها را جابه‌جا کنید، حساب ماتریسی را با آنها انجام دهید و موارد دیگر. از آنجایی که قرار است این کد مستقیماً در پنجره کنسول وارد شود، نتیجه هر دستور را در هنگام وارد کردن نمایش داده می‌شود.

## PYTHON

```
In [1]: import numpy as np
```

```
In [2]: np.sin(np.pi/4)
```

## MATLAB

```
>> A = [ [2,0,1]; [0,1,3]; [-1,1,0] ]
>> B = [ [1,1,2]; [1,2,-2]; [1,4,1] ]
>> A(2,1) % single element
>> A(2,:) % entire row
>> A(:,2) % entire column
>> A.' % transpose
>> A*B % matrix mult.
>> A.*B % element-wise mult.
```

## PYTHON

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: A = np.array([ [2,0,1], [0,1,3], [-1,1,0] ])
In [3]: B = np.array([ [1,1,2], [1,2,-2], [1,4,1] ])
In [4]: A[1,0] # single element
In [5]: A[1,:]
In [6]: A[:,1]
In [7]: A.T
In [8]: A @ B
In [9]: A * B
```

عبارات با شروع  $A =$  و  $B =$  به‌شما نشان می‌دهد که چگونه به‌طور مستقیم آرایه‌ها را تعریف کنید. اساساً هر ردیف توسط یک مجموعه مانند  $[1, 2, 0]$  داده می‌شود. یک تفاوت طریف بین روش متلب و پایتون برای انجام کارها این است که در پایتون ردیف‌ها با کاما از هم جدا می‌شوند درحالی که در متلب باید با نقطه ویرگول از هم جدا شوند. سه عبارت بعدی برای نمایه سازی در یک آرایه است، یعنی برای استخراج بخشی فرعی از آرایه. سمت راست هر یک از این خطوط حاوی یک نظر <sup>۲</sup> (کامنت) است که با کاراکتر نظر "%" یا "#" مشخص می‌شود. باقی‌مانده خط بعد از کاراکتر نظر توسط مفسر دستور نادیده گرفته می‌شود. توجه داشته باشید که نمایه سازی آرایه پایتون از  ${}^0 \cdot$  شروع می‌شود در حالی که متلب از ۱ شروع می‌شود، بنابراین اعداد سطر و ستون متلب همیشه یکی بزرگ‌تر از اعداد ردیف و ستون پایتون مربوطه هستند.  $A(1, 0)$  در متلب به معنای عنصر در ردیف دوم، ستون اول است. در پایتون، همان عنصر به عنوان  $A[1, 0]$  قابل دسترسی است. همچنین توجه داشته باشید که پایتون از براکت‌های مربع استفاده می‌کند در حالی که متلب از براکت‌های گرد برای نمایه‌سازی در آرایه‌ها استفاده می‌کند. در دو عبارت بعدی، دو نقطه به معنای "همه عناصر" است. بنابراین، آنها به ترتیب کل ردیف دوم  $A$  و کل ستون دوم را برمی‌گردانند. خط بعدی نحوه انتقال یک ماتریس را نشان می‌دهد. سپس

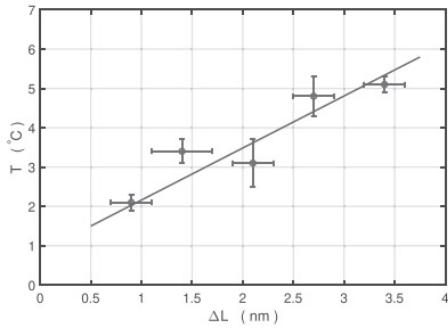
<sup>۲</sup>Comment

ما دو روش ممکن برای ضرب ماتریس‌ها را می‌بینیم: استفاده از قوانین ضرب ماتریس (باید  $AB \neq BA$  را ببینید) و ضرب عنصری که در آن عناصر متناظر به‌سادگی با هم ضرب می‌شوند.

داده‌ها را می‌توان به‌صورت دستی در یک آرایه از طریق یک ویرایشگر وارد کرد. به‌عنوان مثال، نتایج یک اندازه‌گیری ممکن است وارد شده و به‌صورت زیر نمایش داده شود. به‌استفاده از کاراکتر نظر (کامنت) برای برچسب زدن ستون‌های داده توجه کنید. نمودارهای به‌دست آمده به‌دنبال کد نشان داده شده‌اند.

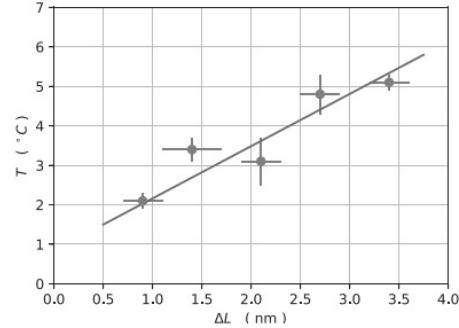
#### MATLAB

```
data = [
% X deltaX Y deltaY
0.9 0.2 2.1 0.2
1.4 0.3 3.4 0.3
2.1 0.2 3.1 0.6
2.7 0.2 4.8 0.5
3.4 0.2 5.1 0.2
];
dxneg = data(:,2); % left x error bars
dxpos = data(:,2); % right x error bars
dyneg = data(:,4); % lower y error bars
dypos = data(:,4); % upper y error bars
errorbar(data(:,1),..., % cont. on next line
data(:,3),dyneg,dypos,dxneg,dxpos,'o');
axis([0 4 0 7]); % set axes limits
grid('on');
hold('on'); % allow overplotting
plot([0.5,3.75],[1.5, 5.8],...
'r-'); % "by eye" fit
xlabel('{\Delta}L ( nm )');
ylabel('T ( {^\circ}\text{C} )');
shg;
```



#### PYTHON

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
data = np.array(# \=line continuation char.\
[ # X deltaX Y deltaY \
[ 0.9, 0.2, 2.1, 0.2 ],\
[ 1.4, 0.3, 3.4, 0.3 ],\
[ 2.1, 0.2, 3.1, 0.6 ],\
[ 2.7, 0.2, 4.8, 0.5 ],\
[ 3.4, 0.2, 5.1, 0.2 ]\
])
deltaX = data[:,1]
deltaY = data[:,3]
plt.errorbar(data[:,0],data[:,2],\
xerr=deltaX,yerr=deltaY,fmt='o')
plt.axis([0,4,0,7])
plt.grid(axis='both')
# Python default is to allow overplotting
plt.plot([0.5,3.75],[1.5, 5.8],\
'r-'); # "by eye" fit
plt.xlabel('$\Delta L$ ( nm )')
plt.ylabel('$T$ ( $^\circ\text{C}$ )')
plt.show()
```



ورود مستقیم دستی داده‌ها در پایتون کمی سخت‌تر از متلب است اما فقط اندکی. هر دو سیستم نتایج بسیار مشابهی تولید می‌کنند. با این حال، داده‌ها اغلب به‌صورت دستی وارد نمی‌شوند مگر اینکه تعداد نقاط داده کمتر از چند ده باشد. اغلب، داده‌ها

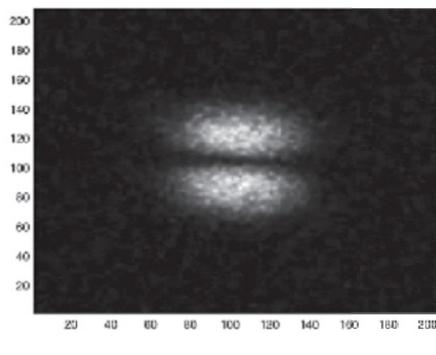
مستقیماً از ابزارها روی دیسک نوشته می‌شوند، شاید به صورت اعداد رمزگذاری شده باینری، اعداد رمزگذاری شده با متن، احتمالاً به عنوان تصویر، و غیره. بخش مهمی از استفاده از سیستم‌های جمع‌آوری داده‌های الکترونیکی، امکان وارد کردن تمام قالب‌های داده‌های مختلف تولید شده توسط ابزارهای ما است. ما نمی‌توانیم همه احتمالات را پوشش دهیم، اما باید روی واردات تصاویر دوربین دیجیتال تمرکز کنیم، زیرا بسیاری از داده‌های ما با دوربین‌ها گرفته می‌شود.

کد زیر نحوه وارد کردن داده‌های دوربین و رسم نتیجه را به عنوان یک نقشه شدت تصویر نشان می‌دهد.

