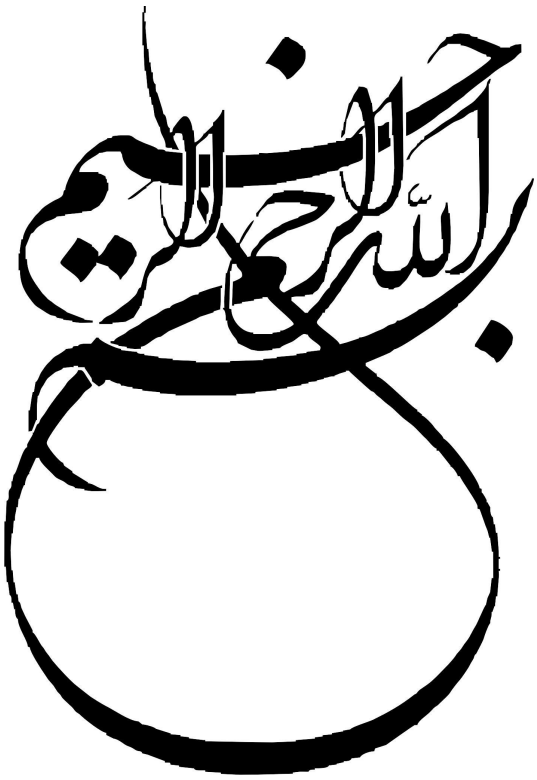


ای نسخه‌ی نامه الهی که تویی
ای آینه‌ی جمال شاهی که تویی
بیرون ز تو نیست آنچه در عالم هست
از خود بطلب هر آنچه خواهی که تویی

۱۳۰۷
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مسائل الکتریسته و مغناطیس

شامل ۶۰۰ مسئله حل شده

گردآورنده

دکتر محمد صادق ابریشمیان

استاد دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

فهرست مطالب

۱.۰ تقدیر و تشکر ۴
۲.۰ **پیشگفتار** ۵

۱ مبانی الکترواستاتیک **۷**
۱.۱ شدت میدان الکتریکی ۷
۲.۱ دوقطبی الکتریکی ۷
۳.۱ اختلاف پتانسیل الکترواستاتیکی ۹
۴.۱ انرژی پتانسیل الکترواستاتیکی ۹
۵.۱ مسائل حل شده ۹
۶.۱ خازن‌ها ۳۹
۷.۱ کاربرد خازن‌ها ۳۹
۸.۱ رژیم گذرا مدار **RC** مرتبه اول ۴۱
۹.۱ ولتاژ شکست الکترواستاتیک ۴۳
۱۰.۱ شکست الکتریکی خازنها به‌صورت موازی ۴۴
۱۱.۱ شکست الکتریکی خازنها به‌صورت سری ۴۴
۱۲.۱ شکست الکتریکی خازن صفحه موازی ۴۵
۱۳.۱ حباب صابون باردار ۴۶
۱۴.۱ هادی‌ها ۴۷
۱۵.۱ هادی‌های باردار ۴۸
۱۶.۱ مسائل حل شده ۵۰

۲ بیائید تمرین کنیم **۱۲۷**
۱.۲ تمرین سطح یک ۱۲۷
۲.۲ تمرین سطح دو ۱۳۷
۳.۲ حل مسائل ۱۴۳
۴.۲ حل تمرینات سطح دو ۱۵۰

۳ جریان الکتریکی **۱۶۵**
۱.۳ حامل‌های جریان ۱۶۵
۲.۳ نیروی محرکه الکتریکی یک باتری ۱۶۵

۳.۳ سرعت رانش ۱۶۶
۴.۳ چگالی جریان ۱۶۷
۵.۳ مقاومت ویژه ۱۶۸
۶.۳ اثر دما بر مقاومت ۱۶۸
۷.۳ هادیهای غیراهمی ۱۶۹
۸.۳ ابررساناها ۱۶۹
۹.۳ بهم پیوستن باتری‌ها (سلول‌ها) ۱۷۰
۱۰.۳ پتانسیومتر به‌عنوان یک "ولت متر ایده‌آل" ۱۷۴
۱۱.۳ چند نکته و فرمول مهم ۱۷۴
۱۲.۳ توان الکتریکی ۱۷۷
۱۳.۳ کارائی یک منبع نیروی محرکه الکتریکی ۱۷۸
۱۴.۳ فیوز ۱۷۸
۱۵.۳ مسائل حل شده ۱۷۹

۴ بیائید تمرین کنیم ۲۳۷
۱.۴ تمرین سطح یک ۲۳۷
۲.۴ تمرین سطح دو ۲۴۸
۳.۴ حل مسائل ۲۵۱
۴.۴ حل تمرینات سطح دو ۲۶۰

۵ مغناطیس ۲۶۷
۱.۵ اثرات مغناطیسی جریان ۲۶۷
۲.۵ میدان مغناطیسی حاصل از حرکت دایره‌ای یک ذره باردار ۲۷۱
۳.۵ نسبت مقادیر مختلف حرکت دایره‌ای برای دو ذره در میدان‌های مغناطیسی عمودی ۲۷۱
۴.۵ نیروی بین دو هادی حامل جریان موازی ۲۷۲
۵.۵ نکات مهم ۲۷۳
۶.۵ مغناطیس شوندگی ۲۷۵
۷.۵ القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب ۲۷۷
۸.۵ جریان گردابی ۲۷۸
۹.۵ کاربردهای جریان گردابی ۲۷۸
۱۰.۵ خودالقائی ۲۷۸
۱۱.۵ القای متقابل ۲۸۰
۱۲.۵ جریان‌های گذرا ۲۸۱
۱۳.۵ جریان‌های متناوب ۲۸۲
۱۴.۵ رآکتانس (X) ۲۸۳
۱۵.۵ توان در مدارهای AC ۲۸۵
۱۶.۵ ضریب توان ۲۸۶
۱۷.۵ سیم‌پیچ القائی ۲۸۶
۱۸.۵ مسائل حل شده ۲۸۷

۶ بیائید تمرین کنیم ۴۰۹
۱.۶ تمرین سطح یک ۴۰۹
۲.۶ تمرین سطح دو ۴۲۱
۳.۶ حل مسائل ۴۲۷
۱.۳.۶ حل تمرینات سطح یک ۴۲۷
۲.۳.۶ حل تمرینات سطح دو ۴۳۲
نمایه ۴۴۱

۱.۰ تقدیر و تشکر

شکر و سپاس خداوند لایزال که بمن توفیق جمع آوری و ترجمه این مجموعه را داد. این سری کتابها که طی این چند سال تهیه و ترجمه کرده‌م مجانی است و به تمام دانشجویان که مورد استفاده آنان است تقدیم می‌کنم و از درگاه خداوند منان سلامتی و موفقیت روزافزون برای آنان آرزومندم.

از تمام دانشجویانی که در حدود پنجاه و چندی است مرا در کلاسهای درس متحمل شده‌اند. تشکر و قدردانی می‌نمایم. آنها با صبر خود مرا پرورش داده‌اند و این کتاب را به‌آنها تقدیم می‌کنم

بدیهی است که بدون پشتیبانی و گذشت و تشویق همسر و فرزندانم این کتاب بپایان نمیرسید. لذا لازم میدانم از آنها صمیمانه تشکر کنم.

۲.۰ پیشگفتار

این کتاب مجموعه‌ای از سوال‌های الکتریسته و مغناطیس ساده تا کمی مشکل برای دانشجویان رشته برق جمع آوری و ترجمه شده است. برخی مسائل را می‌توان در دبیرستانها نیز مطرح کرد. برخی از مسائل تکراری است ولی با احتساب آنها بیش از 600 سوال جمع آوری شده است. داشجویان سعی کنند ابتدا خود مسائل را حل کرده و سپس جواب خود را با جواب کتاب مقایسه نمایند.

امیدوارم دوستان و اساتید دانشگاهی از ذکر اشتباهاتی که ناخواسته کرده‌ام به این جانب کوشزد کنند تا در آینده بشرط وجود حیات آن اشبتاهات مرتفع شود.

محمد صادق ابریشمیان.
دی ماه ۱۴۰۳

فصل ۱

مبانی الکترواستاتیک

۱.۱ شدت میدان الکتریکی

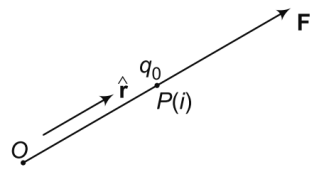
شدت میدان الکتریکی در موقعیت (r) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{E}(r) = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\mathbf{F}}{q_0}$$

که در آن $\mathbf{F}$ کل نیروی وارد شونده به‌بار اکتریکی کوچگ مثبت آزمایشی q_0 است. جهت شدت میدان $\mathbf{E}$ جهتی است که بار آزمایشی مثبت سعی می‌کند در امتداد آن حرکت کند.

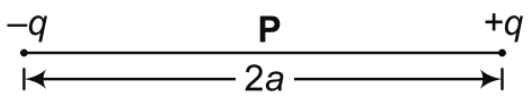
شدت میدان الکتریکی در فاصله نقطه r از نقطه بار q در هوا برابر است با:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$



۲.۱ دوقطبی الکتریکی

گفته می‌شود که دو بار مساوی و مخالف که با فاصله کمی از هم جدا شده‌اند یک "دوقطبی الکتریکی" را تشکیل می‌دهند.



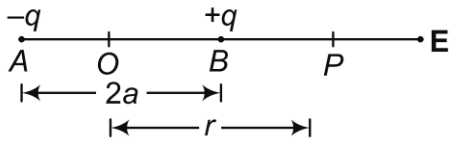
بسیاری از اتم‌ها/مولکول‌ها دوقطبی هستند. هر دوقطبی با یک گشتاور دوقطبی $\mathbf{p}$ مرتبط است که بزرگی آن برابر با حاصل‌ضرب مقدار هر یک از بارها (q) و فاصله $2a$ بین بارها. یعنی

$$\mathbf{p} = q \times (2\mathbf{a})$$

جهت $\mathbf{p}$ از بار $-q$ به‌بار $+q$ است. در کولن‌متر اندازه‌گیری می‌شود. هر دوقطبی یک میدان الکتریکی در اطراف خود دارد.

شدت میدان در هر نقطه از خط محوری دوقطبی الکتریکی،

$$|\mathbf{E}| = \frac{|\mathbf{p}|}{4\pi\epsilon_0}\frac{2r}{(r^2-a^2)^{3/2}}$$



جهت $\mathbf{E}$ در امتداد جهت گشتاور دوقطبی است. در اینجا r فاصله نقطه از مرکز دوقطبی است.

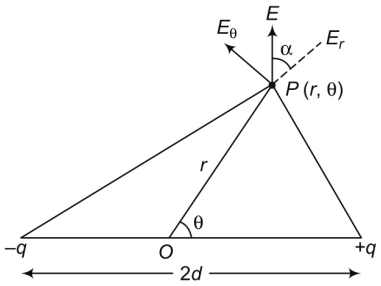
شدت میدان در هر نقطه از خط استوایی دوقطبی الکتریکی است

$$|\mathbf{E}| = \frac{|\mathbf{p}|}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

جهت $\mathbf{E}$ خلاف موازی جهت گشتاور دوقطبی الکتریکی است.

شدت میدان در هر نقطه ناشی از دوقطبی کوچک برابر است با

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$$



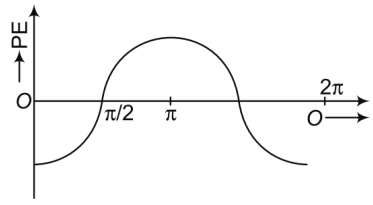
جهت $\mathbf{E}$ با خط OP زاویه β ایجاد می‌کند، به‌طوری که $\tan\beta = \frac{1}{2}\tan\theta$

هنگامی که یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور $\mathbf{p}$ زاویه θ با جهت میدان الکتریکی یکنواخت $\mathbf{E}$ می‌سازد، تورک (گشتاور پیچشی) $\boldsymbol{\tau}$ روی دوقطبی اثر می‌کند که با رابطه زیر داده می‌شود :

بر حسب مقدار $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} = pE\sin\theta$

این گشتاور پیچشی(تورک) سعی می‌کند دوقطبی را در جهت میدان تراز کند و زاویه θ را به‌صفر کاهش دهد.

$$PE = -pE(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$



تغییر PE دوقطبی الکتریکی با زاویه θ در شکل نشان داده شده است.

۳.۱ اختلاف پتانسیل الکترواستاتیکی

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه B و A در یک میدان الکترواستاتیک، مقدار کار انجام شده در حمل بار آزمایشی واحد بار الکتریکی مثبت از A به B در طول هر مسیر بین دو نقطه است، یعنی:

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot\mathbf{d}$$

اگر A در ∞ و $r_A = 0$ باشد، میتوان نوشت

$$V_B = \frac{W_{\infty B}}{q_0} = -\int_\infty^B \mathbf{E}\cdot\mathbf{d}$$

پتانسیل الکتریکی در فاصله نقطه r از نقطه بار q برابر است با

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

۴.۱ انرژی پتانسیل الکترواستاتیکی

انرژی پتانسیل الکتریکی یک سیستم از ذرات باردار به‌عنوان مقدار کار انجام شده در تشکیل سیستم یک متری تعریف می‌شود که ذره باردار را از بی‌نهایت به‌نقاط خاصی می‌رساند. برای سیستمی با بارهای دو نقطه‌ای، انرژی پتانسیل الکتریکی توسط

۵.۱ مسائل حل شده

مثال-۱: کره‌ای به‌شعاع b به‌طور یکنواخت با چگالی بار ρ باردار می‌شود. انرژی الکترواستاتیک کره را محاسبه کنید.

حل : کره را در نظر بگیرید که از پوسته‌های بار تشکیل شده است . بار پوسته خواهد بود:

$$dq = \rho 4\pi r^2 dr$$

و

$$E = \frac{q}{r^2} \quad \text{وقتی} \quad q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

به‌دلیل تقارن کروی، کار مورد نیاز برای حمل بار نقطه‌ای dq که مقدار آن بار پوسته از بینهایت تا فاصله r است خواهد بود:

$$\begin{aligned} dU &= dW = \frac{q}{r}dq \\ &= \frac{1}{3}(4\pi\rho)^2 r^4 dr \\ W &= U = \int_0^b dU \\ &= \frac{(4\pi\rho)^3}{3}\frac{b^5}{5} \end{aligned}$$

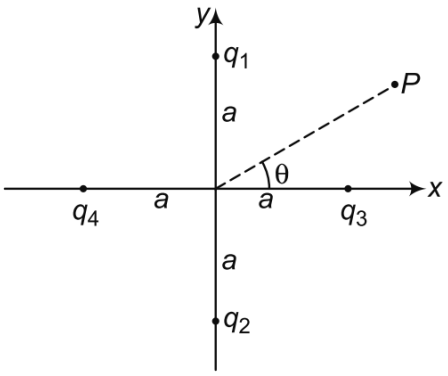
از آنجایی که کره به‌طور یکنواخت باردار است، بنابراین

$$Q = \frac{4}{3}\pi b^3$$

$$W = U = \frac{3Q^2}{5b}$$

□

مثال-۲: چهار بار $q_1 = q_2 = -q_3 = -q_4 = q$ در صفحه y مرتب شده‌اند و یک چهار قطبی الکتریکی را تشکیل می‌دهند. با آوردن این بارها از بی نهایت، انرژی مورد نیاز برای ایجاد چنین آرایشی چقدر است؟



حل

انرژی الکترواستاتیک مورد نیاز برای ایجاد چنین سیستمی به‌صورت زیر آورده شده است

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

که در آن

$$r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$$

با جایگزینی داده‌ها از شکل به‌معادله بالا، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} U &= \frac{q_1q_2}{r_{12}}+\frac{q_1q_3}{r_{13}}+\frac{q_1q_4}{r_{14}}+\frac{q_2q_4}{r_{24}}+\frac{q_3q_4}{r_{34}} \\ &= \frac{q^2}{a}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{q^2}{a}\left(1-2\sqrt{2}\right) \end{aligned}$$

مثال-۳: یک استوانه دی‌الکتریک(عایق) به‌شعاع a بی‌نهایت طول دارد. چگالی بار حجمی ρ مستقیماً با فاصله از استوانه تغییر می‌کند. اگر ρ در محور صفر و ρ_s در سطح باشد، شدت الکتریکی ناشی از آن را محاسبه کنید.

حل: اجازه دهید استوانه باردار را به‌تعداد زیادی پوسته استوانه‌ای نازک هم محوری تقسیم کنیم. یکی از این پوسته‌های هم محور با شعاع x و $x+\delta x$ و به‌طول L را در نظر بگیرید. اگر ضخامت δx بسیار کوچک باشد، به‌طوری که بتوان چگالی بار را در هر نقطه روی آن ثابت فرض کرد، پس بار روی پوسته خواهد بود:

$$\delta q = 2\pi x L \delta x \rho$$

از آنجایی که ρ مستقیماً با فاصله x تغییر می‌کند، بنابراین،

$$\rho = cx$$

که در آن c مقدارثابتی است که می‌تواند به‌صورت زیر داده شود

$$ca = \rho_s \quad \text{یا} \quad c = \rho_s/a$$

میدان E در نقطه P دور از r خارج از استوانه با رابطه زیر داده می‌شود

$$E \times 2\pi r L = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho dq$$

از آنجایی که بار داخل سطح گاوسی، بار روی استوانه است، بنابراین، خواهیم داشت:

$$E\frac{1}{2\pi r L\epsilon_0}\int_0^a 2\pi L c x^2 dx = \frac{ca^3}{3r\epsilon_0} = \frac{\rho_s a^3}{3r\epsilon_0}$$

در نقاط داخل استوانه، E به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$E \times 2\pi r L = \frac{q'}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0}\int dq = \frac{1}{\epsilon_0}\int_0^r 2\pi L c x^2 dx$$

که در نتیجه

$$E = \frac{cr^2}{3\epsilon_0} = \frac{\rho_s r}{3a\epsilon_0}$$

در نقاط روی سطح استوانه

$$E = \frac{\rho_s a}{3\epsilon_0}$$

در هر سه مورد، میدان به‌صورت شعاعی به‌سمت بیرون هدایت می‌شود.

مثال-۴: یک عبارت برای بار الکتریکی مورد نیاز برای گسترش حباب تا دو برابر ابعاد

آن استخراج کنید.

حل:

فرض کنید

$p_1 =$ فشار داخل درون جباب باشد.

$r =$ شعاع حباب

$T =$ کشش سطحی

$p =$ فشار اتمسفر

در این صورت $p_1 = p + 4T/r$.

هنگامی که حباب پس از باردار شدن منبسط و شعاع آن $2r$، بنابراین حجم 8 برابر حجم اولیه می‌شود. بنابراین فشار داخل حباب به‌دلیل فشار مکانیکی بیرونی ناشی از بار q داده شده به‌حباب به $p_1/8$ کاهش می‌یابد. یعنی

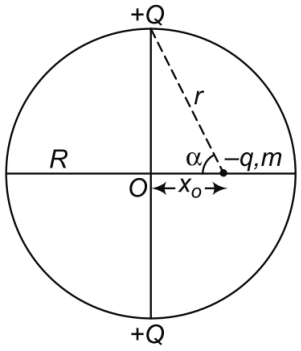
کل فشار بیرونی = فشار کل در داخل

$$\frac{1}{8}\left(p + \frac{4T}{r}\right) + \frac{q^2}{32\epsilon_0\pi^2(2r)^4} = p + \frac{4T}{r}$$

$$q^2 = 64\pi^2\epsilon_0 r^3[7pr + 12T]$$

یا

$$q = 8\pi\sqrt{\epsilon_0 r^3(7pr + 12T)}$$



مثال-۵: یک سیم عایق نازک که روی آن مهره کوچکی به‌جرم m و بار $-q$ رزوه شده است، در امتداد قطر یک حلقه دایره‌ای عایق شده به‌شعاع R در انتهای مخالف کشیده شده است، که دو بار کوچک یکسان از آن به‌گونه‌ای گره خورده است که قطر عبور کند. از طریق آنها عمود بر نخ است. مهره در نقطه‌ای با فاصله x_0 از O رها می‌شود.

- (الف) نیروی حاصله روی مهره باردار را محاسبه کنید.
- (ب) حرکت مهره را هنگام رها شدن به‌صورت کیفی توصیف کنید.
- (ج) معادله دقیق حرکت مهره را در امتداد نخ بنویسید.
- (د) با توجه به $\frac{x_0}{R} <<< 1$ ، معادله تقریبی حرکت و جابجایی و سرعت مهره را بر حسب زمان بدست آورید.

- (ه) چه زمانی سرعت مهره برای اولین بار ناپدید می‌شود؟

حل:

- (الف) بعلت تقارن $\sum F_y = 0$
بنابراین، نیروی وارد بر q توسط دو بار $+Q$ با استفاده از
$$\sum F_y = \frac{-2Qq}{r^2}\cos\alpha = \frac{2Qq}{x_0^2+R^2}\frac{x_0}{R}$$
این نتیجه برای هر مقدار x برقرار است
$$F = \frac{-2Qq}{x^2+R^2}\frac{x}{R}$$
به‌سمت مرکز حلقه، در امتداد نخ هدایت می‌شود.

- (ب) حرکت مهره تناوبی با نقاط عطف در $\pm x_0$ خواهد بود که ناشی از نیروی خالص وارد بر مهره است که همیشه به‌سمت O و بقای انرژی هدایت می‌شود.

- (ج) بر اساس قانون دوم نیوتن و نیروی کولمب معادله حرکت مهره به‌صورت
$$ma = \frac{-2Qq}{x^2+R^2}\times\frac{x}{R} \qquad (a = \text{شتاب})$$
به‌طوری که $x(0) = x_0$ و $V(0) = 0$

- (د) با توجه به‌اینکه $\frac{x_0}{R} <<< 1$، اصطلاحات بالاتر را می‌توان نادیده گرفت.
از اینرو، دریافت می‌کنیم
$$\omega = \sqrt{\frac{2Qq}{mR^3}}$$
و از شرایط اولیه نتیجه می‌گیریم
$$x(t) = x_0\cos\omega t \qquad \text{و} \qquad v(t) = -\omega x_0\sin\omega t$$

- (ه) سرعت زمانی ناپدید می‌شود که: $\omega t = n\pi$، که برای اولین بار در زمان زیر رخ می‌دهد
$$t = \frac{\pi}{\omega}\sqrt{\frac{\pi^2 mR^3}{2Qq}}$$

مثال-۶: بار نقطه‌ای مثبت $+Q$ در نقطه A در حال سکون است که یک بار نقطه‌ای منفی،$-q$ و جرم M با سرعت ثابت v در مدار دایره‌ای به‌شعاع b_1 در اطراف آن حرکت می‌کند. کار مورد نیاز برای افزایش شعاع b_1 به b_2 را تعیین کنید، زمانی که $b_1 < b_2$ باشد.

حل: هنگامی که شعاع از b_1 به b_2 افزایش می‌یابد، تغییر در انرژی الکترواستاتیک خواهد بود:

$$\Delta U = (-q)(Q)\left(\frac{1}{b_2} - \frac{1}{b_1}\right) = Qq\left(\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_2}\right)$$

همچنین، نیروی مرکزگرای لازم برای چرخش توسط نیروی جاذبه کولمبی بین $-q$ و Q فراهم می‌شود.

از اینرو خواهیم داشت

$$\frac{Mv^2}{r} = \frac{Qq}{r^2} \qquad \text{یا} \qquad Mv^2 = (qQ)/r$$

یا

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{Qq}{2r}$$

در نتیجه

$$E_k = KE = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{Qq}{2r}$$

از اینرو، تغییر در KE با رابطه زیر داده می‌شود

$$\Delta E_k = \frac{Qq}{2}\left(\frac{1}{b_2} - \frac{1}{b_1}\right) = -\frac{1}{2}\Delta u$$

سرانجام

$$W = \Delta U + \Delta E_k = \frac{1}{2}\Delta U = \frac{Qq}{2}\left(\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_2}\right)$$

مثال-۷: کره‌ای به‌شعاع R حاوی چگالی بار $\rho(r) = A(R-r)$ برای $0 < r < R$ است. بار الکتریکی کل داخل کره Q است.

- (الف) مقدار A را بر حسب Q و R پیدا کنید.
- (ب) میدان الکتریکی داخل و خترج کره را تعیین کنید.

حل:

- (الف) بار خالص در درون کره برابر است با

$$= \int_{\text{کره}} \rho dV$$

به‌دلیل تقارن کروی، خواهیم داشت

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^R 4\pi r^2 \rho r dr = 4\pi A \int_0^R r^2(R-r)dr \\ &= 4\pi A\left(\frac{R^4}{3} - \frac{R^4}{4}\right) \end{aligned}$$

در نتیجه

$$A = \frac{3Q}{\pi R^4}$$

- (ب) بر طبق قانون گوس

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi r^2 E(r) = 4\pi \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

در نتیجه

$$4\pi r^2 E(r) == 4\pi \cdot 4\pi A \int_0^r r^2 (R - r) dr = 4\pi \cdot 4\pi A \left(\frac{r^3 R}{3} - \frac{r^4}{4} \right)$$

بنابراین

$$E(r) = 4\pi A \left(\frac{rR}{3} - \frac{r^2}{4} \right), \qquad \text{برای} \quad 0 < r < R$$

اما

$$A = \frac{3Q}{\pi R^4}$$

بدست می‌آوریم

$$E(r) = \frac{12Q}{R^2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{r}{R} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

میدان الکتریکی خارج از کره برابر است با

$$E(r) = \frac{Q}{r^2}, \qquad \text{برای} \quad r \geq R$$

مثال-۸: وقتی ذره‌ای به‌جرم m و بار q در فاصله d آزاد می‌شود، در چه زمان t به‌صفحه بی‌نهایت رسانا برخورد می‌کند؟

حل: مربوط به‌بار q در فاصله d از صفحه هادی، بار تصویری $-q$ در فاصله $-d$ از همان صفحه را در نظر بگیرید.

با توجه به‌اصل پایستگی (بقاء) انرژی داریم

$$\frac{-q^2}{2x(t)} + 2\left(\frac{1}{2} m v^2(t) \right) = \frac{-q^2}{2d}$$

(انرژی در لحظه t) (انرژی در $t = 0$)

نتیجه میدهد

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{q}{\sqrt{2md}} \sqrt{\frac{d-x}{x}} \qquad \text{یا} \qquad dt = \frac{\sqrt{2md}}{q} \sqrt{\frac{x}{d-x}} dx$$

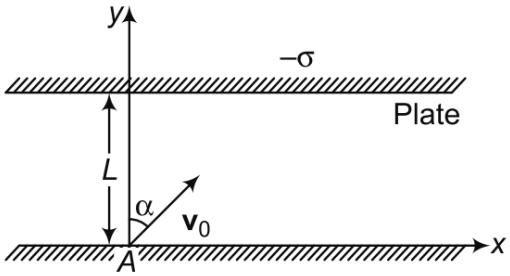
با انتگرال‌گیری خواهیم داشت

$$t = \frac{\sqrt{2md}}{q} \int_d^0 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{d-x}} dx = \frac{\sqrt{2md}\, d^{3/2}}{q} \int_1^0 \frac{u du}{\sqrt{1-u^2}} \qquad \text{که} \qquad u = \frac{x}{d}$$

ضمنا می‌توانیم بنویسیم

$$t = \frac{\sqrt{2m}d^{3/2}}{q}\int_{\pi/2}^{0}\sin^3\theta d\theta = \frac{\sqrt{m}(2d)^{3/2}}{3q}$$

مثال-۹: همانطور که در شکل نشان داده شده است، یک الکترون با انرژی جنبشی اولیه K_0 در نقطه A پرتاب می‌شود.



- (الف) در چه حداقل فاصله، L_0، الکترون باید پرتاب شود تا صفحه را از دست بدهد؟
- (ب) مسیر حرکت الکترون پرتابه را برای صفحه $L > L_0$ توصیف کنید.

حل:

- (الف) میدان الکتریکی در ناحیه $y < L$ به‌صورت داده شده است

$$\mathbf{E} = 4\pi\sigma\hat{\mathbf{y}}$$

هنگامی که پتانسیل در $y = 0$ صفر است، انرژی پتانسیل در منطقه $y < L$ به‌صورت زیر داده می‌شود

$$U(y) = -(-e)4\pi\sigma\int_0^y \hat{\mathbf{y}}\cdot\hat{\mathbf{y}}dy = 4\pi e\sigma y$$

طبق اصل بقای انرژی (K انرژی جنبشی است)

$$K_0 = K + 4\pi e\sigma y$$

اکنون

$$K = \frac{1}{2}m_e(v_x^2 + v_y^2)$$

همچنین

$$\frac{1}{2}m_e v_x^2 = \frac{1}{2}m_e(v_0\sin\alpha)^2 = K_0\sin^2\alpha$$

$$K_0\cos^2\alpha = \frac{1}{2}m_e v_y^2 + 4\pi e\sigma y$$

اگر $L > L_0$ برای $v_y = 0$ باشد، الکترون به‌صفحه نمی‌رسد.

$$L_0 = \frac{K_0\cos^2\alpha}{4\pi e\sigma}$$

- (ب) میدان الکتریکی در ناحیه $y < L$

$$\mathbf{E} = 4\pi\sigma\hat{\mathbf{y}}$$

بنابراین، نیروی الکتریکی روی الکترون به‌صورت زیر داده می‌شود

$$\mathbf{F} = (-e)\mathbf{E} = -4\pi e\sigma\hat{\mathbf{y}}$$

از قانون دوم نیوتن به‌دست می‌آوریم

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{-4\pi e\sigma}{m_e}$$

مسیر حرکت الکترون، مسیر پرتابه‌ای در یک میدان گرانشی همگن است.

$$v_x(0) = v_0 \sin\alpha = -\sqrt{\frac{2K_0}{m_e}}\sin\alpha$$

$$v_y(0) = v_0 \cos\alpha = \sqrt{\frac{2K_0}{m_e}}\cos\alpha$$

و

$$x(0) = y(0) = 0$$

بنابراین، با انتگرال‌گیری (برای $L > L_0$)، به‌دست می‌آوریم

$$x(t) = \sqrt{\frac{2K_0}{m_e}}t\sin\alpha$$

$$y(t) = \sqrt{\frac{2K_0}{m_e}}t\cos\alpha - \left(\frac{2\pi e\sigma}{m_e}\right)t^2$$

با حذف t بدست می‌آوریم

$$y = -\frac{\pi e\sigma}{K_0\sin^2\alpha}x^2 + x\cot\alpha$$

بنابراین، مسیر حرکت الکترون سهموی است.

مثال-۱۰: بار نقطه‌ای وارد فضای بین صفحات خازن صفحه موازی می‌شود که موازی با صفحه $x - z$ با سرعت $\mathbf{v} = v0\hat{\mathbf{x}}$ هستند. میدان الکتریکی در جهت $\hat{\mathbf{y}}$ است. نشان دهید که مولفه x سرعت کاهش می‌یابد و وابستگی صریح سرعت به‌زمان را محاسبه کنید.

حل: نیروی وارد بر بار نقطه‌ای ناشی از میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ به‌صورت زیر داده می‌شود:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E} = qE\hat{\mathbf{y}} \qquad (1)$$

چون

$$\frac{dp_x}{dt} = 0$$

و

$$\frac{dp_y}{dt} = qE = \text{ثابت} \qquad (2)$$

در نتیجه

$$\begin{aligned} p_x &= mv_x \\ &= \frac{mv_x}{\sqrt{1-\left(\frac{v_x^2+v_y^2}{c^2}\right)}} = \text{ثابت} \qquad (3) \end{aligned}$$

$$p_x(0) = \frac{mv_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_0}{c}\right)^2}}$$

و

$$p_y = mv_y = \frac{mv_y}{\sqrt{1-\frac{v_x^2+v_y^2}{c^2}}} = qEt \qquad (4)$$

در نتیجه، v_y به‌دلیل این که نیرو در جهت y افزایش می‌یابد و از آنجایی که p_x ثابت است، v_x باید کاهش یابد.

اکنون

$$\frac{p_y}{p_x} = \frac{v_y}{v_x} = \frac{qEt}{p_x(0)} = \frac{qEt}{r(v_0)mv_0} \qquad (5)$$

$$v_y = \frac{qEt}{r(v_0)mv_0}v_x \qquad (6)$$

با جایگزینی معادله (۶) در معادله (۳)، خواهیم داشت

$$\frac{mv_x}{\sqrt{1-\frac{v_x^2}{c^2}\left[1+\left(\frac{qEt}{r(v_0)mv_0}\right)^2\right]}} = r(v_0)mv_0$$

یا

$$\begin{aligned} \left(\frac{v_x}{c}\right)^2 &= r^2(v_0)\left(\frac{v_0}{c}\right)^2 \times \left\{1-\left(\frac{v_0}{c}\right)^2\left[1+\left(\frac{qEt}{r(v_0)mv_0}\right)^2\right]\right\} \\ &= \frac{r^2(v_0)\left(\frac{v_0}{c}\right)^2}{1+r^2(v_0)\left(\frac{v_0}{c}\right)^2\left[1+\left(\frac{qEt}{r(v_0)mv_0}\right)^2\right]} \end{aligned}$$

$$V_x(t) = \frac{r(v_0)v_0}{\sqrt{1+\left\{\frac{r(v_0)v_0}{c}\right\}^2\left\{1+\left(\frac{qEt}{mr_0v_0}\right)\right\}}}$$

$$V_x(t) = \frac{r(v_0)v_0}{\sqrt{1+(r_0^2-1)\left[1+\left(\frac{qEt}{mr_0v_0}\right)^2\right]}}$$

$$\left[\left(\frac{v_0}{c}r(v_0)\right)^2 = \beta^2 r^2 = \left(1-\frac{1}{r^2}\right)r^2 = r^2-1\right]$$

در نتیجه

$$V_x(0) = \frac{r(v_0)v_0}{1+(r_0^2-1)} = \frac{rv_0}{r} = v_0$$

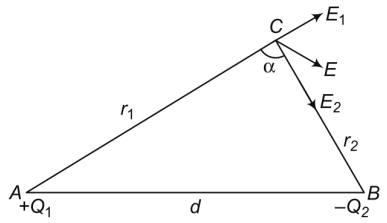
از آنجایی که v_x کاهش می‌یابد معادله (۶) می‌دهد

$$v_y(t) = \frac{qEt/m}{\sqrt{1+(r_0^2-1)\left[1+\left(\frac{qEt}{mr_0v_0}\right)^2\right]}}$$

مثال-۱۱: بارهای Q_1 و Q_2 به‌فاصله d از یکدیگر قرار دارند، شدت میدان الکتریکی را در نقطه‌ای به‌فاصله r_1 از Q_1 و r_2 از Q_2 تعیین کنید، وقتی

- (الف) بارهای Q_1 و Q_2 هر دو همنام باشند.
- (ب) بارهای Q_1 و Q_2 هر دو ناهمنام باشند.

حل:



فرض کنید $Q_1 > 0$ و $Q_2 < 0$ باشد

$$E_1 = \frac{Q_1}{r_1^2}, \qquad E_2 = \frac{Q_2}{r_2^2}$$

با توجه به‌شکل

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - E_1E_2\cos\alpha$$

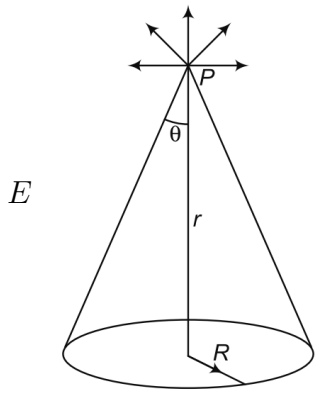
از مثلث ABC داریم $\cos\alpha = \frac{r_1^2+r_2^2-d^2}{2r_1r_2}$

$$E = \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} - \frac{Q_1Q_2}{(r_1r_2)^3}(r_1^2+r_2^2-d^2)}$$

اگر بارها همنام باشند، در این صورت

$$E = \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + \frac{Q_1Q_2}{(r_1r_2)^3}(r_1^2+r_2^2-d^2)}$$

مثال-۱۲: نقاطی را در محور حلقه‌ای که بار مثبت Q و شعاع R را حمل می‌کنند، پیدا کنید که در آن‌ها شدت میدان الکتریکی حداکثر است. شدت میدان را در این نقاط تعیین کنید.



حل: جمع بردارهای شدت در P فقط مولفه های امتداد محور حلقه را در نظر می‌گیرد، زیرا مجموع مولفه‌های عمود بر صفر می‌شود.

شدت میدان در P به‌صورت زیر داده می‌شود

$$E = \frac{Q}{R^2+r^2}\cos\theta = \frac{Qr}{(R^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{Q}{R^2}\sin^2\theta\cos\theta \qquad (1)$$

در همان مقادیر Q به‌صورت عبارت $\frac{2E^2R^4}{Q^2}$ به‌حداکثر می‌رسد اما

$$\frac{2E^2R^4}{Q^2} = 2\sin^4\theta\cos^2\theta = 2\cos^2\theta(1-\cos^2\theta)(1-\cos^2\theta)$$

فرض کنید

$$\begin{aligned} a &= 2\cos^2\theta && (2)\\ b &= 1-\cos^2\theta && (3)\\ c &= 1-\cos^2\theta && (4)\\ a+b+c &= 2 \quad \text{و} \quad b=c \end{aligned}$$

حاصل‌ضرب $abc = ab^2$ بیشینه است اگر

$$a = b = c = \frac{2}{3}$$

در نتیجه

$$abc = ab^2 = \frac{8}{27}$$

اثبات آن بقرار زیر است. اگر

$$a = \frac{2}{3} + 2d$$

که در آن d را میتوان به‌صورت $-\frac{1}{3} < d < \frac{2}{3}$ نوشت. در این صورت بر طبق معادله (۳)

$$b = \frac{2}{3} - d$$

$$ab^2 = (\frac{2}{3}+2d)(\frac{2}{3}-d) = \frac{8}{27} + 2d^2(d-1)$$

این وقتی بیشینه(ماگزیمم) است که $d = 0$ است.

از آنجا که $a = \frac{2}{3}$ و $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

حداکثر شدت در نقطه‌ای به‌فاصله $r = \frac{\sqrt{2}}{2}R$ از مرکز حلقه مشاهده خواهد شد. این شدت خواهد بود:

$$E_{max} = \frac{2\sqrt{3}}{q}\frac{Q}{R^2}$$

مثال-۱۳: یک صفحه فلزی باردار $(+Q)$ با اضلاع a و b و ضخامت c ($c << a$ و b) را در نظر بگیرید که بار $+Q_1$ را در فاصله d از مرکز خود حمل می‌کند ($d << a$ و b). نیروی وارد شده توسط صفحات روی $+Q_1$ را محاسبه کنید و مشخص کنید که یک صفحه با بار مثبت چه زمانی بار نقطه‌ای مثبت را جذب می‌کند؟

حل: از آنجایی که c بسیار کوچک است، می‌توان فرض کرد که بار $+Q$ به‌طور یکنواخت روی هر دو سطح توزیع می‌شود که هر کدام دارای مساحت ab هستند.

چگالی بار سطحی : $\sigma = \frac{Q}{2ab}$. ازاینرو

$$E = \frac{4\pi Q}{2ab} = \frac{2\pi Q}{ab}$$

چون شدت میدان ناشی از بارهای منفی القایی ناشی از $+Q$ برابر است با شدت میدان ناشی از $-Q$ در فاصله $2d$ از $+Q$، نیروی جاذبه به‌صورت زیر داده می‌شود.

$$F = \frac{Q^2}{rd^2}$$

حال، a و $b >> c$ و d

$$F = \frac{2\pi QQ_1}{ab} - \frac{Q_1^2}{4d^2}$$

علامت $(+)$ مربوط به‌نیروی دافعه و $(-)$ مربوط به‌نیروی جاذبه است. صفحه با بار مثبت بار نقطه مثبت را جذب می‌کند اگر

$$\frac{Q_1^2}{4d^2} > \frac{2QQ_1}{ab}, \qquad \text{یا} \qquad \frac{Q_1}{d^2} > \frac{8\pi Q}{ab}$$

مثال-۱۴: دو توپ کوچک حامل بارهای مساوی و مخالف را در نظر بگیرید. اگر یکی نگه داشته و دیگری رها شود، می‌تواند کار W_1 را در برابر نیروی دافعه انجام دهد (در حالی که دور می‌شود). اگر قبل از رها شدن توپ دوم، مدتی توسط یک هادی به‌هم متصل شوند، توپ دوم می‌تواند در حین دور شدن، کار W_2 را انجام دهد. گرمای آزاد شده در هادی را هنگام اتصال توپ‌ها، انرژی که به‌هزینه آن گرما آزاد می‌شود و کار مکانیکی تغییر می‌کند، پیدا کنید.

حل: بگذارید بارهای اولیه روی توپ‌ها q_1 و q_2 باشد

$$W_1 = \frac{q_1 q_2}{L}$$

که در آن L فاصله بین توپ‌ها است.

پس از اتصال توپ‌ها، بارهای آنها یکسان می‌شود.

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

$$W_2 = \frac{(q_1+q_2)^2}{4L}$$

طبق قانون بقای انرژی، مقدار انرژی کل توپ‌ها باید در هر دو مورد یکسان باشد.

$$W_1 + W_{e_1} = W_2 + Q + W_{e_2}$$

که در آن $W_{e_1} = \frac{q_1^2}{2r}+\frac{q_2^2}{2r}$ و برابر انرژی ذاتی توپ‌ها قبل از اتصال است. و $W_{e_2} = \frac{q^2}{2r}+\frac{q^2}{2r}$ برابر انرژی ذاتی توپ‌ها پس از توزیع مجدد بارها است. انرژی آزاد شده به‌صورت گرما برابر است با

$$Q = W_{e_1} - W_{e_2} + W_1 - W_2 = \frac{(q_1-q_2)^2}{4}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{L}\right)$$

مثال-۱۵: کار مکانیکی انجام شده توسط میدان الکتریکی را هنگامی که صفحات یک خازن متصل به‌باتری ذخیره سازی $(EMF = F)$ به‌گونه‌ای جابجا می‌شوند که d_1 فاصله اولیه بین آنها و d_2 فاصله نهایی‌باشد $(d_2 < d_1)$ تعیین کنید.

حل: به‌دلیل حرکت صفحات، بار خازن افزایش می‌یابد

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \frac{EA}{4\pi}\left(\frac{1}{d_2}-\frac{1}{d_1}\right)$$

کار انجام شده توسط باتری به‌صورت زیر داده می‌شود

$$W = E\Delta Q = \frac{E^2A}{4\pi}\left(\frac{1}{d_2}-\frac{1}{d_1}\right)$$

افزایش انرژی خازن برابر است با:

$$\Delta W_e = W_{e_2} - W_{e_1} = \frac{EQ_2}{2} - \frac{EQ_1}{2} = \frac{E^2A}{8\pi}\left(\frac{1}{d_2}-\frac{1}{d_1}\right)$$

حال، W_1 برابر کار انجام شده زمانی که صفحات به‌یکدیگر نزدیکتر می‌شوند است. بنابراین، طبق قانون بقای انرژی

$$W = W_1 + \Delta W_e$$

یا

$$W_1 = W - \Delta W_e = \frac{E^2A}{8\pi}\left(\frac{1}{d_2}-\frac{1}{d_1}\right)$$

با مصرف انرژی باتری، انرژی الکترواستاتیک خازن افزایش یافته و از اینرو W_1 انجام می‌شود.

مثال-۱۶: بار Q به‌طور یکنواخت در خلاء در سراسر حجم کروی به‌شعاع R توزیع می‌شود.

- (الف) عباراتی برای شدت میدان الکتریکی در فاصله r از مرکز کره برای $r \leq R$ و $r > R$ بدست آورید.

- (ب) رابطه‌ای برای کل انرژی الکتریکی مرتبط با این توزیع بار بدست آورید.

حل:

- (الف) چگالی بار درون کره $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ است. در $x \leq R$ میدان الکتریکی خواهد بود

$$E = \frac{\frac{4}{3}\pi x^3 \rho}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{Qx}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

در $x > R$ که در آن x فاصله از مرکز کره است

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

- (ب) برای $x \leq R$ چگالی انرژی برابر $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ است.

انرژی در یک پوسته نازک با ضخامت δx در شعاع x به‌دست می‌آید

$$= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 4\pi x^2 \delta x = \frac{1}{2} 4\pi\epsilon_0 \frac{Q^2 x^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 R^6} \cdot x^2 \delta x$$

و انرژی در درون حجم کره خواهد بود

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)R^6}\int_{x=0}^{x=R} x^4 dx = \frac{1}{40}\frac{Q^2}{\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}$$

انرژی در پوسته کروی

$$\delta W = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 (4\pi x^2)\delta x = \frac{1}{2}(4\pi\epsilon_0)\frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 x^4} x^2 \delta x$$

انرژی در درون حجم کره برای $x > R$ برابر است با

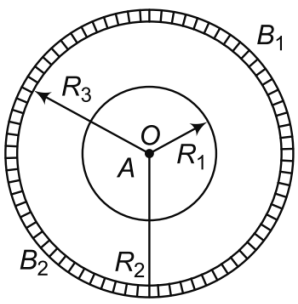
$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)}\int_{x=R}^{x=\infty} \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{8}\frac{Q^2}{\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}$$

و سرانجام کل انرژی بار توزیع شده خواهد بود

$$W_T = \frac{1}{40}\frac{Q^2}{\pi\epsilon_0}\frac{1}{R} + \frac{1}{8}\frac{Q^2}{\pi\epsilon_0}\frac{1}{R} = \frac{3}{20}\frac{Q^2}{\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}$$

مثال-۱۷:

کره‌ای هادی (رسانا) جامد A به‌شعاع $R_1 = 6$ سانتی‌متر دارای پتانسیل الکترواستاتیک اولیه $V_0 =$ 30 کیلو ولت نسبت به‌زمین است. سپس کره A به‌طور متقارن توسط دو نیمکره رسانا و در ابتدا خنثی B_1 و B_2 احاطه می‌شود (شکل روبرو). به‌این ترتیب کره B به‌شعاع داخلی $R_2 = 10$ سانتی‌متر و شعاع بیرونی $R_3 = 12$ سانتی‌متر تشکیل می‌شود.



- (الف) بار خالص کره A چقدر است؟

- (ب) بارهای القا شده بر روی سطوح داخلی و خارجی کره B چیست؟
- (ج) پتانسیل الکتریکی کره‌های A و B چقدر است؟
- (د) میدان‌های الکتریکی در سطح کره A و در سطوح داخلی و خارجی کره B چیست؟
- (ه) نمودارهای جداگانه‌ای از پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی را به‌صورت تابعی از فاصله x از مرکز سیستم ترسیم کنید و به‌مناطق زیر توجه ویژه‌ای داشته باشید.

$(i)\ x < R_1 \qquad (ii)\ R_1 < x < R_2 \qquad (iii)\ R_2 < x < R_3 \qquad (iv)\ x > R_3$

- (و) اگر کره‌های A و B توسط یک سیم رسانا به‌هم متصل شوند، بار چگونه توزیع می‌شود؟ [$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 Nm^2/C^2$ فرض کنید]

حل:

- (الف) $U_0 = \frac{kQ_1}{R_1} \Longrightarrow Q_1 = \frac{1}{k} U_0 R_1$

$$Q_1 = \frac{1}{9 \times 10^9} \times 10^4 \times 6 \times 10^{-2}$$

$$Q_1 = 2 \times 10^{-7} C = 0.2 \mu C$$

- (ب) بارالقائی برابر است با

سطح داخلی B $\qquad Q_2 = -Q_1$

سطح خارجی B $\qquad Q_3 = Q_1$

- (ج) کل انرژی پتانسیل U سیستم سه بار برابر است با

$$U = U_{12} + U_{23} + U_{13}$$

در این مورد، با نگاه بر سطح A

$$\begin{aligned} U_A &= k\frac{Q_1}{R_1} - k\frac{Q_2}{R_2} + k\frac{Q_3}{R_3} \\ &= kQ_1\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \end{aligned}$$

با جایگزینی

$$\begin{aligned} U_0 &= k\frac{Q_1}{R_1} \\ U_A &= U_0\left[1+\frac{R_1}{R_3}-\frac{R_1}{R_2}\right] \\ U_A &= 0.9U_0 = 27kV \\ U_B &= k\frac{Q_1}{R_3} = 9\times 10^9 \times \frac{2\times 10^{-7}}{12\times 10^{-2}} \\ &= 1.5\times 10^4 = 15kV \end{aligned}$$

پتانسیل در کره A ثابت است و همچنین در پوسته نیز B ثابت است.

- (د)

$$E = k\frac{Q}{R}E_A = k\frac{Q_1}{R_1^2} = 9\times 10^9 \cdot \frac{2\times 10^{-7}}{(6\times 10^{-2})^2} = 0.5MV/m$$

کره B

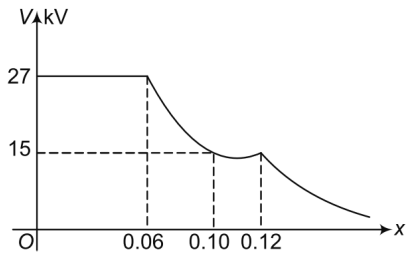
سطح داخلی

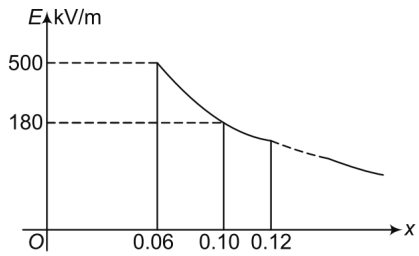
$$E_2 = k\frac{Q_1}{R_2^2} = 9\times 10^9 \cdot \frac{2\times 10^{-7}}{(10\times 10^{-2})^2} = 0.18MV/m$$

سطح خارجی

$$E_3 = k\frac{Q_1}{R_2^2} = 9\times 10^9 \cdot \frac{2\times 10^{-7}}{(12\times 10^{-2})^2} = 0.125MV/m$$

- (ه)





- (و) هنگامی که دو کره در تماس قرار می‌گیرند، در واقع یک هادی واحد داریم. بنابراین، تمام نقاط داخل پوسته B (و کره A) به‌یک پتانسیل واحد دست خواهند یافت و تمام بار خالص در قسمت بیرونی کره B توزیع خواهد شد، در این مورد بار Q_1 خواهد بود.

مثال-۱۸:

- (الف) یک دوقطبی از دو بار نقطه‌ای $+Q$ و $-Q$ تشکیل شده و با فاصله d از هم جدا شده‌اند. همانطور که در شکل نشان داده شده است مرکز آن (نقطه وسط خطی که دو بار را به‌هم متصل می‌کند) در فاصله R از سطح یک هادی کامل نیمه نامتناهی قرار دارد. نیروی وارد بر دوقطبی را به‌صورت تابعی از R پیدا کنید.

- (ب) چگالی بار روی سطح هادی القا شده توسط دوقطبی را بیابید. (شما ممکن است $d < R$ را برای هر دو بخش این سوال فرض کنید). اثر رسانا در حضور بار Q شبیه به‌یک بار تصویر با قطب مخالف است، همانطور که در شکل (ii) نشان داده شده است.

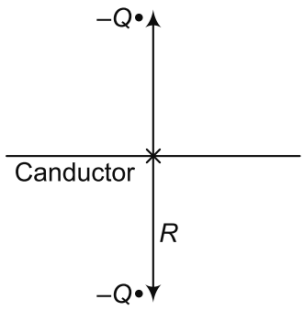


Fig. (ii)

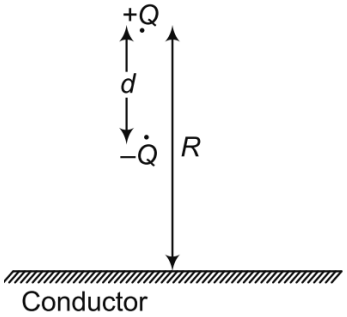
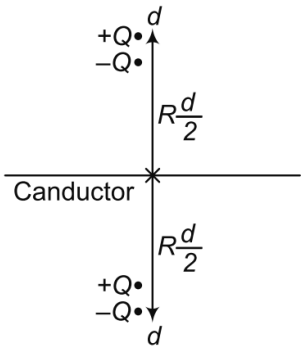


Fig (i)

حل:

- (الف)

اثر بارهای القایی روی سطح هادی معادل دو بار تصویر است، همانطور که در نمودار زیر نشان داده شده است. نیروی حاصله بر دوقطبی را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد



$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{2}{(2R)^2} - \frac{1}{(2R+d)^2} - \frac{1}{(2R-d)^2}\right] \qquad (1)$$

با جهت رو به بالا که به‌عنوان جهت $+ve$ تعریف شده است. جمله دوم در معادله را می‌توان در به‌صورت سری بینوم بسط داد.

$$(2R+d)^{-2} = \frac{1}{2R^2}\left[1 - \frac{d}{R} + \frac{3}{4}\left(\frac{d}{R}\right)^2 - \cdots\right]$$

با جایگزینی d به $-d$ در رابطه بالا خواهیم داشت

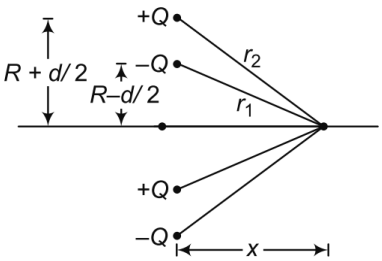
$$(2R-d)^{-2} = \frac{1}{2R^2}\left[1 + \frac{d}{R} + \frac{3}{4}\left(\frac{d}{R}\right)^2 + \cdots\right]$$

از آنجایی که $d > R$، می‌توانیم فقط عبارات را تا $(d/R)^2$ نگه داریم. پس از چند دستکاری جبری، معادله (i) به‌ساده شده است

$$F = -\frac{3(Qd)^2}{32\pi\epsilon_0 R^4}$$

علامت $-ve$ نشان می‌دهد که دوقطبی به‌سمت سطح هادی جذب می‌شود.

- (ب) فرض کنید C مرکز دوقطبی و O نقطه روی سطح رسانا باشد که CO عمود بر سطح باشد. یک نقطه P را که درست بالای سطح هادی، در فاصله x از O قرار دارد، در نظر بگیرید. میدان الکتریکی در P مجموع بردار میدان‌های الکتریکی است که به‌دلیل بارهای دوقطبی و بارهای تصویر است. با تقارن، مولفه موازی با سطح هادی صفر است. مولفه میدان الکتریکی نرمال(عمود بر سطح) به‌سطح هادی برابر است با:



$$E_b = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0} \times \left[\left(\frac{1}{r_1^2}\right)\frac{(R-d/2)}{r_1} - \left(\frac{1}{r_2^2}\right)\frac{(R+d/2)}{r_2}\right] \qquad (v)$$

که در آن r_1 و r_2 فاصله P از بارها هستند که در نمودار نشان داده شده است.

اجازه دهید r فاصله CP باشد، بنابراین

$$r^2 = R^2 + x^2 \qquad (vi)$$

چون

$$r_1 = (R - \frac{d}{2})^2 + x^2 = r^2 - (Rd - \frac{d^2}{4}) \qquad (vii)$$

خواهیم داشت

$$\frac{1}{r_1^3} = \frac{1}{r^3}\left[1 - \left(\frac{Rd}{r^2} - \frac{d^2}{4r^2}\right)\right]^{-3/2} \qquad (viii)$$

با بسط سری در حالی که فقط عبارات را تا d^2 نگه می‌داریم، خواهیم داشت

$$\frac{1}{r_1^3} = \frac{1}{r^3}\left[1 + \frac{3Rd}{2r^2} - \frac{1}{8}\left(3 - \frac{15R^2}{r^2}\right)\frac{d^2}{r^2}\right] \qquad (ix)$$

$$\frac{R-d/2}{r_1^3} = \frac{1}{r^3}\left[R - \frac{d}{2} + \frac{3R^2d}{2r^2} - \frac{3Rd^2}{4r^2} - \frac{R}{8}\left(3 - \frac{15R^2}{r^2}\right)\frac{d^2}{r^2}\right] \qquad (x)$$

با جایگزینی d با $-d$ در دو معادله بالا، به‌دست می‌آوریم

$$\frac{1}{r_1^3} = \frac{1}{r^3}\left[1 - \frac{3Rd}{2r^2} - \frac{1}{8}\left(3 - \frac{15R^2}{r^2}\right)\frac{d^2}{r^2}\right] \qquad (xi)$$

$$\frac{R+d/2}{r_1^3}=\frac{1}{r^3}\left[R+\frac{d}{2}-\frac{3R^2d}{2r^2}-\frac{3Rd^2}{4r^2}-\frac{R}{8}\left(3-\frac{15R^2}{r^2}\right)\frac{d^2}{r^2}\right] \qquad (xii)$$

جایگزینی معادلات (x) و (xii) در معادله (v)

$$E_b=\frac{2Qd}{4\pi\epsilon_0}\left(-1+\frac{3R^2}{r^2}\right)=\frac{2Qd}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{3R^20r^2}{r^5}\right] \qquad (xiii)$$

و اگر بر حسب x و R بیان کنیم

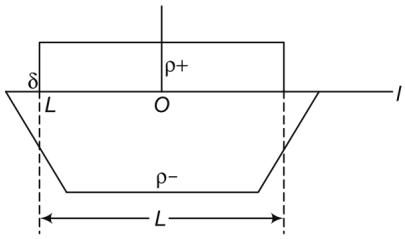
$$E_b=\frac{2Qd}{4\pi\epsilon_0}\frac{2R^2-x^2}{(R^2+x^2)^{5/2}}$$

چگالی بار در سطح هادی خواهد بود

$$\sigma=\epsilon_0E_b=\frac{Qd}{2\pi}\frac{2R^2-x^2}{(R^2+x^2)^{5/2}}$$

مثال-۱۹: یک تیغه بی‌نهایت در جهت xy و با ضخامت L در جهت z، دارای چگالی بار$+ve$ یکنواخت است، یعنی $\rho_+(z)=\rho_0$ (چگالی بار به‌صورت بار در واحد حجم تعریف می‌شود).

- (الف) میدان الکتریکی را به‌صورت تابعی از موقعیت هر دو داخل و خارج تیغه پیدا کرده و رسم کنید.
- (ب) پتانسیل الکترواستاتیک را به‌صورت تابعی از موقعیت هر دو داخل و خارج تیغه پیدا کرده و رسم کنید.
-
- (ج) توزیع بار منفی $\rho(z)$ همانطور که در شکل نشان داده شده معرفی شده است.

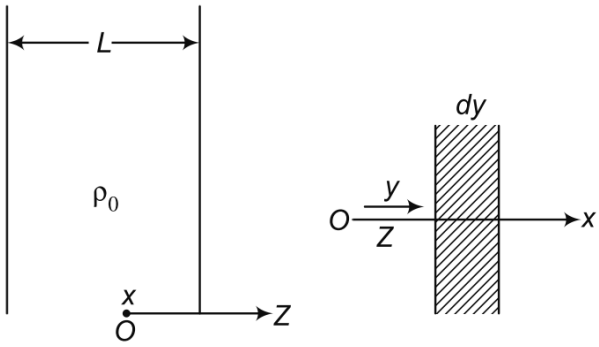


$$\begin{aligned}\rho(z) &= -\rho_0 \quad \text{اگر} \quad |z|<L/2-\delta=0,\\ &\quad \text{اگر} \quad |z|<L/2+\delta\\ &= -(\rho_0/2\delta)(-|z|+L/2+\delta)\\ &\quad \text{اگر} \quad L/2-\delta<|z|<L/2+\delta\end{aligned}$$

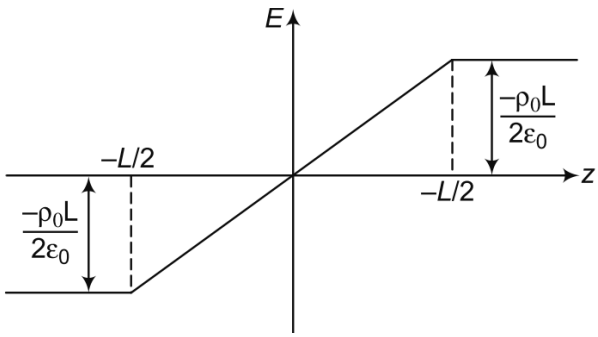
میدان الکتریکی جدید و پتانسیل الکترواستاتیک را به‌صورت تابعی از موقعیت هم در خارج و هم در داخل تیغه ترسیم کنید. توجه داشته باشید که مقداری از بار منفی به‌فاصله d فراتر از مرز تیغه ریخته می‌شود. با این حال سیستم به‌صورت کل خنثی است.

حل:

• (الف)



میدان الکتریکی در z ناشی از برش dy برابر است با



$$\begin{aligned} dE &= \tfrac{\rho dy}{2\epsilon_0}, \quad \text{اگر} \quad z > y \\ &= -\tfrac{\rho dy}{2\epsilon_0} \quad \text{اگر} \quad z < y \end{aligned}$$

اگر

$$z \geq -L/2, \qquad E = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0}\int_{-L/2}^{L/2} dy = \frac{\rho_0 L}{2\epsilon_0}$$

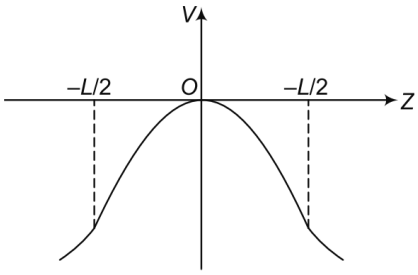
اگر

$$z \leq -L/2, \qquad E = \frac{\rho_0 L}{2\epsilon_0}$$

اگر

$$-L/2 \leq z \leq L/2, \qquad E = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0}\left[\int_{-L/2}^{z} dy - \int_{z}^{L/2} dy\right] = \frac{\rho_0 z}{\epsilon_0}$$

• (ب) $V = -\int_0^z E dy$ و V در $z = 0$ برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.



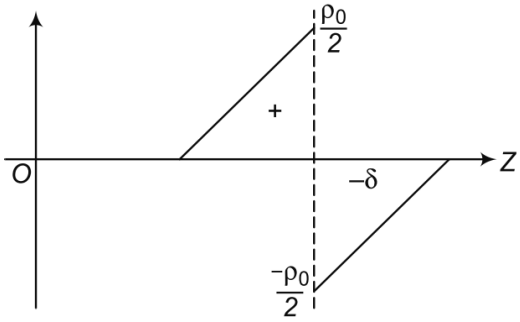
اگر $z \leq \frac{L}{2}$

$$V = -\int_0^z \frac{\rho_0 y}{\epsilon_0} dy = -\frac{\rho_0}{2\epsilon_0} z^2$$

اگر $z \geq \frac{L}{2}$

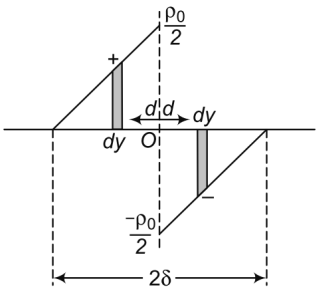
$$V = -\int_0^{L/2} E dy - \int_{L/2}^z E dy = \frac{\rho_0 L}{2\epsilon_0}\left(\frac{L}{4} - z\right)$$

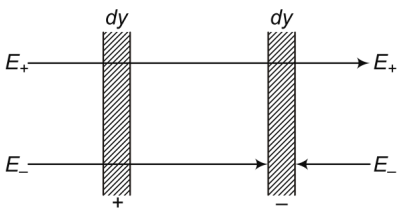
- (ج) (بار خالص) $\rho = \rho_+ + \rho_-$

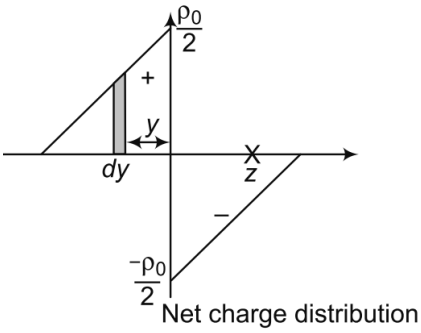


"لایه دوقطبی" هیچ میدان الکتریکی خارج از ناحیه 2δ تولید نمی‌کند.

اثبات:







دو برش را در فاصله مساوی از مرکز $E+$ و $E-$ خارج از منطقه 2δ در نظر بگیرید. برای پیدا کردن میدان الکتریکی داخل ناحیه 2δ، مبدا را به‌سمت راست تیغه تغییر دهید. $z > 0$، میدان الکتریکی را با توجه به‌برش dy در داخل ناحیه بار $+ve$ در z در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} dE &= \frac{\rho dy}{2\epsilon_0} \\ E &= \frac{1}{2\epsilon_0}\int_0^{\delta} \rho dy \\ &= \frac{1}{2\epsilon_0}\int_0^{\delta} \frac{\rho_0}{2\delta}(\delta - y)dy \\ &= \frac{\rho_0 \delta}{\delta \epsilon_0} \quad (\text{ناشی از بار خالص } +ve) \end{aligned}$$

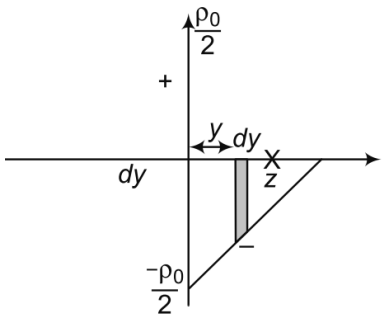
اکنون میدان الکتریکی را در z ناشی از برش داخل ناحیه بار خالص $-ve$ در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} dE &= -\rho\frac{dy}{2\epsilon_0} \quad \text{اگر} \quad y \le z \\ &= \rho\frac{dy}{2\epsilon_0} \quad \text{اگر} \quad y \ge z \end{aligned}$$

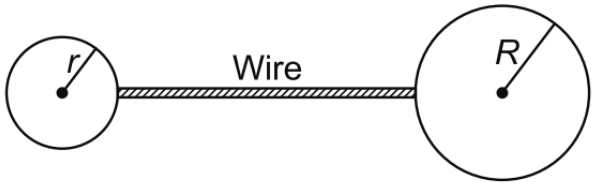
که در آن

$$\rho = \frac{\rho_0}{2\delta}(\delta - y)$$

$$\begin{aligned} E &= -\int_0^z \frac{\rho dy}{2\epsilon_0} + \int_z^{\delta} \frac{\rho dy}{2\epsilon_0} \\ &= \frac{\rho_0}{4\delta\epsilon_0}\left[-2\delta z + \frac{1}{2}\delta^2 + z^2\right] \end{aligned}$$



مثال-۲۰: دو پوسته فلزی کروی با شعاع r و R متفاوت از هم دور هستند و توسط یک سیم رسانای نازک به‌هم متصل می‌شوند. بار Q روی یکی از آنها قرار می‌گیرد. بار دوباره توزیع می‌شود به‌طوری که همان بار روی هر دو کره است. کره با شعاع r چقدر بار دارد؟



حل: پتانسیل الکتریکی پوسته کروی با بار q و شعاع r برابر kq/r است که در آن $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ میباشد.

توجه مقدار k مورد نیاز نیست، بیان تناسب کافی است.

از آنجایی که آنها توسط یک هادی به‌هم متصل می‌شوند، بار بین دو پوسته توزیع می‌شود تا پتانسیل الکتریکی یکسانی را بدست آورند.

اجازه دهید بار روی کره به‌شعاع r را برابر q_r و در کره دیگر q_R بنامیم. در این صورت معادل سازی پتانسیل‌ها میدهد $q_r/r = q_R/R$. دهد.

اکنون میتوانیم بار یکی را بر حسب بار دیگری بدست آوریم، مثلاً

$$q_r = q_R(r/R)$$

چون بار کل مجموع دوبار است

$$Q = q_r + q_R$$

ازاینرو

$$q_R = Q - q_r$$

با جایگزینی در رابطه بالا و حذف q_R

$$q_r = (Q - q_r)(r/R)$$

از حل معادله بالا برای مجهول q_r خواهیم داشت

$$q_r(1 + r/R) = Q(r/R)$$

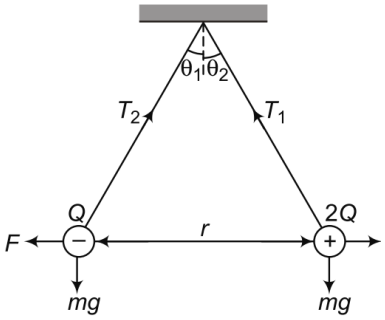
یا

$$q_r = \frac{Qr}{(r + R)}$$

مترجم: نکته قابل ملاحظه در این مسئله حل غلط آن است. که در اگثر کتب درسی از آن یاد میکنند و نتیجه میگیرند که چگالی بار روی کره کوچکتر بیشتر از کره بزرگتر و ضمنا یک نتیجه کلی درست دیگر که خیلی هم مهم است آن است که بار در نقاط نوک تیز دارای چگالی بار بیشتری است و در نتیجه جرقه و تخلیه الکتریکی در آن نقاط صورت میگیرد. اما غلط بودن این مسئله وقتی اتفاق می‌افتد و کسی به‌آن توجه نمی‌کند آن است که این دو کره با یک سیم هادی نازک بهم متصل میشوند و کسی نمیگوید بار روی همان سیم نازک جا خوش میکند و کمتر به‌کره‌ها بار میرسد!)

مثال-۲۱: دو کره کوچک، هر کدام به‌جرم m، از رشته‌هایی به‌طول l که در یک نقطه مشترک به‌هم متصل هستند، آویزان شده‌اند. یکی از کره‌ها دارای بار Q و دیگری $2Q$ است. فرض کنید که زوایای θ_1 و θ_2 که رشته‌ها که با خط عمود زاویه می‌سازند، کوچک هستند.

- (الف) زوایای θ_1 و θ_2 چگونه به‌هم مرتبط هستند؟
- (ب) نشان دهید که فاصله r بین کره‌ها $r = \left(\frac{Q^2 l}{\pi\epsilon_0 mg}\right)^{1/3}$ است.



در اینجا $T_1 = T_2 = T$، زیرا نیروی وارد بر دو کره برابر است.

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta$$

حل: از شکل مشخص است که

$$T\cos\theta = mg \quad \text{و} \quad T\sin\theta = F$$

$$\tan\theta = F/mg$$

چون زاویه کوچک است $\tan\theta \approx \theta$

$$\theta = F/mg \quad \text{یا} \quad F = mg\theta$$

واضح است که

$$\theta = \frac{r/2}{l} \qquad F = \frac{mgr}{2l}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{2Q^2}{r^2} = \frac{mgr}{2l}$$

$$r^3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{4Q^2 l}{mg} \quad \text{یا} \quad r = \left[\frac{Q^2 l}{\pi\epsilon_0 mg}\right]^{1/3}$$

مثال-۲۲: دو توپ فلزی یکسان با شعاع $r = 2.5$ سانتی‌متر در فاصله $a = 1$ متر از یکدیگر قرار دارند و با پتانسیل‌های $V_1 = +1200$ ولت و دیگری با پتانسیل $V_2 = -1200$ ولت، باردار می‌شوند. بارهای q_1 و q_2 روی این توپ‌ها چیست؟

حل: پتانسیل توپ اول: V_1 برابر پتانسیل ایجاد شده توسط بار روی خود بعلاوه پتانسیلی که توسط بار روی توپ دوم ایجاد می‌شود.

$$V_1 = \frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{a} \qquad (i)$$

به‌همین نحو

$$V_2 = \frac{q_2}{r} + \frac{q_1}{a} \qquad (ii)$$

از حل دو معادله (i) و (ii) برای q_1 و q_2 ، خواهیم داشت

$$q_1 = ar\frac{rV_2 - aV_1}{r^2 - a^2}$$

و

$$q_2 = ar\frac{rV_1 - aV_2}{r^2 - a^2}$$

چون $r^2 \ll a^2$

$$q_1 = \frac{-r}{a}(rV_2 - aV_1)$$

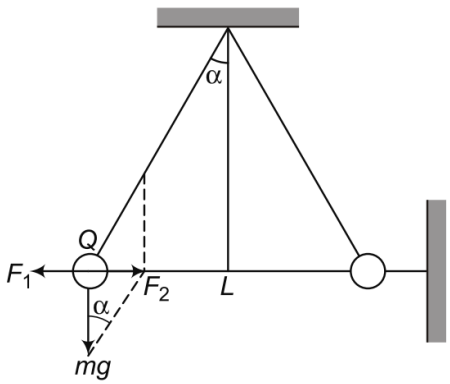
و

$$q_2 = \frac{-r}{a}(rV_1 - aV_2)$$

مثال-۲۳: دو توپ کوچک رسانا با بار مساوی از رشته های بلندی که در یک نقطه محکم شده‌اند آویزان شده‌اند. بار و جرم آنها به‌گونه‌ای است که وقتی فاصله بین آنها $a = 10$ سانتی‌متر باشد در حالت تعادل قرار می‌گیرند: (طول نخ $L >> a$). سپس یکی از توپ‌ها تخلیه می‌شود. پس از این توپ‌ها چگونه رفتار خواهند کرد؟ هنگامی که تعادل برقرار شد، فاصله b بین توپ‌ها چقدر خواهد بود؟

حل: اجازه دهید بار و جرم هر توپ قبل از تماس e و m و طول نخ‌ها L باشد اکنون

$$L >> b \qquad \text{و} \qquad L >> a$$



نیروی تعامل بین بارها

$$F_1 = \frac{e^2}{L^2} = \frac{e^2}{a^2}$$

حاصل نیروهای گرانش و کشش در نخ

$$F_2 = mg\tan\alpha$$

طبق شرایط تعادل، داریم

$$F_1 = F_2$$

$$\frac{e^2}{a^2} = mg\tan\alpha = mg\frac{a}{2L}$$

در تماس، بار e به‌طور مساوی بین هر دو توپ توزیع می‌شود. از این‌رو، اکنون داریم

$$\frac{e^2}{4b^2} = mg\tan\beta = mg\frac{b}{2L} = \frac{e^2 b}{a^3}$$

ازاینرو

$$b = \frac{a}{\sqrt[3]{4}}$$

مثال-۲۴: یک توپ فلزی کوچک به‌جرم m از نخی به‌طول L بین صفحات یک خازن بزرگ صفحه آویزان شده است. اگر بار $+e$ روی توپ قرار گیرد و صفحه بالایی خازن باردار باشد، دوره نوسانات چنین آونگی چگونه تغییر می‌کند. بار در صفحه بالائی خازن (الف) مثبت؛ (ب) منفی باشد.

حل: اگر بار $+e$ روی توپ قرار گیرد و صفحه بالایی بار مثبت داشته باشد، توپ نه تنها نیروی گرانش یعنی mg در جهت عمودی را تجربه می‌کند، بلکه نیروی eE را نیز تجربه می‌کند که در آن E شدت میدان الکتریکی خازن است. این نیروی اضافی باعث تغییر شتاب سقوط آزاد توپ می‌شود. از اینرو، در مورد (الف)، خواهیم داشت

$$mg' = mg + eE$$

یا

$$g' = g + \frac{eE}{m}$$

در مورد (ب)، خواهیم داشت

$$mg' = mg - eE \qquad \text{یا} \qquad g'' = g - \frac{eE}{m}$$

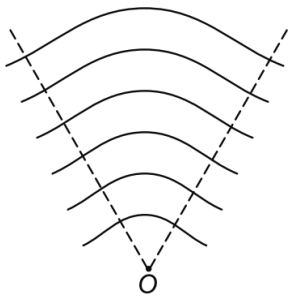
زمان تناوب نوسان در مورد (الف) به‌صورت زیر است

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g + \frac{eE}{m}}}$$

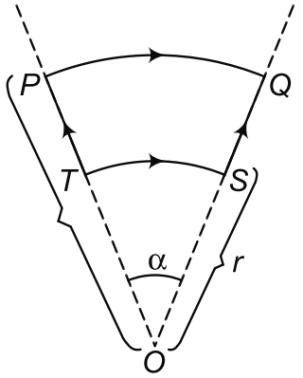
زمان تناوب نوسان در مورد (ب) به‌صورت زیر است

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g - \frac{eE}{m}}}$$

مثال-۲۵: ثابت کنید که اگر خطوط نیرو مانند کمان های دایره های متحدالمرکز با مرکز آنها در نقطه O در یک بخش معین از یک میدان باشد، شدت میدان در این بخش باید با فاصله آن از O نسبت معکوس داشته باشد.



حل: برای اثبات عبارت فوق، کار انجام شده توسط نیروهای الکتریکی در مدار ABCD محصور شده توسط بخش‌هایی از شعاع‌های AD و BC و قوس‌های دایره‌های AB و CD که با خطوط نیرو مربوطه منطبق هستند را محاسبه می‌کنیم.



از آنجایی که خطوط نیرو موازی هستند، شدت میدان E_1 در AB و E_2 در CD ثابت است.
کار در بخش $AB = E_1 R\alpha$
کار در بخش $CD = E_2 r\alpha$
کار در بخش AD و $BC = 0$
(از آنجایی که E عمود بر جهت حرکت بار است).
همانطور که کار توسط نیروهای الکتریکی در یک مدار بسته در یک میدان الکترواستاتیک همیشه برابر با 0 است.

$$E_1 R\alpha - E_2 r\alpha = 0$$

یا

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r}{R}$$

که قرار بود ثابت شود.

مثال-۲۶: توپ‌های بارداری توسط نخ‌های بلند آویزان شده‌اند و در روغن ترانسفورماتور قرار می‌گیرند. چگالی توپ d بیشتر از چگالی روغن است. فاصله b بین آنها را بعد از غوطه ور شدن در روغن پیدا کنید. گذردهی روغن ϵ است.

حل: نیروهای وارده بر روی توپ هنگام غوطه ور شدن در روغن برابر است با

$$\text{وزن توپ} = mg$$

$$\text{نیرو شناوری} = -mg\frac{d_0}{d}$$

$$\text{نیرو منتجه} = mg\left(\frac{d-d_0}{d}\right)$$

اثر متقابل بارهای الکتریکی روی توپ‌ها

$$= \frac{e^2}{\epsilon b^2}$$

شرط تعادل را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$mg\left(\frac{d-d_0}{d}\right)\tan\alpha = \frac{e^2}{\epsilon b^2} \qquad (i)$$

چون

$$\tan\alpha = \frac{b}{2L} \qquad (ii)$$

و با فرض

$$L = \frac{mga^3}{2e^2} \qquad (iii)$$

جایگزینی معادلات (ii) و (iii) در معادله. (i) و با حذف mg و e، خواهیم داشت

$$b = a\sqrt[3]{\frac{d}{\epsilon(d-d_0)}}$$

مثال-۲۷: یک بار الکتریکی با چگالی حجمی ثابت ρ در یک کره جامد به‌شعاع R توزیع می‌شود. توزیع‌های شعاعی شدت میدان الکتریکی و پتانسیل درون و بیرون کره را تعیین و نمایش دهید.

حل: بار کره جامد برابر است با:

$$Q = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$$

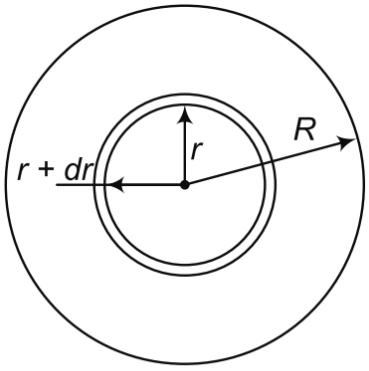


Fig. (a)

که در آن ρ چگالی بار حجمی است. در خارج از کره، یعنی برای $r > R$، شدت میدان الکتریکی با شدت میدان الکتریکی همان بار Q که در مرکز کره متمرکز شده است، منطبق است.

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{3}\frac{\rho R^3}{\epsilon_0\epsilon r^2} \qquad (i)$$

در سطح کره،

$$E_R = \frac{\rho R}{3\epsilon_0\epsilon} \qquad (ii)$$

برای میدان الکتریکی داخل کره، کره‌ای به‌شعاع $r < R$ در داخل کره جدا کردیم (شکل همراه با پاسخ). بار موجود در این کره کوچکتر $4\pi\rho r^3/3$است. با توجه به‌قضیه گاوس، میدان الکتریکی در مرز کره ایزوله برابر است با:

$$E = \frac{4\pi\rho r^3}{3\times 4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} = \frac{1}{3}\frac{\rho r}{\epsilon_0\cdot\epsilon}$$

بنابراین، میدان الکتریکی در امتداد r به‌دو صورت رفتار می‌کند: در داخل کره به‌صورت خطی با r مطابق با رابطه (iii) از صفر به‌مقدار داده شده با رابطه (ii) افزایش می‌یابد، در حالی که در خارج از کره با درجه دوم (هذلولی) کاهش می‌یابد. قانون، درست مانند مورد بار نقطه‌ای است. رفتار پتانسیل در داخل و خارج از کره نیز باید جداگانه در نظر گرفته شود. در داخل کره،

$$\int_{\psi_0}^{\psi} d\psi = \frac{-\rho}{3\epsilon_0\epsilon}\int_0 r r dr = \frac{-\rho}{6\epsilon_0\epsilon}r^2$$

$$\psi = \psi_0 - \frac{1}{6}\frac{\rho r^2}{\epsilon_0\epsilon}$$

در مرز کره،

$$\psi_R = \psi_0 - \frac{1}{6}\frac{\rho R^2}{\epsilon_0\epsilon}$$

در نهایت، در خارج از کره، پتانسیل به‌این ترتیب توزیع می‌شود

$$\int_{\psi_R}^{\psi} d\psi = \frac{-1}{3}\frac{\rho R^3}{\epsilon_0 \epsilon}\int_R^r \frac{dr}{r^2}$$

$$\psi - \psi_R = \frac{1}{3}\frac{\rho R^3}{\epsilon_0 \epsilon}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

با جایگزینی

$$\psi = 0 \quad \text{در} \quad r = \infty$$

خواهیم داشت

$$\psi_R = \frac{1}{3}\frac{\rho R^2}{\epsilon_0 \epsilon} \qquad (iv)$$

اگر این مورد در نظر گرفته شود، می‌توانیم برای پتانسیل خارج از کره رابطه زیر را بنویسیم

$$\psi = \frac{1}{3}\frac{\rho R^3}{\epsilon_0 \epsilon r}$$

از رابطه (iv) نیز می‌توان برای یافتن پتانسیل در مرکز کره استفاده کرد

$$\psi_0 = \frac{1}{2}\frac{\rho R^2}{\epsilon_0 \epsilon}$$

برای توزیع پتانسیل در داخل کره، در این صورت خواهیم داشت

$$\psi = \frac{\rho}{2\epsilon_0 \epsilon}\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right)$$

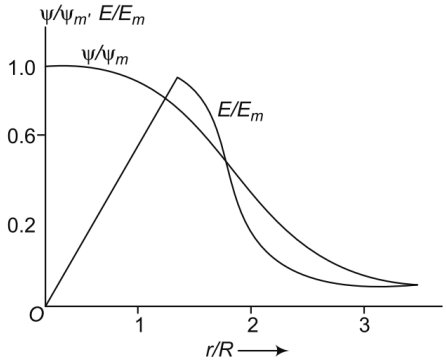


Fig. (b)

شکل (ب) همراه با پاسخ رفتار میدان الکتریکی و پتانسیل داخل و خارج کره را نشان می‌دهد. مختصات بدون بُعد $\psi/\psi_m, E/E_m$ و r/R استفاده می‌شود.

مثال-۲۷: خط میدان الکتریکی از بار نقطه‌ای مثبت $+q_1$ در زاویه α به‌خط مستقیم که آن را به‌بار نقطه‌ای منفی q_2 متصل می‌کند، خارج می‌شود. میدان با چه زاویه β وارد بار $-q_2$ می‌شود؟

حل: در مجاورت هر یک از بارهای نقطه‌ای، سهم بار دیگر به‌شدت میدان کلی ناچیز است و از این رو خطوط میدان الکتریکی از بار در بسته‌ای تا حدی همگن بیرون می‌آیند که تعداد کل آنها متناسب با مقدار شدت میدان است. بار فقط کسری از این خطوط به‌مخروطی با زاویه 2α در راس نزدیک بار $+q_1$ وارد می‌شود. نسبت تعداد این خطوط به‌تعداد کل خطوط بیرون آمده از بار $+q_1$ برابر است با نسبت قطعات کروی

مربوطه

$$\frac{2\pi RR(1-\cos\alpha)}{4\pi R^2} = \frac{1}{2}(1-\cos\alpha)$$

از آنجایی که خطوط میدان الکتریکی دو بار با مقدار مساوی را به‌هم متصل می‌کنند، تعداد خطوطی که از بار$+q$ بیرون می‌آیند، در زاویه 2α برابر است با تعداد خطوطی که در زاویه 2β به‌بار $-q_2$ وارد می‌شوند.
در نتیجه

$$|q_1|(1-\cos\alpha) = |q_2|(1-\cos\beta)$$

بنابراین

$$\sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}}$$

اگر $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} > 1$ باشد، خطوط میدان الکتریکی وارد بار $-q_2$ نخواهد شد.