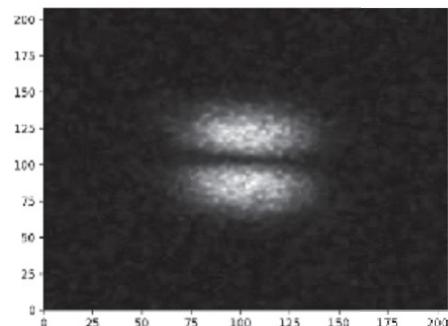
### PYTHON

#### MATLAB

```
A = imread('myphoto.jpg');
A = double(A);
A=mean(A,3); %only do if image was color
pcolor(A);
shading('flat'); colormap('bone');
```



```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.image as mpimg
A = mpimg.imread('myphoto.jpg');
A=np.mean(A,2) #only do if image was color
plt.pcolormesh(A,\n    shading='flat',cmap='bone');
```



خط حاوی "imread" همان خطی است که در واقع در تصویر خوانده می‌شود. (در متلب، تصاویر به صورت اعداد صحیح کوتاه بدون علامت، 'uint8' خوانده می‌شوند و باید قبل از تجزیه و تحلیل به اعداد ممیز شناور با دقت مضاعف (دو برابر)، 'double' تبدیل شوند. این کار با خط  $A = \text{double}(A)$  انجام می‌شود). پس از خواندن، تصویر را با در نظر گرفتن میانگین سه رنگ به مقادیر کل شدت پیکسل تبدیل می‌کنیم. تصویر به عنوان یک آرایه  $M \times N \times 3$  خوانده می‌شود، بنابراین پس از در نظر گرفتن میانگین روی بعد آرایه سوم (معروف به آرایه "pages")، ما با یک آرایه دو بعدی،  $M \times N$  باقی می‌مانیم که در آن هر مقدار پیکسل متناسب به توان نوری است که دریافت می‌کند. در نهایت، یک نقشه شدت آرایه که نشان داده شده است را رسم می‌کنیم. این یک نسخه سیاه و سفید از تصویر اصلی است - در این مورد یک مود  $TEM_{11}$  از یک کاواک لیزر هلیوم-نئون است. مقادیر محور  $x$  و محور  $y$  اعداد پیکسل هستند. کد موجود در ضمیمه ب-۱ نحوه نمایش یک برش از طریق تصویر (تک سطر یا ستون) و نحوه صاف کردن منحنی حاصل را نشان می‌دهد که به دلیل لکه‌های لیزری کاملاً نویزدار است.

## آ. ۳. حلقه‌ها و انشعاب‌ها

ساختارهای انشعاب به‌شما این امکان را می‌دهد که بر اساس شرایط مختلف، بین اجرای امکانات مختلف یکی را انتخاب کنید. پرکاربردترین ساختار انشعاب، ساختار «if » است. در ابتدایی‌ترین نوع، به‌شکل زیر است.

### MATLAB

```
a = 10;
b=3;
if a/b==3
    disp(' ')
    disp('Matlab is doing integer arithmetic.')
else
    disp(' ')
    disp('Matlab is doing floating point arithmetic.')
end
```

### PYTHON

```
a = 10;
b=3;
if a/b==3:
    print(' ')
    print('Python is doing integer arithmetic.')
else:
    print(' ')
    print('Python is doing floating point arithmetic')
```

عبارت زیر کلمه کلیدی if باید به True یا False ارزیابی شود. چنین عبارتی "بيان شرطی" نامیده می‌شود. علامت == عملگر مقایسه برابری است. (تک = عملگر تکلیف و واگذاری<sup>۳</sup> است که برای تخصیص مقادیر به متغیرها مانند دو خط اول کد استفاده می‌شود). سایر عملگرهای مقایسه را یچ عبارتند از <, >, <=, = > و = ~ (متلب) = ! (پایتون). عملگر نفی ~ در متلب و ! در پایتون هم در متلب و هم در پایتون، AND و OR منطقی به ترتیب عبارتند از & و | . اگر عبارت شرطی در کد فوق به True ارزیابی شود، بلوک کد فرورفته بلافاصله بعد از آن اجرا می‌شود. اگر همانطور که در بالا نشان داده شده است عبارت anelse نیز وجود داشته باشد، زمانی که عبارات شرطی قبلی به false ارزیابی شوند، اجرا می‌شود. (همچنین می‌توان عبارات شرطی اضافی را با استفاده از عبارات elseif/elif قبل از دیگری بررسی کرد). لطفاً مستندات راهنمای دستور if را بخوانید زیرا یکی از دستورات برنامه‌نویسی اساسی است!

حلقه‌ها دیگر ساختار اساسی برنامه نویسی هستند. از آنها برای تکرار یک بلوک کد تا زمانی که شرایطی برآورده شود استفاده می‌شود. به عنوان مثال، برای تبادل هر ورودی دیگر در یک بردار، می‌توانید چیزی شبیه به‌آن بنویسید

<sup>۳</sup>Assignment

## MATLAB

```

vec = (1:9);
s=2;
while s <= length(vec)
tmp = vec(s);
vec(s) = vec(s-1);
vec(s-1) = tmp;
s=s+2;
end
disp(vec)

```

## PYTHON

```

import numpy as np
vec = np.arange(1,10)
s=1
while s <= len(vec)-1:
tmp = vec[s]
vec[s] = vec[s-1]
vec[s-1] = tmp
s=s+2
print(vec)

```

ابتدا بردار  $\vec{v}$  تعریف می شود. فقط [۹...۱] است. (در پایتون، عدد بالایی در تعریف محدوده حذف می شود، در متلب شامل آن می شود). دستورات `length(vec)` و `len(vec)` (پایتون) طول بردار `vec` را برمی گردانند و ۹ را می دهند. بنابراین، حلقه while در حالی که شمارنده  $s = 1 - 9$  (متلب) یا  $s = 8 - 0$  (پایتون) اجرا می شود. در حالی که حلقه ها را می توان برای تکرار کد چندین بار از پیش تعیین شده استفاده کرد، همانطور که در اینجا انجام داده ایم، اما آنها همچنین می توانند حاوی شرایطی باشند که تنها پس از تعداد نامشخصی از تکرارها درست می شوند، یا شاید حتی هرگز (در این صورت ما یک "بی نهایت" داریم. حلقه). از آنجایی که تکرار یک بلوک کد به تعداد دفعات از پیش تعیین شده بسیار رایج است، میانبری برای آن وجود دارد که به عنوان حلقه for شناخته می شود. کد معادل کد فوق اما با استفاده از حلقه for به نظر می رسد.

## MATLAB

```

vec = (1:9);
for s=2:2:length(vec)
tmp = vec(s);
vec(s) = vec(s-1);
vec(s-1) = tmp;
end
disp(vec)

```

## PYTHON

```

import numpy as np
vec = np.arange(1,10);
for s in range(1,len(vec),2):
tmp = vec[s]
vec[s] = vec[s-1]
vec[s-1] = tmp
print(vec)

```

مقدار اولیه شمارنده همانند افزایش شمارنده ناپدید شده است. عبارتی که به دنبال کلمه کلیدی `while` قرار می گیرد شرط پایان است، در حالی که عبارت زیر از کلمه کلیدی `for` می تواند اینگونه تفسیر شود: "شمارگر باید به نوبه خود تمام مقادیر این بردار را بگیرد."

## ۴. آ توابع

---

در اصل، اکنون تمام آنچه را که برای شروع کدنویسی در متلب یا پایتون نیاز دارید در اختیار دارید. با این حال، روشی برای شکستن کد به بخش های قابل استفاده مجدد

که به عنوان توابع شناخته می‌شوند، آنقدر مفید است که در اکثر زبان‌ها برای کدنویسی مرکزی شده است. یک تابع بلوکی از کد است که نامی به آن داده می‌شود و می‌توان آن را برای اجرا از کد دیگری یا از کنسول فراخوانی کرد. با این حال، مجموعه‌ای از «متغیرهای ورودی» را نیز تعریف می‌کنیم که هنگام فراخوانی تابع، مقادیر آن‌ها را به آن ارسال می‌کنیم. سپس تابع هر کاری را که برای انجام آن طراحی شده است انجام می‌دهد، احتمالاً با استفاده از مقادیر متغیرهای ورودی که برای هدفی ارسال کردہایم، سپس خارج می‌شود و کنترل را به‌هر کدی که فراخوانی کرده است برمی‌گرداند. هنگام خروج، ممکن است مقادیر برخی از «متغیرهای خروجی» را نیز برگرداند، که مثلاً می‌تواند حاوی نتیجه محاسبه‌های انجام شده توسط تابع باشد. سپس آن متغیرهای خروجی برای کد فراخوانی در دسترس هستند. بنابراین، این راهی است برای انجام کار، برای "تقسیم و تسخیر" یک کار دشوار یا پیچیده.

این ایده خوبی است که توابعی را که می‌نویسید حفظ کنید. به‌احتمال زیاد فرصتی برای استفاده مجدد از آنها پیدا نمی‌کنید. برای شروع نوشتمن یک تابع، یک فایل جدید را در یک ویرایشگر باز کنید و دستور زیر را وارد کنید. در حال حاضر، مراقب باشید که تابع خود را در دایرکتوری که از آن فراخوانی می‌شود ذخیره کنید. در متلب توابع برای استفاده عمومی یک به یک فایل نگه داشته می‌شوند و نام فایل باید با نام تابع یکی باشد. در پایتون، گروه بندی توابع بر اساس دسته بندی، چند تا به یک فایل آسان‌تر است. نام فایل باید معروف دسته باشد. در این مثال، نام فایل متلب "myfunction.m" و نام فایل پایتون "myfunctions.py" است. سینتکس برای نوشتمن یک تابع به صورت زیر است.

**MATLAB**

```
function [c,d] = myfunction(a,b)
% Returns the sum and difference of
% its arguments. You can type
% help(myfunction) in the command
% window to display this comment
% block.
c=a+b;
d=a-b;
end
```

**PYTHON**

```
def myfunction(a,b):
    """Returns the sum and difference of
    its arguments. You can type
    help(myfunction) from the console
    to display this comment block,
    known as the docstring."""
    c=a+b
    d=a-b
    return c,d
```

برای فراخوانی این تابع از کنسول (یا از یک قطعه کد دیگر) فایل‌های حاوی تابع باید در دایرکتوری کاری فعلی یا در مسیر متلب/پایتون باشند. بنابراین، برای مثال،

**MATLAB**

```
>> [x,y] = myfunction(2,5)
```

**PYTHON**

```
In[1]: import myfunctions as mfs
In[2]: x,y = mfs.myfunction(2,5)
```

خروجی تابع به متغیرهای  $x, y$  اختصاص داده می‌شود. توجه داشته باشید که در پایتون فایل حاوی تابع را قبل از فراخوانی تابع وارد می‌کنید، همانطور که یک بسته خارجی مانند

را برای دسترسی به توابع آن وارد می‌کنید. (همچنین می‌توانید توابع دیگری را به همین فایل اضافه کنید و به همین ترتیب در دسترس خواهند بود). آرگومان‌هایی که هنگام فراخوانی تابع خود ارسال می‌کنید، لازم نیست اسکالر باشند. تا زمانی که عملیات تابع داخلی با آنچه ارسال می‌کنید سازگار باشد، تابع آنها را می‌پذیرد. این نمونه‌ای از تایپ پویا است که در آن مفسر با انواع متغیرهای ارائه شده انعطاف پذیر است. مثلاً،

### PYTHON

#### MATLAB

```
>> m = [1,4,7];
>> n = [3,5,7];
>> [x,y] = myfunction(m,n);
>> disp(x)
>> disp(y)
```

```
In[1]: import numpy as np
In[2]: import myfunctions as mfs
In[3]: m = np.array([1,4,7])
In[4]: n = np.array([3,5,7])
In[5]: x,y = mfs.myfunction(m,n)
In[6]: print(x)
In[7]: print(y)
```

## آ.۵ قرار دادن آن با هم

ما اکنون یک برنامه بالقوه مفید از ساختارهای کدنویسی که تا کنون پوشش داده شده‌اند، گرد هم می‌آوریم. یک پوشه پر از تصاویر پرتو می‌برد و حداکثر درخشندگی را در این تصاویر پیدا می‌کند. کد شامل یک برنامه اصلی بهام `max_irrad_vs_z` و یک زیرروال<sup>۴</sup> (`تابع`) بهنام `get_image_max` است.

### PYTHON

#### MATLAB

```
Main Program
```

```
% Plots the max irradiance vs position from
% a folder of beam images
image_folder = 'sample_images';
image_extension = '.tif';
nsMOOTH = 32;
```

#### Main Program

```
# Plots the max irradiance vs position from
# a folder of beam images
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import os
from imageproc import get_image_max
image_folder = 'sample_images'
image_extension = '.tif'
nsMOOTH = 32
```

<sup>۴</sup>Subroutine

```

images = os.listdir(image_folder)
posvals = np.array([])
maxvals = np.array([])
for s in range(1,len(images)):
    fdir, fnameext =
        os.path.split(images[s])
    fname, fext = os.path.splitext(fnameext)
    fullpath = os.path.join(image_folder,
                           fnameext)
    if fext==image_extension:
        posvals = np.concatenate((posvals,\n
                                  [float(fname)]));
        maxvals = np.concatenate((maxvals,\n
                                  [get_image_max(fullpath,\n
                                                 nsmooth)]))
plt.plot(posvals,maxvals,'bs',linewidth=2);
plt.grid(True)
plt.xlabel('Position')
plt.ylabel('Max. Irradiance')
plt.show()

Subroutine
# Gets the brightest pixel in a smoothed image
# file: image file path, n: # pixels to avg.

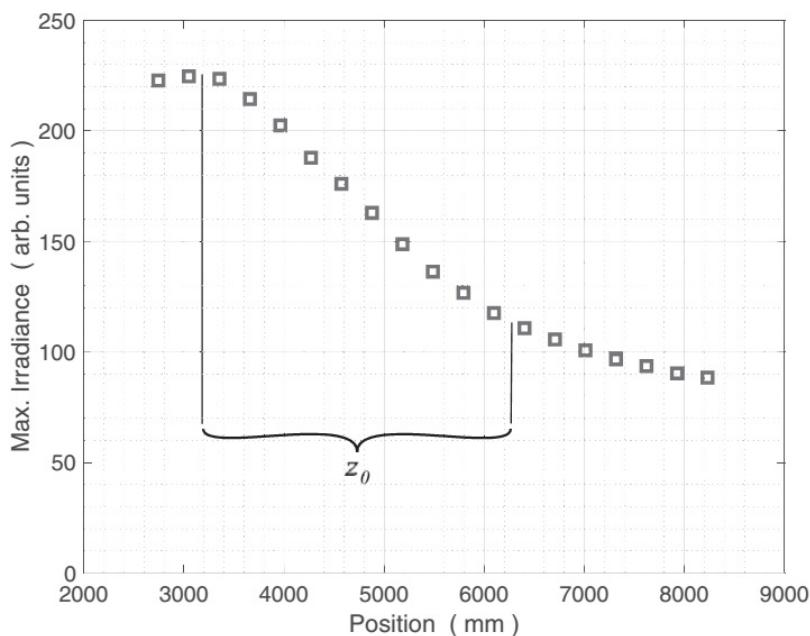
Subroutine
% Gets the brightest pixel in a smoothed image
% file: image file path, n: # pixels to avg. import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.ndimage import gaussian_filter
def get_image_max(file,n):
    A = plt.imread(file)
    A = np.mean(A[:, :, 0:2],2)
    A = gaussian_filter(A, np.round(n/2))
    maxval = np.max(A)
    return maxval

```

این کد می‌تواند به طور مفید برای مواردی اعمال شود که تصاویر در مکان‌های مختلف در امتداد محور نوری یک پرتو به دست می‌آیند. تنظیم دوربین، از جمله نوردهی، باید بین تصاویر ثابت بماند. اگر تصاویر در اطراف کمر (فوکوس) گرفته شده باشند، می‌توان از نمودار تولید شده برای محاسبه محدوده ریلی و اندازه دور کمر استفاده کرد. شکل ۰.۱ را ببینید.<sup>۵</sup> من برای محاسبه محدوده ریلی برای این کمر پرتو خاص، نکاتی را به شکل

<sup>۵</sup> تصاویر مورد استفاده برای تولید شکل (۰.۱) به همراه کد ذکر شده در بالا در دسترس هستند

اضافه کرده‌ام.



شکل آ.۱: خروجی کد برای یافتن حداکثر تابش. محدوده ریلی  $z$  فاصله‌ای از کمر است که در آن حداکثر تابش به نصف کاهش یافته است. موقعیت کمر تقریباً ۳۲۰۰ میلی متر با حداکثر تابش تقریباً ۲۲۶ واحد است. محدوده ریلی زمانی به دست آمده است که تابش به حدود ۱۱۳ واحد، در حدود ۶۲۵۰ میلی متر کاهش یافته است. بنابراین محدوده ریلی حدود  $\approx ۳۰۵۰\text{ mm}$   $\approx z$  است. طول موج  $\lambda = ۶۳۳\text{ nm}$  ذکر شده در فصل چهارم منجر به اندازه کمر  $w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}} \approx ۰.۸\text{ mm}$  می‌شود.