۶.۱ خازن‌ها

این وسیله‌ای است برای ذخیره بار و از اینرو ظرفیت ذخیره انرژی الکتریکی خازن به‌صورت زیر است:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon_0\epsilon_r \oint \mathbf{E}\cdot\mathbf{dA}}{-\int \mathbf{E}\cdot\mathbf{dr}}$$

۷.۱ کاربرد خازن‌ها

(i) دستگاهی برای تولید میدان الکتریکی

(ii) دستگاهی برای ذخیره انرژی الکتریکی

(iii) وسیله‌ای برای ساخت مدار الکتریکی و الکترونیکی

روابط مهم

- ظرفیت خازن صفحه موازی که به‌طور کامل با دی‌الکتریک پر شده است

$$C = \frac{A\epsilon_0\epsilon_r}{d}$$

که در آن
A= سطح صفحات خازن
d= فاصله بین صفحات خازن

- ظرفیت خازن صفحه موازی تا قسمتی با دی‌الکتریک به‌صورت سری پر شده است

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d - \Sigma(t) + \Sigma(t/R)}$$

که در آن
A= سطح صفحات خازن
d= فاصله بین صفحات خازن

- ظرفیت خازن کروی متحدالمرکز

$$C = (4\pi\epsilon_0\epsilon_r)\left(\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1}\right)$$

که در آن
R_1 و R_2 شعاع‌ها و $R_2 > R_1$ است.

- ظرفیت خازن کروی ایزوله شده

$$C = 4\pi\epsilon R, \qquad \text{و} \qquad \epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$$

- ظرفیت خازن استوانه‌ای کواکسیال

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln(r_2/r_1)}$$

که در آن
l= طول خازن استوانه‌ای کواکسیال (هم‌محور)

- ظرفیت معادل در ترکیب خازنهای سری

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

- قانون توزیع پتانسیل در ترکیب خازنهای سری

$$V_1 = \frac{V\frac{1}{C}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots}$$

- ظرفیت معادل در ترکیب خازنهای موازی

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots$$

- قانون توزیع بار در ترکیب خازنهای موازی

$$q_1 = \frac{qC_1}{C_1 + C_2 + C_3}$$

- انرژی پتانسیل الکترواستاتیک یک خازن

$$U = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{q^2}{2C}$$

- چگالی انرژی الکترواستاتیکی

$$U = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2$$

- اتلاف انرژی در اتصال دو خازن

حالت اول وقتی صفحات همنام متصل شوند

$$\Delta U = -\frac{C_1C_2}{2(C_1 + C_2)}(V_1 - V_2)^2$$

حالت دوم وقتی صفحات ناهمنام متصل شوند

$$\Delta U = -\frac{C_1C_2}{2(C_1 + C_2)}(V_1 + V_2)^2$$

۸.۱ رژیم گذرا مدار RC مرتبه اول

حالت اول رشد بار در مدار $DC - RC$

$$q = EC(1 - e^{-t/RC})$$

(i) جریان الکتریکی در مدار بصورت زیر خواهد بود

$$i = \frac{dq}{dt}, \qquad i = \frac{E}{R}e^{-t/RC}$$

(ii) اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن به‌صورت زیر داده می‌شود

$$V_C = \frac{q}{C} = E(1 - e^{-t/RC})$$

(iii) اختلاف پتانسیل در دو سر مقاومت به‌صورت زیر داده می‌شود

$$V_R = \frac{E}{R}e^{-t/RC}$$

(iv) انرژی ذخیره شده در خازن به‌صورت تابعی از زمان به‌صورت زیر داده می‌شود

$$U = \frac{q^2}{2C} \qquad U = \frac{1}{2}E^2C(1 - e^{-t/RC})^2$$

(v) کار انجام شده توسط باتری در زمان t در باردار نمودن روی صفحات به‌صورت زیر خواهد بود.

$$W_t = E^2C(1 - e^{-t/RC})$$

(vi) گرمای تولید شده در مقاومت در زمان t به‌صورت زیر داده می‌شود .

$$H = \frac{1}{2}E^2C(1 - e^{-t/RC})$$

(vii) توانی که باتری میدهد

$$P_t = \frac{E^2}{R}e^{-t/RC}$$

$(viii)$ توانی که در مقاومت ظاهر می‌شود

$$P_R = \frac{E^2}{R}e^{-2t/RC}$$

(ix) توانی که در آن انرژی در خازن ذخیره می‌شود

$$P_C = \frac{E^2}{R}\left(1 - e^{-t/RC} - e^{-2t/RC}\right)$$

حالت دوم: میرائی بار خازن

(i) جریان در مدار خواهد بود

$$i = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC}e^{-t/RC}$$

(ii) اختلاف پتانسیل دوسر خازن برابر است با

$$V_C = \frac{q_0}{C}e^{-t/RC}$$

(iii) انرژی خازن برابر است با

$$U = \frac{q_0^2}{2C}e^{-t/RC}$$

(iv) حرارت تولید شده در مقاومت خواهد بود

$$H = \frac{q_0^2}{2C}(1 - e^{-t/RC})$$

(v) توانی که که خازن انرژی از دست می‌دهد

$$P_C = \frac{-q_0^2}{RC^2}e^{-2t/RC}$$

(vi) قدرتی که در آن گرما در مقاومت‌ها ظاهر می‌شود

$$H = \frac{q_0^2}{RC^2}e^{-2t/RC}$$

(vii) وارد کردن یک تیغه دی‌الکتریک هنگامی که خازن به‌باتری متصل باقی می‌ماند

قبل از وارد کردن

– الف: $C = C_0$

- ب: $V_i = V_0$
- ج: $q_i = V_i C_i = V_0 C_0$
- د: $U_i = \frac{1}{2} C_i V_i^2 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2$

بعد از وارد کردن

- الف: $C_F = \epsilon_r C_0$
- ب: $V_F = V_0$
- ج: بار اضافی که از طریق باتری در حین قرار دادن تیغه عبور می‌کند
$$\Delta q = C_0 V_0 (\epsilon_r - 1)$$
- د: کار انجام شده هنگام قرار دادن تیغه برابر است با
$$\Delta W_b = V_0^2 (\epsilon_r - 1)$$
- ه: انرژی نهائی خازن
$$U_f = \frac{1}{2} \epsilon_r C_0 V_0^2 = \epsilon_r U_2 = \epsilon_r U_1$$
- و: تغییر انرژی خازن برابر است با
$$\Delta U = \frac{1}{2} (\epsilon_r - 1) C_0 V_0^2$$

۹.۱ ولتاژ شکست الکترواستاتیک

شکست محیط دی‌الکتریک یونیزه شدن محیط به‌دلیل میدان‌های الکتریکی ایجاد شده در محیط است. در واقع با افزایش اختلاف پتانسیل میدان الکتریکی نیز افزایش می‌یابد و اگر این میدان الکتریکی برابر با قدرت شکست محیط شود، الکترون‌ها به‌دلیل میدان الکتریکی زیاد بین صفحات شروع به‌جدا شدن از پیوندها می‌کنند و ناگهان محیط دی‌الکتریک، به‌دلیل وجود تعداد زیادی الکترون آزاد، رسانا می‌شود.

توانائی و استحکام دی‌الکتریک حداکثر شدت میدان قابل تحمل است و به‌استحکام باند محیط بستگی دارد. به‌آن قدرت شکست محیط نیز می‌گویند.

دی‌الکتریک‌ها بر دو نوع هستند: قطبی و غیرقطبی.

دی‌الکتریک‌های غیرقطبی (مانند بنزن N_2, O_2، متان) و غیره از مولکول‌های غیر قطبی تشکیل شده‌اند که در آن‌ها مرکز جرم بار $+ve$ با مرکز بار $-ve$ اتم‌ها(مولکول‌ها) منطبق است.

دی‌الکتریک‌های قطبی (مانند H_2O, CO_2, NH_3, HCl) و غیره از اتم‌ها/مولکول‌های قطبی تشکیل شده‌اند که در آن‌ها مرکز جرم بار $+ve$ با مرکز جرم بار $-ve$ اتم‌ها/مولکول‌ها منطبق نیست.

یک دی‌الکتریک غیر قطبی را می‌توان با اعمال میدان الکتریکی خارجی روی دی‌الکتریک قطبی کرد. میدان الکتریکی موثر ($\mathbf{E}$) در دی‌الکتریک که پلاریزه می‌شود با رابطه زیر داده می‌شود

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \mathbf{E}_p$$

که در آن $\mathbf{E}_0$ قدرت میدان خارجی اعمال شده و $\mathbf{E}_p$ شدت میدان الکتریکی القائی ناشی از قطبش است. آن برابر با چگالی بار سطحی القایی است. نسبت $E_0/E = K$، ثابت دی‌الکتریک نام دارد. هنگامی که یک تیغه دی‌الکتریک در بین صفحات خازن صفحه موازی قرار می‌گیرد، بار القائی روی صفحات ناشی از قطبش دی‌الکتریک برابر است با:

$$q_i = q\frac{(K-1)}{K}$$

۱۰.۱ شکست الکتریکی خازنها به‌صورت موازی

خرابی الکتریکی اتصال موازی خازن‌ها است که توسط خازنی که حداقل مقدار ولتاژ شکست را دارد، تعیین می‌شود.

۱۱.۱ شکست الکتریکی خازنها به‌صورت سری

هنگامی که خازن‌ها به‌صورت سری به‌هم متصل می‌شوند، در صفحات خود بار یکسانی دارند، ضمناً، خازن‌های مختلف مقادیر متفاوتی از پتانسیل شکست دارند. خازنی که برای شکست به‌حداقل بار نیاز دارد، در مورد شکست پیکربندی تصمیم می‌گیرد. این حداقل مقدار بار مربوط به‌خازن‌های مختلف سری است

$$\begin{aligned} q_{b_1} &= V_{b_1}C_1 \\ q_{b_2} &= V_{b_2}C_2 \\ q_{b_3} &= V_{b_3}C_3 \end{aligned}$$

خازنی که این حاصل ضرب برای آن حداقل است زودتر دچار شکست و خرابی می‌شود و بار مربوط به‌آن باید حداکثر باری باشد که می‌توان به‌ترکیب خازن‌ها داد. اگر برای خازن C_1، حاصل ضرب $V_{b_1}C_1$ حداقل باشد، حداکثر باری که بدون ایجاد خرابی داده می‌شود به‌صورت $q_{max} < q_{b_1} = V_{b_1}C_1$ داده می‌شود.

از آنجایی که ظرفیت خالص در سری برابر است با

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

ولتاژ شکست برابر است با

$$V_{break} = \frac{q_{b_1}}{C} = C_1 V_{b_1} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

هر پتانسیل کمتر از پتانسیل شکست، پتانسیل ایمن است. بنابراین،

$$V_{safe} < V_{break}, \qquad V_{\text{ایمن}} < V_{\text{شکست}}$$

همچنین قابل توجه است که حتی اگر یک خازن خاص به‌دلیل مقدار بار بالاتری که توسط ترکیبات سری به‌دست می‌آید دچار خرابی شود، خازن دیگری که بار خرابی آنها هنوز بالاتر است به‌صورت سری کار می‌کند و خازنی که خراب شده مسیر رسانایی را ارائه می‌دهد. بنابراین، ممکن است بگوییم که ترکیب‌ها هنوز هم می‌توانند با مقدار متفاوتی از ظرفیت خالص کار کنند.

۱۲.۱ شکست الکتریکی خازن صفحه موازی

خازن‌های صفحه موازی ممکن است دارای دی‌الکتریک در ترکیب سری یا در ترکیب موازی باشند. بسته به‌نحوه قرارگیری دی‌الکتریک بین صفحات، شرایط شکست الکتریکی خازن‌های صفحه موازی است.

ظرفیت

ظرفیت خازن صفحه موازی با تیغه رسانا به‌ضخامت t به‌دست می‌آید:

$$C' = \frac{\epsilon_0 A}{d - t}$$

ظرفیت خازن صفحه موازی با تیغه دی‌الکتریک به‌ضخامت t برابر است با

$$C'' = \frac{\epsilon_0 A}{d - t\left(1 - \frac{1}{K}\right)}$$

واضح است که ظرفیت با معرفی یک تیغه رسانا و همچنین تیغه دی‌الکتریک بین صفحات یک خازن هوا افزایش می‌یابد.

برای یک تیغه هادی، $K = \infty$

$$C'' = \frac{\epsilon_0 A}{d - t} = C'$$

اگر تیغه دی‌الکتریک کل فضای بین صفحات را پر کند (به‌جای اینکه آن را تا حدی پر کند)، آنگاه $t = d$ است. در آن صورت،

$$C'' = \frac{\epsilon_0 A}{d/K} = K\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right) = KC_0$$

صفحات یک خازن صفحه موازی با نیرویی که توسط رابطه زیر داده می‌شود، یکدیگر را جذب می‌کنند

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A}$$

(i) **وقتی تیغه بطور سری قرار گیرد.**
هر پتانسیل کمتر از پتانسیل شکست، یک پتانسیل مطمئن است.

$$V_{safe} < V_{break}, \qquad V_{\text{ایمن}} < V_{\text{شکست}}$$

(ii) **وقتی تیغه دی‌الکتریک به‌صورت موازی قرار گیرد.**
زمانی که دی‌الکتریک با قدرت دی‌الکتریک ضعیف دچار شکست شود، کل خازن فرو می‌ریزد. فقط مقدار E_b در مورد تجزیه یک لایه خاص تصمیم می‌گیرد.

خازن‌های کروی زمانی که لایه‌های دی‌الکتریک به‌صورت سری هستند
تمام شکست‌های الکتریکی که در یک لایه دی‌الکتریک اتفاق می‌افتد، در نقطه بسته رخ می‌دهد. بنابراین اگر R نزدیک‌ترین شعاع باشد، قدرت شکست لایه دی‌الکتریک با ثابت ϵ_r برابر E_b است، آنگاه حداکثر باری که می‌توان به‌لایه داد بدون ایجاد شکست، برابر است با:

$$E_b = \frac{q_{max}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R^2}$$

۱۳.۱ حباب صابون باردار

چهار نوع فشار بر روی حباب صابون باردار اعمال می‌شود:

- **(الف)** فشار ناشی از هوای خارج از حباب p_0 که به‌سمت داخل عمل می‌کند.
- **(ب)** فشار ناشی از کشش سطحی محلول صابون p_T که به‌سمت داخل عمل می‌کند.
- **(ج)** فشار ناشی از هوای داخل حباب،p_i که به‌سمت خارج عمل می‌کند.
- **(د)** فشار ناشی از بار الکتریکی $P_e = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ که به‌سمت خارج عمل می‌کند.

در حالت تعادل

$$\begin{aligned} p_i + P_e &= p_0 + P_T \\ P_i - p_0 &= P_T - P_e \\ p_{excess} &= P_T - P_e \\ p_{excess} &= \frac{4T}{r} - \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \end{aligned}$$

که در آن T کشش سطحی محلول صابون و σ چگالی بار سطحی است. اگر فشار هوا در طرفین داخل و خارج حباب صابون یکسان باشد، $p_i = p_0$

$$\begin{aligned} P_i - p_0 &= P_T - P_e = 0 \\ p_T &= P_e \\ \frac{4T}{r} &= \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = \frac{1}{2\epsilon_0}\left(\frac{q}{4\pi r^2}\right)^2 \end{aligned}$$

بنابراین، برای حفظ تعادل حباب صابون باردار،

$$\sigma = \sqrt{\frac{8\epsilon_0 T}{r}}$$

$$q = 8\pi r\sqrt{2\epsilon_0 r T}$$

هنگامی که خازن‌ها یکسان در تصاعد هندسی به‌هم متصل می‌شوند، ظرفیت کل به‌صورت زیر خواهد بود

$$C' = C + \frac{C}{2} + \frac{C}{4} + \frac{C}{8} + \cdots$$

$$C' = \frac{C}{(1 - \frac{1}{2})} = 2C$$

هنگامی که تعدادی کندانسور(خازن) یکسان چیده می‌شوند، آنگاه ظرفیت معادل با رابطه زیر داده می‌شود

$$C' = \frac{n(n+1)C}{2}$$

که در آن n نمایشگر تعداد کل مراحل است

قانون کولن فقط برای بارهای نقطه‌ای معتبر است. میدان الکتریکی به‌دلیل بار نقطه‌ای در محل خود صفر است. نیروی کولن بین هر دو باروجود یا عدم وجود بار دیگر بستگی ندارد.

۱۴.۱ هادی‌ها

هادی‌ها موادی هستند که دارای تعداد زیادی حامل بار آزاد و همچنین حامل‌های بار مقید[۱] هستند. در حالی که "عایق‌ها یا دی‌الکتریک‌ها" دارای تعداد ناچیزی از الکترون‌های آزاد و بارهای مقید هستند.

هنگامی که یک رسانا در یک میدان الکتریکی خارجی قرار می‌گیرد، میدان الکتریکی خالص در داخل یک رسانا صفر است، در داخل هادی هیچ باری وجود ندارد، یعنی بار

[۱] Bound charge

همیشه در سطح بیرونی هادی قرار دارد. سطح هادی یک سطح هم پتانسیل است و میدان الکتریکی روی یک هادی باردار در هر نقطه بر سطح هادی عمود است.

۱۵.۱ هادی‌های باردار

- **(الف)** بار الکتریکی فقط در سطح بیرونی هادی وجود دارد.
- **(ب)** میدان الکتریکی در هر نقطه از درون هادی صفر است.
- **(ج)** پتانسیل الکتریکی در هر نقطه از هادی، به هر شکل و اندازه، ثابت و برابر با پتانسیل روی سطح هادی است.
- **(د)** میدان الکتریکی در هر نقطه از سطح رسانای باردار به‌طور مستقیم با چگالی سطح بار در آن نقطه متناسب است، اما پتانسیل الکتریکی به‌چگالی سطح بار بستگی ندارد.
  میدان و پتانسیل الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای: $E \propto \frac{1}{r^2}$ و $V \propto \frac{1}{r}$
  میدان و پتانسیل الکتریکی ناشی از یک دوقطبی: $E \propto \frac{1}{r^3}$ و $V \propto \frac{1}{r^2}$
  میدان و پتانسیل الکتریکی ناشی از یک خط باردار یکنواخت: $E \propto \frac{1}{r}$ و $V \propto \ln r$
  میدان و پتانسیل الکتریکی ناشی از یک صفحه باردار بی‌نهایت : $E \propto r_0$ و $V \propto r$

چند نکته مهم

(i) در مرکز یک حلقه باردار به‌شعاع r میدان برابر $E = 0$؛ و در فاصله $r/2$ روی محور حلقه باردار $E = max$ است.

(ii) هنگامی که یک حفره در یک رسانا(هادی) ایجاد می‌شود، میدان الکتریکی در حفره صفر است. در یک نقطه، وقتی $E = 0$ است، پتانسیل V ممکن است صفر یا ثابت باشد.

(iii) اگر در یک نقطه $V = 0$ باشد، میدان E در آن نقطه ممکن است صفر باشد یا ممکن است صفر نباشد.

(iv) کل انرژی ذخیره شده در هر گروهی از خازن‌ها برابر است با مجموع انرژی‌های ذخیره شده در خازن‌ها.

(**v**) فرض کنید n قطره باردار وجود دارند که هر کدام با ظرفیت C، پتانسیل V، بار q، چگالی بار سطحی σ و انرژی پتانسیل u ادغام می‌شوند تا یک قطره واحد را تشکیل دهند. برای چنین قطره‌ای

بار کل	$=$	nq
کل ظرفیت	$=$	$n^{1/3}C$
پتانسیل	$=$	$n^{2/3}V$
چگالی بار سطحی	$=$	$n^{1/3}\sigma$
انرژی پتانسیل کل	$=$	$n^{2/3}u$

(**vi**) هنگامی که یک صفحه عایق با ثابت دی‌الکتریک K بین صفحات یک خازن صفحه موازی وارد می‌شود.

(الف) باتری شارژ کننده متصل است

▲ اختلاف پتانسیل V ثابت می‌ماند.

▲ شدت میدان الکتریکی E ثابت می‌ماند.

▲ ظرفیت C تبدیل به K برابر می‌شود.

▲ انرژی پتانسیل K برابر می‌شود.

▲ بار الکتریکی q ، K برابر می‌شود.

▲ چگالی بار سطحی σ ، نیز K برابر می‌شود.

(ب) باتری شارژ کننده متصل نیست

▲ ظرفیت C تبدیل به K برابر می‌شود.

▲ بار q ثابت می‌ماند.

▲ پتانسیل V برابر $1/K$ می‌شود.

▲ میدان E برابر $1/K$ می‌شود.

▲ انرژی پتانسیل برابر $1/K$ می‌شود.

شدت میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای q، در فاصله (t_1+t_2) که در آن t_1 ضخامت محیط ثابت دی‌الکتریک K_1 و t_2 ضخامت محیط ثابت دی‌الکتریک K_2 است، خواهد بود:

$$E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(t_1\sqrt{K_1}+t_2\sqrt{K_2})^2}$$

(viii) پتانسیل الکتریکی در همان نقطه در موردی که در بالا توضیح داده شد است

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(t_1\sqrt{K_1} + t_2\sqrt{K_2})}$$

(ix) برای حفظ تعادل یک حباب صابون باردار،

$$\sigma = \sqrt{\frac{8\epsilon_0 T}{r}} \quad \text{و} \quad q = 8\pi r\sqrt{2\epsilon_0 r T}$$

که در آن T کشش سطحی محلول صابون و r شعاع حباب است.

(x) نیروی جاذبه بین صفحات یک خازن صفحه موازی است

$$F = q^2/2\epsilon_0 K A$$

(xi) ظرفیت خازن صفحه موازی که دارای تعدادی تیغه به‌ضخامت‌های $t_1, t_2, t_3, \cdots$ و ثابت دی‌الکتریک‌های بترتیب $K_1, K_2, K_3, \cdots$ در بین صفحات برابر است با:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{\left[\frac{t_1}{K_1} + \frac{t_2}{K_2} + \frac{t_3}{K_3} + \cdots\right]}$$

که در آن

$$d = t_1 + t_2 + t_3 + \cdots$$

(xii) وقتی تعدادی دی‌الکتریک با ضخامت یکسان d با سطح مقطع متفاوت $A_1, A_2, A_3, \cdots$ با ثابت دی‌الکتریک‌های به‌ترتیب $K_1, K_2, K_3, \cdots$ بین صفحات یک خازن صفحه موازی قرار می‌گیرند، ظرفیت آن برابر است با:

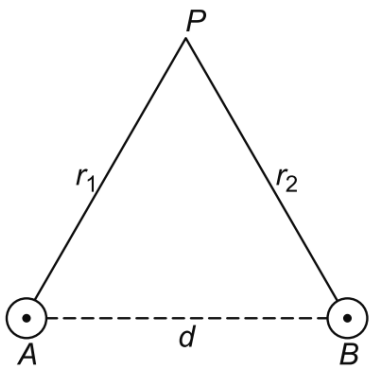
$$C = \frac{\epsilon_0(K_1A_1 + K_2A_2 + K_3A_3 + \cdots)}{d}$$

۱۶.۱ مسائل حل شده

مثال-۲۹: ثابت کنید که ظرفیت دو سیم موازی بسیار بلند و نازک که هر کدام شعاع a دارند و به‌فاصله d در هوا از هم جدا شده‌اند، برابر است با

$$C = \pi\epsilon_0/\ln(d/a)$$

حل:



فرض کنید A و B دو سیم عمود بر کاغذ باشند. اجازه دهید هر نقطه مانند P در فضا را طوری در نظر بگیریم که $PA = r_1, PB = r_2$ و $\angle PAB = \theta$ باشد. بگذارید بارهای واحد طول A و B به‌ترتیب $+\lambda$ و $-\lambda$ باشند. در حال حاضر، شدت الکتریکی در هر نقطه در فاصله r ناشی از استوانه باردار طولانی با رابطه زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned} E &= \lambda/(2\pi\epsilon_0 r) \\ V &= -\int \mathbf{E}\cdot\mathbf{dr} = -\int E dr \\ &= -\int(\lambda/2\pi\epsilon_0 r)dr \end{aligned}$$

بنابراین، پتانسیل در نقطه P ناشی از سیم A خواهد بود

$$= \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_R^{r_1}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}[\ln R - \ln r_1]$$

که در آن R فاصله از نقطه پتانسیل صفر است. به‌طور مشابه، پتانسیل در P ناشی از سیم B برابر است با

$$= \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_R^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}[\ln r_2 - \ln R]$$

بنابراین، پتانسیل کل در P ناشی از هر دو سیم برابر است با:

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

V_A در سیم $A = (\lambda/2\pi\epsilon_0)\ln(d-a)/a$

V_B در سیم $B = (\lambda/2\pi\epsilon_0)\ln a/(d-a)$

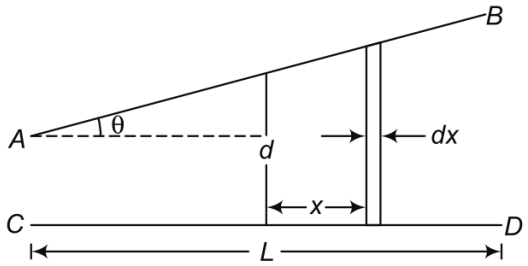
در نتیجه

$$\begin{aligned} V_A - V_B &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\left[\ln\left(\frac{d-a}{a}\right) - \ln\left(\frac{a}{d-a}\right)\right] \\ &= \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{d-a}{a}\right) \end{aligned}$$

بنابراین، ظرفیت واحد طول خواهد بود

$$C = \frac{\lambda}{V_A - V_B} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{d-a}{a}\right)} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln(d/a-1)} \approx \frac{\pi\epsilon_0}{\ln(d/a)}$$

مثال-۳۰: ظرفیت خازن صفحه موازی که صفحات آن کاملاً موازی نیستند را تعیین کنید. جداسازی در یک لبه $(d+a)$ و در طرف مقابل $(d-a)$ است. (فرض کنید $d >> a$ و از اثر لبه‌ها را نادیده بگیرید).



حل: فرض کنید L طول و b عرض هر صفحه باشد. اگر صفحه AB با صفحه CD زاویه θ ایجاد کند، در این‌صورت

$$\theta L = 2a$$

اجازه دهید این خازن به‌تعداد زیادی خازن مختلف تقسیم شود. یکی از این خازن‌ها را در فاصله x از نقطه وسط صفحه و به‌طول dx در نظر بگیرید. ظرفیت این خازن کوچک (دیفرانسیلی) خواهد بود

$$dC = \frac{\epsilon_0 b dx}{d + x\theta}$$

از آنجایی که این خازن‌ها موازی هستند، بنابراین ظرفیت آنها به‌صورت زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned} C &= \int dC = \int \frac{\epsilon_0 b}{d + x\theta} dx = \epsilon_0 b \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{d + x\theta} = \frac{\epsilon_0 b}{\theta} \left[\ln(d + x\theta)\right]_{-L/2}^{L/2} \\ &= \frac{\epsilon_0 b}{\theta} \ln\left[\frac{d + \frac{1}{2}\theta L}{d - \frac{1}{2}\theta L}\right] \end{aligned}$$

از آنجائی که

$$\ln\left(\frac{1+y}{1-y}\right) \approx 2y\left(1 + \frac{y^2}{3}\right)$$

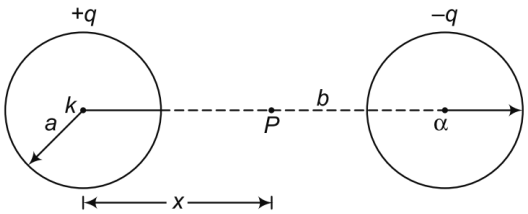
$$\frac{1}{2}\theta L = a, \quad bL = A$$

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d}\left(1 + \frac{1}{3}\frac{a^2}{d^2}\right)$$

مثال-۳۱: ظرفیت سیستمی متشکل از دو توپ فلزی یکسان با شعاع a را در صورتی که فاصله بین مراکز آنها برابر b باشد، با $b > a$ پیدا کنید. این سیستم در یک دی‌الکتریک یکنواخت با واحد گذردهی قرار دارد.

حل: اجازه دهید بارهای $+q$ و $-q$ را روی هادی‌ها تقسیم کنیم. شدت میدان الکتریکی (E) در نقطه‌ای بین کره‌ها (مثلا P) به‌دلیل رسانای کروی به رابطه زیر داده می‌شود:

$$
\begin{aligned}
E &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x^2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{(b-x)^2} \\
&= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(b-x)^2}\right]
\end{aligned}
$$



اکنون

$$V_+ - V_- = \int_a^{b-a} E \cdot dr$$

یا

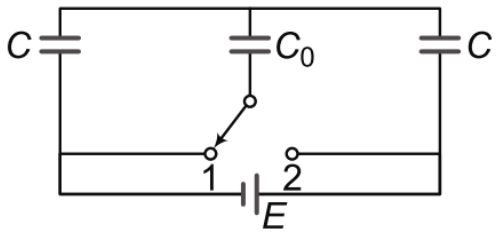
$$
\begin{aligned}
V_+ - V_- &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_a^{b-a}\left[\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(b-x)^2}\right] dx \\
&= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b-a}\right) + \left(\frac{1}{b-x}\right)_a^{b-a}\right] \\
&= \frac{2q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{b-2a}{a(b-a)}\right]
\end{aligned}
$$

بنابراین،

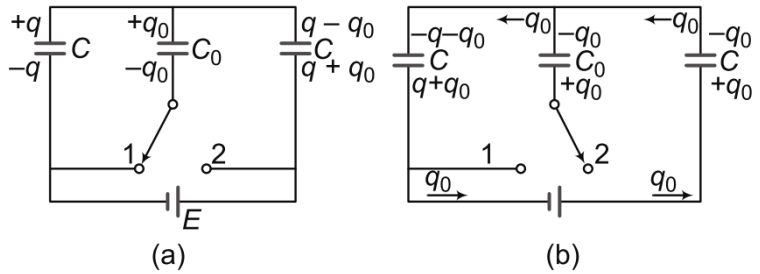
$$C = \frac{q}{V_+ - V_-} = \frac{2\pi\epsilon_0 a(b-a)}{(b-2a)}$$

اگر $b >> a$ باشد، $C = 2\pi\epsilon_0 a$ بدست می‌آید.

مثال-۳۲: پس از جابجایی کلید از موقعیت 1 به‌موقعیت 2 چه مقدار گرما در مدار تولید می‌شود؟



حل:



بارهای خازن در موقعیت 1 در شکل (الف) نشان داده شده است، داریم

$$\frac{q}{C} = \frac{q_0}{C_0} = \frac{q+q_0}{C+C_0}$$

$$(q+q_0)\left(\frac{1}{C+C_0}+\frac{1}{C}\right) = V \qquad \text{یا} \qquad q+q_0 = \frac{C(C+C_0)V}{C_0+2C}$$

بنابراین

$$q = \frac{C^2V}{C_0+2C}, \qquad q_0 = \frac{CC_0V}{C_0+2C}$$

پس از وصل سوئیچ به‌موقعیت 2، بارها همانطور که در شکل (ب) نشان داده شده است تغییر می‌کند. بار q_0 در حلقه سمت راست از میان دو خازن و بار q_0 از طریق باتری عبور کرده است. به‌دلیل تقارن مسئله، تغییری در انرژی ذخیره شده در خازن‌ها ایجاد نمی‌شود.

بنابراین، H برابرگرمای تولید شده بوده و مساوی انرژی تحویل شده توسط باتری خواهد بود

$$H = \Delta qV = q_0V = \frac{CC_0V^2}{C_0+2C}$$

مثال-۳۳: فضای بین صفحات یک خازن صفحه‌ای با یک دی‌الکتریک به‌ثابت دی‌الکتریک K پر شده است. صفحه باری با چگالی سطحی σ_0 دریافت می‌کند. چگالی بارهای الکتریکی مقید که روی سطح دی‌الکتریک ظاهر می‌شود و نیروی بر واحد سطح که توسط میدان بر دی‌الکتریک اعمال می‌شود را تعیین کنید.

حل: شدت میدان در محیط دی‌الکتریک داخل خازن برابر $E = \frac{\sigma_0}{k\epsilon_0}$ است. این شدت توسط بارهای آزاد روی صفحات خازن و بارهای مقید (بارهای پلاریزه) ایجاد می‌شود. بارهای مقید روی سطح دی‌الکتریک هستند. بگذارید چگالی این بارها با σ نشان دهیم. دراین صورت شدت میدان ایجاد شده توسط بارهای آزاد برابر با $E_0 = \frac{\sigma_0'}{\epsilon_0}$ بوده و میدان ایجاد شده توسط بارهای مقید $E = \sigma'/\epsilon_0$ است. بنابراین، بزرگی شدت حاصل $E = E_0 - E'$ (زیرا E_0 و E' در جهت مخالف هستند) است. یا

$$\frac{\sigma_0}{k\epsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$$

بنابراین

$$\sigma' = \left(\frac{k-1}{k}\right)\sigma_0$$

برای محاسبه نیرو بر روی بار مقید، $F = qE$ را بنویسیم، اما این چگالی انرژی با ضریب $1/2$ را نمی‌دهد. (چون انرژی دوقطبی در میدان الکتریکی خارجی $\mathbf{E}_0$ برابر $\mathbf{P}\cdot\mathbf{E}_0$ است. در حالی که انرژی دی‌الکتریک در مورد فعلی $1/2\mathbf{P}\cdot\mathbf{E}_0$ است). بار آزمایشی در مورد حاضر به‌میدان الکتریکی بستگی دارد. اگر میدان الکتریکی در نقطه‌ای E' باشد، بار آن $q(E)$ خواهد بود. افزایش بیشتر میدان الکتریکی به‌میزان dE'، نیروی وارد بر بار را با $q(E')dE'$ افزایش می‌دهد و میدان الکتریکی کل خواهد بود.

$$F = \int_0^{E_0} q(E')dE'$$

اما $q(E') \propto E'$ است، در نتیجه

$$F = \frac{1}{2}q(E_0)E_0$$

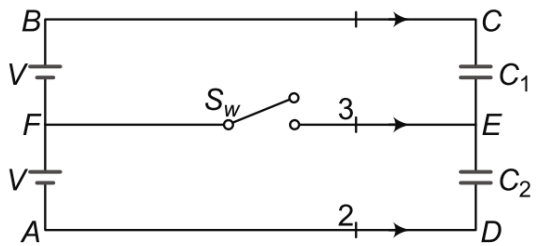
بنابراین، نیروی الکتریکی در واحد سطح که بر روی سطح بالایی دی‌الکتریک وارد می‌شود برابر است با

$$F = \frac{1}{2}\sigma' E_0 = \frac{1}{2}\left[\frac{(k-1)\sigma_0}{k}\right]\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = \frac{1}{2}\frac{(k-1)\sigma_0^2}{\epsilon_0 k}$$

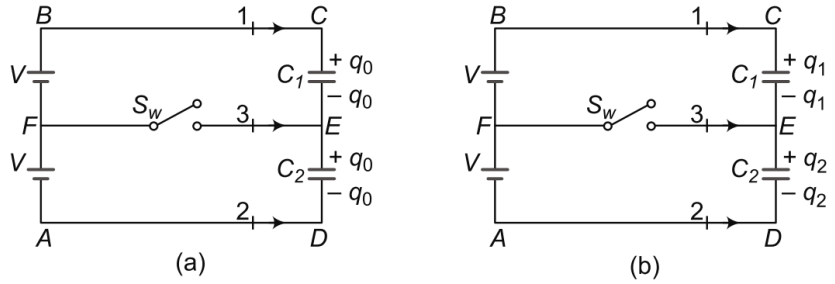
و به‌سمت بالا است.

به‌طور مشابه، یک مقدار نیرو بر روی سطح پایین دی‌الکتریک که در جهت پایین اعمال می‌شود، عمل می‌کند. بنابراین، دی‌الکتریک کشیده خواهد شد.

مثال-۳۴: بارهایی که پس از بستن سوئیچ S_w از طریق بخش‌های 1، 2 و 3 در جهت‌های نشان داده شده با پیکانها جریان می‌یابد، را پیدا کنید.



حل: هنگامی که سوئیچ S_w باز است [شکل(الف)] در حلقه بسته ABCD، از اصل بقای انرژی داریم



$$-\Delta V = 0$$

یا

$$-2V + \frac{q_0}{C_1} + \frac{q_0}{C_2} = 0$$

یا

$$q_0 = \frac{2VC_1C_2}{C_1 + C_2}$$

هنگامی که سوئیچ S_w بسته می‌شود، در حلقه بسته ABCDA [شکل(ب)] داریم

$$-V + \frac{q_1}{C_1} = 0 \qquad \text{یا} \qquad q_1 = C_1V$$

در مسیر بسته ADEFA: $q_2 = C_2V$

بنابراین، عبور بار از بخش 1

$$\Delta q_1 = q_1 - q_0$$

یا

$$\Delta q_1 C_1 V - \frac{2VC_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1V(C_1 + C_2) - 2VC_1C_2}{C_1 + C_2}$$

یا

$$\Delta q_1 = \frac{VC_1(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2}$$

عبور بار از بخش 2

$$\Delta q_2 = -q_2 - (-q_1) = -C_2V + \frac{2VC_1C_2}{CC_1 + C_2}$$

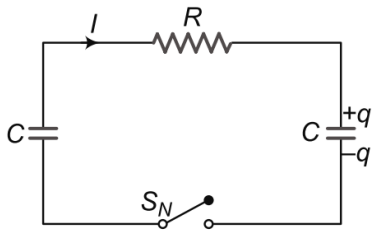
یا

$$\Delta q_2 = \frac{VC_2(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2}$$

عبور بار از بخش 3

$$\Delta q_3 = (q_2 - q_1) - 0 = V(C_2 - C_1)$$

مثال-۳۵:



در مدار داده شده، یکی از خازن‌ها به‌ولتاژ V_0 وصل شده و سپس در لحظه $t = 0$ کلید بسته می‌شود. پیدا کنید

(الف) جریان I در مدار به‌صورت تابعی از زمان t.

(ب) مقدار گرمای تولید شده

حل: (الف) اجازه دهید خازن سمت چپ به‌ولتاژ V_0 متصل شود. در یک لحظه دلخواه از زمان t بار خازن سمت راست q و جریان در مدار I است. در مدار در زمان t داریم،

$$\frac{q}{C} - \left(\frac{CV_0 - q}{C}\right) + \frac{dq}{dt}R = 0$$

$$\frac{dq}{CV_0 - 2q} = \frac{dt}{RC}$$

با انتگرال‌گیری در محدوده

$$\int_0^q \frac{dq}{CV_0 - 2q} = \frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$q = \frac{CV_0}{2}\left(1 - e^{-2t/RC}\right) \qquad (i)$$

با مشتق‌گیری از معادله (i) خواهیم داشت

$$\frac{dq}{dt} = I = \left(\frac{V_0}{R}\right)e^{-2t/RC}$$

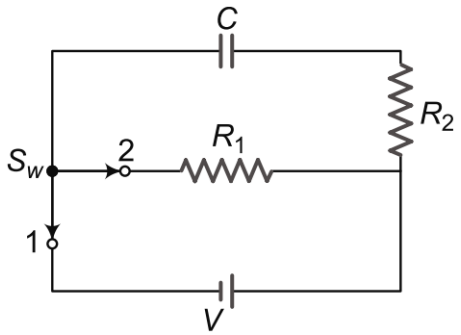
واضح است که داریم

$$q = \frac{CV_0}{2} \quad \text{و} \quad I = 0 \quad \text{برای} \quad t = \infty$$

(ب)

$$H = \int RI^2 dt = \int_0^\infty \left(\frac{V_0}{R}\right)^2 \left[e^{-2t/RC}\right]^2 R dt = \frac{1}{4}CV_0^2$$

مثال-۳۶: در مدار داده شده کلید S_w از حالت 1 به‌حالت 2 قرار میدهیم. اگر R_2 مشخص باشد، مقدار گرمای تولید شده در مقاومت R_1 را بیابید.



حل: گرمای آزاد شده در R_1 در بازه زمانی دیفرانسیل dt با رابطه زیر داده می‌شود

$$dH_1 = I^2 R_1 dt = \frac{V^2}{(R_1+R_2)^2} e^{-2t/(R_1+R_2)C} R_1 dt$$

$$H_1 = \int dH_1 = \frac{V^2}{(R_1+R_2)^2} \int_{t=0}^{t=\infty} e^{-\frac{2t}{(R_1+R_2)C}}\, dt$$

سرانجام

$$H_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{V^2 R_1 C}{R_1+R_2}\right)$$

مثال-۳۷: در لحظه $t=0$، یک الکترون از یک صفحه خازن صفحه موازی با سرعتی ناچیز خارج می‌شود. یک ولتاژ شتاب دهنده، که به‌صورت $V=kt$ تغییر می‌کند، بین صفحات اعمال می‌شود. فاصله بین صفحات L است. سرعت الکترون در لحظه رسیدن به‌صفحه مقابل چقدر است؟

حل: اجازه دهید الکترون صفحه منفی خازن را در زمان $t=0$ ترک کند. بنابراین

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

$$E = \frac{V}{L} = \frac{kt}{L}$$

بنابراین، شتاب الکترون،

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{ekt}{mL}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{ekt}{mL}$$

یا

$$\int_0^V dV = \frac{ek}{mL}\int_0^t t dt = \frac{1}{2}\frac{ek}{mL}t^2 \qquad (i)$$

اما

$$S = \int V dt$$

$$L = \frac{1}{2}\frac{ek}{mL}\int_0^t t^2 dt = \frac{ekt^3}{6mL}$$

بنابراین

$$t = \left(\frac{6mL^2}{ek}\right)^{1/3}$$

با جایگزینی مقدار t در معادله (i)

$$V = \frac{1}{2}\frac{ek}{mL}\left(\frac{6mL^2}{ek}\right)^{2/3}$$

مثال-۳۸: شکاف بین صفحات یک خازن موازی صفحه با یک عایق همسانگرد با ثابت دی‌الکتریک در جهت عمود بر صفحات به‌طور خطی از K_1 تا K_2 با $K_2 > K_1$ تغییر می‌کند، پر می‌شود. مساحت هر صفحه S و فاصله بین صفحات d است. ظرفیت خازن را تعیین کنید.

حل: محور x به‌سمت راست را با مبدأ روی صفحه سمت چپ که قرار است بار مثبت داشته باشد، در نظر بگیرید.

از آنجایی که K بر اساس قانون خطی تغییر می‌کند، داریم:

$$K = a + bx$$

که در آن ثابت های a و b را می‌توان از شرایط مرزی تعیین کرد.

$$K = K_1 \quad \text{در} \quad x = 0$$

و

$$K = K_2 \quad \text{در} \quad x = d$$

بنابراین

$$K = K_1 + \left(\frac{K_2 - K_1}{d}\right) x$$

اجازه دهید در خازن اولیه فاصله بین صفحات dx را در فاصله x از صفحه سمت چپ با مساحت S در نظر بگیریم، در این صورت

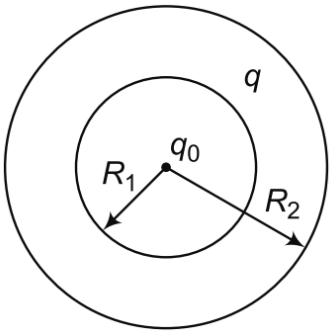
$$d\left(\frac{1}{C}\right) = \frac{dx}{K\epsilon_0 S} = \frac{dx}{\epsilon_0 S\left[K_1 + \left(\frac{K_2-K_1}{d}\right)x\right]}$$

از این رو ظرفیت خازن خواهد بود

$$\frac{1}{C} = \int d\left(\frac{1}{C}\right) = \int_0^d \frac{dx}{K\epsilon_0 S} = \frac{dx}{\epsilon_0 S\left[K_1 + \left(\frac{K_2-K_1}{d}\right)x\right]}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S(K_2 - K_1)}{d\ln(K_2/K_1)}$$

مثال-۳۹: یک پوسته کروی با بار q به‌طور یکنواخت باردار می‌شود. یک بار نقطه‌ای q_0 در مرکز آن قرار دارد. کار نیروهای الکتریکی بر روی انبساط پوسته از شعاع R_1 تا R_2 را پیدا کنید.



حل: کار انجام شده توسط نیروی میدان الکتریکی

$$W_{fd} = U_i - U_f$$

اما U برابر انرژی ذاتی[۲] پوسته بعلاوه انرژی متقابل[۳]، بنابراین

$$U_i = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

و

$$U_f = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

از اینرو، کار الکتریکی خواهد بود

$$W_{fd} = U_i - U_f = \frac{q(q_0 + q/2)}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

مثال-۴۰: برای ساختن دو خازن صفحه موازی با مساحت کلی صفحه S و با فاصله بین صفحات برابر با d، قسمت بندی سطح بین آنها را به‌گونه‌ای پیدا کنید که ظرفیت معادل C_{eq} در صورت اتصال (الف) به‌صورت موازی (ب) به‌صورت سری، حداکثر باشد.

حل: (الف) بگذارید مساحت صفحه خازن اول S_1 باشد، در این صورت مساحت صفحه خازن دوم $S - S_1$ خواهد بود.

$$C_{eq} = \frac{S_1}{4\pi d} + \frac{S - S_1}{4\pi d} = \frac{S}{4\pi d}$$

از آنجایی که C_{eq} مستقل از S_1 است، از این رو، تقسیم سطح بین خازن‌ها بی‌اهمیت است.

(ب) در صورت ترکیب سری، خواهیم داشت

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

در نتیجه

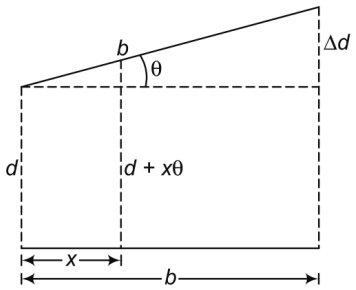
$$C_{eq} = \frac{S_1(S - S_1)}{4\pi d S}$$

[۲] Intrinsic energy

[۳] Mutual energy

واضح است که C_{eq} برای $S_1 = S/2$ حداکثر خواهد بود.

مثال-۴۱: شکل داده شده یک خازن صفحه‌ای را نشان می‌دهد که یکی از صفحات آن با زاویه بسیار کوچک θ کج شده است. ظرفیت چنین خازنی را تعیین کنید.



حل: در اینجا θ بسیار کوچک است، خازن فوق ممکن است یک اتصال موازی از خازن‌های بی‌نهایت کوچک صفحه موازی با جدایی افزاینده در نظر گرفته شود به‌طوری که صفحات در فاصله x با یکدیگر از هم جدا شوند.

$$d(x) = d + x\tan\theta \approx d + x\theta$$

ظرفیت در x برابر است با

$$dC(x) = \frac{dA}{4\pi d(x)} = \frac{bdx}{4\pi(d+\theta x)}, \qquad (0 \le x \le b)$$

چون $dC(x)$ها به‌صورت موازی هستند، خواهیم داشت

$$C_{eq} = \int_0^b dC(x) = \frac{b}{4\pi}\int_0^b \frac{dx}{d+x\theta} = \left(\frac{b^2}{4\pi b\theta}\right)\ln\left(1+\frac{b\theta}{d}\right) \qquad (i)$$

در اینجا $A = b^2$ و $\Delta d = b\theta$

$$C_{eq} = \frac{A}{4\pi\Delta d}\ln\left(1+\frac{\Delta d}{d}\right)$$

چون زاویه θ خیلی کوچک است و $\frac{\Delta d}{d} << 1$

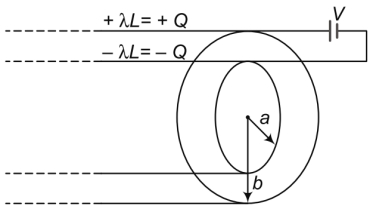
$$\ln\left(1+\frac{\Delta d}{d}\right) \approx \frac{\Delta d}{d} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 \qquad (ii)$$

با جایگزینی معادله (ii) در (i) خواهیم داشت

$$C_{eq} = \frac{A}{4\pi d}\left(1-\frac{\Delta d}{2d}\right)$$

مثال-۴۲:

شکل مقابل یک خازن متشکل از دو تستوانه رسانای بسیار طولانی را نشان می‌دهد.



(الف) ظرفیت ظرفیت واحد طول سیستم را بیابید.

(ب) اگر سومین استوانه با شعاع $c, (c > b)$ به‌سیستم اضافه شود و پایانه مثبت باتری به‌آن متصل شود، ظرفیت خازنی در واحد طول بین استوانه‌های شعاع a و c چقدر است؟

(ج) انرژی الکترواستاتیک در واحد طول ذخیره شده در خازن زمانی که V به‌استوانه‌های شعاع a و c متصل می‌شود، را تعیین کنید.

(د) اگر شعاع استوانه خارجی، که منبع ولتاژ به‌آن متصل است، از c به d افزایش یابد، انرژی الکترواستاتیک در واحد طول ذخیره شده در خازن جدید چقدر خواهد بود؟

(ه) V از استوانه شعاع d جدا شده و شعاع آن به $r = c$ منقبض می‌شود. انرژی الکترواستاتیک را در واحد طول پیدا کنید.

حل: (الف) از آنجایی که استوانه‌ها بسیار بزرگ فرض می‌شوند، میدان الکتریکی آنها به‌صورت استوانه‌ای متقارن در نظر گرفته می‌شود.

از اینرو، با انتگرال‌گیری بار الکتریکی بر روی پوشش یک سطح گاوسی استوانه‌ای با شعاع $a < r < b$ و طول واحد، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 2\pi r \times E(r) &= 4\pi(-\lambda) \\ E(r) &= -\frac{2\lambda}{r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{ba} &= \int_b^a E(r)dr \\ &= 2\lambda \ln\frac{b}{a} = \frac{2Q}{L}\ln\frac{b}{a} \end{aligned}$$

بنابراین، ظرفیت خازنی در واحد طول

$$C_{ba} = \frac{1}{L}\frac{Q}{V_{ba}} = \frac{1}{2\ln(b/a)}$$

(ب) سیستم جدید شامل استوانه c حامل بار $+\lambda$ در واحد طول، استوانه بار حامل $-\lambda$ در واحد طول و استوانه رسانای b است که با سطح استوانه‌ای هم پتانسیل با شعاع b منطبق است. از اینرو، سیلندر b تأثیر الکترواستاتیکی روی 2 استوانه دیگر ندارد.

$$\frac{C_{ca}}{L} = \frac{1}{2\ln(c/a)}$$

(ج) انرژی الکترواستاتیک به‌ازای واحد طول در خازن که در (ب) توضیح داده شده

است

$$U_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{C_{ca}}{L}\right)V_{ca}^2$$

اکنون

$$\frac{C_{ca}}{L} = \frac{1}{2\ln(c/a)} \quad \text{و} \quad V_{ca} = V$$

$$U_1 = V^2/4\ln(c/a)$$

(د) از آنجایی که منبع ولتاژ به‌استوانه خارجی متصل نگه داشته می‌شود، بنابراین انرژی الکترواستاتیک در واحد طول ذخیره شده در خازن پس از افزایش شعاع آن به d خواهد بود

$$U_2 = \frac{V^2}{4\ln(d/a)}$$

(ه) از آنجایی که V قبل از اینکه d به c کاهش یابد قطع می‌شود، بنابراین بار ذخیره شده در استوانه‌ها بدون تغییر باقی می‌ماند. یعنی؛

$$q = C_{da}V = \frac{VL}{2\ln(d/a)}$$

وقتی d به c تقلیل می‌یابد،

$$\frac{C_{ca}}{L} = \frac{1}{2\ln(c/a)}$$

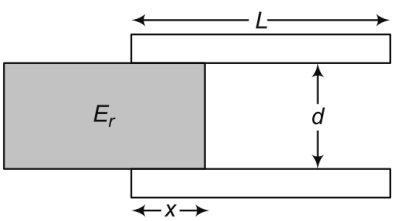
و

$$U = \frac{Q^2}{2C_{ca}} = \frac{V^2L^2}{4\ln^2(d/a)}\frac{1}{\frac{L}{2\ln(c/a)}}$$

بنابراین انرژی در واحد طول،U/L، خواهد بود:

$$U_3 = \frac{V^2\ln(c/a)}{4\ln^2(d/a)}$$

مثال-۴۳:



شکل داده شده دو صفحه مستطیلی با سطح مقطع A را نشان می‌دهد که به‌اختلاف پتانسیل V و یک دی‌الکتریک با گذردهی ϵ_r و ضخامت d بار دار شده‌اند. نیروی خالص F وارد بر دی‌الکتریک از سمت میدان بسته به‌فاصله x را محاسبه کنید.

حل: اگر دی‌الکتریک بقدر x از خازن کشیده شود، انرژی خازن به‌صورت زیر خواهد بود

$$W_{e_1} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{AV^2}{8\pi d}\frac{1}{1+(\epsilon_r-1)\frac{x}{L}}$$

$$C = \frac{\epsilon_r A L_1}{4\pi d L} + \frac{A(L-L_1)}{4\pi d L} = \frac{A}{4\pi d}\left[1 + (\epsilon_r - 1)\frac{L_1}{L}\right]$$

و

$$Q = \frac{AV}{4\pi d}$$

اگر x بقدر δ افزایش یابد، انرژی کاهش یافته خواهد بود

$$W_{e_2} = \frac{AV^2}{8\pi d}\left[\frac{1}{1 + (\epsilon_r - 1)\frac{x+\delta}{L}}\right]$$

$$W_{e_1} - W_{e_2} = \frac{AV^2}{8\pi d}\frac{(\epsilon_r - 1)\frac{\delta}{L}}{\left[1 + (\epsilon_r - 1)\frac{x+\delta}{L}\right]\left[1 + (\epsilon_r - 1)\frac{x}{L}\right]}$$

چون δ خیلی کوچک است می‌توانیم بنویسیم

$$W_{e_1} - W_{e_2} = F\delta$$

بنابراین

$$F = \frac{AV^2}{8\pi d L}\frac{\epsilon_r - 1}{\left[1 + (\epsilon_r - 1)\frac{x}{L}\right]^2}$$

(از δ چشم پوشی شده است).

مثال-۴۴: بار Q به‌دو خازن صفحه‌ای یکسان که به‌صورت موازی وصل شده‌اند، داده شده می‌شود. مقدار کار انجام شده توسط میدان الکترواستاتیک را هنگامی که فاصله بین صفحات خازن اول مطابق قانون $d_1 = d_0 + vt$ به‌مقدار a افزایش و بین صفحات خازن دوم مطابق قانون $d_2 = d_0 - vt$ به‌طور همزمان به‌مقدار a کاهش می‌یابد، بیابید.

حل: فرض کنید q_1 و q_2 به‌ترتیب بارهای دو خازن باشند.

$$q_1 + q_2 = Q$$

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

$$C_1 = \frac{A}{4\pi(d_0 + vt)}$$

$$C_2 = \frac{A}{4\pi(d_0 - vt)}$$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{d_0 - vt}{d_0 + vt}$$

در نتیجه

$$q_1 = Q\frac{d_0 - vt}{2d_0} \quad \text{و} \quad q_2 = Q\frac{d_0 + vt}{2d_0}$$

اکنون نیروی جاذبه بین صفحات خازن اول و دوم برابر است با

$$F_1 = 2\pi\frac{q_1}{A}q_1 = \frac{\pi}{2}\frac{Q^2}{A}\frac{(d_0 - vt)^2}{d_0^2}$$

و

$$F_2 = \frac{\pi}{2}\frac{Q^2}{A}\frac{(d_0 + vt)^2}{d_0^2}$$

نیروهای الکترواستاتیک در مورد خازن اول کار منفی W_1 و در خازن دوم کار مثبت W_2 را انجام می‌دهند.

اجازه دهید ΔW کار انجام شده توسط میدان زمانی باشد که هر صفحه در فاصله کمی Δx حرکت می‌کند. در این صورت،

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2 = (F_2 - F_1)\Delta x = \frac{2\pi Q^2}{A}\frac{x}{d_0}\Delta x$$

که در آن

$$x = vt$$

بنابراین

$$dW = \frac{2\pi Q^2}{A}\frac{x}{d_0}dx$$

با انتگرال‌گیری از رابطه بالا خواهیم داشت

$$W = \frac{2\pi Q^2}{Ad_0}\int_0^a xdx = \frac{\pi Q^2 a^2}{Ad_0}$$

مثال-۴۵: یک خازن صفحه موازی جدا شده دارای صفحات دایره‌ای به‌شعاع 4.0 سانتی‌متر است. شکاف آن با یک ماده نیمه رسانا با ثابت دی‌الکتریک K و رسانایی $5.0\times10^{-4}\Omega^{-1}m^{-1}$ پر شده است. هنگامی که خازن تا چگالی بار سطحی $15\mu C/cm^2$ سانتی‌متر بر سانتی‌متر باردار می‌شود، جریان اولیه بین صفحات $1.0\mu A$ است.

(الف) مقدار ثابت دی‌الکتریک K را تعیین کنید.

(ب) اگر مجموع گرمایش ژول تولید شده 7500 ژول باشد، فاصله صفحات خازن را تعیین کنید.

حل:

$$J = \sigma E, \quad i = JA = \sigma EA$$

اکنون

$$E = -\frac{q}{K\epsilon_0 A}$$

$$i = -\frac{\sigma q}{K\epsilon_0} \qquad (i)$$

در لحظه $t = 0$، $i = 1\mu A$، $K = 4.26$
از رابطه (i)

$$q(t) = q_0 \exp\left[-\frac{\sigma}{K\epsilon_0}t\right] \qquad (ii)$$

اکنون

$$P(t) = i^2 R$$

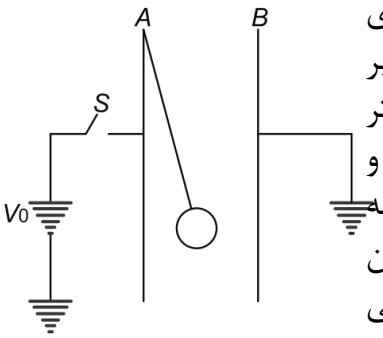
$$\frac{\sigma q^2}{K^2\epsilon_0^2}\frac{d}{A}$$

حرارت تولید شده برابر است با

$$U = \int_0^\infty P(t)dt = \frac{d}{2K\epsilon_0 A}q_0^2$$

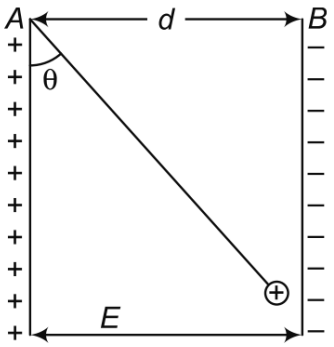
$$U = 7500\ J, \quad d = 5mm$$

مثال-۴۶:
خازن صفحه موازی AB نشان داده شده در شکل دارای صفحات عمودی، ظرفیت خازنی $4.0pF$ و جداسازی صفحه 50 میلی‌متر است. یک توپ رسانای کوچک بر روی یک نخ ابریشمی (غیر رسانا) به‌طول 100 میلی‌متر متصل به‌صفحه A آویزان است. توپ با جرم 0.1 گرم و ظرفیت $0.33pF$ ابتدا صفحه A را لمس می‌کند. صفحه B به زمین متصل می‌شود در حالی که صفحه A با بستن کلید S و سپس باز کردن مجدد آن برای مدت کوتاهی به‌منبع تغذیه با پتانسیل V_0 متصل است.



با توجه به باری که روی صفحات و توپ قرار می‌گیرد، اکنون در عرض می‌چرخد، صفحه B را لمس می‌کند، به‌عقب می‌چرخد، A را لمس می‌کند و در نهایت دوباره به‌بیرون تاب می‌خورد تا تقریباً صفحه B را لمس کند. بر اساس این توضیحات، ولتاژ منبع تغذیه V_0 را تعیین کنید.

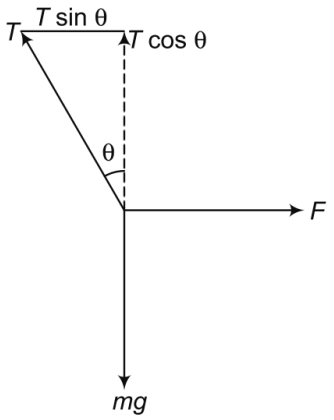
حل:



توپ را در موقعیت نهایی خود در نظر بگیرید

$$\sin\theta = \frac{d}{l} = \frac{50}{100} = 0.5, \qquad \theta = 30^o$$

نیروی وارد بر توپ را در نظر بگیرید. توپ حامل بار q است و در میدان الکتریکی $E = V/d$ قرار دارد که V اختلاف پتانسیل نهایی بین صفحات است. بنابراین نیروی الکتریکی $F = qE = qV/d$ خواهد بود.



نمودار نیروی وارد بر توپ را رسم می‌کنیم و در آن mg وزن و T کشش نخ است. تجزیه T مولفه‌ها را نشان می‌دهد بطوری که

$$T\cos\theta = mg$$

و $T\sin\theta = F$ و با حذف T خواهیم داشت

$$\tan\theta = \frac{F}{mg}$$

یا

$$mg\tan\theta = \frac{qV}{d}$$

اگر C_1 ظرفیت توپ باشد، $q = CV_1$ و از اینرو

$$mg\tan\theta = \frac{C_1V^2}{d} \qquad (i)$$

پتانسیل V اکنون باید به‌پتانسیل بار اولیه V_0 مربوط شود، زمانی که صفحات و توپ در ابتدا باردار می‌شوند، بار روی صفحات $Q_0 = C_0V_0$ و روی توپ $q_0 = C_1V_0$ است. در اینجا C_0 ظرفیت صفحات است.

هنگامی که توپ ابتدا صفحه B را لمس می‌کند، بار خود را به B از دست می‌دهد و سپس به‌عقب می‌چرخد و A را لمس می‌کند. در این مرحله ظرفیت موثر (C_0+C_1) است که بار Q_0 به‌آن اعمال می‌شود. بنابراین پتانسیل جدید V با رابطه زیر داده می‌شود

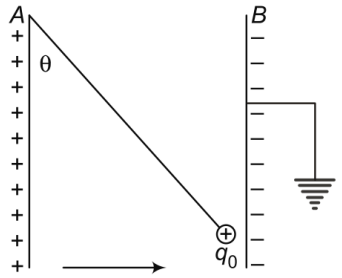
$$V = \frac{Q_0}{C_0+C_1} = \frac{C_0V_0}{C_0+C_1}$$

با جایگزینی در رابطه (i) می‌دهد

$$\frac{C_1}{d}\left[\frac{C_0V_0}{C_0+C_1}\right]^2 = mg\tan\theta$$

$$V_0 = \left[\frac{C_0+C_1}{C_0}\right]\left[\frac{mgd\tan\theta}{C_1}\right]^{1/2}$$

با جایگزینی مقدار عددی خواهیم داشت



$$V_0 = \left[\frac{4+0.33}{4}\right]\left[\frac{10^{-4}\times 9.8\times 5\times 10^{-2}\tan 30^o}{}\right]^{1/2} \Longrightarrow V_0 = 1.00\times 10^4 V$$

مثال-۴۷: خازن صفحه موازی با ولتاژ خاصی باردار(شارژ) می‌شود. حال اگر ماده دی‌الکتریک (با ثابت دی‌الکتریک K) حذف شود،
(الف) ظرفیت با ضریب K افزایش می‌یابد
(ب) میدان الکتریکی با ضریب K کاهش می‌یابد
(ج) ولتاژ دو سر خازن با ضریب K کاهش می‌یابد
(د) هیچ یک از موارد فوق
حل: همه (الف)، (ب)، (ج) درست نیستند. هنگامی که دی‌الکتریک حذف می‌شود، C با ضریب K کاهش می‌یابد. بنابراین (الف) درست نیست.

$$q = CV = \text{ثابت}$$

ولتاژ V با ضریب K افزایش می‌یابد. (ج) درست نیست.

$$E = \frac{V}{d}$$

بنابراین E با ضریب K افزایش می‌یابد. لذا، (ب) درست نیست.
مثال-۴۸: خازن صفحه موازی دارای سطح صفحه A و فاصله دو صفحه d است. آن با اختلاف پتانسیلV_0 باردار می‌شود. باتری منبع تغذیه قطع و صفحات تا سه برابر فاصله اولیه از هم جدا می‌شوند. کار مورد نیاز برای جداسازی صفحات برابر است با:

- الف $\frac{3\epsilon_0 A V_0^2}{d}$
- ب $\frac{\epsilon_0 A V_0^2}{2d}$
- ج $\frac{\epsilon_0 A V_0^2}{3d}$
- د $\frac{\epsilon_0 A V_0^2}{d}$

حل: جواب د است. ظرفیت خازن $\frac{\epsilon_0 A}{d}$ و باز خازن برابر

$$Q = CV = \frac{\epsilon_0 A V_0}{d}$$

است. اما انرژی ذخیره شده $W = Q^2/2C$ است. هرگاه d سه برابر افزایش یابد، C سه برابر کاهش می‌یابد. باتری قطع شده است Q ثابت باقی می‌ماند. اختلاف در انرژی کار انجام شده است.

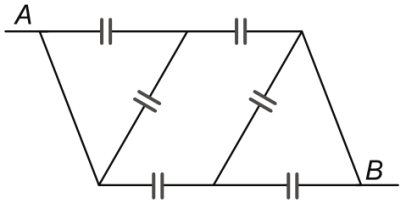
مثال-۴۹: یک خازن هوائی صفحه موازی به‌یک باتری متصل است. مقادیر بار، اختلاف پتانسیل، میدان الکتریکی و انرژی ذخیره شده مرتبط با این خازن به‌ترتیب Q_0، V_0، E_0 و U_0 هستند. اکنون یک تیغه دی‌الکتریک برای پر کردن فضای بین صفحات با باتری که هنوز متصل است انجام می‌شود. مقادیر متناظر اکنون توسط Q، V، E و U هستند. کدام عبارت زیر غلط است

(الف): $Q > Q_0$ (ب): $V > V_0$ (ج): $E > E_0$ (د): $U > U_0$.

حل: میدانیم در خازن‌ها $E = \frac{V}{d}$ $U = \frac{1}{2}CV^2,$ $Q = CV,$ $C = \frac{\epsilon A}{d)},$ است

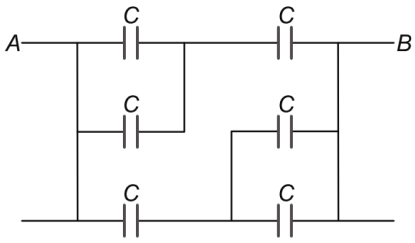
پتانسیل V باتری ثابت است. ظرفیت C با دی‌الکتریک افزایش می‌یابد. لذا، Q و V و U افزایش می‌یابد

مثال-۵۰: شبکه ای متشکل از شش خازن یکسان، هر کدام با مقدار C مطابق شکل ساخته شده است. ظرفیت معادل بین نقاط A و B کدام است



(الف): $C/4$ (ب): $3C/4$ (ج): $4C/3$ (د): $3C$

حل: این شبکه را به‌صورت زیر میتوان درنظر گرفت.



بنابراین دو مسیر خازن به‌صورت موازی داریم که در یک مسیر دوخازن بصورت موازی هستند که مقدارش $2C$ خواهد شد و وقتی با خازن C سری شود مقدار یک مسیر برابر

$\frac{2C\times C}{2C+C}=\frac{2C}{3}$ میشود. اکنون چون هر دو مسیر یکسان و موازی هستند حاصل$4C/3$ میشود لذا چواب (ج) صحیح است.

مثال-۵۱: فضای بین صفحات مستطیلی (با اضلاع a و b) یک خازن صفحه موازی (فاصله بین صفحات l است) با یک دی‌الکتریک جامد پر شده است. ثابت دی‌الکتریک آن ϵ است. خازن تا یک اختلاف پتانسیل مشخص باردار و سپس از منبع ولتاژ جدا می‌شود. پس از آن دی‌الکتریک به‌آرامی از خازن خارج می‌شود، به‌این معنی که بخش x پر نشده با دی‌الکتریک به‌تدریج افزایش می‌یابد. تفاوت پتانسیل بین صفحات و چگالی بار سطحی در هر دو قسمت خازن (با و بدون دی‌الکتریک) در فرآیند چگونه تغییر می‌کند؟

حل: در ابتدا ظرفیت خازن (پر شده با دی‌الکتریک) $C=\epsilon_0\epsilon ab/l$ است. پس از اینکه دی‌الکتریک با فاصله x از خازن خارج شد، ظرفیت خازن تبدیل می‌شود:

$$C=\epsilon_0 a[x+\epsilon(b-x)]/l$$

از آنجایی که بار کل صفحات خازن بدون تغییر باقی می‌ماند، اختلاف پتانسیل بین صفحات افزایش می‌یابد.

$$V=\frac{Ql}{\epsilon_0 a[x+\epsilon(b-x)]}$$

که در آن Q بار صفحات است.

چون در ابتدا اختلاف پتانسیل برابر $V_0=Ql/(\epsilon_0\epsilon ab)$ بود، داریم

$$\frac{U}{U_0}=\frac{\epsilon b}{x+\epsilon(b-x)}=\frac{\epsilon b}{\epsilon b-(\epsilon-1)x}$$

شدت میدان بین صفحات با همان عامل افزایش می‌یابد. چگالی بار در قطعه بدون دی‌الکتریک است

$$\sigma_1=\epsilon_0 E=\frac{\epsilon_0 Q}{a[\epsilon b-(\epsilon-1)x]}$$

در حالی که در قسمت با دی‌الکتریک است

$$\sigma_2=\epsilon_0\epsilon E=\frac{\epsilon_0\epsilon Q}{a[\epsilon b-(\epsilon-1)x]}$$

در ابتدا چگالی بار در هر صفحه بود

$$\sigma_0=Q/ab$$

یا

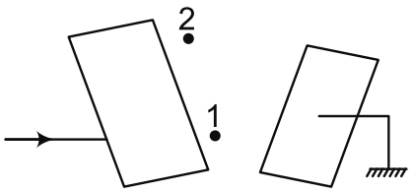
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_0}=\frac{b}{\epsilon b-(\epsilon-1)x/b}$$

و

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_0}=\frac{\epsilon}{\epsilon b-(\epsilon-1)x/b}$$

در قسمت پر شده با دی‌الکتریک، چگالی بار به‌تدریج به‌همان نسبت شدت میدان الکتریکی و اختلاف پتانسیل بین صفحات افزایش می‌یابد، در حالی که بار کل این قطعه به‌تدریج به‌دلیل افزایش x کاهش می‌یابد. در قسمتی که با دی‌الکتریک پر نشده است، چگالی بار ابتدا ϵ برابر می‌شود (در $x < b$) و سپس به‌تدریج رشد می‌کند و به‌مقداری نزدیک می‌شود که دی‌الکتریک کل فضای بین صفحات را پر کرده بود.

مثال-۵۲: چگالی بار سطحی در کدام یک از دو نقطه 1 یا 2 خازن باردار با صفحات غیر موازی بیشتر است؟



حل: به عنوان یک رسانا، هر صفحه دارای پتانسیل یکسانی در هر نقطه است، در حالی که شدت میدان الکتریکی، که منهای یک ضربدر شیب پتانسیل است، در جایی که صفحات به‌یکدیگر نزدیکتر هستند، بالاترین میزان است. در همان زمان، شدت میدان الکتریکی در نزدیکی سطح یک هادی با چگالی بار سطحی محلی از طریق فرمول $E = \sigma/\epsilon_0\epsilon$ بدست می‌اید. به‌همین دلیل، چگالی بار سطحی در نقطه 1 بیشتر از نقطه 2 است.

مثال-۵۳: یک توپ با جرم $m = 1$ گرم بوسیله نخی در یک خازن آویزان شده است. در صورت عدم وجود بار، دوره نوسان توپ $T_1 = 0.628$ ثانیه است. پس از باردار شدن خازن و توپ، دوره زمانی $T_2 = 0.314$ ثانیه می‌شود. چه نیرویی توسط میدان الکتریکی به‌توپ وارد می‌شود؟ طول نخ چقدر است؟ اگر علامت بار روی توپ معکوس باشد دوره نوسان را بیابید.

حل: دوره نوسان توپ در غیاب میدان است

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (i)$$

نیروی خالص روی توپ پس از شارژ شدن توپ و خازن

$$mg' = mg_F$$

یا

$$g' = g + \frac{F}{m}$$

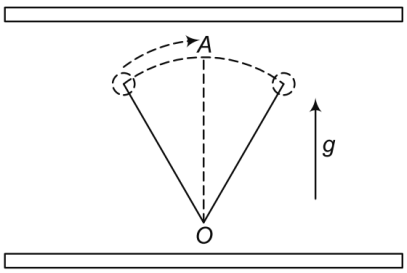
بنابراین

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g + \frac{F}{m}}} \qquad (ii)$$

از آنجایی که $T_2 < T_1$، صفحه بالایی خازن و توپ دارای بارهایی با علامت مشابه بودند. دو معادله (i) و (ii) و با حل F بدست می‌آوریم

$$F = \frac{T_1^2 - T_2^2}{T_2^2} mg = 3mg$$

چون $F > mg$، موقعیت تعادل توپ با تغییر علامت بار تغییر می‌کند. نقطه A (موقعیت تعادل) خود را بالاتر از نقطه تعلیق O قرار می‌دهد. در این شرایط شتاب سقوط آزاد توپ به‌سمت بالا هدایت می‌شود و برابر است با:



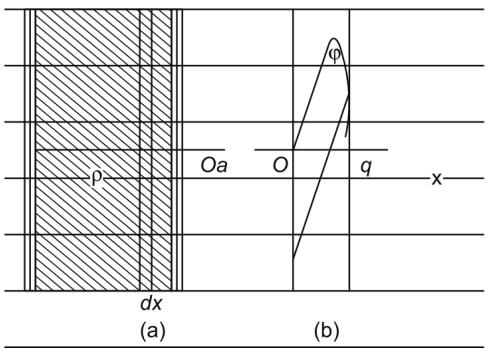
$$g' = \frac{F}{m} - g = 2g$$

زمان تناوب توپ حول A خواهد بود

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\frac{F}{m} - g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

مثال-۵۴: در ناحیه فضای بین صفحات یک خازن صفحه موازی یک بار$+ve$ به‌طور یکنواخت با چگالی حجمی ρ توزیع شده است. صفحات به‌صورت الکتریکی وصل شده‌اند و پتانسیل آنها صفر است. توزیع پتانسیل و شدت میدان الکتریکی بین صفحات را محاسبه و ترسیم کنید

حل:



و ما یک لایه نازک با ضخامت dx را به‌موازات صفحات و بین آنها جدا می‌کنیم [شکل (الف) همراه با پاسخ]. واحد سطح این لایه دارای بار حجمی ρdx است. بر اساس قضیه گاوس، میدان الکتریکی ایجاد شده توسط این لایه از نظر مقدار مطلق (در هر طرف لایه) برابر است با

$$dE^* = \rho dx/2\epsilon_0$$

اگر تمام بارهای سمت چپ لایه ایزوله شده، میدانی با شدت E ایجاد کنند، شدت میدان الکتریکی حاصل $E - dE^*$ در مرز چپ لایه و $E + dE^*$ در سمت راست است. بنابراین، در فاصله‌ای dx، شدت میدان الکتریکی افزایش می‌یابد

$$dE = 2dE^* = \rho(dx/\epsilon_0)$$

با انتگرال‌گیری خواهیم داشت

$$E = \rho x/\epsilon_0 + E_0$$

با E_0 میدان الکتریکی در صفحه سمت چپ. با توجه به‌معادله پایه الکترواستاتیک

(معادله‌ای که شدت میدان الکتریکی را با پتانسیل پیوند می‌دهد)

$$\frac{\rho x}{\epsilon_0} + E_0 = -\frac{d\psi}{dx}$$

با انتگرال‌گیری از صفر تا x خواهیم داشت

$$\psi_1 - \psi_2 = \frac{\rho x^2}{2\epsilon_0 + E_0 x} \qquad (i)$$

که در آن ۱ پتانسیل صفحه سمت چپ است که بر اساس فرضیه صفر است. پتانسیل نیز در = صفر است. از اینرو،

$$E_0 = -\rho l/2\epsilon_0$$

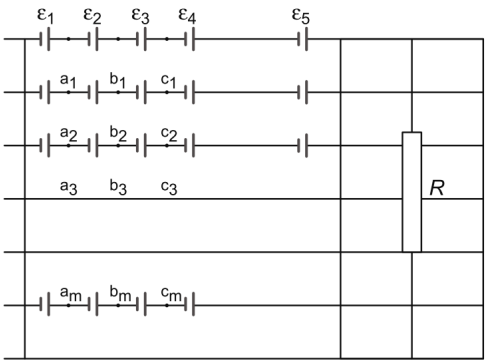
جایگزین کردن این در معادله (i)، به‌رابطه‌ای بین ψ و x می‌رسیم

$$\psi = \frac{\rho}{2\epsilon_0} x(l-x)$$

این تابع یک سهمی با بیشینه‌ای در $x = l/2$ را نشان می‌دهد. نمودارهای ψ نسبت به x و منحنی‌های E نسبت به x در شکل (ب) همراه با پاسخ نشان داده شده است.

مثال-۵۵: چگونه باید تعداد زیادی سلول(باتری) گالوانیکی که هر کدام دارای نیروی محرکه E_0 و مقاومت داخلی r یکسان هستند، به‌هم وصل شوند تا در مدار خارجی که مقاومت آن R است، توان خروجی حداکثر باشد؟

حل:



مدار احتمالی ظاهراً از ترکیبی از سلول‌هایی که به‌صورت موازی و سری به‌هم متصل هستند تشکیل شده است. در اینجا دو احتمال وجود دارد: چندین گروه موازی سلول که به‌صورت سری به‌هم متصل شده‌اند یا چندین گروه سلولی در سری که به‌صورت موازی به‌هم متصل شده‌اند. اول، می‌توان نشان داد که این دو نوع معادل هستند.

در واقع، در نوع اول، پتانسیل ها در نقاط $a_1, a_2, a_3, \cdots$ و غیره منطبق هستند، یعنی،

$$U_{a_1} = U_{a_2} = U_{a_3} = \cdots$$

همین امر در مورد پتانسیل‌های نقاط $b_1, b_2, b_3, \cdots$ و غیره صادق است، یعنی،

$$U_{b_1} = U_{b_2} = U_{b_3} = \cdots$$

این خط استدلال را می‌توان ادامه داد. نقاط مربوطه را می‌توان به‌هم متصل کرد و کل مدار به‌نوع دوم تبدیل می‌شود. فرض کنید تعداد کلی سلول‌ها N باشد. این سلول‌ها

را طوری به‌هم وصل می‌کنیم که گروه‌هایی از n سلول که $m = \frac{N}{n}$ گروه‌های موازی را تشکیل می‌دهند به‌صورت سری به‌هم متصل شوند. در این حالت جریان در مدار خارجی برابر است با

$$I = \frac{En}{R + \frac{m}{N}} = \frac{ENn}{RN + m^2}$$

با قرار دادن

$$n = \frac{N}{r}$$

توان خروجی در مدار خارجی خواهد بود

$$P = RI^2 = (EN)^2 R \frac{n^2}{(RN + m^2)^2}$$

برای این که مقدار توان بیشینه(ماگزیمم) شود، از P نسبت به n مشتق می‌گیریم

$$\frac{dP}{dn} = \frac{2E^2N^2n}{(RN + m^2)^2}(RN - m^2) = 0$$

بنابراین

$$n = \sqrt{\frac{RN}{r}} \qquad (i)$$

اما این مسئله را به‌طور کامل حل نمی‌کند. عدد n باید یکی از کوفاکتورهای N باشد. مقدار جزئی n، باید خروجی‌های توان را برای دو مقدار n مقایسه کنیم که نزدیکترین مقدار به‌معادله داده (i) شده است، یعنی یکی باید کوچکتر از کوفاکتورهای محاسبه شده N باشد. در اینجا یک مثال آورده شده است. فرض کنید $N = 400$، $R = 16\Omega$ و $r = 9\Omega$ باشد. مقدار محاسبه شده برای n خواهد بود

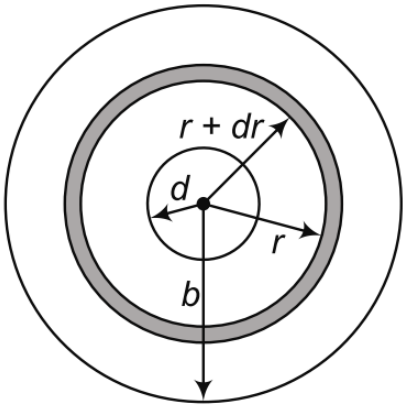
$$n = \sqrt{400 \times \frac{16}{9}} = 26.7$$

نزدیکترین کوفاکتورهای N 25 و 40 هستند. در این مثال توان خروجی بیشتر در $n = 25$ است. بنابراین، مدار شامل 16 گروه موازی 25 سلولی است که در هر گروه به‌صورت سری به‌هم متصل شده‌اند.

مثال-۵۶: (الف) یک توپ فلزی به‌شعاع a توسط یک پوسته فلزی متحدالمرکز نازک به‌شعاع b احاطه شده است. فضای بین این الکترودها با یک محیط همگن ضعیف با مقاومت مقاومت r پر می‌شود. مقاومت شکاف بین الکترود را پیدا کنید. جوابهای به‌دست آمده را در $b \to \infty$ تجزیه و تحلیل کنید.

(ب) فضای بین دو کره متحدالمرکز رسانا با شعاع a و b $(a < b)$ با محیط همگن با رسانایی ضعیف پر شده است. ظرفیت چنین سیستمی برابر با C است. اگر اختلاف پتانسیل بین کره‌ها، هنگامی که از ولتاژ خارجی جدا می‌شوند، در بازه زمانیΔt، η برابر شود، مقاومت محیط را پیدا کنید.

حل:



(الف) یک لایه کروی نازک از شعاع داخلی و خارجی r و $r+dr$ را در نظر بگیرید. خطوط جریان در تمام نقاط این لایه بر آن عمود خواهند بود. از اینرو لایه را می‌توان به‌عنوان یک هادی کروی با ضخامت dr در نظر گرفت. سطح مقطع آن $4\pi r^2$ خواهد بود. برای تعریف مقاومت ویژه ρ، داریم:

$$dR = \rho\frac{dr}{4\pi r^2} \qquad (i)$$

با انتگرال‌گیری خواهیم داشت

$$R = \frac{R}{4\pi}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{4\pi}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right] \qquad (ii)$$

وقتی $b \to \infty$

$$R = \frac{\rho}{4\pi a} \qquad (iii)$$

(ب)

$$\text{جریان } i = V/R = \frac{V}{\frac{\rho}{4\pi}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right]} \qquad (iv)$$

بعلاوه

$$i = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d(CV)}{dt} = -C\frac{dV}{dt} \qquad (v)$$

از معادلات (iv) و (v) داریم

$$\frac{-CdV}{dt} = \frac{V}{\frac{\rho}{4\pi}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right]}$$

یا

$$\frac{-dV}{V} = \frac{\Delta t}{\frac{C\rho}{4\pi}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right]} = \frac{\Delta t \times 4\pi ab}{C\rho(b-a)}$$

$$\ln\eta = \frac{\Delta t \times 4\pi ab}{C\rho(b-a)}$$

بنابراین، مقاومت ویژه ρ محیط با رابطه زیر داده خواهد شد

$$\rho = \frac{\Delta t \times 4\pi ab}{C(b-a)\ln\eta}$$

مثال-۵۷: خازن‌های نشان داده شده در شکل با اختلاف پتانسیل V ولت شارژ شده اند به‌طوری که با باز ماندن هر دو کلید S_1 و S_2 یک CV بار را حمل می‌کند. سوئیچ S_1 در $t=0$ بسته است. در $t=R_1C$ کلید S_1 باز و S_2 بسته است. بار خازن را در زمان $t=2R_1C+R_2C$ پیدا کنید.