کد به روش زیر عمل می‌کند. ابتدا پوشه حاوی تصاویر به همراه پسوند نام فایل برای تصاویر مورد استفاده مشخص می‌شود. خط بعدی ضریب هموارسازی است که توسط تابع `get_image_max` استفاده می‌شود، که حداکثر تابش را در یک تصویر پس از "صف کردن" آن برمی‌گرداند. بلوک بعدی کد فهرستی از فایل‌ها را در پوشه تصویر دریافت می‌کند و همچنین بردارهای (در ابتدا خالی) را برای ذخیره حداکثر مقادیر درخشندگی ("maxvals") و موقعیت‌های محور نوری  $z$  جایی که آنها رخ می‌دهند ("posvals") تنظیم می‌کند. فرض می‌شود که موقعیت  $z$  با نامی که آزمایشگر به فایل تصویری داده است نشان داده می‌شود و مربوط به مکان در امتداد پرتوی است که تصویر در آن ثبت شده است. مرحله بعدی که با حلقه `for` اجرا می‌شود، هر فایل تصویری را می‌خواند و به نوبه خود موقعیت  $z$ -به دست آمده از نام فایل) و مقدار حداکثر تابش آن را ذخیره می‌کند. بلافصله پس از دستور `for`، دو یا سه خط وجود دارد که وظیفه آنها دریافت قسمت‌های مختلف نام فایل تصویر فعلی است (یعنی پوشه حاوی تصویر، نام فایل تصویر و پسوند نام

فایل). اینها در متلب و پایتون کمی متفاوت اجرا می‌شوند، اما نتیجه یکسان است. (در پایتون، ما بسته بندی theos را برای انجام این کار وارد می‌کنیم). دستور if بررسی می‌کند که آیا فایل فعلی پسوند درستی برای یک تصویر دارد یا خیر. اگر چنین است، موقعیت تصویر را از نام فایل دریافت می‌کنیم و آن را بهانه‌های posval های برداری متصل می‌کنیم. به‌این ترتیب، ما یک برداری می‌سازیم که شامل تمام موقعیت‌هایی است که تصاویر در آن گرفته شده‌اند. سپس با فراخوانیتابع get\_image\_max که در یک فایل جداگانه نوشته‌ایم حداکثر مقدار درخشندگی را از تصویر بدست می‌آوریم. نتیجه به maxvals های برداری الحق می‌شود. در نهایت، حداکثر مقادیر درخشندگی در برابر موقعیت‌رسم می‌شود.

زیرروال (سابرونین) get\_image\_max تابعی است که دو آرگومان می‌گیرد: مسیر فایل کامل به‌یک تصویر، و تعداد پیکسل‌هایی که تصویر را بر روی آنها صاف می‌کند. این تابع در تصویر خوانده می‌شود و با گرفتن میانگین‌های سه لایه رنگی تصویر، آن را به مقیاس خاکستری تبدیل می‌کند. هموارسازی با حرکت روی تصویر در هر دو جهت، محو/اصاف کردن هر گونه ویژگی واضح با میانگین‌گیری بیش از پیکسل‌های nsimooth با استفاده از تابع وزن دهی گوسی انجام می‌شود. این در متلب با تابع imgauss که به جعبه ابزار پردازش تصویر نیاز دارد و در پایتون توسط gaussian\_filter که در SciPy موجود است، انجام می‌شود. پس از صاف شدن تصویر، از تابع max برای بدست آوردن حداکثر مقدار پیکسل تصویر هموار شده با مقیاس خاکستری استفاده می‌شود. (در متلب max باید دو بار اعمال شود زیرا بار اول یک بردار ستونی از ماتریسم در هر سطر از A می‌دهد). سعی کنید کد را روی تصاویر نمونه (در دسترس آنلاین) یا با تصاویر خود اجرا کنید. فقط به‌یاد داشته باشید که تنظیم دوربین باید بین تصاویر ثابت شود، بنابراین بهتر است قبل از شروع کار مطمئن شوید که دوربین شما، در ناحیه کمر یا هر مکان دیگری، اشبع نشده است.

بهترین راه برای یادگیری نحوه عملکرد کد، تغییر آن است. مقادیر مختلف nsimooth را امتحان کنید. همچنین می‌توانید با بازنویسی تابع get\_image\_max راه‌های کاملاً متفاوتی را برای صاف کردن تصاویر امتحان کنید. می‌توانید سعی کنید کد به‌طور خود کار محدوده ریلی،  $\mathbb{R}$  را استخراج کرده و شاعر کمر  $\mathbb{R}$  را محاسبه کنید. اگر چالشی می‌خواهید، کدی را اضافه کنید تا داده‌ها را در فرم عملکردی مناسب قرار دهد.

## تمرینات

- **تمرین ۱** برای یافتن قسمت‌های حقیقی و موهومی  $e^{j\frac{\pi}{4}}$  از کنسول استفاده کنید.  
(جستجوی اینترنتی می‌تواند کمک کننده باشد.)
- **تمرین ۲** از کنسول برای نشان دادن اینکه با توجه به دو ماتریس  $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  و  $B$ ، داده شده،  $AB \neq BA$  نیستند، استفاده کنید.
- **تمرین ۳** متنی بنویسید که یک عکس دیجیتالی خوانده شود، آن را به مقیاس خاکستری تبدیل کند، و سپس "منفی" آن را ترسیم کند که در آن رنگ‌های روشن

به صورت رنگ‌های تیره نشان داده می‌شوند و بالعکس. به عنوان یک چالش بعدی اختیاری، بیاموزید که چگونه تصویر خود را به عنوان سطحی رسم کنید که ارتفاع آن متناسب با مقدار یک پیکسل است. (تصاویر ساده بهترین کار را خواهند داشت).

• **تمرین ۴** زمان واکنش خود را با انداختن خط کش بین انگشتانتان ده بار اندازه‌گیری کنید. (اگر قبل‌این کار را انجام نداده‌اید، یک جستجوی سریع در اینترنت انجام دهید تا ببینید چگونه انجام می‌شود). متنی بنویسید که داده‌های زمان واکنش شما را در مقابل عدد اندازه‌گیری ترسیم کند. نمودار شما باید عدم قطعیت‌های تخمینی اندازه‌گیری را با استفاده از نوارهای خطای عمودی نشان دهد. همچنین روی نمودار خود یک خط افقی نقطه‌چین دار رسم کنید که میانگین زمان واکنش را نشان می‌دهد.

• **تمرین ۵** متنی بنویسید که مسیر پرتوی نور را هنگام عبور از یک صفحه شیشه‌ای به ضخامت یک سانتی‌متر ترسیم کند. زاویه برخورد پرتو نور باید  $60^\circ$  (از سطح نرمال صفحه اندازه‌گیری) باشد. پرتو نور از مبدأ ساطع می‌شود و صفحه شیشه‌ای عمود بر محور  $x$  در  $x = 2$  سانتی‌متر است. کد شما باید مسیر پرتو را محاسبه کند و از قانون استل برای محاسبه تغییرات زاویه استفاده کند. مطمئن شوید که محورهای شما به درستی برچسب گذاری شده‌اند.

• **تمرین ۶** منحنی پارامتریک زیر را برای اپی تروکوئید در نظر بگیرید. در اینجا،  $a$  و  $b$  و  $h$  ثابت هستند و پارامتر  $\phi$  است که از  $0$  تا  $2\pi$  اجرا می‌شود.

$$x = (a + b) \cos \phi - h \cos \left( \frac{a + b}{b} \phi \right) \quad (1.\bar{a})$$

$$y = (a + b) \sin \phi - h \sin \left( \frac{a + b}{b} \phi \right) \quad (2.\bar{a})$$

متنی بنویسید که اپی تروکوئید را برای  $a = 2$  و  $b = h = 1$  ترسیم کند. سپس چند مقدار مختلف را برای  $ab$  و  $h$  انتخاب کنید تا منحنی‌ها را برای آنها رسم کنید و سه مورد را که برایتان جالب‌تر است، تحويل دهید. (توجه داشته باشید که پارامتر  $\phi$  معمولاً از  $0$  تا  $2\pi$  اجرا می‌شود، اما شما می‌توانید با بازه بزرگ‌تری نیز آزمایش کنید. ممکن است این موضوع را مخصوصاً برای مقادیر غیر صحیح  $a$  و  $b$  جالب بدانید).

• **تمرین ۷** تابعی بنویسید که آرگومان  $x$  را بگیرد و مقدار  $|\tan x|$  را برگرداند. مگر اینکه مقدار آن بزرگ‌تر از  $10^\circ$  باشد. در آن صورت، تابع باید رشته را «خیلی بزرگ» برگرداند.

• **تمرین ۸** تابعی بنویسید که دو آرگومان بگیرد: یک بردار  $x$  از اعداد و یک عدد صحیح مثبت  $n$ . تابع باید حاصل ضرب هر  $n$  عنصر در  $x$  را برگرداند که از اولی شروع می‌شود.

• تمرین ۹ متنی بنویسید که عدد اول را پیدا کند. سپس یک هیستوگرام از فاصله بین اعداد اول مجاور برای  $100000$  عدد اولی که پیدا کردید تولید کنید. اگر از متلب استفاده می‌کنید، نمی‌توانید از توابع "primes" یا "factor" استفاده کنید. اگرچه اینترنت منبع خوبی است. در حین آزمایش برنامه خود، فقط سعی کنید  $100$  یا  $1000$  عدد اول را پیدا کنید. بعد از این کار، آنرا طوری تنظیم کنید که  $100000$  عدد اول را جستجو کند.

• تمرین ۱۰ می‌توانیم یک دنباله  $S_n$  را از طریق قوانین زیر تعریف کنیم:

- الف اولین عنصر دنباله این است:  $S_1 = d$  که در آن  $d$  یک عدد صحیح مثبت است.