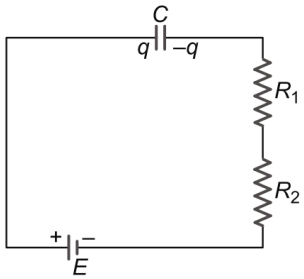


Fig. (iii)

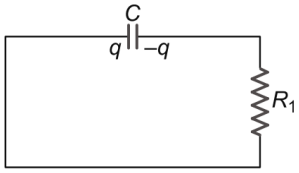


Fig. (ii)

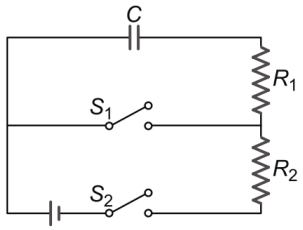


Fig. (i)

حل: وقتی سوئیچ S_1 بسته و S_2 باز است. مدار اکنون مانند شکل (i) می‌شود.

$$q = CVe^{-t/R_1C}$$

در لحظه $t = R_1C_1$ بار خازن خواهد بود

$$q = CVe^{-1} = CV/e$$

در این موقعیت، کلید S_2 بسته و S_1 باز می‌شود. اکنون جریان طبق شکل (ii) می‌شود:

$$R = R_1 + R_2$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{CE - q}{RC}$$

یا

$$\frac{dq}{CE - q} = \frac{dt}{RC}$$

با انتگرال‌گیری در کرانه‌های مناسب، خواهیم داشت

$$\int_{CV/e}^{q_j} \frac{dq}{CE - q} = \int_{R_1C}^{2R_1C+R_2C} \frac{dt}{R_1C}$$

پس از حل بدست می‌آید

$$\begin{aligned} CE - q_j &= \tfrac{CE}{e} - \tfrac{CV}{e^2} \\ q_j &= CE - \tfrac{CE}{e} + \tfrac{CV}{e^2} \\ q_j &= CE\left[1 - \tfrac{1}{e}\right] + \tfrac{CV}{e^2} \end{aligned}$$

مثال-۵۸: یک خازن از دو صفحه موازی دایره‌ای تشکیل شده است که هر دو با شعاع R و به‌فاصله d از هم جدا شده‌اند. در آن اینجا، همانطور که در شکل (A) نشان داده شده، $d << R$، است. صفحه بالایی به‌یک منبع ولتاژ ثابت در پتانسیل V متصل شده در حالی که صفحه پایین زمین است. سپس یک دیسک نازک و کوچک به‌جرم m با شعاع $(r << R, d)$ و ضخامت $(t << r)$، همانطور که در شکل (B) نشان داده شده، در مرکز صفحه پایینی قرار می‌گیرد.

فرض کنید فضای بین صفحات با ثابت دی‌الکتریک ϵ_0 در خلاء است. صفحات و دیسک از هادی‌های کامل ساخته شده‌اند. و تمام اثرات لبه الکترواستاتیک ممکن است نادیده گرفته شود. اندوکتانس کل مدار و اثرات نسبیتی را می‌توان با خیال راحت نادیده گرفت. اثر بار تصویر را نیز می‌توان نادیده گرفت.

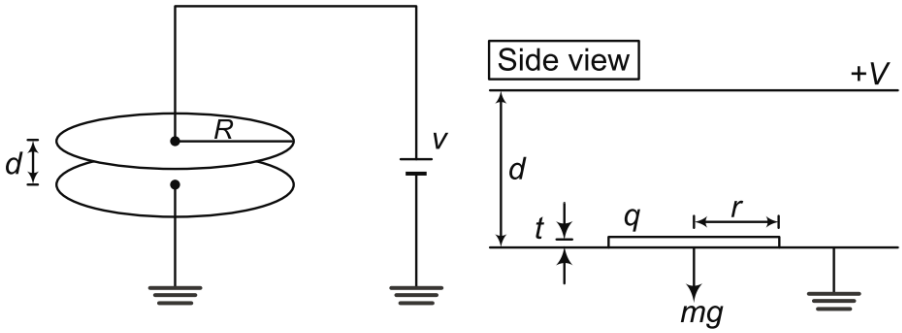


Fig. (A) Fig. (B)

شکل‌های شماتیک (A) یک خازن صفحه موازی متصل به‌یک منبع ولتاژ ثابت و (B) یک نمای جانبی از صفحات موازی با یک دیسک کوچک در داخل خازن قرار داده شده است. (برای جزئیات به‌متن مراجعه کنید.)

(الف) نیروی الکترواستاتیکی F_p را بین صفحاتی که با d از هم جدا شده اند، قبل از قرار دادن دیسک در بین آنها محاسبه کنید، همانطور که در شکل (A) نشان داده شده است.

(ب) هنگامی که دیسک روی صفحه پایینی قرار می‌گیرد، یک بار q روی دیسک شکل (B) با $q = \chi V$ به‌ولتاژ V مربوط می‌شود. پیدا کردن χ عبارت از r، d و ϵ_0 است.

(ج) صفحات موازی عمود بر یک میدان گرانشی یکنواخت g قرار دارند. برای بلند کردن دیسک در حالت استراحت در ابتدا، باید ولتاژ اعمال شده را فراتر از ولتاژ آستانه V_{th} افزایش دهیم. V_{th} را بر حسب m، g، d و χ به‌دست آورید

(د) هنگامی که $v > v_{th}$، دیسک حرکت بالا و پایین بین صفحات انجام می‌دهد. (فرض کنید که دیسک فقط به‌صورت عمودی و بدون هیچ گونه لرزشی حرکت می‌کند.) برخورد بین دیسک و فقط به‌صورت عمودی و بدون هیچ گونه لرزشی حرکت می‌کند.) برخورد بین دیسک و صفحات با ضریب بازیابی $\eta(v_{after}/v_{before}$ غیرکشسان است. در اینجا v_{before} و v_{before} به‌ترتیب سرعت دیسک قبل و بعد از برخورد هستند. صفحات به‌طور ثابت در موقعیت ثابت هستند. سرعت دیسک درست پس از برخورد در صفحه پایین به‌یک "سرعت حالت ماندگار" V_s نزدیک می‌شود که به‌شکل زیر به v بستگی دارد.

$$v_s = \sqrt{\alpha v^2 + \beta^2}$$

ضرایب a و b را بر حسب m، g، χ، d و η بدست آورید. فرض کنید که تمام سطح دیسک به‌طور یکنواخت و همزمان با صفحه تماس داشته باشد به‌طوری که تبادل شارژ کامل در هر برخورد فوراً اتفاق می‌افتد.

(ه) پس از رسیدن به‌حالت ماندگار خود، جریان متوسط زمان I از صفحات خازن را می‌توان با $I = \gamma V^2$ در زمانی که $qV >> mgd$ تقریب زد. ضریب γ را بر حسب m، χ، d و η بیان کنید.

(و) هنگامی که ولتاژ اعمال شده V کاهش می‌یابد (بسیار آهسته)، یک ولتاژ بحرانی V_c وجود دارد که در زیر آن شارژ متوقف می‌شود. V_c و جریان متناظر I_c را بر حسب m، g، χ، d و η پیدا کنید. با مقایسه V_c با آستانه بالا بردن V_{th} که در (ج) بحث شد، یک طرح کلی از خصوصیات $I-V$ هنگامی که V در محدوده $V=0$ تا $3V_{th}$ افزایش و کاهش می‌یابد، ایجاد کنید.

حل: (الف) بار Q القا شده توسط ولتاژ بایاس خارجی V را می‌توان با اعمال قانون گاوس به‌دست آورد.

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E}\cdot\mathbf{ds} = Q \qquad (i)$$

$$Q = \epsilon_0 E\cdot(\pi R^2) = \epsilon_0\left(\frac{V}{d}\right)\cdot(\pi R^2) \qquad (ii)$$

که در آن

$$V = Ed$$

انرژی ذخیره شده در خازن:

$$U = \int_0^V Q(V')dV' = \int_0^V \epsilon_0\pi R^2\left(\frac{V'}{d}\right) = \frac{1}{2}\pi R^2\frac{V^2}{d} \qquad (iii)$$

نیروی وارد بر صفحه، زمانی که ولتاژ بایاس V ثابت نگه داشته می‌شود

$$F_R = +\frac{\partial U}{\partial d} = -\frac{1}{2}\epsilon_0 R^2\frac{V^2}{d^2} \qquad (iv)$$

(ب) بار q روی دیسک کوچک را نیز می‌توان با اعمال قانون گاوس محاسبه کرد

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E}\cdot\mathbf{ds} = q \qquad (i)$$

از آنجایی که یک طرف دیسک کوچک در تماس با صفحه است،

$$q = -\epsilon_0 E\cdot E(\pi r^2) = -\epsilon_0\frac{\pi r^2}{d}V = \chi V \qquad (ii)$$

از طرف دیگر، می‌توان از نسبت مساحت برای $q = -\left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right)Q$ استفاده کرد

$$\chi = -\epsilon_0\frac{\pi r^2}{d} \qquad (iii)$$

(ج) نیروی خالص،F_{net} که بر روی دیسک کوچک وارد می‌شود باید مجموع نیروهای گرانشی و الکترواستاتیکی باشد.

$$F_{net} = F_g + F_e \qquad (i)$$

نیروی گرانشی برابر $F_g = -mg$ است.
نیروی الکترواستاتیک را می‌توان از نتیجه (الف) بالا به‌دست آورد

$$F_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 \frac{\pi r^2}{d^2} V^2 = \frac{\chi}{2d} V^2 \qquad (ii)$$

برای اینکه دیسک بلند شود، به $F_{net} > 0$ نیاز است:

$$\frac{\chi}{2d} V^2 - mg > 0 \qquad (iii)$$

$$V_{th} = \sqrt{\frac{2mgd}{\chi}} \qquad (iv)$$

(د) فرض کنید v_s سرعت ثابت دیسک کوچک درست پس از برخورد آن با صفحه پایین باشد. سپس انرژی جنبشی حالت پایدار K_s دیسک درست بالای صفحه زیرین با داده می‌شود

$$K_s = \frac{1}{2} m v_s^2 \qquad (i)$$

برای هر رفت و برگشت، دیسک انرژی الکترواستاتیکی که دریافت می‌کند برابر است با

$$\Delta U = 2qV \qquad (ii)$$

برای هر برخورد غیر کشسان، دیسک انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \Delta K_{loss} &= K_{before} - K_{after} \\ &= (1-\eta^2) K_{before} \\ &= \left(\tfrac{1}{\eta^2} - 1\right) K_{after} \end{aligned}$$

از آنجایی که K_s انرژی پس از برخورد در صفحه پایین است و $(K_s + qV - mgd)$ انرژی قبل از برخورد در صفحه بالایی است، کل تلفات انرژی در طول رفت و برگشت را می‌توان بر حسب K_s نوشت.

$$\Delta K_{tot} = \left(\frac{1}{\eta^2} - 1\right) K_s - (1-\eta^2)(K_s + qV - mgd) \qquad (iv)$$

در حالت ماندگار، ΔU باید با ΔK_{tot} جبران شود.

$$2qV = \left(\frac{1}{\eta^2} - 1\right) K_s - (1-\eta^2)(K_s + qV - mgd) \qquad (v)$$

با تنظیم و ترتیب مجدد معادله (v)، داریم

$$\begin{aligned} K_s &= \tfrac{\eta^2}{1-\eta^4}[(1+\eta^2)qV-(1-\eta^2)mgd] \\ &= \left(\tfrac{\eta^2}{1-\eta^2}\right)qV+\left(\tfrac{\eta^2}{1+\eta^2}\right)mgd \\ &= \tfrac{1}{2}mv_s^2 \qquad (vi) \end{aligned}$$

بنابراین

$$v_s=\sqrt{\left(\frac{\eta^2}{1-\eta^2}\right)\left(\frac{2\chi V^2}{m}\right)+\left(\frac{\eta^2}{1+\eta^2}\right)(2gd)} \qquad (vii)$$

مقایسه با رابطه زیر

$$v_s=\sqrt{\alpha V^2+\beta} \qquad (viii)$$

$$\alpha=\left(\frac{\eta^2}{1-\eta^2}\right)\left(\frac{2\chi}{m}\right), \quad \beta=\left(\frac{\eta^2}{1+\eta^2}\right)(2gd) \qquad (ix)$$

(ه) مقدار باری که دیسک در طول رفت و برگشت بین صفحات حمل می‌کند $\Delta Q=2q$ و بازه زمانی $\Delta t_+ + t_-$ است، که در آن $t_+(t_-)$ زمان صرف شده به‌ترتیب شتاب بسمت بالا-(پایین) است.

$$v_{0+}t_+ + \frac{1}{2}a_+t_+^2 = d \qquad (i)$$

که در آن $v_{0+}(v_{0-})$ سرعت اولیه در صفحه پایین (بالا) و $a_+(a_-)$ به‌ترتیب شتاب به‌سمت بالا (پایین) است.

از آنجایی که نیروی وارد بر دیسک با رابطه زیر داده می‌شود

$$F=m_\pm=qE\pm mg=\frac{qV}{d}\pm mg \qquad (ii)$$

در حد $mgd << qV$، $a_\pm$ را می‌توان تقریب زد

$$a_0=a_+=a_-=\frac{qV}{md} \qquad (iii)$$

و به‌این معنی است که حرکت به‌سمت بالا و پایین باید متقارن باشد. بنابراین، معادله (i) را می‌توان با یک معادله منفرد با $t_0=t_+=t_-$، $v_s=v_{0+}=v_{0-}$، و $a_0=a_+=a_0$ توصیف کرد. علاوه بر این، از آنجایی که سرعت دیسک درست پس از برخورد باید برای صفحات بالا و پایین یکسان باشد، می‌توان این رابطه را استنباط کرد.

$$v_s=\eta(v_s+a_0t_0) \qquad (iv)$$

که از آن بازه زمانی $\Delta t=2t_0$ بدست می‌آوریم،

$$\Delta t=2t_0=2\left(\frac{1-\eta}{\eta}\right)\frac{v_s}{a_0} \qquad (v)$$

از معادله (vi)، در حد $mgd << qV$، داریم

$$K_s=\frac{1}{2}mv_s^2\approx\left(\frac{\eta^2}{1-\eta^2}\right)qV \qquad (vi)$$

با جایگزینی نتایج معادلات (iii) و (vi)، خواهیم داشت

$$\Delta t = 2\left(\frac{1-\eta}{\eta}\right)\sqrt{\frac{2\eta^2}{1-\eta^2}}\sqrt{\frac{md^2}{qV}} = \sqrt{\frac{1-\eta}{1+\eta}}\sqrt{\frac{2md^2}{\chi V^2}} \qquad (vii)$$

بنابراین، از $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{2q}{\Delta t}$،

$$I = \frac{2q}{\Delta t} = \chi V\sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}}\sqrt{\frac{\chi V^2}{2md^2}}V^2 \qquad (viii)$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}}\sqrt{\frac{\chi V^2}{2md^2}} \qquad (ix)$$

(و) دیسک انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهد و در نهایت وقتی دیسک نتواند به‌صفحه بالایی برسد حرکت خود را متوقف می‌کند. به‌عبارت دیگر، ولتاژ آستانه V_c را می‌توان از این شرط تعیین کرد که سرعت v_0 دیسک در صفحه بالایی صفر است، یعنی $v_{0-} = 0$.

برای اینکه دیسک $v_{0-} = 0$ در صفحه بالایی داشته باشد، انرژی جنبشی $\bar{K}_s$ در صفحه بالایی باید این رابطه را برآورده کند.

$$\bar{K}_s = K_s + qV_c - mgd = 0 \qquad (i)$$

که در آن K_s انرژی جنبشی حالت ماندگار در صفحه پایین پس از برخورد است. بنابراین، داریم

$$\left(\frac{\eta^2}{1-\eta^2}\right)qV_c + \left(\frac{\eta^2}{1+\eta^2}\right)mgd + qV_c - mgd = 0 \qquad (ii)$$

یا

$$(1+\eta^2)qV_c - (1-\eta^2)mgd = 0 \qquad (iii)$$

$$qV_c = \frac{1-\eta^2}{1+\eta^2}mgd \qquad (iv)$$

از رابطه $q = \chi V_c$ داریم

$$V_c = \sqrt{\frac{(1-\eta^2)}{(1+\eta^2)}}\sqrt{\frac{mgd}{\chi}} \qquad (v)$$

در مقایسه با ولتاژ آستانه V_{th} معادله (iv)، می‌توانیم معادله (v) را با رابطه زیر بازنویسی کنیم.

$$V_c = z_c V_{th} \qquad (vi)$$

که در آن z_c باید در نمودار I در مقابل (V/V_{th}) و رابطه زیر استفاده شود

$$z_c = \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{2(1+\eta^2)} \qquad (vii)$$

نکته: که یک مشتق جایگزین معادله (i) در صورتی امکان پذیر است که شرط جبران انرژی معادله را اعمال کنیم. (v) یا رابطه بازگشتی معادله. (vii) در صفحه بالا به‌جای صفحه پایین.

اکنون می‌توانیم معادله‌ای برای تعیین بازه زمانی $\Delta t = t + t+_+$ را تشکیل دهیم

$$v_{0_-} t_- + \frac{1}{2} a_- t_-^2 = d \qquad (viii)$$

$$v_{0_+} t_+ + \frac{1}{2} a_+ t_+^2 = d \qquad (ix)$$

که در آن شتاب از رابطه زیر داده می‌شود

$$a_+ = \frac{qV_c}{md} - g = \left[\frac{1-\eta^2}{1+\eta^2} - 1\right] g = \left(\frac{-2\eta^2}{1+\eta^2}\right) g \qquad (x)$$

$$a_- = \frac{qV_c}{md} + g = \left[\frac{1-\eta^2}{1+\eta^2} + 1\right] g = \left(\frac{2}{1+\eta^2}\right) g \qquad (xi)$$

$$\frac{a_+}{a_-} = -\eta^2 \qquad (xii)$$

چون $v_{0_-} = 0$ داریم $v_{0_+} = \eta(a_- t_-)$ و $t_-^2 = \frac{2d}{a_-}$

$$t_- = \sqrt{\frac{2d}{a_-}} = \sqrt{(1+\eta^2)\left(\frac{d}{g}\right)} \qquad (xiii)$$

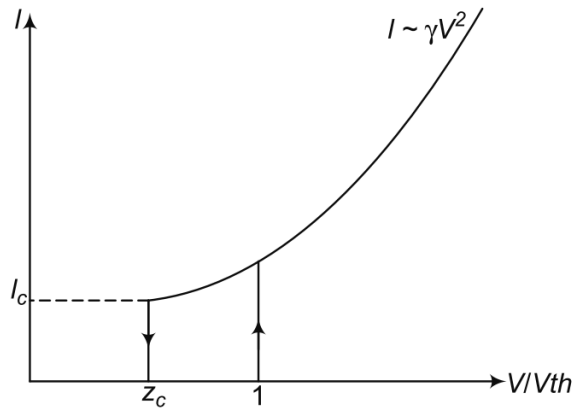
با استفاده از $v_+^2 = \eta^2(2da_-)$ می‌توانیم معادله درجه دوم (ix) را حل کنیم

$$t_+ = \frac{v_{0_+}}{a_+}\left(\sqrt{1 + \frac{2da_+}{v_{0_+}^2}} - 1\right) = \frac{v_{0_+}}{a_+} = \sqrt{\frac{2d}{|a_+|}} = \sqrt{\left(\frac{1+\eta^2}{\eta^2}\right)\left(\frac{d}{g}\right)} = \frac{t_-}{\eta} \qquad (xiv)$$

$$\Delta t = t_- + t_+ = \left(1 + \frac{1}{\eta}\right)\sqrt{(1+\eta^2)\left(\frac{d}{g}\right)} \qquad (xv)$$

$$I_c = \frac{\Delta Q_c}{\Delta t} = \frac{2q}{\Delta t} = \frac{2\chi V_c}{\Delta t}$$

$$I_c = \frac{2\eta\sqrt{1-\eta^2}}{(1+\eta)(1+\eta^2)} g\sqrt{m\chi} \qquad (xvi)$$



مثال-۵۹: بار q در مرکز خطی قرار می‌گیرد که دو بار مساوی Q را به‌هم متصل می‌کند. سیستم سه بار در حالت تعادل خواهد بود، اگر q برابر باشد با:
(الف): $-Q/2$ **(ب)**: $-Q/4$ **(ج)**: $+Q/4$ **(د)**: $+Q/2$

مثال-۶۰: در سوال قبل اگر e بار الکترون باشد حداقل مقدار Q برابر است با:
(الف): e **(ب)**: $2e$ **(ج)**: $4e$ **(د)**: هیچکدام

مثال-۶۱: دو ذره که هر کدام با جرم m و حامل بار Q هستند با فاصله‌ای از هم جدا شده‌اند. اگر تحت نیروهای گرانشی و الکترواستاتیکی در تعادل باشند، Q/m (بر حسب C/kg) از مرتبه
(الف): 10^{-5} **(ب)**: 10^{-10} **(ج)**: 10^{-15} **(د)**: 10^{-20}

مثال-۶۲: در مسئله قبل، تعادل
(الف): پایدار **(ب)**: ناپایدار **(ج)**: خنثی **(د)**: بسته به‌جدایی ذرات ممکن است یکی از موارد بالا باشد.

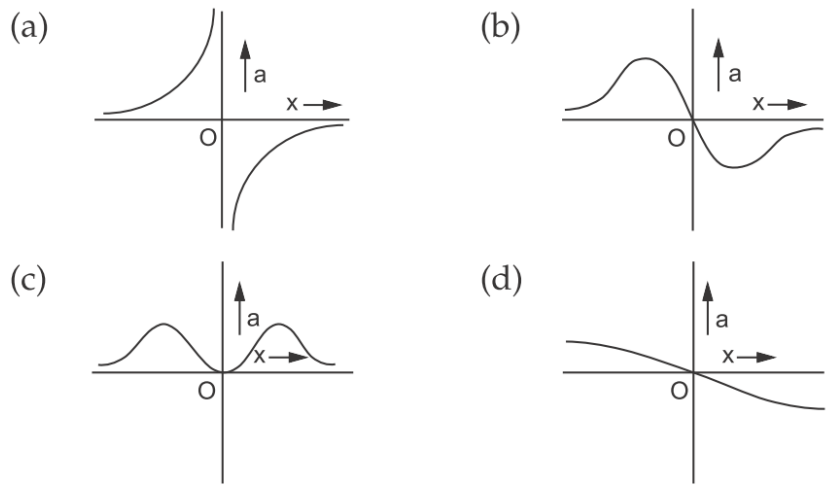
مثال-۶۳: سه بار نقطه‌ای در گوشه‌های یک مثلث متساوی الاضلاع قرار می‌گیرند. فرض کنید که فقط نیروهای الکترواستاتیکی عمل می‌کنند.
(الف): اگر بارها دارای اندازه یکسانی باشند اما همه آنها علامت یکسانی نداشته باشند، سیستم در حالت تعادل خواهد بود.
(ب): اگر بارها دارای مقدار متفاوت و همه علامت یکسانی نداشته باشند، سیستم در حالت تعادل خواهد بود.
(ج): اگر بارها حول مرکز مثلث بچرخند، سیستم در حالت تعادل خواهد بود.
(د): سیستم هرگز نمی‌تواند در تعادل باشد.

مثال-۶۴: بار Q به‌دو قسمت تقسیم می‌شود که سپس مقداری از هم فاصله دارند. نیروی بین آنها حداکثر خواهد بود، اگر دو قسمت برابر با:

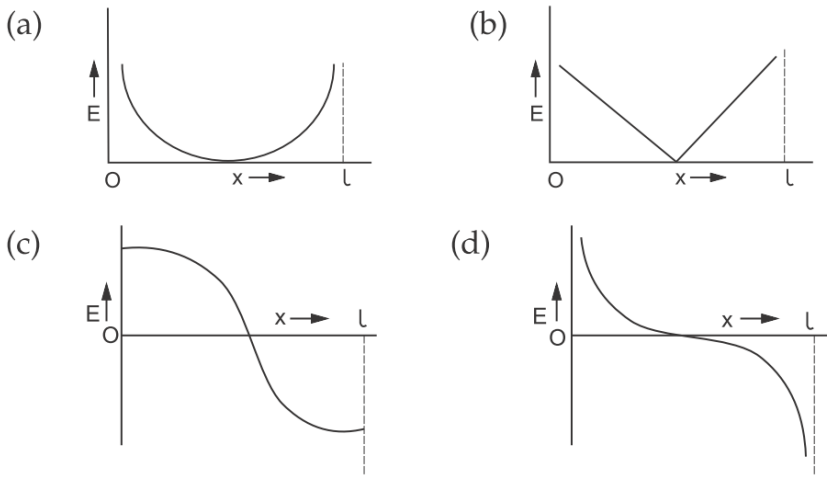
(الف): $Q/2$ **(ب)**: $Q/4$ و $3Q/4$

(ج): $Q/3$ و $2Q/3$ **(د)**: e و $(Q-e)$ باشند. (e= بار الکترون است.)

مثال-۶۵: دو بار مثبت یکسان روی محور y در فواصل مساوی از مبدأ O ثابت می‌شوند. ذره‌ای با بار منفی روی محور x در فاصله زیادی از O در امتداد محور x شروع به‌حرکت می‌کند و از O عبور و سپس از O دور می‌شود. شتاب a در جهت حرکت آن مثبت در نظر گرفته می‌شود. شتاب ذره a در نسبت به‌مختصات x رسم می‌شود. کدام یک از موارد زیر به‌بهترین شکل طرح را نشان می‌دهد؟



مثال-۶۶: دو بار نقطه‌ای یکسان در فاصله l قرار می‌گیرند. P نقطه‌ای از خطی است که بارها را به‌هم متصل می‌کند و در فاصله x از هر بار است. میدان در نقطه P برابر E است. E را نسبت به x برای مقادیر x از نزدیک به‌صفر تا کمی کمتر از l رسم می‌شود. کدام یک از موارد زیر منحنی E را بهتر نشان می‌دهد؟



مثال-۶۷: دو آونگ یکسان A و B از یک نقطه معلق هستند. به‌آونگ‌ها بارهای مثبت داده می‌شود بطوری که A بار بیشتری نسبت به B دارد. آنها واگرا می‌شوند و به‌تعادل می‌رسند و A و B به‌ترتیب زوایای θ_1 و θ_2 را با خط عمودی ایجاد می‌کنند.
(الف): $\theta_1 > \theta_2$ **(ب):** $\theta_1 < \theta_2$ **(ج):** $\theta_1 = \theta_2$
(د): کشش در A بزرگتر از B است.

مثال-۶۸: بار نقطه‌ای Q در امتداد یک مسیر دایره‌ای در اطراف بار نقطه ثابت دیگری حرکت می‌کند. کار انجام شده صفر است:
(الف): تنها در صورتی که Q به‌نقطه شروع خود برگردد.
(ب): فقط در صورتی که دو بار دارای مقدار یکسان باشند.
(ج): فقط در صورتی که دو بار دارای مقدار و علائم مخالف باشند.
(د): در همه موارد.

مثال-۶۹: در یک چند ضلعی منظم از n ضلع، هر گوشه در فاصله r از مرکز قرار دارد. بارهای یکسان با مقدار Q در گوشه‌های $(n-1)$ قرار می‌گیرند. میدان در مرکز برابر است با:
(الف): $k\frac{Q}{r^2}$ **(ب):** $(n-1)k\frac{Q}{r^2}$ **(ج):** $\frac{n}{n-1}k\frac{Q}{r^2}$ **(د):** $\frac{n-1}{n}k\frac{Q}{r^2}$

مثال-۷۰: نیم حلقه‌ای به‌شعاع R دارای بار λ در واحد طول است. پتانسیل در مرکز نیم حلقه برابر است با:
(الف): $k\frac{Q}{R}$ **(ب):** $k\frac{\lambda}{\pi R}$ **(ج):** $k\frac{\pi\lambda}{R}$ **(د):** $k\pi\lambda$
مثال-۷۱: در مسئله قبل شدت میدان الکتریکی در مرکز برابر است با:

(الف): (0) **(ب):** $k\frac{\lambda}{R}$ **(ج):** $2k\frac{\lambda}{R}$ **(د):** $k\frac{\pi\lambda}{R}$

مثال-۷۲: دو توپ فلزی یکسان با بارهای $+2Q$ و $-Q$ با مقداری فاصله از هم جدا شده‌اند و نیروی F را بر یکدیگر وارد می‌کنند. آنها با یک سیم رسانا به‌هم متصل و سپس جدا می‌شوند. اکنون نیروی بین آنها خواهد بود:

(الف): F **(ب):** $F/2$ **(ج):** $F/4$ **(د):** $F/8$

مثال-۷۳: بار Q در میدان الکتریکی $\mathbf{E} = E_1\hat{\mathbf{i}} + E_2\hat{\mathbf{j}}$ یک تغییر مکان $\mathbf{r} = a\hat{\mathbf{i}} + b\hat{\mathbf{j}}$ را انجام میدهد. مقدار کار انجام شده برابر است با:

(الف): $Q(E_1a + E_2b$ **(ب):** $Q\sqrt{(E_1a)^2 + (E_2b)^2}$ **(ج):** $Q(E_1 + E_2)\sqrt{a^2 + b^2}$

(د): $Q\sqrt{E_1^2 + E_2^2}\sqrt{a^2 + b^2}$

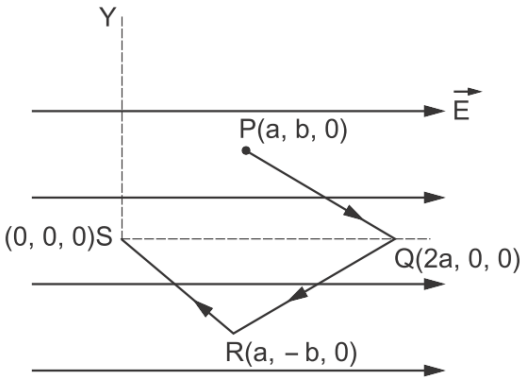
مثال-۷۴: فرض کنید V_0 پتانسیل در مبدا میدان الکتریکی $\mathbf{E} = E_x\hat{\mathbf{i}} + E_y\hat{\mathbf{j}}$ باشد. پتانسیل در نقطه (x, y) برابر است با:

(الف): $V_0 - xE_x - yE_y$ **(ب):** $V_0 + xE_x + yE_y$ **(ج):** $xE_x + yE_y - V_0$

(د): $\sqrt{E_x^2 + E_y^2}\sqrt{x^2 + y^2} - V_0$

مثال-۷۵: بار نقطه ای q از نقطه P به‌نقطه S در طول مسیر $PQRS$ در میدان الکتریکی یکنواخت $\mathbf{E}$ به‌موازات جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. مختصات نقاط P، Q، R و S به‌ترتیب $(a, b, 0)$، $(2a, 0, 0)$، $(a, -b, 0)$ و $(0, 0, 0)$ هستند. کار انجام شده توسط میدان در فرآیند فوق با عبارت زیر داده می‌شود:

(الف): qaE **(ب):** $-qaE$ **(ج):** $qE\sqrt{a^2 + b^2}$ **(د):** $3qE\sqrt{a^2 + b^2}$



مثال-۷۶: پتانسیل الکتریکی V در هر نقطه x, y, z (همه به‌متر) در فضائی با

$V = 4x^2$ ولت داده می‌شود. میدان الکتریکی (بر حسب V/m) در نقطه $(1m, 0, 2m)$ برابر است با:

(الف): $-8\hat{\mathbf{i}}$ **(ب):** $8\hat{\mathbf{i}}$ **(ج):** 16 **(د):** $8\sqrt{5}$

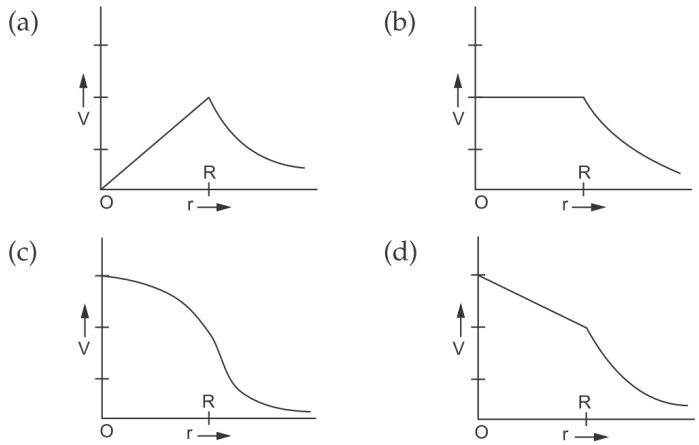
مثال-۷۷: یک حلقه نارسانا به‌شعاع 0.5 متر بار $1.11 \times 10^{-10}C$ را حمل می‌کند که به‌طور غیریکنواخت در محیط خود توزیع شده است، میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ را در همه جای فضا ایجاد می‌کند. مقدار انتگرال خطی $\int_{l=\infty}^{l=0} -\mathbf{E} \cdot \mathbf{dl}$ ($l = 0$ مرکز حلقه است) بر حسب ولت برابر است با:

(الف): $+2$ **(ب):** -1 **(ج):** -2 **(د):** 0

مثال-۷۸: بار $+q$ در هر یک از نقاط $x = x_0$ ، $x = 3x_0$ ، $x = 5x_0$، $\cdots$، ∞ در روی محور xها و بار $-q$ در هر یک از نقاط $x = 2x_0$، $x = 4x_0$، $x = 6x_0$، $\cdots, \infty$ تا بی نهایت قرار داده می‌شود . در اینجا، $x0$ مقدار ثابت و مثبتی است. پتانسیل الکتریکی را در نقطه‌ای به‌دلیل بار Q در فاصله r از آن $Q/(4\pi\epsilon_0 r)$ در نظر بگیرید. در این صورت، پتانسیل در مبدأ ناشی از سیستم بار فوق برابر است با:

(الف): 0 **(ب):** $\frac{q}{8\pi\epsilon_0 x_0 \ln 2}$ **(ج):** ∞ **(د):** $\frac{q\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 x_0}$

مثال-۷۹: یک کره جامد به‌شعاع R به‌طور یکنواخت شارژ (بار دار) می‌شود. پتانسیل الکترواستاتیک V به‌صورت تابعی از فاصله r از مرکز کره رسم می‌شود. کدام یک از موارد زیر منحنی مربوطه را بهتر نشان می‌دهد؟



مثال-۸۰: یک کره جامد به‌شعاع R به‌طور یکنواخت باردار می‌شود. پتانسیل الکترواستاتیکی در چه فاصله‌ای از سطح آن نیمی از پتانسیل مرکز است؟

(الف): R **(ب):** $R/2$ **(ج):** $R/3$ **(د):** $2R$

مثال-۸۱: یک کره جامد بزرگ با بار مثبت به‌طور یکنواخت دارای یک تونل باریک صاف از مرکز خود است. یک ذره کوچک با بار منفی، ابتدا در حالت استراحت دور از کره، در امتداد خط تونل به‌آن نزدیک می‌شود، با سرعت v به‌سطح آن می‌رسد و از تونل می‌گذرد. سرعت آن در مرکز کره خواهد بود

(الف): 0 **(ب):** v **(ج):** $\sqrt{2}v$ **(د):** $\sqrt{1.5v}$

مثال-۸۲: کدام یک از موارد زیر برای ناحیه‌ای با میدان الکتریکی یکنواخت صحیح نیست؟

(الف): می‌تواند بارهای آزاد داشته باشد.
(ب): ممکن است بار به‌طور یکنواخت توزیع شده باشد.
(ج): ممکن است حاوی دوقطبی باشد.
(د): هیچ یک از موارد فوق.

مثال-۸۳: "تمام بارهای یک هادی باید فقط روی سطح بیرونی آن باشد." این گفته درست است

(الف): در همه موارد.
(ب): فقط برای هادی‌های کروی (هم جامد و هم توخالی).
(ج): فقط برای هادی‌های کروی توخالی.
(د): برای هادی‌هایی که هیچ نقطه یا گوشه تیز ندارند.

مثال-۸۴: بار نقطه‌ای Q در خارج از یک هادی کروی توخالی به‌شعاع R، در فاصله $r(r > R)$ از مرکز آن C قرار می‌گیرد. میدان در C به‌دلیل بارهای القایی روی هادی برابر است با:

(الف): 0 **(ب):** $k\frac{Q}{(r-R)^2}$ **(ج):** $k\frac{Q}{r^2}$ جهت آن بسمت Q
(د): $k\frac{Q}{r^2}$ جهت آن مخالف بسمت Q

مثال-۸۵: بار نقطه‌ای مثبت، که آزادانه حرکت می‌کند، در داخل یک کره رسانای توخالی با بار منفی، دور از مرکز آن قرار می گیرد. آن

(الف): به‌سمت مرکز حرکت می‌کید.
(ب): به‌سمت دیواره نزدیکتر هادی حرکت می‌کید.
(ج): ثابت می‌ماند.
(د): بین مرکز و دیوار نزدیکتر در نوسان است.

مثال-۸۶: در ناحیه‌ای از فضا، میدان الکتریکی در جهت x و متناسب با x است، یعنی $\mathbf{E} = E_0 x\hat{\mathbf{i}}$. یک حجم مکعبی فرضی به‌ضلع a را در نظر بگیرید که لبه‌های آن موازی با محورهای مختصات است. بار داخل این ججم برابر است با:

(الف): 0 **(ب):** $\epsilon_0 E_0 a^3$ **(ج):** $\frac{1}{\epsilon_0} E_0 a^3$ **(د):** $\frac{1}{6}\epsilon_0 E_0 a^2$

مثال-۸۷: بار Q در دهانه یک فلاسک مخروطی قرار می‌گیرد. شار میدان الکتریکی از طریق فلاسک برابر است با:

(الف): 0 **(ب):** Q/ϵ_0 **(ج):** $\frac{Q}{2\epsilon_0}$ **(د):** $< \frac{Q}{2\epsilon_0}$

مثال-۸۸: یک رشته طولانی با بار λ در واحد طول از یک مکعب فرضی لبه a عبور می‌کند. حداکثر شار میدان الکتریکی از طریق مکعب خواهد بود:

(الف): $\lambda a/\epsilon_0$ **(ب):** $\sqrt{2}\lambda a/\epsilon_0$ **(ج):** $6\lambda a^2/\epsilon_0$ **(د):** $\sqrt{3}\lambda a/\epsilon_0$

مثال-۸۹: یک رسانای کروی A به‌شعاع r به‌صورت متحدالمرکز در داخل یک پوسته رسانای B به‌شعاع $R(R > r)$ قرار می‌گیرد. بار Q به A داده و سپس A توسط یک سیم فلزی به B متصل می‌شود. بار جاری از A به B خواهد بود:

(الف): $Q\frac{R}{R+r}$ **(ب):** $Q\frac{r}{R+r}$ **(ج):** Q **(د):** (0) صفر

مثال-۹۰: یک سطح هم پتانسیل کروی امکان پذیر نیست.

(الف): برای یک بار نقطه **(ب):** برای یک دوقطبی.

(ج): درون یک کره با بار یکنواخت. **(د):** داخل یک خازن کروی.

مثال-۹۱: در یک توزیع بار معین، تمام نقاطی که پتانسیل صفر دارند را می‌توان با دایره S به‌هم متصل کرد. نقاط داخل S دارای پتانسیل مثبت و نقاط خارج از S دارای پتانسیل منفی هستند. یک بار مثبت، که آزادانه حرکت می‌کند، در داخل S قرار می‌گیرد.

(الف): در حالت تعادل باقی خواهد ماند.

(ب): می‌تواند در داخل S حرکت کند، اما نمی‌تواند از S عبور کند.

(ج): باید در یک زمان از S عبور کند.

(د): ممکن است حرکت کند، اما در نهایت به‌نقطه شروع خود باز خواهد گشت.

مثال-۹۲: اگر سطح زمین به‌عنوان یک سطح رسانا با مقداری بار در نظر گرفته شود،

مرتبه مقداری بار در واحد سطح، بر حسب C/m^2 چقدر باید باشد تا یک پروتون در فضای نزدیک به‌سطح زمین معلق بماند؟

(الف): 10^{-18} **(ب):** 10^{-12} **(ج):** 10^{-6} **(د):** 1

مثال-۹۳: یک آونگ ساده از زمان تناوب T در بالای یک ورق فلزی افقی بزرگ با بار مثبت توزیع یکنواخت معلق است. اگر مقداری بار منفی به‌آن داده شود، زمان تناوب نوسان آن خواهد بود:

(الف): $> T$ **(ب):** $< T$ **(ج):** T **(د):** متناسب با دامنه است.

مثال-۹۳: یک سیستم فنری بلوک در بالای یک ورق فلزی افقی بزرگ با بار مثبت یکنواخت نوسان عمودی می‌کند. زمان تناوب نوسان T است. اگر به‌بلوک بار Q داده شود، زمان تناوب نوسان آن خواهد بود:

(الف): T **(ب):** $> T$ **(ج):** $< T$ **(د):** $> T$ اگر Q مثبت و $< T$ اگر Q منفی باشد.

مثال-۹۴: یک سطح فلزی مسطح بزرگ دارای چگالی بار یکنواخت $+\sigma$ است. الکترونی به‌جرم m و بار e در نقطه A با سرعت u از سطح خارج می‌شود و در نقطه B به‌آن باز می‌گردد. گرانش را نادیده بگیرید. حداکثر مقدار AB برابر است با:

(الف): $\frac{u^2 m\epsilon_0}{\sigma e}$ **(ب):** $\frac{u^2 e\epsilon_0}{\sigma m}$ **(ج):** $\frac{u^2 e}{\epsilon_0 \sigma m}$ **(د):** $\frac{u^2 \sigma e}{\epsilon_0 m}$

مثال-۹۵: A و B به‌ترتیب دو نقطه روی محور و عمود بر یک دوقطبی الکتریکی هستند. A و B از دوقطبی دور و در فواصل مساوی از آن هستند. میدان‌های A و B بترتیب $\mathbf{E}_A$ و $\mathbf{E}_B$ هستند.

(الف): $\mathbf{E}_A = \mathbf{E}_B$ **(ب):** $\mathbf{E}_A = 2\mathbf{E}_B$ **(ج):** $\mathbf{E}_A = -2\mathbf{E}_B$

(د): $|\mathbf{E}_B| = \frac{1}{2}|\mathbf{E}_A|$ و $\mathbf{E}_B$ بر $\mathbf{E}_A$ عمود است.

مثال-۹۶: در سوال قبل فرض کنید V_A و V_B به‌ترتیب پتانسیل‌های A و B باشند.

(الف): $V_A = V_B$ **(ب):** $V_A = 2V_B$ **(ج):** $V_A \neq 0$ ، $V_B = 0$

(د): $V_A = 0, V_B = 0$

مثال-۹۷: یک دوقطبی الکتریکی در مبدا قرار می‌گیرد و در امتداد محور x قرار می‌گیرد. در نقطه P، دورتر از دوقطبی، میدان الکتریکی با محور y موازی است. OP با محور x زاویه θ ایجاد می‌کند.

(الف): $\tan\theta = \sqrt{3}$ **(ب):** $\tan\theta = \sqrt{2}$ **(ج):** $\theta = 45^o$ **(د):** $\tan\theta = 1/\sqrt{2}$

مثال-۹۸: یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور $\mathbf{p}$ در میدان الکتریکی یکنواخت $\mathbf{E}$ قرار می‌گیرد که $\mathbf{p}$ موازی با $\mathbf{E}$ است. سپس با زاویه θ می‌چرخد. کار انجام شده برابر است با:

(الف): $pE\sin\theta$ **(ب):** $pE\cos\theta$ **(ج):** $pE(1-\cos\theta)$ **(د):** $pE(1-\sin\theta)$

مثال-۹۹: اگر زمین را به‌عنوان یک کره رسانا به‌شعاع 6400 کیلومتر در نظر بگیریم، ظرفیت آن تقریباً برابر است با

(الف): $1\mu F$ **(ب):** $1mF$ **(ج):** $1F$ **(د):** 10^3F

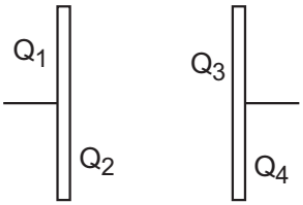
مثال-۱۰۰: هنگامی که دو توپ فلزی بدون بار به‌شعاع 0.09 میلی‌متر هر کدام با هم برخورد می‌کنند، یک الکترون بین آنها منتقل می‌شود. اختلاف پتانسیل بین آنها خواهد بود:

(الف): $16\mu V$ **(ب):** $16pV$ **(ج):** $32\mu V$ **(د):** $32pV$

مثال-۱۰۱: یک کره رسانا به‌شعاع R و حامل بار Q به‌یک کره رسانا بدون بار با شعاع $2R$ متصل می‌شود. باری که بین آنها جریان دارد خواهد بود:

(الف): $Q/4$ **(ب):** $Q/3$ **(ج):** $Q/2$ **(د):** $2Q/3$

مثال-۱۰۲: همانطور که نشان داده شده است، در یک خازن صفحه موازی جدا شده با ظرفیت C، چهار سطح دارای بارهای Q_1، Q_2، Q_3 و Q_4 هستند. اختلاف پتانسیل بین صفحات برابر است با:



(الف): $\frac{Q_1+Q_2+Q_3+Q_4}{2C}$ **(ب):** $\frac{Q_2+Q_3}{2C}$

(ج): $\frac{Q_2-Q_3}{2C}$ **(د):** $\frac{Q_1+Q_4}{2C}$

مثال-۱۰۳: یک خازن با ظرفیت C به‌اختلاف پتانسیل V با یک باتری شارژ و سپس از آن جدا می‌شود. اکنون یک بار $+Q$ به‌صفحه مثبت آن داده می‌شود. اکنون اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن برابر است با:

(الف): V **(ب):** $V+\frac{Q}{C}$ **(ج):** $V+\frac{Q}{2C}$ **(د):** $V-\frac{Q}{C}$ اگر $V<Q/C$ باشد.

مثال-۱۰۴: یک خازن به‌یک باتری به‌نیروی محرکه E و مقداری مقاومت داخلی متصل است. اختلاف پتانسیل در دوسر

(الف): باتری E است. **(ب)**: باتری $< E$ است.

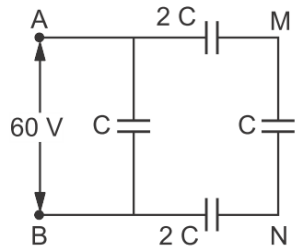
(ج): خازن $< E$ است. **(د)**: خازن $> E$ است.

مثال-۱۰۵: در خازن صفحه موازی با ظرفیت C، یک ورق فلزی بین صفحات، به‌موازات آنها وارد می‌شود. ضخامت ورق نیمی از فاصله بین صفحات است. اکنون ظرفیت خازن می‌شود

(الف): $4C$ **(ب)**: $2C$ **(ج)**: $C/2$ **(د)**: $C/4$

مثال-۱۰۶: دو خازن با ظرفیت‌های $3\mu F$ و $6\mu F$ هر کدام با پتانسیل 12 ولت شارژ می‌شوند. آنها اکنون به‌یکدیگر متصل شده‌اند و صفحه مثبت هر یک به‌صفحه منفی دیگری متصل شده است. تفاوت پتانسیل در هر یک خواهد بود:

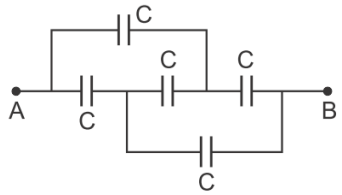
(الف): (0) **(ب)**: $3V$ **(ج)**: $4V$ **(د)**: $6V$



مثال-۱۰۷: در مدار شکل مقابل، اختلاف پتانسیل 60 ولت در دوسر AB اعمال می‌شود. اختلاف پتانسیل بین نقاط M و N برابر است با:

(الف): $10V$ **(ب)**: $15V$ **(ج)**: $20V$

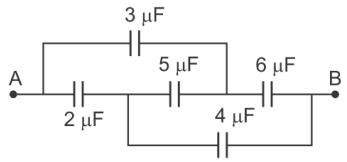
(د): $30V$



مثال-۱۰۸: در مدار شکل مقابل، ظرفیت معادل بین نقاط A و B برابر است با:

(الف): $C/5$ **(ب)**: $C/3$ **(ج)**: $C/2$

(د): C



مثال-۱۰۹: در مدار شکل مقابل، ظرفیت معادل بین نقاط A و B برابر است با:

(الف): $\frac{10}{3}\mu F$ **(ب)**: $\frac{15}{4}\mu F$ **(ج)**: $\frac{12}{5}\mu F$

(د): $\frac{25}{6}\mu F$

مثال-۱۱۰: فرض کنید u_a و u_d چگالی انرژی (انرژی در واحد حجم) را به‌ترتیب در هوا و در دی‌الکتریک برای یک میدان در هر دو نشان دهند. ثابت دی‌الکتریک را K در نظر بگیرید. در این صورت،

(الف): $u_a = u_d$ **(ب)**: $u_a = Ku_d$ **(ج)**: $u_d = Ku_a$

(د): $u_a = (K-1)u_d$

مثال-۱۱۱: در خازن صفحه موازی، ناحیه بین صفحات توسط یک تیغه دی‌الکتریک پر می‌شود. خازن به‌یک باتری متصل و سپس تیغه خارج می‌شود.
(الف): مقداری بار از سلول گرفته می‌شود.
(ب): مقداری شارژ به‌سلول برگردانده می‌شود.
(ج): اختلاف پتانسیل در خازن کاهش می‌یابد.
(د): هیچ کاری توسط یک عامل خارجی در خارج کردن تیغه انجام نمی‌شود.

مثال-۱۱۲: در خازن صفحه موازی، ناحیه بین صفحات توسط یک تیغه دی الکتریک پر می‌شود. خازن از یک باتری شارژ و سپس از آن جدا می‌شود. اکنون تیغه خارج شده است.
(الف): اختلاف پتانسیل در خازن کاهش می‌یابد.
(ب): اختلاف پتانسیل در خازن افزایش می‌یابد.
(ج): انرژی ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد.
(د): هیچ کاری توسط یک عامل خارجی در خارج کردن تیغه انجام نمی‌شود.

مثال-۱۱۳: سه ذره باردار فقط تحت نیروهای الکترواستاتیک خود در تعادل هستند.
(الف): ذرات باید خطی باشند.
(ب): همه بارها نمی‌توانند مقدار یکسانی داشته باشند.
(ج): همه بارها نمی‌توانند علامت یکسانی داشته باشند.
(د): تعادل ناپایدار است.

مثال-۱۱۴: چهار بار یکسان در نقاط $(1,0,0)$، $(0,1,0)$، $(-1,0,0)$ و $(0,-1,0)$ قرار می‌گیرند.
(الف): پتانسیل در مبدا صفر است.
(ب): میدان در مبدا صفر است.
(ج): پتانسیل در تمام نقاط محور z، به‌غیر از مبدا، صفر است.
(د): میدان در تمام نقاط محور z، به‌غیر از مبدا، در امتداد محور z عمل می‌کند.

مثال-۱۱۵: چهار بار، همگی به‌یک اندازه، در چهار گوشه یک مربع قرار می‌گیرند. در مرکز مربع، پتانسیل V و میدان E است. با انتخاب مناسب علائم چهار بار، کدام یک از موارد زیر را می‌توان به‌دست آورد؟

(الف): $V = 0, E = 0$ **(ب):** $V = 0, E \neq 0$ **(ج):** $V \neq 0, E = 0$
(د): $V \neq 0, E \neq 0$

مثال-۱۱۶: یک دوترون و یک ذره α در میدان الکتریکی قرار می‌گیرند. نیروهای وارد بر آنها F_1 و F_2 و شتاب آنها به‌ترتیب a_1 و a_2 است.
(الف): $F_1 = F_2$ **(ب):** $F_1 \neq F_2$ **(ج):** $a_1 = a_2$ **(د):** $a_1 \neq a_2$

مثال-۱۱۷: دو بار یکسان $+Q$ با فاصله‌ای از هم ثابت نگه داشته می‌شوند. یک ذره کوچک P با بار q در میانه راه بین آنها قرار می‌گیرد. اگر به P یک جابجایی کوچک Δ داده شود، تحت حرکت هارمونیک ساده‌ای قرار می‌گیرد اگر
(الف): q مثبت است و Δ در امتداد خطی است که بارها را به‌هم متصل می‌کند.
(ب): q مثبت است و Δ عمود بر خطی است که بارها را به‌هم متصل می‌کند.
(ج): q منفی و Δ عمود بر خطی است که بارها را به‌هم می‌پیوندد.
(د): q مثبت است و Δ در امتداد خط اتصال به‌بارها است.

مثال-۱۱۸: حلقه‌ای با بار یکنواخت Q و شعاع R در صفحه yz با مرکز آن در مبدا قرار می‌گیرد.
(الف): میدان در مبدا صفر است.
(ب): پتانسیل در مبدا $k\frac{Q}{R}$ است.
(ج): میدان در نقطه $(x, 0, 0)$ برابر $k\frac{Q}{x^2}$ است.
(د): میدان در نقطه $(x, 0, 0)$ برابر $k\frac{Q}{R^2+x^2}$ است.

مثال-۱۱۹: یک حلقه فلزی نازک با بار مثبت به‌شعاع R در صفحه xy ثابت و مرکز آن در مبدا O است. یک ذره با بار منفی P در نقطه $(0, 0, z_0)$، جایی که $z_0 > 0$ است، از حالت سکون آزاد می‌شود. حرکت P خواهد بود:
(الف): دوره تناوب، برای تمام مقادیر z_0 که $0 < z_0 < \infty$ را برآورده می‌کند.
(ب): هارمونیک ساده، برای همه مقادیر z_0 که $0 < z_0 < R$ را برآورده می‌کند.
(ج): هارمونیک تقریباً ساده، به‌شرط $z_0 << R$.
(د): به‌گونه‌ای که P از O عبور کند و به‌حرکت در امتداد محور منفی z به‌سمت $z = -\infty$ ادامه دهد.

مثال-۱۲۰: ذره A با جرم m و بار Q مستقیماً به‌سمت ذره ثابت B حرکت می‌کند که بار Q دارد. سرعت A زمانی که از B دور باشد v است. حداقل فاصله بین ذرات

متناسب است با :

(الف): Q^2 **(ب)**: $\frac{1}{v^2}$ **(ج)**: $\frac{1}{v}$ **(د)**: $\frac{1}{m}$

مثال-۱۲۱: فرض کنید V و E به‌ترتیب پتانسیل و میدان در یک نقطه باشند. کدام یک از اظهارات زیر صحیح است؟

(الف): اگر $V = 0$ باشد، E باید صفر باشد.

(ب): اگر $V \neq 0$ باشد، E نمی‌تواند صفر باشد.

(ج): اگر $E \neq 0$ باشد، V نمی‌تواند صفر باشد.

(د): هیچ کدام از اینها.

مثال-۱۲۲: در میدان الکتریکی یکنواخت،

(الف): همه نقاط در پتانسیل یکسانی هستند.

(ب): هیچ دو نقطه‌ای نمی‌توانند پتانسیل یکسانی داشته باشند.

(ج): زوج نقاطی که با فاصله یکسان از هم جدا شده‌اند باید اختلاف پتانسیل یکسانی داشته باشند.

(د): هیچ یک از موارد فوق.

مثال-۱۲۳: بارهای Q_1 و Q_2 به‌ترتیب در داخل و خارج یک سطح بسته S قرار دارند. فرض کنید E میدان در هر نقطه از S و ϕ شار E بر روی S باشد.

(الف): اگر Q_1 تغییر کند، E و ϕ هر دو تغییر خواهند کرد.

(ب): اگر Q_2 تغییر کند، E تغییر خواهد کرد اما ϕ تغییر نخواهد کرد.

(ج): اگر $Q_1 = 0$ و $Q_2 \neq 0$ باشد، $E \neq 0$ اما $\phi = 0$ است.

(د): اگر $Q_1 \neq 0$ و $Q_2 = 0$ باشد، $E = 0$ اما $\phi \neq 0$ است.

مثال-۱۲۴: بارهای Q_1 و Q_2 به‌ترتیب در داخل و خارج از یک پوسته رسانا بدون بار قرار می‌گیرند. فاصله آنها r است.

(الف): نیروی وارد بر Q_1 صفر است. **(ب)**: نیروی وارد بر Q_1 مساوی $k\frac{Q_1Q_2}{r^2}$ است.

(ج): نیروی وارد بر Q_2 $k\frac{Q_1Q_2}{r^2}$ است. **(د)**: نیروی وارد بر Q_2 صفر است.

مثال-۱۲۵: یک هادی کروی A در داخل یک هادی کروی توخالی B قرار دارد. بارهای Q_1 و Q_2 به‌ترتیب به A و B داده می‌شوند.

(الف): با Q_1 در سطح خارجی A ظاهر می‌شود.

(ب): بار $-Q_1$ در سطح داخلی B ظاهر می‌شود.
(ج): بار Q_2 در سطح بیرونی B ظاهر می‌شود.
(د): بار $Q_1 + Q_2$ در سطح بیرونی B ظاهر می‌شود.

مثال-۱۲۶: سه پوسته فلزی A، B و C داخل یکدیگر هستند. پوسته A داخلی‌ترین و پوسته C بیرونی‌ترین است. به A مقداری بار داده می‌شود.
(الف): سطوح داخلی B و C دارای بار یکسانی خواهند بود.
(ب): سطوح داخلیB و C چگالی بار یکسانی خواهند داشت.
(ج): سطوح بیرونی A، B و C دارای بار یکسانی خواهند بود.
(د): سطوح بیرونی A، B و C چگالی بار یکسانی خواهند داشت.

مثال-۱۲۷: دو صفحه رسانای بزرگ، یکسان و موازی دارای سطوح X و Y هستند که روبروی یکدیگر قرار دارند. شارژ در واحد سطح در X σ_1 و در Y σ_2 است.
(الف): $\sigma_1 = -\sigma_2$ در همه موارد.
(ب): $\sigma_1 = -\sigma_2$ فقط در صورتی که شارژ فقط به‌یک صفحه داده شود.
(ج): $\sigma_1 = -\sigma_2 = 0$ اگر بارهای مساوی به‌هر دو صفحه داده شود.
(د): $\sigma_1 > \sigma_2$ اگر به X بیشتر از Y داده شود.

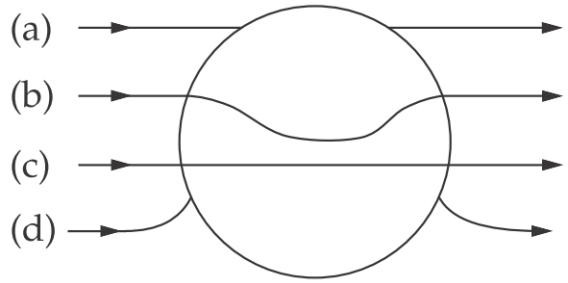
مثال-۱۲۸: نقطه P در سطح هم پتانسیل S قرار دارد. میدان در P برابر E است.
(الف): میدان E باید در همه موارد عمود بر S باشد.
(ب): میدان E فقط در صورتی عمود بر S خواهد بود که S یک سطح صاف باشد.
(ج): میدان E نمی‌تواند مولفه مماس بر S داشته باشد.
(د): اگر S یک سطح منحنی باشد، E ممکن است دارای یک مولفه غیر صفر در امتداد مماس بر S باشد.

مثال-۱۲۹: سطوح S_1 و S_2 دو سطح هم پتانسیل هستند که پتانسیل های آنها برابر نیست.
(الف): سطوح S_1 و S_2 نمی‌توانند قطع شوند.
(ب): سطوح S_1 و S_2 هر دو نمی‌توانند سطوح مسطح باشند.
(ج): در ناحیه بین S_1 و S_2، میدان حداکثر جایی است که آنها به‌یکدیگر نزدیکتر هستند. **(د):** یک خط نیرو از S_1 تا S_2 باید بر هر دو عمود باشد.

مثال-۱۳۰: در یک میدان الکتریکی یکنواخت، سطوح هم پتانسیل باید

(الف): سطوح صاف باشد.
(ب): نسبت به‌جهت میدان نرمال (عمود) باشد.
(ج): به‌گونه‌ای قرار گیرد که سطوح دارای اختلاف پتانسیل مساوی با فواصل مساوی از هم جدا شوند.
(د): پتانسیل‌های کاهشی در جهت میدان داشته باشد

مثال-۱۳۱: یک کره فلزی جامد در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار می‌گیرد. کدام یک از منحنی‌های در شکل زیر، خطوط نیرو را به‌درستی نشان می‌دهد؟



مثال-۱۳۲: میدان در فاصله r از یک رشته بار طولانی به‌چگالی λ در واحد طول برابر است با:
(الف): $k\frac{\lambda}{r^2}$ **(ب)**: $k\frac{\lambda}{r}$ **(ج)**: $k\frac{\lambda}{2r}$ **(د)**: $k\frac{2\lambda}{r}$

مثال-۱۳۳: دو نقطه در فواصل a و b $(a < b)$ از یک رشته بار طولانی به‌چگالی λ در واحد طول قرار دارند. اختلاف پتانسیل بین این نقاط متناسب است با:
(الف): b/a **(ب)**: b^2/a^2 **(ج)**: $\sqrt{b/a}$ **(د)**: $\ln(b/a)$

مثال-۱۳۴: یک ذره باردار با سرعت v در یک مسیر دایره‌ای به‌شعاع r در اطراف یک هادی با بار یکنواخت طولانی حرکت می‌کند.
(الف): $v \propto r$ **(ب)**: $v \propto \frac{1}{r}$ **(ج)**: $v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ **(د)**: v مستقل از r است.

مثال-۱۳۵: در سوال قبل، اگر بار هادی λ در واحد طول و ذره دارای جرم m و بار q باشد؛
(الف): $v \propto \sqrt{q}$ **(ب)**: $v \propto \sqrt{\lambda}$ **(ج)**: $v \propto \sqrt{m}$ **(د)**: $v \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$

مثال-۱۳۶: یک آونگ ساده به‌طول l دارای یک وزنه به‌جرم m است که بار q روی آن قرار دارد. یک صفحه باردار عمودی، با چگالی بار σ در واحد سطح، از نقطه تعلیق

آونگ عبور می‌کند. در حالت تعادل، رشته با عمود زاویه θ ایجاد می‌کند. زمان تناوب نوسان آن T در این موقعیت است.

(الف): $\tan\theta = \frac{\sigma q}{2\epsilon_0 mg}$ **(ب)**: $\tan\theta = \frac{\sigma q}{\epsilon_0 mg}$ **(ج)**: $T < 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

(د): $T > 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

مثال-۱۳۷: گشتاور دوقطبی $\mathbf{p}$ در میدان الکتریکی یکنواخت $\mathbf{E}$ قرار می‌گیرد. نیروی وارد بر دوقطبی $\mathbf{F}$ و گشتاور $\boldsymbol{\tau}$ است.

(الف): $\mathbf{F} = 0$ **(ب)**: $\mathbf{F} = |\mathbf{p}|\mathbf{E}$ **(ج)**: $|\boldsymbol{\tau}| = \mathbf{p}\cdot\mathbf{E}$ **(د)**: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}\times\mathbf{E}$

مثال-۱۳۸: یک دوقطبی در یک میدان الکتریکی قرار می‌گیرد که جهت آن ثابت است اما مقدار آن با فاصله تغییر می‌کند. ممکن است که دوقطبی تجربه کند:

(الف): بدون نیروی خالص و بدون گشتاور.

(ب): نیروی خالص اما بدون گشتاور.

(ج): نیروی خالص و گشتاور.

(د): بدون نیروی خالص اما با یک گشتاور.

مثال-۱۳۹: دو صفحه رسانای موازی بزرگ در نزدیکی یکدیگر قرار گرفته‌اند. سطوح داخلی دو صفحه دارای چگالی بار سطحی $+\sigma$ و $-\sigma$ و سطوح بیرونی بدون بار هستند. میدان الکتریکی دارای

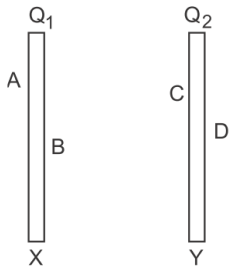
(الف): مقدار $2\sigma/\epsilon_0$ در ناحیه بین صفحات است.

(ب): مقدار σ/ϵ_0 در ناحیه بین صفحات است.

(ج): مقدار σ/ϵ_0 در ناحیه خارج از صفحات است.

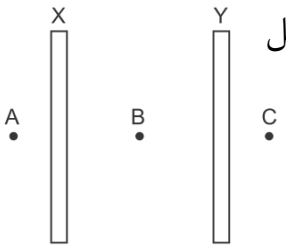
(د): مقدار صفر در ناحیه خارج از صفحات است.

مثال-۱۴۰: دو صفحه رسانای بزرگ موازی X و Y که نزدیک به‌یکدیگر قرار دارند، دارای بارهای Q_1 و $Q_2(Q_1 > Q_2)$ هستند. چهار سطح صفحات A، B، C و D در شکل مقابل نشان داده شده است.



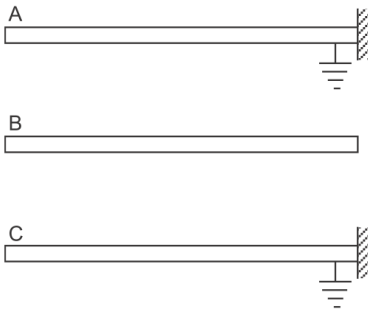
(الف): بار روی A برابر $\frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)$ است.
(ب): بار روی B برابر $\frac{1}{2}(Q_1 - Q_2)$ است.
(ج): بار روی C برابر $\frac{1}{2}(Q_2 - Q_1)$ است.
(د): بار روی D برابر $\frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)$ است.

مثال-۱۴۱: صفحات رسانای موازی بزرگ X و Y و نزدیک به‌هم داده شده‌اند. هر وجه دارای سطح A است. به X بار Q داده می‌شود اما Y بدون بار است. نقاط A، B و C مطابق شکل مقابل هستند.

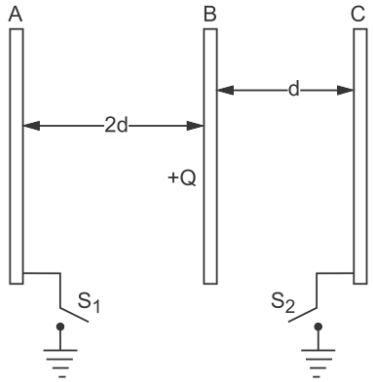


(الف): میدان در B برابر $\frac{Q}{2\epsilon_0 A}$ است.
(ب): میدان در B برابر $\frac{Q}{\epsilon_0 A}$ است.
(ج): میدان‌ها در A، B و C دارای مقدار مساوی هستند.
(د): میدان‌ها در A و C دارای مقدار مساوی اما در جهت مخالف هستند.

مثال-۱۴۲: صفحات A، B و C سه صفحه رسانای موازی بزرگ هستند که به‌صورت افقی قرار گرفته‌اند. A و C به‌طور صُلب ثابت و زمین شده‌اند. به B مقداری بار داده می‌شود. تحت نیروهای الکترواستاتیک و گرانشی، B ممکن است باشد.



(الف): در میانه راه بین A و C تعادل دارد.
(ب): در حالت تعادل اگر به A نزدیکتر باشد تا C.
(ج): در حالت تعادل اگر به C نزدیکتر از A باشد.
(د): B هرگز نمی‌تواند در تعادل پایدار باشد



مثال-۱۴۳: سه صفحه رسانای موازی یکسان A، B و C مطابق شکل قرار داده شده‌اند. سوئیچ‌های S_1 و S_2 باز هستند و در صورت بسته می‌توانند A و C را به‌زمین متصل کنند. بار Q به B داده می‌شود.

(الف): اگر S_1 باز و S_2 بسته شود، مقدار Q از طریق S_1 عبور می‌کند.

(ب): اگر S_2 باز و S_1 بسته شود، مقدار Q از طریق S_2 عبور می‌کند.

(ج): اگر S_1 و S_2 با هم بسته شوند، مقدار بار $Q/3$ از S_1 و مقدار بار$2Q/3$ از S_2 عبور می‌کند.

(د): تمام عبارات فوق نادرست است.

مثال-۱۴۴: یک خازن صفحه موازی توسط یک باتری شارژ و سپس از آن جدا می‌شود. اکنون فاصله بین صفحات افزایش یافته است.

(الف): نیروی جاذبه بین صفحات کاهش می‌یابد.

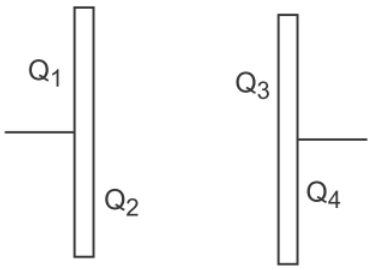
(ب): میدان در ناحیه بین صفحات تغییر نخواهد کرد.

(ج): انرژی ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد.

(د): اختلاف پتانسیل بین صفحات کاهش می‌یابد.

مثال-۱۴۵: وقتی باری به‌مقدار Q به‌یک صفحه فلزی ایزوله X به‌سطح A داده می‌شود، چگالی بار سطحی آن σ_1 می‌شود. هنگامی که یک صفحه یکسان ایزوله Y به X نزدیک می‌شود، چگالی بار سطحی روی X برابر σ_2 می‌شود. وقتی Y زمین شود، چگالی بار سطحی σ_3 می‌شود:

(الف): $\sigma_1 = \frac{Q}{A}$ **(ب):** $\sigma_1 = \frac{Q}{2A}$ **(ج):** $\sigma_1 = \sigma_2$ **(د):** $\sigma_3 = \frac{Q}{A}$

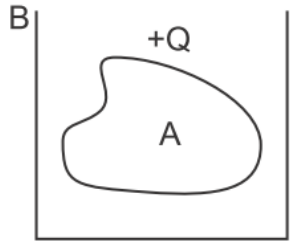


مثال-۱۴۶: در یک خازن صفحه موازی ایزوله با ظرفیت C، چهار سطح دارای بارهای Q_1، Q_2، Q_3 و Q_4 (شکل مقابل) هستند. اختلاف پتانسیل بین صفحات برابر است با:

(الف): $\frac{Q_1+Q_2}{C}$ **(ب):** $\left|\frac{Q_2}{C}\right|$ **(ج):** $\left|\frac{Q_3}{C}\right|$

(د): $\frac{1}{C}[(Q_1+Q_2)-(Q_3-Q_4)]$

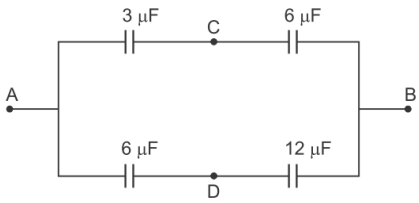
مثال-۱۴۷: به‌هادی A به‌مقدار بار $+Q$ داده می‌شود و سپس در داخل قوطی فلزی عمیق B قرار می‌گیرد، بدون اینکه آن را لمس کند.



(الف): پتانسیل A با قرار گرفتن در داخل B تغییر نمی‌کند.
(ب): اگر B زمین باشد، مقدار $+Q$ بار از آن به‌زمین جاری می‌شود.
(ج): اگر B زمین باشد، پتانسیل A کاهش می‌یابد.
(د): هر دو **(ب)** یا **(ج)** درست هستند، یا هر دو تنها در صورتی صادق هستند که سطح بیرونی B به‌زمین متصل باشد نه سطح داخلی آن.

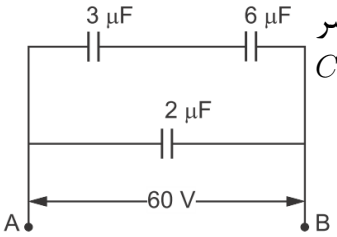
مثال-۱۴۸: یک کره رسانا با شعاع R، حامل بار Q، درون یک پوسته رسانا بدون بار به‌شعاع $2R$ قرار دارد. اگر توسط یک سیم فلزی به‌هم وصل شوند،
(الف): مقدار بار $Q/3$ از کره به‌پوسته جریان می‌یابد.
(ب): مقدار بار $2Q/3$ از کره به‌پوسته جریان می‌یابد.
(ج): مقدار بار Q از کره به‌پوسته جریان می‌یابد.
(د): مقدار گرمای $k\frac{Q^2}{4R}$ تولید خواهد شد.

مثال-۱۴۹: در مدار شکل مقابل، مقداری اختلاف پتانسیل بین A و B اعمال می‌شود. اگر C به D متصل شود،



(الف): هیچ باری بین C و D جریان نخواهد داشت.
(ب): مقداری بار بین C و D جریان خواهد داشت.
(ج): ظرفیت معادل بین C و D تغییر نخواهد کرد.
(د): ظرفیت معادل بین C و D تغییر خواهد کرد

مثال-۱۵۰: در مدار شکل مقابل، اختلاف پتانسیل در دوسر خازن $3\mu F$ برابر V و ظرفیت معادل بین A و B برابر C_{AB} است.



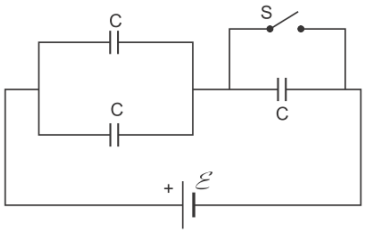
(الف): $C_{AB} = 4\mu F$ **(ب)**: $C_{AB} = \frac{18}{11}\mu F$
(ج): $V = 20\ volt$ **(د)**: $V = 40\ volt$

مثال-۱۵۱: به دو صفحه X و Y یک خازن صفحه موازی با ظرفیت C به‌مقدار Q شارژ داده می‌شود. اکنون X به‌پایانه مثبت و Y به‌پایانه منفی یک باتری به‌نیروی محرکه $E = Q/C$ متصل شده است.
(الف): بار مقدار Q از پایانه مثبت به‌پایانه منفی باتری از طریق خازن جریان می‌یابد.
(ب): کل بار در صفحه X برابر $2Q$ خواهد بود.
(ج): کل بار در صفحه Y صفر خواهد بود.
(د): مقدار انرژی CE^2 توسط باتری تامین خواهد شد.

مثال-۱۵۲: جداسازی بین صفحات یک خازن صفحه موازی در حالی که به‌یک باتری متصل می‌ماند دو برابر می‌شود:
(الف): باتری مقداری انرژی جذب کند.
(ب): میدان الکتریکی در ناحیه بین صفحات نصف شود.
(ج): بار خازن نصف شود.
(د): باید توسط یک عامل خارجی کار روی صفحات انجام شود.

مثال-۱۵۳: یک خازن صفحه موازی توسط یک باتری شارژ و سپس از باتری جدا می‌شود. اکنون فاصله بین صفحات دو برابر شده است.
(الف): اختلاف پتانسیل بین صفحات دو برابر خواهد شد.
(ب): میدان بین صفحات تغییر نخواهد کرد.
(ج): انرژی خازن دو برابر می‌شود.
(د): باید توسط یک عامل خارجی کار روی صفحات انجام شود.

مثال-۱۵۴: در مدار شکل مقابل، هر خازن دارای یک ظرفیت C و نیروی محرکه باتری E است. اگر کلید S بسته شود،



(الف): مقداری بار از پایانه مثبت باتری خارج می‌شود
(ب): مقداری بار وارد پایانه مثبت باتری می‌شود
(ج): مقدار باری که در باتری جریان دارد CE خواهد بود.
(د): مقدار باری که در باتری جریان می‌یابد $\frac{4}{3}CE$ خواهد بود.

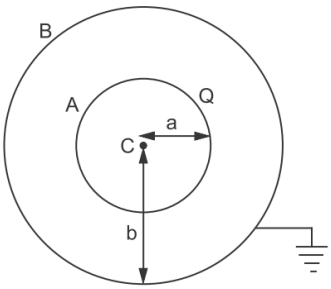
مثال-۱۵۵: در یک خازن صفحه موازی با سطح صفحه A، فاصله صفحات d و بار Q مفروض است. نیروی جاذبه بین صفحات F متناسب است با:
(الف): $F \propto Q^2$ **(ب)**: $F \propto \frac{1}{A}$ **(ج)**: $F \propto d$ **(د)**: $F \propto \frac{1}{d}$

مثال-۱۵۶: ظرفیت خازن صفحه موازی C_0 وقتی است که ناحیه بین صفحات دارای هوا باشد. این ناحیه اکنون با یک صفحه دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک K پرمی‌شود. خازن به‌باتری به‌نیروی محرک E متصل و تیغه دی‌الکتریک خارج می‌شود.
(الف): بار $EC_0(K-1)$ از طریق باتری جریان می‌یابد.
(ب): انرژی $E^2C_0(K-1)$ توسط باتری جذب می‌شود.

(ج): انرژی ذخیره شده در خازن با $E^2C_0(K-1)$ کاهش می‌یابد.
(د): عامل خارجی بایدمقدار کار $\frac{1}{2}E^2C_0(K-1)$ را برای بیرون آوردن تیغه دی‌الکتریک انجام دهد.

مثال-۱۵۷: یک خازن صفحه موازی با دی‌الکتریک هوا با ظرفیت C_0 به‌یک باتری به‌نیروی محرکه E متصل و سپس از آن جدا می‌شود. اکنون یک صفحه دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک K، که فقط می‌تواند شکاف هوای خازن را پر کند، در آن قرار داده می‌شود.
(الف): اختلاف پتانسیل بین صفحات K بار کاهش می‌یابد.
(ب): انرژی ذخیره شده در خازن K بار کاهش می‌یابد.
(ج): تغییر انرژی $\frac{1}{2}C_0E^2(K-1)$ است.
(د): تغییر انرژی $\frac{1}{2}C_0E^2(1-\frac{1}{K})$ است.

مثال-۱۵۸: یک کره رسانا A به‌شعاع a با بار Q به‌صورت متحدالمرکز در داخل یک پوسته رسانا B به‌شعاع b قرار می‌گیرد. B زمین شده است. C مرکز مشترک A و B است.



(الف): میدان در فاصله r از C، که در آن $a \le r \le b$، برابر $k\frac{Q}{r^2}$ است.
(ب): پتانسیل در فاصله r از C، که در آن $a \le r \le b$ برابر $k\frac{Q}{r}$ است.
(ج): اختلاف پتانسیل بین A و B $kQ\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$ است.
(د): پتانسیل در فاصله r از C، که در آن $a \le r \le b$ برابر $kQ\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{b}\right)$ است.

راهنمائی و حل برخی سوال‌های چهار جوابی

(جواب ۵۹:) (ب)
(جواب ۶۰:) (ج)
حداقل مقدار ممکن بار e است. اینجا، برای

$$q = -\frac{Q}{4} = -e \quad \Longrightarrow \quad Q = 4e$$

(جواب ۶۱:) (ب)
نیروی جاذبه برابر $G\frac{m^2}{d^2}$ (d فاصله است) و نیروی دافعه الکترواستاتیکی برابر $k\frac{Q^2}{d^2}$ است.

برای تعادل $Gm^2 = kQ^2$ یا

$$\frac{Q}{m} = \sqrt{\frac{G}{k}} = \left[\frac{6.6 \times 10^{-11}}{9 \times 10^9}\right]^{1/2} \sim 10^{-10}$$

(جواب ۶۲:) (ج)

از آنجایی که شرایط تعادل مستقل از فاصله d است، هرگونه جابجایی ذرات باعث تغییر در تعادل نمی‌شود.

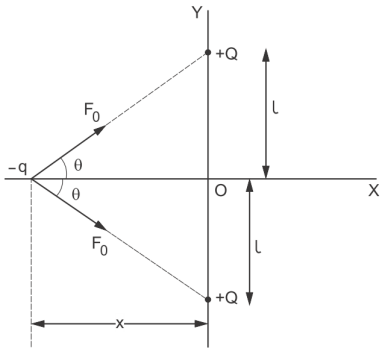
(جواب ۶۳:) (د)

(جواب ۶۴:) (الف)

نیروی جذب برابر $F = k\frac{q(Q-q)}{d^2}$. برای این که F بیشینه شود،

$$\frac{dF}{dq} = 0 \quad \Longrightarrow \quad (Q-2q)\frac{k}{d^2} = 0$$

یا $q = \frac{Q}{2}$



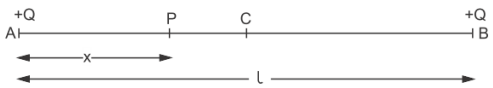
(جواب ۶۵:) (ب)

وقتی ذره در سمت چپ مبدا O (شکل زیر) باشد، نیروی خالص F وارد بر آن به‌سمت O است و از این رو باعث شتاب a می‌شود.

$$F = 2F_0\cos\theta = 2k\frac{qQ}{(x^2+l^2)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+l^2}} = 2kQq\frac{x}{(x^2+l^2)^{3/2}}$$

برای مقادیر بزرگ x و هم‌چنین $x = 0$ نیروی F صفر است. بنابراین باید به‌حداکثر افزایش یابد و در O به صفر برسد. شتاب $a = F/m$ باید ماهیت یکسانی داشته باشد. در سمت راست O، نیروی خالص به‌سمت چپ است در حالی که حرکت به‌سمت راست است. بنابراین، جهت a مخالف جهت حرکت ذره است و منفی در نظر گرفته می‌شود. تغییر a با x از همین الگو پیروی خواهد کرد.

(جواب ۶۶:) (د)



نقطه C وسط AB است. میدان به‌سمت راست (مثبت) در ناحیه بین A و C، صفر در C، و به‌سمت چپ (منفی) بین C و B هدایت می‌شود. مقدار E به‌شدت برای $x \sim 0$

و $x \sim l$ افزایش می‌یابد.

(جواب ۶۷:) (ج)

نیروهای الکترواستاتیکی برابر روی هر دو آنها وارد می‌شوند. وزن‌ها هم همینطور. از اینرو، آنها نمودارهای جسم آزاد یکسانی دارند.

(جواب ۶۸:) (د)

نیروی الکترواستاتیک روی Q همیشه عمود بر جابجایی آن است.

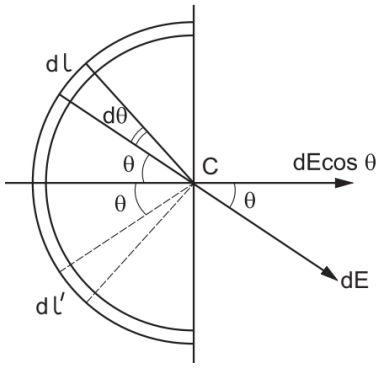
(جواب ۶۹:) (الف)

اگر بارها در تمام گوشه‌ها قرار داده شده باشد، میدان در مرکز صفر خواهد بود. بنابراین، میدان در مرکز به‌دلیل هر بار برابر (و مخالف) میدان سایر $(n-1)$ بارها است.

(جواب ۷۰:) (د)

کل بار نیم حلقه $\pi R\lambda$ است. از آنجایی که تمام نقاط حلقه در فاصله R از مرکز قرار دارند، پتانسیل در مرکز برابر است با: $V = k \cdot \frac{\pi R\lambda}{R} = k\pi\lambda$

(جواب ۷۱:) (ج)



میدانیم $dl = Rd\theta$ و بار روی آن برابر $\lambda Rd\theta$ است، لذا میدان در نقطه C ناشی از dl برابر است با

$$dE = k\frac{\lambda Rd\theta}{R^2}$$

باید فقط مؤلفه $dE\cos\theta$ را در نظر بگیریم، زیرا مؤلفه $dE\sin\theta$ به‌دلیل میدان در C ناشی از عنصر متقارن dl' حذف می‌شود.

میدان کل در نقطه C برابر است با

$$E = 2\int_0^{\pi/2} dE\cos\theta = 2\frac{k\lambda}{R}\int_0^{\pi/2}\cos\theta d\theta = 2k\frac{\lambda}{R}$$

(جواب ۷۲:) (د)

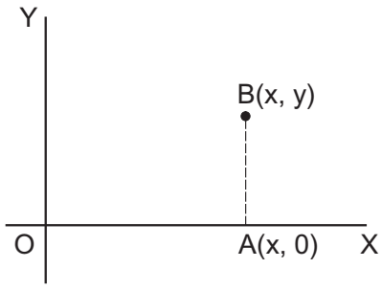
نیرو $F = k\frac{2Q^2}{d^2}$ که در آن d فاصله است. از آنجائی که بار تقسیم شده است، بار هر توپ برابر $\frac{1}{2}(2Q - Q) = \frac{Q}{2}$ است. اکنون نیرو خواهد شد

$$F' = k\frac{(Q/2)^2}{d^2} = \frac{1}{4}k\frac{Q^2}{d^2} = \frac{F}{8}$$

(جواب ۷۳:) (الف)

نیرو برابر $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$. بنابراین کار خواهد بود: $W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{r} = Q(\mathbf{E}\cdot\mathbf{r})$

(جواب ۷۴:) (الف)



$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

اگر y ثابت باشد،

$$\int_{V_0}^{V_A} dV = -\int_0^x E_x dx$$

یا $V_A - V_0 = -E_x x$. وقتی x ثابت باشد،

$$\int_{V_A}^{V_B} dV = -\int_0^y E_y dy$$

یا $V_B - V_A = -E_y dy$. با جمع $V_B - V_0 = -xE_x - yE_y$

یا $V_B = V_0 - xE_x - yE_y$.