- ب عناصر باقی مانده از طریق زیر تعریف می‌شوند:

$$S_{n+1} = \begin{cases} \frac{S_n}{2} & S_n \text{ زوج} \\ 3S_n + 1 & S_n \text{ فرد} \end{cases}$$

به عنوان مثال، اگر عنصر اول دارای مقدار  $3 = d$  باشد، دنباله  $S = 3105168421421\dots$  خواهد بود که در آن ترکیب  $421$  به طور نامحدود تکرار می‌شود.

به نظر می‌رسد که تمام این دنباله‌ها در نهایت بدون توجه به مقدار  $d$  به  $1$  می‌رسند (و سپس فقط  $421$  را برای همیشه تکرار می‌کنند). با این حال، در حال حاضر، اثبات این موضوع فراتر از منابع ریاضیات است. این فرضیه که تمام این دنباله‌ها در نهایت بدون توجه به مقدار  $d$  به یک می‌رسند، به عنوان «حدس کولاتز<sup>۶</sup>» شناخته می‌شود.

با استفاده از حلقه while در یک متن، دریابید که چند بار تکرار طول می‌کشد تا دنباله برای  $d = 27$  به  $1$  برسد و  $S_n$  را در مقابل  $n$  برای  $d = 27$  رسم کنید. چند مقدار دیگر  $d$  را امتحان کنید. آیا می‌توانید یکی را پیدا کنید که دنباله آن زمان زیادی طول بکشد تا به یک برسد؟ طولانی ترین دنباله‌ای که می‌توانید برای مقادیر شروع  $d$  زیر  $1000$  پیدا کنید چیست؟

• تمرین ۱۱ تابعی بنویسید که مسیر یک پرتو نور را از طریق یک عدسی محدب مسطح با فاصله کانونی محدود  $f$  که سطح صاف آن رو به بالا دست (به سمت پرتو ورودی) است، ترسیم کند. نور تابشی موازی با محور نوری در ارتفاع  $h$  بالاتر از محور است.  $h$  و  $f$  باید ورودی‌های تابع باشند.

• تمرین ۱۲ تابعی بنویسید که مجموعه داده‌ای متشکل از دو بردار  $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]$  و  $y = [y_1, y_2, \dots, y_N]$ ، نقاط مختصات  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$  را رسم می‌کند. و سپس آنها را در یک خط مستقیم قرار می‌دهد. خط "بهترین برازش" را نمایش دهید و شب مناسب مربوطه را در عنوان تصویر قرار دهید. شما نمی‌توانید از یک تابع مناسب از قبل موجود استفاده کنید. در عوض، خودتان بنویسید.  
راهنمائی: یکی از راه‌های بدست آوردن بهترین خط  $y_{fit}(x)$  این است که به سادگی

<sup>۶</sup>Collatz Conjecture

تعداد زیادی از خطوط نامزد را امتحان کنید و سعی کنید فاصله عمودی خالص از نقاط تا خط را به حداقل برسانید. یعنی به حداقل رساندن:  $\sum_{i=1}^N (y_i - y_{fit}(x_i))^2$ . ممکن است فرض کنید که خطوط برآزش همیشه از مبدأ عبور می‌کنند، بنابراین شما فقط باید شبیه خط را تغییر دهید. این فرآیند "آزمایش و خط" را با استفاده از یک حلقه خودکار کنید.

## پیوست ب

# کد کامپیوتری

کد موجود در این فصل به شما ایده‌هایی برای کد خود و چارچوبی ارائه می‌دهد که بر اساس آن بسازید. تلاش کرده‌ام تا کد را به‌خوبی کامنت کنم تا بتوانید ببینید هر خط چه کاری انجام می‌دهد. من فقط نسخه‌های مطلب روتین‌ها را فهرست کرده‌ام. هر دو نوع مطلب و پایتون در نشانی زیر دسترس هستند

<https://github.com/CambridgeUniversityPress/FirstCourseLaboratoryOptics>

### ب.۱ توابع پرداش تصویر

```
%  
% -----  
% MAKE AN IMAGE CUT  
% Language: Matlab or Octave  
% -----  
% This script loads an image from a file whose full or relative path is specified. The cut  
% is made vertically through the center of the image. Then the vector containing  
% the cut intensities is smoothed to reduce laser speckle and displayed.  
% -----  
% -----  
% Read in the image and convert it to grayscale if necessary  
% -----  
imagefile = 'myphoto.jpg'; % User specified path to image file  
A=imread(imagefile); % image is read in as an array A  
A=double(A)/255; % doubles needed for most purposes, also normalize
```

```

if length(size(A))==3 % Color array has three pages (for R, G, & B resp.)
A = sum(A,3)/3; % sum over pages (3rd array dim.) & renormalize.
end
% -----
% Cut out the desired column and smooth the data
% -----
col = round(size(A,2)/2); % the column index corresponding to the image center
cut = A(:,col); % this is how the cut is actually taken
softcut = movmean(cut,10); % smooth out laser speckle using a moving mean
% -----
% Display the smoothed and unmodified intensity
% -----
plot(cut); hold on; % plot the original data
plot(softcut,'linewidth',2); % and the smoothed version
hold off;
% -----
% REMOVE LASER SPECKLE VIA FFT
% Language: Matlab or Octave
% -----
% Performs a 2D fourier transform on the image in "imagefile", then sets to zero, all spatial
% frequency bins with amplitude below the value given in "threshold". The result is then
% fourier transformed back to the spatial domain to produce the despeckled image. The beam
% occupies a small part of the freq. domain image; speckle occupies the rest. Speckle has low
% power per frequency bin. Suppressing all bins with low power therefore gets rid of speckle.
%
% SYNTAX: I = despeckle(imagefile, threshold);
%
% NOTES: - threshold = 1 is usually a good starting point.
% - The image is assumed to be a monochrome image. If it is not, then it is converted
% to a monochrom image.
%
% INPUT ARGUMENTS
% -----
% imagefile: Full path and filename to the image (any format readable by "imread").
% threshold: Frequency components with log10(mag) below threshold are discarded.
%
function despeckle_image = imdespeckle(imagefile, threshold)
% The following lines read in the figure data, convert the color image to intensity and

```

```
% convert the uint8 data type of the figure to the double (real numbers) data type used
% for computation.

data = imread(imagefile);
if size(data,3)>1, data=rgb2gray(data); end
data = double(data);

% Perform the 2D numerical fourier transform and scale it correctly. The result is a
% picture of the image in "frequency space" (spatial frequency, that is).

N1 = size(data,1); N2=size(data,2);
F = fftshift(fft2(data)/sqrt(N1*N2));
% Threshold the fourier transformed image
pixels_below_threshold = log10(abs(F))<threshold; % logical mask for pixels -> 0
Fthresh=F; % start unthresholded
Fthresh(pixels_below_threshold)=0; % set pixels below threshold to 0
% Finally, perform the inverse transform on the thresholded data to get back
% to position space. (I.e. to get back our image..).
despeckld_image = abs(ifft2(Fthresh)*sqrt(N1*N2));

% The plotting is done by the surf command. (There are also numerous figure options
% called using commands like: view, set, axis, colorbar, and caxis. But these are
% only to make the picture prettier, easier to rotate in 3D, etc.)
figure(1);
h1=surf(abs(despeckld_image));
set(h1,'linestyle','none');
colormap(bone);
view(2);
set(gca,'color',[1 1 1]*0.3,'plotboxaspectratio',[N2/N1,1,1],...
'ydir','reverse','xaxislocation','top','fontname','fixedwidth');
axis tight;
axlims = axis;
title('Despeckled Image','fontsize',9,'fontname','fixedwidth');

figure(2);
h2=surf(log10(abs(Fthresh))); set(h2,'linestyle','none');
view(2);
set(gca,'color',[1 1 1]*0.3,'plotboxaspectratio',[N2/N1,1,1],...
'ydir','reverse','xaxislocation','top','fontname','fixedwidth');
axis square;
axis(axlims);
colorbar;
title('2D FFT, Thresholded & Smoothed','fontsize',9,'fontname','fixedwidth');
```