(جواب ۷۵:) (ب)

کار انجام شده مستقل از مسیر دنبال شده است و برابر با $q(\mathbf{E}\cdot\mathbf{r})$ است که $\mathbf{r}$ برابر جابجایی از P به S است. در اینجا $\mathbf{r} = -a\hat{\mathbf{i}} - b\hat{\mathbf{j}}$ در حالی که $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{i}}$؛

$$W = -(qE\hat{\mathbf{i}})\cdot(a\hat{\mathbf{i}} + b\hat{\mathbf{j}}) = -qaE$$

(جواب ۷۶:) (الف)

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -8x, \quad E_y = E_z = 0$$

زیرا V مستقل از y و z است. برای $x = 1$ خواهیم داشت: $\mathbf{E} = -8\hat{\mathbf{i}}$

(جواب ۷۷:) (الف)

انتگرال خطی، کار انجام شده را برای حرکت بار مثبت واحد، که نیرو بر آن $\mathbf{E}$ است، از ∞ به مرکز حلقه می‌دهد. با در نظر گرفتن پتانسیل در ∞ مساوی صفر، این برابر با پتانسیل در مرکز است. مقدار آن برابر است با:

$$V = k\frac{Q}{R} = 9\times 10^9 \times \frac{1.11\times 10^{-10}}{0.2} = 2\ volt$$

(جواب ۷۸:) (د)

$$\begin{aligned} V &= k\left[\frac{q}{x_0} - \frac{q}{2x_0} + \frac{q}{3x_0} - \frac{q}{4x_0}\cdots\right] \\ &= k\frac{q}{x_0}\left[1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots\right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{x_0}\ln 2. \end{aligned}$$

(جواب ۷۹:) (ج)

$$V = k\frac{Q}{2R^3}(3R^2 - r^2)$$

(جواب ۸۰:) **(ج)**

با استفاده از جواب مسئله قبلی، برای $r = 0$ پتانسیل در مرکز برابر است با:

$$V_c = k\frac{3Q}{2R}$$

به‌یک نقطه نیاز داریم که در آن $V = \frac{V_c}{2} = k\frac{3Q}{4R}$

این نقطه نمی‌تواند در داخل کره قرار گیرد که در آن $V \geq k\frac{Q}{R}$

بگذارید نقطه خارج از کره و در فاصله r از مرکز قرار گیرد. در این صورت،

$$V = k\frac{Q}{r} = k\frac{3Q}{4R} \quad \text{یا} \quad r = \frac{4}{3}R$$

فاصله از سطح برابر است با: $r - R = \frac{R}{3}$.

(جواب ۸۱:) **(د)**

پتانسیل در بینهایت برابر صفر است.

پتانسیل در روی سطح کره برابر با $V_s = k\frac{Q}{R}$ است.

پتانسیل در مرکز کره برابر با $V_c = \frac{3}{2}k\frac{Q}{R}$ است. فرض کنید m و $-q$ به‌ترتیب جرم و بار ذره و v_0 سرعت ذره در مرکز کره باشد.

$$\frac{1}{2}mv^2 = -q[V_\infty - Vs] = qk\frac{Q}{R}$$

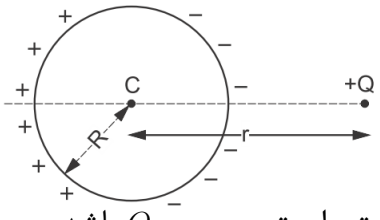
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = -q[V_\infty - Vc] = q\frac{3}{2}k\frac{Q}{R}$$

با تقسیم این دو رابطه

$$\frac{v_0^2}{v^2} = 1.5, \qquad v_0 = \sqrt{1.5}\, v$$

(جواب ۸۲:) **(د)** **(جواب ۸۳:)** **(الف)**

(جواب ۸۴:) **(ج)**



در شکل مقابل، مجموع میدان در C باید صفر باشد.

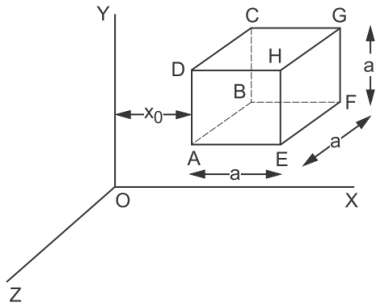
میدان در C به دلیل بار نقطه‌ای برابر $E = k\frac{Q}{r^2}$ به‌سمت چپ است.

میدان در C به‌دلیل بارهای القایی باید kQ/r^2 به‌سمت راست و بسوی Q باشد.

(جواب ۸۵:) **(ج)**

میدان داخل هادی صفر است. از اینرو، بار نقطه‌ای هیچ نیرویی را تجربه نمی‌کند.

(جواب ۸۶:) (ب)



میدان در سطح $ABCD$ برابر با $E_0x\hat{\mathbf{i}}$ است.
شار روی سطح $ABCD$ برابر با $-(E_0x_0)a^2$ است. علامت منفی ناشی از جهت میدان بدرون مکعب است.
میدان در سطح $EFGH$ برابر با $E_0(x_0+a)\hat{\mathbf{i}}$ است.
شار روی سطح $EFGH$ برابر با $E_0(x_0+a)a^2\hat{\mathbf{i}}$ است
شار روی چهار وجه دیگر صفر است زیرا میدان با سطوح موازی است.
شار کل روی مکعب برابر $E_0a^3 = \frac{1}{\epsilon_0}q$ است که در آن q بار درون مکعب $q = \epsilon_0 E_0 a^3$ میباشد.

(جواب ۸۷:) (ج)

(جواب ۸۸:) (د)

حداکثر طول رشته‌ای که می‌تواند در مکعب قرار گیرد $\sqrt{3}a$ برابر با قطر بدنه آن است.
بار کل داخل مکعب $\sqrt{3}a\lambda$ است و بنابراین کل شار درون مکعب $\sqrt{3}a\lambda/\epsilon_0$ است.

(جواب ۸۹:) (ج)

روش اول

هنگامی که این دو توسط یک سیم فلزی به هم متصل می شوند، تبدیل به یک هادی واحد می شوند. از آنجایی که بار فقط در سطح بیرونی یک هادی وجود دارد، کل بار □ باید به کره بیرونی جریان یابد.

روش دوم

هنگامی که بار مقدار q از A به B منتقل می‌شود، بار A برابر است با $(Q-q)$.
پتانسیل‌های A و B هستند:

$$V_A = k\frac{Q-q}{r} + k\frac{q}{R}$$

$$V_B = k\frac{Q-q}{R} + k\frac{q}{R}$$

$$V_A - V_B = k(Q-q)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) > 0$$

بازاء تمام مقادیر q : $V_A > V_B$. اکنون بار از A به B تا $q = Q$ حرکت می‌کند.

(جواب ۹۰:) (ب)

(جوب ۹۱:) (ج)

یک بار مثبت که آزادانه حرکت می‌کند همیشه از پتانسیل بالاتر به‌پایین‌تر حرکت می‌کند.

(جواب ۹۲:) (الف)

فرض کنید بار در واحد سطح روی سطح زمین σ باشد. در این صورت میدان در نزدیکی سطح زمین برابر $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ خواهد بود. نیروی رو به‌بالا روی یک پروتون برابر $eE = \frac{e\sigma}{\epsilon_0}$ است. نیروی رو به پائین برابر mg میباشد. بنابراین برای تعادل

$$mg = \frac{e\sigma}{\epsilon_0} \qquad \sigma = \frac{\epsilon_0 mg}{e}$$

$$\sigma = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 1.69 \times 10^{-27} \times 10}{1.6 \times 10^{-19}}\ C/m^2 \sim 10^{-18}\ C/m^2$$

(جواب ۹۳:) (ب)

ورق فلزی یک میدان الکتریکی یکنواخت به‌سمت بالا ایجاد می‌کند و باعث ایجاد یک نیروی رو به پایین ثابت بر روی جسم در همه موقعیت‌ها می‌شود. این مقدار موثر g را افزایش و T را کاهش می‌دهد.

(جواب ۹۴:) (الف)

همانند سوال قبل، مقدار موثر g تغییر خواهد کرد. با این حال، زمان تناوب یک سیستم فنری بلوک به g بستگی ندارد.

(جواب ۹۵:) (الف)

همانطور که در پرسش شماره 93، نیروی وارد بر الکترون $e\sigma/\epsilon_0$ و شتاب آن به‌سمت ورق فلز $e\sigma/m\epsilon_0$ است. الکترون به‌صورت پرتابه‌ای با مقدار موثر $g = e\sigma/m\epsilon_0$ حرکت می‌کند. در این صورت حداکثر دامنه آن خواهد شد:

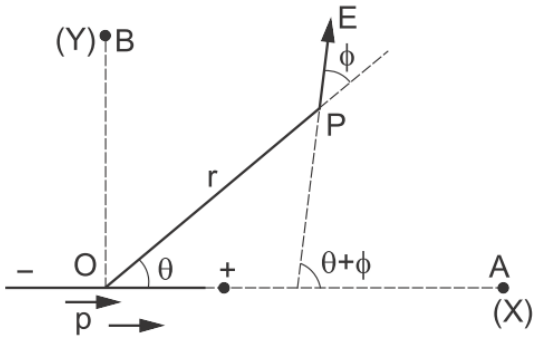
$$\frac{u^2}{e\sigma/m\epsilon_0} = \frac{u^2 m\epsilon_0}{e\sigma}$$

(جواب ۹۶:) (ج)

(جواب ۹۷:) (ج)

(جواب ۹۸:) (ب)

برای هر سه سوال (**۹۶، ۹۷، ۹۸**)



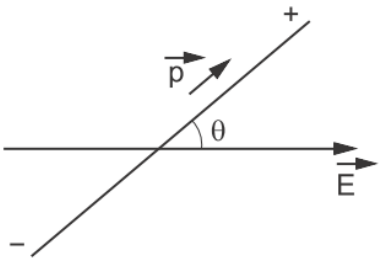
$$E_p = k\frac{2p}{r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$$

$$V_p = k\frac{p}{r^2}\cos\theta$$

برای A، $\theta = 0$، برای B، $\theta = 90^o$ و $r = OA = OB$، $\tan\phi = \frac{1}{2}\tan\theta$.

در سوال شماره 98، $\theta + \phi = 90^o$، یا

$$\tan(90-\theta) = \frac{1}{2}\tan\theta \quad \text{یا} \quad 2\cot\theta = \tan\theta \quad \text{یا} \quad \tan\theta = \sqrt{2}$$



(جواب ۹۹:) (ج)

$\tau = pE\sin\theta$، در این صورت کار خواهد بود

$$W = \int \tau d\theta = \int_0^\theta pE\sin\theta = pE(1-\cos\theta)$$

(جواب ۱۰۰:) (ب)

$$C = 4\pi\epsilon_0 R = \frac{6.4\times10^6}{9\times10^9}\ F \sim 10^{-3}\ F$$

(جواب ۱۰۱:) (ج)

پتانسیل دو کره برابر $\pm\frac{e}{C}$ ؛ اختلاف پتانسیل برابر است با

$$\frac{2e}{C} = \frac{2e}{4\pi\epsilon_0 r} = 9\times10^9\frac{2\times1.6\times10^{-19}}{9\times10^{-5}}V = 32\mu V$$

(جواب ۱۰۲:) (د)

ظرفیت‌ها عبارتند از

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 R, \quad \text{و} \quad C_2 = 4\pi\epsilon_0(2R) = 2C_1$$

پتانسیل مشترک $V = \frac{Q}{C_1-C_2}$ و بار جاری برابر بار روی C_2

$$Q' = C_2V = Q\frac{C_2}{C_1+C_2} = Q\frac{2C_1}{C_1+2C_1} = \frac{2}{3}Q$$

(جواب ۱۰۳:) (ج)

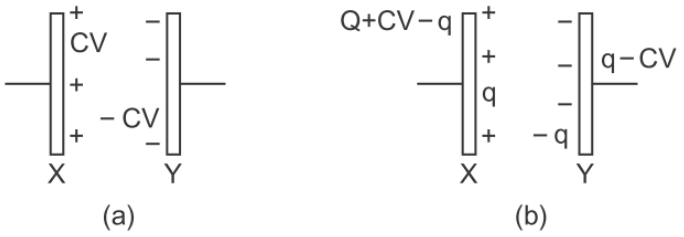
سطوح رسانای صفحه روبروی هم باید دارای چگالی بار مساوی و مخالف باشند. در اینجا، چون مساحت صفحه برابر است، $Q_2 = -Q_3$. بار روی خازن به معنای بار روی سطح داخلی صفحه مثبت-در این مورد Q_2 است. اختلاف پتانسیل بین صفحات برابر است با بار روی خازن تقسیم بر ظرفیت خازن.

$$\text{اختلاف پتانسیل} = \frac{Q_2}{C} = \frac{2C_2}{2C} = \frac{Q_2-(-Q_2)}{2C} = \frac{Q_2-Q_3}{2C}$$

(جواب ۱۰۴:) (ج)

در شکل زیر، X و Y را صفحات مثبت و منفی فرض می‌کنیم. همانطور که در شکل

(a) نشان داده شده، پس از شارژ از باتری، وجه‌های داخلی X و Y دارای بارهای $\pm CV$ هستند. سطوح بیرونی شارژ ندارند.



هنگامی که بار Q به X داده می‌شود، اجازه دهید وجه‌های داخلی X و Y دارای بارهای $\pm q$ باشند (به‌سوال شماره 103 مراجعه کنید). سپس، طبق اصل بقای بار، وجوه بیرونی دارای بارهای $(Q + CV - q)$ برای X و $(q - CV)$ برای Y هستند، همانطور که در (b) نشان داده شده است. حال، وجوه بیرونی باید بارهای مساوی داشته باشند.

$$Q + CV - 1 = q - CV \quad \text{یا} \quad 2q = 2CV + Q \quad \text{یا} \quad q = CV + \frac{Q}{2}$$

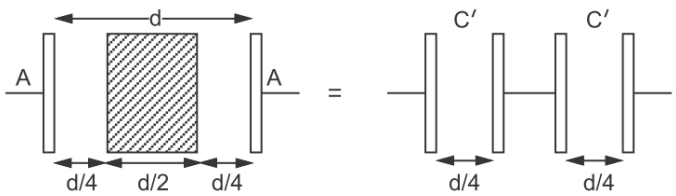
$$\text{اختلاف پتانسیل} = \frac{q}{C} = V + \frac{Q}{2C}$$

(جواب ۱۰۵:) **(الف)**

هنگامی که یک خازن به‌طور کامل شارژ می‌شود، جریانی نمی‌کشد. وقتی هیچ جریانی در مدار جریان نداشته باشد،

اختلاف پتانسیل در دوسر باتری = نیروی محرکه باتری = اختلاف پتانسیل در دوسر خازن.

(جواب ۱۰۶:) **(ب)**



روش اول

قبل از اینکه ورق فلزی وارد شود : $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$.

پس از وارد کردن ورق، سیستم معادل دو خازن سری است که هر کدام ظرفیت خازنی دارند، $C' = \frac{\epsilon_0 A}{(d/4)} = 4C$. خازن معادل اکنون $2C$ است.

روش دوم

اگر یک تیغه دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک K و ضخامت t در شکاف هوای یک

خازن با فاصله صفحات d و سطح صفحه A وارد شود، ظرفیت آن می‌شود:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d - t\left(1 - \frac{1}{K}\right)}$$

در اینجا، ظرفیت اولیه، $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$. برای ورق فلزی $K = \infty$ ، $t = \frac{d}{2}$. اکنون ظرفیت جدید برابر است با:

$$C' = \frac{\epsilon_0 A}{d - \frac{d}{2}\left(1 - \frac{1}{\infty}\right)} = \frac{\epsilon_0 A}{\frac{d}{2}} = 2\frac{\epsilon_0 A}{d} = 2C$$

(جواب ۱۰۷:) **(ج)**

بار این دو خازن $36\mu C$ و $72\mu C$ است. هنگامی که آنها در مخالفت به‌هم متصل می‌شوند،

کل بار سیستم $(72 - 36)\mu C = 36\mu C$. این بین خازن‌ها به‌اشتراک گذاشته می‌شود تا اختلاف پتانسیل یکسانی را بدست آورند. بگذارید این V باشد، در این صورت:

$$(3\mu F)V + (6\mu F)V = 36\mu C \quad \text{یا} \quad V = 4\ volts$$

(جواب ۱۰۸:) **(د)** فرض کنید Q مقدار بار جاری درون شاخه MN باشد.

$$V = 60volts = \frac{Q}{2C} + \frac{Q}{2C} = 2\frac{Q}{C} \quad \text{یا} \quad Q = 30C$$

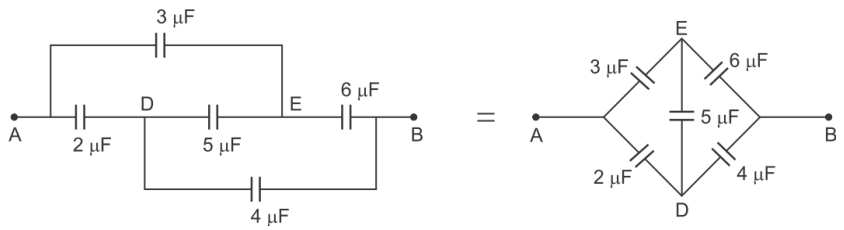
اختلاف پتانسیل بین دو نقطه M و N برابر

$$V_{MN} = \frac{Q}{C} = \frac{30C}{C} = 30\ volts$$

(جواب ۱۰۹:) **(د)**

(جواب ۱۱۰:) **(الف)**

برای سوال‌های 109 و 110



با تغییر مجدد مدار، نقاط E و D در پتانسیل یکسانی هستند (بر اساس تقارن). بنابراین خازن $5\mu F$ را می‌توان حذف کرد.

(جواب ۱۱۱:) **(ج)**

(جواب ۱۱۲:) **(ب)** هنگامی که یک خازن به‌یک باتری متصل می‌ماند، اختلاف پتانسیل آن ثابت می‌ماند و برابر با نیروی محرکه باتری است. هر تغییری در خازن ممکن است ظرفیت خازن، بار و انرژی ذخیره شده در آن را تغییر دهد. هنگامی که تیغه دی‌الکتریک خارج می‌شود، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد. بنابراین بار کاهش

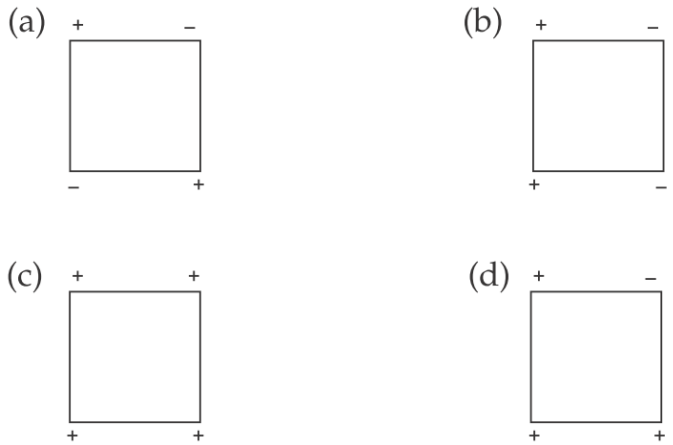
می‌یابد و اختلاف بار به باتری برمی‌گردد.

(جواب ۱۱۳:) **(ب)** هنگامی که یک خازن شارژ شده از سلولی که به آن متصل شده است جدا می شود، شارژ آن ثابت می ماند. هر تغییری در خازن ممکن است ظرفیت خازن، انرژی ذخیره شده و اختلاف پتانسیل آن را تغییر دهد.

(جواب ۱۱۴:) **(الف، ب، ج، د)**

(جواب ۱۱۵:) **(ب، د)**

(جواب ۱۱۶:) **(الف، ب، ج، د)**

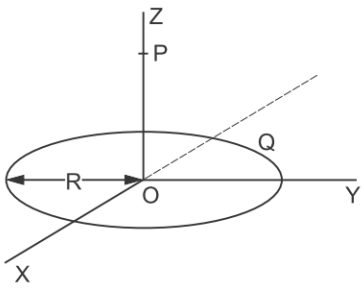


(جواب ۱۱۷:) **(ب و ج)**

(جواب ۱۱۸:) **(الف و ج)**

(جواب ۱۱۹:) **(الف، ب)**

(جواب ۱۲۰:) **(الف، ج، د)**



فرض کنید $OP = z_0$ باشد، میدان در P برابر است با

$$E = kQ\frac{z_0}{(R^2 + z_0)^{3/2}}$$

میدان E همواره از O دور می‌شود. از اینرو یک ذره با بار منفی به سمت O شتاب و تحت حرکت تناوبی قرار می‌گیرد. برای $z_0 << R$، شتاب متناسب با مختصات z است و ذره تحت حرکت نوسانی ساده SHM[۴] تقریبی قرار می‌گیرد.

(جواب ۱۲۱:) **(الف، ب، د)** طبق اصل بقاء انرژی، $\frac{1}{2}mv^2 = k\frac{Q^2}{x_{min}}$ که در آن x_{min} کمترین فاصله است.

(جواب ۱۲۲:) **(د)**

[۴] Simple harmonic motion(SHM)

(جواب ۱۲۳:) **(د)**

(جواب ۱۲۴:) **(الف، ب، ج)**

(جواب ۱۲۵:) **(الف، ج)**

(جواب ۱۲۶:) **(الف، ب، د)**

(جواب ۱۲۷:) **(الف، ج)**

(جواب ۱۲۸:) **(الف، ج)**

(جواب ۱۲۹:) **(الف، ج)**

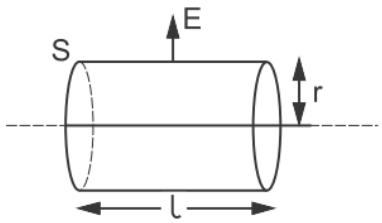
(جواب ۱۳۰:) **(الف، ج، د)**

(جواب ۱۳۱:) **(الف، ب، ج، د)**

(جواب ۱۳۲:) **(د)**

میدان در داخل یک هادی صفر است و از اینرو خطوط نیرو نمی‌توانند در داخل آن وجود داشته باشند. همچنین به‌دلیل بارهای القایی روی سطح آن، میدان نزدیک به‌سطح خود منحرف می‌شود و یک خط نیرو باید نزدیک سطح خارج از کره منحرف شود.

(جواب ۱۳۳:) **(د)**



$$\oint \mathbf{E}\cdot\mathbf{dS} = 2\pi r l E = \frac{1}{\epsilon_0}(\lambda l)$$

یا

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

(جواب ۱۳۴:) **(د)**

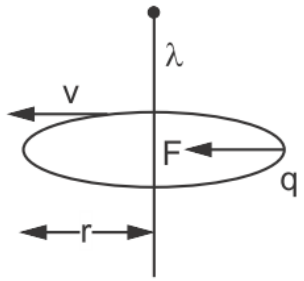
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = -\frac{\partial V}{\partial t}$$

یا

$$\int_a^b dV = \int_a^b \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\cdot\frac{dr}{r}, \quad \Longrightarrow \quad V_a - V_b = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln(\frac{b}{a})$$

(جواب ۱۳۵:) **(د)**

(جواب ۱۳۶:) **(الف، ب، د)**



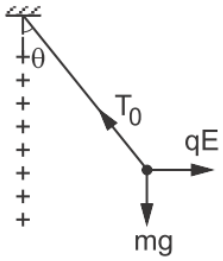
برای سوال 135 و 136

$$F = \frac{mv^2}{r} = qE = q\cdot\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

یا

$$v^2 = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0 m}$$

(جواب ۱۳۷:) (الف، ج)



$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \qquad T_0 \cos\theta = mg, \qquad T_0 \sin\theta = qE$$

$$\tan\theta = \frac{q}{mg}\left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)$$

چون $T_0 > mg$ ، مقدار موثر g افزایش می‌یابد. بنابراین زمان تناوب نوسان کاهش می‌یابد.

(جواب ۱۳۸:) (الف، د)

(جواب ۱۳۹:) (ب، ج، د)

(جواب ۱۴۰:) (ب، د)

(جواب ۱۴۱:) (الف، ب، ج، د)

(جواب ۱۴۲:) (الف، ج، د)

(جواب ۱۴۳:) (ب، د)

همانطور که A و C به‌زمین متصل می‌شوند، آنها به‌یکدیگر متصل می‌شوند. از اینرو، "$A+B$" و "$B+C$" دو خازن با اختلاف پتانسیل یکسان هستند. اگر B به A نزدیکتر از C باشد، ظرفیت $C_{AB} > C_{BC}$ است. سطح بالایی B دارای بار بیشتری نسبت به‌سطح پایینی خواهد بود. از آنجایی که نیروی جاذبه بین صفحات خازن متناسب با Q^2 است، یک نیروی خالص رو به‌بالا روی B وجود خواهد داشت. این می‌تواند وزن آن را متعادل کند.

(جواب ۱۴۴:) (الف، ب، ج)

هنگامی که A یا C به‌زمین متصل می‌شوند (اما نه هر دو با هم)، یک خازن صفحه موازی با B با بارهای $\pm Q$ در سطوح داخلی تشکیل می‌شود. [صفحه دیگر که ارت نیست نقشی ندارد]. بنابراین بار مقدار $+Q$ به‌سمت زمین جریان می‌یابد.

هنگامی که هر دو به یکدیگر متصل می‌شوند، A و C به‌طور موثر به‌هم متصل می‌شوند. صفحات در حال حاضر دو خازن به‌صورت موازی با ظرفیت‌های خازنی در نسبت $1:2$ تشکیل می‌دهند و از این رو بار Q را به‌همان نسبت تقسیم می‌کنند.

(جواب ۱۴۵:) (ب، ج)

(جواب ۱۴۶:) (ب، ج، د)

(جواب ۱۴۷:) (ب، ج)

(جواب ۱۴۸:) (الف، ب، ج)

(جواب ۱۴۸:) (ج، د)

ظرفیت این دو $C_1 = 4\pi\epsilon_0 R$ و $C_2 = 4\pi\epsilon_0(2R)$ است.

انرژی اولیه برابر است با $E_i = \frac{Q^2}{2C_1}$

انرژی نهائی برابر است با $E_f = \frac{Q^2}{2C_2}$

حرارت تولید شده برابر است با

$$E_i - E_f = \frac{Q^2}{2}\left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{1}{2\times(4\pi\epsilon_0 R)}\right] = \frac{kQ^2}{4R}$$

(جواب ۱۴۹:) **(الف، ج)**
(جواب ۱۵۰:) **(الف، د)**
(جواب ۱۵۱:) **(الف، ب، ج، د)**
(جواب ۱۵۲:) **(الف، ب، ج، د)**
(جواب ۱۵۳:) **(الف، ب، ج، د)**
(جواب ۱۵۴:) **(الف، د)**
(جواب ۱۵۵:) **(الف، ب)**
(جواب ۱۵۶:) **(الف، ب، د)**
(جواب ۱۵۷:) **(الف، ب، د)**
(جواب ۱۵۸:) **(الف، ج، د)**

سوال‌های چهار جوابی (خود را آزمایش کنید)

فقط یک جواب صحیح است.

خودآزمائی-۱:
یک حلقه نارسانا با شعاع R دارای بار مثبت یکنواخت توزیع شده است. بخش کوچکی از حلقه، به طول d،$(d << R)$ برداشته می‌شود. میدان الکتریکی در مرکز حلقه اکنون خواهد بود:
(الف): به‌سمت شکاف، به‌طور معکوس با R^3 متناسب است.
(ب): به سمت شکاف، به طور معکوس با R^2 متناسب است.
(ج): به‌دور از شکاف، به طور معکوس با R^3 متناسب است.
(د): به‌دور از شکاف، با R^2 نسبت معکوس دارد.

خودآزمائی-۲:
دو ذره با بار مثبت X و Y در ابتدا از یکدیگر دور هستند و در حال سکون هستند. X با مقداری سرعت اولیه شروع به‌حرکت به‌سمت Y می‌کند. تکانه و انرژی کل سیستم p و E :
(الف): اگر Y ثابت باشد، هر دو p و E حفظ می‌شوند.
(ب): اگر Y ثابت باشد، E حفظ می‌شود، اما p حفظ نمی‌شود.
(ج): اگر هر دو آزادانه حرکت کنند، p حفظ می‌شود اما E حفظ نمی‌شود.
(د): اگر هر دو آزاد باشند، E حفظ می‌شود، اما p حفظ نمی‌شود.

خودآزمائی-۳:
دو ذره X و Y با جرم مساوی و بارهای مثبت نابرابر در حرکت آزادند و در ابتدا از یکدیگر دور هستند. وقتی Y در حالت سکون است، X شروع به‌حرکت به‌سمت آن با سرعت اولیه u می‌کند. بعد از مدت‌ها درنهایت:
(الف): X متوقف می‌شود، Y با سرعت u حرکت می‌کند.
(ب): X و Y هر دو با سرعت $u/2$ حرکت خواهند کرد.
(ج): X متوقف می شود، Y با سرعت کمتر از u حرکت می‌کند.
(د): هر دو با سرعت کمتر از $u/2$ حرکت خواهند کرد.

خودآزمائی-۴:
در یک میدان الکتریکی یکنواخت، پتانسیل 10 ولت در مبدأ مختصات، و 8 ولت در هر یک از نقاط $(1,0,0)$، $(0,1,0)$ و $(0,0,1)$ است. پتانسیل در نقطه $(1,1,1)$ خواهد بود:
(الف): 0 **(ب)**: $4V$ **(ج)**: $8V$ **(د)**: $10V$

خودآزمائی-۵:
دو کره رسانا، متحدالمرکز و توخالی A و B به‌ترتیب دارای شعاع a و b هستند که A داخل B است. پتانسیل مشترک آنها V است. اکنون به A مقداری بار داده به‌طوری که پتانسیل آن صفر می‌شود. پتانسیل B اکنون خواهد بود:
(الف): 0 **(ب)**: $V(1-a/b)$ **(ج)**: Va/b **(د)**: $V(b-a)/(b+a)$

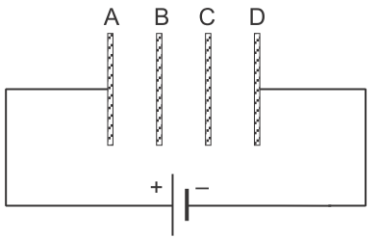
خودآزمائی-۶:
یک بار مثبت در مبدا مختصات ثابت است. یک دوقطبی الکتریکی که آزادانه حرکت می‌کند و می‌چرخد، روی محور x مثبت قرار می‌گیرد. گشتاور آن به‌دور از مبدأ جهت می‌گیرد. دوقطبی خواهد بود
(الف): به‌سمت مبداء حرکت می‌کند. **(ب)**: از مبداء دور می‌شود.
(ج): به اندازه $\frac{\pi}{2}$ می‌چرخد. **(د)**: به اندازه π می‌چرخد.

خودآزمائی-۷:
یک دوقطبی الکتریکی در مبدا مختصات ثابت است. گشتاور آن در جهت x مثبت جهت می‌گیرد. یک بار مثبت از نقطه $(r,0)$ به نقطه $(-r,0)$ توسط یک عامل خارجی منتقل می‌شود. در این فرآیند، کار انجام شده توسط عامل برابر است با:

(الف): مثبت و با r نسبت معکوس.
(ب): مثبت و با r^2 نسبت معکوس دارد.
(ج): منفی و با r نسبت معکوس دارد.
(د): منفی و با r^2 نسبت معکوس دارد.

خودآزمائی-۸:
در یک چند ضلعی منظم از n ضلع، هر گوشه در فاصله r از مرکز قرار دارد. بارهای یکسان در گوشه های $(n-1)$ قرار می‌گیرند. در مرکز، شدت E و پتانسیل V است. نسبت V/E دارای مقدار زیر است.
(الف): rn **(ب):** $r(n-1)$ **(ج):** $(n-1)/r$ **(د):** $r(n-1)/n$

خودآزمائی-۹:
بار نقطه‌ای Q در مرکز یک پوسته رسانا بدون بار قرار می‌گیرد. فرض کنید r فاصله یک نقطه از Q باشد. نقطه ممکن است در داخل یا خارج از پوسته قرار گیرد. شدت الکتریکی در نقطه $Q/4\pi\epsilon_0 r^2$ خواهد بود اگر نقطه قرار داشته باشد:
(الف): در داخل پوسته اما نه در خارج از آن.
(ب): خارج از پوسته اما نه در داخل آن.
(ج): در داخل یا خارج از پوسته.
(د): فقط نزدیک به‌هر یک از سطوح پوسته.

خودآزمائی-۱۰:


صفحات A، B، C و D دارای رسانایی یکسان، موازی هستند که مطابق شکل، با فاصله مساوی بین صفحات متوالی چیده شده‌اند. A و D به یک باتری متصل هستند. اگر B اکنون به C متصل شود کدام یک از موارد زیر رخ می‌دهد؟
(الف): فقط مقداری بار از طریق سلول جریان می‌یابد.
(ب): فقط مقداری بار از B به C جریان می‌یابد.
(ج): فقط میدان الکتریکی بین B و C وجود نخواهد داشت.
(د): بیش از یکی از موارد فوق.

خودآزمائی-۱۱:
حلقه A یک حلقه نارسانا و B یک حلقه رسانا است. آنها شعاع یکسان و مقدار بار

برابر دارند. این به‌طور غیریکنواخت روی A و به‌طور یکنواخت در B توزیع می‌شود. X و Y به‌ترتیب نقاط روی محورهای A و B هستند که در فواصل مساوی از مراکز آنها قرار دارند. X و Y خواهند داشت:

(الف): هم پتانسیل و هم شدت.

(ب): پتانسیل یکسان اما شدت های متفاوت.

(ج): پتانسیل‌های متفاوت اما شدت یکسان.

(د): پتانسیل‌های مختلف و شدت‌های مختلف.

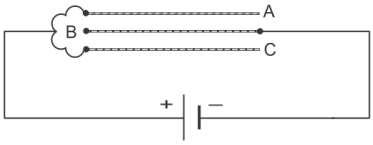
خودآزمائی-۱۲:

یک قطره جیوه مقداری بار دارد. اگر به‌تعدادی قطرات یکسان تجزیه شود، انرژی الکترواستاتیکی سیستم خواهد شد:

(الف): افزایش می‌یابد. **(ب)**: کاهش می‌یابد. **(ج)**: ثابت می‌ماند.

(د): هر یک از موارد فوق بسته به‌تعداد قطرات.

خودآزمائی-۱۳:



سه صفحه A، B و C دارای رسانایی یکسان، موازی هستند که در فاصله‌های مساوی چیده شده‌اند. B بین A و C قرار دارد. A و C به‌یکدیگر متصل شده و به‌یک پایانه باتری متصل می‌شوند. B به‌پایانه دیگر باتری متصل می‌شود. اکنون A و C هر کدام دارای بار Q هستند. B دارای بار q است.

(الف): $Q = -2q$ **(ب)**: $q = -2Q$ **(ج)**: $q = -Q$ **(د)**: $q = -3Q/2$

خودآزمائی-۱۴:

دو کره توخالی A و B، متحدالمرکز و رسانا هستند که A در داخل B قرار دارد. A و B به‌ترتیب دارای بارهای Q_1 و Q_2 هستند. اگر اکنون توسط یک سیم نازک به‌هم متصل شوند، چه باری از A به B جریان می‌یابد؟

(الف): $Q_1 - Q_2$ **(ب)**: $(Q_1 - Q_2)/2$ **(ج)**: $(Q_1 + Q_2)/2$ **(د)**: هیچکدام

خودآزمائی-۱۵:

قدرت یک دی الکتریک به عنوان حداکثر شدت الکتریکی که می تواند تحمل کند

تعریف می شود. یک خازن صفحه موازی با سطح صفحه □ در یک طرف با یک دی الکتریک با قدرت □ و گذردهی □ پر شده است. حداکثر شارژی که می توان به خازن داد

(الف): ϵEA **(ب)**: EA/ϵ **(ج)**: $E/\epsilon A$ **(د)**: $\epsilon E/A$

خودآزمائی-۱۶:

یک خازن هوای صفحه موازی دارای ظرفیت C است. یک صفحه دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک K که ضخامت آن نصف شکاف هوای بین صفحات است، اکنون بین صفحات قرار داده شده است. ظرفیت خازن اکنون خواهد بود.

(الف): $KC/2$ **(ب)**: $2KC/(K+1)$ **(ج)**: $2KC/(K-1)$
(د): $C(K+1)/(K-1)$

خودآزمائی-۱۷:

وقتی دو کره بدون بار و رسانا به‌شعاع 0.1 میلی‌متر هر کدام با هم برخورد می‌کنند، هفت الکترون از یکی به دیگری منتقل می‌شود. اختلاف پتانسیل بین کره‌ها تقریباً خواهد بود:

(الف): $4 \times 10^{-6}V$ **(ب)**: $2 \times 10^{-6}V$ **(ج)**: $2 \times 10^{-4}V$ **(د)**: $10^{-4}V$

خودآزمائی-۱۸:

در خازن صفحه موازی، صفحات عمودی نگه داشته می‌شوند. نیمه بالایی فضای بین صفحات با یک دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک K و نیمه پایینی با یک دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک $2K$ پر شده است. نسبت چگالی بار در نیمه بالایی صفحات به‌چگالی بار در نیمه پایینی صفحات برابر خواهد بود

(الف): 1 **(ب)**: 2 **(ج)**: $1/2$ **(د)**: $3/2$

خودآزمائی-۱۹:

یک خازن صفحه موازی که صفحات آن به‌صورت افقی نگه داشته می‌شود، از یک باتری شارژ و سپس از آن جدا می‌شود. یک تیغه دی‌الکتریک که فقط می‌تواند در شکاف بین صفحات قرار گیرد، اکنون وارد می‌شود تا دقیقاً نیمی از شکاف را پُر کند و سپس به‌حال خود رها می‌شود. گرانش و اصطکاک را نادیده بگیرید. تیغه خواهد شد:

(الف): ثابت بماند.

(ب): بیشتر به داخل شکاف حرکت کنید.

(ج): از شکاف خارج شوید.
(د): یا (ب) یا (ج) بسته به‌اینکه ثابت دی‌الکتریک آن بزرگتر یا کمتر از 2 باشد.

خودآزمائی-۲۰:
1000 قطره جیوه یکسان به‌پتانسیل یک ولت شارژ می‌شود. آنها به هم می‌پیوندند تا یک قطره بزرگ را تشکیل دهند. پتانسیل این افت خواهد بود:
(الف): $0.01V$ **(ب):** $0.1V$ **(ج):** $10V$ **(د):** $100V$

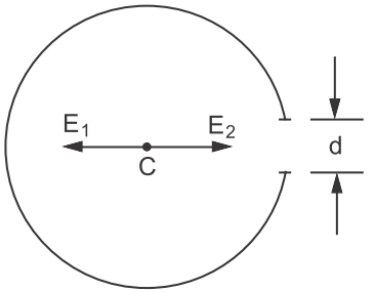
خودآزمائی-۲۱:
سه بار $+Q$، $+Q$ و $-Q$ در گوشه‌های یک مثلث متساوی الاضلاع قرار می‌گیرند. نسبت نیروی وارد بر بار مثبت به نیروی وارد بر بار منفی برابر خواهد بود:
(الف): 1 **(ب):** 2 **(ج):** $\sqrt{3}$ **(د):** $1/\sqrt{3}$

خودآزمائی-۲۲:
یک آونگ ساده دارای زمان تناوب T است. بارهائی اکنون در نقطه تعلیق آونگ و روی گلوله قرار داده می‌شوند. اگر آونگ همچنان به نوسان خود ادامه دهد، زمان تناوب آن اکنون خواهد بود.
(الف): بزرگتر از T **(ب):** برابر با T **(ج):** کمتر از T
(د): جواب (الف) یا (ج) بسته به‌اینکه بارها یکدیگر را جذب یا دفع کنند.

خودآزمائی-۲۳:
یک خازن صفحه موازی به‌یک باتری متصل است. اکنون یک ورق دی‌الکتریک و یک ورق فلزی بین صفحات خازن به موازات این صفحات وارد شده است. شدت میدان الکتریکی بین صفحه مثبت خازن و ورق دی‌الکتریک E_1، بین ورق دی‌الکتریک و ورق فلزی E_2 و بین ورق فلزی و صفحه منفی E_3 است. در این صورت:
(الف): $E_1 = E_2 = E_3$ **(ب):** $E_1 = E_2 \neq E_3$ **(ج):** $E_1 \neq E_2 = E_3$
(د): $E_1 \neq E_2 \neq E_3$

پاسخ برخی سوال‌های خودآزمائی

پاسخ خودآزمائی-۱: (الف)



اجازه دهید بار Q روی کل حلقه باشد. بار در بخش حذف شد خواهد بود

$$dQ = \frac{Qd}{2\pi R}$$

برای حلقه کامل، میدان در C صفر است. اجازه دهید E_1 و E_2 به ترتیب ناشی از dQ و ناشی از حلقه باقیمانده

میدان‌های مرکز باشند. میدان‌های E_1 و E_2 باید برابر و مخالف یکدیگر باشند. E_2 بسوی فاصله هوائی خواهد بود و برابر است با:

$$E_2 = E_1 = k\frac{dQ}{R^2} = k \cdot \frac{Qd}{2\pi R^3}$$

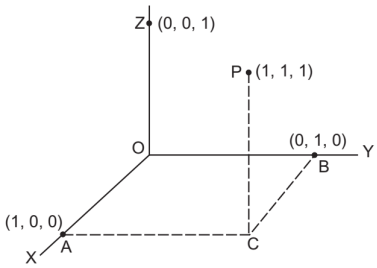
پاسخ خودآزمائی-۲: (ب)

اگر Y ثابت باشد، نیروی وارد بر Y برای ثابت نگه داشتن آن خارج از سیستم "$X+Y$" است. بنابراین p پایستار نیست[۵]. چون این نیرو هیچ کاری انجام نمی‌دهد، آز آنجائی که نقطه اعمال آن ثابت است، E پایستار (بقاء) است.

پاسخ خودآزمائی-۳: (الف)

این شبیه به برخوردهای یک بعدی و کشسان بین اجسام با جرم مساوی است و منجر به‌تبادل سرعت می‌شود.

پاسخ خودآزمائی-۴: (ب)



در یک میدان الکتریکی یکنواخت، جابجایی‌های مساوی باعث تغییرات مساوی در پتانسیل می‌شود. فرض کنید میدان یکنواخت دارای مقدار شدت E_0 باشد، اما این مقدار ثابت در جهت x و y و z نسبت به مبداء اختلاف پتانسیل‌های یکسانی را بوجود می‌آورد؛ یعنی

$$V_0 - V_x = V_0 - V_y = V_0 - V_z = 10 - 8 = E_0 \times 1$$

در نتیجه $E_0 = 2\ V/m$ بدست می‌آید

اگر بردار موقعیت را $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$ در نظر گیریم. با توجه به پتانسیل‌های روی سه محور بردار میدان الکتریکی خواهد بود:

$$\mathbf{E} = E_0\left[\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}\right]$$

[۵] Conserved

بنابراین اگر پتانسیل نقطه $(1,1,1)$ را V_g بنامیم، خواهیم داشت

$$V0-V_g=\int_{0,0,0}^{1,1,1}\mathbf{E}\cdot\mathbf{r}\,dr=E_0(1+1+1)=2\times3 \quad\Longrightarrow\quad V_g=10-6=4\,volts$$

پاسخ خودآزمائی-۵: (ب)

اجازه دهید بار اولیه روی B برابر Q باشد. دراین صورت، $V=kQ/b$. هیچ بار اولیه‌ای روی A وجود ندارد، زیرا A و B در پتانسیل یکسانی هستند. اکنون بار q به A داده می‌شود. پتانسیل A اکنون برابر است با:

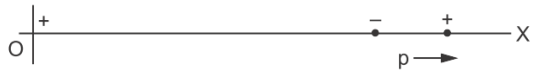
$$k\frac{q}{a}+k\frac{Q}{b}=0 \quad \text{یا} \quad q=-Q\frac{a}{b}$$

اکنون پتانسیل در B برابر است با:

$$k\left(\frac{Q+q}{b}\right)=\frac{k}{b}\left[Q-\frac{Qa}{b}\right]=k\frac{Q}{b}\left(1-\frac{a}{b}\right)=V\left(1-\frac{a}{b}\right)$$

پاسخ خودآزمائی-۶: (الف)

دوقطبی نیروی جاذبه‌ای بر بار در مبدا اعمال می‌کند. به‌صورت یک واکنش، توسط این بار به‌سمت مبدأ جذب می‌شود.



پاسخ خودآزمائی-۷: (د)

پتانسیل ناشی از دوقطبی در $(r,0)$ مثبت و در $(-r,0)$ منفی است. همچنین این پتانسیل با r^2 نسبت معکوس دارد. کار توسط میدان در حرکت بار انجام می‌شود.

پاسخ خودآزمائی-۸: (ب)

در مرکز، شدت به‌طور موثر به دلیل یک بار و پتانسیل به‌دلیل $(n-1)$ بار است.

پاسخ خودآزمائی-۹: (ج)

از قضیه گوس استفاده شود.

پاسخ خودآزمائی-۱۰: (د)

در ابتدا، B در پتانسیل بالاتر از C است. هنگامی که آنها متصل می‌شوند، بار از B به C جریان می‌یابد. هنگامی که آنها به‌پتانسیل یکسانی رسیدند، هیچ میدانی بین آنها وجود نخواهد داشت. این ظرفیت بین A و D را تغییر می‌دهد و بار از طریق باتری جریان می‌یابد.

پاسخ خودآزمائی-۱۱: (ب)
شدت به‌توزیع بار بستگی دارد اما پتانسیل فقط به‌فاصله بستگی دارد.

پاسخ خودآزمائی-۱۲: (ب)
قطرات همدیگر را دفع می‌کنند. از اینرو، سیستم زمانی کار می‌کند که قطره شکسته شود.

پاسخ خودآزمائی-۱۳: (ب)
خازن $A+B$ و خازن $C+B$ موازی هستند. B برای هر دو صفحه منفی است.

پاسخ خودآزمائی-۱۴: (د)
تمام بار هادی داخلی به‌هادی دیگر سرازیر می‌شود، زیرا $A+B$ اکنون یک هادی واحد را تشکیل می‌دهند و تمام بارهای هادی باید روی سطح بیرونی آن قرار گیرد.

پاسخ خودآزمائی-۱۵: (الف)
فرض کنید K ثابت دی‌الکتریک باشد، در این صورت $\epsilon = K\epsilon_0$.

$$\sigma = \frac{Q}{A}, \qquad E = \frac{\sigma}{K\epsilon_0} \quad \text{یا} \quad Q = \epsilon E a$$

پاسخ خودآزمائی-۱۶: (ب)
$C = \epsilon_0 A d$ فرض کنید خازن با دی‌الکتریک را با C' نشان دهیم

$$\sigma = \frac{Q}{A}, \qquad V = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\cdot\frac{d}{2} + \frac{\sigma}{K\epsilon_0}\cdot\frac{d}{2} = \frac{Q}{A}\frac{d}{2\epsilon_0}\left(1+\frac{1}{K}\right)$$

$$C' = \frac{Q}{V} = \frac{2\epsilon_0 A}{d\left(1+\frac{1}{K}\right)} = C\cdot\frac{2K}{K+1}$$

پاسخ خودآزمائی-۱۷: (ج)

$$Q = 7e, \quad C = 4\pi\epsilon_0 r, \quad V = \frac{Q}{C} = \frac{7e}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\text{اختلاف پتانسیل} = 2V = \frac{2\times 7\times 1.6\times 10^{-19}}{10^{-4}}\times 9\times 10^{9} \approx 2\times 10^{-4}V$$

پاسخ خودآزمائی-۱۸: (ج)
اختلاف پتانسیل بین صفحات برای تمام نقاط یکسان است. چون اختلاف پتانسیل برابر شدت میدان ضربدر فاصله است، شدت میدان E در هر دو دی‌الکتریک یکسان است.

فرض کنید σ_1 و σ_2 چگالی بار در نیمه بالایی و پایینی باشد.

$$E = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0 K} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0\times 2K} \qquad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{1}{2}$$

پاسخ خودآزمائی-۱۹: (ب)

$$\text{انرژی} = \frac{Q^2}{2C}$$

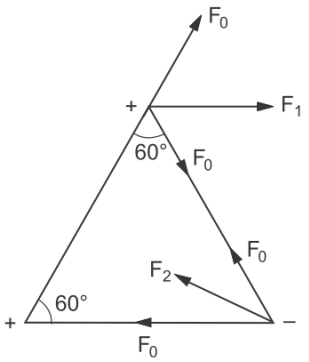
در اینجا، Q ثابت است. همانطور که تیغه به‌داخل شکاف حرکت می‌کند، C افزایش می‌یابد و در نتیجه انرژی کاهش می‌یابد. یک سیستم تمایل دارد به‌سمت انرژی کمتر حرکت کند.

پاسخ خودآزمائی-۲۰: (د)

$$\text{حجم} = \frac{4}{3}\pi R^3 = 1000 \times \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{یا} \quad r = \frac{R}{10}$$

$$Q = CV = (4\pi\epsilon_0 R) \times V = 1000(4\pi\epsilon_0 r)1 \quad \text{یا} \quad V = 10^3\frac{r}{R} = \frac{10^3}{10} = 100V$$

پاسخ خودآزمائی-۲۱: (د)



$$F_1 = 2F_0 \cos 60^o = F_0$$

$$F_2 = 2F_0 \cos 30^0 = \sqrt{3}F_0$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

پاسخ خودآزمائی-۲۲: (ب)

نیروی الکترواستاتیک اضافی در طول رشته عمل می‌کند. این مولفه در جهت حرکت گلوله ندارد.

پاسخ خودآزمائی-۲۳: (الف)

ورق دی‌الکتریک و ورق فلزی بدون بار می‌باشد. قانون گاوس را اعمال کنید.

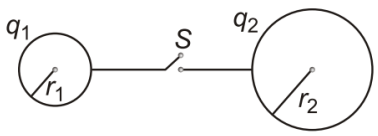
فصل ۲

بیائید تمرین کنیم

۱.۲ تمرین سطح یک

فقط یک جواب صحیح است.

تمرین-۱: یک سیستم شامل دو کره فلزی با شعاع r_1 و r_2 است که توسط یک سیم نازک و یک کلید S مطابق شکل به‌هم متصل شده‌اند. در ابتدا S باز است و کره‌ها به‌ترتیب بارهای q_1 و q_2 را حمل می‌کنند. اگر سوئیچ بسته باشد، پتانسیل سیستم برابر است با



(الف): $(1/4\pi\epsilon_0)\{q_1q_2/r_1r_2\}$ **(ب):** $(1/4\pi\epsilon_0)\{q_1 + q_2/r_1 + r_2\}$

(ج): $(1/4\pi\epsilon_0)\{(q_1/r_1) + (q_2/r_2)\}$ **(د):** $(1/4\pi\epsilon_0)\{(q_1 + q_2/(r_1r_2)^{1/2}\}$

تمرین-۲: دو توپ رسانای یکسان با بارهای مثبت q_1 و q_2 با فاصله r از هم جدا می‌شوند. اگر آنها طوری ساخته شوند که همدیگر را لمس کنند و سپس به‌همان فاصله از هم جدا شوند، نیروی بین آنها خواهد بود:

(الف): کمتر از قبل است. **(ب):** مانند قبل است. **(ج):** بیشتر از قبل است.

(د): صفر است.

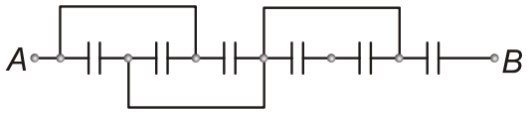
تمرین-۳: یک خازن با اختلاف پتانسیل 100 ولت شارژ و سپس به‌یک مقاومت متصل می‌شود. اختلاف پتانسیل در خازن با توجه به زمان به صورت نمائی کاهش می‌یابد. پس از یک ثانیه، اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن 80 ولت است. پس از

2 ثانیه، اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن خواهد بود:
(الف): 40 ولت **(ب):** 56 ولت **(ج):** 60 ولت **(د):** 64 ولت

تمرین-۴: دو خازن C_1 و C_2 به‌ترتیب 120 ولت و 200 ولت شارژ می‌شوند. هنگامی که آنها به‌صورت موازی به‌هم متصل می‌شوند، مشخص می‌شود که پتانسیل هر یک از آنها صفر است. بنابراین،
(الف): $5C_1 = 3C_2$ **(ب):** $3C_1 = 5C_2$ **(ج):** $3C_1 + 5C_2 = 0$ **(د):** $9C_1 = 4C_2$

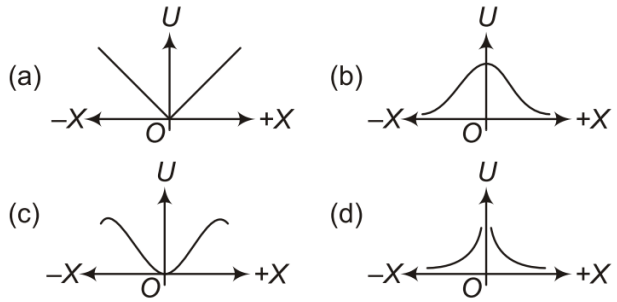
تمرین-۵: یک یون هلیم یونیزه شده و یک یون هیدروژن از حالت سکون از طریق اختلاف پتانسیل V به‌ترتیب به‌سرعت u_{He} و u_H شتاب می‌گیرند. نسبت u_{He}/u_H برابر است با
(الف): $1/4$ **(ب):** $1/2$ **(ج):** $\sqrt{2}$ **(د):** 2

تمرین-۶: اگر هر یک از خازن‌ها شکل زیر دارای ظرفیت $1\mu F$ باشد، ظرفیت معادل بین نقاط A و B برابر است با



(الف): $6\mu F$ **(ب):** $1/6\mu F$ **(ج):** $3/4\mu F$ **(د):** $3/10\mu F$

تمرین-۷: چهار بار یکسان را در چهار راس مربعی در صفحه YZ قرار میدهیم. بار پنجم در امتداد محور X حرکت می‌کند. تغییر انرژی پتانسیل (U) در امتداد محور X به درستی با کدام شکل نشان داده شده است



تمرین-۸: ذره‌ای با بار $+2mC$ تحت نیروهای الکتریکی حرکت و دارای انرژی جنبشی 5.0 ژول در نقطه A است. ذره از نقطه B که نسبت به‌نقطه A دارای پتانسیل $+1.5$ کیلوولت است، عبور می‌کند. انرژی جنبشی ذره بر حسب ژول همانطور که از

نقطه B حرکت می‌کند برابر است با:
(الف): 3.0 **(ب):** 2.0 **(ج):** 5.0 **(د):** 8.0

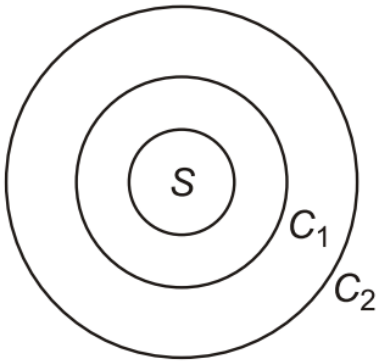
تمرین-۹:

وقتی به یک حباب صابون بار الکتریکی داده می‌شود
(الف): منقبض می‌شود. **(ب):** منبسط می‌شود (گسترش می‌یابد). **(ج):** ابعادش تغییر نمی‌کند. **(د):** منبسط یا منقبض می‌شود و بستگی به بار مثبت و منفی دارد.

تمرین-۱۰: جسمی به شکل مخروط مدور قائم از مواد دی‌الکتریک به شعاع قاعده R و ارتفاع h از قاعده روی میز افقی قرار داده می‌شود. یک میدان الکتریکی یکنواخت افقی با شدت E در مخروط نفوذ می‌کند. شار الکتریکی که وارد بدن این مخروط می‌شود برابر است با:
(الف): $ERH/3$ **(ب):** ERH **(ج):** $ERH/6$ **(د):** $2ERH$

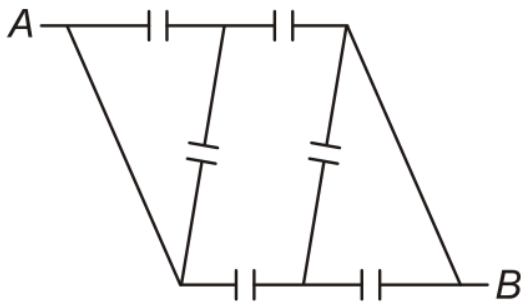
تمرین-۱۱: یک خازن و یک سیم پیچ به‌صورت سری به‌یک منبع6 ولت AC متصل می‌شوند. با تغییر فرکانس منبع، حداکثر جریان 600 میلی آمپر مشاهده می‌شود. اگر همان سیم پیچ اکنون به یک سلول $6emf$ ولت و مقاومت داخلی 2Ω وصل شود، جریان عبوری از آن خواهد بود:
(الف): $0.5A$ **(ب):** $0.6A$ **(ج):** $1.0A$ **(د):** $2.0A$

تمرین-۱۲: یک میدان مغناطیسی یکنواخت فضایی B در ناحیه دایره‌ای S وجود دارد و این میدان با زمان با سرعت ثابتی از بزرگی آن کاسته می‌شود [شکل زیر]. حلقه چوبی C_1 و حلقه هادی C_2 با میدان مغناطیسی متحدالمرکز هستند. میدان مغناطیسی عمود بر صفحه شکل است. در این صورت



(الف): میدان الکتریکی القایی در C_1 وجود ندارد
(ب): یک میدان الکتریکی القایی در C_1 وجود دارد و بزرگی آن بیشتر از بزرگی میدان الکتریکی القایی در C_2 است.
(ج): یک میدان الکتریکی القایی در C_2 وجود دارد و بزرگی آن بیشتر از میدان الکتریکی القایی در C_1 است.
(د): میدان الکتریکی القایی در C_2 وجود ندارد

تمرین-۱۳: شبکه‌ای متشکل از شش خازن یکسان، هر کدام با مقدار C مطابق شکل ساخته شده است. ظرفیت معادل بین نقاط A و B برابر است با:



(الف): $C/4$ **(ب):** $3C/4$ **(ج):** $4C/3$ **(د):** $3C$

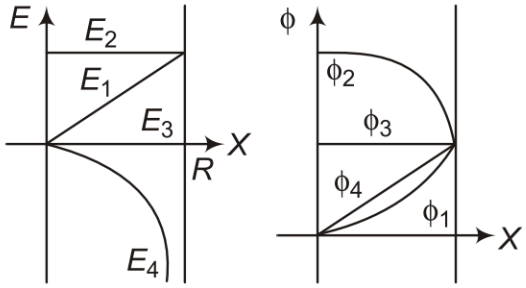
تمرین-۱۴: بار Q در هر یک از دو گوشه مقابل مربع ثابت است. یک بار q در هر یک از دو گوشه دیگر قرار می‌گیرد. اگر نیروی الکتریکی حاصل بر Q صفر باشد، جه رابطه‌ای بین Q و q است
(الف): $Q = \sqrt{2}q$ **(ب):** $Q = -2\sqrt{2}q$ **(ج):** $Q = -\sqrt{2}q$ **(د):** $Q = 2\sqrt{2}q$

تمرین-۱۵: سه پوسته کروی فلزی باردار متحدالمرکز A، B و C دارای شعاع a، b و c هستند. چگالی بار به ترتیب σ، $-\sigma$ و σ و پتانسیل‌های V_A، V_B و V_C است. در این صورت کدام یک از روابط زیر صحیح است؟
(الف): $V_A = (a+b+c)\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ **(ب):** $V_B = \left(\frac{a^2}{b} - b + c\right)\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ **(ج):** $V_C = \left(\frac{a^2+b^2}{c} + c\right)\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
(د): $V_A = V_B = V_C = (a+b+c)\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

تمرین-۱۶: خازن صفحه موازی دارای سطح صفحه A و فاصله d است. آن با اختلاف پتانسیل V_0 شارژ می‌شود. باتری شارژ قطع و صفحات تا سه برابر فاصله اولیه از هم جدا می‌شوند. کار مورد نیاز برای جداسازی صفحه چقدر می‌باشد؟

(الف): $\frac{3\epsilon_0 AV_0^2}{d}$ **(ب):** $\frac{\epsilon_0 AV_0^2}{2d}$ **(ج):** $\frac{\epsilon_0 AV_0^2}{3d}$ **(د):** $\frac{\epsilon_0 AV_0^2}{d}$

تمرین-۱۷: تغییر میدان الکتریکی و پتانسیل به‌صورت تابعی از x از مرکز توزیع بار کروی یکنواخت $(+Q)$ به‌شعاع R تا سطح کدام درست است؟

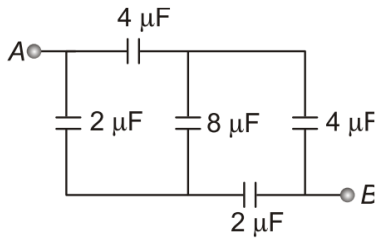


(الف): E_3 و ϕ_1 **(ب):** E_2 و ϕ_1 **(ج):** E_1 و ϕ_1 **(د):** E_1 و ϕ_2

تمرین-۱۸: تعداد N قطره کوچک هم اندازه هر کدام با ولتاژ V ولت شارژ می‌شوند. اگر آنها با هم جمع شوند تا یک قطره بزرگ را تشکیل دهند، آنگاه پتانسیل مجموع خواهد بود:

(الف): V/N **(ب):** NV **(ج):** $VN^{1/3}$ **(د):** $VN^{2/3}$

تمرین-۱۹: با توجه به آرایش خازن‌ها که در شکل نشان داده شده است، ظرفیت موثر بین نقاط A و B برابر است با **(الف):** $3\mu F$ **(ب):** $\frac{8}{3}\mu F$ **(ج):** $20\mu F$ **(د):** $12\mu F$



تمرین-۲۰: الکترونی که در ناحیه‌ای با پتانسیل الکترواستاتیک V_1 حرکت می‌کند به‌ناحیه‌ای با پتانسیل بالاتر V_2 می‌رود، در این صورت تغییر انرژی جنبشی آن متناسب با

(الف): $(V_2 - V_1)^{1/2}$ **(ب):** $(V_2 - V_1)$ **(ج):** $(V_2 - V_1)^2$ **(د):** $(V_2 - V_1)/V_1$

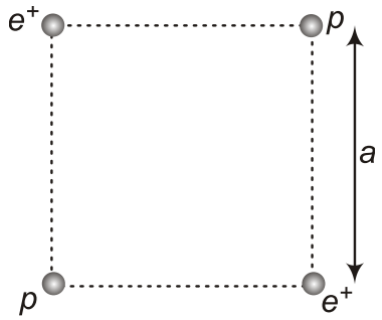
تمرین-۲۱: دایره‌ای به‌شعاع R را در نظر بگیرید. یک بار نقطه‌ای در فاصله‌ای از مرکز و محور خود به‌گونه‌ای است که $R = a\sqrt{3}$. اگر شار الکتریکی که از دایره عبور می‌کند ϕ باشد، مقدار بار نقطه‌ای برابر است با

(الف): $\sqrt{3}\epsilon_0\phi$ **(ب):** $2\epsilon_0\phi$ **(ج):** $4\epsilon_0\phi/\sqrt{3}$ **(د):** $4\epsilon_0\phi$

تمرین-۲۲: یک مخزن بار عظیم در پتانسیل V را در نظر بگیرید. یک خازن کروی C_1 با مخزن بار در تماس است و سپس خارج می‌شود. سپس یک خازن کروی دیگر C_2 با C_1 تماس گرفته و خارج می‌شود. این فرآیند را چند بار تکرار می‌کنیم. فرض کنید که پتانسیل مخزن در طول این تمرین تغییر نمی‌کند. سپس شارژ در C_2 پس از مدت زمان بسیار طولانی برابر است با

(الف): C_2V **(ب):** C_1 **(ج):** $C_1C_2V/(C_1+C_2)$ **(د):** $(C_1+C_2)V$

تمرین-۲۳: همانطور که در شکل نشان داده شده است، دو پوزیترون (e^+) و دو پروتون (p) در چهار گوشه مربعی به‌ضلع a نگهداری می‌شوند. جرم پروتون بسیار بزرگتر از جرم پوزیترون است. فرض کنید q نشان دهنده بار روی پروتون و همچنین پوزیترون باشد. سپس انرژی جنبشی یکی از پوزیترون‌ها و یکی از پروتون‌ها پس از مدت بسیار طولانی خواهد بود:

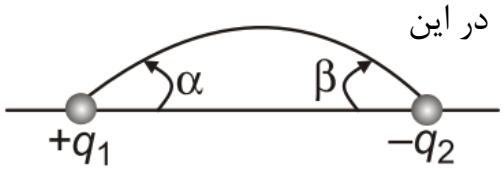


(الف): $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right), \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

(ب): $\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a}, \frac{q^2}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$

(ج): $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}, \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$ **(د):** $\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a}\left(1+\frac{1}{4\sqrt{2}}\right), \frac{q^2}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$

تمرین-۲۴: یکی از خطوط میدان الکترواستاتیک تحت زاویه α از نقطه بار q_1 خارج و تحت زاویه β به‌بار نقطه $-q_2$ متصل می‌شود [شکل زیر]. در این صورت رابطه بین α و β برابر است با:



(الف): $q_1\sin^2\alpha = q_2\sin^2\beta$

(ب): $q_1\tan\alpha = q_2\tan\beta$

(ج): $q_1\sin^2\frac{\alpha}{2} = q_2\sin^2\frac{\beta}{2}$

(د): $q_1\cos\alpha = q_2\cos\beta$

تمرین-۲۵: دو حلقه نازک یکسان با شعاع a به‌صورت هم محور در فاصله a از هم قرار گرفته‌اند. اجازه دهید بارهای Q_1 و Q_2 به طور یکنواخت روی دو حلقه قرار گیرند. کار انجام شده برای حرکت بار q از مرکز یکی از حلقه‌ها به حلقه دیگر برابر

است با:

(الف): صفر **(ب):** $\frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 a}(Q_1 - Q_2)$ **(ج):** $\frac{q(\sqrt{2}-1)}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}}(Q_1 - Q_2)$

(د): $\frac{(\sqrt{2}-1)}{4\pi\epsilon_0 a}(Q_1 - Q_2)$

تمرین-۲۶: یک کره فلزی توخالی ایزوله از نظر الکتریکی خنثی است (بدون بار اضافی) و روی یک پایه عایق قرار داده می‌شود. مقدار کمی بار منفی به‌طور ناگهانی در یک نقطه P روی این کره فلزی قرار می‌گیرد. اگر چند ثانیه بعد این بار منفی اضافی را بررسی کنیم، یکی از احتمالات زیر را خواهیم یافت

(الف): تمام شارژ اضافی درست در اطراف P باقی می‌ماند.

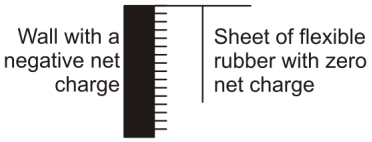
(ب): بار اضافی خود را به طور مساوی در سطح بیرونی کره توزیع کرده است.

(ج): بار اضافی به طور مساوی در سطح داخلی و خارجی توزیع می‌شود.

(د): بیشتر بار هنوز در نقطه P است، اما مقداری در کره پخش شده است.

(ه): هیچ بار اضافی روی کره باقی نخواهد ماند.

تمرین-۲۷: به دیوار نارسانا بار خالص منفی داده می‌شود. در مرحله بعد، طبق شکل زیر، یک ورقه از لاستیک بسیار انعطاف پذیر با شارژ خالص صفر از سقف در نزدیکی دیوار شارژ شده آویزان می‌شود. ورق لاستیکی خواهد شد



(الف): تحت تأثیر بارهای روی دیوار قرار نمیگیرد زیرا لاستیک عایق است.

(ب): تحت تأثیر بارهای دیواره قرار نمیگیرد زیرا ورق لاستیکی دارای بار خالص صفر است.

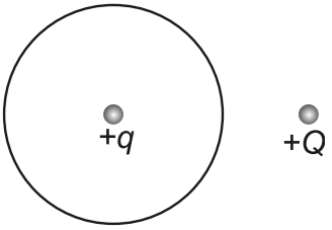
(ج): به‌دلیل دافعه الکتریکی بین الکترون‌های لاستیک و بارهای روی دیوار از دیوار خم می‌شوید.

(د): به‌دلیل قطبش مولکول‌های لاستیک توسط دیوار باردار، از دیوار خم می‌شوید.

(ه): به‌دلیل قطبش مولکول‌های لاستیک توسط دیوار باردار به‌سمت دیوار خم می‌شوید.

تمرین-۲۸: دو جسم کوچک هر کدام با بار خالص $+Q$ نیرویی با بزرگی F به‌یکدیگر وارد می‌کنند. یکی ازجسم‌ها را با دیگری که شارژ خالص آن $+4Q$ است جایگزین می‌کنیم. بارهای $+Q$ و $+4Q$ را به اندازه 3 برابر فاصله آنها از یکدیگر منتقل می‌کنیم. مقدار نیروی وارد بر بار $+4Q$ چقدر است؟

(الف): F **(ب):** $4F$ **(ج):** $4F/3$ **(د):** $4F/9$ **(ه):** $F/3$



تمرین-۲۹: شکل زیر بار الکتریکی $+q$ را نشان می‌دهد که در مرکز یک کره فلزی رسانای توخالی بدون بار قرار دارد. خارج از کره یک بار دوم $+Q$ است. هر دو بار مثبت هستند. یکی از شرح زیر را انتخاب کنید که نیروهای الکتریکی خالص روی بار را در این شرایط توصیف می‌کند.

(الف): هر دو بار نیروی خالص یکسانی را که از یکدیگر دور می‌شوند را تجربه می‌کنند.

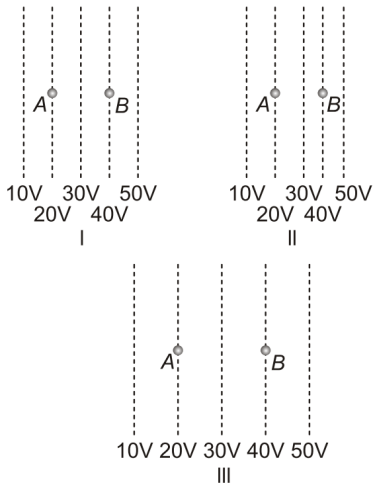
(ب): هیچ نیروی خالصی توسط هر دو بار تجربه نمی‌شود.

(ج): هیچ نیروی خالصی روی Q وجود ندارد اما نیروی خالصی روی q وجود دارد.

(د): هیچ نیروی خالصی روی q وجود ندارد بلکه نیروی خالصی روی Q وجود دارد.

(ه): هر دو بار یک نیروی خالص را تجربه می کنند اما با یکدیگر متفاوت هستند.

برای تمرین‌های ۳۰- ۳۲ در شکل‌های زیر، خطوط نقطه چین، خطوط هم پتانسیل میدان‌های الکتریکی را نشان می‌دهد. (باری که در امتداد خطی با پتانسیل برابر حرکت می‌کند انرژی ثابتی خواهد داشت). یک جسم باردار مستقیماً از نقطه A به‌نقطه B منتقل می‌شود. بار روی جسم $+1\mu C$ است.



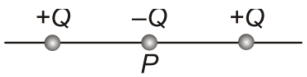
تمرین-۳۰: مقدار کار مورد نیاز برای جابجایی این شارژ در این سه مورد چگونه است؟

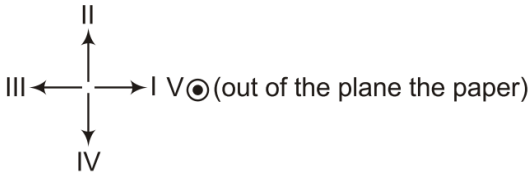
(الف): بیشترین کار مورد نیاز در I **(ب):** بیشترین کار مورد نیاز در III **(ج):** مورد I و II به‌همان مقدار کار نیاز دارند اما کمتر از III **(د):** هر سه به یک اندازه کار نیاز دارند

تمرین-۳۱: شدت میدان الکتریکی در B برای این سه مورد چگونه مقایسه می‌کنید؟
(الف): $I > III > II$ **(ب):** $I > II > III$ **(ج):** $III > I > II$ **(د):** $II > I > III$
(ه): $I = II = II$

تمرین-۳۲: برای مورد III جهت نیروی الکتریکی وارد شده توسط میدان به‌جسم باردار $+1\mu C$ در A و زمانی که در B است، چیست؟
(الف): سمت چپ در A و سمت چپ در B **(ب):** درست در A و سمت راست در B
(ج): سمت چپ در A و راست در B **(د):** سمت راست در A و چپ در B
(ه): بدون نیروی الکتریکی در هر یک از موقعیت‌ها

تمرین-۳۳: دو بار یکسان با مقدار $+Q$ مطابق شکل ثابت هستند. بار سوم $-Q$ در وسط راه بین آنها در نقطه P قرار می‌گیرد. سپس جابجایی‌های کوچک $-Q$ در جهت‌های نشان داده شده با پیکان‌ها ایجاد می‌شود. $-Q$ با توجه به‌جابجایی پایدار است





(الف): (I و III) **(ب):** (I و V) **(ج):** (II و V) **(د):** (III و V)
(ه): بازاء هر جابجائی کوچک پایدار است.

بیش از یک جواب صحیح در این تمرین‌ها است.

تمرین-۳۴: خازن صفحه موازی با ولتاژ خاصی شارژ می‌شود. حال اگر ماده دی‌الکتریک (با ثابت دی‌الکتریک K) حذف شود،
(الف): افزایش ظرفیت با ضریب K است.
(ب): کاهش شدت میدان الکتریکی با ضریب K است.
(ج): کاهش ولتاژ دو سر خازن با ضریب K است.

(د): هیچکدام از موارد فوق.

تمرین-۳۵: یک خازن صفحه موازی به‌باتری متصل است. مقادیر شارژ، اختلاف پتانسیل، میدان الکتریکی و انرژی ذخیره شده مرتبط با این خازن به ترتیب Q، V_0، E_0 و U_0 است. اکنون یک صفحه دی‌الکتریک بین صفحات در حالی که به باتری هنوز متصل است اعمال می‌شود. کمیت‌های متناظر که اکنون توسط Q، V، E، و U داده می‌شود به مقادیر اولیه چگونه مربوط می‌شوند؟
(الف): $Q > Q_0$ **(ب):** $V > V_0$ **(ج):** $E > E_0$ **(د):** $U > U_0$

تمرین-۳۶: یک خازن صفحه موازی تا یک ولتاژ مشخص شارژ و سپس منبع قطع می‌شود. اگر اکنون یک تیغه دی‌الکتریک بین صفحات وارد شده باشد
(الف): بار در هر صفحه ثابت باقی می‌ماند.
(ب): اختلاف پتانسیل بین صفحات ثابت باقی می‌ماند.
(ج): انرژی خازن ثابت می‌ماند.
(د): ظرفیت خازن ثابت می‌ماند.

تمرین-۳۷: سه پوسته کروی متحدالمرکز به‌ترتیب دارای شعاع r، $2r$، و $3r$ با بارهای q_1، q_2 و q_3 هستند. داخلی‌ترین و بیرونی‌ترین پوسته‌ها زمین می‌شوند. در این صورت
(الف): $q_1 + q_3 = -q_2$ **(ب):** $q_1 = -q_2/4$ **(ج):** $q_3/q_1 = 3$ **(د):** $q_3/q_2 = -1/3$

تمرین-۳۸: دو بار نقطه‌ای (هر کدام q) در $(0, y)$ و $(0, -y)$ قرار می‌گیرند. بار نقطه‌ای q با همان قطبیت در امتداد محور x است. در این صورت
(الف): نیروی وارد بر q در $x = \pm y/\sqrt{2}$ حداکثر است.
(ب): بار q در مبدأ در تعادل است.
(ج): بار q یک حرکت نوسانی در مورد مبدا انجام می‌دهد.
(د): تعادل یک تعادل پایدار نیست.

تمرین-۳۹: دو صفحه رسانای A و B به موازات یکدیگر در فاصله کمی بین آنها قرار گرفته‌اند. به‌صفحه A بار q_1 و به‌صفحه B بار q_2 داده می‌شود. در این صورت،
(الف): سطوح بیرونی A و B (روبه روی هم نیستند) هیچ باری دریافت نمی‌کنند.
(ب): سطوح داخلی A و B (روبه روی یکدیگر) تمام بار را دریافت می‌کنند.

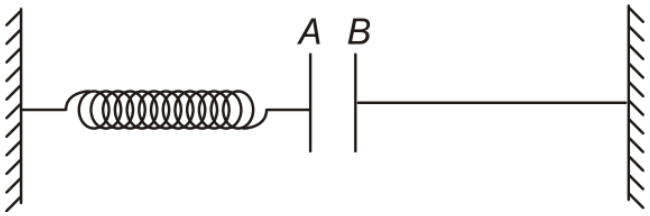
(ج): سطوح داخلی A و B (روبه روی هم) بار مساوی و مخالف به‌مقدار $\left(\frac{q_1-q_2}{2}\right)$ دارند.
(د): سطوح بیرونی A و B (نه روبه روی هم) دارای بار و قطبیت یکسان به‌مقدار $\left(\frac{q_1+q_2}{2}\right)$ هستند.

تمرین-۴۰: ذره‌ای با جرم m و بار q در امتداد خطی تحت تأثیر میدان الکتریکی $E=\alpha-\beta x$ حرکت می‌کند که α و β ثابت‌های مثبت و x فاصله از نقطه‌ای است که ذره ابتدا در آن ساکن بوده است. بنابراین ناظری که با شتاب $\frac{q\alpha}{m}$ حرکت می‌کند:
(الف): حرکت ذره نوسانی است. **(ب):** دامنه ذره α/β است.
(ج): موقعیت متوسط ذره در $x=\alpha/\beta$ است. **(د):** حداکثر شتاب ذرات $q\alpha/m$ است.

۲.۲ تمرین سطح دو

تمرین-۱: دو کره جامد فلزی ایزوله با شعاع R و $2R$ به‌گونه‌ای باردار می‌شوند که هر دوی اینها چگالی σ یکسانی دارند. کره‌ها دورتر از یکدیگر قرار دارند و توسط یک سیم رسانای نازک به‌هم متصل می‌شوند، چگالی بار جدید را در کره بزرگتر پیدا می‌کنند.

تمرین-۲: صفحه A یک خازن پر از هوا صفحه موازی به‌فنری با نیروی ثابت k متصل شده و صفحه B ثابت است. همانطور که در شکل نشان داده شده است روی یک میز بدون اصطکاک نگه داشته می‌شوند. اگر یک بار$+q$ در صفحه A و یک بار $-q$ در صفحه B قرار گیرد، فنر چقدر منبسط می‌شود.



تمرین-۳: مشاهده شده است که میدان الکتریکی در یک منطقه بزرگ به‌جو زمین به‌صورت عمودی به‌سمت پایین هدایت می‌شود. در ارتفاع 300 متری، میدان الکتریکی $60N/C$ و در 200 متری،$100N/C$ است، مقدار بار خالص موجود در یک مکعب 100 متری در لبه‌ای که بین 200 متر و 300 متر ارتفاع قرار دارد را پیدا کنید.

تمرین-۴: یک توپ به‌جرم m با بار q می‌تواند در یک صفحه عمودی در انتهای

رشته‌ای به‌طول L در یک میدان الکترواستاتیک یکنواخت که خطوط نیروی آن به سمت بالا هدایت می‌شوند بچرخد. چه سرعت افقی باید به‌توپ در موقعیت بالایی اعمال شود تا کشش رشته در موقعیت پایین توپ 15 برابر وزن توپ باشد؟

تمرین-۵: یک حلقه نارسانا نازک با شعاع R دارای چگالی بار خطی $\lambda = \lambda_0 \cos\phi$، که در آن λ_0 ثابت، ϕ زاویه ازیموتال (سمت) است. مقدار شدت میدان الکتریکی در موارد زیر پیدا کنید.
(الف): در مرکز حلقه.
(ب): بر روی محور حلقه به‌صورت تابعی از فاصله x از مرکز آن. تابع بدست آمده را در $x >> R$ بررسی کنید.

تمرین-۶: بار Q بر روی دو کره توخالی متحدالمرکز با شعاع‌های a و $b(b > a)$ توزیع می‌شود، به‌طوری که چگالی بار سطحی یکسان است. پتانسیل را در مرکز مشترک پیدا کنید.
تمرین-۷: مدل کلاسیک یک اتم را در نظر بگیرید که هسته بار$+e$ به‌طور یکنواخت در کره‌ای به‌شعاع 2Å توزیع شده است. یک الکترون بار $-e$ در فاصله شعاعی 1Å در داخل این کره حرکت می‌کند. نیروی جذب الکترون به‌مرکز کره را پیدا کنید. فرکانس نوسان الکترون حول مرکز کره را نیز محاسبه کنید.

تمرین-۸: چهار بار مثبت مساوی هر کدام با مقدار Q در چهار گوشه مربع ضلع a مرتب شده اند. یک واحد جرم بار مثبت m در P، در ارتفاع h بالاتر از مرکز مربع قرار می گیرد. مقدار Q چقدر باید باشد تا این بار واحد در حالت تعادل باشد.

تمرین-۹: توپی با شعاع R حامل بار مثبتی است که چگالی حجم آن تحت فاصله r از مرکز توپ بستگی دارد به صورت $\rho = \rho_0(1 - r/R)$ که ρ_0 مقدار ثابتی است. با فرض مساوی بودن گذردهی محیط و توپ برابر واحد، پیدا کنید:
(الف): مقدار شدت میدان الکتریکی به‌صورت تابعی از فاصله r در داخل و خارج توپ.
(ب): حداکثر شدت E_{max}.

تمرین-۱۰: سه بار منفی و مساوی $-q_1$ نقاط راس یک مثلث متساوی الاضلاع را تشکیل می‌دهند. ذره‌ای به‌جرم m و بار مثبت q_2 برای حرکت در امتداد خطی عمود بر صفحه مثلث و در مرکز آن که در فاصله r از هر بار منفی قرار دارد، محدود می‌شود.

فرکانس طبیعی ارتعاش ذره را برای جابجایی کوچک از موقعیت تعادل بیابید.

تمرین-۱۱: پتانسیل میدان الکتریکی و شدت میدان در مرکز نیمکره‌ای به‌شعاع R که به طور یکنواخت با چگالی سطح σ باردار شده است، را پیدا کنید.

تمرین-۱۲: یک حلقه رسانای نازک به‌شعاع r دارای بار الکتریکی $+Q$ است. اگر یک بار نقطه‌ای $+q$ در مرکز حلقه قرار گیرد، افزایش کشش سیم چقدر خواهد بود؟

تمرین-۱۳: یک نخ بسیار طولانی مستقیم بار یکنواختی به‌چگالی λ در واحد طول دارد. شدت و جهت شدت میدان الکتریکی را در نقطه‌ای به‌فاصله y و عمود بر نخ پیدا کنید.

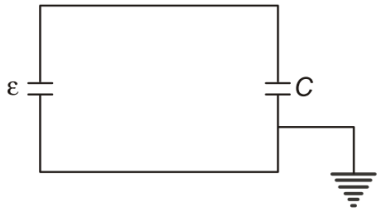
تمرین-۱۴: دو توپ یکسان بوسیله دو تکه نخ به فاصله‌ای از یکدیگر آویزان شده‌اند. به توپ‌ها بارهای مساوی داده و در نفت سفید غوطه‌ور می‌شوند. اگر نخ‌ها در خلاء یا نفت سفید از حالت عمودی منحرف نشوند، چگالی مواد توپ‌ها را تعیین کنید. چگالی نفت سفید $p_0 = 0.8g/cm^3$ و گذردهی آن $\epsilon = 2\epsilon_0$ است.

تمرین-۱۵: دو صفحه رسانای بزرگ به‌موازات یکدیگر قرار گرفته‌اند. فاصله بین آنها بسیار کمتر از ابعاد آنها است. به‌یکی از صفحات یک بار $+Q$ داده می‌شود. بارهای القا شده بر روی سطوح صفحه دیگر چیست؟

تمرین-۱۶: اگر شدت میدان الکتریکی که باعث شکست هوا می‌شود $E = 30,0000V/cm$ باشد، یک کره فلزی ایزوله با شعاع R در هوا تا چه پتانسیلی می‌تواند شارژ شود؟

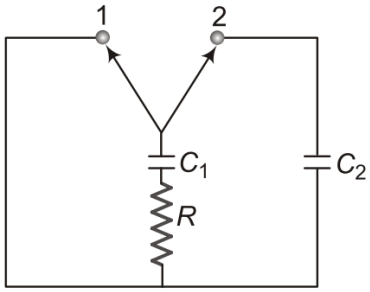
تمرین-۱۷: سه بار در یک خط مستقیم وجود دارد: یک بار مثبت q و دو بار منفی Q. در چه نسبتی بین بارها می‌توان آنها را طوری مرتب کرد که کل سیستم در تعادل باشد؟ آیا این تعادل پایدار خواهد بود؟

تمرین-۱۸: صفحات یک خازن صفحه باردار به‌طور متناوب به‌زمین متصل می‌شوند. آیا خازن تخلیه می‌شود؟

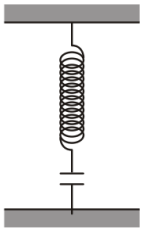


تمرین-۱۹: یکی از صفحات خازن متصل به باتری با E_{emf} زمین است. آیا در صورت برداشتن سیم زمین، پتانسیل صفحات خازن نسبت به‌زمین تغییر می‌کند؟

تمرین-۲۰: یکی از صفحات یک خازن صفحه با دی‌الکتریک میکا حامل بار مثبت $Q = 1.4 \times 10^5 CGS$ است. صفحه دیگر ایزوله از زمین شارژ نمی‌شود. مساحت هر صفحه $A = 2500cm^2$ و گذردهی میکا $\epsilon_r = 7$. است. شدت میدان الکتریکی را در بین صفحات پیدا کنید.



تمرین-۲۱: یک خازن شارژ شده با ظرفیت C_1 از طریق یک مقاومت با مقاومت R تخلیه می‌شود. هنگامی که جریان تخلیه به مقدار I_0 رسید، کلید از موقعیت 1 به 2 منتقل می‌شود. مقدار گرمای H آزاد شده در مقاومت را از این لحظه تعیین کنید.



تمرین-۲۲: در شکل داده شده مساحت هر صفحه خازنA است. در حالت ثابت، فاصله بین صفحات d_0 است. هنگامی که خازن به یک منبع الکتریکی با ولتاژ V متصل می شود، یک تعادل جدید با فاصله بین صفحات d_1 ظاهر می‌شود. جرم صفحه بالایی m است.

(الف): ثابت فنر K را پیدا کنید.
(ب): حداکثر ولتاژ برای K معینی که تعادل در آن امکان پذیر است چقدر است؟
(ج): فرکانس زاویه‌ای سیستم نوسان حول مقدار تعادل d_1 (دامنه نوسان $d_1 >>$) چقدر است؟

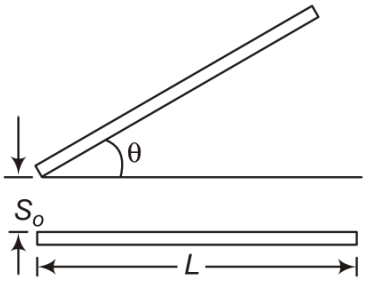
تمرین-۲۳: یک کره رسانا S_1 به‌شعاع r بر یک پایه عایقی قرار دارد. یک کره رسانای دیگر S_2 با شعاع R به عنوان پایه عایق نصب شده است. S_2 در ابتدا بدون شارژ است. به S_1 یک شارژ Q داده می‌شود، با S_2 تماس گرفته و حذف می‌شود. S_1 دوباره شارژ می‌شود به طوری که شارژ روی آن دوباره Q است و دوباره با S_2 تماس پیدا می‌کند و حذف می‌شود. این روش n بار تکرار می‌شود.
(الف) انرژی الکترواستاتیک S_2 را پس از n تماس با S_1 تعیین کنید.
(ب) مقدار محدود کننده این انرژی وقتی $n \to \infty$ میل کند، چقدر است.

تمرین-۲۴: محاسبه ظرفیت خازن صفحه موازی، با مساحت صفحه A و فاصله بین صفحات d، هنگامی که با یک دی‌الکتریک پر شده و ثابت دی‌الکتریک آن به‌صورت رابطه زیر متغیر است.

$$\epsilon(x) = \epsilon_0 + \beta x \quad 0 < x < d/2$$
$$\epsilon(x) = \epsilon_0 + \beta(d - x) \quad d/2 < x < d$$

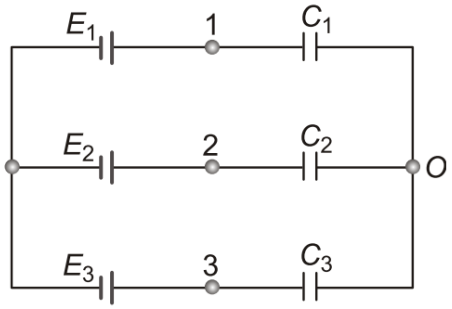
ظرفیت خازن را پیدا کنید.

تمرین-۲۵: یک خازن دارای صفحات مربعی با اضلاع به طول L است. صفحات در یک زاویه کوچک θ متمایل هستند. ظرفیت خازن را پیدا کنید.



تمرین-۲۶: ظرفیت یک سیستم متشکل از 2 گلوله فلزی یکسان به شعاع a را در صورتی که فاصله بین مراکز آنها برابر b باشد با $b >> a$ پیدا کنید. این سیستم در یک محیط دی‌الکتریک یکنواخت با گذردهی ϵ واقع شده است.

تمرین-۲۷: در مدار داده شده، پتانسیل نقطه 1 را با فرض صفر بودن پتانسیل نقطه O تعیین کنید.



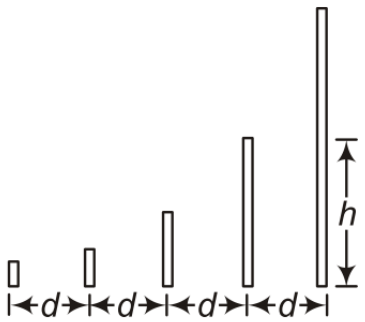
تمرین-۲۸: دو کره کوچک، هر کدام به جرم m، بوسیله نخهائی به طول l که در یک نقطه مشترک به‌هم متصل هستند، آویزان شده‌اند. یکی از کره‌ها دارای بار Q و دیگری $2Q$ است. فرض کنید نخها با خط عمود بترتیب زوایای کوچک θ_1 و θ_2 می‌سازند.

(الف): θ_1 و θ_2 چگونه به‌هم مرتبط هستند؟

(ب): نشان دهید که فاصله r بین کره‌ها از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$r = \left(\frac{Q^2 l}{\pi \epsilon_{d0} mg}\right)^{1/3}$$

تمرین-۲۹: همانطور که در شکل نشان داده شده است، پنج صفحه رسانای مستطیل شکل نازک با هر یک از عرض ثابت 1 متر به موازات یکدیگر قرار گرفته‌اند. دو صفحه متوالی با فاصله مساوی $d = 1$ میلی‌متر از هم جدا می‌شوند. صفحات به‌ترتیب افزایش ارتفاع مرتب شده‌اند. ارتفاع بالاترین صفحه $h = 5.12$ متر است و ارتفاع هر صفحه متوالی با ضریب 2 کاهش می‌یابد. سپس با فرض وجود هوا در بین صفحات، ظرفیت معادل سیستم بین صفحه اول و آخرین را پیدا کنید.



تمرین-۳۰: دو کره کوچک هر کدام به جرم m و بار q در داخل یک کاسه نیمکره صاف نارسانا به‌شعاع R قرار دارند. اگر فاصله آنها در حالت تعادل بین دو بار d باشد q را پیدا کنید.

تمرین-۳۱: داده‌ها:

$$\begin{aligned}
\epsilon_0 &= 8.85 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2} \\
h &= 6.63 \times 10^{-34} Js \\
c &= 3 \times 10^8 ms^{-1} \\
e &= 1.60 \times 10^{-19} C \\
m &= 9.11 \times 10^{-31} kg.
\end{aligned}$$

سه بار q، $2q$ و $8q$ باید در امتداد یک خط مستقیم به طول 9 سانتی‌متر قرار گیرند تا انرژی پتانسیل سیستم حداقل باشد.

(الف): موقعیت بارها را تعیین کنید.

(ب): شدت میدان الکتریکی را در موقعیت بار q بدست آورید.

تمرین-۳۲: نشان دهید که ظرفیت خازن صفحه موازی پر شده با دی‌الکتریک که ثابت دی‌الکتریک آن به‌صورت خطی از یک صفحه به‌صفحه دیگر افزایش می‌یابد،

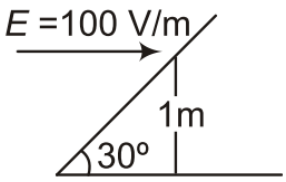
برابر است با:

$$C = \{\epsilon_0 A(K_2 - K_1)\}\{d\ln(K_2/K_1)\}$$

که در آن A مساحت هر یک از صفحات، d فاصله بین آنها، K_1 و K_2 به‌ترتیب ثابت دی‌الکتریک نزدیک صفحه 1 و نزدیک صفحه 2 هستند.

تمرین-۳۳: دو سیم بلند و ضخیم با بار موازی و مخالف به شعاع d را در نظر بگیرید که محور مرکزی آنها با فاصله D از هم جدا شده است. یک عبارت برای ظرفیت در واحد طول این زوج سیم را بدست آورید.

تمرین-۳۴: یک صفحه شیبدار که با زاویه 30 درجه با افقی ایجاد می‌کند، همانطور که در شکل نشان داده شده است، در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 100V/m$ قرار می‌گیرد. ذره‌ای با جرم 1.0 کیلوگرم و بار $0.01C$ مجاز است از ارتفاع 1.0 متری از حالت سکون به پایین بلغزد. اگر ضریب اصطکاک 0.2 باشد، زمان لازم برای رسیدن به‌پایین را پیدا کنید.



۳.۲ حل مسائل

حل تمرینات سطح یک

حل تمرین-۱: (**جواب: ب**) با فرض دو کره به‌عنوان خازن، پتانسیل مشترک

$$V = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0(r_1 + r_2)}$$

حل تمرین:-۲: (**جواب: ج**) از آنجایی که کره‌ها یکسان هستند، یافتن بار روی هر دو کره برابر خواهد بود و برای بار کل معین $(q_1 + q_2)$، نیروی بین دو جسم زمانی حداکثر است که بار به طور مساوی بین آنها تقسیم شود.

تمرین حل:-۳: (**جواب: د**) در $1s$ پتانسیل 20% $(100V - 80V)$، سپس بعد از $2s$ نیز پتانسیل 20% (یعنی $80V - 64V$) میرا می‌شود.

تمرین حل:-۴: (**جواب: ب**) پتانسیل مشترک

$$V = \frac{C_1V_1 - C_2V_2}{C_1 + C_2} = 0 \Longrightarrow C_1V_1 = C_2V_2 \Longrightarrow 3C_1 = 5C_2$$

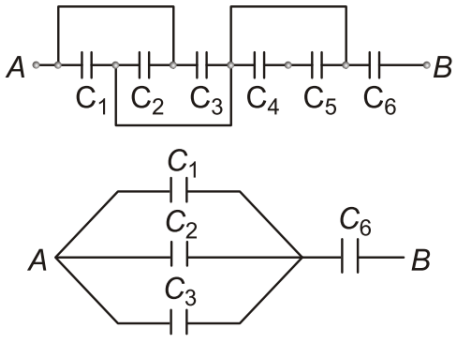
تمرین حل:-۵: (**جواب: ب**) کار انجام شده برابر انرژی جنبشی است.

$$qV = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{v_{He}^2}{v_H^2} = \frac{q_{He}}{q_H} \times \frac{m_H}{m_{He}} = 1 \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{v_{He}}{v_H} = \frac{1}{2}$$

تمرین حل:-۶: (جواب: ج) اختلاف پتانسیل بین C_4 و C_5 صفر است. یعنی آنها اتصال کوتاه هستند، همچنین C_1، C_2 و C_3 به صورت موازی و C_6 با نتیجه آنها در سری قرار می‌گیرند.



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_1 + C_2 + C_3} \quad \Longrightarrow \quad C = \frac{3}{4}\mu F$$

تمرین حل:-۷: (جواب: ب) انرژی پتانسیل در مرکز ماگزیمم(بیشینه) است.

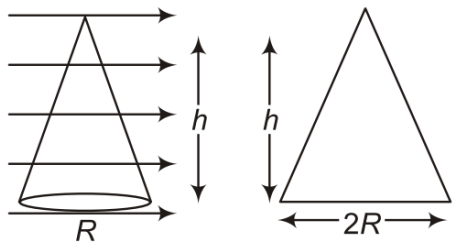
تمرین حل:-۸: (جواب: د) کار انجام شده برابر انرژی جنبشی است.

$$q(V_B - V_A) = K_2 - K_1$$

$$K_2 = 5.0 + 2 \times 10^{-3} \times 1.5 \times 10^3 = 8.0J$$

تمرین حل:-۹: (جواب: ب) حل تمرین-۱۰: (جواب: ب) منطقه تحت تاثیر قرار گرفته مخروط یک مثلث به ارتفاع h و قاعده $2R$ است. بنابراین (شار(یا فلوئیکه وارد مخروط میشود خواهد بود

$$\phi = E \times \frac{1}{2}h \times 2R = ERh$$



حل تمرین-۱۱: (جواب: الف) برای ماگزیمم جریان،

$$Z = R \qquad I_{max} = \frac{E_{max}}{R}$$

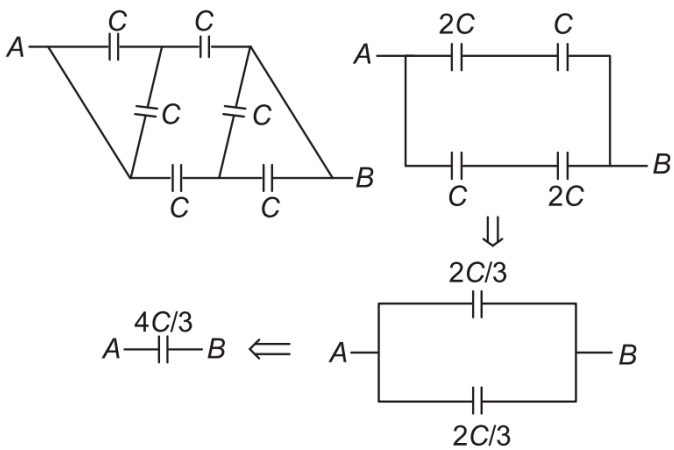
$$R = \frac{E_{max}}{I_{max}} = \frac{6}{600 \times 10^{-3}} = 10\Omega$$

برای جریان مستقیم

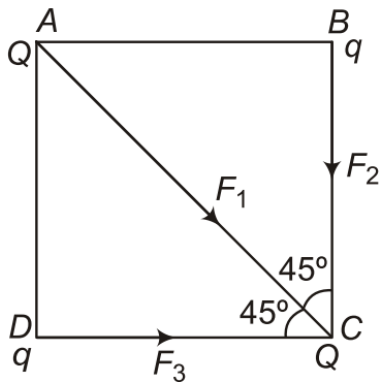
$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{6}{10+2} = 0.5\ A$$

حل تمرین-۱۲: (جواب: ب) میدان الکتریکی القاء شده در ناحیه خارج از میدان مغناطیسی

حل تمرین-۱۳: (جواب: ج)



حل تمرین-۱۴: (جواب: ب) نیروی خالص روی ذره در C،



$$F = F_1 + F_2 \cos 45^o + F_3 \cos 45^o = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{2a^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\frac{Qq}{\sqrt{2}a^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq}{\sqrt{2}a^2} = 0$$

$$Q = -2\sqrt{2}q$$

حل تمرین-۱۵: (جواب: ب)

$$q_A = 4\pi\sigma a^2, \quad q_B = -4\pi\sigma b^2, \quad q_C = 4\pi\sigma c^2$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_A}{a} + \frac{q_B}{b} + \frac{q_C}{c}\right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}(a+b+c)$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_A+q_B}{b} + \frac{q_C}{c}\right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{a^2}{b} - b + c\right)$$

$$V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_A+q_B+q_C}{c}\right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{a^2-b^2}{c} + c\right)$$

حل تمرین-۱۶: (جواب: د)

$$U_i = \frac{q^2}{2C_i} = \frac{1}{2}C_iV_0^2 = \frac{\epsilon_0 A V_0^2}{2d}$$

$$U_f = \frac{q^2}{2C_f} = \frac{Ci^2V_0^2}{2C_f} = \frac{3\epsilon_0 A V_0^2}{2d}$$

$$W = U_f - U_i = \frac{\epsilon_0 A V_0^2}{d}$$

حل تمرین-۱۷: (جواب: د)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qr}{R^3}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2R^3}(3R^2 - r^2)$$

حل تمرین-۱۸: (جواب: د) فرض کنید Q بار هر قطره باشد، در این صورت

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R}$$

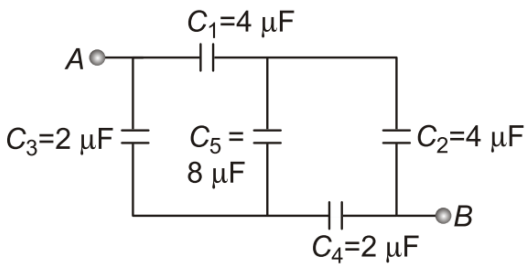
شعاع قطره بزرگ برابر است با

$$R' = N^{1/3}R$$

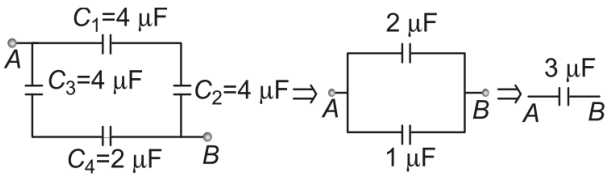
از حفظ حجم استفاده می‌شود

$$V' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{NQ}{N^{1/3}R} = N^{2/3}V$$

حل تمرین-۱۹: (جواب: الف)

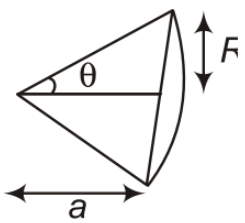


در اینجا، پل وتستون متعادل است، بنابراین C_5 را می‌توان از مدار حذف کرد. مدار فوق به‌صورت زیر کاهش می‌یابد



حل تمرین-۲۰: (جواب: ب)

$$KE = W = q(V_1 - V_2) = e(V_2 - V_1)$$



حل تمرین-۲۱: (جواب: د) شار از طریق مخروط با نیم زاویه نسبت به خط عمودی θ

$$\phi = (1 - \cos\theta)\frac{q}{2\epsilon_0} = (1 - \cos 60^o)\frac{q}{2\epsilon_0}$$

$$\phi = \frac{q}{4\epsilon_0} \qquad \Longrightarrow \qquad q = 4\epsilon_0\phi$$

حل تمرین-۲۲: (جواب: الف) بعداز مدت مدیدی، پتانسیل C_1 و همین طور C_2 برابر V می‌شوند.

$$q_2 = C_2 V$$

حل تمرین-۲۳: (جواب: الف)

$$U_i = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{a} \times 4 + \frac{1}{\sqrt{2}a} \times 2\right] = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\left[4 + \sqrt{2}\right]$$

انرژی جنبشی نهایی هر ذره برابر خواهد بود و می‌توان آن را با رابطه زیر نشان داد،

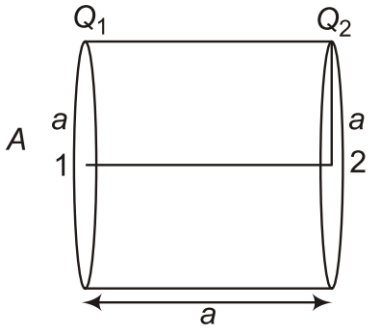
$$K_{e^+} = K_p = \frac{U_i}{4} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\left[1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right]$$

حل تمرین-۲۴: (جواب: ج) شار خروجی از مخروط با نیم زاویه عمودی α باید برابر با شار ورودی به مخروط نیم زاویه عمودی β باشد.

$$(1 - \cos\alpha)\frac{q_1}{2\epsilon_0} = (1 - \cos\beta)\frac{q_2}{2\epsilon_0}$$

$$\Longrightarrow q_1 \sin^2 \alpha/2 = q_2 \sin^2 \beta/2$$

حل تمرین-۲۵: (جواب: ج)



$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q_1}{a} + \frac{Q_1}{\sqrt{2}a}\right]$$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q_2}{a} + \frac{Q_1}{\sqrt{2}a}\right]$$

$$W = q(V_1 - V_2) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q_1 - Q_2}{a} - \frac{Q_1 - Q_2}{\sqrt{2}a}\right]$$

$$W = \frac{q(\sqrt{2}-1)}{4\pi\epsilon_0 a}(Q_1 - Q_2)$$

حل تمرین-۲۶: (جواب: ب)

حل تمرین-۲۷: (جواب: ه)

حل تمرین-۲۸: (جواب: د)

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{r^2}$$

$$F' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{4Q^2}{(3r)^2} = \frac{4}{9}F$$

حل تمرین-۲۹: (جواب: د) میدان الکتریکی درون یک هادی همیشه صفر است.

حل تمرین-۳۰: (جواب: ج)

$$W = q(V_B - V_A)$$

(بستگی به فاصله ندارد)

حل تمرین-۳۱: (جواب: د) خطوط میدان الکتریکی شلوغ (پر تراکم) نشان دهنده میدان الکتریکی قوی است.

حل تمرین-۳۲: (جواب: الف) جهت میدان الکتریکی به‌سمت کاهش پتانسیل است.

حل تمرین-۳۳: (جواب: ج) هنگامی که $-Q$ عمود بر خطی که بارها را به‌هم می‌پیوندد، تعادل پایدار است.

حل تمرین-۳۴: (جواب: د)

$$C = kC_0, \Longrightarrow C_0 = \frac{C}{k} \quad \text{و} \quad k > 1$$

$$E_0 = kE \quad \text{و} \quad V_0 = kV$$

حل تمرین-۳۵: (جواب: (الف، د)) هنگامی که باتری متصل نگه داشته می‌شود، اختلاف پتانسیل و میدان الکتریکی تغییر نمی‌کند

$$Q = CV \quad \text{و} \quad U = \frac{1}{2}CV^2$$

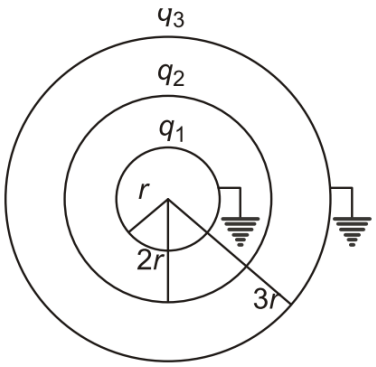
با افزایش C، هر دو Q و U افزایش می‌یابد.

حل تمرین-۳۶: (جواب: الف) هنگامی که تیغه دی‌الکتریک پس از جدا شدن باتری وارد می‌شود، فقط شارژ ثابت می‌ماند.

حل تمرین-۳۷: (جواب: (الف، ب، ج))

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{2r} + \frac{q_3}{3r}\right] = 0 \quad \Longrightarrow \quad q_1 + \frac{q_2}{2} + \frac{q_3}{3} = 0 \quad (i)$$

$$V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_1 + q_2 + q_3}{3r}\right] = 0 \quad \Longrightarrow \quad q_1 + q_2 + q_3 = 0 \quad (ii)$$



از حل معادلات (i) و (ii) خواهیم داشت

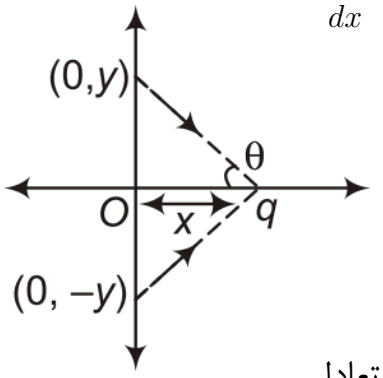
$$\begin{aligned} q_1 + q_3 &= -q_2 \\ \tfrac{q_3}{q_1} &= 3 \\ q_1 &= -\tfrac{q_2}{4} \\ \tfrac{q_3}{q_2} &= -\tfrac{3}{4} \end{aligned}$$

حل تمرین-۳۸: (جواب: (الف، ب، د))

$$F = 2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq}{(x^2+y^2)}\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Qqx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

برای نیروی بیشینه

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dx} &= 0 \\ &= \frac{2Qq}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{(x^2+y^2)^{3/2} - \frac{3}{2}x(x^2+y^2)^{1/2}(2x)}{(x^2+y^2)^3}\right] = 0 \end{aligned}$$



در نتیجه

$$x = \pm y/\sqrt{2}$$

همچنین در

$$x = 0 \qquad F = 0$$

از آنجایی که نیرو به دور از مبدا هدایت می‌شود، تعادل ناپایدار است.

حل تمرین-۳۹: (جواب: (ج، د))

حل تمرین-۴۰: (جواب: (الف، ب، ج، د)) شتاب ذره،

$$a_p = \frac{qE}{m} = \frac{q\alpha}{m} - \frac{q\beta}{m}x$$

شتاب ذره نسبت به ناظر

$$a_{p0} = -\frac{q\beta}{m}x$$

بدیهی است که حرکت نوسانی است. دامنه مستقل از حرکت است. برای این موقعیت

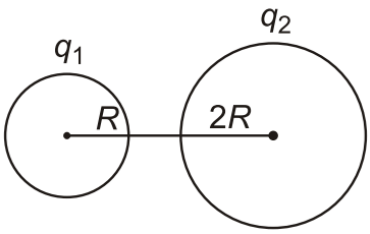
$$F = qE = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{\alpha}{\beta}$$

دامنه فاصله بین موقعیت متوسط و موقعیت شدید برابر است با:

$$A = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$a_{p0,max} = \frac{q\beta}{m}A = \frac{q\alpha}{m}$$

۴.۲ حل تمرینات سطح دو



حل تمرین-۱: داریم

$$q_1 = \sigma(4\pi R^2) = 4\pi\sigma R^2$$

$$q_2\sigma 4\pi(2R)^2 = 16\pi\sigma R^2$$

فرض کنید q_1' و q_2' بار نهائی روی هر کره باشد، در این صورت

$$V_1' = V_2'$$

$$\frac{kq_1'}{R} = \frac{kq_2'}{2R} \quad \Longrightarrow \quad q_2' = 2q_1'$$

ضمناً

$$q_1' + q_1' = q_2' + q_2' = 20\pi\sigma R^2$$

$$\Longrightarrow \quad q_1' = \frac{20}{3}\pi\sigma R^2$$

$$\Longrightarrow \quad \sigma_1' = \frac{q_1'}{4\pi R^2} = \frac{5}{3}\sigma$$

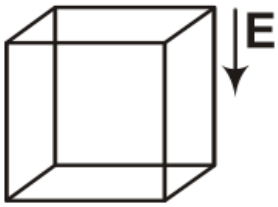
$$q_2' = \frac{40}{3}\pi\sigma R^2$$

$$\Longrightarrow \quad \sigma_2' = \frac{q_2'}{16\pi R^2} = \frac{5}{6}\sigma$$

حل تمرین-۲: برای تعادل، نیروی جاذبه بین صفحات خازن باید برابر با نیروی بازگرداندن فنر باشد. یعنی

$$\frac{q^2}{2\epsilon_0 A} = kx \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{q^2}{2k\epsilon_0 A} \quad [k = \text{ثابت فنر}]$$

حل تمرین-۳: شار خالص از طریق مکعب،



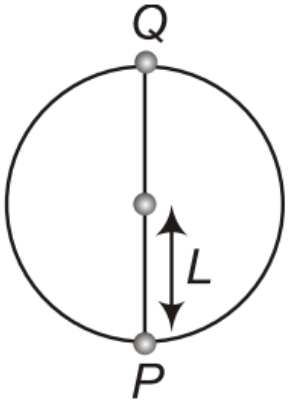
$$\begin{aligned}\phi &= \phi_2 - \phi_1 = (E_2 - E_1)A \\ &= (100-60)(100)^2 = 4\times 10^5 Nm^2/C\end{aligned}$$

طبق قضیه گاوس

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Longrightarrow \quad \begin{aligned} q &= \phi\epsilon_0 = 4\times 10^5 \times 8.85\times 10^{-12} \\ &= 3.54\times 10^{-6} C = 3.54\mu C\end{aligned}$$

حل تمرین-۴: در پائین‌ترین نقطه



$$T_p - mg + qE = \frac{mv_p^2}{L}$$

اما، $T_p = 15mg$

$$mv_p^2 = L(14mg + qE)$$

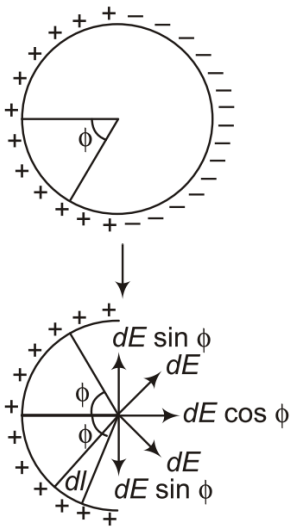
فرض کنید، V_Q سرعت در بالاترین موقعیت (Q) باشد، در این صورت طبق قضیه کار-انرژی،

$$(qE - mg)(2L) = \frac{1}{2}mv_Q^2 - \frac{1}{2}mv_p^2$$

$$\Longrightarrow \quad V_Q^2 = (5qE + 10mg)\frac{L}{m}$$

$$\Longrightarrow \quad V_Q = \left[5qE + 10mg)\frac{L}{m}\right]^{1/2} = \left[\frac{5L}{m}(qE + 2mg)\right]^{1/2}$$

حل تمرین-۵: (الف) به عنوان $\lambda = \lambda_0 \cos\phi$، نیمی از حلقه حامل بار مثبت و نیمه باقی مانده بار منفی حمل می‌کند. حلقه را می‌توان به‌صورت یک نیمه حلقه با چگالی بار $2\lambda = 2\lambda_0 \cos\phi$ فرض کرد.



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\lambda_0 dl}{R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\lambda_0\cos\phi d\phi}{R}$$

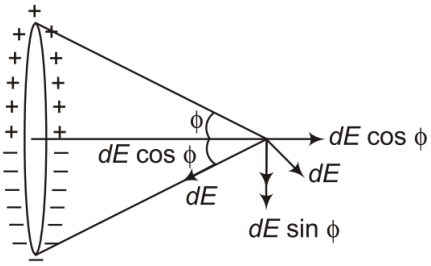
از شکل واضح است که

$$E = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dE\cos\phi = \frac{2\lambda_0}{4\pi\epsilon_0 R}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos^2\phi d\phi$$

$$E = \frac{\lambda_0}{4\pi\epsilon_0 R}\left[\phi - \frac{\sin 2\phi}{2}\right]_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\lambda_0}{4\epsilon_0 R}$$

(ب)

$$E = \int dS \sin\theta \cos\phi$$



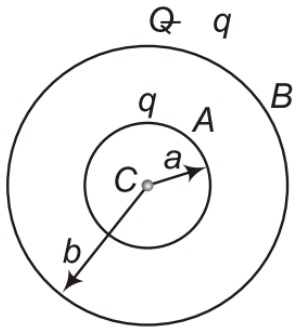
در اینجا

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{R^2+x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda_0 R\cos\phi d\phi}{R^2+x^2}$$

$$E = \frac{\lambda R\sin\theta}{4\pi\epsilon_0(R^2+x^2)}\int_{-\pi}^{\pi}\cos^2\phi d\phi = \frac{\lambda_0 R^2}{4\epsilon_0(R^2+x^2)^{3/}}$$

اگر $x >> R$ ،

$$E = \frac{\lambda_0 R^2}{4\epsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\lambda_0 R^2}{4\epsilon_0 x^3}$$



حل تمرین-۶: فرض کنید بارهای کره‌های شعاع a و b به‌ترتیب q و $Q-q$ باشند، در این صورت

$$\sigma = \frac{q}{4\pi a^2} = \frac{Q-q}{4\pi b^2}$$

$$\Longrightarrow \quad q = \frac{a^2}{a^2+b^2}Q$$

پتانسیل در مرکز،

$$\begin{aligned} V_C &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{a} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q-q}{b} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{a^2}{a(a^2+b^2)} + \frac{b^2}{b(a^2+b^2)}\right]Q \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{a+b}{(a^2+b^2)} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{a+b}{a^2+b^2}\right] \end{aligned}$$

حل تمرین-۷: میدان الکتریکی در فاصله $(r < R)$ از مرکز کره

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qr}{R^3} \qquad R = \text{شعاع کره}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{er}{R^3}$$

نیروی جذب،

$$F = -eE = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2 r}{R^3} = 2.88\times 10^{-9}N$$

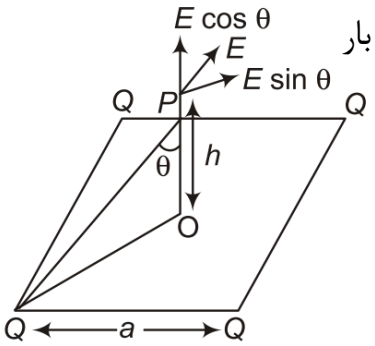
$$\Longrightarrow \quad \frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2 r}{mR^3} \qquad (i)$$

معادله کلی نوسانی

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -\omega^2 r \qquad (ii)$$

از معادلات (i) و (ii)، $\Omega = \sqrt{\dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$

$$\Longrightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m R^3}} = 8.9\times 10^4\ Hz$$



حل تمرین-۸: میدان الکتریکی در نقطه P ناشی از بار

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\left[\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + h^2\right]}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Q}{[a^2+2h^2]}$$

میدان الکتریکی خالص در P،

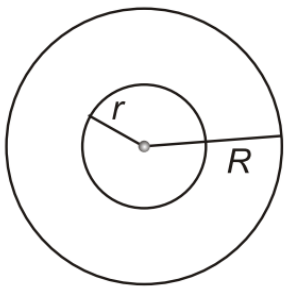
$$E_{net} = 4E\cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{8Q}{(a^2+2h^2)}\frac{h}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+h^2}} = \frac{2\sqrt{2}Qh}{\pi\epsilon_0(Q^2+2h^2)^{3/2}}$$

برای تعادل بار

$$qE = mg \quad \Longrightarrow \quad 1\times E = mg$$

$$\Longrightarrow \quad Q = \frac{\pi\epsilon_0 mg(a^2+2h^2)^{3/2}}{2\sqrt{2}}$$

حل تمرین-۹: (الف): بار احاطه شده توسط کره



$$\begin{aligned} q &= \int_0^r \rho dV = \int_0^r \rho(4\pi r^2 dr) = 4\pi\rho_0\int_0^r (r^2 - \frac{r^3}{R})dr \\ &= 4\pi\rho_0\left[\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4R}\right] \end{aligned}$$

کل بار داخل کره، بار قرار دادن $r = R$

$$Q = 4\pi\rho_0\left[\frac{R^3}{3} - \frac{R^3}{4}\right] = \frac{\pi\rho_0 R^3}{3}$$

داخل کره

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\left[\frac{r}{3} - \frac{r^2}{4R}\right]$$

خارج کره

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\frac{R^3}{3r^2}$$

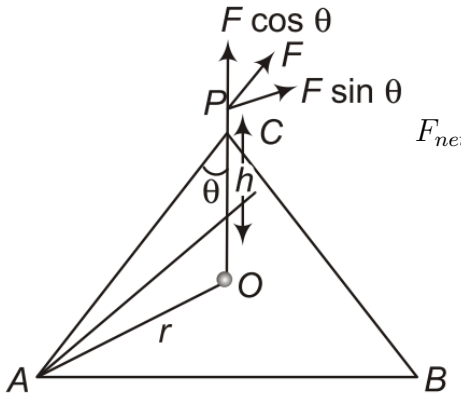
(ب): برای میدان بیشینه

$$\frac{dE}{dr} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\left[\frac{1}{3} - \frac{r}{2R}\right] = 0 \quad \Longrightarrow \quad r = \frac{2}{3}R$$

$$F_{max} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\left[\frac{2}{9}R - \frac{1}{9}R\right] = \frac{\rho_0 R}{9\epsilon_0}$$

حل تمرین-۱۰: بیایید در نظر بگیریم که سه ذره در رئوس ABC مثلث قرار می‌گیرند و ذره چهارم حامل بار $-q_2$ در هر لحظه در نقطه P قرار می‌گیرد، سپس به دلیل ذره در

$$F = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{(r^2+x^2)}$$



نیروی خالص در نقطه P

$$F_{net} = 3F\cos\theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{3q_1q_2x}{(r^2+x^2)^{2/3}}$$

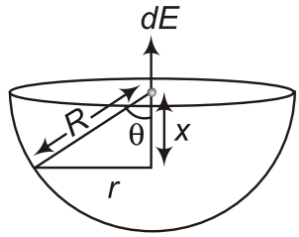
رد می‌شود. اگر $x << r$ باشد،

$$F_{net} = -\frac{3q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} = -kx$$

و فرکانش نوسان برابر است با

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3 m}}$$

حل تمرین-۱۱: برای یافتن پتانسیل، به دلیل پوسته کامل



$$v' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\sigma(4\pi R^2)}{R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}$$

پتانسیل ناشی از دو نیمه باید برابر باشد،در این صورت پتانسیل ناشی از نیمکره

$$V = \frac{V'}{2} = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0}$$

برای یافتن میدان الکتریکی، اجازه دهید پوسته نیمکره‌ای را از تعداد زیادی حلقه اولیه تشکیل شده است. یکی از این حلقه‌ها را با شعاع r در فاصله x از مرکز پوسته در نظر بگیرید. سپس

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{dqx}{(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{dqx}{R^3}$$

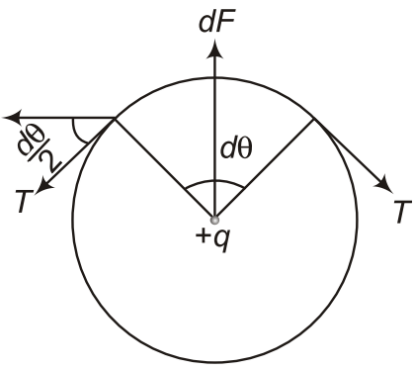
اما $dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r dl)$

دوباره $x = R\cos\theta,\ r = R\sin\theta$ و $dl = Rd\theta$

$$dE = \frac{2\sigma\sin\theta\cos\theta d\theta}{4\epsilon_0} = \frac{\sigma\sin 2\theta}{4\epsilon_0}d\theta$$

$$E = \int dE = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}\int_0^{\pi/2}\sin 2\theta d\theta = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

حل تمرین-۱۲: بخش ابتدایی طول dl را روی حلقه در نظر بگیرید که زاویه dq را در مرکز قرار می‌دهد. نیروی وارد بر این قسمت



$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Qdq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Q\lambda dl}{r^2} = \frac{Qq}{4\pi^2\epsilon_0 r^2}d\theta$$

چون نیروی خالص صفر است

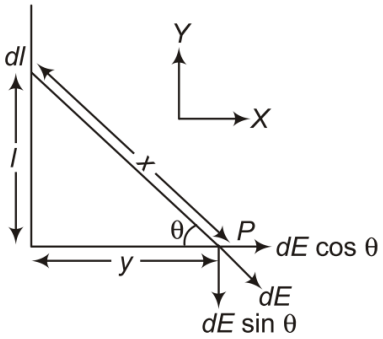
$$dF = 2T\sin\frac{d\theta}{2}$$

چون $d\theta$ کوچک است،

$$\sin\frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2}$$

$$\Longrightarrow \quad T = \frac{Qq}{4\pi^2\epsilon_0 r^2}$$

حل تمرین-۱۳: میدان الکتریکی در P ناشی از قسمت جزئی از طول dl



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{dq}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\lambda dl}{x^2}$$

اما $l = y\tan\theta$

$$\Longrightarrow \quad dl = y\sec^2\theta d\theta$$

و $x = y\sec\theta$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\lambda d\theta}{y}$$

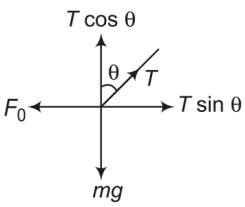
$$d\mathbf{E} = dE_x\hat{\mathbf{i}} + dE_y\hat{\mathbf{j}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\lambda d\theta}{y}\left[\cos\theta\ \hat{\mathbf{i}} - \sin\theta\ \hat{\mathbf{j}}\right]$$

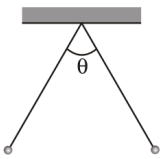
میدان الکتریکی خالص در نقطه P

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\lambda}{y}\int_0^{\pi/2}(\cos\theta\ \hat{\mathbf{i}} - \sin\theta\ \hat{\mathbf{j}})d\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\lambda}{y}(\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}})$$

$$|\mathbf{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\lambda\sqrt{2}}{y}$$

حل تمرین-۱۴: در خلاء



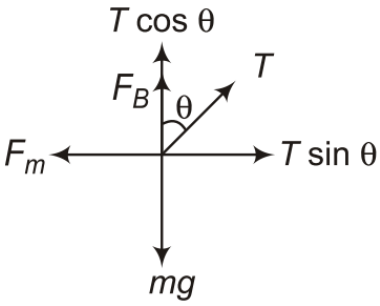


$$T\cos\theta = mg$$

$$T\sin\theta = QF_0$$

$$F_0 = mg\tan\theta \qquad (i)$$

در نفت سفید



$$T\cos\theta = mg - F_B$$

$$T\cos\theta = mg - \rho_0 V_g$$

و

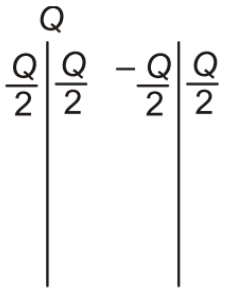
$$T\sin\theta = F_m$$

$$F_m = (mg - \rho_0 V_g)\tan\theta \qquad (ii)$$

با تقسیم معادله (ii) بر معادله (i)

$$\frac{F_m}{F_0} = \frac{(\rho V_g - \rho_0 V_g)}{\rho V_g}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\rho = \rho_0}{\rho_0} \qquad \Longrightarrow \qquad \rho = \frac{3}{2}\rho_0 = 2.4g/cm^3$$



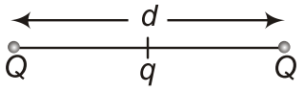
حل تمرین-۱۵: اگر صفحات حامل بارهای Q_1 و Q_2 باشند، بارهای سطوح بیرونی $\frac{Q_1+Q_2}{2}$ در هر سطح است. توزیع شارژ در شکل نشان داده شده است.

حل تمرین-۱۶:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{R^2} \qquad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{R}$$

$$V = ER = 300,000R \;\; Volts$$

حل تمرین-۱۷: از آنجایی که q نیروی مساوی از هر دو جهت را تجربه می‌کند، نیروی خالص وارد بر آن صفر است.



اکنون، نیروی خالص بر بار Q

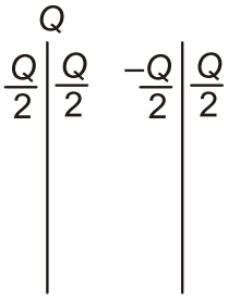
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{d^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_2}\cdot\frac{qQ}{(d/2)^2} = 0$$

$$Q = -4q$$

تعادل ناپایدار است به‌طوری که اگر یکی از دو بار انتهایی مختل شود، سیستم از هم جدا می‌شود.

حل تمرین-۱۸: خیر. اگر هر دو صفحه به طور همزمان به زمین متصل شوند، شارژ خازن نشت می‌کند.

حل تمرین-۱۹: خیر. با ثابت ماندن توزیع بار، پتانسیل هر صفحه ثابت می‌ماند.



حل تمرین-۲۰: توزیع شارژ در شکل نشان داده شده است

$$\begin{aligned} E &= \frac{\sigma}{\epsilon_r\epsilon_0} = \frac{Q}{2\epsilon_r\epsilon_0 A} \\ &= \frac{4\pi Q}{2\times 4\pi\epsilon_0\times\epsilon_r A} \\ &= \frac{4\times 3.14\times 1.4\times 10^5}{2\times 1\times 7\times 2500} = 5024\ CGSunits \end{aligned}$$

حل تمرین-۲۱: وقتی کلید در موقعیت 1 باشد،

$$\frac{q_0}{C_1} = IR$$

$$\Longrightarrow \quad q_0 = RC_1I_0$$

انرژی اولیه ذخیره شده در خازن،

$$U_i = \frac{q_0^2}{2C_1} = \frac{1}{2}R^2C_1I_0^2$$

وقتی کلید در موقعیت 2 باشد، پیدا کردن بار یکسان باقی میماند.
انرژی نهائی سیستم،

$$U_f = \frac{q_0^2}{2(C_1+C_2)} = \frac{R^2C_1^2I_0^2}{2(C_1+C_2)}$$

حرارت ایجاد شده،

$$H = U_i - U_f = \frac{1}{2}R^2C_1I_0^2\left[1-\frac{C_1}{C_1+C_2}\right] = \frac{R^2C_1C_2I_0^2}{2(C_1+C_2)}$$

حل تمرین-۲۲: (الف) برای تعادل نیروی بین صفحات خازن باید برابر نیروی کششی فنر باشد

$$\frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} = k(d_0-d_1)$$

$$\frac{C^2V^2}{2\epsilon_0 A} = k(d_0-d_1)$$

$$\Longrightarrow \quad k = \frac{\epsilon_0 AV^2}{2(d_0-d_1)d_1^2}$$

(ب) داریم

$$V^2 = \frac{2kd_1^2(d_0-d_1)}{\epsilon_0 A} \qquad (i)$$

برای بیشینه مقدار V

$$\frac{dV}{d(d_1)} = 0$$

با مشتق گرفتن از رابطه (i) نسبت به d_1 ، خواهیم داشت

$$2V\frac{dV}{d(d_1)} = \frac{2kd_1(2d_0-3d_1)}{\epsilon_0 A} = 0$$

$$\Longrightarrow \quad d_1 = \frac{2d_0}{3}$$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{k}{\epsilon_0 A}}\left(\frac{2d_0}{3}\right)^{3/2}$$

(ج) از موقعیت تعادل، صفحه با مقدار کمی x جابجا می‌شود. در این صورت نیروی خالص روی صفحه

$$\begin{aligned} F &= k(d_0-d_1+x) - \frac{C^2V^2}{2\epsilon_0 A} \\ &= \frac{\epsilon_0 AV^2}{2(d_0-d_1)d_1^2}(d_0-d_1+x) - \frac{\epsilon_0 AV^2}{2(d_1-x)^2} \\ &= \frac{\epsilon_0 AV^2}{2}\left[\frac{(d_0-d_1+x)(d_1-x)^2-(d_0-d_1)d_1^2}{d_1^2(d_1-x)^2(d_0-d_1)}\right] \\ &= \frac{\epsilon_0 AV^2}{2}\left[\frac{(3d_1-2d_0)}{d_1^3(d_0-d_1)}\right]x \end{aligned}$$

$$F = k\left(\frac{3d_1-2d_0}{d_1}\right)x$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}\frac{d_1}{3d_1-2d_0}}$$

حل تمرین-۲۳: (الف) فرض کنید $Q_1, Q_2, Q_3, \cdots, Q_n$ بارهای روی S_2 پس از تماس با S_1 به ترتیب برای اولین، دومین، سومین و $\cdots$ و n امین بار باشد، در این صورت

$$Q_1 = \frac{R}{R+r}Q$$

$$Q_2 = \frac{R}{R+r}(Q_1+Q) = \left[\frac{R}{R+r} + \left(\frac{R}{R+r}\right)^2\right]Q$$

$$Q_3 = \frac{R}{R+r}(Q_2+Q) = \left[\frac{R}{R+r} + \left(\frac{R}{R+r}\right)^2 + \left(\frac{R}{R+r}\right)^3\right]Q$$

بهمین نحو

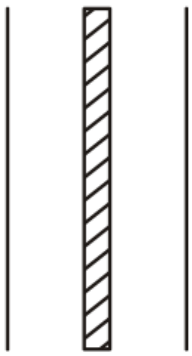
$$\begin{aligned} Q_n &= \left[\frac{R}{R+r}+\left(\frac{R}{R+r}\right)^2+\left(\frac{R}{R+r}\right)^3+\cdots+\left(\frac{R}{R+r}\right)^n\right]Q \\ &= \frac{R}{R+r}\left[\frac{1-\left(\frac{R}{R+r}\right)^n}{1-\left(\frac{R}{R+r}\right)}\right]Q \\ &= \frac{R}{r}\left[1-\left(\frac{R}{R+r}\right)^n\right]Q \end{aligned}$$

$$U_n=\frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{Q_n^2}{R}=\frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{R\left[1-\left(\frac{R}{R+r}\right)^n\right]^2Q^2}{r^2}$$

(ب) اگر $n\to\infty$

$$U=\frac{Q^2R}{8\pi\epsilon_0 r^2}$$

حل تمرین-۲۴:



$$dC=\frac{\epsilon_0 A}{dx}$$

برای بهم پیوستن موازی

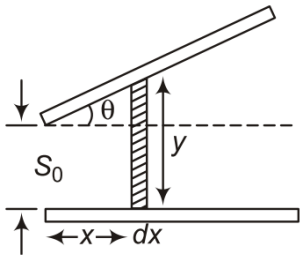
$$\frac{1}{C}=\int\frac{1}{dC}=\int\frac{dx}{\epsilon A}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{A}\left[\int_0^{d/2}\frac{dx}{\epsilon_0+\beta x}+\int_{d/r}^{d}\frac{dx}{\epsilon_0+\beta(d-x)}\right] \\ &= \frac{2}{A\beta}\ln\left|\frac{2\epsilon_0+\beta d}{2\epsilon_0}\right| \end{aligned}$$

$$C=\frac{A\beta}{2\ln\left|\frac{2\epsilon_0+\beta d}{2\epsilon_0}\right|}$$

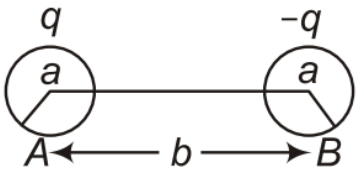
حل تمرین-۲۵: خازن را به‌صورت موازی ترکیبی از تعداد زیادی خازن در نظر بگیرید. یکی از این خازن‌ها را همانطور که در شکل نشان داده شده است در نظر بگیرید.

ظرفیت این خازن برابر است با



$$\begin{aligned} dC &= \frac{\epsilon_0 L dx}{y} \\ &= \frac{\epsilon_0 L dx}{S_0 - x\tan\theta} \qquad [y = S_0 + x\tan\theta] \\ C &= \int dC = \epsilon_0 L \int_0^L \frac{dx}{S_0 + x\tan\theta} \\ &= \epsilon_0 L \ln\left|\frac{S_0 + L\tan\theta}{S_0}\right| \end{aligned}$$

حل تمرین-۲۶: فرض کنید کره‌ها بارهای q و $-q$ را حمل می‌کنند.



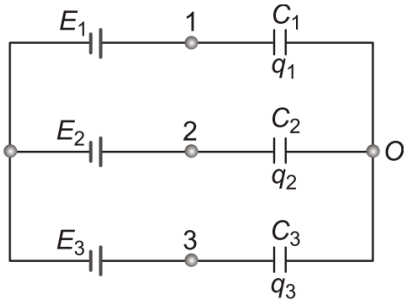
$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}\left[\frac{q}{a} - \frac{q}{b}\right]$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}\left[\frac{q}{b} - \frac{q}{a}\right]$$

$$V = V_A - V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right]$$

$$C = \frac{q}{V} = 2\pi\epsilon_0\epsilon\left[\frac{ab}{b-a}\right]$$

حل تمرین-۲۷: فرض کنید q_1، q_2 و q_3 بترتیب بارهای روی خازن‌های C_1، C_2 و C_3 باشند. در این صورت



$$\frac{q_1}{C_1} - \frac{q_2}{C_2} = E_1 - E_2$$

$$q_1 = C_1\left[\frac{q_2}{C_2} + E_1 - E_2\right]$$

و

$$\frac{q_2}{C_2} - \frac{q_3}{C_3} = E_2 - E_3$$

$$q_3 = C_3\left[\frac{q_2}{C_2} + E_3 - E_2\right]$$

طبق قانون اتصال کیرشهوف،

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0$$

$$C_1\left[\frac{q_2}{C_2} + E_1 - E_2\right] + q_2 + C_3\left[\frac{q_2}{C_2} + E_3 - E_2\right] = 0$$

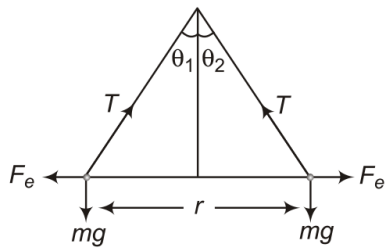
$$q_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2 + C_3}\left[(C_1 + C_2)E_2 - C_1E_1 - C_3E_3\right]$$

به‌همین نحو

$$q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_3}\left[(C_2 + C_3)E_1 - C_2E_2 - C_3E_3\right]$$

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{C_2 + C_3)E_1 - C_2E_2 - C_3E_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

حل تمرین-۲۸: (الف) از آنجایی که هر دو کره نیروی مساوی را تجربه می‌کنند (جرم هر دو یکسان است و $F_{e_{21}} = F_{e_{12}}$)، θ_1 باید برابر با θ_2 باشد.

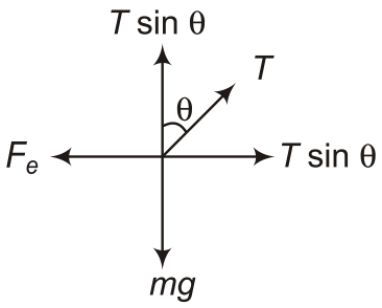


(ب) برای تعادل بارها

$$T\cos\theta = mg \qquad (i)$$

و

$$T\sin\theta = F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Q^2}{r^2} \qquad (ii)$$



از معادلات (i) و (ii) داریم

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Q^2}{r^2} = mg\tan\theta$$

چون θ کوچک است، $\tan\theta = \sin\theta = \frac{r/2}{l} = \frac{r}{2l}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Q^2}{r^2} = \frac{mgr}{2l} \quad \Longrightarrow \quad r = \left(\frac{Q^2 l}{\pi\epsilon_0 mg}\right)^{1/3}$$

حل تمرین-۲۹: آرایش گروه بندی سری چهار خازن خواهد بود

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 b\left(\frac{h}{16}\right)}{d} = \frac{\epsilon_0 bh}{16d}$$

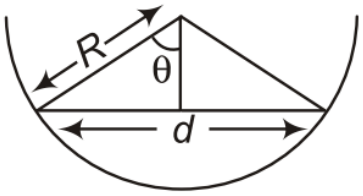
$$C_2 = \frac{\epsilon_0 b\left(\frac{h}{8}\right)}{d} = \frac{\epsilon_0 bh}{8d}$$

$$C_3 = \frac{\epsilon_0 bh}{4d}, \quad \text{و} \quad C_4 = \frac{\epsilon_0 bh}{2d}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{2d}{\epsilon_0 bh}\left[1 + 2 + 4 + 8\right]$$

$$C = \frac{\epsilon_0 bh}{30d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 1 \times 5.12}{30 \times 1 \times 10^{-3}} = 1.5 \times 10^{-9} = 1.5nF$$

حل تمرین-۳۰: نمودار آزاد دستگاه برای هر دو بار در تعادل



$$F_e = N\sin\theta \qquad (i)$$

$$mg = N\cos\theta \qquad (ii)$$

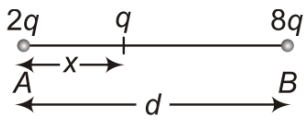
از ذو رابطه (i) و (ii) داریم

$$F_e = mg\tan\theta$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{d^2} = mg\cdot\frac{d/2}{\sqrt{r^2-(d/2)^2}}$$

$$\Longrightarrow \quad q = \frac{\sqrt{4\pi\epsilon_0 mgd^3}}{\sqrt{4R^2-d^2}}$$

حل تمرین-۳۱: (الف) برای حداقل انرژی بارهای با مقدار بالاتر باید در نهایت قرار گیرد.



فرض کنید $2q$ در A و $8q$ در B با $AB = d = 9$ سانتی‌متر واقع شود. اجازه دهید بار q در فاصله x از A قرار گیرد، سپس انرژی سیستم

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\left[\frac{2q\times q}{x}+\frac{8q\times q}{d-x}+\frac{2q\times 8q}{d}\right] = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{x}+\frac{4}{d-x}+\frac{8}{d}\right]$$

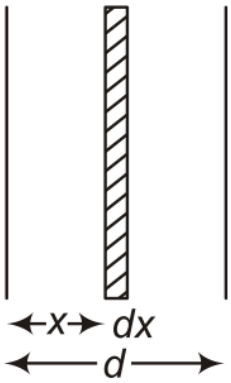
برای پیدا کردن کمینه(می‌نیموم) انرژی،

$$\frac{dU}{dx} = 0$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0}\left[-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{(d-x)^2}+0\right] = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = d/3$$

(ب) از آنجایی که انرژی q حداقل است، باید در حالت تعادل باشد، یعنی $E = 0$.

حل تمرین-۳۲: همانطور که در شکل نشان داده شده است، یک بخش ابتدایی با ضخامت dx روی خازن در نظر بگیرید.



چون ثابت دی‌الکتریک به‌صورت خطی با فاصله تغییر می‌کند

$$\frac{K-K_1}{x-0}=\frac{K_2-K_1}{d}$$
$$\Longrightarrow \quad K=K_1+\frac{K_2-K_1}{d}x$$

ظرفیت این قسمت

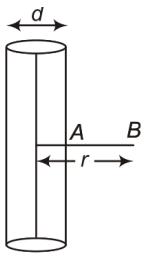
$$dC=\frac{K\epsilon_0 A}{dx}$$

خازن را می‌توان به‌صورت یک گروه بندی سری شامل تعداد زیادی خازن در نظر گرفت. بنابراین

$$\begin{aligned}\frac{1}{C} &= \int\frac{1}{dC}=\int_0^d\frac{dx}{K\epsilon_0 A}=\frac{1}{\epsilon_0 A}\int_0^d\frac{dx}{K_1+\frac{K_2-K_1}{d}x}\\ &= \frac{1}{\epsilon_0 A}\cdot\left(\frac{d}{K_2-K_1}\right)\left[\ln\left|K_1+\frac{K_2-K_1}{d}x\right|\right]_0^d\\ &= \frac{d\ln K_2/K_1}{\epsilon_0 A(K_2-K_1)}\end{aligned}$$

حل تمرین-۳۳: یک هادی استوانه‌ای بلند با بار یکنواخت را در نظر بگیرید. میدان الکتریکی در فاصله r،

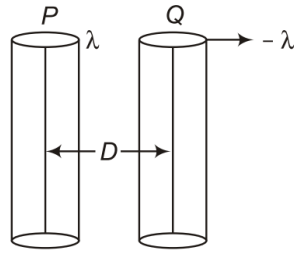
$$E=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



که در آن λ چگالی بار خطی است.
اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B

$$V_{AB}=-\int_d^r \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\cdot\ln\frac{r}{d}$$

حال سیستم دو هادی استوانه‌ای را مطابق شکل در نظر بگیرید. تفاوت پتانسیل بین P و Q خواهد بود؛

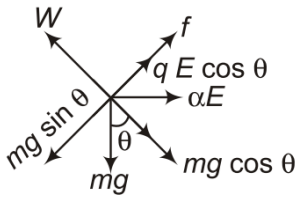


$$V = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0}\ln\frac{D}{d}$$

ظرفیت واحد طول این سیستم

$$C = \frac{\lambda}{V} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D}{d}}$$

حل تمرین-۳۴: نمودار آزاد نیروهای ذره در شکل نشان داده شده است



$$N = qE\sin\theta + mg\cos\theta \qquad (i)$$

$$\begin{aligned} f &= \mu N = \mu(qE\sin\theta + mg\cos\theta) \\ &= 0.2(0.01\times 100\times\frac{1}{2} + 1\times 10\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 1.83N \end{aligned}$$

$$mg\sin\theta - qE\cos\theta - f = ma$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{mg\sin\theta - qE\cos\theta - f}{m} \\ &= \frac{1\times 10\times 0.5 - 0.01\times 100\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = 2.31ms^{-2} \end{aligned}$$

مسافتی که ذره می‌پیماید

$$s = \frac{h}{\sin\theta} = 2m$$

با استفاده از

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$\Longrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2\times 2}{2.31}} = 1.32s$$

فصل ۳

جریان الکتریکی

۱.۳ حامل‌های جریان

- **(الف)** ذرات باردار که عبور آنها در جهت معین جریان الکتریکی را تشکیل می‌دهد، حامل جریان نامیده می‌شوند.
- **(ب)** نمونه‌هایی از حامل‌های جریان عبارتند از: الکترون‌ها در رساناها، یون‌ها در الکترولیت‌ها، الکترون‌ها و حفره‌ها در نیمه هادی‌ها.
- **(ج)** حامل‌های جریان می‌توانند بار $+ve$ یا $-ve$ داشته باشند.

۲.۳ نیروی محرکه الکتریکی یک باتری

- **(الف)** نیروی محرکه الکتریکی (یا نیروی الکتروموتوری EMF [۱]) با آرایش یا سازوکاری مرتبط است که می‌تواند انرژی را تامین کند یا برای انتقال بار الکتریکی از انرژی پتانسیل پایین‌تر به انرژی پتانسیل بالاتر عمل می‌کند.
- **(ب)** EMF یک سلول به‌عنوان کل کار انجام شده در حمل بار واحد $+ve$ یک بار در مسیر مدار کامل از جمله باتری تعریف می‌شود.
- **(ج)** اگر W کار انجام شده در حمل بار q یک بار در مدار کامل باشد، آنگاه emf باتری برابر است با:

$$e = W/q$$

[۱] Electromotive Force (EMF)

- **(د)** EMF یک سلول (باتری) نیز می‌تواند توسط $e = \oint \mathbf{E}\cdot\mathbf{dl}$ که در آن $\mathbf{E}$ شدت میدان الکتریکی و $\mathbf{dl}$ بردار قطعه مسیر کوچک است، داده شود.
- **(ه)** EMF یک سلول نیز به‌عنوان حداکثر اختلاف پتانسیل بین دو الکترود یک سلول در زمانی که سلول در مدار باز است تعریف می‌شود.
- **(و)** EMF یک سلول به (1) ماهیت الکترودها، (2) ماهیت و غلظت الکترولیت مورد استفاده در سلول و (3) دمای سلول بستگی دارد.
- **(ح)** EMF یک سلول به (1) اندازه سلول، (2) مقدار الکترولیت، (3) فاصله بین الکترودها و (4) سطح الکترودهای در تماس با الکترولیت بستگی ندارد.
- **(ط)** در داخل سلول جهت جریان همیشه از الکترود $-ve$ به الکترود $+ve$ است.
- **(ی)** هنگامی که جریان از سلول گرفته می‌شود، آنگاه اختلاف پتانسیل (V) در دو الکترود سلول کمتر از نیروی الکتروموتور آن (e) است، یعنی $V < e$.
- **(ک)** وقتی جریانی از سلول گرفته نمی‌شود، $e = V$.
- **(ل)** هنگامی که سلول شارژ می‌شود، اختلاف پتانسیل بین دو الکترود یک سلول بیشتر از EMF سلول است.
- **(م)** نیروی محرکه (e) یک سلول برابر است با نسبت توان (P) تولید شده توسط سلول به‌جریان (I) که از مدار می‌گذرد، یعنی $e = P/I$.
- **(ن)** واحد EMF ژول بر کولمب (J/C) یا ولت یا وات بر آمپر است.
- **(س)** فرمول ابعادی EMF برابر $[ML^2T^{-3}A^{-1}]$ است.

۳.۳ سرعت رانش

- **(الف)** به‌عنوان سرعت متوسطی تعریف می‌شود که الکترون‌های آزاد تحت تأثیر میدان الکتریکی خارجی به سمت انتهای $+ve$ رسانا هدایت می‌شوند.
- **(ب)** سرعت رانش الکترون‌ها با رابطه زیر داده می‌شود

$$\mathbf{v}_d = \frac{-e\mathbf{E}}{m}\tau$$

که در آن e بار الکترون، m جرم آن، $\mathbf{E}$ شدت میدان اعمالی و τ زمان آرامش[۲] یعنی میانگین زمانی که از آخرین برخورد هر الکترون با یون یا اتم رسانا می‌گذرد،

[۲] Relaxation Time

در حالی که تحت تأثیر میدان الکتریکی اعمال شده به سمت انتهای $+ve$ رسانا حرکت می‌کند.

- **(ج)** سرعت رانش الکترون‌ها به (1) ماهیت رسانا و (2) میدان الکتریکی اعمال شده در سراسر هادی بستگی دارد.
- **(د)** مقدار سرعت رانش الکترون حدود 10^{-5} متر بر ثانیه و مقدار زمان آرامش حدود 10^{-14} ثانیه است.
- **(ه)**

$$\text{زمان آرامش} = \frac{\text{میانگین مسیر آزاد}}{\text{سرعت موثر الکترونها}}$$

اهم بین المللی به‌صورت مقاومت ستون جیوه‌ای به‌طول 106.3 سانتی‌متر با سطح مقطع 1 میلی‌متر مربع و جرم 14.4521 گرم در دمای 0 درجه سانتی‌گراد تعریف می‌شود.

۴.۳ چگالی جریان

- **(الف)** چگالی جریان در یک نقطه در داخل هادی به عنوان مقدار جریان در واحد سطح در اطراف آن نقطه از هادی تعریف می شود، مشروط بر اینکه منطقه در جهتی طبیعی نسبت به جریان نگه داشته شود.
- **(ب) تعریف چگالی جریان الکتریکی**

$$J = \frac{i}{A} = nev_d$$

- **(ج)** واحد SI چگالی جریان الکتریکی Am^{-2}.
- **(د)** چگالی جریان یک خاصیت ویژه یک نقطه خاص در داخل هادی است و نه کل هادی.
- **(ه)** چگالی جریان یک کمیت برداری است. جهت آن جریان بار $+ve$ در نقطه داده شده در داخل هادی است.
- **(و)** چگالی کل جریان (J) برابر است با مجموع چگالی جریان هدایت (J_c) و چگالی جریان جابجایی (J_d)؛ یعنی

$$J = J_c + J_d$$

- **(ز)** ابعاد چگالی جریان برابر است با $[M^0L^{-2}T^0A^1]$.

۵.۳ مقاومت ویژه

- **(الف)** مقاومت ویژه ماده یک هادی به‌صورت مقاومت واحد طول و واحد سطح مقطع هادی تعریف می‌شود.
- **(ب)** رابطه مقاومت یا مقاومت ویژه یک هادی $\rho = RA/l$ است.
- **(ج)** واحد مقاومت ویژه واحد SI اهم متر است که با $\Omega - m$ نشان داده می‌شود.
- **(د)** مقاومت ویژه یک هادی با دما تغییر می‌کند.
- **(ه)** مقدار مقاومت ویژه ابرهادی[۳] صفر است.
- **(و)** مقاومت ویژه یک هادی به‌ماهیت هادی بستگی دارد.
- **(ز)** مقاومت ویژه یک هادی مستقل از طول و سطح مقطع هادی (یعنی ابعاد هادی) است.
- **(ح)** رابطه برای مقاومت ویژه یک رسانا به‌صورت زیر داده می‌شود
$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$
- **(ط)** مقدار مقاومت ویژه برای هادی‌های فلزی کمتر، برای نیمه هادی‌ها بیشتر و برای آلیاژها نیز بیشتر است.
- **(ی)** مقاومت ویژه نیکروم $100 \times 10^{-8}\Omega - m$، که آن بالاتر از منگنین $44 \times 10^{-8}\Omega - m$ است.
- **(ک)** مقاومت ویژه خاصیت مشخصه هادی است.

۶.۳ اثر دما بر مقاومت

مقاومت یک رسانای فلزی در دمای t^oC با استفاده از زیر بدست می‌آید
$$R_t = R_0(1 + \alpha t)$$
که در آن R_0 مقاومت هادی در دمای صفر درجه سانتیگراد و α ضریب دمای مقاومت است.
ضریب دمای مقاومت به‌صورت افزایش مقاومت در واحد مقاومت اولیه به ازای افزایش درجه حرارت سانتی‌گراد تعریف می‌شود، یعنی:
$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 \times t} = \frac{\text{افزایش مقاومت}}{\text{افزایش دما} \times \text{مقاومت اولیه}}$$

[۳] Superconductor

واحد α برابر C^{-1} یا K^{-1} است.
برای فلزات α برابر $+ve$ است، یعنی مقاومت با افزایش دما افزایش می‌یابد.
برای نیمه‌هادی‌ها و عایق‌ها α برابر $-ve$ است یعنی مقاومت با افزایش دما کاهش می‌یابد.
برای آلیاژهایی مانند منگنین، یورکا و کنستانتان مقدار α در مقایسه با هادی‌ها بسیار کم است. به‌همین دلیل است که از این آلیاژها در ایجاد مقاومت استاندارد استفاده می‌شود.
اگر $R_{t_1}R_{t_2}$ مقاومت هادی یکسان در دماهای t_1 درجه سانتیگراد و t_2 درجه سانتیگراد باشد، در این صورت

$$R_{t_2} = R_{t_1}[1 + \alpha(t_2 - t_1)], \quad \text{و} \quad \alpha = \frac{R_{t_2} - R_{t_1}}{R_{t_1}(t_2 - t_1)}$$

در اینجا α ضریب دمای مقاومت است که در محدوده دمای t_1 تا t_2 درجه سانتیگراد به‌طور میانگین می‌باشد.

۷.۳ هادیهای غیراهمی

- **(الف)** این هادی‌ها هستند که از قانون اهم پیروی نمی‌کنند.
- **(ب)** به‌عنوان مثال لوله‌های خلاء، دیودهای نیمه‌هادی، الکترولیت مایع، ترانزیستور و غیره هستند.
- **(ج)** رابطه $V = IR$ برای هادی‌های اهمی و غیراهمی معتبر است.
- **(د)** مقادیر R برای هادی غیراهمی مقادیر متفاوت I و V است.
- **(ه)** رابطه بین V و I برای هادی غیراهمی غیرخطی است.

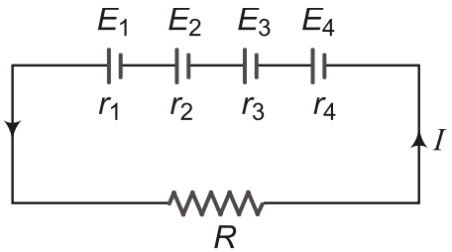
۸.۳ ابررساناها

- **(الف)** موادی که کمترین مقاومت را در برابر جریان عبوری از خود دارند ابررسانا نامیده می‌شوند.
- **(ب)** به‌عنوان مثال، جیوه در دمای $4.7K$، سرب در $7.25K$ و نیوبیم در دمای $9.2K$ تبدیل به ابررسانا می‌شوند.
- **(ج)** اگر جریانی در یک حلقه بسته از مواد ابررسانا تشکیل شود، پس از خارج شدن منبع EMF برای چندین هفته به‌جریان خود ادامه می‌دهد.

- **(د)** یک رسانای فلزی در دمایی به‌نام دمای بحرانی[۴] که برای مواد مختلف متفاوت است مانند یک ابررسانا رفتار می‌کند.
- **(ه)** ابررساناها در دمای بحرانی، الکترون‌های آزاد یک ابر منسجم (همدوس[۵]) یا همکار از الکترون‌ها را تشکیل می‌دهند که با ارتعاش یونی هادی در آن دما منحرف نمی‌شوند.
- **(و)** ابررساناها (1) در ساخت آهنرباهای الکتریکی بسیار قوی، (2) برای تولید رساناهایی با سرعت بسیار بالا، (3) در انتقال توان الکتریکی و (4) در مطالعه فیزیک ذرات با انرژی بالا استفاده می‌شوند.

۹.۳ بهم پیوستن باتری‌ها (سلول‌ها)

۱: بهم پیوستن سری



- **(الف)** اگر سلول‌های مختلف همانطور که در شکل نشان داده شده است به‌هم متصل شوند، گفته می‌شود که به‌صورت بهم پیوستن سری به‌هم وصل شده‌اند.
- **(ب)** در این نوع بهم پیوستن جریان یکسانی از تمام سلول‌ها عبور می‌کند.
- **(ج)** مجموع EMF این ترکیب سلولی برابر است با:
$$E = E_1 + E_2 + E_3$$
- **(د)** مقاومت داخلی کل این ترکیب سلولی برابر است با:
$$r = r_1 + r_2 + r_3$$
- **(ه)** اگر n سلول هر یک به‌مقاومت داخلی r و نیروی محرکه الکتریکی E به‌صورت سری به‌مقاومت خارجی R متصل شوند، جریان عبوری از مقاومت خارجی برابر

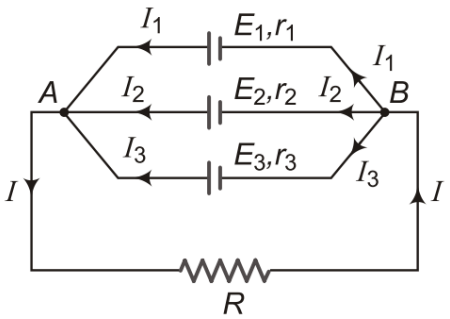
[۴] Critical Temperature
[۵] Coherent

است با:

$$I = \frac{nE}{R + nr}$$

- **(و)** اگر $nr >> R$ باشد، در این صورت $I = \frac{E}{r}$، یعنی جریان ناشی از یک سلول است.
- **(ز)** اگر $nr << R$ باشد، در این صورت $I = \frac{nE}{R}$، یعنی n برابر جریان ناشی از یک سلول است.
- **(ح)** زمانی که مقدار مقاومت داخلی سلول در مقایسه با مقاومت خارجی ناچیز است، از این ترکیب سلول‌ها برای دریافت حداکثر جریان در مقاومت خارجی استفاده می‌شود.

۲: بهم پیوستن موازی



- **(الف)** اگر سلول‌های مختلف هر یک دارای نیروی محرکه E، مقاومت داخلی r همانطور که در شکل نشان داده شده است به‌مقاومت خارجی R متصل شوند، گفته می‌شود که به‌صورت به‌هم پیوستن موازی متصل شده‌اند.
- **(ب)** در این به هم پیوستن سلول‌ها، جریان کل از طریق مقاومت خارجی مجموع جریان‌های ناشی از سلول‌های جداگانه است، یعنی:

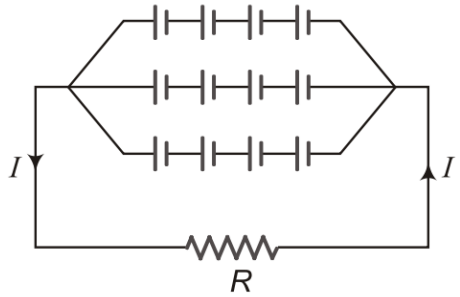
$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

- **(ج)** مجموع emf تمام سلول‌های موازی با emf به‌دلیل یک سلول یعنی E است.
- **(د)** اگر m سلول طور موازی هر یک دارای نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r به‌مقاومت خارجی R متصل شوند، جریان I در مقاومت خارجی برابر است با:

$$I = \frac{E}{R + r/m} = \frac{mE}{mR + r}$$

- **(ه)** اگر $r >> R$ باشد، در این صورت $I = \frac{mE}{r}$ یعنی m برابر جریان ناشی از یک سلول.
- **(و)** اگر $r << R$ باشد، در این صورت $I = \frac{E}{R}$ یعنی جریان ناشی از یک سلول.
- **(ز)** در صورتی که مقدار مقاومت داخلی سلول در مقایسه با مقاومت خارجی بسیار زیاد باشد، از این ترکیب سلول‌ها برای دریافت حداکثر جریان در مقاومت خارجی استفاده می‌شود.

۳: بهم پیوستن مخلوط (سری موازی)



- **(الف)** اگر سلول‌ها همانطور که در شکل نشان داده شده است به‌هم متصل شوند، گفته می‌شود که در گروه بندی مختلط به‌هم متصل شده‌اند.
- **(ب)** اگر m ردیف سلول و در هر ردیف n سلول وجود داشته باشد، تعداد کل سلول‌ها در گروه بندی مختلط برابر mn است.
- **(ج)** اگر نیروی محرکه هر سلول E و مقاومت داخلی هر سلول r باشد، جریان I در مقاومت خارجی R برابر است با:

$$I = \frac{nE}{R + nr/m} = \frac{mnE}{mR + nr}$$

- **(د)** جریان I بیشینه (حداکثر) است اگر $R = nr/m$ یعنی مقدار مقاومت خارجی برابر با کل مقاومت داخلی تمام سلول‌ها در گروه بندی مخلوط باشد.
- **(ه)** جریان ماگزیمم

$$I_{max} = \frac{\sqrt{mn}E}{2\sqrt{R}r}$$

- **(و)** این ترکیب زمانی استفاده می‌شود که به‌توان بیشتری از جریان نیاز باشد.

اصول پل وتستون

- **(الف)** بیان می‌کند که اگر چهار مقاومت P, Q, R, S ترتیب داده شوند تا مانند شکل یک پل را تشکیل دهند، با فشار دادن کلید باتری K_1 و سپس کلید گالوانومتر K_2، اگر گالوانومتر انحراف نداشته باشد، پل متعادل است. در آن صورت
$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$
- **(ب)** کاربرد عملی اصل وتستون[۶] در "پل سنجشی" یا "پل سیمی کشویی" و "صندوق پست" است که برای یافتن مقاومت نامعلوم یا مقاومت خاص سیم فلزی داده شده استفاده می‌شود.
- **(ج)** در تعویض موقعیت سلول (باتری) و گالوانومتر، شرایط برای پل متعادل $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$ بدون تغییر باقی می‌ماند.
- **(د)** در موقعیت متعادل پل $V_B = V_D$ و جریان عبوری از گالوانومتر صفر است.
- **(ه)** اگر مقاومت هر چهار بازو یکسان باشد، یعنی $P = Q = R = S$، پل وتستون بسیار حساس است.
- **(و)** اگر $R > \frac{QS}{P}$ باشد، در این صورت جریان عبوری از B به D خواهد بود.
- **(ز)** اگر $R < \frac{QS}{P}$ باشد، در این صورت جریان عبوری از D به B خواهد بود.
- **(ح)** در پل متعادل، مقاومت کل بین A و C برابر است با:
$$R_{AC} = \frac{(P+Q)(R+S)}{(P+Q)+(R+S)}$$
- **(ط)** در پل نامتعادل، مقاومت کل بین A و C برابر است با:
$$R_{AC} = \frac{PQ(R+S)+RS(P+Q)+G(P+Q)(R+S)}{G(P+Q+R+S)+(P+R)(Q+S)}$$
- **(ی)** جریان عبوری از گالوانومتر در یک پل نامتعادل برابر است با:
$$I_G = \frac{E(RQ-PS)}{G(P+R)(Q+S)+PQ(R+S)+RS(P+Q)}$$

[۶] Wheatstone Bridge

۱۰.۳ پتانسیومتر به‌عنوان یک "ولت متر ایده‌آل"

فرض کنید I_1 جریان در مداری با مقاومت خارجی R_1 و I_2 جریان در مدار با مقاومت خارجی R_2 باشد. می‌توان نشان داد که نیروی محرکه سلول، $E = I_1 I_2 \left(\frac{R_2 - R_1}{I_1 - I_2}\right)$ و مقاومت داخلی سلول مورد استفاده،

$$r = \frac{(I_2 R_2 - I_1 R_1)}{(I_1 - I_2)}$$

فرض کنید R_t مقاومت یک رشته در یک لامپ رشته‌ای به طول l باشد. همانطور که توضیح داده شد، می‌توانیم قطر رشته را در 0 درجه سانتیگراد، با دانستن مقاومت آن ρ_0 و ضریب دمای مقاومت α از روابط زیر پیدا کنیم.

$$R_t = R_0(1 + \alpha t) \quad \text{یا} \quad R_0 = R_t/(1 + \alpha t)$$

اما

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{A} = \frac{4\rho_0 l}{\pi D^2}$$

یا

$$D = \sqrt{4\rho_0 l/\pi R_0}$$

۱۱.۳ چند نکته و فرمول مهم

۱. عبور الکترون‌ها از A به B، جریان قراردادی را از B به A می‌سازد.

۲. شیب نموداری که تغییرات اختلاف پتانسیل V را در محور X و جریان I در محور Y را نشان می‌دهد، رسانایی هادی حامل جریان را بما می‌دهد.

۳. برای حجم معین، مقاومت R یک سیم هادی با مجذور طول آن l نسبت مستقیم دارد، یعنی:

$$R \propto l^2 \quad \text{یا} \quad R/l^2 = \text{ثابت}$$

یا

$$R_1/l_1^2 = R_2/l_2^2$$

همچنین برای یک حجم معین، مقاومت یک سیم هادی با توان چهارم شعاع r هادی نسبت معکوس دارد، یعنی:

$$R \propto 1/r^4 \quad \text{یا} \quad Rr^4 = \text{ثابت}$$

یا

$$R_1 r_1^4 = R_2 r_2^4$$

همچنین

$$R \propto 1/a^2, \qquad a = \text{سطح مقطع}$$

$$R \propto 1/a^2 \quad \text{یا} \qquad Ra^2 = \text{ثابت}$$

$$R_1 a_1^2 = R_2 a_2^2$$

۴. اگر طول یک سیم فلزی n برابر شود، مقاومت آن n^2 برابر می‌شود اما مقاومت ویژه آن بدون تغییر باقی می‌ماند.

۵. اگر شعاع سیم فلزی n برابر شود، مقاومت آن $(1/n^4)$ برابر می‌شود.

۶. اگر سطح مقطع سیم فلزی n برابر شود، مقاومت آن $1/n^2$ برابر می‌شود.

۷. مقاومت یک هادی با کاهش چگالی یا زمانی که تحت فشار مکانیکی قرار می‌گیرد افزایش می‌یابد.

۸. مقاومت فلزات خالص و آلیاژ فلزی با افزایش دما افزایش می‌یابد اما مقاومت نیمه‌هادی‌ها با افزایش دما کاهش می‌یابد.

۹. مقدار ضریب دمای مقاومت α یک هادی در دماهای مختلف متفاوت است. ضریب دمایی مقاومت به طور میانگین در محدوده دمای t_1 درجه سانتیگراد تا t_2 درجه سانتیگراد با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\alpha = \frac{R_2 - R - 1}{R_1(t_2 - t_1)}$$

که در آن R_1 و R_2 برابر مقاومت‌های هادی بترتیب در دمای t_1 درجه سانتیگراد تا t_2 درجه سانتیگراد است.

۱۰. هادی در دمای بسیار پایین مانند ابررساناها رفتار می‌کند.

۱۱. اگر n مقاومت یکسان ابتدا به‌صورت سری و سپس به‌صورت موازی متصل شوند، نسبت مقاومت معادل خواهد بود

$$R_S : R_P = n^2 : 1$$

یا

$$R_P : R_S = 1 : n^2$$

۱۲. اگر مقاومت معادل R_1 و R_2 به‌صورت سری و موازی به ترتیب R_S و R_P باشد، آنگاه

$$R_1 = \frac{1}{2}\left[R_S + \sqrt{R_S^2 - 4R_S R_p}\right]$$

$$R_2 = \frac{1}{2}\left[R_S - \sqrt{R_S^2 - 4R_S R_p}\right]$$

۱۳. اگر n هادی یکسان داشته باشیم که هر کدام از آنها مقاومت مساوی دارند، تعداد ترکیبی که می‌توانیم با استفاده از همه در یک زمان داشته باشیم 2^{n-1} است.

۱۴. اگر n هادی مختلف داشته باشیم، تعداد ترکیب‌های ممکن 2^n است.

۱۵. اگر 12 سیم؛ هر یک دارای مقاومت r اهم را به یکدیگر متصل کنیم تا اسکلت یک مکعب تشکیل دهند، سپس مقاومت کل بین دو گوشه مورب مکعب برابر با $5r/6$ اهم است.

۱۶. اگر 12 سیم؛ هر یک دارای مقاومت r اهم را به یکدیگر متصل کنیم تا اسکلت یک مکعب اسکلت تشکیل دهند، دراین صورت مقاومت کل بین گوشه‌های همان لبه مکعب برابر $7r/12$ اهم است.