## ب. ۲. توابع مختلف

```
%  
% -----  
% FIT FUNCTION FOR BEAMWIDTH MEASUREMENTS  
% Language: Matlab and Octave  
% -----  
% Returns the field radius of a TEM_00 mode beam at any point z  
% along the optic axis. Fit parameters are beam width. The input  
% arguments w0, zw, lambda, z all need to be in the same units.  
% The output arguments will be in those units.  
%  
% SYNTAX: [w,R,zR]=beamradius([w0,zw,lambda],z);  
%  
% w0 = waist size  
% zw = position of waist  
% lambda = wavelength  
%  
% w = spot size (field radius) at z  
% R = curvature of phasefront at z  
% zR = Raleigh length.  
% -----  
function [w,R,zR]=beamradius(params,z)  
w0=params(1); % beam (field) width at waist [meters]  
zw=params(2); % waist position [meters]  
lambda=params(3); % wavelength [meters]  
zR=pi*w0^2/lambda; % Raleigh length [meters]  
w=w0.*sqrt(1+((z-zw)/zR).^2); % beam width at z [meters]  
if nargout>=2  
R=z.*((1+(zR./z)).^2); % beam phasefront curvature at z  
end  
% -----  
% GET THE Q-FACTOR OF A BEAM  
% Language: Matlab and Octave  
% -----  
% Returns the q-factor of a Gaussian beam given the spot size, w,  
% phasefront radius of curvature, R, and wavelength, lambda.
```

```

%
% SYNTAX: qfactor=q_(w,R <,lambda>);
%
% w = 1/e Field radius
% R = Radius of curvature of phasefront
% lambda = wavelength
%
% Any one of w, R and lambda may be a vectors or scalars.
% If more than one of w, R and lambda is a vector, all
% vectors supplied must be the same size. w, R and lambda must
% all be in the same units.
% -----
function qfactor=q_(w,R,varargin)
if nargin>=3, lambda=varargin{1}; else lambda=1064e-9; end
if R~=Inf
qfactor=pi*w.^2.*R./(pi*w.^2-1i.*R.*lambda);
else
qfactor=1i*pi*w.^2./lambda;
end

% -----
% GET BEAM WIDTH AND ROC FROM Q
% Language: Matlab and Octave
% -----
% Returns the phasefront radius of curvature and the beam width
% given the q factor of a Gaussian beam and the wavelength.
%
% SYNTAX: [R <,w>]=R_(q <,lambda>);
% <...> indicates optional arguments
%
% q = q-factor of the beam at the position where R and w are to
% be found. q can be a vector
% lambda = wavelength. Can be a vector or scalar.
%
% If both q and lambda are vectors, they must be the same size.
% If w is requested as an output, lambda should be supplied.
% -----
function [Rout,wout]=R_(q,varargin)

```

```

if nargin>=2, lambda=varargin{1}; else lambda=1064e-9; end
wout=sqrt(lambda/pi .* imag(q).*(1+real(q).^2./imag(q).^2));
Rout=real(q).*(1+imag(q).^2./real(q).^2).*ones(size(wout));
% -----
% PROPAGATE A GAUSSIAN BEAM
% Language: Matlab and Octave
% -----
% Propagates a Gaussian beam (TEM_nm) with complex radius of curvature q1
% and amplitude factor p1 (optional), according to the ABCD matrix
% supplied.
%
% Returns the new complex beam radius q=(A*q1+B)/(C*q1+D) and the
% new amplitude factor p = 1/(A+B/q1)^(1+n+m) by which the field is
% multiplied. If q1 is a vector q and p will be vectors of the same size.
%
% SYNTAX: [q,p]=prop(q1,abcd <, [n,m] ,p1>);
% <...> indicates optional arguments
%
% For a Hermite Gaussian n,m are the mode designators.
% -----
function [q,p]=prop(q1,abcd,varargin)
if ( nargin>=3 && ~isempty(varargin{1}) ), mode=varargin{1}; else mode=[0,0]; end
if nargin>=4, p1=varargin{2}; else p1=ones(size(q1)); end
A=abcd(1,1);
B=abcd(1,2);
C=abcd(2,1);
D=abcd(2,2);
n=mode(1);
m=mode(2);
q = (A*q1 + B)./(C*q1 + D);
p = p1.*exp(i*angle(1./(A+B./q1).^(1+n+m)));

```

## ب. ۳ برازش منحنی

```
% -----
% DATA FITTING DEMONSTRATION
% Language: Matlab (see Line 158 for modifications needed to run under Octave)
%
% This script makes some simulated data for the intensity at the output of a michelson as a
% function of mirror position with added noise. It then fits the data to a straight line
% using one of Matlab's built-in curve-fitting tools: lsqnonlin. It handles non-uniform
% uncertainties correctly and propagates the data uncertainties into the best fit parameters.
%
% -----
%
% Make the simulated data
%
x = linspace(-5,5,9) .'; % x is the change in the length of one arm
x = x + 0.2*randn(size(x)); % Make the vector unevenly spaced
a1_actual = 1/2*(1+(4*pi/633)*2); % Offset (2 nm phase offset)
a2_actual = 2*pi/633; % Slope (nm^-1). Michelson made with a HeNe
y = a1_actual + a2_actual*x; % The physical relationship betw. x & y
sigma_y = 0.025; % The std of y values (the actual uncertainty)
y = y + sigma_y*randn(size(y)); % Add the fluctuations due to the uncertainty
yerr = abs(y)*0.02; % 2% uncertainty estimate made by the observer
%
% Display the data
%
format compact
format short
disp([x,y,yerr]); % The experimenters lab book table
figure(1); % Open a figure in which to plot
h=errorbar(x,y,yerr,'d'); % Plot the data with the unc. estimates
set(h,'linewidth',1.5); % Make the plot lines a bit thicker
set(gca,'xlim',[-10 10]); % Choose the x axis limits of the plot
set(gca,'ylim',[0.4 0.65]); % Choose the y axis limits of the plot]
xticks(-10:2:10); % Make the x axis have ticks on the even integers
grid on; % draw the grid
set(gca,'fontsize',14); % Bigger default font for this plot
```

```

box off % No box around the plot
xlabel('Mirror motion (nm)'); % Label the x axis
ylabel('P_{out} / P_{one arm}'); % Label the y axis
hold on; % Allow the next plot to share the same axes
%-----
% Fit the data to "fitfunc" % see end of script for functions
%-----
a0 = [0;1]; % your initial guess at the best fit values
[a,~,res,~,~,jac] = ... % "a" are the best fit values, res and jac
lsqnonlin(... % are used to find the uncertainty in a(1), a(2), ...
@(a)weighted_residuals(a,@fitfunc,x,y,yerr),... % this "anonymous function" is minimize
a0... % Note: @(a)weigh... defines the anonymous function of a
); % = weighted_residual for the x,y,yerr data given
xfit = linspace(-8,8,100); % x values for plotting the fit function
plot(xfit,fitfunc(a,xfit),'--',... % Plot the fit using the same function to
'linewidth',2); % Generate the y-values as was used in the fit
hold off; % Allow the next plot to wipe the current one
legend('Data','Best fit line',... % Put a legend in the lower right corner
'location','southeast'); % (a.k.a the "southeast" corner)
title('Data and fit');
X2red = 1/(length(x)-length(a))*sum(... % The reduced chi-squared of the best fit...
(y-fitfunc(a,x)).^2./yerr.^2); % should be close to 1.

disp(['X2red = ',num2str(X2red)]); % In the Matlab command window
%-----
% Direct estimate of the uncertainties from X2 curvature
%-----
J=zeros(length(a),1); da=zeros(length(a),1); % Set up the variables
for r=1:length(a)
Jsqr(r)=sum( (jac(:,r)).^2 ); % curvature of the a_r chi-square cut at the minimum
da(r) = 1/sqrt(Jsqr(r)); % is approx C_r = 2*sum(jac(:,r)).^2. Gives parabola.
end
disp('Solution +/- uncertainties:')
disp([a,da]); % display best-fit values and uncertainties
%-----
% OPTIONAL:
%
% Make and display chi-square cuts for each fit variable. Also,