۱۷. اگر 11 سیم؛ هر یک دارای مقاومت r اهم به‌یکدیگر متصل کنیم تا اسکلت یک مکعب تشکیل دهند، سپس مقاومت کل از یک لبه خالی به انتهای دیگر برابر $7r/5$ اهم است.

۱۸. پتانسیومتر معادل یک ولت‌متر ایده آل با مقاومت بی‌نهایت است زیرا هنگام اندازه گیری emf یک سلول توسط یک پتانسیومتر، در موقعیت نقطه صفر، جریانی در مدار سلول جاری نیست، یعنی سلول در مدار باز است. بنابراین مقدار واقعی emf سلول را بدست می‌آوریم.

۱۹. ترمیستورها بیشتر از اکسیدهای فلزی تهیه می‌شوند. ضریب دمای مقاومت آنها زیاد است. از ترمیستور برای اندازه‌گیری دما استفاده می‌شود زیرا مقاومت آن با دما تغییر می‌کند. یک ترمیستور می‌تواند تغییر درجه حرارت در حدود 10^{-30}درجه سانتیگراد را اندازه‌گیری کند.

۲۰. اگر دمای هادی قرار گرفته در شکاف سمت راست پل سنجش افزایش یابد، طول متعادل کننده کاهش می‌یابد و عقربک به‌سمت چپ حرکت می‌کند.

۲۱. اگر دمای یک نیمه هادی قرار گرفته در شکاف سمت راست پل سنجش افزایش یابد، طول متعادل کننده افزایش می‌یابد و عقربک به‌سمت چپ حرکت می‌کند.

۲۲. اگر یک مقاومت به‌صورت سری به‌مقاومت شکاف سمت راست در پل سنجش متصل شود، طول متعادل کننده کاهش می‌یابد و از اینرو عقربک به‌سمت چپ حرکت می‌کند.

۱۲.۳ توان الکتریکی

■ در ترکیب سری مقاومت‌ها اختلاف پتانسیل و توان مصرفی در مقاومت بزرگتر بیشتر خواهد بود.

■ در ترکیب موازی مقاومت‌ها، جریان و توان مصرفی در مقاومت کمتر بیشتر خواهد بود.

■ برای یک ولتاژ معین V، اگر مقاومت از R به (R/n) تغییر یابد، توان مصرفی از P به nP تغییر می‌کند.

$$P = \frac{V^2}{R}$$

وقتی

$$R' = \frac{R}{n}$$

در این صورت

$$P' = \frac{V^2}{R/n} = \frac{nV^2}{R} = nP$$

- **الف** وقتی وسایل برقی به توانهای P_1، P_2، P_3، $\cdots$، به‌صورت سری هستند، توان موثر مصرفی P_S برابر است با

$$\frac{1}{P_S} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{1}{P_3} + \cdots$$

- **ب** اگر n دستگاه، هر یک با مقاومت برابر R، به‌صورت سری به منبع ولتاژ V متصل شوند، توان تلف شده P_S خواهد بود:

$$P_S = \frac{V^2}{nR} \qquad (i)$$

- **ج** وقتی وسایل برقی به‌توانهای P_1، P_2، P_3، $\cdots$، به‌صورت موازی هستند، توان موثر مصرفی P_S برابر است با

$$P_S = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots$$

- **د** اگر n وسیله، هر یک با مقاومت برابر R، به‌طور موازی با منبع ولتاژ V وصل شوند، توان تلف شده P_P با رابطه زیر داده می‌شود.

$$P_P = \frac{V^2}{R/n} = \frac{nV^2}{R} \qquad (ii)$$

از معادلات (i و (ii))

$$\frac{P_P}{P_S} = n^2 \quad \text{یا} \quad P_P = n^2 P_S$$

نکته:

(1) در بهم پیوستن سری لامپ‌ها با یک منبع ولتاژ معین، لامپ با وات بیشتر روشنایی کمتری می‌دهد و مقاومت و اختلاف پتانسیل کمتری در سراسر آن اما جریان یکسان خواهد داشت.

(2) در بهم پیوستن موازی لامپ‌ها با یک منبع ولتاژ معین، لامپ با وات بیشتر روشنایی بیشتری می‌دهد و اجازه می‌دهد جریان بیشتری از آن عبور کند، اما مقاومت کمتر و اختلاف پتانسیل یکسانی در سراسر آن خواهد داشت.

۱۳.۳ کارائی یک منبع نیروی محرکه الکتریکی

(1) به عنوان نسبت توان خروجی، یعنی توان در سراسر مقاومت خارجی مدار، به توان ورودی (یعنی توان خارج شده از منبع emf) تعریف می شود. بنابراین

$$\eta = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} = \frac{P_o}{P_i} = \frac{VI}{EI} = \frac{V}{E}$$

که در آن

$V =$ افت ولتاژ دوسر مقاومت خارجی.

$E =$ نیروی محرکه منبع جریان

$I =$ جریان مدار

اگر r مقاومت داخلی منبع emf باشد، در این صورت

$$V = IR \quad \text{و} \quad E = I(R+r)$$

بنابراین

$$\eta = \frac{V}{E} = \frac{IR}{I(R+r)} = \frac{R}{R+r}$$

(2) هنگامی که توان به‌دست آمده از منبع حداکثر است، آنگاه $R = r$. در این شرایط،

$$\eta = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{2} = 50\%$$

بنابراین حداکثر بازده یک منبع emf برابر 50% است. این بدان معناست که برای یک سلول، تنها نیمی از کل توان استخراج شده از سلول برای اهداف مفید استفاده می‌شود در حالی که نیمی دیگر از توان در داخل سلول تلف می‌شود.

۱۴.۳ فیوز

- **الف** این یک وسیله ایمنی است که در سری تاسیسات الکتریکی برای محافظت از آنها در برابر جریان‌های شدید استفاده می‌شود.

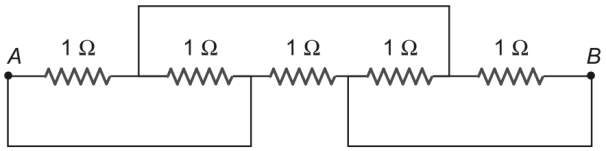
- **ب** سیم فیوز به‌طور کلی از آلیاژ قلع-سرب (63% قلع + 37% سرب) تهیه می‌شود.
- **ج** سیم فیوز باید دارای مقاومت بالا و نقطه ذوب پایین باشد.
- **د** جریان مطمئن در یک سیم فیوز مستقیماً با $(3/2)$ توان شعاع سیم متناسب است، یعنی $I \propto r^{3/2}$. از آنجایی که سطح مقطع $A \propto r^2$ است، بنابراین، $I \propto A^{3/4}$ میباشد.

نکته:

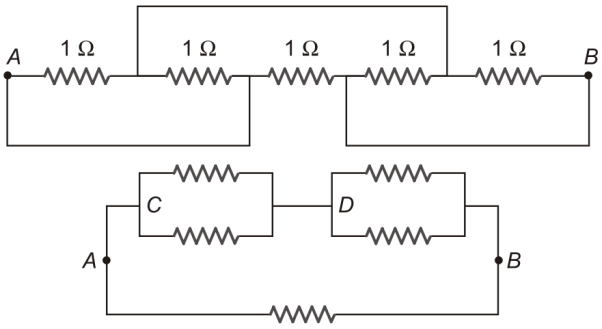
- **الف** مواد عناصر گرمایش بخاری یا اتو برقی باید دارای مقاومت بالا و نقطه ذوب بالا باشد.
- **ب** مواد سیم فیوز باید دارای مقاومت بالا و نقطه ذوب پایین باشد. طول سیم فیوز مهم نیست.
- **ج** اگر یک بخاری مقدار معینی از آب را در زمان t_1 بجوشاند و بخاری دیگری همان جرم آب را در زمان t_2 بجوشاند، با اتصال هر دو بخاری به صورت سری، همان آب در زمان (t_1+t_2) به‌جوش خواهد آورد؛ در این صورت اگر هر دو بخاری را به صورت موازی وصل کنند، آب یکسان در زمان $t = \frac{t_1 \times t_2}{t_1+t_2}$ به‌جوش خواهند آورد.
- **د** اگر H_P و H_S حرارت تولید شده توسط n مقاومت مساوی هم باشند، زمانی که به‌ترتیب به‌صورت موازی و سری به‌هم وصل شوند، آنگاه
$$H_p = n^2 H_S$$

۱۵.۳ مسائل حل شده

مثال-۱: پنج مقاومت 1Ω همانطور که در شکل نشان داده شده است وصل شده‌اند. مقاومت در سیم‌های رسانا (خطوط کامل کشیده شده) ناچیز است. مقاومت حاصله R را بین A و B تعیین کنید.

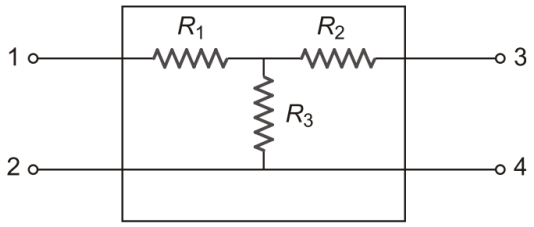


حل: همانطور که در شکل نشان داده شده است می‌توان سیستم مقاومت‌ها را دوباره ترسیم کرد



ترسیم معادل مدار نشان می‌دهد که مقاومت بین نقطه C و نقطه D برابر 0.5Ω و بین نقطه D و نقطه B نیز همان مقدار است. بنابراین مقاومت بین نقاط A و B از دو اتصال موازی تشکیل شده است: اتصالی متشکل از دو مقاومت موازی 1Ω است. به عبارت دیگر دو مقاومت 0.5Ω سری است که بخش بالائی شکل را بما میدهد.در نهایت دو اتصال موازی 1Ω که نتیجه $R = 0.5\Omega$ خواهد شد.

مثال-۲: اگر ولتاژ بین ترمینال‌های 1 و 2 اعمال شود وقتی ترمینال‌های 3 و 4 باز هستند، توان آزاد شده $P = 40W$ و هنگامی که ترمینال‌های 3 و 4 وصل هستند، برق آزاد شده $P = 80W$ است. اگر همان منبع به ترمینال‌ها 3 و 4 متصل باشد، توان آزاد شده در مدار هنگام باز بودن ترمینال‌های 1 و 2 برابر $P = 20W$ است. توان مصرفی P_4 در مدار را هنگامی که ترمینال‌های 1 و 2 متصل هستند و ولتاژ یکسانی بین ترمینال‌های 3 و 4 اعمال می شود را تعیین کنید.



حل: وقتی ترمینال‌های 1 و 2 به منبع و لتاژ V وصل است و ترمینال‌های 3 و 4 باز هستند،

$$P_1 = (R_1 + R_3)\left(\frac{V}{R_1 + R_3}\right)^2 = \frac{V^2}{R_1 + R_3}$$

وقتی ترمینال‌های 3 و 4 بسته و ترمینال‌های 1 و 2 به منبع و لتاژ V وصل است،

$$R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$P_2 = \frac{V^2(R_2+R_3)}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

وقتی ترمینال‌های 3 و 4 به منبع و لتاژ V وصل و رمینال‌های 1 و 2 باز هستند،

$$P_3 = \frac{V^2}{R_2+R_3}$$

وقتی ترمینال‌های 3 و 4 به منبع و لتاژ V وصل و رمینال‌های 1 و 2 بسته هستند،

$$R_{eq} = R_2 + \frac{R_1R_3}{R_1+R_3} = \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1+R_3}$$

$$P_4 = \frac{V^2(R_1+R_3)}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

اکنون

$$\frac{P_1}{P_3} = \frac{R_2+R_3}{R_1+R_3}$$

و

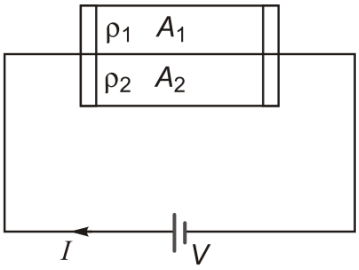
$$\frac{P_2}{P_4} = \frac{R_2+R_3}{R_1+R_3} \quad \Longrightarrow \quad \frac{P_1}{P_3} = \frac{P_2}{P_4}$$

یا

$$P_4 = \frac{P_2}{P_1} \times P_3 = \frac{80 \times 20}{40} = 40W$$

مثال-۳: دو لایه رسانا هر کدام به‌طول L، مقاومت‌های ویژه ρ_1 و ρ_2 و به‌ترتیب سطح مقطع A_1 و A_2 به‌منبع ولتاژ V متصل می‌شوند به‌طوری که خطوط عبور جریان از یک لایه به لایه دیگر عبور نمی‌کنند.
(الف) جریان کل سیستم را پیدا کرده و نحوه تقسیم آن بین دو لایه را شرح دهید.
(ب) هنگامی که لایه سوم سطح مقطع $A_1 + A_2$، طول L و مقاومت ویژه ρ_3 در یکی از انتهای سیستم داده شده متصل می‌شود، جریان کل را پیدا کنید.
حل: (الف) مقاومت‌های دو لایه برابر است با:

$$R_1 = \rho_1 \frac{L}{A_1}, \qquad R_2 = \rho_2 \frac{L}{A_2}$$



بنابراین، مقاومت کل در دو سر منبع ولتاژ برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\frac{\rho_1 \rho_2 L^2}{A_1 A_2}}{\left(\frac{\rho_1}{A_1} + \frac{\rho_2}{A_2}\right) L} = \frac{L}{\frac{A_1}{\rho_1} + \frac{A_2}{\rho_2}}$$

یا

$$R_{eq} = \frac{L}{\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2}, \qquad \left(\sigma = \frac{1}{\rho}\right)$$

فرض کنید I_1 و I_2 جریان‌های مربوط به دو لایه باشند؛

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \sigma_1 \frac{V}{L} A_1$$
$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \sigma_2 \frac{V}{L} A_2$$

ضمناً می‌توانیم بنویسیم

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{V}{R_{eq}} \cdot \frac{R_{eq}}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$
$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{V}{R_{eq}} \cdot \frac{R_{eq}}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

(ب) در اینجا، مقاومت کل برابر است با:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{L}{\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2} + \frac{L}{\sigma_3 (A_1 + A_2)} \\ &= \frac{L[(\sigma_1 + \sigma_3) A_1 + (\sigma_2 + \sigma_3) A_2]}{\sigma_3 (\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2)(A_1 + A_2)} \end{aligned}$$

بنابراین،

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{L[(\sigma_1 + \sigma_3) A_1 + (\sigma_2 + \sigma_3) A_2]}{\sigma_3 (\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2)(A_1 + A_2)}$$

میدان الکتریکی در لایه‌ها برابر $E = V/2L$

$$I = \frac{2(\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2)\sigma_3}{(\sigma_1 + \sigma_3) A_1 + (\sigma_2 + \sigma_3) A_2} (A_1 + A_2) E$$

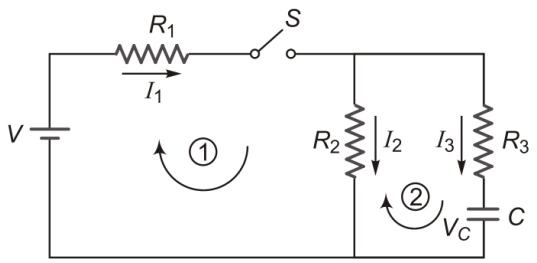
چگالی جریان موثر

$$J_{eff} = \frac{I}{A_1 + A_2} = \frac{2(\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2)\sigma_3 E}{(\sigma_1 + \sigma_3) A_1 + (\sigma_2 + \sigma_3) A_2}$$

اکنون،

$$\sigma_{eff} = \frac{J_{eff}}{E} = \frac{2(\sigma_1 + \sigma_2 x)\sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + (\sigma_2 + \sigma_3) x}, \qquad (x = \frac{A_2}{A_1})$$

مثال-۴: کلید در لحظه $t = 0$ بسته می‌شود. جریان‌های I_1، I_2 و I_3 و افت ولتاژ V_1، V_2، V_3 و V_C را به‌صورت تابعی از زمان پیدا کنید.



حل: در $t = 0$، خازن می‌تواند اتصال کوتاه در نظر گرفت. در این صورت خواهیم داشت

$$I_1(0) = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}} = \frac{(R_2+R_3)E}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3}$$

$$I_2(0) = \left[\frac{R_3}{R_2+R_3}\right] I_1(0) = \frac{R_3E}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3}$$

$$I_3(0) = \left[\frac{R_2}{R_2+R_3}\right] I_1(0) = \frac{R_2E}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} \qquad (i)$$

حال، حلقه‌های مدار را در نظر می‌گیریم و قوانین کیرشهوف را در آنها اعمال می‌کنیم، خواهیم داشت.

$$I_1R_1 + I_2R_2 = V \qquad (ii)$$

$$-I_2R_2 + I_3R_3 = -V_C \qquad (iii)$$

که در آن

$$V_C = \frac{q_C}{C} = \frac{1}{C}\int_0^t I_3(t')dt' \qquad (iv)$$

ضمناً،

$$I_2 = I_1 - I_3 \qquad (v)$$

بنابراین، خواهیم داشت

$$I_1R_1 + (I_1 - I_3)R_2 = V$$

$$(I_1 - I_3)R_2 - I_3R_3 = V_C \quad \Longrightarrow \quad I_1 - I_3)R_2 = V_C + I_3R_3$$

$$\Longrightarrow \quad V_C + \frac{I_3R_3(R_1+R_2)}{R_2} + I_3R_1 = V \qquad (vi)$$

یا

$$\left[R_1 + \frac{R_3}{R_2}(R_1+R_2)\right] I_3 = \frac{V_C}{R_2}(R_1+R_2) = V \qquad (vii)$$

با مشتق گرفتن از رابطه فوق نسبت به t خواهیم داشت

$$\left[R_1+\frac{R_3}{R_2}(R_1+R_2)\right]\frac{dI_3}{dt}+\left(\frac{R_1+R_2}{R_2C}\right)I_3=0 \qquad (viii)$$

یا

$$\frac{dI_3}{dt}+\frac{R_1+R_2}{[R_1R_3+R_3(R_1+R_2)C]}I_3=0 \qquad (ix)$$

جواب معادله بالا خواهد بود

$$I_3(t)=I_3(0)\exp\left(-\frac{R_1+R_2}{(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)C}\right) \qquad (x)$$

مقدار $I_3(0)$ با رابطه (i) داده می‌شود.

$$\tau=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1+R_2}C \qquad (xi)$$

بنابراین، خواهیم داشت

$$I_3(t)=\frac{R_2V}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (xii)$$

$$V_3=I_3R_3=\frac{R_2R_3V}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (xiii)$$

ولتاژ دو سر خازن را می‌توان از معادله (iv)، (ii) و (xii) به‌صورت زیر بدست آورد.

$$V_C(t)=\frac{R_2V\tau}{(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)C}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})=\frac{R_2V}{R_1+R_2}(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \qquad (xiv)$$

با استفاده از معادلات (iii) و (xii) بدست می‌آید؛

$$I_2(t)=\frac{1}{R_2}(I_3R_3+V_C)=\frac{V}{R_1+R_2}\left[1-\frac{R_1R_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}e^{-\frac{t}{\tau}}\right] \qquad (xv)$$

$$V_2=R_2I_2=\frac{R_2V}{R_1+R_2}\left[1-\frac{R_1R_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}e^{-\frac{t}{\tau}}\right] \qquad (xvi)$$

با استفاده از معادلات (v)، (xii) و (xv) بدست می‌آید؛

$$I_1(t)=I_2(t)+I_3(t)=\frac{V}{R_1+R_2}\left[1+\frac{R_2^2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

$$V_1(t)=I_1R_1=\frac{R_1V}{R_1+R_2}\left[1+\frac{R_2^2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

حد مقادیر $I_1(t)$، $I_2(t)$، $I_3(t)$، $V_1(t)$، $V_2(t)$ و $V_3(t)$ وقتی $t\to\infty$ میل کند خواهیم داشت

$$I_1(\infty)=\frac{V}{R_1+R_2}, \quad I_2(\infty)=I_1(\infty), \quad I_3(\infty)=0$$

$$V_1(\infty)=\frac{VR_1}{R_1+R_2}, \quad V_2(\infty)=\frac{VR_2}{R_1+R_2}, \quad V_3(\infty)=0, \quad V_C(\infty)=V_2(\infty)$$

مثال-۵: ضریب دمای مداری متشکل از دو هادی با ضریب دمای مقاومت α_1 و α_2 و مقاومت‌های R_{01} و R_{02} در دمای 0 درجه سانتی‌گراد را به‌صورت بهم پیوستن سری و موازی پیدا کنید.

حل: در بهم پیوستن مقاومت‌ها به صورت سری در مدار خواهیم داشت

$$R = R_{01} + R_{02} + \alpha_1 R_{01} + \alpha_2 R_{02} = R_0(1 + \alpha' t)$$

که در آن

$$R_0 = R_{01} + R_{02}$$

و

$$\alpha' = \frac{\alpha_1 R_{01} + \alpha_2 R_{02}}{R_{01} + R_{02}}$$

در بهم پیوستن مقاومت‌ها به صورت موازی

$$R = \frac{R_{01}R_{02}(1+\alpha_1 t)(1+\alpha_2 t)}{R_{01}(1+\alpha_1 t) + R_{02}(1+\alpha_2 t)} = R_0(1+\alpha'' t)$$

که در آن

$$R_0 = \frac{R_{01}R_{02}}{R_{01}+R_{02}}$$

و

$$\alpha'' = \frac{R_{02}\alpha_1 + R_{01}\alpha_2}{R_{01}+R_{02}}$$

مثال-۶: یک باتری ذخیره سازی $(E = 24V)$ به یک سر یک خط تلفن دو هادی به طول $L = 5.6km$ متصل شد. اگر مدار باز باشد $I = 1.5A$ و در صورت اتصال کوتاه $I_2 = 2A$ است. جریان اتصال کوتاه باتری $I_3 = 96A$ و مقاومت هر هادی $r = 7\Omega$ است. مقاومت عایق R را در نقطه شکست تعیین کنید.

حل: بر طبق قانون اهم

$$I_1\left(2r\frac{l}{L} + \rho + R\right) = E$$

که در آن l فاصله باتری از نقطه شکست و ρ مقاومت داخلی باتری است.

$$I_2\left[2r\frac{l}{L} + \rho + \frac{2r\left(1-\frac{l}{L}\right)R}{2r\left(1-\frac{l}{L}\right)+R}\right] = E$$

و

$$I_3\rho = E$$

بنابراین،

$$R = \frac{E}{I_1} - \frac{E}{I_2} \pm \sqrt{\left(\frac{E}{I_1} - \frac{E}{I_2}\right)\left(\frac{E}{I_3} - \frac{E}{I_2} + 2r\right)} = (4 \pm 3)\Omega$$

مقدار مقاومت $R = 1\Omega$ باید دور انداخته شود، زیرا نقطه شکست در فاصله 5.9 کیلومتری خواهد بود. بنابراین، $R = 7\Omega$ است.

مثال-۷: یک کتری برقی دارای 2 سیم پیچ است. هنگامی که یکی از آنها روشن می‌شود، کتری در 1 دقیقه شروع به‌جوشیدن می‌کند و زمانی که دیگری روشن می‌شود، در 2 دقیقه شروع به‌جوشیدن می‌کند. اگر هر دو سیم پیچ به‌طور همزمان به‌صورت سری و موازی روشن شوند، کتری در چه زمانی شروع به جوشیدن می‌کند؟

حل: فرض کنید R_1 و R_2 به ترتیب مقاومت 2 سیم پیچ باشند. از آنجایی که در هر مورد کتری به‌همان شبکه برق متصل است، بنابراین، خواهیم داشت

$$H_1 = \frac{V^2}{R_1}t_1, \qquad H_2 = \frac{V^2}{R_2}t_2$$

اما

$$H_1 = H_2$$

در این صورت

$$\frac{V^2}{R_1}t_1 = \frac{V^2}{R_2}t_2 \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{t_1}{t_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

حال، اگر 2 سیم به‌صورت سری وصل شده باشند،

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

یا

$$\frac{R_{eq}}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} + 1 = \frac{t_1}{t_2} + 1$$

فرض کنید H مقدار حرارت ایجاد شده در این حالت باشد

$$H = \frac{V^2}{R_{eq}}t$$

ضمناً

$$H = H_2 \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{V^2}{R_{eq}}t = \frac{V^2}{R_2}t_2$$

یا

$$t = \frac{R_{eq}}{R_2}t_2$$

$$t = \left(\frac{t_1}{t_2} + 1\right)t_2 = t_1 + t_2$$

وقتی سیم‌پیچ‌ها بصورت موازی متصل شوند؛

$$R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{R_{eq}}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

یا

$$\frac{R_2}{R_{eq}} = \frac{R_2}{R_1} + 1 = \frac{t_2}{t_1} + 1$$

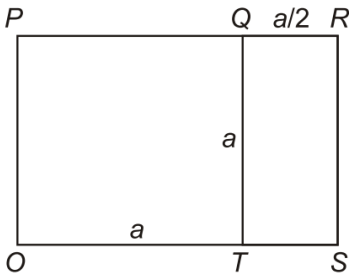
فرض کنید H' حرارت تولید شده در این حالت باشد، در این صورت

$$H' = \frac{V^2}{R_{eq}} \times t'$$

ضمناً

$$H' = H_2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{V^2}{R_{eq}} t' = \frac{V^2}{R_2} t_2 \quad \Longrightarrow \quad t' = \frac{R_{eq}}{R_2} t_2 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$$

مثال-۸: اگر شدت یک میدان مغناطیسی همگن بر صفحه آنها عمود باشد و با زمان به‌صورت $H = kt$ تغییر کند، جریان را در هادی‌های مدار داده شده پیدا کنید. مقاومت یک واحد طول هادی‌ها r است.

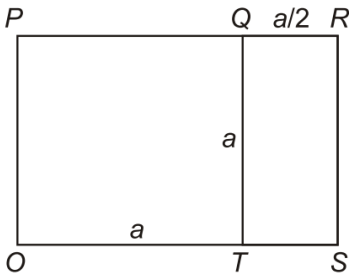


حل: در مدار $OBQT$

$$E_1 = 10^{-8} k a^2 \qquad (i)$$

در مدار $ORST$

$$E_2 = 10^{-8} k \frac{a^2}{2} \qquad (ii)$$



شکل داده شده ساده‌ترین مدار معادل با منابع (سلول‌های گالوانیکی) را نشان می‌دهد. بر طبق قانون اهم

$$I_3 ar = E_1 - I_1 3ar = I_2 2ar - E_2$$

طبق قانون جریانهای کیرشهف

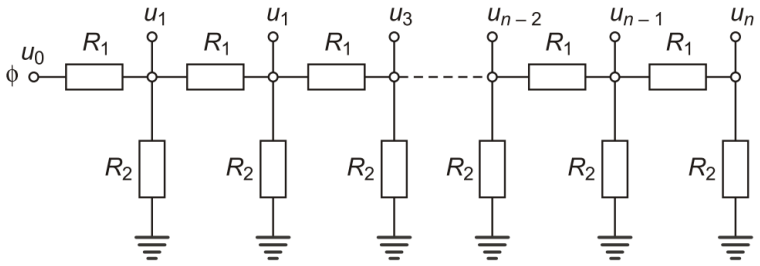
$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$\Longrightarrow \quad I_1 = \frac{6E_1 + 2E_2}{22ar}, \qquad I_2 = \frac{2E_1 + 8E_2}{22ar} \qquad I_3 = \frac{2E_1 - 3E_2}{11ar} \qquad (iii)$$

از معادلات (i)، (ii) و (iii) خواهیم داشت

$$I_1 = \frac{10^{-8}ka}{r} \times \frac{7}{22}A \qquad I_2 = \frac{10^{-8}ka}{r} \times \frac{3}{11}A \qquad I_3 = \frac{10^{-8}ka}{r} \times \frac{1}{22}A$$

مثال-۹: شکل داده شده یک تضعیف کننده طراحی شده که به‌عنوان یک تقسیم کننده ولتاژ است. آن برای کاهش ولتاژ خروجی در مدارهای خروجی ژنراتورها(مولدها) استفاده می‌شود.



ϕ= ترمینال مولد است.

یک سوئیچ انتخابگر ویژه می‌تواند ترمینال خروجی را به نقطه‌ای با پتانسیل u_0 یا به هر یک از نقاط u_1، u_2، u_3، $\cdots$، متصل کند که هرکدام دارای پتانسیل K برابر $(K > 1)$ کمتر از نقطه قبلی هستند. R_1، R_2، R_3، $\cdots$، را با هر تعداد سلول در تضعیف کننده محاسبه کنید.

حل: سلول آخر به‌عنوان یک تقسیم کننده ولتاژ عمل می‌کند که پتانسیل نقطه nام K برابر را در مقایسه با نقطه $(n-1)$ام کاهش می‌دهد.

$$u_n = \frac{u_{n-1}}{R_1 + R_3} R_3 = \frac{u_{n-1}}{K}$$

یا

$$\frac{R_1}{R_3} = K - 1$$

اکنون، $u_i = \frac{u_{i-1}}{K}$ باید برای هر سلول درست باشد. بنابراین، مقاومت سلول آخر، دو سلول آخر، از سه سلول آخر و غیره نیز باید R_3 باشد.

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_3}$$

$$\Longrightarrow \quad R_2 = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1} = \frac{R_3 K}{K - 1}$$

بنابراین

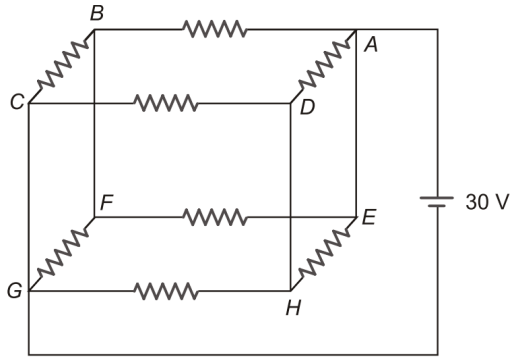
$$R_1 : R_2 : R_3 = (K-1)^2 : K : (K-1)$$

مثال-۱۰: در یک پریز برق خانگی اگر جریان برابر یا بیشتر از 10 آمپر باشد، فیوز می‌سوزدو برق قطع می‌شود. برادر شما از این پریز یک بخاری 2 کیلو وات و یک لامپ رومیزی 100 وات استفاده می‌کند. او اکنون می‌خواهد کامپیوترش را به برق وصل کند. این درست است به‌شرطی که برق مورد نیاز کامپیوتر کمتر از آن باشد:

الف: $100\,W$ **ب:** $200\,W$ **ج:** $300\,W$ **د:** $400\,W$ **ه:** $500\,W$

حل: (ج) توان مصرفی $P = IV$ است که I جریان و V ولتاژ است. ما فرض می‌کنیم که دانش آموز می‌داند که منبع برق خانگی $V = 240V$ است. بنابراین حداکثر توانی که می‌توان استفاده کرد $P = (10A)(240V) = 2400W$ است. بخاری و لامپ با هم از $2100W$ استفاده می‌کنند، بنابراین حداکثر توان کامپیوتر قابل استفاده 300 وات است.

مثال-۱۱: قانون جریان‌های کیرشهوف بیان می‌کند که جریان کل وارد شده به یک اتصال مدار الکتریکی، که فقط از مقاومت‌ها و باتری‌ها تشکیل شده است، برابر با کل جریان خارج شده از آن اتصال است.



(الف) توضیح فیزیکی مختصری از قانون نقطه‌ای جریان کیرشهوف ارائه دهید. مدار مقاومتی به‌گونه‌ای ساخته شده که دوازده مقاومت یک مکعب را مطابق شکل نشان داده شده، تشکیل می‌دهند. هر مقاومت دارای مقاومت 2 اهم است. هشت نقطه مکعب از A تا H برچسب گذاری شده‌اند. اختلاف پتانسیل 30 ولت در دو نقطه مقابل (نقطه A و نقطه G در نمودار) اعمال می شود.

(ب) تمام گروه‌هایی از نقاطی را که باید با یکدیگر ولتاژ یکسانی داشته باشند، شناسایی کنید.

(ج) مقدار جریانی که از D به C می‌گذرد چقدر است؟

اکنون دو تا از مقاومت‌ها را با مقاومت صفر جایگزین می‌کنیم. به‌طور خاص، ما مقاومت

بین A و B و مقاومت بین G و H را جایگزین می‌کنیم.

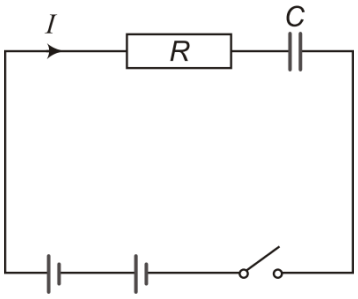
(د) اختلاف پتانسیل بین A و B چیست؟
(ه) تمام گروه‌هایی از نقاطی را که باید در ولتاژ برابر یا یکدیگر باشند، شناسایی کنید.
(و) اختلاف پتانسیل بین نقاط C و G چقدر است؟
حل: (الف) قانون جریان کیرشهوف بیانگر بقای بار است. جریان باری است که از یک نقطه در واحد زمان عبور می‌کند. هنگامی که چندین جریان به داخل و خارج از یک اتصال می‌آیند، جریان کل ورودی باید با کل جریان خروجی برابر باشد، در غیر این صورت بار در محل اتصال جمع می‌شود یا از محل اتصال تلف می‌شود.
(ب) این سوال با شناسایی تقارن‌های موجود در شبکه مقاومت بهتر پاسخ داده می‌شود. به طور خاص، مکعب ممکن است 120 درجه یا 240 درجه حول یک محور از نقاط G و A بدون تغییر جریان و ولتاژ بچرخد. به عنوان یک جایگزین، شبکه ممکن است در دو بعد دوباره ترسیم شود و تقارن‌ها شناسایی شوند. تقارن به این معنی است که نقاط $\{B, D, E\}$ همه دارای ولتاژ یکسان هستند و نقاط $\{C, H, F\}$ همه دارای ولتاژ یکسانی هستند. این دو گروه دارای ولتاژهای متفاوتی هستند و هیچ گروه دیگری با ولتاژ یکسان وجود ندارد.
(ج) بگذارید جریان هر یک از مقاومت‌های متصل به نقطه A برابر I باشد. از آنجایی که نقاط C و H در پتانسیل یکسانی هستند، جریان در بخش‌های DC و DH یکسان است و طبق قانون نقطه کیرشهوف باید $I/2$ باشد. از آنجایی که جریان خروجی از A باید برابر با جریان G باشد، جریان در هر یک از مقاومت‌های متصل به‌نقطه G نیز باید I باشد. افت پتانسیل در طول مسیر $ADCG$ برابر است با پتانسیل 30 ولت اعمال شده بین A و G ؟ بنابراین برای مقاومت‌های 2Ω

$$30 = 2I + 2(I/2) + 2I = 5I \quad \Longrightarrow \quad I = 6A$$

بنابراین، جریان بین D و C برابر $I/2 = 3A$ است.
(د) از آنجایی که اکنون بین نقاط A و B مقاومت صفر وجود دارد، هیچ افت پتانسیلی بین آنها وجود ندارد و اختلاف پتانسیل صفر است.
(ه) تقارن جدید با حرکت دادن کنتاکت‌های باتری به‌نقاط میانی خطوط AB و GH به بهترین وجه قابل مشاهده است. شبکه اکنون دارای تقارن آینه ای در صفحه از طریق نقاط تماس جدید است. همچنین دارای تقارن آینه ای در صفحه $ABGH$ است. بنابراین نقاط $\{D, E, C, F\}$ همگی دارای ولتاژ یکسانی هستند. نقاط $\{A, B\}$ و $\{G, H\}$ دارای ولتاژ یکسانی هستند زیرا توسط سیم‌هایی با مقاومت صفر به هم وصل شده‌اند.
(و) اختلاف پتانسیل بین B و G برابر $30V$ است. جریانهای عبوری از BC و CG

یکسان هستند، زیرا C و D در پتانسیل یکسانی هستند. بنابراین افت ولتاژ در BC و CG یکسان است و بنابراین باید هر کدام $15V$ باشد. بنابراین، اختلاف پتانسیل بین C و G برابر $15V$ است (علامت مهم نیست).

مثال-۱۲: مدار نشان‌داده‌شده دارای نیروی محرکه کل V_0، مقاومت R، خازن C و یک کلید به‌صورت سری است. شارژ خازن در ابتدا صفر است.



(الف) معادله‌ای را بنویسید که جریان I را در هر زمان t بر حسب بار Q در خازن تعیین می‌کند. در زمان صفر، مقدار جریان بلافاصله پس از بستن سوئیچ چقدر است؟

(ب) جریان I را که در مدار در زمان t می‌گذرد بر حسب V_0، R و C تعیین کنید.

(ج) نشان دهید که ولتاژ V_R در دوسر مقاومت نسبت به‌زمان t به‌طور نمائی کاهش می‌یابد. بنابراین فرمولی برای V_C، ولتاژ دوسر خازن به‌دست آورید. زمان صرف شده برای کاهش V_R به‌نصف مقدار اولیه آن را محاسبه کنید.

(د) یک لامپ نئون به موازات خازن قرار می‌گیرد. این خاصیت را دارد که نارسانا است به شرطی که اختلاف پتانسیل در دوسر آن کمتر از 45 ولت باشد. بالای 45 ولت به‌صورت رسانای کامل عمل می‌کند و تا زمانی که ولتاژ دو طرف آن به صفر کاهش یابد، هادی کامل باقی می‌ماند. سپس به‌یک عایق کامل باز می‌گردد تا زمانی که ولتاژ دو طرف آن دوباره به بالای 45 ولت برسد. در طول دوره هدایت آن، تخلیه‌ای در گاز صورت می‌گیرد که نور مشخصه آن را تولید می‌کند. برای چنین مداری $V_0 = 90V$ و $C = 0.200\mu F$ است. مقدار R برای فرکانس چشمک‌زن 2.00 هرتز چقدر است؟

(ه) میانگین توانی که از باتری توسط مدار نئون در شرایط مشخص شده در (د) گرفته می‌شود چقدر است؟

(و) به‌کمک نمودارها به‌طور کیفی نشان دهید که چگونه ولتاژ در خازن تغییر می‌کند، اگر لامپ نئونی در طول دوره هدایت خود مقاومت کمی r، بسیار کمتر از R داشته باشد و زمانی که ولتاژ در دو سر آن، نارسانا می‌شود، ولتاژ دوسر خازن کمتر از V_C می‌شود، در این حالت V_C بسیار کمتر از 45 ولت است.

حل: (الف)

$$V_0 = Ri + \frac{Q}{C} \qquad (i)$$

که در آن Q بار روی خازن است. (ب) با مشتق گرفتن نسبت به t

$$R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dQ}{dt} = 0 \quad \Longrightarrow \quad RC\frac{di}{dt} + i = 0$$

که در آن $i = \frac{dQ}{dt}$

$$I = Ae^{-t/RC} \quad \Longrightarrow \quad \frac{dI}{dt} = -A\left(\frac{1}{RC}\right)e^{-t/RC} \qquad (ii)$$

$$RC\frac{dI}{dt} + I = -Ae^{-t/RC} + Ae^{-t/RC} = 0$$

بنابراین جواب تایید شده است.
در لحظه

$$t = 0, \quad I = I_0$$

همچنین جایگزینی $t = 0$ در معادله (ii)

$$I_0 = A$$

یعنی

$$I = I_0 e^{-t/RC}$$

که در آن

$$I_0 = \frac{V}{R}$$

به‌صورت جایگزین

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

با انتگرال‌گیری

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{1}{RC}t \quad \Longrightarrow \quad I = I_0 e^{-t/RC}$$

(ج) $V_R = IR = I_0 R e^{-t/RC}$
اگر τ زمان صرف شده برای کاهش V_R به‌نصف مقدار اولیه آن باشد

$$\frac{1}{2} = \frac{V_R(\tau)}{V_R(0)} = \frac{{}_0 R e^{-t/RC}}{I_0 R} = e^{-t/RC}$$

$$\tau = RC\ln Z$$

اگر ولتاژ دو سر C و R برابر V_C و V_R باشد

$$V_C + V_R = V_0$$

در این صورت

$$V_C = V_0 - IR \qquad V_R = IR = V_0 - I_0 R e^{-t/RC}$$

در $t = 0$، $q = 0$، و از اینرو از

$$V_0 = I_0 R$$

با جایگزینی $V_C = V_0(1 - e^{-t/RC})$

(د) زمان لازم برای افزایش پتانسیل در دوسر C بمقدار $45V$ خواهد بود

$$45 = 90\left(1 - e^{t/R\{(0.200)\times 10^{-6}\}}\right)$$

$$f = 2Hz, t = 1/2$$

$$45 = 90\left(1 - e^{-1/R(0.400)\times 10^{-6}}\right) \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{2} = 1 - e^{-2.5\times 10^6/R}$$

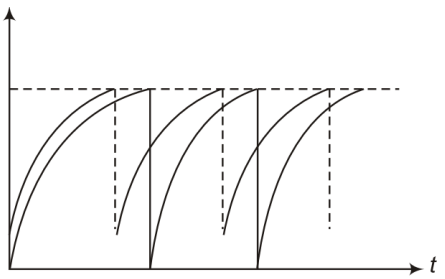
$$\Longrightarrow \quad R = 3.6 \times 10^6 \Omega$$

(ه) توان گرفته شده از باتری در R تلف می‌شود. میانگین توان مصرفی از باتری

$$P_b = \frac{1}{T}\int_0^T V_0 i(t)dt$$

که در آن

$$I(t) = I_0 \exp(-t/RC) = \frac{V_0}{RC}\exp(-t/RC)$$



بنابراین

$$P_b = (V_0^2 C/T)\left[1 - \exp(-T/RC)\right]$$

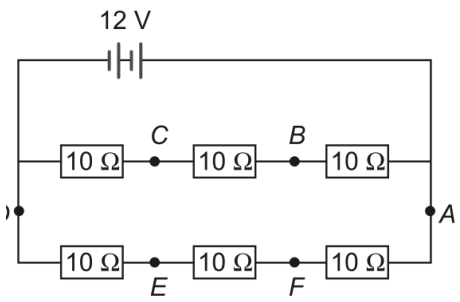
با جایگزینی

$$\frac{1}{2} = \exp(-T/RC)$$

$$P_b = (90)^2 \frac{(0.2 \times 10^{-6}}{0.5}\left[\frac{1}{2}\right] = 1.62mW$$

(و) منحنی کامل $V_C = 0$. منحنی خط فاصله برای معین و کوچک.

مثال-۱۳: در مداری که در شکل نشان داده شده، هر مقاومت 10Ω؛ نیروی محرکه باتری $12V$ و دارای مقاومت داخلی ناچیز است.

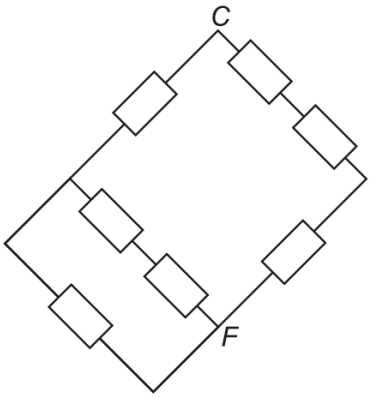


(الف) اختلاف پتانسیل بین C و F را محاسبه کنید.

(ب) هنگامی که یک مقاومت R بین D و F قرار داده شود از گالوانمتری که بین C و F گذاشته می‌شود هیچ جریانی عبور نمی‌کند. مقدار مقاومت R را محاسبه کنید.

حل: (الف) افت ولتاژ مساوی در دوسر هر مقاومت.

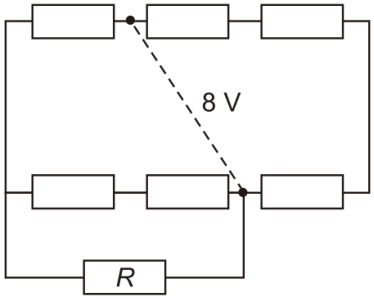
$DC\ 4V \qquad DF\ 8V \qquad CF\ 4V$



(ب) این تشکیل یک پل واتستون میدهد

$$\begin{aligned}\frac{10}{20R}(R+20) &= \frac{20}{10}\\ 10R+200 &= 40R\\ R &= \frac{62}{3}\Omega\end{aligned}$$

راه دیگر



$$i=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}A$$

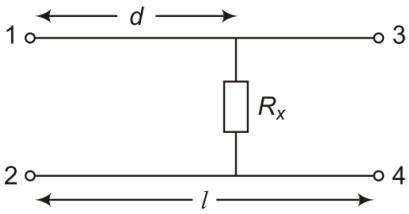
$$\frac{1}{R'}=\frac{1}{20}+\frac{1}{R}=\frac{20+R}{20R}$$

$$R'=\frac{20R}{20+R}$$

$$iR'=4V$$

$$\frac{4}{5}\times\frac{20R}{20+R}=5 \quad\Longrightarrow\quad R=\frac{62}{3}\Omega$$

مثال-۱۴: این سوال بیک تحقیق خرابی کابل برق زیر زمینی مربوط می‌شود.



کابل برق زیر زمینی شامل دو سیم موازی هریک به‌طول $L = 1.750km$ است. در فاصله d از ترمینال‌های 1 و 2 اشکالی و خرابی حادث شده که با مقاومت R_x بین دو سیم مانند آنچه در شکل نشان داده شده مشخص می‌شود.

مقاومت اندازه‌گیری شده بین ترمینال‌های 1 و 2 برابر $R_1 = 415.0\Omega$ و مقاومت اندازه‌گیری شده بین ترمینال‌های 3 و 4 برابر $R_2 = 430.5\Omega$ است. سپس ترمینال‌های 3 و 4 بوسیله یک سیم با مقاومت ناچیز بهم متصل می‌شوند. در این صورت مقاومت بین ترمینال‌های 1 و 2 جدید $R_3 = 45.5\Omega$ می‌شود.

(الف) مقدار مقاومت کل طول $2L$ را، با فرض $R_x >> R$، بدست آورید.

(ب) بنابراین مقدار d و R_x را محاسبه کنید.

(ج) یک تخمینی از عدم دقت (بصورت درصد) با توجه به فرض بخش (الف) بزنید.

خطوط کابل روی زمین یکی بالای دیگری به‌فاصله 0.010 متر از یکدیگر قرار دارارند. خط بالائی 0.5 متر از سطح زمین فاصله دارد. هنگامی که یک مولد DC به ترمینال‌های 1 و 2 وصل شود، و ترمینال‌های 3 و 4 باز باشد، می‌تواند جریان 12 آمپر را تدارک

نماید. مهندس مربوطه اظهار میدارد که می‌تواند موقعیت خرابی را با اندازه‌گیری شدت میدان مغناطیسی روی سطح زمین در طول مسیر کابل تعیین کند. مهندس با یک شار سنج حساس تغییرات $2.5 \times 10^{-6}T$ را شناسائی می‌کند.

(د) در مورد انجام عمل کرد ادعای فوق بحث کنید.

حل: (الف) اگر $R_x >> R$ باشد، می‌توانیم حالت 3 و 4 را به‌صورت مقاومت مسیر $2L$ بدون مقاومت موازی در نظر بگیریم

$$R \to R_3 = 45.5\Omega$$

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \tfrac{Rd}{L} + R_x \\ R_2 &= \tfrac{R(L-D)}{L} + R_x \end{aligned}\right\} R_x; \quad \text{حذف} \quad R_x = R_3$$

$$R_2L - R(L-D) = R_1L - Rd$$

$$\Longrightarrow \quad 2Rd = (R - R_2 + R_1)L$$

با قرار دادن $R = R_3$،

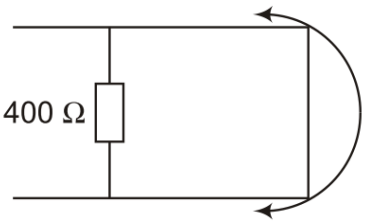
$$d = \left[\frac{R_3 - R_2 + R_1}{2R_3}\right]$$

$$d = \left[\frac{45.5 - 430.5 + 415}{2 \times 45.5}\right] 1.750 = 0.577\ km$$

$$R_x = R_1 - \frac{Rd}{L} = 415015.0 = 400\Omega$$

$$l - d = 1.17$$

$$R_{end} = \frac{234}{3.5} \times 45.5 = 30.4\Omega$$



بنابراین، به‌جای 30.4Ω تقریبا دارند؛

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{400} + \frac{1}{30} \quad \Longrightarrow \quad R \approx 27.9\Omega$$

بنابراین، 2 اهم در $4J \sim$ اهم $5\% \sim 4$ عدم دقت.

(د) میدان به‌دلیل سیم مستقیم بلند برابر است با $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

سیم بالائی

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 12}{2\pi \times 0.5} = 4.80 \times 10^{-6}T$$

سیم پائینی

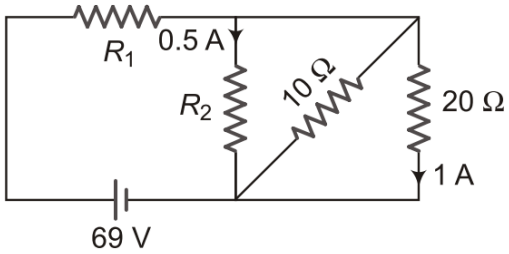
$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 12}{2\pi \times 0.51} = 4.71 \times 10^{-6}T$$

اختلاف آنها را نمی‌توان شناسائی کرد $\sim 0.09 \times 10^{-6}T$.
همچنین نیاز برای شناسائی آن در مقابل میدان مغناطیسی زمین، باید بتوانیم $\sim 5 \times 10^{-5}T$ را سناسائی و آشکارسازی کنیم.

مثال-۱۵: در مدار شکل زیر مقاومت‌های R_1 و R_2 به ترتیب برابرند با

(الف) $(40\Omega$ و $14\Omega)$ (ب) $(14\Omega$ و $40\Omega)$

(ج) $(30\Omega$ و $40\Omega)$ (د) $(30\Omega$ و $14\Omega)$



حل: (الف) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 20Ω برابر است با

$$20 \times 1 = 20V$$

و این همان پتانسیل دوسر مقاومت R_2 است. چون جریان 0.5 آمپر از آن میگذرد

$$R_2 = \frac{20V}{0.5A} = 40\Omega$$

اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت R_1 برابر است با

$$V_{R_1} = 69 - 20 = 49V$$

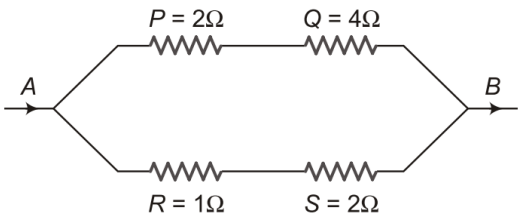
و جریان عبوری از مقاومت R_1 خواهد بود

$$I_{R_1} = 0.5A + \frac{20}{10}A + 1A = 3.5A$$

بنابراین

$$R_1 = \frac{49}{3.5} = 14\Omega$$

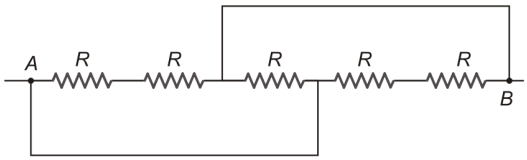
مثال-۱۶: کدام یک از چهار مقاومت بیشترین مقدار گرما را هنگام عبور جریان از A به B ایجاد می‌کند؟



(الف) P (ب) Q (ج) R (د) S

حل: (د) اگر جریان در P و Q برابر I باشد، جریان در R و S مساوی $2I$ خواهد بود. اما جریان بتوان دو در مقاومت دو اهم یعنی برای S بیشترین است.

مثال-۱۷: مقاومت موثر بین نقاط A و B چقدر است؟



(الف) $4R/3$ (ب) R (ج) $2R/3$ (د) $R/2$

حل: (د) مقاومت موثر برابر است با $R_{eq} = (2R)||R||(2R)$

$$R_{eq} = R||R = \frac{R}{2}$$

مثال-۱۸: یک مدار متشکل از مقاومت $R = 100\Omega$ و یک آمپرمتر با مقاومت داخلی $R_0 = 1\Omega$ تشکیل شده است که برای اندازه‌گیری جریان مدارها استفاده می‌شود. اگر آمپرمتر $5A$ را نشان دهد، قبل از اتصال آمپرمتر جریان مدار چقدر بوده است؟

حل: اگر ولتاژ مدار V باشد، جریان موجود در آن قبل از اتصال آمپرمتر خواهد بود

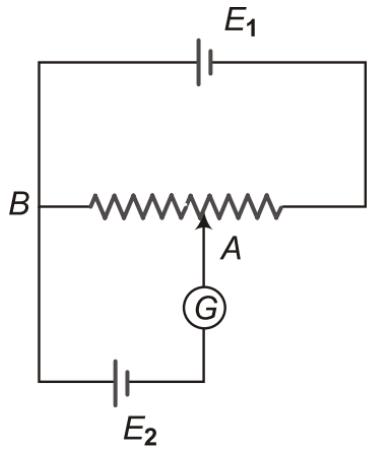
$$I_0 = \frac{V}{R}$$

بعد از اتصال آمپرمتر جریان مدار خواهد بود

$$I_1 = \frac{V}{R + R_0}$$

بنابراین

$$I_0 = \frac{R + R_0}{R} I_1 = \frac{110}{100} \times 5 = 5.05A$$



مثال-۱۹: در مدار داده شده، پتانسیومتر دارای مقیاسی به طول 50 سانتی‌متر با تقسیمات میلی متری است، پاسخ گالوانومتر $10^{-4}A$ در هر تقسیم است و مقاومت داخلی باتری ذخیره سازی $r = 0.5\Omega$ است. مقاومت گالوانومتر چقدر باید باشد تا زمانی که لغزش به‌اندازه یک تقسیم از مقیاس پتانسیومتر از موقعیت تعادل جابجا شود، اختلال تعادل را تشخیص دهد؟

حل: هنگامی که اسلاید از موقعیت تعادل جابجا می‌شود، جریان در مدار گالوانومتر با تفاوت بین emf باتری ذخیره سازی در اختلاف پتانسیل در نقاط AB تنظیم شده توسط سلول تعیین می‌شود.

هنگامی که اسلاید از یک تقسیم جابجا می‌شود، اختلاف پتانسیل افزایش یا کاهش می‌یابد

$$\Delta V = \frac{1}{n}V_0$$

که در آن n تعداد تقسیمات در مقیاس پتانسیومتر است.

اگر X مقاومت گالوانومتر باشد، جریان در مدار به‌صورت زیر داده می‌شود

$$I(r + X) = \Delta V$$

بنابراین،

$$X = \frac{\Delta V}{I} - r = \frac{V_0}{nI} - r$$

هنگامی که لغزش از یک تقسیم جابجا می‌شود، حداکثر مقدار مجاز X باید جریانی برابر $I = 10^{-4}A$ ایجاد کند، که برای انحراف نشانگر گالوانومتر توسط یک تقسیم کافی است. یعنی

$$X = \frac{2}{500 \times 10^{-4}} - 0.5 = 39.5\Omega$$

مثال-۲۰: چند لامپ برقی 50 وات، 100 ولتی که به‌صورت موازی متصل شده‌اند، وقتی از باتری ذخیره سازی با نیروی محرکه $E = 120V$ و مقاومت داخلی $r = 10\Omega$ تامین می‌شوند، می‌توانند با شدت کامل روشن شوند؟ **حل:** مقاومت و جریان در هر لامپ به‌صورت زیر داده شده است

$$R_1 = \frac{V^2}{P} \qquad \text{و} \qquad I_1 = \frac{P}{V}$$

که در آن P توان لامپ است.
اگر m لامپ به‌صورت موازی وصل شوند، مقاومت مدار خارجی به‌صورت داده می‌شود

$$R = \frac{R_1}{m} = \frac{V^2}{mP}$$

برای اینکه لامپ‌ها به‌طور معمول روشن شوند، جریان در مدار باید باشد

$$I = mI_1 = \frac{mP}{V}$$

بر طبق قانون اهم

$$E = I(R + r) = \frac{mP}{V}\left(\frac{V^2}{mP} + r\right)$$

$$\Longrightarrow \quad m = \frac{(E - V)V}{Pr} = 4$$

مثال-۲۱: چند باتری ذخیره سازی به نیروی محرکه 2 ولت و مقاومت داخلی 0.2Ω باید به‌صورت سری وصل شوند تا جریان $I = 5A$ در مدار خارجی با اختلاف پتانسیل $V = 110V$ در سراسر قطب‌های باتری به‌دست آید؟ **حل:** اگر n باتری ذخیره سازی به‌صورت سری وصل شوند، emf باتری $E = nE_1$ و مقاومت داخلی خواهد بود.

$$r = nr_1$$

با جریان I، افت ولتاژ در مقاومت داخلی باتری خواهد بود

$$V' = Ir$$

طبق قانون اهم کل مدار باید داشته باشیم

$$E - V = V'$$

یا

$$nE_1 - V = Inr_1$$

$$n = \frac{V}{E_1 - Ir_1} = \frac{110}{2 - 5 \times 0.2} = 110$$

مثال-۲۲: آکادمی لنز در پایان مقاله خود "آزادسازی گرما در هادی ها" مشکل زیر را ارائه می دهد: "مدار متشکل از □ سلول برای گرم کردن سیمی با قطر و طول □ معین مورد نیاز است. چه تعداد از این سلول ها برای گرم کردن نیاز است. سیمی با همان قطر اما با طول ؟□□ در هر دو مورد عناصر به صورت سری به هم متصل می شوند. چگونه می توان این مشکل را حل کرد؟ **حل:** فرض کنید مقاومت داخلی یک سلول برابر با ،□ □□□ = ۰□ و مقاومت یک واحد طول سیم ۱□ است.
پس از اتصال سیم به طول ،□ جریان در مدار خواهد بود

$$I_1 = \frac{nE_0}{nr + LR_1}$$

مقدار گرمای تولید شده در هر ثانیه به صورت زیر داده می‌شود

$$Q_1 = I_1^2 L R_1 = \frac{n^2 E_0^2}{(nr + LR_1)^2} L R_1$$

مقدار گرما در هر واحد طول سیم به صورتزیر داده شده می‌شود

$$a_1 = \frac{Q}{L} = \frac{n^2 E_0^2}{(nr + LR_1)^2} R_1$$

هنگامی که یک سیم با طول سلول های □□ و □ وصل می شود، مقدار گرمای آزاد شده در هر واحد طول سیم خواهد بود.

$$a_2 = \frac{x^2 E_0^2}{(xr + pLR_1)^2} R_1$$

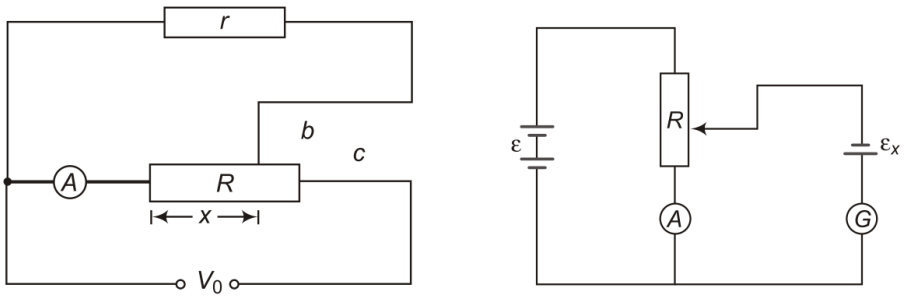
هنگامی که هر دو سیم به یک درجه گرم می شوند، طول واحد هر یک باید مقدار یکسانی گرما ایجاد کند، یعنی:

$$\frac{n^2 E_0^2}{(nr + LR_1)^2} = \frac{x^2 E_0^2}{(xr + pLR_1)^2}$$

بنابراین

$$x = pn$$

مثال-۲۳: ولتاژ ثابت V_0 به پتانسیومتر مقاومت R متصل به‌آمپرمتری اعمال می‌شود. یک مقاومت ثابت r به کنتاکت کشویی پتانسیومتر و انتهای ثابت پتانسیومتر (بعد از یک آمپر متر) متصل می‌شود.
با جابجایی کنتاکت لغزنده از یک سر پتانسیومتر به‌سر دیگر، قرائت آمپرمتر چگونه متفاوت خواهد بود؟ مقاومت آمپرمتر ناچیز فرض می‌شود.



حل: اگر x مقاومت پتانسیومتر بین نقطه a و کنتاکت لغزنده باشد، مقاومت کل بین a و کنتاکت لغزنده $rx/(r+x)$ است، در حالی که مقاومت کل مدار برابر است با:

$$R - x + rx/(r+x)$$

جریان تامین شده توسط منبع DC برابر است با:

$$I = \frac{U_0}{R - x + rx/(r+x)}$$

اختلاف پتانسیل بین کنتاکت لغزنده و نقطه a خواهد بود:

$$U = \frac{U_0 r x}{(R-x)(r+x)+rx} = \frac{U_0 r x}{Rx - x^2 + Rr}$$

جریان عبوری از آمپرمتر؛

$$I_a = \frac{U_0 r}{Rx - x^2 + Rr} \qquad (i)$$

برای پیدا کردن اکسترمم(ماگزیمم یا مینیموم) مشتق می‌گیریم

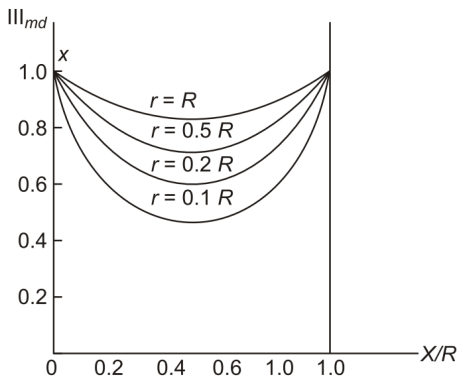
$$\frac{dI_a}{dx} = U_0 r \left[\frac{-R+2x}{(Rx - x^2 + Rr)^2}\right] \qquad (ii)$$

با مساوی صفر گذاشتن رابطه بالا

$$x = R/2 \qquad (iii)$$

اگر معادله را جایگزین کنیم. (iii) به معادله (i)، حداقل جریان را پیدا می‌کنیم

$$I_{min} = \frac{U_0 r}{R(r+R/4)}$$



بنابراین، با جابجایی کنتاکت لغزنده، جریان عبوری از آمپرمتر از یک مینیمم عبور می‌کند و هر چه r کوچک‌تر باشد، مینیمم عمیق‌تر می‌شود. در $x = 0$ و $x = R$، جریان $I_max = U_0/R$ از آمپرمتر عبور می‌کند. نسبت I_{min} به I_{max} برابر است با $(r/R)(1 + r/R)^{-1}$. منحنی‌های I_a/I_{max} در مقابل x/R برای چندین مقدار r/R در شکل همراه با پاسخ نشان داده شده است.

مثال-۲۴: تعداد N لامپ هریک به مقاومت r به یک ماشین به مقاومت R تغذیه می‌شوند. اگر نور ساطح شده با هر لامپ متناسب با مربع حرارت ایجاد شده باشد، ثابت کنید بیشترین کارائی راه مرتب سازی آنها قرار دادن در قوس الکتریکی هر یک شامل n لامپ و در آن n عدد صحیح نزدیک به $(NR/r)^{1/2}$ است.

حل: چون هر کدام دارای n لامپ است، از اینرو nr= مقاومت قوس است.

N/n= تعداد قوس‌ها است.

کل مقاومت S از رابطه زیر بدست می‌آید

$$\frac{1}{S} = \sum \frac{1}{nr} = \frac{N}{n}\left(\frac{1}{nr}\right)$$

یا

$$S = \frac{n^2 r}{N}$$

در نتیجه کل مقاومت برابر است با

$$R+S=R+\frac{n^2r}{N}$$

اگر E نیروی محرکه الکتریکی ماشین باشد، جریان وارد شونده به قوس $E/(R+S)$ و در هر قوس برابر $nE/(R+S)N$ است. بنابراین جریان عبوری از هر لامپ

$$I=\frac{nE}{N(R+n^2r/N)}=\frac{E}{N}\left[\frac{R}{n}+\frac{nr}{N}\right]^{-1}$$

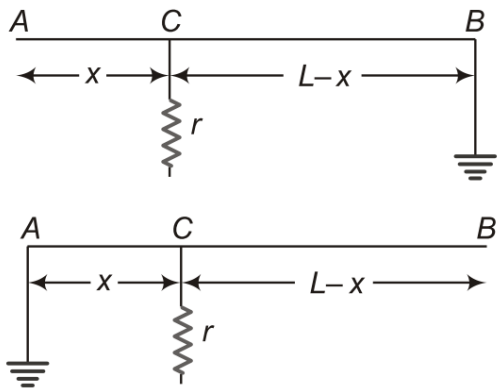
اکنون، حرارت تولید شده در ثانیه در هر لامپ برابر $H=NrI^2$.

ار آنجائی که نور ساطع شده متناسب با H^2 است، ازاینرو تور تولید شده بیشینه است هرگاه H^2 و در نتیجه H بیشینه یا $\left[\frac{R}{n}+\frac{nr}{N}\right]$ کمینه باشد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$\frac{R}{n}+\frac{nr}{N}=\left[\left(\frac{R}{n}\right)^{1/2}-\left(\frac{nr}{N}\right)^{1/2}\right]^2+2\left(\frac{Rr}{N}\right)^{1/2}$$

این وقتی کمینه است که $\sqrt{R/n}-\sqrt{nr/N}=0$ باشد. یا خیلی کوچک یا تقریباً برابر $(NR/r)^{1/2}$.

مثال-۲۵: یک کابل AB به طول L از سیم یکنواخت در نقطه خاصی نشتی ایجاد می‌کند. مقاومت بین A و زمین از طریق کابل در زمانی که B به‌زمین متصل می‌شود به‌اندازه طول a سیم و مقاومت بین B و زمین است، زمانی که A به‌زمین متصل می‌شود طول b است. نشان دهید که نقطه‌ای که در آن خطا وجود دارد، AB را به‌نسبت $[a(L-b)/b(L-a)]^{1/2}$ تقسیم می‌کند و مقاومت نشتی را پیدا می‌کند.



حل: اجازه دهید ρ مقاومت واحد طول سیم باشد. بگذارید خطا در فاصله x از انتهای A وجود داشته و r مقاومت نشتی باشد.

(الف) هنگامی که B به‌زمین متصل می‌شود، مقاومت بین A و زمین از طریق کابل به‌صورت زیر داده می‌شود

$$R=x\rho+\frac{1}{1/r+1/(L-x)\rho}=a\rho$$

$$\frac{1}{\rho(a-x)} = \frac{1}{r} + \frac{1}{(L-x)\rho} \qquad (i)$$

(ب) هنگامی که A زمین می‌شود، مقاومت بین B و زمین از طریق کابل به‌صورت داده می‌شود

$$R' = (L-x)\rho + \frac{1}{1/r + 1/x\rho} = b\rho$$

یا

$$\frac{x}{L-x} = \left[\frac{a(L-b)}{b(L-a)}\right]^{1/2} \qquad (ii)$$

برای بخش دوم سوال، اجازه دهید فرض کنیم که

$$\frac{x}{L-x} = \mu \qquad \text{یا} \qquad x = \frac{\mu L}{(1+\mu)} \qquad (iii)$$

جایگزینی معادله (iii) در معادله (i)، خواهیم داشت

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho[a-\mu L/(l+\mu)]} &= \frac{1}{r} + \frac{1}{\rho[L-\mu(l-\mu)]} \\
\tfrac{1}{r} &= \frac{L-\mu L/(l+\mu) - a + \mu L(l+\mu)}{\rho[a-\mu L/(l+\mu)][L-\mu L(l+\mu)]} \\
r &= \rho L \frac{[a(l+\mu)-\mu L]}{(l+\mu)^2(L-a)}
\end{aligned}$$

مثال-۲۶: چگالی حامل‌ها (تعداد الکترون‌های آزاد در متر مکعب) در هادی‌های فلزی در مرتبه:

(الف): 10^{10} **(ب):** 10^{16} **(ج):** 10^{22} **(د):** 10^{28}

مثال-۲۷: سرعت رانش الکترون‌ها در یک رسانای فلزی که جریانی را حمل می‌کند معمولاً از مرتبه:

(الف): $1cm/s$ **(ب):** $10m/s$ **(ج):** $10^4m/s$ **(د):** $10^8m/s$

مثال-۲۸: مقاومت رسانای فلزی با افزایش دما افزایش می‌یابد، بعلت:

(الف): تغییر در تراکم حامل

(ب): تغییر در ابعاد هادی

(ج): افزایش تعداد برخوردها بین حاملها

(د): افزایش نرخ برخورد بین حامل‌ها و اتم‌های ارتعاشی هادی

مثال-۲۹: یک تکه مس و یک تکه ژرمانیوم از دمای اتاق تا دمای 80 کلوین سرد می‌شوند

(الف): هر دو آنها افزایش می‌یابند.
(ب): هر دو آنها کاهش می‌یابند
(ج): مس افزایش می‌یابد و ژرمانیوم کاهش می‌یابد
(د): مس کاهش می یابد و ژرمانیوم افزایش می‌یابد

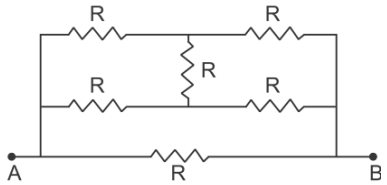
مثال-۳۰: یک هادی مستقیم با سطح مقطع یکنواخت دارای جریان I است. فرض کنید s برابر بار ویژه یک الکترون باشد. تکانه تمام الکترون‌های آزاد در واحد طول رسانا، فقط به‌دلیل سرعت رانش آنها، برابر است با:
(الف): Is **(ب)**: I/s **(ج)**: $\sqrt{I/s}$ **(د)**: $(I/s)^2$

مثال-۳۱: جریان از یک هادی فلزی عبور می‌کند که سطح مقطع آن در جهت جریان افزایش می‌یابد. اگر در این مسیر حرکت کنیم،
(الف): جریان تغییر خواهد کرد.
(ب): چگالی حامل تغییر خواهد کرد.
(ج): سرعت رانش افزایش خواهد یافت.
(د): سرعت رانش کاهش خواهد یافت

مثال-۳۲: یک حلقه نارسانا با شعاع R دارای بار Q است که به‌طور نابرابر روی آن توزیع شده است. اگر با سرعت زاویه‌ای ω بچرخد، جریان معادل آن خواهد بود
(الف): (0) صفر **(ب)**: $Q\omega$ **(ج)**: $Q\frac{\omega}{2\pi}$ **(د)**: $Q\frac{\omega}{2\pi R}$

مثال-۳۳: تمام لبه‌های یک بلوک با وجوه موازی نابرابر هستند. طولانی‌ترین لبه آن دو برابر کوتاه‌ترین لبه آن است. نسبت حداکثر به‌حداقل مقاومت بین وجوه موازی برابر است با:
(الف): 2 **(ب)**: 4 **(ج)**: 8
(د): نامشخص است مگر اینکه طول لبه سوم مشخص شده باشد

مثال-۳۴: در شبکه نشان داده شده در زیر، مقاومت معادل بین A و B برابر است با:

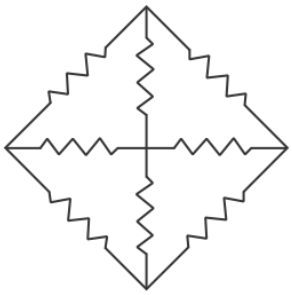


(الف): $R/2$ **(ب)**: R
(ج): $2R$ **(د)**: $4R$

مثال-۳۵: دو نقطه A و B روی یک حلقه یکنواخت با مقاومت R هستند. $\angle ACB = \theta$ که در آن C مرکز حلقه است. مقاومت معادل بین A و B برابر است با:

(الف): $\frac{R}{2\pi^2}(2\pi-\theta)\theta$ **(ب):** $R\left(1-\frac{\theta}{2\pi}\right)$

(ج): $R\frac{\theta}{2\pi}$ **(د):** $R\frac{2\pi-\theta}{4\pi}$



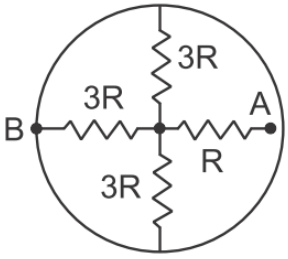
مثال-۳۶: در شبکه شکل مقابل، هر مقاومت برابر با R است. مقاومت معادل بین گوشه‌های مورب مخالف برابر است با:

(الف): R **(ب):** $R/3$

(ج): $2R/3$ **(د):** $4R/3$

مثال-۳۷: در سوال قبل مقاومت معادل بین دو گوشه مجاور برابر است با:

(الف): R **(ب):** $2R/3$ **(ج):** $3R/7$ **(د):** $8R/15$

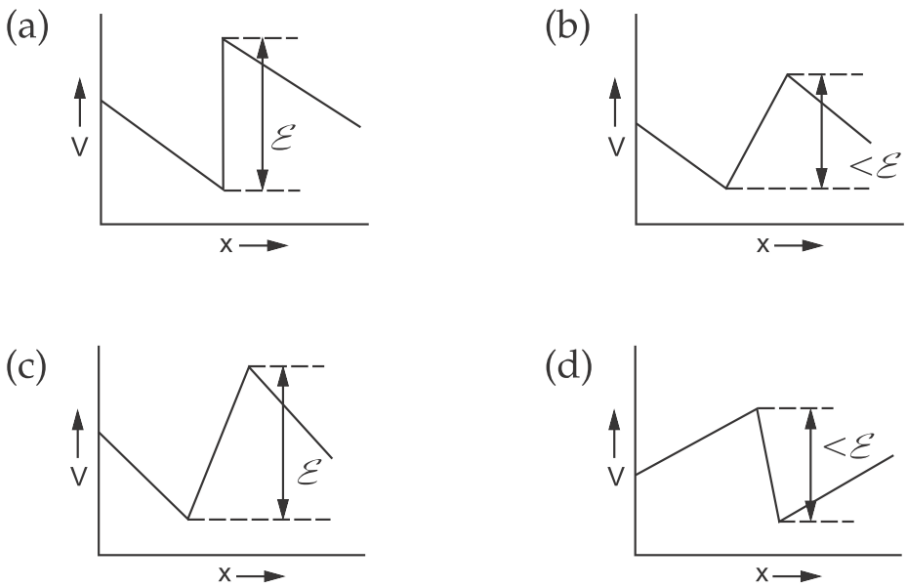


مثال-۳۸: در شبکه شکل مقابل، حلقه دارای مقاومت صفر است. مقاومت معادل بین نقطه A و B برابر است با:

(الف): $2R$ **(ب):** $4R$

(ج): $7R$ **(د):** $10R$

مثال-۳۹: دو سر یک هادی یکنواخت به یک باتری به نیروی محرکه E و مقداری مقاومت داخلی متصل می‌شوند. با شروع از نقطه میانی P هادی، در جهت جریان حرکت می‌کنیم و به P برمی‌گردیم. پتانسیل V در هر نقطه از مسیر در برابر مسافت طی شده (x) رسم می‌شود. کدام یک از موارد زیر منحنی حاصل را بهتر نشان می‌دهد؟



مثال-۴۰: نیروی محرکه یک باتری E و مقاومت داخلی آن r است. پایانه‌های آن به‌مقاومت R متصل می‌شوند. اختلاف پتانسیل بین پایانه‌ها $1.6V$ برای $R = 4\Omega$ و $1.8V$ برای $R = 9\Omega$ است. دراین صورت،

(الف): $E = 1V, r = 1\Omega$ **(ب):** $E = 2V, r = 1\Omega$

(ج): $E = 2V, r = 2\Omega$ **(د):** $E = 2.5V, r = 0.5\Omega$

مثال-۴۱: تعداد N سلول باتری یکسان برای تشکیل یک باتری به‌هم وصل شده‌اند. هنگامی که پایانه‌های باتری مستقیماً به یکدیگر متصل می‌شوند (اتصال کوتاه) جریان I در مدار جریان می‌یابد. برای به‌دست آوردن حداکثر مقدار I،

(الف): تمام سلول‌ها باید به‌صورت سری به‌هم متصل شوند.

(ب): تمام سلول‌ها باید به‌صورت موازی به‌هم متصل شوند.

(ج): دو ردیف سلول $N/2$ هر کدام باید به‌صورت موازی به‌هم متصل شوند.

(د): تعداد $\sqrt{N}$ ردیف از $\sqrt{N}$ سلول هر کدام باید به‌صورت موازی به هم متصل شوند، با توجه به‌اینکه $\sqrt{N}$ یک عدد صحیح است.

مثال-۴۲: تعداد N سلول باتری یکسان، هر یک به‌نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r، به‌صورت سری به‌هم متصل می‌شوند. از این میان، n سلول به اشتباه متصل شده‌اند، یعنی پایانه‌های آنها برعکس آنچه برای اتصال سری لازم است به‌هم متصل می‌شوند. $n < N/2$. اجازه دهید E_0 باتری حاصل و r_0 مقاومت داخلی آن باشد.

(الف): $E_0 = (N-n)E, r_0 = (N-n)r$ **(ب):** $E_0 = (N-2n)E, r_0 = (N-2n)r$

(ج): $E_0 = (N-2n)E, r_0 = Nr$ **(د):** $E_0 = (N-n)E, r_0 = Nr$

مثال-۴۳: تعداد n سلول باتری یکسان، هر یک به‌نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r، به‌صورت سری به‌هم متصل می‌شوند تا یک مدار بسته را تشکیل دهند. اختلاف پتانسیل در هر سلول برابر است با:

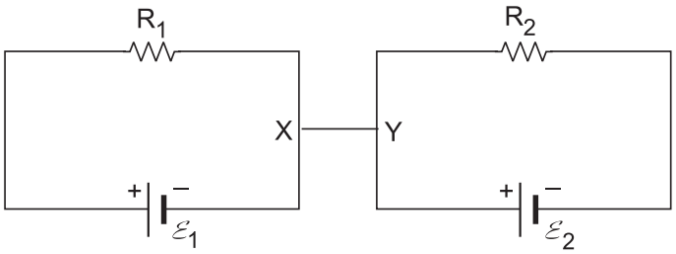
(الف): (0) صفر **(ب):** E **(ج):** $\frac{E}{n}$ **(د):** $\frac{n-1}{n}E$

مثال-۴۴: تعداد n سلول باتری یکسان، هر یک به‌نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r، به‌صورت سری به‌هم متصل می‌شوند تا یک مدار بسته را تشکیل دهند. یک سلول (A) با قطبیت معکوس به‌هم متصل شده است. اختلاف پتانسیل در هر سلول، به جز A، برابر است با:

(الف): $\frac{2E}{n}$ **(ب):** $\frac{n-1}{n}E$ **(ج):** $\frac{n-2}{n}E$ **(د):** $\frac{2n}{n-2}E$

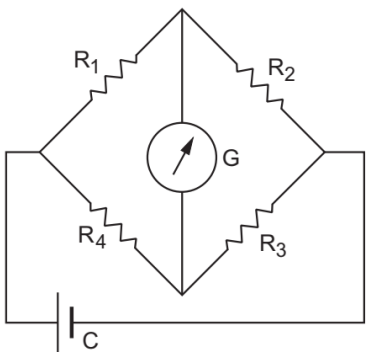
مثال-۴۵: در سوال قبل، اختلاف پتانسیل در دوسر A برابر است با:
(الف): $\frac{2E}{n}$ **(ب):** $\frac{n-1}{n}E$ **(ج):** $2\frac{n-1}{n}E$ **(د):** $\frac{n-2}{n}E$

مثال-۴۶: در مدار شکل زیر، هادی XY مقاومت ناچیزی دارد. در این صورت



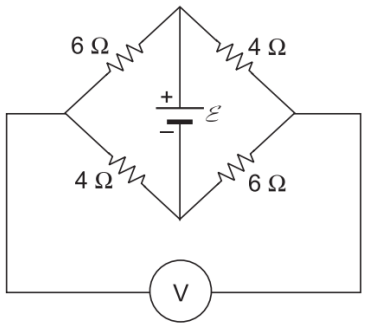
(الف): جریان از طریق XY عبور می‌کند اگر $E_1 \neq E_2$.
(ب): جریان از طریق XY عبور می‌کند اگر $\frac{E_1}{R_1} \neq \frac{E_2}{R_2}$.
(ج): جریان از طریق XY عبور می‌کند اگر $\frac{E_1+E_2}{R_1+R_2} \neq \frac{|E_1-E_2|}{R_1-R_2}$.
(د): جریان از طریق XY عبور نمی‌کند.

مثال-۴۷: پل وتستون که در شکل مقابل نشان داده شده است متعادل است. اگر موقعیت‌های باتری C و گالوانومتر G اکنون با هم عوض شوند، G انحراف صفر را نشان می‌دهد.



(الف): در تمام موارد.
(ب): فقط اگر تمام مقاومت‌ها برابر باشند.
(ج): فقط اگر $R_1 = R_3$ و $R_2 = R_4$ باشد.
(د): فقط اگر $\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$ باشد.

مثال-۴۸: در مدار شکل مقابل، ولت‌متر مقاومت زیادی دارد. نیروی محرکه باتری E است. قرائت ولت‌متر برابر است با:



(الف): (0)
(ب): $\frac{E}{10}$
(ج): $\frac{E}{5}$
(د): $\frac{E}{2}$

مثال-۴۹: یک میلی‌متر با حداکثر انحراف(بُرد) 10 میلی‌آمپر دارای یک سیم پیچ با مقاومت 1Ω است. برای استفاده از آن به‌عنوان آمپرمتر در محدوده $1A$، شنت مورد

نیاز باید مقاومتی برابر با:

(الف): $\frac{1}{101}\Omega$ **(ب)**: $\frac{1}{100}\Omega$ **(ج)**: $\frac{1}{99}\Omega$ **(د)**: $\frac{1}{9}\Omega$

داشته باشد.

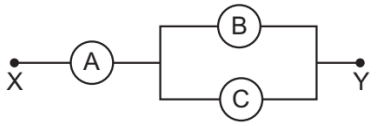
مثال-۵۰: برای استفاده از میلی‌آمپرمتر سوال قبل به‌عنوان ولت‌متر با بُرد (حداکثر انحراف) 10 ولت، مقاومت R به‌صورت سری با آن قرار می‌گیرد. مقدار R برابر است با:

(الف): 9Ω **(ب)**: 99Ω **(ج)**: 999Ω **(د)**: 1000Ω

مثال-۵۱: یک میلی‌متر با برد 10 میلی‌آمپر وقتی یک شنت 0.1Ω به‌طور موازی به آن متصل می‌شود، انحراف کامل را برای جریان 100 میلی‌آمپر می‌دهد. سیم پیچ میلی‌متر دارای مقاومتی برابر با:

(الف): 0.9Ω **(ب)**: 1Ω **(ج)**: 1.1Ω **(د)**: 0.11Ω

مثال-۵۲: سه عدد ولت‌متر A، B و C بترتیب دارای مقاومت R، $1.5R$ و $3R$ است. هنگامی که مقداری اختلاف پتانسیل بین X و Y اعمال می‌شود، قرائت‌های ولت‌مترها به‌ترتیب V_A، V_B و V_C هستند.



(الف): $V_A = V_B = V_C$ **(ب)**: $V_A \neq V_B = V_C$

(ج): $V_A = V_B \neq V_C$ **(د)**: $V_B \neq V_A = V_C$

مثال-۵۳: یک آمپرمتر و یک ولت‌متر به‌صورت سری به‌یک باتری متصل می‌شوند. قرائت آنها به‌ترتیب A و V است. اگر اکنون یک مقاومت به‌موازات ولت‌متر وصل شده باشد،

(الف): هر دو A و V افزایش خواهند یافت. **(ب)**: هر دو A و V کاهش می‌یابد.

(ج): A کاهش می‌یابد، V افزایش می‌یابد. **(د)**: A افزایش می‌یابد، V کاهش می‌یابد.

مثال-۵۴: در یک ابزار سیم‌پیچ متحرک، سیم‌پیچ به‌جای میدان مغناطیسی یکنواخت در یک میدان مغناطیسی شعاعی معلق است. این کار انجام می‌شود تا

(الف): حساسیت ابزار افزایش یابد.

(ب): دقت ابزار افزایش یابد.

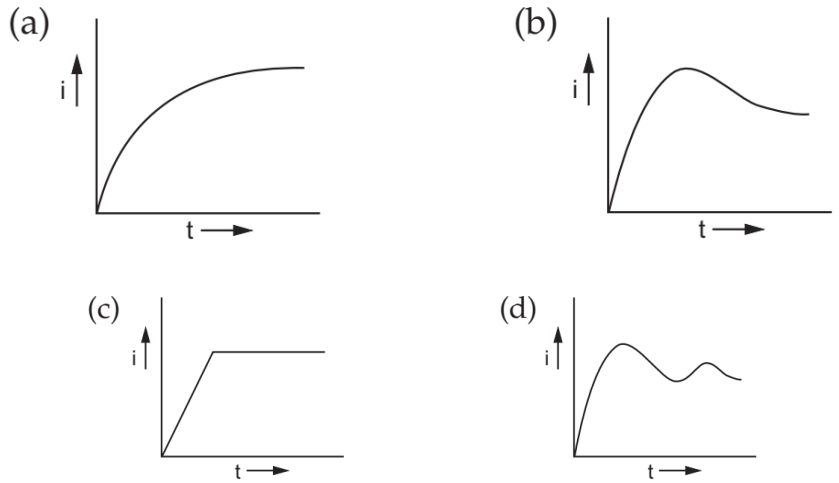
(ج): ابزار را جمع و جور(فشرده) و قابل حمل کند.

(د): انحراف آن را متناسب با جریان عبوری از آن قرار دهد.

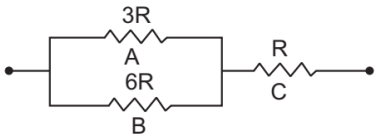
مثال-۵۵: یک باتری با مقاومت داخلی r جریانی را از یک مقاومت خارجی R عبور می‌دهد. توانی که باتری به‌مقاومت خارجی تحویل می‌دهد حداکثر زمانی است که

(الف): $R = r$ **(ب):** $R >> r$ **(ج):** $R << r$ **(د):** $R = 2r$

مثال-۵۶: هنگامی که یک بخاری برقی روشن می شود، جریان عبوری از آن (i) با زمان (t) رسم می‌شود. با در نظر گرفتن تغییر مقاومت با دما، کدام یک از موارد زیر منحنی حاصل را بهتر نشان می‌دهد؟



مثال-۵۷: سه مقاومت A، B و C به‌ترتیب دارای مقادیر $3R$، $6R$ و R هستند. هنگامی که مقداری اختلاف پتانسیل در دوسر شبکه اعمال می‌شود، توان حرارتی تلف شده توسط A، B و C به‌نسبت زیر است.



(الف): $2:3:4$ **(ب):** $2:4:3$ **(ج):** $4:2:3$ **(د):** $3:2:4$

مثال-۵۸:

یک لامپ الکتریکی برای جذب توان P_0 در ولتاژ V_0 طراحی شده است. اگر ولتاژ V باشد، توان P را می‌گیرد. در این صورت،

(الف): $P = \frac{V_0}{V}P_0$ **(ب):** $P = \frac{V}{V_0}P_0$ **(ج):** $P = \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 P_0$ **(د):** $P = \left(\frac{V_0}{V}\right)^2 P_0$

مثال-۵۹: یک لامپ الکتریکی با توان 500 وات در 100 ولت در مداری با منبع تغذیه 200 ولت استفاده می‌شود. مقاومت R که باید به صورت سری با لامپ قرار داده شود، به‌طوری که لامپ 500 وات بکشد، برابر است با:

(الف): 10Ω **(ب)**: 20Ω **(ج)**: 50Ω **(د)**: 100Ω

مثال-۶۰: دو لامپ A و B برای ولتاژ یکسان طراحی شده‌اند. توان رتبه‌بندی آنها به‌ترتیب P_A و P_B با $P_A > P_B$ است. اگر آنها به‌صورت سری به‌یک منبع V ولت به‌هم متصل شوند،

(الف): لامپ A قدرت بیشتری نسبت به B می‌کشد.

(ب): لامپ B قدرت بیشتری نسبت به A می‌کشد.

(ج): نسبت قدرت‌های کشیده شده توسط آنها به V بستگی دارد.

(د): لامپ A و B قدرت یکسانی خواهند گرفت.

مثال-۶۱: تعداد n لامپ یکسان که هر کدام برای جذب توان از یک منبع ولتاژ مشخص طراحی شده‌اند، به‌صورت سری در دوسر آن منبع به‌هم متصل می‌شوند. مجموع قدرتی که آنها خواهند کشید برابر است با:

(الف): nP **(ب)**: P **(ج)**: P/n **(د)**: P/n^2

مثال-۶۲: هنگامی که یک لامپ 500 وات و یک بخاری 500 وات با ولتاژ نامی خود کار می‌کنند، رشته لامپ به دمای بسیار بالاتری نسبت به‌رشته بخاری می‌رسد. مهمترین دلیل این امر این است.

(الف): مقاومت آنها برابر نیست.

(ب): از مواد مختلف ساخته شده‌اند.

(ج): ابعاد آنها بسیار متفاوت است.

(د): در دماهای مختلف توان‌های متفاوتی را ساطع می‌کنند

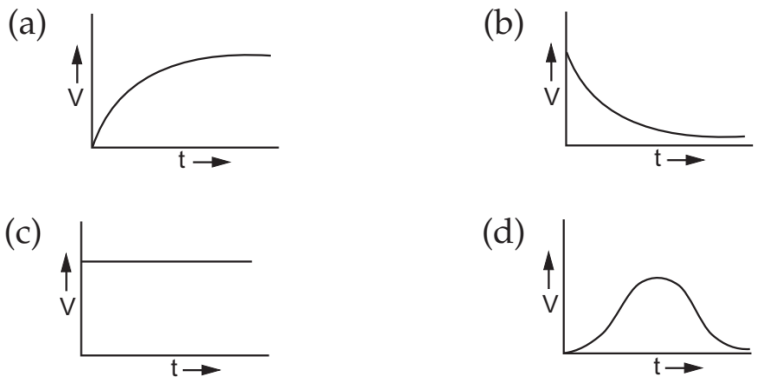
مثال-۶۳: یک لامپ 100 وات و یک لامپ 25 وات برای یک ولتاژ طراحی شده‌اند. آنها رشته‌هایی با طول و جنس یکسان دارند. نسبت قطر لامپ 100 وات به قطر لامپ 25 وات برابر است با:

(الف): $4:1$ **(ب)**: $2:1$ **(ج)**: $\sqrt{2}:1$ **(د)**: $1:2$

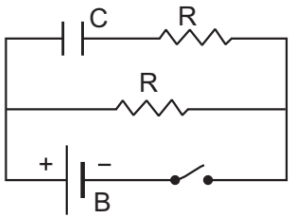
مثال-۶۴: اگر طول رشته یک بخاری برقی 10 درصد کاهش یابد، قدرت بخاری

(الف): حدود 9% افزایش می‌یابد. **(ب)**: حدود 11% افزایش می‌یابد.
(ج): حدود 19% افزایش می‌یابد. **(د)**: حدود 10% کاهش می‌یابد.

مثال-۶۵: یک باتری ایده‌آل از طریق یک ولت‌متر به‌یک خازن متصل می‌شود. قرائت V ولت‌متر در برابر زمان رسم می‌شود. کدام یک از موارد زیر منحنی حاصل را بهتر نشان می‌دهد؟



مثال-۶۶: در مدار شکل مقابل، هنگامی که کلید بسته است، خازن با چه ثابت زمانی شارژ می‌شود؟



(الف): RC **(ب)**: $2RC$ **(ج)**: $\frac{1}{2}RC$
(د): $RC\ln 2$

مثال-۶۷: در سوال قبل، اگر کلید پس از شارژ شدن خازن باز شود، با چه ثابت زمانی تخلیه می‌شود. ؟

(الف): RC **(ب)**: $2RC$ **(ج)**: $\frac{1}{2}RC$ **(د)**: $RC\ln 2$

مثال-۶۸: یک خازن شارژ و سپس از طریق یک مقاومت تخلیه می‌شود. ثابت زمانی τ است. در چه زمانی اختلاف پتانسیل دو سر خازن 10 درصد کاهش می‌یابد؟

(الف): $\tau\ln(0.1)$ **(ب)**: $\tau\ln(0.9)$ **(ج)**: $\tau\ln(10/9)$ **(د)**: $\tau\ln(11/10)$

مثال-۶۹: در سوال قبل، پس از چند ثابت زمانی، اختلاف پتانسیل دوسر خازن به 10 درصد مقدار اولیه آن کاهش می‌یابد؟

(الف): 2 **(ب)**: 2.303 **(ج)**: $1/0.693$ **(د)**: $1/0.37$

مثال-۷۰: یک خازن از طریق یک مقاومت از یک باتری شارژ می‌شود. ثابت زمانی τ است. خازن 10 درصد شارژ نهایی خود را در چه زمانی جمع آوری می‌کند؟

(الف): $\tau\ln(0.1)$ **(ب):** $\tau\ln(0.9)$ **(ج):** $\tau\ln(10/9)$ **(د):** $\tau\ln(11/10)$

مثال-۷۱: در سوال قبل، پس از چن ثابت زمانی، شارژ خازن 10 درصد کمتر از شارژ نهایی آن خواهد بود؟

(الف): 2 **(ب):** 2.303 **(ج):** 1/0.693 **(د):** 1/0.37

مثال-۷۲: خازنی با ظرفیت C دارای بار Q است. از طریق یک مقاومت به‌یک خازن دیگر با ظرفیت قبلی متصل می‌شود. گرمای تولید شده در مقاومت برابر است با:

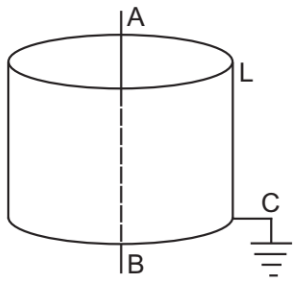
(الف): $\frac{Q}{2C}$ **(ب):** $\frac{Q^2}{4C}$ **(ج):** $\frac{Q^2}{8C}$ **(د):** بستگی به‌مقدار مقاومت دارد.

مثال-۷۳: هنگامی که خازن از طریق مداری با ثابت زمانی τ تخلیه می‌شود، بار خازنη برابر در زمان t کاهش می‌یابد.

(الف): $t=\eta\tau$ **(ب):** $t=\tau\ln\eta$ **(ج):** $t=\tau(\ln\eta-1)$ **(د):** $t=\tau\ln(1-1/\eta)$

گزینه‌های صحیح را انتخاب کنید. ممکن است یک یا چند گزینه صحیح باشند.

مثال-۷۴: یک هادی مستقیم AB در امتداد محور یک استوانه فلزی توخالی L قرار دارد که از طریق هادی C به‌زمین متصل است. مقداری بار از طریق C جریان می‌یابد.



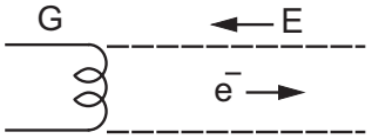
(الف): اگر جریانی از AB شروع به‌عبور کند

(ب): اگر جریان عبوری از AB معکوس شود

(ج): اگر AB حذف شود و پرتوی از الکترون به‌جای آن جریان یابد

(د): اگر AB حذف شود و پرتوی از پروتون به‌جای آن جاری شود.

مثال-۷۵: پرتو الکترونی از یک تفنگ الکترونی G ساطع شده و توسط میدان الکتریکی E شتاب می‌گیرد. سطح مقطع پرتو ثابت می‌ماند. با دور شدن پرتو از G،



(الف): سرعت الکترون‌ها افزایش می‌یابد.
(ب): جریان ایجاد شده توسط پرتو افزایش می‌یابد.
(ج): تعداد الکترون‌ها در واحد حجم در پرتو افزایش می‌یابد.
(د): تعداد الکترون‌ها در واحد حجم در پرتو کاهش می‌یابد.

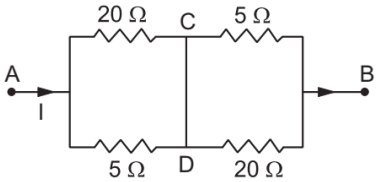
مثال-۷۶: باری که در یک هادی جریان دارد با زمان $Q = at - bt^2$ تغییر می‌کند. در این صورت، جریان
(الف): با گذشت زمان به‌صورت خطی کاهش می‌یابد.
(ب): به‌حداکثر می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد.
(ج): پس از طی زمان $t = \frac{a}{2b}$ به‌صفر می‌رسد.
(د): با نرخ $-2b$ تغییر می‌کند

مثال-۷۷: باری در یک هادی عبور کرده و با زمان بصورت زیر تغییر می‌کند:

$$Q = at - \frac{1}{2}bt^2 + \frac{1}{6}ct^3$$

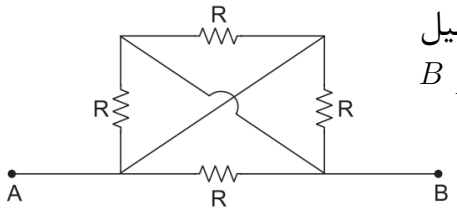
که در آن a، b و c مقادیر ثابت مثبت میباشند. در این صورت جریان:
(الف): دارای مقدار اولیه $i = a$ است.
(ب): پس از طی زمان $t = b/c$ به‌حداقل مقدار می‌رسد.
(ج): پس از طی زمان $t = b/c$ به‌حداکثر مقدار می‌رسد.
(د): دارای مقدار حداکثر یا حداقل $i = a - \frac{b^2}{2c}$ است.

مثال-۷۸: در شکل مقابل، وقتی مقدار اختلاف پتانسیل بین A و B برقرار شود، جریان I از A وارد شبکه و از B خارج می‌شود.



(الف): مقاومت معادل بین A و B، 8Ω است.
(ب): دو نقطه C و D هم پتانسیل هستند.
(ج): هیچ جریانی بین C و D جریان ندارد.
(د): جریان $3I/5$ از D به C جریان می‌یابد.

مثال-۷۹: در مدار شکل مقابل، هر یک از چهار هادی دارای مقاومت R هستند. اختلاف پتانسیل بین A و B برابر V است. جریان جاری بین A و B برابر است با:

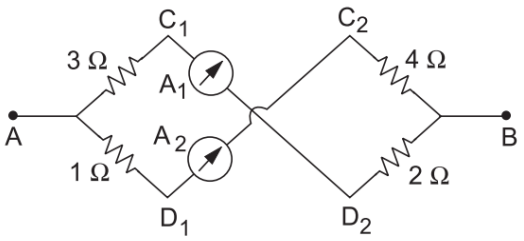


(الف): $\frac{V}{R}$ **(ب):** $\frac{2V}{R}$ **(ج):** $\frac{3V}{R}$
(د): $\frac{4V}{R}$

مثال-۸۰: در سوال قبل، اگر سیم‌هایی که مورب‌ها را تشکیل می‌دهند در مرکز تماس داشته باشند، مقاومت معادل بین A و B برابر است با:

(الف): R **(ب):** $\frac{R}{4}$ **(ج):** (0) صفر **(د):** (∞) بینهایت

مثال-۸۱:



در مدار شکل بالا، A_1 و A_2 هر کدام آمپرمتر با مقاومت 5Ω هستند. هنگامی که یک باتری ایده‌آل به‌نیروی محرکه 10 ولت بین A و B اعمال شود،

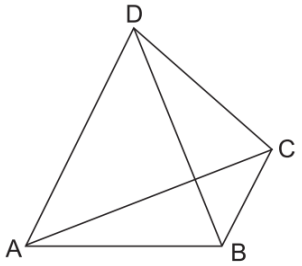
(الف): جریان گرفته شده از باتری 1 آمپر است.

(ب): قرائت A_1 برابر $1A$ است.

(ج): قرائت A_2 برابر $1A$ است.

(د): اگر C_1 به C_2 و D_1 به D_2 متصل شود، قرائت آمپرمترها برابر خواهد شد.

مثال-۸۲: همانطور که در شکل زیر نشان داده شده است، شش سیم یکسان با مقاومت R هر کدام برای تشکیل یک هرم به‌هم متصل می‌شوند.



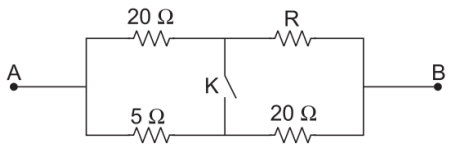
(الف): مقاومت معادل بین هر دو گوشه به انتخاب گوشه‌ها بستگی دارد.

(ب): مقاومت معادل بین A و B برابر $R/2$ است.

(ج): مقاومت معادل بین D و C صفر است.

(د): اگر جریان الکتریکی از A وارد و از B خارج شود، جریانی از DC عبور نخواهد کرد.

مثال-۸۳: هنگامی که کلید K باز است، مقاومت معادل بین A و B مساوی 20Ω است. در این صورت، کدام عبارت صحیح است؟

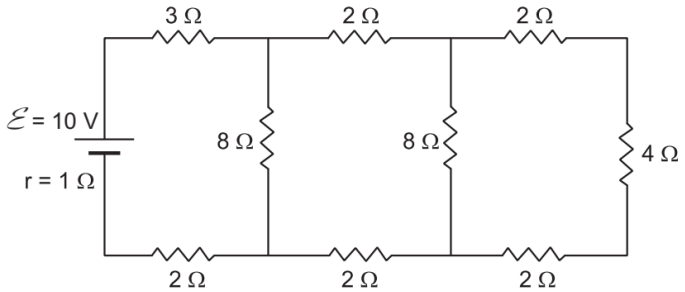


(الف): $R = 80\Omega$ **(ب):** هنگامی که K بسته است هیچ جریانی از آن عبور نمی‌کند.

(ج): توان تلف شده در R و در مقاومت 5Ω همیشه برابر است.

(د): توان تلف شده در دو مقاومت 20Ω نابرابر است.

مثال-۸۴:



در مدار نشان داده شده در بالا، باتری دارای نیروی محرکه 10 ولت و مقاومت داخلی 1Ω است.

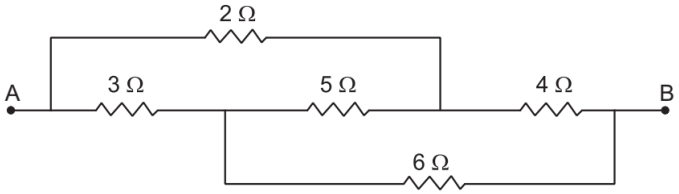
(الف): جریان عبوری از مقاومت 3Ω برابر $1A$ است.

(ب): جریان عبوری از مقاومت 3Ω برابر $0.5A$ است.

(ج): جریان عبوری از مقاومت 4Ω برابر $0.5A$ است.

(د): جریان عبوری از مقاومت 4Ω برابر $0.25A$ است.

مثال-۸۵:



در مدار نشان داده شده در بالا، مقداری اختلاف پتانسیل بین A و B اعمال می‌شود. مقاومت معادل بین A و B برابر R است.

(الف): هیچ جریانی از مقاومت 5Ω عبور نمی‌کند. **(ب):** $R = 15\Omega$ **(ج):**

$R = 12.5\Omega$ **(د):** $\frac{18}{5}\Omega$

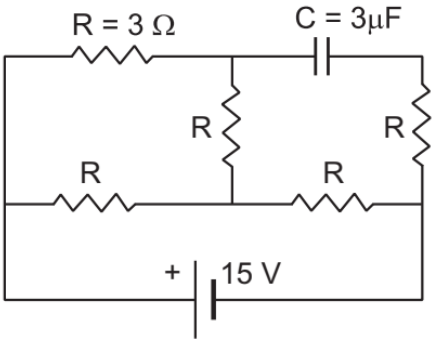
مثال-۸۶: یک سیم یکنواخت با مقاومت R به شکل یک n ضلعی منظم (n زوج است) ساخته می‌شود. مقاومت معادل بین هر دو گوشه می‌تواند

(الف): حداکثر مقدار $\frac{R}{4}$ **(ب):** حداکثر مقدار $\frac{R}{n}$ **(ج):** حداقل مقدار $R\left(\frac{n-1}{n}\right)$

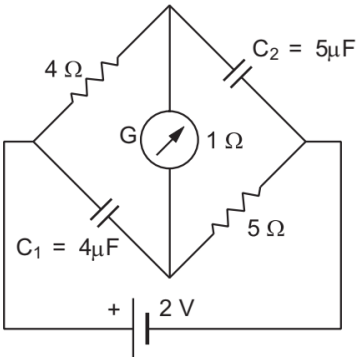
(د): حداقل مقدار $\frac{R}{n}$ را داشته باشد.

مثال-۸۷: در مدار نشان داده شده، باتری ایده‌آل با $emf = 15V$ است. هر مقاومت 3Ω است. اختلاف پتانسیل در دو سر خازن برابر است با:

(الف): (0) صفر **(ب):** $9V$ **(ج):** $12V$ **(د):** $15V$



مثال-۸۸: در مدار شکل مقابل، باتری با $emf = 2V$ ایده‌آل است. مقاومت سیم پیچ گالوانومتر G مساوی 1Ω است.



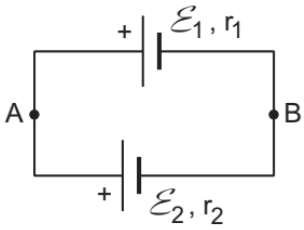
(الف): هیچ جریانی از G عبور نمی‌کند.

(ب): جریان $0.2A$ از G عبور می‌کند.

(ج): اختلاف پتانسیل دو سر C_1 مساوی 1 ولت است.

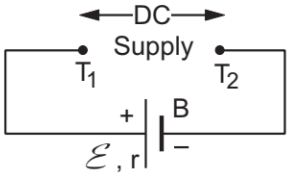
(د): $15V$ اختلاف پتانسیل دو سر C_2 مساوی 1.2 ولت است.

مثال-۸۹: دو باتری با نیروی محرکه‌های نابرابر، E_1 و E_2، و مقاومت‌های داخلی r_1 و r_2 مطابق شکل به‌هم متصل می‌شوند. V_A و V_B به ترتیب پتانسیل های A و B هستند.



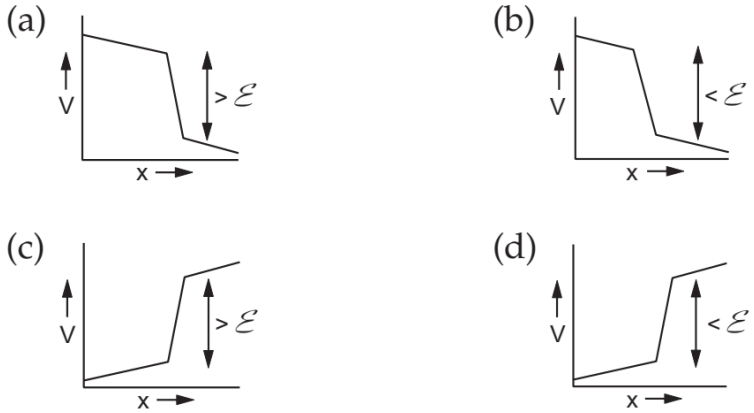
(الف): یک باتری به‌طور مداوم به باتری دیگر انرژی می‌دهد.
(ب): اختلاف پتانسیل در هر دو باتری برابر خواهد بود.
(ج): اختلاف پتانسیل در یک باتری بیشتر از نیروی محرکه آن خواهد بود.
(د): $V_A - V_B = \frac{E_1 r_2 + E_2 R_1}{r_1 + r_2}$

مثال-۹۰: یک باتری اکومولاتور (سلول ذخیره کننده-انباره) B با نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r از منبع DC شارژ می‌شود که پایانه‌های آن T_1 و T_2 هستند.



(الف): اختلاف پتانسیل بین T_1 و T_2 باید بیشتر از E باشد.
(ب): پایانه T_1 باید نسبت به T_2 مثبت باشد.
(ج): در باتری جریان از قطب مثبت به قطب منفی میرود.
(د): همه گزینه‌های بالا نادرست هستند.

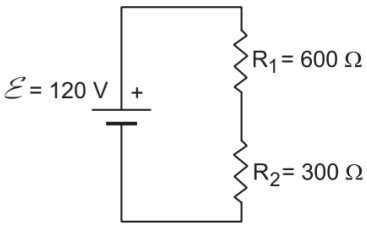
مثال-۹۱: در سوال قبل سیم‌های اتصال مقاومت یکنواختی دارند. با حرکت از T_1 به T_2 از طریق B، پتانسیل (V) در برابر فاصله (x) رسم می‌شود. منحنی صحیح برابر است با:



مثال-۹۲: یک ولت‌متر و یک آمپرمتر به‌صورت سری به‌یک باتری ایده‌آل به نیروی محرکه E متصل می‌شوند. قرائت ولت‌متر V و آمپرمتر I است.
(الف): $V < E$.
(ب): مقاومت ولت‌متر V/I است.

(ج): اختلاف پتانسیل در دوسر آمپرمتر $(E - V)$ است.
(د): مقاومت ولت‌متر به ضافه مقاومت آمپرمتر برابر E/I است.

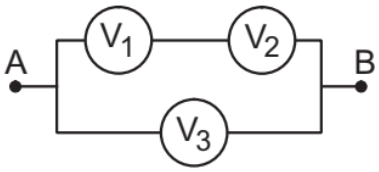
مثال-۹۳: در مدار، باتری ایده آل است. یک ولت‌متر با مقاومت 600Ω به ترتیب روی R_1 و R_2 متصل می‌شود و به‌ترتیب V_1 و V_2 را نشان می‌دهد.



(الف): $V_1 = 80V$ **(ب):** $V_1 = 60V$
(ج): $V_2 = 30V$ **(د):** $V_2 = 40V$

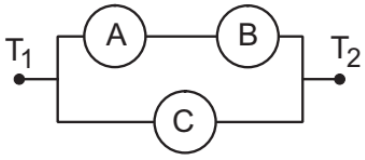
مثال-۹۴: یک ولت‌متر و یک آمپرمتر به‌صورت سری به‌یک باتری ایده‌آل متصل می‌شوند و به‌ترتیب قرائت‌های V و A را می‌دهند. اگر اکنون مقاومتی برابر با مقاومت آمپرمتر به موازات آمپرمتر متصل شود،
(الف): قرائت V تغییر نخواهد کرد.
(ب): قرائت V اندکی افزایش می‌یابد.
(ج): قرائت A دقیقاً نصف مقدار اولیه خود می‌شود.
(د): قرائت A کمی بیشتر از نصف مقدار اولیه خود می‌شود.

مثال-۹۵: سه ولت‌متر که همگی مقاومت‌های متفاوتی دارند، مطابق شکل مقابل به‌هم متصل می‌شوند. وقتی مقداری اختلاف پتانسیل بین A و B اعمال شود، قرائت آنها V_1، V_2، V_3 است.



(الف): $V_1 = V_2$ **(ب):** $V_1 \neq V_2$ **(ج):** $V_1 + V_2 = V_3$ **(د):** $V_1 + V_2 > V_3$

مثال-۹۶: سه آمپرمتر A، B و C به‌مقاومت‌های R_A، R_B و R_C به‌ترتیب مطابق شکل مقابل به‌هم متصل می‌شوند. هنگامی که مقداری اختلاف پتانسیل در پایانه‌های T_1 و T_2 اعمال می‌شود، قرائت آنها به‌ترتیب I_A، I_B و I_C است.



(الف): $I_A = I_B$ **(ب):** $I_A R_A + I_B R_B = I_C R_C$ **(ج):** $\frac{I_A}{I_C} = \frac{R_C}{R_A}$
(د): $\frac{I_B}{I_C} = \frac{R_C}{R_A + R_B}$

مثال-۹۷: یک میکرو آمپرمتر دارای مقاومت100Ω و محدوده کامل مقیاس $50\mu A$ است. می‌توان از آن به‌عنوان یک ولت‌متر یا به‌عنوان آمپرمتر با محدوده بالاتر استفاده

کرد به‌شرط اینکه مقاومتی به‌آن اضافه شود. محدوده مناسب و ترکیب(های) مقاومت را انتخاب کنید.

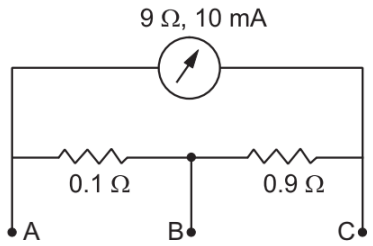
(الف): محدوده 50 ولت، با مقاومت سری $10k\Omega$

(ب): محدوده 10 ولت، با مقاومت سری $(2 \times 10^5 - 100)\Omega$

(ج): محدوده 5 میلی‌آمپر، با مقاومت 1.01Ω به‌صورت موازی

(د): محدوده 10 میلی‌آمپر، با مقاومت1Ω به‌صورت موازی

مثال-۹۸: یک میلی‌متر با محدوده 10 میلی‌آمپر و مقاومت 9Ω در مداری مطابق شکل مقابل به‌هم متصل می‌شود. هنگامی که از A و B به عنوان پایانه‌های آن استفاده می‌شود، میلی‌آمپرمتر انحراف تمام مقیاس را برای جریان I می‌دهد، یعنی جریان از A وارد و از B خارج می‌شود (C ایزوله می‌ماند). مقدار Iبرابر است با:

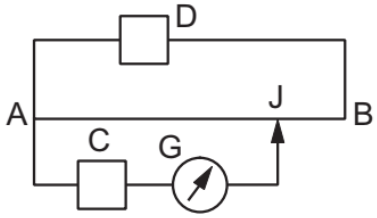


(الف): $100mA$ **(ب):** $900mA$ **(ج):** $1A$ **(د):** $1.1A$

مثال-۹۹: در سوال قبل، اگر از A و C به‌عنوان پایانه استفاده شود، با ایزوله B، انحراف در مقیاس کامل برای جریان به‌دست می‌آید.

(الف): $90mA$ **(ب):** $100mA$ **(ج):** $900mA$ **(د):** $1A$

مثال-۱۰۰: شکل مقابل یک آرایش پتانسیومتر را نشان می‌دهد. D باتری محرک است. C باتری است که نیروی محرکه آن باید تعیین شود. AB سیم پتانسیومتر و G گالوانومتر است. J یک کنتاکت کشویی است که می‌تواند هر نقطه‌ای از AB را لمس کند. کدام یک از موارد زیر شرایط ضروری برای به‌دست آوردن تعادل است؟

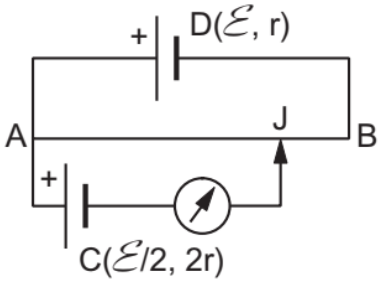


(الف): نیروی محرکه باتری D باید بزرگتر از نیروی محرکه C باشد.

(ب): یا پایانه‌های مثبت هر دو D و C یا پایانه‌های منفی هر دو D و C باید به A متصل شوند.

(ج): پایانه‌های مثبت D و C باید به A متصل شوند.

(د): مقاومت G باید کمتر از مقاومت AB باشد.



مثال-۱۰۱: در آرایش پتانسیومتر شکل مقابل، باتری محرک D دارای نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r است. باتری C که قرار است نیروی محرکه آن اندازه‌گیری شود، دارای نیروی محرکه $E/2$ و مقاومت داخلی $2r$ است. طول سیم پتانسیومتر 100 سانتی‌متر است. اگر تعادل به‌دست آید، طول $AJ = l$.

(الف): $l = 50\ cm$ **(ب):** $l > 50\ cm$

(ج): تعادل تنها در صورتی به‌دست می‌آید که مقاومت AB بزرگتر از r باشد.

(د): تعادل را نمی‌توان بدست آورد.

مثال-۱۰۲: یک باتری جریانی را از یک مدار عبور می‌دهد. نیروی محرکه باتری برابر با کار انجام شده برای حرکت واحد بار است.

(الف): از صفحه مثبت به منفی باتری است

(ب): از صفحه مثبت، برگشت به صفحه مثبت است.

(ج): از صفحه منفی، برگشت به صفحه منفی است.

(د): از هر نقطه در مدار به همان نقطه برگردد.

مثال-۱۰۳: یک باتری با نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r جریان i را از مقاومت خارجی R عبور می‌دهد.

(الف): باتری برق Ei را تامین می‌کند.

(ب): گرما در R با نرخ Ei تولید می‌شود.

(ج): گرما در R با نرخ $Ei\left(\frac{R}{R+r}\right)$ تولید می‌شود.

(د): گرما در باتری با نرخ $Ei\left(\frac{r}{R+r}\right)$ تولید می‌شود

مثال-۱۰۴: در شکل مقابل، جریان i از طریق باتری به‌نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r تحریک و راه‌اندازی می‌شود.

(الف): باتری انرژی را با نرخ Ei جذب می‌کند.

(ب): باتری انرژی شیمیایی را با نرخ $(Ei - i^2r)$ ذخیره می‌کند.

(ج): اختلاف پتانسیل در دوسر باتری $E + ir$ است.

(د): مقداری گرما در باتری تولید می‌شود.

مثال-۱۰۵: دو لامپ الکتریکی با ولتاژ 25 وات، 220 ولت و 100 وات، 220 ولت

به صورت سری به‌یک منبع ولتاژ 220 ولت متصل می‌شوند. لامپ‌های 25 وات و 100 وات اکنون به‌ترتیب توان P_1 و P_2 را می‌گیرند.
(الف): $P_1 = 16W$ **(ب)**: $P_1 = 4W$ **(ج)**: $P_2 = 16W$ **(د)**: $P_2 = 4W$

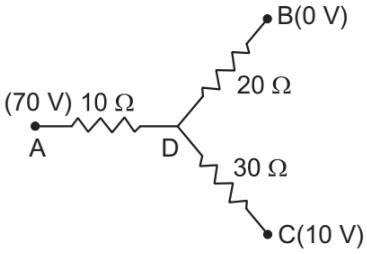
مثال-۱۰۶: دو بخاری که برای ولتاژ V یکسان طراحی شده‌اند دارای قدرت اسمی متفاوتی هستند. هنگامی که به‌طور جداگانه به یک منبع ولتاژ V متصل می‌شوند، هر کدام به‌ترتیب در زمان t_1 و t_2 مقدار H گرما تولید می‌کنند. وقتی با هم از یک منبع استفاده می‌شوند، مقدار H گرما را در زمان t تولید می‌کنند.
(الف): اگر آنها به‌صورت سری وصل شوند $t = t_1 + t_2$
(ب): اگر آنها به‌صورت سری وصل شوند $t = 2(t_1 + t_2)$
(ج): اگر آنها به‌صورت موازی وصل شوند $t = \frac{t_1 t_2}{t_1+t_2}$
(د): اگر آنها به‌صورت موازی وصل شوند $t = \frac{t_1 t_2}{2(t_1+t_2)}$

مثال-۱۰۷: در مدار الکتریکی خانگی،
(الف): تمام وسائل برقی به‌صورت موازی به‌هم متصل می‌شوند.
(ب): یک کلید ممکن است به‌صورت سری یا موازی با دستگاهی که کنترل می‌کند باشد.
(ج): اگر یک کلید موازی با یک دستگاه باشد، زمانی که کلید در وضعیت "خاموش" (باز) باشد، برق می‌کشد.
(د): اگر یک کلید موازی با یک دستگاه باشد، فیوز با روشن شدن (بسته شدن) سوئیچ می‌سوزد (سوخته می‌شود)

مثال-۱۰۸: دو فیوز یکسان دارای جریان اسمی $10A$ هستند. اگر به‌هم متصل شوند:
(الف): به‌طور موازی، ترکیب به‌عنوان فیوز با جریان اسمی $20A$ عمل می‌کند.
(ب): به‌طور موازی، ترکیب به‌عنوان فیوز با جریان اسمی $5A$ عمل می‌کند.
(ج): به‌صورت سری، ترکیب به عنوان فیوز با جریان اسمی $10A$ عمل می‌کند.
(د): به‌صورت سری، ترکیب به‌عنوان فیوز با جریان اسمی $20A$ عمل می‌کند.

مثال-۱۰۹: باری که از مقاومت R عبور می‌کند با زمان t به‌صورت $Q = at - bt^2$ تغییر می‌کند. کل گرمای تولید شده در R برابر است با: **(الف)**: $\frac{a^3R}{6b}$ **(ب)**: $\frac{a^3R}{3b}$ **(ج)**: $\frac{a^3R}{2b}$ **(د)**: $\frac{a^3R}{b}$

مثال-۱۱۰: در شبکه شکل مقابل، نقاط A، B و C به‌ترتیب در پتانسیل‌های 70 ولت، صفر ولت و 10 ولت هستند.



(الف): نقطه D در پتانسیل 40 ولت است.

(ب): جریان در بخش‌های AD، DB، DC به‌نسبت $1 : 2 : 3$ است.

(ج): جریان در بخش‌های AD، DB، DC به‌نسبت $3 : 2 : 1$ است.

(د): شبکه مجموع توان 200 وات را می‌گیرد.

مثال-۱۱۱: دو خازن یکسان A و B با پتانسیل یکسان شارژ می‌شوند و سپس از طریق مقاومت‌های به‌ترتیب R_A و R_B با $R_A > R_B$ تخلیه می‌شوند.

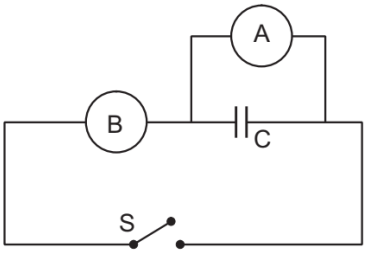
(الف): خازن A برای تخلیه کامل به‌زمان بیشتری نسبت به B نیاز دارد.

(ب): گرمای بیشتری توسط A نسبت به B تولید خواهد کرد.

(ج): گرمای بیشتری توسط B نسبت به A تولید خواهد کرد.

(د): همه گزینه‌های بالا نادرست هستند.

مثال-۱۱۲: خازنی با ظرفیت C به دو ولت‌متر A و B متصل است. A ایده‌آل است، یعنی مقاومت بی‌نهایت دارد، در حالی که B مقاومت R دارد. خازن شارژ می‌شود و سپس کلید S بسته می‌شود. قرائت‌های A و B برابر خواهد بود.



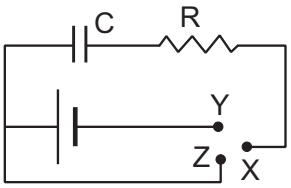
(الف): در طول زمان

(ب): بعد از زمان RC

(ج): بعد از زمان $RC\ln 2$

(د): فقط پس از مدت زمان بسیار طولانی

مثال-۱۱۳: خازن C در ابتدا بدون شارژ است. X اکنون برای مدت طولانی به Y متصل می‌شود، در طی آن گرمای H_1 در مقاومت R تولید می‌شود. X اکنون برای مدت طولانی به Z متصل می‌شود، در طی آن گرمای H_2 در R تولید می‌شود.



(الف): $H_1 = H_2$

(ب): $H_1 = \frac{1}{2}H_2$

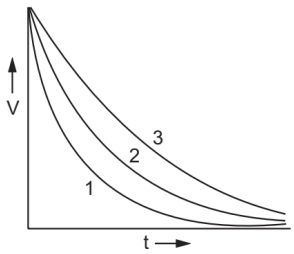
(ج): $H_1 = 2H_2$

(د): حداکثر انرژی ذخیره شده در C در هر زمان H_1 است.

مثال-۱۱۴: در سوال قبل انرژی تامین شده توسط باتری در هنگام شارژ برابر است با:

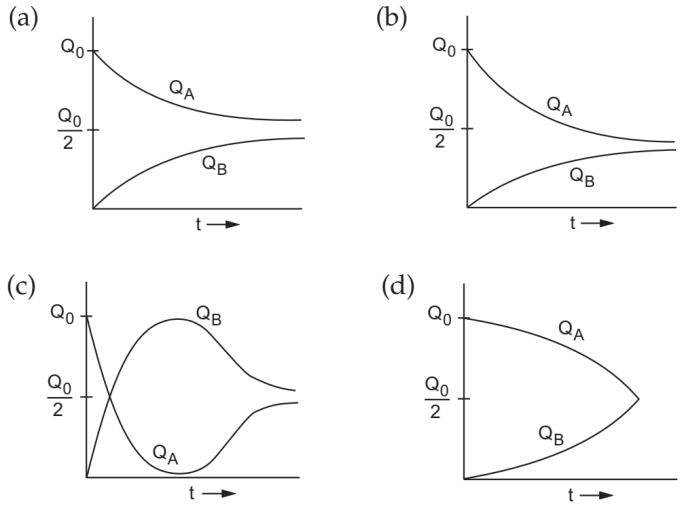
(الف): H_1 **(ب):** H_2 **(ج):** $2H_2$ **(د):** $H_1 + H_2$

مثال-۱۱۵: سه خازن یکسان A، B و C با پتانسیل یکسانی شارژ و سپس از طریق سه مقاومت R_A، R_B و R_C تخلیه می‌شوند، در آن $R_A > R_B > R_C$ است. اختلاف پتانسیل آنها (V) با زمان t ترسیم می‌شود و منحنی‌های 1، 2 و 3 را می‌دهد. همبستگی بین A، B، C و 1، 2، 3 را پیدا کنید.



(الف): $1 \to A$ **(ب):** $2 \to B$ **(ج):** $1 \to C$
(د): $3 \to A$

مثال-۱۱۶: خازن A با بار Q_0 از طریق یک مقاومت به‌خازن B مشابه دیگری که بار ندارد متصل می‌شود.بارهای A و B بعد از زمان t به‌ترتیب Q_A و Q_B هستند و در مقابل زمان t ترسیم می‌شوند. منحنی‌های صحیح را پیدا کنید.

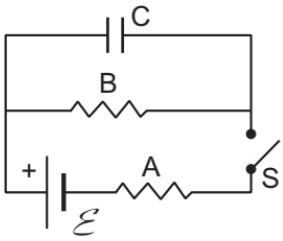


مثال-۱۱۷: یک خازن صفحه موازی، پر از دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک k، به پتانسیل V_0 شارژ می‌شود. اکنون از باتری جدا شده و تیغه خارج شده است. اگر اکنون با ثابت زمانی τ از طریق یک مقاومت تخلیه شود، اختلاف پتانسیل در دوسر آن بعد از زمان V_0 خواهد بود.

(الف): $k\tau$ **(ب):** $\tau \ln k$ **(ج):** $\tau \ln\left(1 - \frac{1}{k}\right)$ **(د):** $\tau \ln(k-1)$

مثال-۱۱۸: هنگامی که یک خازن از طریق مقاومت R تخلیه می‌شود، ثابت زمانی τ و حداکثر جریان در مدار i_0 است.

(الف): بار اولیه خازن $i_0\tau$ بود.
(ب): بار اولیه خازن $\frac{1}{2}i_0\tau$ بود.
(ج): انرژی اولیه ذخیره شده در خازن $i_0^2R\tau$ بود.
(د): انرژی اولیه ذخیره شده در خازن $\frac{1}{2}i_0^2R\tau$ بود.



مثال-۱۱۹: در مدار شکل مقابل، A و B مقاومت‌های برابر هستند. وقتی S بسته می‌شود، خازن C از باتری با نیروی محرکه E شارژ می‌شود و به‌حالت ماندگار می‌رسد.
(الف): در طول شارژ، گرمای بیشتری در A نسبت به B تولید می‌شود.
(ب): در حالت ماندگار، گرما به‌همان میزان در A و B تولید می‌شود.
(ج): در حالت ماندگار، انرژی ذخیره شده در C برابر $\frac{1}{4}CE^2$ است.
(د): در حالت ماندگار، انرژی ذخیره شده در C برابر $\frac{1}{8}CE^2$ است.

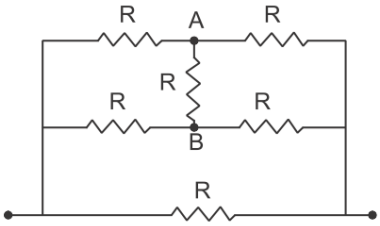
مثال-۱۲۰: خازن های $C_1 = 1\mu F$ و $C_2 = 2\mu F$ به طور جداگانه از یک باتری شارژ می‌شوند. سپس به آنها اجازه داده می‌شود تا به طور جداگانه از طریق مقاومت‌های مساوی تخلیه شوند.
(الف): جریان در دو مدار تخلیه در $t = 0$ صفر است.
(ب): جریان در دو مدار تخلیه در $t = 0$ برابر است اما صفر نیست.
(ج): جریان در دو مدار تخلیه در $t = 0$ نابرابر است.
(د): خارن C_1، 50% شارژ اولیه خود را نسبت به‌خازن C_2 50% شارژ اولیه خود را زودتر از دست می‌دهد.

راهنمائی و حل برخی سوال‌های چهار جوابی

(جواب ۲۶:) (د) **(جواب ۲۷:) (الف)** **(جواب ۲۸:) (د)** **(جواب ۲۹:) (د)**
(جواب ۳۰:) (ب) $I = Avne$. تعداد الکترون‌های آزاد در واحد طول مساوی $1\times A\times n$
تکانه (مومنتوم) هر الکترون آزاد مساوی mv
تکانه در واحد طول برابر $Anmv = \frac{I}{e}m = \frac{I}{(e/m)} = \frac{I}{s}$
(جواب ۳۱:) (د)
(جواب ۳۲:) (ج) با هر چرخش، بار Q از نقطه ثابت P نزدیک حلقه عبور می‌کند.
تعداد چرخش در ثانیه برابر $\omega/2\pi$
باری که از P در ثانیه میگذرد مساوی جریان و برابر با $\frac{Q\omega}{2\pi}$ است.
(جواب ۳۳:) (ب) فرض کنید لبه‌ها به‌ترتیب کاهشی $2l$، a و l باشند.

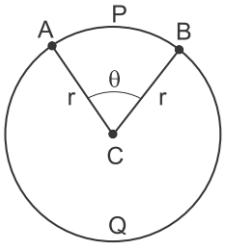
$$R_{max} = \rho\frac{2l}{al} = \frac{2\rho}{a}, \quad R_{min} = \rho\frac{l}{2la} = \frac{\rho}{2a}, \quad \frac{R_{max}}{R_{min}} = 4$$

(جواب ۳۴:) **(الف)** هر عنصر مدارکه بین نقاطی با پتانسیل یکسان واقع شده باشد را می‌توان از مدار حذف کرد.



از نظر تقارن، در شکل بالا نقاط A و B در پتانسیل یکسانی هستند. بنابراین، با حذف مقاومت R بین A و B، مدار به‌سه مقاومت $2R$، $2R$ و R به صورت موازی کاهش می‌یابد.

(جواب ۳۵:) **(الف)** مقاومت در واحد طول مساوی $\rho = \frac{R}{2\pi r}$. طول بخش APB و AQB برابر $r\theta$ و $r(2\pi - \theta)$ است. مقاومت بخش‌های APB و AQB خواهند بود:



$$R_1 = \rho r\theta = \frac{R\theta}{2\pi}$$

$$R_2 = \frac{R}{2\pi r} r(2\pi - \theta) = \frac{\pi(2\pi - \theta)}{2\pi}$$

چون R_1 و R_2 بین نقاط A و B موازی هستند، $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

(جواب ۳۶:) **(ج)** و **(جواب ۳۷:)** **(د)** از تقارن برای شناسایی نقاطی با پتانسیل یکسان استفاده کنید. مقاومت‌های متصل بین چنین نقاطی را بردارید. سپس مدار دوباره مرتب و ساده می‌شود.

(جواب ۳۸:) **(الف)** از آنجایی که حلقه هیچ مقاومتی ندارد، سه مقاومت $3R$ هر کدام به‌صورت موازی هستند.

(جواب ۳۹:) **(ب)** هنگامی که در جهت جریان در یک هادی یکنواخت حرکت می‌کنیم، پتانسیل به‌صورت خطی کاهش می‌یابد. هنگامی که از باتری عبور می‌کنیم، از نقطه منفی به‌پایانه مثبت آن، پتانسیل به‌اندازه اختلاف پتانسیل آن افزایش می‌یابد. این کمتر از نیروی محرکه آن است، زیرا زمانی که باتری در حال حرکت جریان است، مقداری افت پتانسیل در مقاومت داخلی آن وجود دارد.

(جواب ۴۰:) **(ب)** جریان در مدار برابر است با $i = \frac{E}{R+r}$

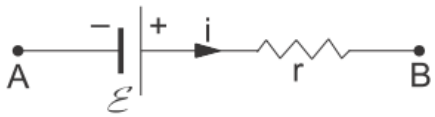
اختلاف پتانسیل دوسر باتری مساوی اختلاف پتانسیل دوسر R و برابر است با: $iR = \frac{ER}{R+r}$
از دو معادله با اطلاعات داده شده E و r بدست می‌آید.

(جواب ۴۱:) (ب) با بهم پیوستن سری $I_{max} = \frac{NE}{Nr} = \frac{E}{r}$ با بهم پیوستن موازی $I_{max} = \frac{E}{r/N} = \frac{NE}{r}$

(جواب ۴۲:) (ج) برای هر باتری که به‌اشتباه متصل شده است،نیروی محرکه $2E$ کاهش می‌یابد. با این حال، مقاومت داخلی به‌جهت بستگی ندارد و بنابراین برای همه باتری‌ها یکسان باقی می‌ماند.

(جواب ۴۳:) (الف) جریان در مدار برابر است با $i = \frac{nE}{nr} = \frac{E}{r}$
مدار معادل یک باتری در شکل زیر نشان داده شده است. اختلاف پتانسیل در دوسر باتری برابر است با:

$$V_A - V_B = -E + ir = -E + \frac{E}{r} \cdot r = 0$$

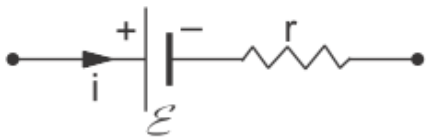


(جواب ۴۴:) (الف) شکل سوال قبل را ببینید.

$$i = \frac{(n-2)E}{nr}$$

$$V_B - V_A = -ir + E = E - \frac{(n-2)E}{nr}r = \frac{2E}{n}$$

(جواب ۴۵:) (ج)



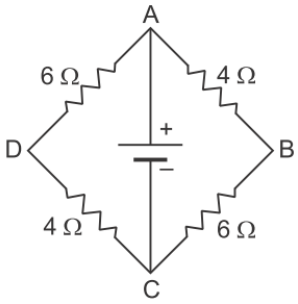
برای باتری نشان داده شده در شکل بالا، جریان i مخالف جهت نیروی محرکه آن عبور می‌کند. بنابراین اختلاف پتانسیل

$$E + ir = E + \frac{(n-2)E}{nr} = E\left(\frac{2n-2}{n}\right)$$

(جواب ۴۶:) (د)
جریان فقط زمانی می‌تواند در مدار یا بخشی از یک مدار جریان داشته باشد که "مسیر بازگشت" داشته باشد، یعنی بتواند به نقطه شروع خود بازگردد. در اینجا، جریان از X به Y نمی‌تواند به X برگردد.

(جواب ۴۷:) (الف)
در پل وتستون، در صورت تعویض باتری و گالوانومتر، انحراف در گالوانومتر تغییر نمی‌کند.

(جواب ۴۸:) (ج) فرض کنید E نیروی محرکه باتری باشد

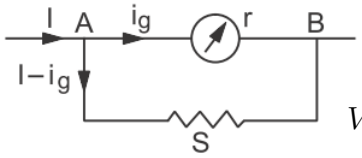


$$V_A - V_B = \frac{E}{4\Omega + 6\Omega} \times 4 = \frac{4E}{10}$$

$$V_A - V_D = \frac{E}{4\Omega + 6\Omega} \times 6 = \frac{6E}{10}$$

$$V_B - V_D = \frac{E}{5}$$

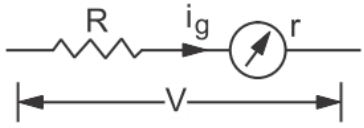
(جواب ۴۹:) (ج)



$$i_g = 10mA = 0.01A,\ r = 1\Omega,\ I = 1A$$

$$V_A - V_B = i_g r = (I - i_g)S, \quad S = \frac{i_g r}{I - i_g} = \frac{1}{99}\Omega$$

(جواب ۵۰:) (ج)

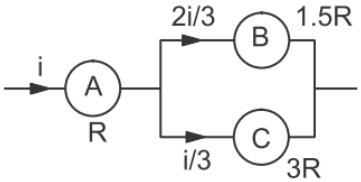


$$i_g = 0.01A, \quad r = 1\Omega, \quad V = 10volt$$

$$V = (r + R)i_g, \quad \Longrightarrow \ R = \frac{V}{i_g} - r = 999\Omega$$

(جواب ۵۱:) (الف)

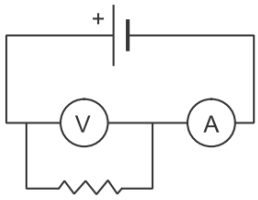
(جواب ۵۲:) (الف)



$$V_A = iR, \quad V_B = \frac{2i}{3}(1.5R) = iR$$

$$V_C = (\frac{i}{3})(3R) = iR$$

(جواب ۵۳:) (د) هنگامی که یک مقاومت به موازات ولت‌متر متصل می‌شود، مقاومت کل مدار کاهش، جریان افزایش و قرائت آمپرمتر افزایش می‌یابد. مقاومت معادل در دوسر ولت‌متر کاهش و از اینرو قرائت آن کاهش می‌یابد.



(جواب ۵۴:) (د)

(جواب ۵۵:) (الف) فرض کنید E نیروی محرکه باتری و i جریان مدار باشد؛

$$i = \frac{E}{R+r}$$

توان تحویل داده شده به مقاومت R خواهد بود

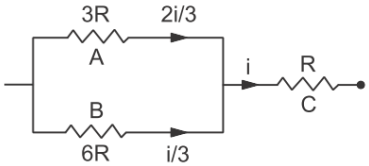
$$P = Ri^2 = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$$

برای اینکه توان P بیشینه شود

$$\frac{dP}{dR} = 0 = E^2 \left[\frac{1}{(R+r)^2} - \frac{2R}{(R+r)^3} \right] \quad \Longrightarrow \quad R = r$$

(جواب ۵۶:) (ب) فیلامنت بخاری زمانی به‌مقاومت ثابت خود می‌رسد که بخاری به‌دمای ثابت خود برسد که بسیار بالاتر از دمای اتاق است. بنابراین مقاومت در دمای اتاق بسیار کمتر از مقاومت در حالت ماندگار است. هنگامی که بخاری روشن می‌شود، جریانی بزرگتر از جریان حالت ماندگار خود می‌کشد. با گرم شدن فیلامنت، مقاومت آن افزایش می‌یابد و جریان به مقدار حالت ماندگار خود می‌رسد.

(جواب ۵۷:) (ج) توان حرارتی در A برابر است با:



$$P_A = \left(\frac{2i}{3}\right)^2 3R = \frac{4}{3} Ri^2$$

توان حرارتی در B برابر است با:

$$P_B = \left(\frac{i}{3}\right)^2 6R = \frac{2}{3} Ri^2$$

توان حرارتی در C برابر است با:

$$P_C = Ri^2$$

(جواب ۵۸:) (ج) فرض کنید R مقاومت لامپ باشد

$$P_0 = \frac{V_0^2}{R} \quad \text{و} \quad R = \frac{V_0^2}{P_0}$$

$$P = \frac{V^2}{R} = \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 P_0$$

(جواب ۵۹:) (ب)

(جواب ۶۰:) (ب) $P = V^2/R$ لامپ با توان بالاتر مقاومت کمتری دارد و بالعکس. هنگامی که لامپ‌ها به صورت سری به‌هم متصل می‌شوند، جریان مشابهی را می‌کشند. چون $P = i^2 R$، لامپ با توان اسمی کمتر توان بیشتری می‌گیرد.

(جواب ۶۱:) (ج) فرض کنید V ولتاژ منبع، و R مقاومت هر لامپ باشد، در این صورت $R = V^2/P$. هنگامی که n لامپ به‌صورت سری به دوسر V به‌هم متصل

می‌شوند، جریان در هر لامپ برابر است با $i = \frac{V}{nR}$ و توان مصرف شده توسط هر لامپ خواهد بود

$$i^2R = \frac{V^2}{n^2R^2} \cdot R = \frac{P}{n^2}$$

و کل توان مصرفی برابر است با: $n \times P/n^2 = P/n$ خواهد بود.

(جواب ۶۲:) (ج) از آنجایی که لامپ و بخاری دارای قدرت یکسانی هستند، باید قدرت یکسانی را ساطع کنند. توان تابش شده به‌مساحت سطح و دمای رشته بستگی دارد. رشته بخاری بسیار طولانی‌تر و ضخیم‌تر از لامپ است و از اینرو سطح بیشتری دارد. بنابراین می‌تواند همان قدرت لامپ را در دمای پایین‌تر از لامپ تابش کند.

(جواب ۶۳:) (ب)

(جواب ۶۴:) (ب)

(جواب ۶۵:) (ب) این در اصل یک مدار RC است که از یک باتری شارژ می‌شود. مقاومت (R) ولت‌متر مقاومت در مدار است. ولتاژ دو سر R برابر جریان مدار صربدرR که برابر قرائت ولت‌متر (V) است. بنابراین، ماهیت منحنی $V - t$ با ماهیت منحنی $I - t$ یکسان است.

(جواب ۶۶:) (الف) مقاومت در وسط هیچ نقشی در فرآیند شارژ C ندارد، زیرا اختلاف پتانسیل در ترکیب RC یا جریان عبوری از آن را تغییر نمی‌دهد.

(جواب ۶۷:) (ب) خازن C درون $R + R$ تخلیه می‌شود.

(جواب ۶۸:) (ج) تغییرات بار $Q = Q_0e^{-t/\tau}$ و اختلاف پتانسیل در دوسر C با Q متناسب است. برای اختلاف پتانسیل برای کاهش ۱۰٪، ۹۰٪ باید ۱۰٪ کاهش یابد.

$$Q = 0.9Q_0 = Q_0e^{-t/\tau}$$

$$e^{-t/\tau} = \frac{10}{9} \quad \Longrightarrow \quad \frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{10}{9}\right)$$

(جواب ۶۹:) (ب) $Q = 0.1Q_0 = Q_0e^{-t/\tau}$ یا

$$e^{-t/\tau} = 10 \quad \Longrightarrow \quad \frac{t}{\tau} = \ln 10 \quad \Longrightarrow \quad \frac{t}{\tau} = 2.303$$

(جواب ۷۰:) (ج) $Q = Q_0(1 - e^{-t/\tau}) = 0.1Q_0$

$$e^{-t/\tau} = 0.9 \quad \Longrightarrow \quad \frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{10}{9}\right)$$

(جواب ۷۱:) (ب) $Q = Q_0(1 - e^{-t/\tau}) = 0.9Q_0$

$$e^{-t/\tau} = 0.1 \quad \Longrightarrow \quad \frac{t}{\tau} = \ln 10$$

(جواب ۷۲:) (ب) از آنجایی که خازن‌ها یکسان هستند، در نهایت هر کدام $Q/2$ شارژ خواهند داشت.
انرژی اولیه سیستم برابر است با: $E_i = \frac{Q^2}{2C}$
انرژی نهائی سیستم خواهد بود: $E_f = 2\left[\frac{(Q/2)^2}{2C}\right] = \frac{Q^2}{4C}$
حرارت تولید شده مساوی افت انرژی و برابر است با: $E_i - E_f = \frac{Q^2}{4C}$

(جواب ۷۳:) (ج) $Q = Q_0 e^{-t/\tau} = Q_0/\eta$

$$e^{-t/\tau} = \frac{1}{\eta} \quad \Longrightarrow \quad \frac{t}{\tau} = \ln \eta$$

(جواب ۷۴:) (ج، د) هنگامی که جریان از طریق هادی AB عبور می‌کند، از نظر الکتریکی خنثی می‌ماند. بنابراین هیچ باری توسط آن در سیلندر القا نمی‌شود. یک پرتو الکترون یا پروتون دارای بار منفی یا مثبت خالص است. آنها بارهای محدود و آزاد را در L ایجاد می‌کنند. بارهای آزاد از طریق C به‌زمین جریان می‌یابد.

(جواب ۷۵:) (الف، د) سرعت الکترون‌ها با شتاب گرفتن افزایش می‌یابد. جریان I ثابت می‌ماند، زیرا تعداد الکترون‌های گسیل شده در ثانیه توسط تفنگ ثابت است. حالا، $I = Avne$. از آنجایی که I، A و e ثابت هستند، در حالی که v افزایش می‌یابد، n باید کاهش یابد.

(جواب ۷۶:) (الف، ج، د)

$$i = \frac{dQ}{dt} = a - 2bt \qquad \frac{di}{dt} = -2b$$

(جواب ۷۷:) (الف، ب، د) $Q = at - (1/2)bt^2 + (1/6)ct^3$

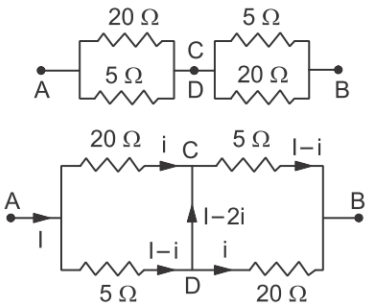
$$i = \frac{dQ}{dt} = a - bt + \frac{1}{2}ct^2 \qquad i = a \quad \text{برای} \quad t = 0$$

$$\frac{di}{dt} = -b + ct$$

برای این که i بیشینه یا کمینه شود

$$\frac{di}{dt} = 0 \quad \text{یا} \quad t = \frac{b}{c}$$

در این زمان t، جریان i خواهد بود: $i = a - \frac{b^2}{2c}$
از آنجایی که این مقدار i کمتر از مقدار $t = 0$ است، باید کمینه (حداقل، می‌نیموم) باشد.

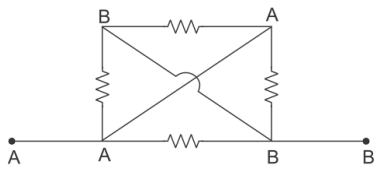


(جواب ۷۸:) (الف، ب، د) از آنجایی که C و D به‌هم متصل می‌شوند، باید هم پتانسیل باشند و ممکن است به‌عنوان یک نقطه در نظر گرفته شوند. این مقاومت معادل 8Ω را به‌دست می‌دهد. اگر جریان را با استفاده از تقارن در شبکه توزیع کنیم،

$$V_A - V_D = V_A - V_C$$

$$20i = 5(I - i), \qquad i = I/5, \qquad I - 2i = \frac{3I}{5}$$

این جریانی است که از D به C جاری است.



(جواب ۷۹:) (د) تمام نقاطی را که با یک سیم اتصال به‌هم وصل شده‌اند به‌عنوان یک نقطه در نظر بگیرید. برای هر یک از این دسته از نقاط نام (به‌عنوان مثال، A، B، و غیره) بگذارید. مدار را بر حسب این نقاط مرتب کنید.
هر چهار مقاومت به‌طور موثر بین A و B به‌صورت موازی به‌هم متصل می‌شوند.

(جواب ۸۰:) (ج) از آنجایی که در شکل سوال قبل مورب‌ها در مرکز قرار می‌گیرند، هر چهار گوشه مستقیماً به‌هم متصل می‌شوند و از اینرو به‌یک نقطه کاهش می‌یابند.

(جواب ۸۱:) (ب، ج، د) مسیرهای الکتریکی AC_1D_2B و AD_1C_2B به‌صورت موازی هستند. مقاومت هر یک از آنها 10Ω است و از این‌رو جریان $1A$ است. هنگامی که C_1C_2 و D_1D_2 به‌هم متصل می‌شوند، آمپرمترها در ترکیب موازی قرار می‌گیرند. از آنجایی که مقاومت یکسانی دارند، قرائت آنها برابر خواهد بود.

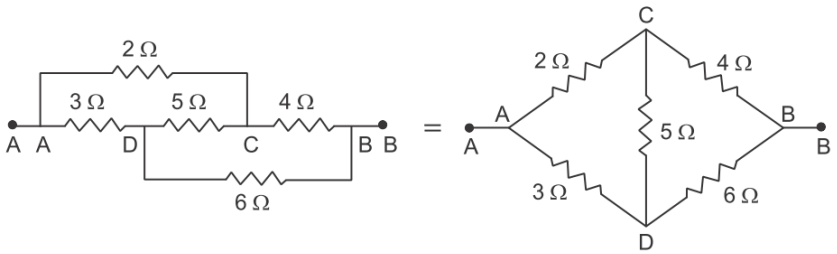
(جواب ۸۲:) (ب، د) از آرگومان‌های تقارن استفاده کنید. اگر یک اختلاف پتانسیل بین A و B اعمال شود، مسیرهای ADB و ACB معادل می‌شوند، در حالی که D و C هم‌پتانسیل هستند (و از اینرو می‌توان از مدار حذف شود).

(جواب ۸۳:) (الف، ب، ج، د) مفاهیم به‌کار رفته در سوالات 53، 54 و 56 را

به‌کار ببرید.

(جواب ۸۴:) (الف، د)

(جواب ۸۵:) (الف، د) همانطور که نشان داده شده، با ترسیم و تنظیم مجدد مدار یک پل وتستون متعادل ایجاد می‌کند و هیچ جریانی از مقاومت 5Ω عبور نمی‌کند. بنابراین می‌توان آن را از مدار خارج کرد.



(جواب ۸۶:) (الف، ج) مقاومت هر ضلع مساوی R/n است. برای مقاومت بین گوشه‌های مخالف، دو مقاومت با مقاومت $R/2$ به‌صورت موازی داریم. برای مقاومت بین گوشه‌های مجاور، دو مقاومت با مقاومت‌های $\frac{R}{n}$ و $\frac{(n-1)R}{n}$ به‌صورت موازی داریم.

(جواب ۸۷:) (ج) یک خازن کاملا شارژ شده جریانی نمی‌کشد. اگر خازن از مدار خارج شود، می‌توانیم جریان را توزیع کنیم و اختلاف پتانسیل را در هر مقاومت پیدا کنیم.

(جواب ۸۸:) (ب، ج، د) خازن ها را نادیده بگیرید و جریان □ را بیابید. سپس اختلاف پتانسیل در هر خازن از اختلاف پتانسیل در مقاومت های موازی با آنها پیدا می شود.

(جواب ۸۹:) (الف،ب، ج، د) فرض کنید $E_1 < E_2$ باشد. جریان مدار برابر است با

$$i = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2}$$

اختلاف پتانسیل دوسر هر باتری

$$V_A - V_B = E_2 + ir_2$$

در اینجا $V_A - V_B > E_2$ است. جریان در سلول □□□ □ ۲ از صفحه مثبت به صفحه منفی داخل سلول جریان می یابد و از این رو انرژی را جذب می کند.

(جواب ۹۰:) (الف، ب، ج)

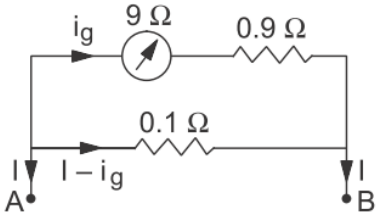
(جواب ۹۱:) (الف)

(راهنمائی سوالات 96 – 92)

تمام ولتمترها و آمپرمترها را به‌صورت مقاومت در نظر بگیرید. مدار را رسم کنید و جریان و اختلاف پتانسیل هر بخش را پیدا کنید. قرائت ولت‌متر اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های آن هنگام اتصال در مدار است. قرائت آمپرمتر جریان عبوری از آن است.

(جواب ۹۲:) (الف، ب، ج، د) **(جواب ۹۳:) (ب، ج)**

(جواب ۹۴:) (ب، د) **(جواب ۹۵:) (ب، ج)** **(جواب ۹۶:) (الف،ب، د)** **(جواب ۹۷:) (ب، ج)**



(جواب ۹۸:) (ج) $i_g = 10mA = 0.01A$

$$V_A - V_B = (I - i_g)(0.1A) = i_g \times 9.9, \quad I \times 0.1 = i_g \times 10$$

$$I = \frac{0.01A \times 10}{0.1} = 1A$$

(جواب ۹۹:) (ب)

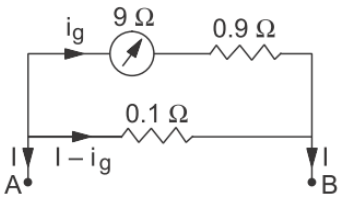
(جواب ۱۰۰:) (الف، ب)

(جواب ۱۰۱:) (ب، ج)

(جواب ۱۰۲:) (ب، ج، د)

(جواب ۱۰۳:) (الف، ج، د)

(جواب ۱۰۴:) (الف،ب،ج، د)



(جواب ۱۰۵:) (الف، د) فرض کنید $V = 220$ ولت و R_1 و R_2 مقاومت لامپ‌های 25 وات و 100 وات باشد. اکنون، $P_1 = 25W = \frac{V^2}{R_1}$ و $P_2 = 100W = \frac{V^2}{R_2}$

$$R_1 = \frac{V^2}{25}, \quad \text{و} \quad R_2 = \frac{V^2}{100}$$

هنگامی که لامپ‌ها به‌صورت سری به‌هم متصل می‌شوند، جریان برابز است با: $I = \frac{V}{R_1+R_2}$

قدرت در لامپ 25 وات برابر $R_1 I^2$ و در لامپ 100 وات مساوی $R_2 I^2$ است.

(جواب ۱۰۶:) (الف، ج) فرض کنید R_1 و R_2 مقاومت دو بخاری و H گرمای تولید شده باشد.

$$H = \left(\frac{V^2}{R_1}\right) t_1 = \left(\frac{V^2}{R_2}\right) t_2$$

هنگامی که به‌صورت سری هستند، $H = \left(\frac{V^2}{R_1+R_2}\right) t$

هنگامی که به‌صورت موازی هستند، $H = \left(\frac{V^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_2}\right) t$

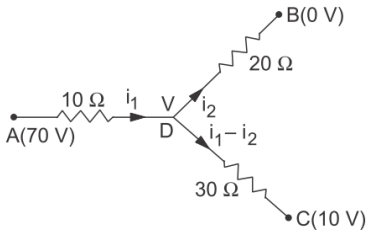
(جواب ۱۰۷:) (الف، ج، د)
(جواب ۱۰۸:) (الف، ج)
(جواب ۱۰۹:) (الف)

$$Q = at - bt^2 \qquad i = \frac{dQ}{dt} = a - 2bt$$

جریان برای مدت از $t = 0$ تا t_0 جاری می‌شود.

$$i = 0 \qquad t = t_0 = a/2b$$

حرارت تولید شده برابر است با: $H = \int_0^{t_0} Ri^2 dt$



(جواب ۱۱۰:) (الف، ب، د) فرض کنید V پتانسیل در D باشد

$$70 - V_D = i_1 \times 10$$

$$V_D - 0 = i_2 \times 20, \qquad V_D - 10 = (i_1 - i_2) \times 30$$

از این سه معادله V_D، i_1 و i_2 بدست می‌آید.

(جواب ۱۱۱:) (د)

(جواب ۱۱۲:) (الف) A و B به‌طور مؤثر موازی هستند و از اینرو در همه زمان‌ها قرائت یکسانی دارند.

(جواب ۱۱۳:) (الف، د) **(جواب ۱۱۴:) (ج، د)**

(راهنمائی سوالات 114 – 103)

هنگامی که X برای مدت طولانی به Y متصل می‌شود (شارژ می‌شود)، انرژی ذخیره شده در خازن مساوی گرمای تولید شده در R برابر H_1 است.

هنگامی که X به Z متصل می‌شود (تخلیه می‌شود)، انرژی ذخیره شده در $C(= H_1)$ دوباره به‌صورت گرما (H_2) در R ظاهر می‌شود. بنابراین، $H_1 = H_2$.

(جواب ۱۱۵:) (ب، ج، د) **(جواب ۱۱۶:) (الف)**

(جواب ۱۱۷:) (ب) هنگامی که تیغه برداشته می‌شود، پتانسیل خازن k بار افزایش می‌یابد، یعنی kV_0 می‌شود. برای کاهش پتانسیل به V_0، به راهنمایی سؤال 48 مراجعه کنید.

(جواب ۱۱۸:) (الف، د) **(جواب ۱۱۹:) (الف، ب، د)** **(جواب ۱۲۰:) (ج، د)**

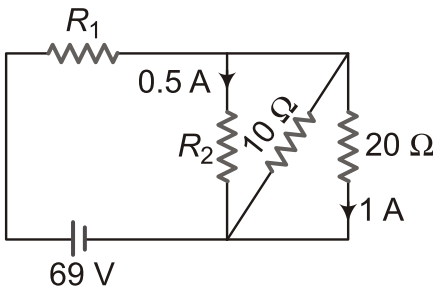
فصل ۴

بیائید تمرین کنیم

۱.۴ تمرین سطح یک

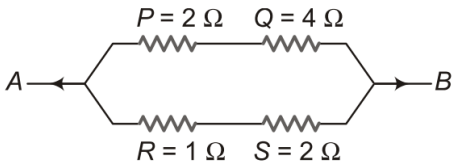
فقط یک جواب صحیح است.

تمرین-۱: در مدار شکل زیر مقاومت‌های R_1 و R_2 به‌ترتیب برابر هستند با:



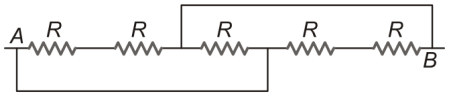
(الف): 14Ω و 40Ω **(ب):** 40Ω و 14Ω **(ج):** 40Ω و 30Ω **(د):** 14Ω و 30Ω

تمرین-۲: کدام یک از چهار مقاومت بیشترین مقدار گرما را هنگام عبور جریان از A به B ایجاد می‌کند؟



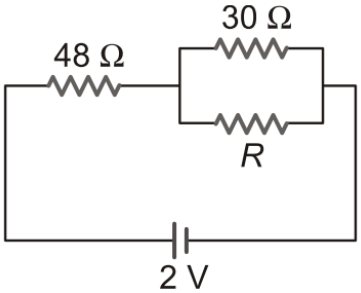
(الف): P **(ب):** Q **(ج):** R **(د):** S

تمرین-۳: مقاومت موثر بین نقاط و چقدر است؟



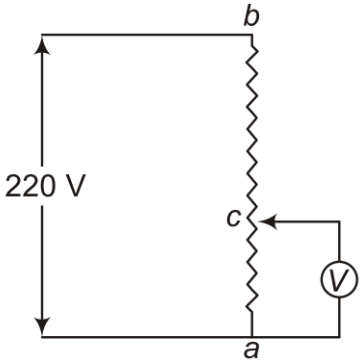
(الف): $4R/3$ **(ب):** R **(ج):** $2R/3$ **(د):** $R/2$

تمرین-۴: در مدار نشان داده شده، هنگامی که R حذف می‌شود، یک مقاومت اضافی 72 وات باید به‌صورت سری با باتری وصل شود تا جریان را از طریق مقاومت 30Ω بدون تغییر نگه دارد. از اینرو R برابر است با:



(الف): 15Ω **(ب):** 18Ω **(ج):** 20Ω **(د):** 21Ω

تمرین-۵: همانطور که در شکل نشان داده شده است، اختلاف پتانسیل 220 ولت در یک رئوستات 12000Ω برقرار است. ولت‌متر دارای مقاومت 6000Ω و نقطه c در یک چهارم فاصله a تا b قرار دارد. بنابراین، قرائت ولت متر خواهد بود:

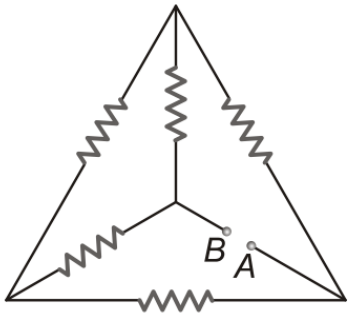


(الف): $32V$ **(ب):** $36V$ **(ج):** $40V$ **(د):** $42V$

تمرین-۶: مقاومت‌های P، Q، S و R به‌ترتیب چرخه‌ای مرتب شده‌اند تا یک شبکه پل وتستون متعادل را تشکیل دهند. نسبت توان مصرفی در شاخه‌های $(P+Q)$ و $(R+S)$ برابر است با:

(الف): $1:1$ **(ب):** $R:P$ **(ج):** $P^2:Q^2$ **(د):** $P^2:R^2$

تمرین-۷: هر یک از مقاومت های شبکه نشان داده شده در شکل برابر با R است. مقاومت موثر بین پایانه‌های A و B برابر است با:



(الف): R **(ب):** $5R$ **(ج):** $3R/5$ **(د):** $4R/7$

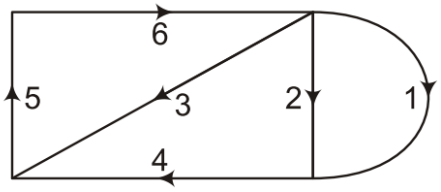
تمرین-۸: کل جریان الکتریکی در یک شاخه شامل یک جریان DC دو آمپر و یک جریان AC دو آمپر است. یک آمپرمتر AC متصل در این شاخه می‌خواند.

(الف): $2A$ **(ب):** $4A$ **(ج):** $2.82A$ **(د):** $0A$

تمرین-۹: دو سلول از نیروی محرکه الکتریکی E یکسان دارای مقاومت‌های داخلی متفاوت r_1 و r_2 هستند. آنها به‌صورت سری با مقاومت خارجی R به‌هم متصل می‌شوند و اختلاف پتانسیل در سلول اول صفر است. بنابراین، مقاومت خارجی R باید باشد

(الف): r_1-r_2 **(ب):** r_1+r_2 **(ج):** $2r_1-r_2$ **(د):** r_1-2r_2

تمرین-۱۰: در شبکه ۵ شاخه زیر، جریان‌های مربوطه به‌صورت i_1، i_2، i_3 و غیره است. با توجه به اینکه $i_1=-0.5A$، $i_4=1A$ و $i_5=0.5A$، بقیه جریان‌های خواهند بود:



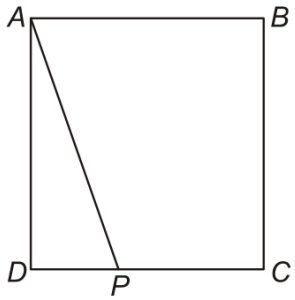
(الف): $i_2 = -1.5A, i_3 = 0.5A, i_6 = 0.5A$

(ب): $i_2 = 1.5A, i_3 = -0.5A, i_6 = 0.5A$

(ج): $i_2 = 1.5A, i_3 = 0.5A, i_6 = -0.5A$

(د): $i_2 = 1.5A, i_3 = 0.5A, i_6 = 0.5A$

تمرین-۱۱: یک سیم با سطح مقطع یکنواخت و مقاومت 4Ω به شکل ABCD مربع خم شده است. نقطه A به‌یک نقطه P در DC توسط یک سیم AP با مقاومت 1Ω متصل می‌شود. وقتی اختلاف پتانسیل بین A و C اعمال شود، نقاط B و P در پتانسیل یکسانی دیده می‌شوند. مقاومت قطعه DP برابر است با:



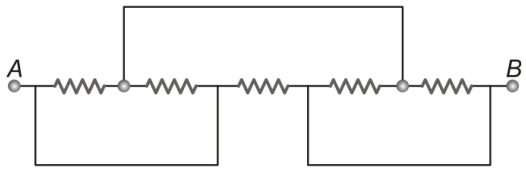
(الف): $(2-\sqrt{2})\Omega$ **(ب):** $(\sqrt{2}-1)\Omega$ **(ج):** $[(\sqrt{2}-1)/2]\Omega$ **(د):** $[(\sqrt{2}+1)/4]\Omega$

تمرین-۱۲: یک ولتاژ AC(متناوب) V بر دو سر ترکیب سری R-C اعمال می‌شود. در لحظه‌ای که در طول چرخه جریان در مدار صفر می‌شود:

(الف): ولتاژ دو سر مقاومت برابر و مخالف ولتاژ دو سر خازن است.
(ب): انرژی برابر با $\frac{1}{2}CV^2$ در خازن ذخیره می‌شود.
(ج): انرژی برابر با CV^2 در خازن ذخیره می‌شود.
(د): انرژی ذخیره شده در خازن صفر است.

تمرین-۱۳: مقاومت‌های هر یک به‌مقدار یک اهم مطابق شکل چیده شده‌اند. مقاومت

معادل بین نقاط A و B برابر است با:



(الف): $1/2\Omega$ **(ب)**: $1/5\Omega$ **(ج)**: $4/5\Omega$ **(د)**: هیچکدام از موارد

تمرین-۱۴: حرف A از یک سیم یکنواخت با مقاومت یک اهم بر سانتی‌متر ساخته شده است. اضلاع حروف 20 سانتی متر و قطعه ضربدری در وسط آن 10 سانتی‌متر طول دارد. زاویه راس 60 درجه است. مقاومت بین انتهای پاها برابر است با:
(الف): 50.0Ω **(ب)**: 26.7Ω **(ج)**: 2.72Ω **(د)**: 34.0Ω

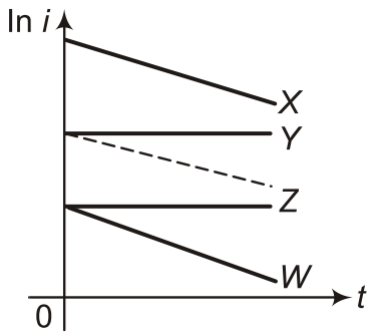
تمرین-۱۵: نیروی محرکه الکتریکی ایجاد شده توسط ترموکوپل با کمک یک پتانسیومتر اندازه‌گیری می‌شود نه با یک میلی ولت‌متر سیم پیچ متحرک، زیرا

(الف): پتانسیومتر دقیق‌تر از ولت‌متر است.
(ب): پتانسیومتر حساس‌تر از ولت‌متر است.
(ج): پتانسیومتر بدون کشیدن جریانی از ترموکوپل اندازه‌گیری می‌کند.
(د): اندازه‌گیری با استفاده از پتانسیومتر ساده‌تر از ولت‌متر است.

تمرین-۱۶: هنگامی که جریان 2 آمپر در باتری از ترمینال منفی به مثبت عبور می‌کند، اختلاف پتانسیل در آن 12 ولت است. اگر جریان $3A$ در جهت مخالف عبور کند، اختلاف پتانسیل 15 ولت ایجاد کند، EMF باتری برابر است با:
(الف): $12.6V$ **(ب)**: $13.2V$ **(ج)**: $13.6V$ **(د)**: $14.0V$

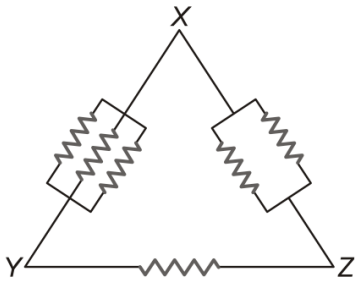
تمرین-۱۷: مقدار X با $\epsilon_0 L(\Delta V/\Delta t)$ داده می‌شود که ϵ_0 گذردهی فضای آزاد، L طول، ΔV اختلاف پتانسیل و Δt بازه زمانی است. مقدار X بمثابه:
(الف): مقاومت **(ب)**: بار الکتریکی **(ج)**: ولتاژ **(د)**: جریان است.

تمرین-۱۸: یک خازن با ظرفیت C از طریق یک مقاومت R شارژ می‌شود. تغییر لگاریتم جریان در برابر زمان با خط نقطه چین نشان داده شده است. اگر مقاومت به $2R$ تغییر کند، تغییرات اکنون با نشان داده می‌شود.



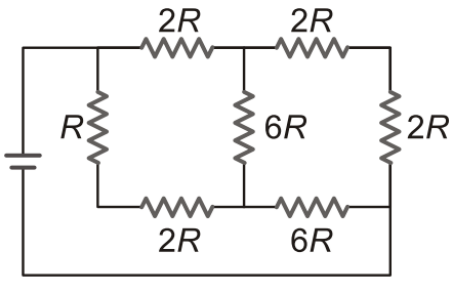
(الف): X **(ب)**: Y **(ج)**: Y **(د)**: W

تمرین-۱۹: در مدار نشان داده شده، تمام مقاومت‌ها دارای یک مقدار هستند. حداکثر مقاومت معادلی که یافت می‌شود کدام است؟



(الف): بین X و Y.
(ب): بین Y و Z.
(ج): بین Z و X
(د): بین هر زوج نقطه یکسان است.