```

```
% draw the line corresponding to chi-square increasing by 1.
%-----
a_1 = linspace(0.4,0.6,200); % The domain of a_1-axis chi-square cut
a_2 = linspace(0.005,0.015,200); % The domain of a_2-axis chi-square cut
X2_a1cut = zeros(size(a_1)); % will hold the y-values of the a_1 cut
X2_a2cut = zeros(size(a_2)); % will hold the y-values of the a_2 cut
for s = 1:length(a_1)
    X2_a1cut(s) = ChiSqr([a_1(s),a(2)],@fitfunc,x,y,yerr); % the a_1 cut chi-square values
end
for s = 1:length(a_2)
    X2_a2cut(s) = ChiSqr([a(1),a_2(s)],@fitfunc,x,y,yerr); % the a_2 cut chi-square values
end
figure(2); % this figure 2 will hold two plot windows
subplot(2,1,1); % this sets up the first of two plot windows
h=plot(a_1,X2_a1cut,'-',a(1),min(X2_a1cut),'o',...
    [min(a_1),max(a_1)],[min(X2_a1cut),min(X2_a1cut)]+1,'--'); % plot X^2 cut in the a_1 dir, the min, ...
set(h,'linewidth',2); % use bolder lines
grid on; % draw a grid on the plots
xlabel('a_1','fontname','Times New Roman','fontangle','italic'); % x-axis label
ylabel('\chi^2'); % y-axis label
set(gca,'fontsize',16); % make the font size bigger
title('\chi^2 cuts'); % add a title to the graph
subplot(2,1,2); % set up the second plot window
h=plot(a_2,X2_a2cut,'-',a(2),min(X2_a2cut),'o',...
    [min(a_2),max(a_2)],[min(X2_a2cut),min(X2_a2cut)]+1,'--'); % plot X^2 cut in the a_2 dir, the min, ...
set(h,'linewidth',2);
grid on;
xlabel('a_2','fontname','Times New Roman','fontangle','italic');
ylabel('\chi^2');
set(gca,'fontsize',16);
%-----
% OPTIONAL:
%
% Generate & Display the chi-squared surface
% (This section for illustrative purposes and can be omitted.)
%-----
[a1,a2] = meshgrid(... % Set up the domain. a1 and a2 are
linspace(0.47,0.55,100),... % matrixes of coordinates (parameters)
```

```

linspace(-0.01,0.03,100)... % at which to calculate chi-squared
);
X2 = zeros(size(a1)); % This is the surface we will be finding
for k=1:size(a1,1) % step through all the values of a1 and a2
for s=1:size(a2,2) % in the desired range
X2(k,s) = ChiSqr([a1(k,s),a2(k,s)],@fitfunc,x,y,yerr); % Uses ChiSqr function def. below
end % Formula for the chi-squared

end
figure(3); % Open a figure to hold the chi-sqr plot
pcolor(a1,a2,X2); % plot the chi-square surface.
colormap(gray(20)); % White is high, black is low
shading interp; % Makes it a bit smoother
caxis(min(min(X2))+[0,100]) % Set the color range
cbar=colorbar; % Color key
set(gca,'fontsize',16); % Bigger fonts are more visible
ylabel(cbar, '\chi^2','rotation',0,'fontsize',16); % y-axis text label
daspect([1,1,1]); % Make the axes equally spaced
hold on;
contour(a1,a2,X2,min(min(X2))+[1,1],'w:','linewidth',2); % 1 contour at min(X2) + 1
plot(a(1),a(2),'w.'); % Best fit values of a1 and a2
xlabel('a_1','fontname','Times New Roman','fontangle','italic');
ylabel('a_2','fontname','Times New Roman','fontangle','italic');
title('\chi^2 surface');
hold off
%-----
% Functions used in script (these must be at the end of the script
% file in Matlab but at the beginning of the script file in Octave.)
%-----
1; % (Octave only) script can't start with function def.
% The function which we fit to the data
function y=fitfunc(a,x)
y=a(1)+a(2).*x; % straight line (can be changed to anything)
end
% This is the quantity whos least square is to be minimized
function r = weighted_residuals(a,fhandle,x,y,yerr)
r=(feval(fhandle,a,x)-y)./yerr; % gets the fit function via its "handle"
end

```

```
% Convenience function for calculating the chi-square
function C = ChiSqr(a,fhandle,x,y,yerr)
wr = weighted_residuals(a,fhandle,x,y,yerr);% chisqr is just the quadrature sum of ...
C = sum(wr.^2); % the weighted residuals
end
```



## پیوست پ

# انتشار فوریه

کد مطلب زیر با استفاده از روش تبدیل فوریه، میدان الکترومغناطیسی را در یک صفحه به صفحه پایین دست دیگر منتشر می‌کند.

```
% -----
% FOURIER OPTICS DEMONSTRATION
% Language: Matlab or Octave
% -----
%
% Calculates the optical intensity on a screen due to aperture diffraction.
% The complex scalar field u(x,y) in the source plane is a concave spherical
% phasefront (ROC=0.5 m) passing through a circular aperture. The resulting
% complex scalar field amplitude u'(x',y') in the "field plane" is calculated
% via Fourier transform.
%
% -----
%
% -----
%
% Physical Parameters
%
% -----
c = 3e8; % speed of light in m/s
epsilon0 = 8.854e-12; % vacuum permittivity in F/m
lambda = 633e-9; % optical wavelength in m
%
% -----
%
% Source plane
%
% -----
xpmax=0.002; ymax=xpmax; % Src plane area: 4*xmax*ymax m^2
Nx = 2^nextpow2(512); Ny = 2^nextpow2(Nx); % #pts in source plane grid = Nx*Ny
dxp = 2*xpmax/(Nx-1); dyp=2*ymax/(Ny-1); % interpixel dist. in the src plane (m)
xp = repmat( ((0:Nx-1)-floor(Nx/2)) *dxp, Ny, 1); % x' values at which to calc. source field
```

```

yp = repmat( ((0:Ny-1)-floor(Ny/2)).'*dyp, 1,Nx); % y' values at which to calc. source field
% -----
% ABCD Matrix Components
% -----
% Optical system consists of [ FREE SPACE : LENS : FREE SPACE ].
L1 = 0.035 ;%0.1e-3; % aperture-lens dist. in m
L2 = 0.05; % lens-screen dist. in m
f = -0.03; % f=Inf corresponds to no lens
M = [[1 L2];[0 1]] * [[1 0];[-1/f 1]] * [[1 L1];[0 1]]; % ABCD matrix of the system
AA = M(1,1); BB = M(1,2); CC = M(2,1); DD = M(2,2); % The components A, B, C, D
% -----
% Aperture
% -----
% Field amplitude is non-zero at these values of x, y (i.e. where it passes
% through the aperture). The apertures are defined as logical matrixes that
% are used to index the source field distribution, i.e. Usource(~aperture)=0;
% UIsource(aperture)= <something nonzero>.
% a = 50*1e-6; % circular obstruction diam. (m)
% b = 600e-6;
% aperture = (xp+0.75*b).^2+(yp-0.35*b).^2 > (a/2)^2; % circular obstruction logical mask
a = 3000*1e-6; % equil.triang. aperture side (m)
aperture = ~((yp<sqrt(3)*xp+a/2/sqrt(3)) &...
(yp<-sqrt(3)*xp+a/2/sqrt(3)) &...
(yp>-a/2/sqrt(3))); % equil. triangular aperture
% a = 300e-6; % triangular diam. (m)
% b = 600e-6;
% aperture = ~(((yp-0.35*b)<sqrt(3)*(xp+0.75*b)+a/2/sqrt(3)) &...
% (yp-0.35*b)<-sqrt(3)*(xp+0.75*b)+a/2/sqrt(3)) &...
% ((yp-0.35*b)>-a/2/sqrt(3))); % equil. triangular obstructin
% -----
% Source Field
% -----
% Here, the incident field is assumed to be a Gaussian beam of width "w"
% and radius of curvature "roc". The beam is clipped by the aperture.
roc = 0.5; % R.O.C. of phasefront at src plane (m)
w = 750e-6; % beam width of incident beam (m)
I0 = 1e6; % max src plane intensity (W/m^2)
E0 = sqrt(2*I0/c/epsilon0); % max field ampl. in src plane (N/C)

```

```

k=2*pi/lambda; % wave number
r=sqrt(xp.^2+yp.^2); % src plane coordss dist from center
usource = E0*exp(-r.^2/w^2).*exp(1i*k*r.^2/2/roc); % field ampl. in src plane
usource(~aperture)=0; % field is zero except in the aperture
Isource = epsilon0*c/2*abs(usource).^2; % Intensity in the source plane (W/m^2)
% =====
% |+|+|+|+| THE COMPUTATION OCCURS BETWEEN THIS LINE AND THE ONE LIKE IT BELOW |+|+|+|+
% =====
% h, below is a scale factor to change from the physical units (meters) to new units in
% which all physical lengths are scaled by h=sqrt(B*lambda). In the new units, the Fresnel
% integral becomes a standard Fourier transform multiplied by a phase factor. We now scale
% all physical lengths to the new units before performing the fourier tranform. Due to the
% limitations placed on variable names, x' in the text is the variable f here, y' is g,
% X' is F, and Y' is G.
h = sqrt(BB*lambda); % scaling factor
dXp=dxp/h; dYp=dyp/h; % src interpixel dist in the new units
Xp = xp/h; % src plane x-coords scaled to new units
Yp = yp/h; % src plane y-coords scaled to new units
dX = 1/dXp/Nx; dY=1/dYp/Ny; % corresponding spatial sampling interval
% in field plane after 2 dim. FFT (fft2).
X=repmat(([0:Nx-1]-floor(Nx/2)) *dX,Ny,1); % Field plane, x-domain (in scaled length)
Y=repmat(([0:Ny-1]-floor(Ny/2)).'*dY,1,Nx); % Field plane, y-domain (in scaled length)
dx=dX*h; dy=dY*h; % field plane sampling interval (in meters)
x = X*h; y = Y*h; % Field plane, x and y-domains (in meters)
% Perform 2D FFT on and scale correctly
% -----
ufield = ...
-1i*exp(1i*pi*DD/BB/lambda*((x).^2+(y).^2))... % Perform the 2D FFT on the field
.*fftshift( fft2( exp(1i*pi*AA*(Xp.^2+Yp.^2)).*usource )*dXp*dYp ); % FT2
Ifield = epsilon0*c/2*abs(ufield).^2; % get the intensity
% =====
% |+|+|+|+| CODE BELOW CHECKS AND DISPLAYS THE RESULTS |+|+|+|+|+|+|+|+|+|+|+|+|+|+
% =====
% Check energy conservation
% -----
inpow = trapz(trapz(Isource))*dxp*dxp; % integral of intensity in the src plane
outpow = trapz(trapz(Ifield))*dx*dy; % (total power) should equal field plane
disp(['Power in the source plane: Pin = ',num2str(inpow*1000), ' mW']);

```

```

disp(['Power in the field plane: Pout = ',num2str(outpow*1000), ' mW']);
% Make a red colormap for use in displaying the laser beam intesity
% -----
cb=sqrt(colormap('bone')); % modify the built-in 'bone' colormap
cmred=[cb(:,2)*1, cb(:,2)*0.2, cb(:,2)*0.1]; % make it shades of red rather than grey
% Display source plane intensity (Fig. 1)
% -----
figure(1); % open a figure window
ax1 = surf(xp*1e3,yp*1e3,(Isource/1000)); % intens. (mW/mm^2) in src pl. (x,y in mm)
view(2); % top-view orientation
xlabel('x (mm)'); % label the axes
ylabel('y (mm)');
axis square % show both axes on the same scale
axis tight % minimize white space
set(ax1,'linestyle','none'); % don't draw the axes
caxis([min([max(Isrce(aperture)),... % set the color axis

min(Isrce(aperture))]),max(Isrce(aperture))]/1000);
colormap(cmred); % activate the color map
shading interp; % looks more realistic
grid off;
cbar1=colorbar;
ylabel(cbar1,'Intensity (mW/mm^2)');
hold off;
title('Source Plane Intensity');
set(gca,'fontsize',14);

% Display field plane intensity (Fig. 2)
% -----
figure(2);
ax2 = surf(x*1e3,y*1e3,(Ifield/1000)); % plot the intensity in the field
view(2); % can be rotated from this top-view
shading interp;
grid off;
xlabel('x (mm)');
ylabel('y (mm)');
axis square
axis tight

```

```
set(ax2,'linestyle','none');
caxis(([min(min(Ifield)) (max(max(Ifield)))/1000]));
title('Diffracted Intensity in the Field Plane');
colormap(cmred);
cbar2=colorbar;
ylabel(cbar2,'Intensity (mW/mm^2)');
set(gca,'fontsize',14);
```



# كتاب نامه

- [1] 52 teams of gravitational wave, electromagnetic, and neutrino astronomers, Abbott, B. P., et al. 2017. Multi-messenger observations of a binary neutron star merger. *The Astrophysical Journal Letters*, **848**(2), L12.
- [2] Bachor, Hans-A. and Ralph, Timothy C. 2019. *A guide to experiments in quantum optics*. Weinheim: Wiley-VCH.
- [3] Bass, Michael. 2010. *Handbook of optics, third edition*, Vol. 1. New York: McGraw-Hill.
- [4] Bennett, Charles A. 2008. *Principles of physical optics*. Hoboken, NJ: Wiley.
- [5] Bevington, Philip. 2003. *Data reduction and error analysis for the physical sciences*. Boston, MA: McGraw-Hill.
- [6] Beyersdorf, Peter 2014. *Laboratory optics: A practical guide to working in an optics lab*. Google eBook.
- [7] Born, Max and Wolf, Emil. 2019. *Principles of optics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [8] Fowles, Grant. 1989. *Introduction to modern optics*. New York, NY: Dover Publications.
- [9] Griffiths, David. 2017. *Introduction to electrodynamics*. Cambridge and New York: Cambridge University Press.
- [10] Hecht, Eugene. 2017. *Optics*. Boston, MA: Pearson Education, Inc.
- [11] Horowitz, Paul. 2015. *The art of electronics*. New York: Cambridge University Press.
- [12] James, J. F. 2014. *An introduction to practical laboratory optics*. Cambridge and New York, NY: Cambridge University Press.

- [13] LIGO and Virgo Scientific Collaborations, Abbott, B. P., et al. 2016. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Physical Review Letters*, **116** (February), 061102.
- [14] Magana-Sandoval, Fabian, Vo, Thomas, Vander-Hyde, Daniel, Sanders, J. R., and Ballmer, Stefan W. 2019. Sensing optical cavity mismatch with a mode-converter and quadrant photodiode. *Physical Review D*, **100**(10), 102001.
- [15] Michelson, Albert Abraham. 1903. *Light waves and their uses*. Chicago, IL: The University of Chicago Press. Chap. Lecture IV The application of interference methods to spectroscopy.
- [16] Pedrotti, Frank. 2007. *Introduction to optics*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.
- [17] Saulson, Peter R. 2017. *Interferometric gravitational wave detectors*. 2nd ed. Toh Tuck Link, Singapore: World Scientific.
- [18] Siegman, Anthony E. 1986. *Lasers*. Mill Valley, CA: University Science Books.
- [19] Svelto, Orazio 2010. *Principles of lasers*. New York: Springer.
- [20] Yariv, Amnon. 2007. *Photonics: Optical electronics in modern communications*. New York and Oxford: Oxford University Press.

# نمایه

- خطای افست (خطای انحراف)، ۴۳  
 درخشندگی، ۸  
 دستگاه فبری-پرو، ۱۱۱  
 زوجیت، ۵۸  
 زیر روال، ۲۲۶  
 ستونی، ۵۵  
 سراب، ۶۴  
 سطح راهاندازی، ۴۳  
 سطوح انرژی زوال، ۱۴۷  
 سوراخ سوزنی، ۸۱  
 سوزاننده، ۸۰  
 سیموس، ۳۷  
 شکست دوگانه، ۳۴  
 شیشه چخماقی، ۱۸۱  
 صفحه موج، ۳۴  
 طول همدوسی، ۱۴  
 عرض تمام نیم بیشینه، ۱۶۰  
 فاز گوی، ۸۸  
 فتودیودهای بهمنی، ۳۸  
 قابلیت دیدن، ۱۵  
 قانون اسنل، ۶۲  
 قانون مالوس، ۱۸۶  
 قطبش (پلاریزاسیون)، ۱۷۷  
 لامبرتی، ۱۴۶  
 لورنتس، ۱۲۵  
 لیزر، ۱۳۳  
 محدوده ریلی، ۸۸  
 محدوده طیف آزاد، ۱۵۹  
 مشبك، ۱۰۲  
 معادلات نرخ، ۱۳۷  
 آزمون مجذور کای، ۴۷  
 آشکارساز ترمومپایل، ۳۷  
 آینه، ۶۴  
 آینه پشته‌ای، ۱۲۵  
 ابیراهی، ۲۹  
 اسپار ایسلند، ۱۹۳  
 افزاه تزویج بار، ۳۶  
 الگوی ایری، ۱۰۰  
 باریکه نور، ۱۲  
 بازتابیش، ۵۵  
 برآزنده‌گی، ۱۶۰  
 بردار جونز، ۱۸۲  
 بروستر، ۱۸۱  
 بقاء مومنتوم، ۱۱۹  
 بقای پرتوها، ۱۴۴  
 تابع توزیع تجمعی، ۲۰۹  
 تابندگی، ۱۴۴  
 تداخل‌نگار، ۱۱۴  
 ترمیستور، ۳۷  
 تطبیق مودها، ۱۶۷  
 تقریب موزی‌محور، ۱۲  
 توری مشعل، ۹۵  
 توزیع دومودی، ۲۰۹  
 تپ اختر (پولسار)، ۴۳  
 تکانه زاویه‌ای، ۱۰۳  
 تیرگی، ۱۹۷  
 جداکننده (ایزولاتور) فاراده، ۱۷۰  
 جریان داده، ۱۹۷  
 حالت‌های فوک، ۱۹۹  
 حدس کولاتز، ۲۳۱

- معادله موج موازی محور، ۱۳  
 مقاومت نوری، ۳۷  
 منشور آنامورفیک، ۳۲  
 منشورهای کبوتری، ۳۲  
 موازی محور، ۷۲  
 موج ایستاده (ساکن)، ۲۷  
 مولد تابع، ۱۷۰  
 نئودیمیم، ۱۳۴  
 نایکوئیست، ۱۹۷  
 نسبت خاموشی، ۳۳  
 نسبت سیگنال به نویز، ۱۹۵  
 نفوئید، ۸۰  
 نوسانات استراحتی، ۲۰۷  
 نویز توجیهی، ۲۰۴  
 نویز ساقمه‌ای، ۱۹۷، ۲۶  
 نویز فاز، ۲۰۴  
 واپاشی، ۱۰۳  
 وضوح فرکانس، ۱۹۷  
 پاشندگی، ۳۰  
 پایستگی تکانه، ۱۱۹  
 پخش شدگی، ۱۴۴  
 پرتو موازی محور، ۱۸۲  
 پهنه‌ای خط، ۱۴  
 پوشش‌های نوری، ۱۱۲  
 پویش، ۱۱۶  
 پیوستاری، ۱۱۶
- چگالی طیف توان، ۱۹۶  
 چگالی نوری، ۲۱  
 کامنت (نظر)، ۲۲۰  
 کاوک، ۱۳۵، ۸۵  
 کروی گون، ۶۵  
 کریستیان هویگنس، ۷  
 کنتراست حاشیه، ۱۴