تمرین-۲۰: همانطور که در شکل نشان داده شده است یک باتری با مقاومت داخلی 4Ω به‌شبکه متصل است. برای اینکه حداکثر توان به شبکه تامین شود، مقدار R (بر حسب Ω) باید باشد:



(الف): $10/9$ **(ب)**: 2 **(ج)**: $8/3$ **(د)**: 18

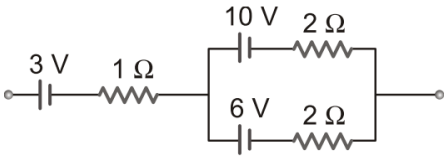
تمرین-۲۱: چهار مقاومت 100Ω هر کدام با تُلرانس 2 درصد به‌شما ارائه شده است. تعداد روش‌هایی که می‌توان آنها را با هم ترکیب کرد تا مقاومت‌های معادل متفاوتی داشته باشید

(الف): هفت ترکیب مختلف و هفت معادل مختلف.
(ب): هشت ترکیب مختلف و هفت معادل مختلف.
(ج): نُه ترکیب مختلف و هشت معادل مختلف.

(د): نُه ترکیب مختلف و نُه معادل مختلف.

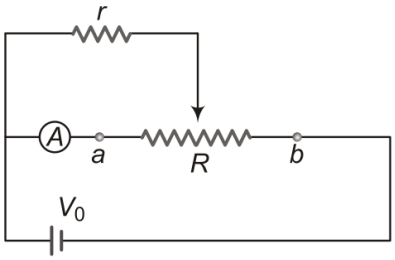
تمرین-۲۲: در مسئله فوق تُلرانس مقاومت معادل خواهد بود :
(الف): بیش از دو درصد.
(ب): مساوی دو درصد.
(ج): کمتر از دو درصد.
(د): هر یک از موارد بالا بسته به‌ترکیب خاص است.

تمرین-۲۳: نیروی محرکه الکتریکی و مقاومت داخلی باتری معادل ترکیبی از باتری‌ها (به‌صورت سری با مقاومت‌های داخلی آنها) نشان داده شده در شکل برابر است با:



(الف): $7V$ و 2Ω **(ب)**: $13V$ و 5Ω **(ج)**: $1V$ و 2Ω **(د)**: $1V$ و 1Ω

تمرین-۲۴: با توجه به‌مدار، R مقاومت پتانسیومتر است. همانطور که کنتاکت کشویی از a به b منتقل می‌شود، قرائت در آمپرمتر خواهد بود



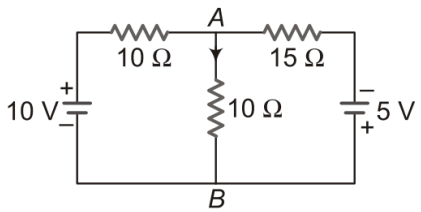
(الف): افزایش **(ب)**: کاهش **(ج)**: ابتدا کاهش سپس افزایش **(د)**: ابتدا افزایش سپش کاهش

تمرین-۲۵: در یک شتاب دهنده ذره‌ای خاص، الکترون‌ها در پالس‌هایی با سرعت 250 پالس در ثانیه پدیدار می‌شوند. مدت زمان هر پالس $200ns$ است و الکترون‌های موجود در پالس جریان 250 میلی‌آمپر را تشکیل می‌دهند. تعداد الکترون‌های تحویلی توسط شتاب دهنده در هر پالس برابر است با:
(الف): 8.00×10^{10} **(ب)**: 5.00×10^{8} **(ج)**: 3.13×10^{11} **(د)**:

9.60×10^{10}

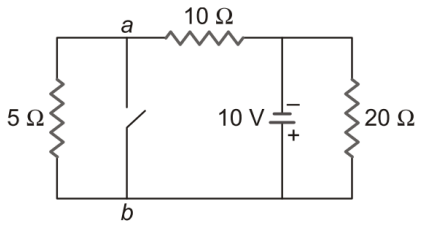
تمرین-۲۶: دو سیم فلزی با ابعاد یکسان به‌صورت سری به‌هم متصل می‌شوند. اگر σ_1 و σ_2 به‌ترتیب رسانایی فلزات باشند، رسانایی موثر ترکیب برابر است با:
(الف): $\sigma_1 + \sigma_2$ **(ب)**: $\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}$ **(ج)**: $\sqrt{\sigma_1\sigma_2}$ **(د)**: $\frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2}$

تمرین-۲۷: یک مدار مطابق شکل چیده شده است. سپس، جریان از A به B برابر است با:



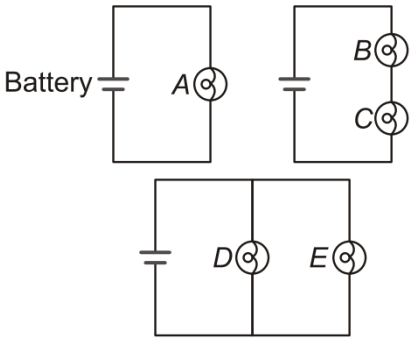
(الف): $+500mA$ **(ب)**: $+250mA$ **(ج)**: $-250mA$ **(د)**: $-500mA$

تمرین-۲۸: در مداری که در زیر نشان داده شده است، جریانی که هنگام بسته شدن کلید S از a به b می‌گذرد برابر است با:



(الف): $-1.5A$ **(ب)**: $+1.5A$ **(ج)**: $+1A$ **(د)**: $-1A$

تمرین-۲۹: در این سه مدار زیر تمام باتری‌ها یکسان و دارای مقاومت داخلی ناچیز و همه لامپ ها یکسان هستند. همه 5 لامپ $(ABCDE)$ را به‌ترتیب روشنایی از روشن‌ترین تا کم‌ترین درجه‌بندی کنید.



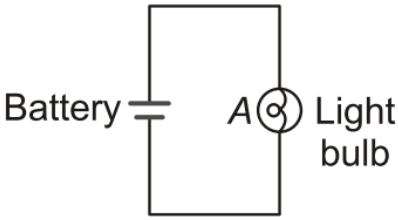
(الف): $A = B = C > D = E$

(ب): $A > B = C > D = E$

(ج): $A = D = E > B = C$

(د): $D = E > A > B = C$

تمرین-۳۰: کدام یک از عبارات زیر در مورد میدان الکتریکی درون رشته لامپ درست است؟



(الف): میدان باید صفر باشد زیرا رشته از فلز ساخته شده است.

(ب): میدان باید صفر باشد زیرا جریان دارد.

(ج): میدان باید صفر باشد زیرا هر بار اضافی روی سطح رشته است.

(د): میدان باید غیرصفر باشد زیرا هیچ جریانی بدون میدان اعمال شده جریان نخواهد داشت.

تمرین-۳۱: یک مفتول مسی و یک مفتول آهنی که هر کدام دارای سطح مقطع A و طول L_1 و L_2 هستند، سر به‌سر به‌هم متصل می‌شوند. انتهای مسی در پتانسیل V_1 و انتهای آهنی در پتانسیل V_2 حفظ می‌شود. اگر σ_1 و σ_2 به‌ترتیب رسانایی مس و آهن باشند، پتانسیل محل اتصال خواهد بود.

(الف): $\dfrac{\sigma_1 V_1 + \sigma_2 V_2}{(\sigma_1/L_1) + (\sigma_2/L_2)}$

(ب): $\dfrac{\frac{\sigma_1 V_1}{L_1} + \frac{\sigma_2 V_2}{L_2}}{(\sigma_1/L_1) + (\sigma_2/L_2)}$

(ج): $\dfrac{\frac{\sigma_1}{L_1} + \frac{\sigma_2}{L_2}}{\sigma_1 V_1 + \sigma_2 V_2}$

(د): $\dfrac{\sigma_1 V_1 + \sigma_2 V_2}{(\sigma_1/L_1) + (\sigma_2/L_2)}$

بیش از یک جواب صحیح است

تمرین-۳۲: یک میکرو آمپرمتر دارای مقاومت 100Ω و جریان انحراف در مقیاس کامل $50\mu A$ است. می‌توان از آن به‌عنوان یک ولت‌متر یا به عنوان آمپرمتر با محدوده بالاتر استفاده کرد به‌شرطی که مقاومتی به آن اضافه شود. ترکیب محدوده جریان و

مقاومت را از موارد زیر انتخاب کنید.

(الف): محدوده 50 ولت با مقاومت 10 کیلو اهم به‌صورت سری.

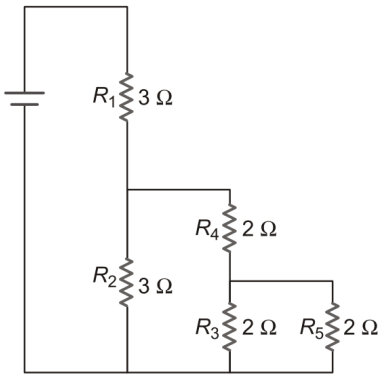
(ب): محدوده 10 ولت با مقاومت 200 کیلو اهم به‌صورت سری.

(ج): محدوده 5 میلی‌آمپر با مقاومت 1 اهم به‌صورت موازی.

(د): محدوده 10 میلی‌آمپر با مقاومت 1 اهم به‌صورت موازی.

تمرین-۳۳:

در شکل زیر



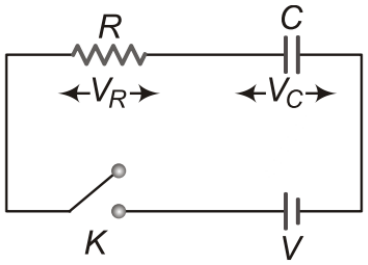
(الف): جریان در R_4 و R_5 برابر است.

(ب): جریان در R_2 و R_3 برابر است.

(ج): جریان در R_1 برابر است با مجموع جریان در R_3، R_4 و R_5

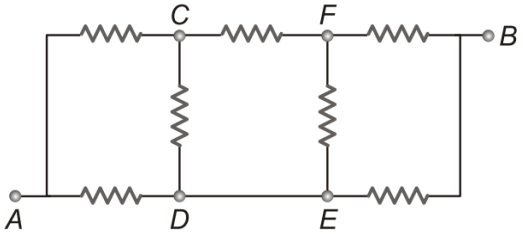
(د): جریان در R_1 برابر است با مجموع جریان‌های R_2، R_4 و R_5

تمرین-۳۴: با مراجعه به نمودار مدار، کلید در زمان $t = 0$ فشار داده می‌شود. پس از مدت زمان کافی طولانی خواهیم داشت:



(الف): $V_C = 0$ **(ب)**: $V_R = 0$ **(ج)**: $V_C = V$ **(د)**: $V_R = V$

تمرین-۳۵: شبکه‌ای از مقاومت‌های یکسان همانطور که بین نقاط A و B نشان داده شده است به یک منبع DC به نیروی محرکه V متصل می‌شود. در این صورت

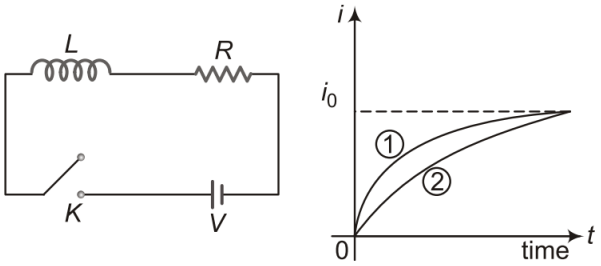


(الف): پتانسیل در نقطه D برابر $V/2$ است.

(ب): جریان بین نقاط A و C مانند جریان بین نقاط F و B است.

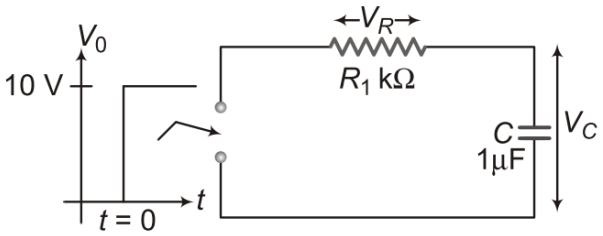
(ج): جریان بین نقاط C و D نصف جریان بین نقاط C و F است.
(د): جریان بین نقاط E و F یک سوم جریان بین نقاط F و B است.

تمرین-۳۶: به‌شکل مدار و نمودارهای مربوطه مراجعه کنید. با فشار دادن کلید K جریان افزایش می‌یابد. با $R = R_1$ و $L = L_1$ افزایش جریان با منحنی (1) نشان داده می‌شود، در حالی که منحنی (2) افزایش جریان را هنگامی که $R = R_2$ و $L = L_2$ باشد نشان می‌دهد. در این صورت،



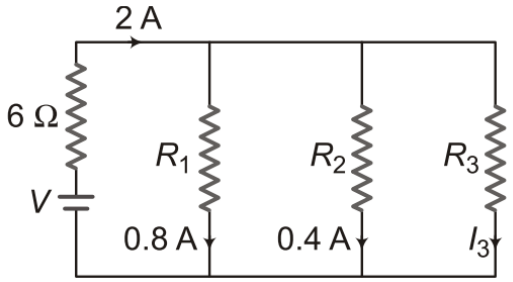
(الف): $R_1 = R_2$
(ب): $R_1 > R_2$
(ج): $L_1 < L_2$
(د): $L_1 > L_2$

تمرین-۳۷: همانطور که نشان داده شده است، یک ولتاژ پله‌ای V_0 به‌ترکیب سری R و C اعمال می‌شود. در این صورت،



(الف): پس از مدت زمان کافی $V_R = 0$
(ب): با گذشت زمان V_R به‌صورت $(1/t)$ کاهش می‌یابد.
(ج): بعد از $1ms$، $V_C = 63.V$ (تقریبا) است.
(د): جریان اولیه از درون R برابر 10 میلی‌آمپر است.

تمرین-۳۸: منبع emf با مقاومت داخلی 6Ω حداکثر توان را در مداری متشکل از سه مقاومت R_1، R_2 و R_3 تلف می‌کند. در این صورت،

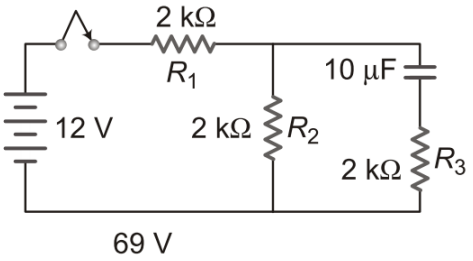


(الف): $I_3 = 0.8A$
(ب): $V = 24V$
(ج): $R_1 = 15\Omega$
(د): مقاومت معادل مدار برابر 6Ω است.

تمرین-۳۹: یک سلول توان یکسانی را در هر یک از دو مقاومت R_1 و R_2 تلف می‌کند. مقاومت داخلی سلول برابر است با:

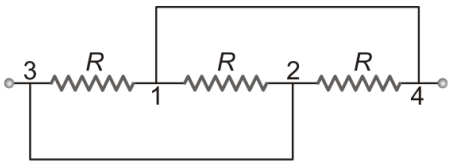
(الف): $R_1 + R_2$ **(ب)**: $(R_1 + R_2)/2$ **(ج)**: $(R_1 + R_2)^{1/2}$ **(د)**: $(R_1 + R_2)^{1/2}/2$

تمرین-۴۰: در مدار شکل زیر کلید در لحظه $t = 0$ روشن می‌شود، در این صورت؛
(الف): در لحظه $t = 0$ جریان تغذیه شده توسط باتری $4mA$ است.
(ب): در لحظه $t = 0$ جریان در مقاومت R_3 مساوی $2mA$ است.
(ج): جریان حالت ماندگار تغذیه شده توسط باتری برابر $3mA$ است.
(د): جریان حالت ماندگار در R_3 صفر است.



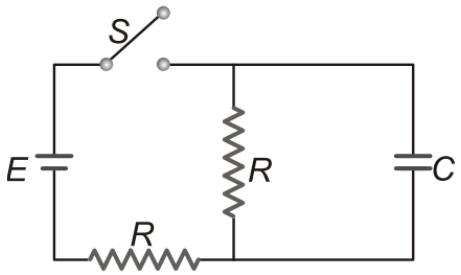
۲.۴ تمرین سطح دو

تمرین-۱: منبع DC با مقاومت داخلی R_0 با سه مقاومت یکسان R بارگذاری شده در شکل زیر نشان داده شده است. بازاء چه مقدار R توان حرارتی تولید شده در مدار بیشترین خواهد بود؟

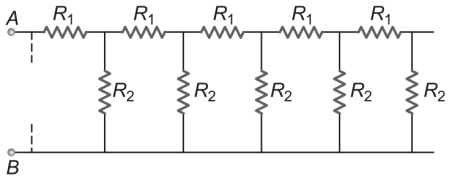


تمرین-۲: یک باتری از اتصال موازی m ردیف از سلول‌های یکسان ساخته می‌شود. هر ردیف شامل n سلول است که به‌صورت سری به‌هم متصل شده‌اند. تعداد کل سلول‌ها برابر N است. این باتری حداکثر جریان I را در یک مدار خارجی معین با مقاومت R ارسال می‌کند. اکنون سلول‌ها به‌گونه‌ای در باتری قرار گرفته‌اند که به‌جای m ردیف، n ردیف به‌صورت موازی و هر ردیف شامل m سلول به‌صورت سری به‌هم متصل شده‌اند. در حال حاضر جریان در مدار خارجی چقدر خواهد بود.

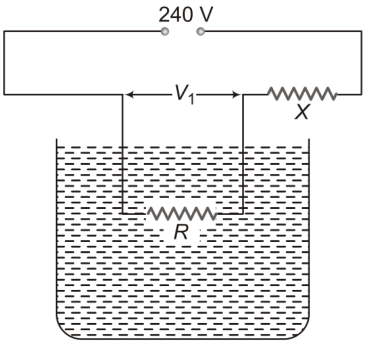
تمرین-۳: پیدا کنید در شکل زیر چگونه ولتاژ در خازن C با زمان t، پس از اتصال کوتاه شدن کلید S در لحظه $t = 0$، تغییر می‌کند.



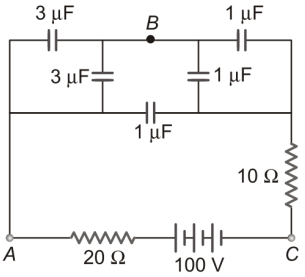
تمرین-۴: همانطور که در شکل نشان داده شده است یک شبکه نردبانی بی‌نهایت را در نظر بگیرید. یک ولتاژ بین نقاط A و B اعمال می‌شود. اگر ولتاژ بعد از هر بخش نصف شود، نسبت R_1/R_2 را پیدا کنید.



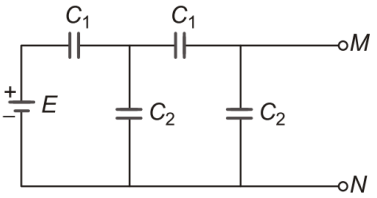
تمرین-۵: یک سیم پیچ گرمایشی به‌صورت سری با مقاومت X اهم در دو سر شبکه 240 ولت متصل می‌شود، سیم پیچ در 1 کیلوگرم آب در دمای 20 درجه سانتیگراد غوطه‌ور می‌شود. دمای آب در 10 دقیقه به‌نقطه جوش می‌رسد. اگر مقاومت X اتصال کوتاه شود، زمان لازم برای تولید همان مقدار گرما 6 دقیقه است. مقدار X را محاسبه کنید.



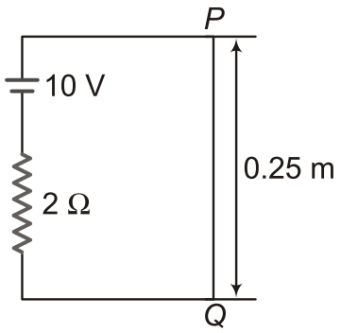
تمرین-۶: در شکل زیر اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B و بین نقاط B و C را در حالت ماندگار پیدا کنید.



تمرین-۷: اختلاف پتانسیل بین نقاط M و N سیستم نشان داده شده در شکل زیر را پیدا کنید. اگر emf برابر با $E = 110V$ و نسبت ظرفیت $\frac{C_1}{C_2} = \eta = 2.0$ باشد.



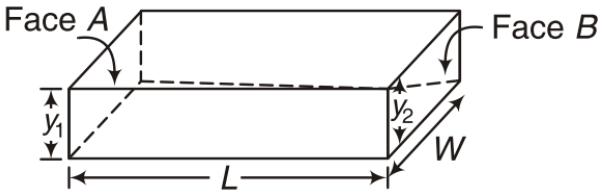
تمرین-۸: یک سیم فلزی PQ روی ریل‌های فلزی موازی با فاصله 0.25 متری می‌لغزد که هر کدام مقاومت ناچیزی دارند. همانطور که در شکل نشان داده شده است یک مقاومت 2Ω و یک باتری 10 ولت وجود دارد. یک میدان مغناطیسی یکنواخت به‌سمت صفحه کاغذ به‌مقدار $0.5T$ وجود دارد. نیروی 0.5 نیوتن به سمت چپ مورد نیاز است تا سیم اسلاید PQ با سرعت ثابت به‌سمت راست حرکت کند.



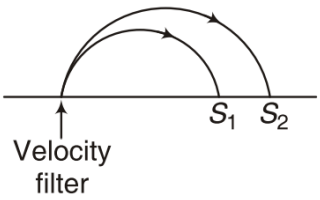
(الف): سیم PQ با چه سرعتی حرکت می‌کند؟

(ب): با در نظر گرفتن این یک موتور ساده، کارایی آن چقدر است؟

تمرین-۹: ماده‌ای با مقاومت یکنواخت r به‌شکل گوه ساخته می‌شود. مقاومت بین وجه A و وجه B این گوه را تعیین کنید.



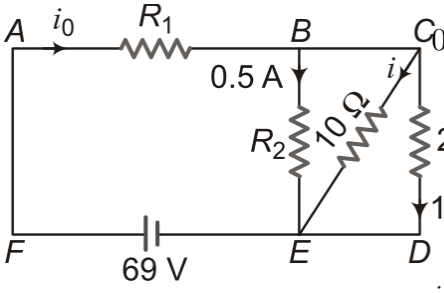
تمرین-۱۰:



فیلتر سرعت یک طیف سنج جرمی از شدت میدان الکتریکی $100V/m$ و میدان مغناطیسی القایی $2 \times 10^{-2}T$ استفاده می‌کند. میدان مغناطیسی یکنواخت دیگری از القاء $9 \times 10^{-2}T$ عمود بر پرتو برای منحرف کردن پرتو استفاده می‌شود. پرتو هر دو یون کمی شارژ شده و دارای اعداد جرمی 20 و 22 هستند که از فیلتر عبور کرده و یک چرخش 180 درجه در میدان انحراف ایجاد می‌کنند. فاصله بین نقاط S_1 و S_2 را محاسبه کنید.

۳.۴ حل مسائل

حل تمرینات سطح یک حل تمرین-۱:



(جواب: الف) $V_{BE} = V_{CD} = V_{CE}$

$$0.5R_2 = 1 \times 20 \quad \Longrightarrow \quad R_2 = 40\Omega$$

$$10i = 1 \times 20 \quad \Longrightarrow \quad i = 2A$$

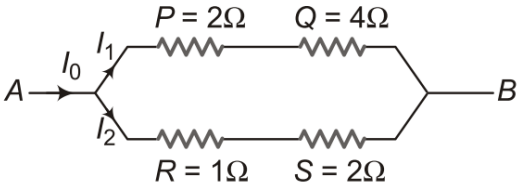
$$i_0 = 0.5 + 1 + 2 = 3.5A$$

$$V_{AB} = 69 - V_{BE}$$

$$i_0 R_1 = 69 - 20 \quad \Longrightarrow \quad R_1 = 14\Omega$$

حل تمرین-۲:

(جواب: د) اگر جریان I_0 از محل اتصال A وارد شود،در این صورت



$$I_1 = \frac{3}{9}I_0 = \frac{1}{3}I_0$$

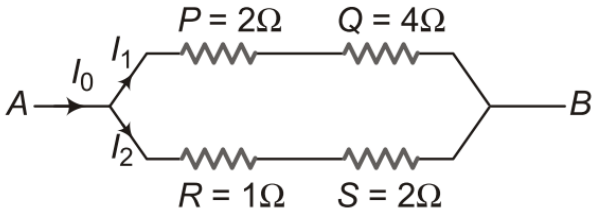
و

$$I_2 = \frac{6}{9}I_0 = \frac{2}{3}I_0$$

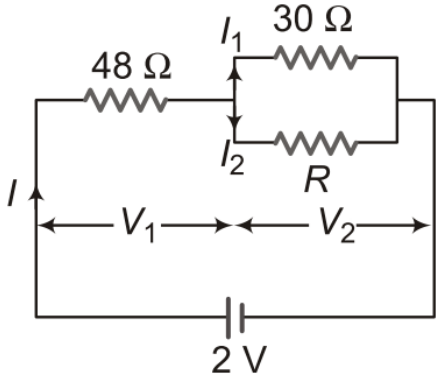
اما $H = I^2Rt$ برای S بیشینه (ماگزیمم) است.

حل تمرین-۳:

(جواب: د) در اینجا A و D، C و B در پتانسیل یکسانی هستند.



حل تمرین-۴:
(جواب: ج)



$$I_1 = \frac{2}{48+30+72} = \frac{1}{75}A$$

$$V_2 = I_1 \times 30 = \frac{2}{5}V$$

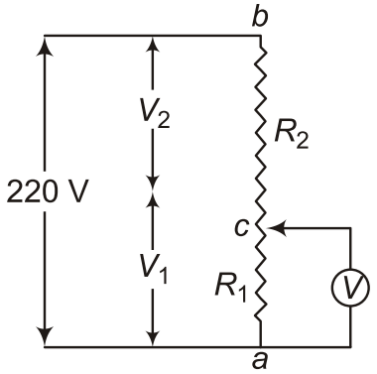
$$V_1 = 2 - \frac{2}{5} = \frac{8}{5}V$$

$$I = \frac{8/5}{48} = \frac{1}{30}A$$

$$I_2 = I - I_1 = \frac{1}{30} - \frac{1}{75} = \frac{1}{50}A$$

$$R = \frac{V_2}{I_2} = \frac{2/5}{1/50} = 20\Omega$$

حل تمرین-۵:
(جواب: ج)



$$R_1 = \frac{3}{4} \times 12000 = 3000\Omega$$

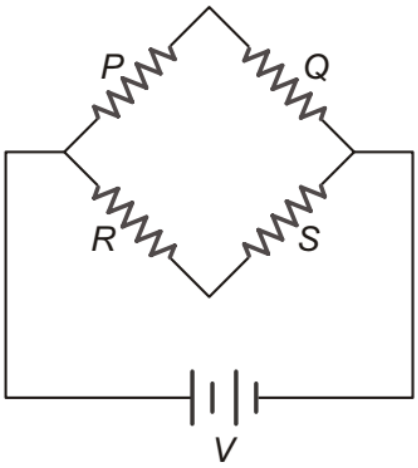
مقاومت موثر بین a و c

$$R_{ac} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2000\Omega$$

قرائت ولت‌متر،

$$V_1 = \frac{R_{ac}}{R_2 + R_{ac}} \times 220 = \frac{2000}{11000} \times 220 = 40V$$

حل تمرین-۶:
(جواب: ب) فرض کنید P_1 و P_2 به‌ترتیب توان مصرف شده در شاخه‌های $P+Q$ و $R+S$ باشند، در این صورت



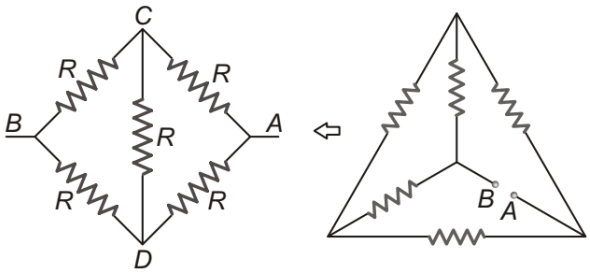
$$P_1 = \frac{V^2}{P+Q}$$
$$P_2 = \frac{V^2}{R+S}$$
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R+S}{P+Q}$$

چون پل واتستون متعادل است؛

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \quad \Longrightarrow \quad \frac{P+Q}{P} = \frac{R+S}{R}$$
$$\Longrightarrow \quad \frac{R+S}{P+Q} = \frac{R}{P}$$
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R}{P}$$

حل تمرین-۷:

(**جواب: الف**) از آنجایی که پل وتستون متعادل است، مقاومت بین C و D را می‌توان حذف کرد.



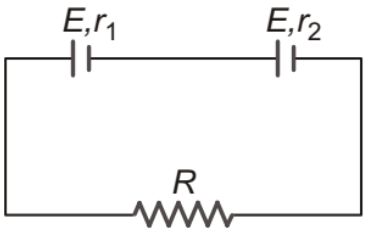
حل تمرین-۸:

(جواب: ج)

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (2+2\sqrt{2}\sin\omega t)dt} = 2\sqrt{2} = 2.8\ A$$

حل تمرین-۹:

(جواب: الف)



$$I = \frac{2E}{R+r_1+r_2}$$
$$V_1 = E - Ir_1$$
$$\Longrightarrow \quad E - \frac{2Er_1}{R+r_1+r_2} = 0$$
$$\Longrightarrow \quad R = r_1 - r_2$$

حل تمرین-۱۰:

(جواب: الف)

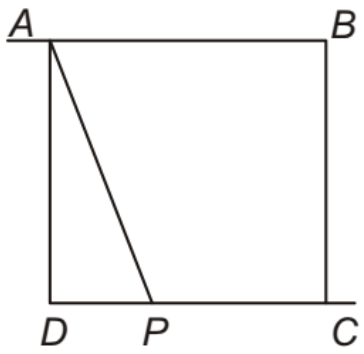
$$i_2 = i_4 - i_1 = 1 - (-0.5) = 1.5A,$$

$$i_3 = i_5 - i_4 = -0.5A$$

$$i_6 = i_5 = 0.5A$$

حل تمرین-۱۱:

(جواب: ب) فرض کنید R مقاومت بخش DP باشد، در این صورت



مقاومت بخش $PC = 1 - R$

چون B و P در پتانسیل یکسانی هستند؛

$$\frac{1 \times (1+R)}{1+1+R} = 1 - R$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{1+R}{2+R} = 1 - R$$

$$\Longrightarrow \quad R^2 + 2R - 1 = 0$$

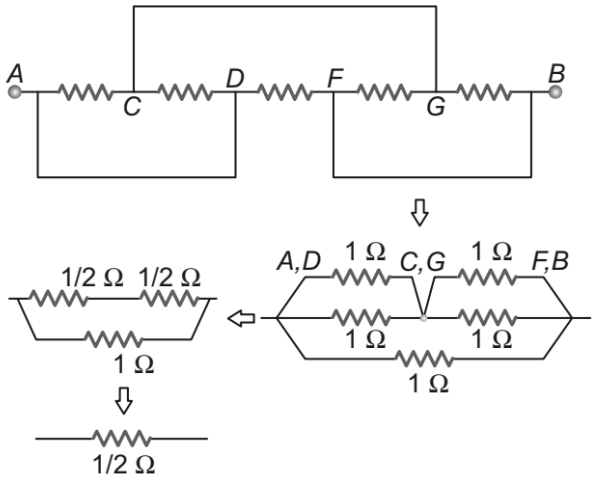
$$\Longrightarrow \quad R = -1 \pm \sqrt{2}$$

چون مقاومت نمی‌تواند منفی باشد، $R = (\sqrt{2} - 1)\Omega$

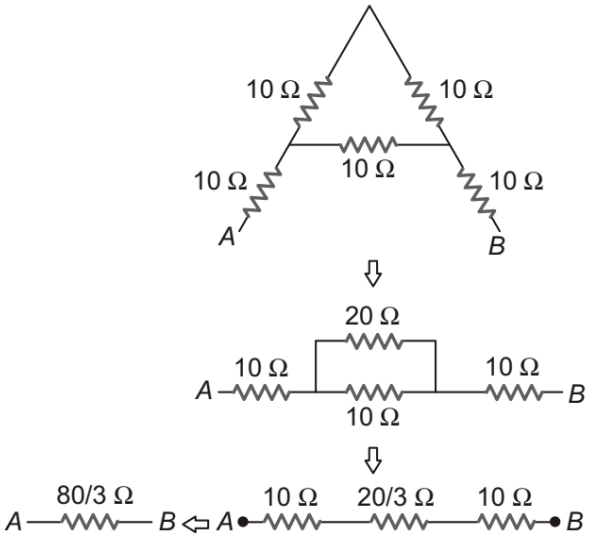
حل تمرین-۱۲: (جواب: ب)

حل تمرین-۱۳: (جواب: الف)

بنابراین A و D، C و G و F و B در پتانسیل یکسانی هستند



حل تمرین-۱۴: (جواب: ب)



حل تمرین-۱۵: (جواب: ب)

حل تمرین-۱۶: (جواب: ج)

داریم

$$E - 2r = 12 \qquad (i)$$

و

$$E + 3r = 15 \qquad (ii)$$

از حل این دو رابطه

$$E = 13.6V, \qquad r = 0.6\Omega$$

حل تمرین-۱۷: (جواب: د)

حل تمرین-۱۸: (جواب: ج)

$$i = \frac{E_0}{R} e^{-t/RC}$$

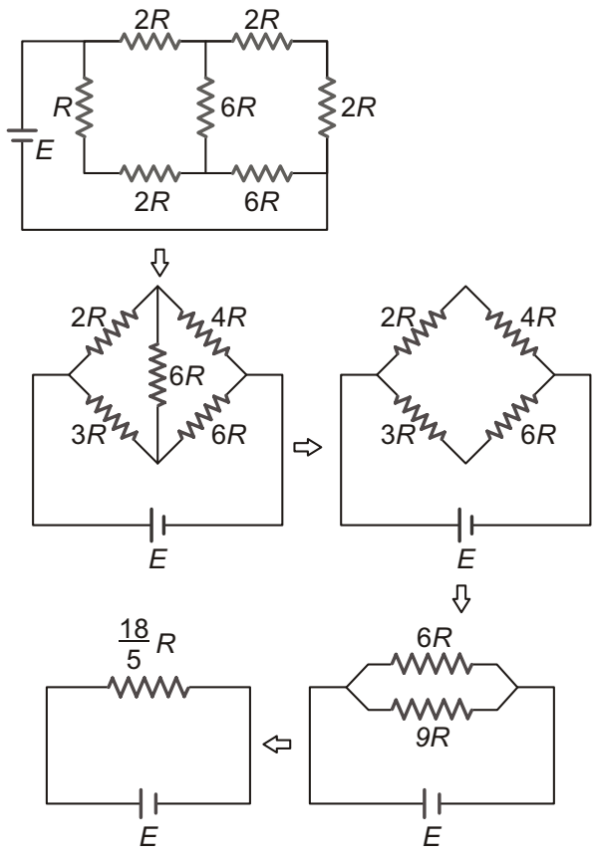
$$\ln i = \ln \frac{E_0}{R} - \frac{t}{RC}$$

با افزایش R، حداکثر جریان و همچنین شیب کاهش می‌یابد.

حل تمرین-۱۹: (جواب: ب)

حل تمرین-۲۰: (جواب: الف)

اجازه دهید ابتدا مقاومت موثر مدار را پیدا کنیم.



برای توان بیشینه

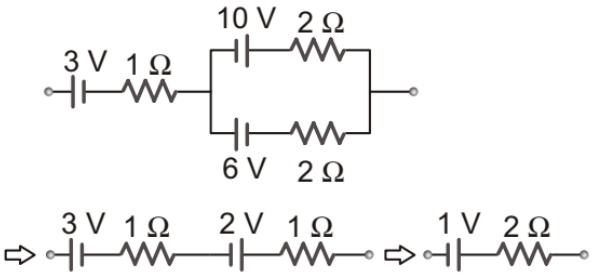
$$R_e = r \quad \Longrightarrow \quad \frac{18}{5}R = 4\Omega$$

$$R = \frac{10}{9}\Omega$$

حل تمرین-۲۱: (جواب: د)

حل تمرین-۲۲: (جواب: ب)

حل تمرین-۲۳: (جواب: ج)



حل تمرین-۲۴: (جواب: ب)

حل تمرین-۲۵: (جواب: ج)

$$q = It = 250 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-9} = 5 \times 10^{-6} C = 5\mu C$$

همچنین

$$q = ne \quad \Longrightarrow \quad n = \frac{q}{e} = \frac{10^{-6}}{1.6^{-19}} = 3.13 \times 10^{11}$$

حل تمرین-۲۶: (جواب: د)

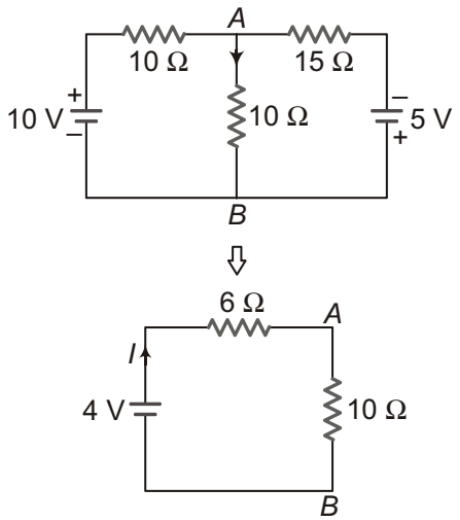
$$R_1 = \frac{l}{\sigma_1 A}, \qquad R_2 = \frac{l}{\sigma_2 A}$$

$$R = R_1 + R_2$$

$$\frac{2l}{\sigma A} = \frac{l}{\sigma_1 A} + \frac{l}{\sigma_2 A} \quad \Longrightarrow \quad \sigma = \frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

حل تمرین-۲۷: (جواب: ب)

$$I = \frac{4}{16} = 0.25A = 250mA$$



حل تمرین-۲۸: (جواب: د)

از آنجایی که مقاومت 5Ω اتصال کوتاه می‌شود، جریان $1A$ از b به a می‌گذرد.

حل تمرین-۲۹:(جواب: ج)

حل تمرین-۳۰: (جواب: د)

حل تمرین-۳۱: (جواب: ب)

جریان عبوری از هر دو سیم باید یکسان باشد. یعنی

$$I_1 = I_2$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{V_1 - V_C}{R_1} = \frac{V_C - V_2}{R_2}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{(V_1 - V_C)\sigma_1 A}{L_1} = \frac{(V_C - V_2)\sigma_2 A}{L_2}$$

$$\Longrightarrow \quad V_C = \frac{\frac{\sigma_1 V_1}{L_1} + \frac{\sigma_2 V_2}{L_2}}{\frac{\sigma_1}{L_1} + \frac{\sigma_2}{L_2}}$$

حل تمرین-۳۲: (جواب: ب، ج) برای تبدیل به‌ولت متر، مقاومتی که باید به‌صورت سری وصل‌شود به‌صورت زیر داده می‌شود:

$$R = \frac{V}{I_g} - G$$

برای

$$V = 50V$$

$$R = \frac{10}{50 \times 10^{-6}} - 100 = 199900\Omega = 199.9k\Omega = 200k\Omega$$

برای تبدیل به‌آمپرمتر محدوده بالاتر، مقاومتی که باید به‌صورت موازی وصل شود با استفاده از

$$S = \frac{I_g h}{I - I_g}$$

برای $I = 5mA$

$$S = \frac{50 \times 10^{-6} \times 100}{5 \times 10^{-3} - 50 \times 10^{-6}} = \frac{100}{99}\Omega \approx 1\Omega$$

برای $I = 10mA$، $S = 0.5\Omega$.

حل تمرین-۳۳: (جواب: الف، ب، د)

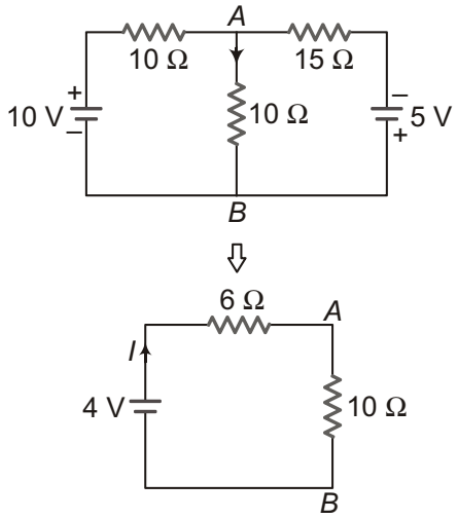
حل تمرین-۳۴: (جواب: ب، ج)

پس از مدت طولانی، خازن کاملاً باردار می‌شود و جریان صفر می‌شود.

$$V_C = V \qquad \text{و} \qquad V_R = 0$$

حل تمرین-۳۵: جواب: الف، ب، ج، د)

توزیع فعلی در شکل نشان داده شده است.



حل تمرین-۳۶: (جواب: الف، ج) $i_0 = \frac{E}{R}$ و $i = \frac{E}{R}(1 - e^{Rt/L})$

$$\Longrightarrow \quad \frac{di}{dt} = \frac{E}{L}e^{-Rt/L}$$

چون

$$i_{0_1} = i_{0_2}; \qquad R_1 = R_2$$

هم‌چنین چون

$$\frac{di_1}{dt} > \frac{di_2}{dt} \qquad L_1 > L_2$$

حل تمرین-۳۷: (جواب: الف، ج، د)

جریان اولیه $I_0 = \frac{V_0}{R} = 10mA$، همچنین

$$V_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C}(1 - e^{-t/RC}) = V_0(1 - e^{-t/RC})$$

در $t = RC = 1ms$

$$V_C = 0.63V_0$$

و در $t = \infty$

$$V_C = V_0 \quad \text{و} \quad V_R = 0$$

حل تمرین-۳۸: (جواب: الف، ب، ج، د)

قدرت زمانی حداکثر است که مقاومت داخلی برابر با مقاومت خارجی باشد، یعنی:

$$R_e = 6\Omega \qquad V = (r + R_e)I \quad \Longrightarrow \quad V = 12 \times 2 = 24V$$

ضمناً

$$I_3 = 2 - 0.8 - 0.4 = 0.8A$$

همچنین، اختلاف پتانسیل بین ترکیب موازی،

$$V_P = \frac{V}{2} = 12V, \qquad R_1 = \frac{12}{0.8} = 15\Omega$$

حل تمرین-۳۹: (جواب: ج)

توان تلف شده توسط مقاومت خارجی توسط

$$P = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$$

میدانیم

$$P_1 = P_2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{E^2 R_1}{(R_1+r)^2} = \frac{E^2 R_2}{(R_2+r)^2}$$
$$\Longrightarrow \quad r = \sqrt{R_1 R_2}$$

حل تمرین-۴۰: (جواب: الف، ب، ج، د)

در $t = 0$، خازن مانند مدار اتصال کوتاه و در حالت ثابت مانند مدار باز رفتار می‌کند.

۴.۴ حل تمرینات سطح دو

حل تمرین-۱:

از شکل مشخص است که نقاط 3 و 2، 1 و 4 در پتانسیل یکسانی هستند، بنابراین سه مقاومت موازی هستند.

$$\text{مقاومت موثر} = R_e = \frac{R}{3}$$

برای بیشینه توان پایانه

$$R_0 = R_e = \frac{R}{3} \quad \Longrightarrow \quad R = 3R_0$$

حل تمرین-۱:

حالت اول

$$I = \frac{NE}{nr + mR}; \qquad (r = \text{مقاومت داخلی})$$

برای جریان بیشینه

$$nr = mR \quad \Longrightarrow \quad I = \frac{N}{2mR}$$

حالت دوم

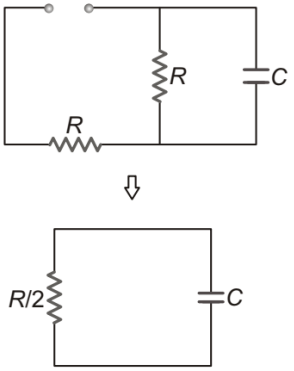
$$I' = \frac{NE}{mr + nR} = \frac{NE}{\left(m\frac{m}{n} + n\right) R} \qquad [r = \frac{m}{n} R]$$
$$\Longrightarrow \quad \frac{I'}{I} = \frac{2mn}{m^2 + n^2}$$

حل تمرین-۳:

اختلاف پتانسیل بیشینه در خازن

$$V = \frac{R}{R+R}E = \frac{E}{2}$$

$$q_0 = CV = \frac{CE}{2}$$



برای یافتن ثابت زمانی، باتری را اتصال کوتاه می‌کنیم،

$$\tau = \frac{RC}{2}$$

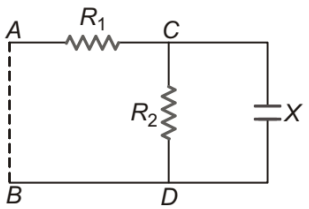
با استفاده از $q = q_0(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{1}{2}CE(1 - e^{-2t/RC})$

$$V_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{2}E(1 - e^{-2t/RC})$$

حل تمرین-۴:

فرض کنید x مقاومت موثر بین A و B باشد، در این صورت

$$R_1 + \frac{R_2 x}{R_2 + x} = x \qquad (i)$$



از آنجائی که

$$V_{AB} = 2V_{CD} \quad \Longrightarrow \quad V_{AC} = V_{CD}$$

$$R_1 = \frac{R_2 x}{R_2 + x} \qquad (ii)$$

از معادلات (i) و (ii) خواهیم داشت

$$2R_1 = x \quad \Longrightarrow \quad R_1 = \frac{2R_1R_2}{R_2 + 2R_1} \quad \Longrightarrow \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}$$

حل تمرین-۵:

حالت اول

$$I_1 = \frac{240}{R+X}$$

حالت دوم

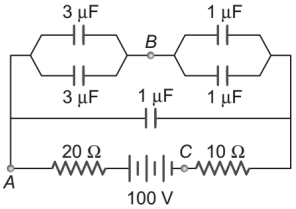
$$I_2 = \frac{240}{R}$$

گرمای تولید شده در دو مورد باید یکسان باشد.

$$I_1^2 T t_1 = I_2^2 R t_2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{t_2}{t_1}$$

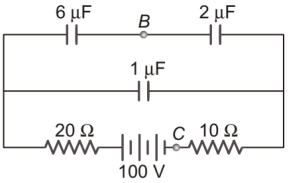
$$\left(\frac{R}{R+X}\right)^2 = \frac{6}{10} \quad \Longrightarrow \quad X = R\left(\sqrt{\frac{5}{3}} - 1\right) = 0.29R$$

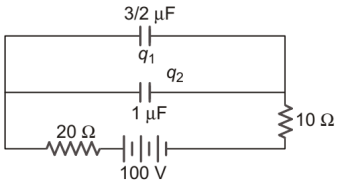
حل تمرین-۶:



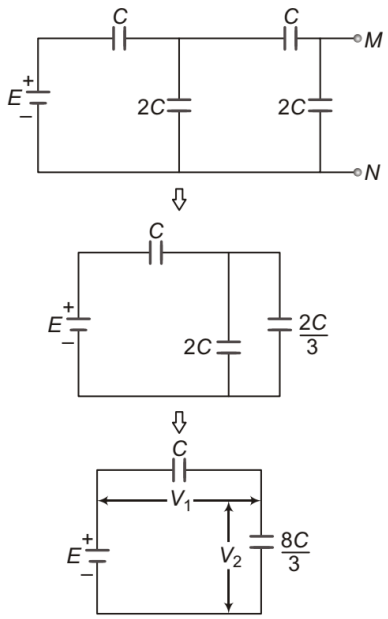
مدار معادل در شکل زیر نشان داده شده است.

$$q_1 = \frac{3}{2}\times 100 = 150\mu C \qquad \text{و} \qquad q_2 = 1\times 100 = 100\mu C$$





$$V_{BC} = \frac{q_1}{2} = 75V \qquad \text{و} \qquad V_{AB} = \frac{q_2}{2} = 25V$$



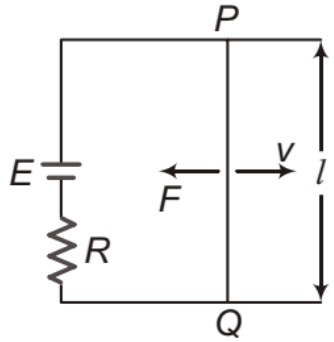
حل تمرین-۷:

اجازه دهید $C_1 = C$ ، سپس $C_2 = 2C$. مدارهای معادل در شکل زیر نشان داده شده است.

$$V_2 = \frac{CE}{C + \frac{8C}{3}} = \frac{3}{11}E$$

$$V_{MN} = \frac{CV_2}{C + 2C} = \frac{1}{3}V_2 = \frac{1}{11}E = \frac{1}{11}\times 110 = 10V$$

حل تمرین-۸:



(الف) برای حفظ حرکت سیم PQ به‌سمت راست، نیرو به‌سمت چپ مورد نیاز است، یعنی نیروی مغناطیسی به‌سمت راست است.
یعنی جریان در سیم PQ از P به Q است. جریان در سیم PQ:

$$I = \frac{E - Blv}{R}$$

برای اینکه نیروی خالص صفر شود

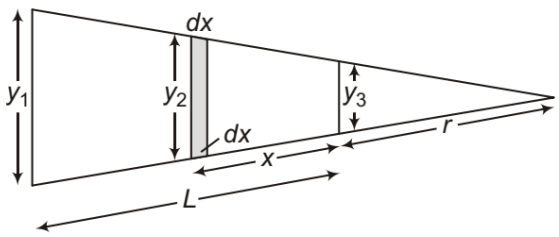
$$F = BlI = \left(\frac{E - Blv}{R}\right) l\ B$$

$$\Longrightarrow \quad 0.5\left(\frac{10 - 0.5\times 0.25v}{2}\right) 0.25\times 0.5 \quad \Longrightarrow \quad v = 16\ ms^{-1}$$

(ب) کارائی : (η)

$$\eta = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} = \frac{Fv}{EI} = \frac{0.5\times 16}{10\times 4} = 0.2 = 20\%$$

حل تمرین-۹:



همانطور که نشان داده شده است، بخش ابتدایی طول dx را روی گوه در نظر بگیرید. مقاومت این قسمت

$$dR = \rho\frac{dx}{wy}$$

کل گوه را می‌توان به‌صورت بهم‌پیوستن سری از تعداد زیادی از این مقاومت‌ها در نظر گرفت. در این صورت مقاومت کل گوه؛

$$R = \int \rho\frac{dx}{wy}$$

اما

$$\frac{y}{x+r} = \frac{y_1}{L+r} \qquad \Longrightarrow \qquad y = \frac{y_1(x+r)}{(L+r)}$$

$$R = \frac{\rho(L+r)}{wy_1}\int_0^L \frac{dx}{x+r}$$

$$\Longrightarrow \qquad R = \frac{\rho(L+r)}{wy_1}\ln\frac{L+r}{r}$$

اما

$$\frac{L+r}{r} = \frac{y_1}{y_2} \qquad \Longrightarrow \qquad r = \frac{y_2}{y_1-y_2}L$$

$$\Longrightarrow \qquad R = \frac{\rho L}{w(y_1-y_2)}\ln\frac{y_1}{y_2}$$

حل تمرین-۱۰:

سرعت هر دو یون،

$$V = \frac{E_0}{B_0} = \frac{100}{2\times 10^{-2}} = 5000ms^{-1}$$

$$S_1S_2 = d_2 - d_1$$

که در آن d_1 و d_2 قطرهای دو یون هستند.

$$\begin{aligned} S_1S_2 &= 2(r_2-r_1) \\ &= 2\left(\frac{m_2V}{qB} - \frac{m_1V}{qB}\right) \\ &= \frac{2V}{qB}(m_2-m_1) \\ &= \frac{2V}{qB}(22-20)\times 1.67\times 10^{-27} = 2.3mm \end{aligned}$$

$$(q = e \quad \text{و} \quad 1\ amu = 1.67 \times 10^{-27} kg)$$

فصل ۵

مغناطیس

۱.۵ اثرات مغناطیسی جریان

میدان مغناطیسی به‌دلیل پیکربندی‌های مختلف حامل جریان:

(i) میدان مغناطیسی القائی در مرکز قوس دایره‌ای به‌شعاع r که در صفحه کاغذ قرار دارد.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\alpha}{r}$$

(ii) میدان مغناطیسی القائی در مرکز O دو سیم‌پیچ متحدالمرکز با شیب 90 درجه [همانطور که در شکل (الف) نشان داده شده] برابر است با:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

اگر $I_1 = I_2 = I$ و $r_1 = r_2 = r$ باشد، آنگاه

$$B = \sqrt{2}B_1 = \frac{\sqrt{2}\mu_0 nI}{2r}$$

اگر دو سیم‌پیچ متحدالمرکز به زاویه θ متمایل شوند، [شکل (ب)]، در این صورت، سیم‌پیچ‌های مغناطیسی القائی در O برابر است با:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\theta}$$

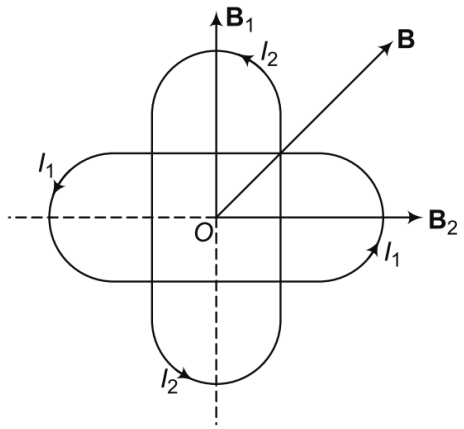


Fig. (a)

(iii) میدان مغناطیسی القائی در مرکز مشترک دو سیم‌پیچ متحدالمرکز با شعاع r_1 و r_2 با پیچ های n_1 و n_2 که در آنها همان جریان I در خلاف جهت عقربه‌های ساعت در جریان است، برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 n_1 I}{2r_1} + \frac{\mu_0 n_2 I}{2r_2}$$

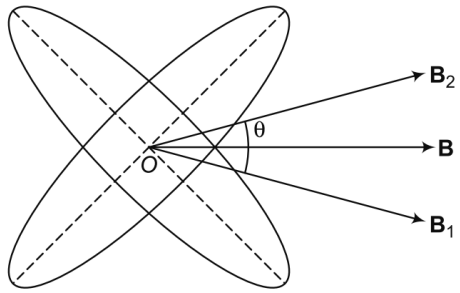
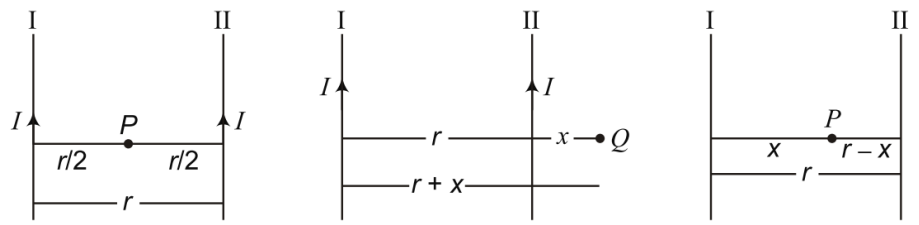


Fig. (b)

جهت **B** عمود بر صفحه کاغذ به‌سمت بالا خواهد بود. اگر جریان در دو جهت مخالف جریان داشته باشد، $B = \frac{\mu_0 I}{2}\left(\frac{n_1}{r_1} - \frac{n_2}{r_2}\right)$ است. جهت آن عمود بر صفحه کاغذ به سمت بالا است.

(iv) میدان مغناطیسی القائی به‌دلیل دو خط هادی موازی بسیار طولانی که جریان هایی را در جهات یکسان به فاصله r حمل می‌کنند؛



(الف) در نقطه‌ای مانند P که در فاصله $r/2$ از هر دو هادی صفر است، یعنی $B = 0$

(ب) در نقطه‌ای مانند Q که در فاصله x از اولی و $(r+x)$ از هادی دوم قرار دارد، خواهد بود:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} 2I \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{r+x}\right]$$

جهت آن عمود بر صفحه کاغذ رو به پایین است.

(ج) در نقطه P که در فاصله x از اول و $(r-x)$ از هادی دوم است، برابر است با

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} 2I \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{r-x}\right]$$

جهت **B** عمود بر صفحه کاغذ به‌سمت بالا، اگر B مثبت باشد، و اگر B منفی باشد، به سمت پایین خواهد بود.

(v) در شکل (الف)،میدان مغناطیسی القائی در مرکز O کمان نیم دایره‌ای سیم حامل جریان I برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\pi I}{r}$$

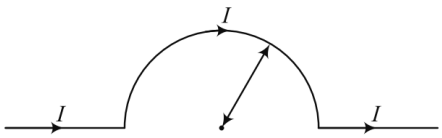


Fig. (a)

در شکل (ب)، جهت آن عمود بر صفحه کاغذ و قوس نیم دایره بسمت پائین است.

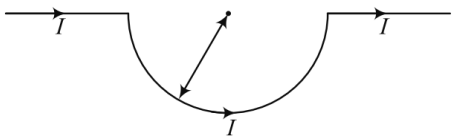


Fig. (b)

(vi) میدان مغناطیسی القائی در مرکز O حلقه تشکیل شده با سیم بلند مستقیم حامل جریان I برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{2\pi I}{r} + \frac{2I}{r}\right]$$

جهت آن عمود بر صفحه سیم‌پیچ به‌سمت بالا است.

(vii) القای میدان مغناطیسی در مرکز O حلقه و سیم مستقیم حامل جریان I برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{2\pi I}{r} - \frac{2I}{r}\right]$$

جهت آن عمود بر صفحه کاغذ رو به‌پایین است.

$(viii)$ میدان مغناطیسی القائی در مرکز ناشی از جریان I از طریق دو قوس سیمی نیم دایره است

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{2\pi I}{r_1} + \frac{2I}{r_2}\right]$$

جهت آن عمود بر صفحه کاغذ به‌سمت بالا است.

(ix) میدان مغناطیسی القائی در مرکز به‌دلیل جریان از طریق دو دایره متحدالمرکز [شکل (الف)]

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{2\pi I}{r_1} - \frac{2I}{r_2}\right]$$

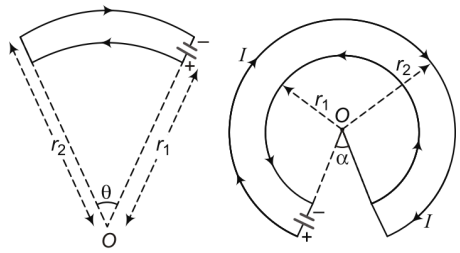


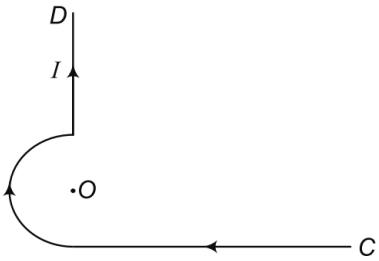
Fig. (a) Fig. (b)

قوس‌ها در شکل(ب)

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I(2\pi - \alpha)\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

جهت آن عمود بر صفحه کاغذ به‌سمت بالا است.

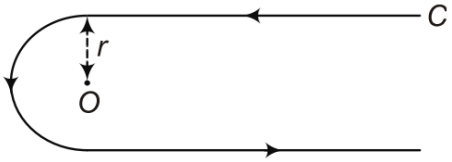
(x) میدان مغناطیسی القائی در O ناشی از جریان I از طریق قوس نیم دایره و هادی مستقیم (شکل زیر) برابر است با:



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi r}\frac{I}{r}(\pi + 1)$$

جهت آن عمود بر صفحه کاغذ رو به پایین است.

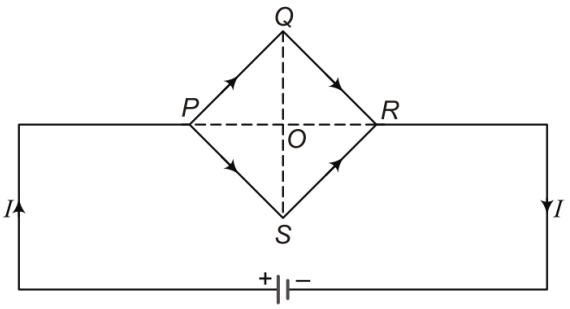
(xi) میدان مغناطیسی القائی در O، ناشی از جریان I در یک قوس نیم دایره و هادی‌های مستقیم (شکل مقابل) برابر است با:



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r}(\pi + 2)$$

جهت آن عمود بر صفحه کاغذ به‌سمت بالا است.

(xii) میدان مغناطیسی القائی در مرکز O جریان حامل مربعی شکل زیر صفر است یعنی $\mathbf{B} = 0$.



$(xiii)$ میدان مغناطیسی القائی در مرکز O حلقه مربع، حامل جریان I است

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}$$

جهت آن عمود بر صفحه کاغذ رو به‌پایین است.

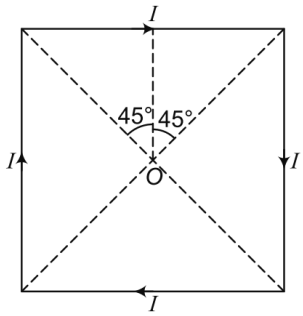
۲.۵ میدان مغناطیسی حاصل از حرکت دایره‌ای یک ذره باردار

وقتی یک ذره باردار با بار q در مداری دایره‌ای به شعاع r با فرکانس ν می‌چرخد،

(i) جریان مداری خواهد بود

$$I = qv = \frac{q\omega}{2\pi} = \frac{q}{T} = \frac{q\nu}{2\pi r}$$

(ii) میدان مغناطیسی القائی در مرکز برابر است با:



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I}{r} = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 qv}{2r}$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 q}{2rT} = \frac{\mu_0 q\omega_0}{4\pi r} = \frac{\mu_0 q\nu}{4\pi r^2}$$

(iii) گشتاور منغناطیسی، $M = IA = qv2\pi r^2 = \frac{q\omega r}{2} = \frac{q\ va}{2} = \frac{q\pi a^2}{T}$

(iv) مومنتوم زاویه‌ای، $J = mvr = \frac{nh}{2\pi} = \frac{h}{2\pi}$, (اگر $n = 1$)

۳.۵ نسبت مقادیر مختلف حرکت دایره‌ای برای دو ذره در میدان‌های مغناطیسی عمودی

(i) وقتی E_x و B ثابت هستند؛

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{q_2}{q_1}\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

(ii) وقتی B ثابت است.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{q_2}{q_1}\sqrt{\frac{m_1 E_{k_1}}{m_2 E_{k_2}}}$$

(iii)

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{q_1}{q_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

(iv)

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{q_1 m_2}{q_2 m_1} = \frac{\nu_1}{\nu_2}$$

(v)

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{m_1}{m_2}$$

(vi)

$$\frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{q_1^2 r_1^2}{q_2^2 r_2^2} \times \frac{m_2}{m_1}$$

۴.۵ نیروی بین دو هادی حامل جریان موازی

(i) دو هادی موازی طولانی که جریان‌هایی را در جهات یکسان حمل می‌کنند، یکدیگر را جذب می‌کنند و جریان‌هایی که در جهت مخالف هستند، یکدیگر را دفع می‌کنند.

(ii) نیروی وارد بر واحد طول هر هادی خواهد بود:

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1 I_2}{r}$$

که در آن، I_1، I_2 جریان‌های دو هادی موازی خطی بلند، با فاصله r از هم قرار هستند.

(iii) نیروی جاذبه یا دافعه وارد بر هر رسانا به‌طول l در اثر جریان در دو هادی موازی برابر است با:

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1 I_2}{r} l$$

(iv) نیروی وارد بر دو هادی حامل جریان موازی از نظر بزرگی(مقدار) برابر و در جهت مخالف هستند.

(v) اگر دو هادی حامل جریان خطی با طول نابرابر به موازات یکدیگر نگه داشته شوند، نیروی وارد بر یک هادی بلند به دلیل برهمکنش میدان مغناطیسی ناشی از جریان‌های هادی کوتاه و هادی بلند است. اگر l و L بترتیب طول هادی کوتاه و بلند، و همین طور I_1 I_2 بترتیب جریان عبوری از هادی‌های کوتاه و بلند و نیز r فاصله بین این دو هادی موازی باشد. در این صورت نیرو بر هادی بلند مساوی نیرو بر هادی کوتاه و برابر رابطه زیر است.

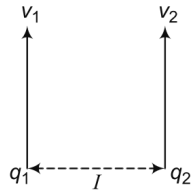
$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1 I_2}{r} l$$

(vi) وقتی دو جریان به نقطه‌ای نزدیک یا از آن نقطه دور می‌شوند، آنگاه نیروی جاذبه ای را تجربه می‌کنند.

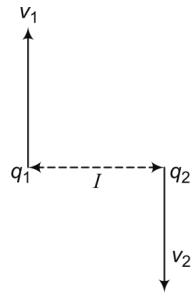
(vii) وقتی یکی از این دو به‌نقطه ای نزدیک و دیگری از آن نقطه دور می‌شود، آنگاه نیروی دافعه را تجربه می‌کنند.

$(viii)$ وقتی دو بار به مقادیر q_1 و q_2 با سرعت v_1 و v_2 حرکت می‌کنند و از هم فاصله r دارند، آنگاه نیروی اعمال شده بین آنها برابر است با

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1 q_2 v_1 v_2}{r^2}$$



(الف) اگر q_1 و q_2 با ماهیت یکسان باشند و در یک جهت حرکت کنند، نیرویی که بین آنها وارد می‌شود جاذبه است.



(ب) اگر q_1 و q_2 با ماهیت یکسان باشند و در جهت مخالف حرکت کنند، نیرویی که بین آنها وارد می‌شود دافعه است.

۵.۵ نکات مهم

(i) هنگامی که دو سیم‌پیچ دایره‌ای با شعاع‌های r_1 و r_2 و با مواد مشابه و تعداد دورهای یکسان به‌صورت سری به‌هم متصل می‌شوند، جریان عبوری از هر دو سیم‌پیچ یکسان بوده و نسبت میدان مغناطیسی القائی در مرکز آنها برابر است با:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{r_2}{r_1} \qquad (B \propto 1/r)$$

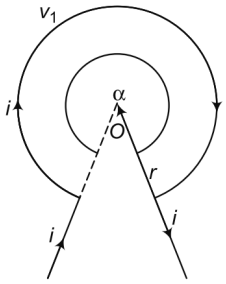
(ii) هنگامی که دو سیم‌پیچ دایره‌ای با شعاع r_1 و r_2 و دارای مواد و تعداد چرخش مساوی به‌طور موازی به هم متصل می‌شوند، نسبت میدان مغناطیسی القائی در مراکز آنها به‌دست می‌آید.

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

(iii) اگر دوسیم‌پیچ با تعداد دور N_1 و N_2 به‌صورت سری به‌هم متصل شوند، در این صورت جریان در هر دو یکسان و خواهیم داشت

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

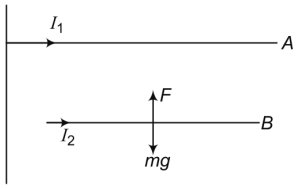
(iv) اگر جریان i از طریق یک مسیر دایره‌ای به‌شعاع r که زاویه α (به‌شعاع) را در مرکز قرار می‌دهد، جریان یابد، همانطور که در شکل نشان داده شده است، میدان مغناطیسی القائی در مرکز O به‌دست می‌آید: $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\alpha i}{r}$



(v) یک سیم افقی ثابت A حامل جریان I_1، سیم افقی دیگری B را پشتیبانی می‌کند که جریان I_2 را در هوا در فاصله r، زیر سیم A آویزان می‌کند، اگر جهت جریان در دو سیم یکسان باشد و وزن در واحد طول سیم □ برابر با نیروی جاذبه‌ای که در واحد طول سیم B عمل می‌کند، باشد، در این صورت

$$mg = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{r}$$

که در آن m جرم در واحد طول سیم B است. اگر سیم B بالای سیم ثابت A آویزان و در فاصله r باشد، جریان در سیم باید در جهت مخالف باشد. اینجا هم $mg = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{r}$



(vi) بار الکتریکی در حال حرکت، در فضای آزاد هم میدان الکتریکی و هم میدان مغناطیسی تولید می‌کند، در حالی که بار الکتریکی ساکن فقط میدان الکتریکی تولید می‌کند.

(vii) میدان مغناطیسی تولید شده در اثر جریان عبوری از یک هادی همیشه در صفحه‌ای عمود بر صفحه هادی است.

$(viii)$ میدان مغناطیسی القائی در تمام نقاطی که از هادی خطی فاصله دارند ثابت است.

(ix) قانون بیو-ساوار[۱] برای یک بار آزمایشی q_0 که با سرعت $\mathbf{v}$ در واحدهای SI حرکت

[۱] Biot-Savart

می‌کند.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q_0 \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^2}$$

(x) سرعت و انرژی جنبشی ذره باردار که عمود بر میدان مغناطیسی حرکت می‌کند تغییر نمی‌کند زیرا نیرو همیشه بر سرعت عمود است اما تکانه ذره به‌دلیل تغییر جهت حرکت در میدان مغناطیسی تغییر می‌کند.

(xi) نیروی مرکزگرا بر ذره باردار در میدان مغناطیسی که در همان زاویه θ با جهت میدان مغناطیسی حرکت می‌کند $qvB\sin\theta$ است. مستقل از جرم ذره است.

(xii) یک حلقه جریان حامل جریان I و بردار ناحیه $\mathbf{A}$ مانند یک دوقطبی مغناطیسی رفتار می‌کند که گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن برابر با،

$$\mathbf{P} + m = IA$$

$(xiii)$ به‌منظور افزایش دامنه ولت‌متر n برابر، مقاومت کل آن نیز باید n برابر افزایش یابد.

(xiv) برای کاهش محدوده یک ولت‌متر مقاومت G از V به V/n، باید یک شنت برابر با nG به‌موازات آن وصل شود.

(xv) اگر یک ذره باردار با بار q با سرعت v موازی با هادی حامل جریان مستقیم در فاصله r عمود بر آن حرکت کند، نیروی وارد بر ذره ناشی از میدان مغناطیسی برابر است با:

$$F = Bqv = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{2i}{r} qv$$

(xvi) سیم پیچ در یک گالوانومتر سیم‌پیچ متحرک در میدان مغناطیسی یکنواخت توسط فیبر برنز فسفر معلق است زیرا مدول کشسانی یانگ بالا و مقدار مدول صلبیت پایینی دارد. آن گالوانومتر را حساس می‌کند.

$(xvii)$ یک میدان مغناطیسی شعاعی در گالوانومتر سیم‌پیچ متحرک به‌سیم‌پیچ متصل می‌شود تا مقیاس گالوانومتر خطی شود.

۶.۵ مغناطیس شوندگی

۱. هنگامی که یک آهنربای میله‌ای در طول آن به دو قسمت مساوی بریده می‌شود، هر کدام دو آهنربا از نصف بزرگی قطب و نیمی از گشتاور دوقطبی بدست می‌آوریم.

۲. خطوط مغناطیسی نیرو بی‌پایان هستند، یعنی به طور مداوم در حلقه‌های بسته در داخل و خارج آهنربا میله حرکت می‌کنند.

۳. وقتی دوقطبی مغناطیسی با گشتاور M در میدان مغناطیسی با شدت B از موقعیت تعادل ناپایدار به‌موقعیت تعادل پایدار حرکت می‌کند، انرژی جنبشی به‌دست آمده توسط آن MB است.

۴. زاویه میل و انحراف از مکانی به‌مکان دیگر و همچنین از زمان به‌زمان تغییر می‌کند.

۵. مکان قطب‌های مغناطیسی زمین خیلی خیلی تدریجی تغییر می‌کند.

۶. خطوطی که به مکان‌های شیب ثابت می‌پیوندند خطوط ایزوکلینیک و خطوطی که به مکان‌های شیب صفر می‌پیوندند خطوط آکلینیک می‌گویند.

۷. میدان مغناطیسی با بارهای ثابت، یعنی بارها در حالت سکون، برهمکنش ندارد.

۸. واحد SI القای مغناطیسی تسلا و واحد CGS همان گاوس است.

۹. همه مواد دیامغناطیس را نشان می‌دهند. در مواد پارامغناطیس و فرومغناطیس، دیامغناطیس توسط گشتاور دوقطبی ذاتی بزرگ الکترون‌های در حال چرخش خنثی می‌شود.

۱۰. منشأ دیامغناطیس در حرکت مداری الکترون‌ها ردیابی می‌شود.

۱۱. منشأ پارامغناطیس و فرومغناطیس به‌دلیل گشتاور مغناطیسی ذاتی چرخش الکترون‌ها است.

۱۲. تشکیل حوزه‌ها مسئول افزایش مغناطیس مواد فرومغناطیسی است.

۱۳. برخی از روابط مهم در مغناطیس عبارتند از:

$$\mu = \frac{B}{H}; \qquad \chi_m = \frac{1}{H}, \qquad \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$B = \mu_0(H+1)\mu_r = (1+\chi_m)$$

$$I = \frac{\text{گشتاور مغناطیسی}}{\text{حجم}} = \frac{\text{شدت قطب}}{\text{سطح}}$$

۱۴. الکترومغناطیس‌ها از آهن نرم ساخته شده‌اند، زیرا قابلیت بازدارنگی[۲] زیاد و اجبار[۳] کم دارند.

[۲] Retentivity

[۳] Coercivity

۱۵. در یک گالوانومتر مماسی، صفحه سیم‌پیچ باید در نصف النهار مغناطیسی تنظیم شود.

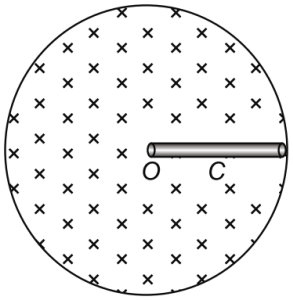
۱۶. در یک مغناطیس سنج ارتعاشی، خط مرجعی که آهنربای معلق در اطراف آن می‌لرزد باید در نصف النهار مغناطیسی باشد.

۱۷. نیروی بین دو دوقطبی مغناطیسی در موقعیت انتهایی است
$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{6M_1M_2}{r^4}$$

۷.۵ القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب

روابط مختلف نیروی محرکه القائی

(i) هنگامی که یک میله رسانا به طول L در میدان مغناطیسی عمودی با بزرگی B می‌چرخد، نیروی محرکه القایی ایجاد می‌شود.



$$e = -\frac{1}{2}B\omega L^2 = -\frac{1}{2}B(2\pi n)L^2$$
$$e = -Bn(\pi L^2) = -BnA;$$

که در آن ω فرکانس زاویه ای و n فرکانس میله $A = \pi L^2$ است

(ii) هنگامی که یک دیسک جامد رسانا به شعاع r با سرعت زاویه ای یکنواخت ω در میدان مغناطیسی عمود بر B در حال چرخش است، نیروی محرکه القا شده بین مرکز و لبه دیسک برابر است با:
$$e = -\frac{1}{2}B\omega r^2 = -BnA$$
اگر چرخش خلاف جهت عقربه‌های ساعت باشد، بار منفی در لبه و بار مثبت در مرکز جمع می‌شود.

(iii) هنگامی که یک میله رسانا به طول l با سرعت v در میدان مغناطیسی یکنواخت B حرکت می‌کند، emf القایی $e = Blv\sin\theta$ است.

که در آن θ زاویه‌ای است که میله با جهت میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.

(iv) هنگامی که یک سیم‌پیچ به‌صورت خطی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حرکت می‌کند، اما به‌طور کامل در میدان باقی می‌ماند، $d\phi = 0$، در نتیجه $e = 0$. با این حال، زمانی که سیم‌پیچ به‌طور جزئی وارد میدان می‌شود یا به

طور جزئی از میدان خارج می‌شود، شار مرتبط با سیم‌پیچ تغییر می‌کند و نیروی محرکه القائی $e = Blv$ بدست می‌یابد.

۸.۵ جریان گردابی

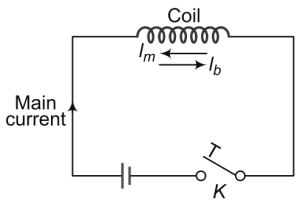
جریان‌های گردابی [۴] جریان‌هایی هستند که در بدنه هادی ایجاد می‌شوند که مقدار شار مغناطیسی با تغییر هادی مربوط است. به‌این جریان‌ها «جریان فوکو[۵]» نیز می‌گویند.
مقدار جریان‌های گردابی با $i = -e/R = d\phi/dt/R$ داده می‌شود.
که در آن R مقاومت هادی است.
جهت جریان‌های گردابی با قانون لنز یا قانون دست راست فلمینگ مشخص می‌شود.

۹.۵ کاربردهای جریان گردابی

(i) میرایی الکترومغناطیسی، کوره القایی، ترمزهای الکترومغناطیسی، موتور القایی، سرعت سنج‌ها و در دیاترمی، یعنی عملیات حرارتی عمیق قسمت‌هایی از بدن انسان.

(ii) برخی از اثرات نامطلوب جریان‌های گردابی این است که آنها با حرکت نسبی مخالفت می‌کنند، شامل اتلاف انرژی به‌شکل گرما و کاهش عمر دستگاه‌های الکتریکی می‌شوند. برای به‌حداقل رساندن جریان‌های گردابی، از هسته‌های چند لایه استفاده می‌کنیم.

۱۰.۵ خودالقائی



این ویژگی یک سیم‌پیچ است که به‌موجب آن سیم‌پیچ با هر گونه تغییر در شدت جریانی که از آن عبور می‌کند با القای به صورت نیروی محرکه الکتریکی در خود مخالفت می‌کند.
هنگامی که یک جریان I از طریق یک سیم‌پیچ N دور عبور می‌کند، شار مغناطیسی که با سیم‌پیچ پیوند می‌خورد برابر $\phi = NLI$ است.
که در آن L ضریب خود القایی یا خود القایی سیم‌پیچ است. با مشتق گرفتن خواهیم

[۴] Eddy Current
[۵] Foucault currents

داشت:

$$\frac{d\phi}{dt} = NL\frac{dI}{dt} = -e$$

اگر $NdI/dt = 1$؛ $L = -e$ خواهد بود. بنابراین، زمانی که نرخ تغییر جریان از طریق سیم‌پیچ واحد است، خود القایی یک سیم‌پیچ برابر با emf القا شده درسیم‌پیچ است. مقدار L بستگی به‌هندسه سیم‌پیچ دارد و با رابطه زیر داده می‌شود

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

که در آن l طول سیم‌پیچ (سلونوئید)، N تعداد کل پیچ‌های و A سطح مقطع سلونوئید است.

- نفوذپذیری مواد هسته در داخل سیم‌پیچ بر خود القایی آن تأثیر می‌گذارد. واحد SI از L هانری است. ضریب خود القایی یک سیم‌پیچ یک هانری گفته می‌شود، وقتی که تغییر جریان با نرخ $1A/s$ در سیم‌پیچ باعث القای emf یک ولت در سیم‌پیچ شود.

- ابعاد ضریب خود القایی $[ML^2T^{-2}A^{-2}]$ می‌باشد. فرمول‌های مختلف برای L بقرار زیر هستند:

  - الف برای یک حلقه سیم‌پیچ کوچک

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{NBA}{I}\left(\frac{\mu NI}{2r}\right) = \frac{\mu N^2(\pi r^2)}{2r}$$

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 \pi r}{2}$$

  - ب برای یک سلونوئید

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{l}$$

  - ج هنگامی که دو سیم‌پیچ به‌صورت سری به‌هم متصل شوند و جریان در هر دو در یک جهت باشد؛

$$L = L_1 + L_2 + 2M$$

هنگامی که جریان در دوسیم‌پیچ در جهت مخالف عبور یابند؛

$$L = L_1 + L_2 - 2M$$

اگر $M = 0$ بگیریم، در این صورت؛

$$L = L_1 + L_2$$

– د وقتی دو سیم‌پیچ به‌صورت موازی به‌هم وصل شوند، در این صورت

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1 + M} + \frac{1}{L_2 + M}$$

$$L = \frac{L_1 L_2 + M^2 + M(L_1 + L2)}{L_1 + L_2 + 2M}$$

اگر $M = 0$ باشد

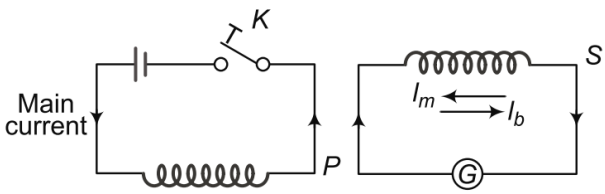
$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

– ه ضریب خودالقائی یک تروئید (حلقوی) برابر است با

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$$

۱۱.۵ القای متقابل

این ویژگی دو سیم‌پیچ است که به موجب آن هرسیم‌پیچ با ایجاد یک نیروی محرکه القایی (شکل زیر) با هرگونه تغییر در شدت جریانی که از دیگری عبور می۴کند، مخالفت می‌کند. اگر ϕ مقدار شار (فلوی) مغناطیسی متصل به‌یک سیم‌پیچ باشد، وقتی جریان I از سیم‌پیچ دیگر عبور می‌کند، $\phi = MI$، که در آن M ضریب القای متقابل دو سیم‌پیچ است.



$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(MI) = -M\frac{dI}{dt}$$

اگر $\frac{dI}{dt} = 1$ باشد، در این صورت $e = -M \times 1$ یا $M = -e$.
بنابراین، ضریب القای متقابل دو سیم‌پیچ برابر با نیروی محرکه القا شده در یک سیم‌پیچ است، زمانی که نرخ تغییر جریان از طریق سیم‌پیچ دیگر واحد باشد. واحد SI M، هانری است. ضریب القایی متقابل دو سیم‌پیچ به یک هانری گفته می‌شود، زمانی که تغییر جریان با نرخ $1\ A/s$ در یک سیم‌پیچ باعث القای نیروی محرکه یک ولت در سیم‌پیچ دیگر می‌شود. مقدار M به هندسه دو سیم‌پیچ، فاصله بین دو سیم‌پیچ، قرارگیری نسبی دو سیم‌پیچ و غیره بستگی دارد.

- ضریب القایی متقابل دو سلونوئید هم محور بلند، هر کدام به طول l، سطح مقطع A، که بر روی هسته هوا تشکیل شده خواهد بود:
$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l}$$
که در آن N_1 و N_2 تعداد دور دو سیم‌پیچ است.

- اگر دو سیم‌پیچ(سلونوئید) سطح مقطع متفاوتی داشته باشند، A به عنوان سطح مقطع سلونوئید داخلی در نظر گرفته می‌شود.

- برای دو سیم‌پیچ(کویل) تزویجی
$$M = K\sqrt{L_1 L_2}$$

- که در آن K ضریب تزویج (کوپلاژ) بین دو سیم‌پیچ است.

- هنگامی که سیم‌پیچ‌ها محکم تزویج می‌شوند، به‌طوری که شار مغناطیسی تولید شده در اولیه به‌طور کامل با ثانویه پیوند و مرتبط است، $K = 1$ و M حداکثر است.

- هنگامی که دو سیم‌پیچ کنار یکدیگر هستند، $K < 1$. بنابراین، M کاهش می‌یابد. هنگامی که دو سیم‌پیچ پیوند کمی دارند، K بیشتر کاهش می‌یابد، تا رای سیم‌پیچ‌های بدون تزویجی $K = 0$ خواهد بود. در واقع تعریف K
$$K = \frac{\text{شار مغناطیسی با سیم پیچ ثانویه پیوند میخورد}}{\text{شار مغناطیسی با سیم پیچ اولیه پیوند میخورد}}$$

۱۲.۵ جریان‌های گذرا

جریان‌های الکتریکی که برای مدت زمان محدودی تغییر می‌کنند، در حالی که از صفر به مقدار حداکثر رشد می‌کنند یا از مقدار حداکثر به مقدار صفر می‌افتند، «جریان‌های گذرا» نامیده می‌شوند. معادله هلم‌هولتز برای رشد و کاهش جریان در مدار $R - L$ بقرار زیر می‌باشد
$$I = I_0(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad \text{و} \quad I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$
در اینجا
$$\frac{R}{L} = \tau = \text{ثابت زمانی مدار}$$
شارژ و تخلیه کندانسور از طریق مقاومت R توسط معادلات کنترل می‌شود
$$q = q_0(1 - e^{-t/RC}) \quad \text{و} \quad q = q_0 e^{-t/RC}$$
$$RC = \tau = \text{ثابت زمانی مدار}$$

۱۳.۵ جریان‌های متناوب

جریان الکتریکی که به طور پیوسته در شدت و به‌طور متناوب در جهت قطب‌های مثبت و منفی تغییر می‌کند. می‌توان آن را با یک منحنی سینوسی یا یک منحنی کسینوس نشان داد، به عنوان مثال،

$$I = I_0 \sin \omega t \quad \text{یا} \quad I = I_0 \cos \omega t$$

در اینجا، I_0 مقدار پیک(اوج) دامنه جریان AC بوده و I مقدار لحظه‌ای جریان متناوب نامیده می‌شود. در اینجا $\omega = 2\pi/T = 2\pi n$، T زمان تناوب و n فرکانس AC است. نیروی محرکه الکتریکی متناوب را می‌توان به طور مشابه مانند زیر نشان داد

$$E = E_0 \sin \omega t \quad \text{یا} \quad E = E_0 \cos \omega t$$

- **میانگین یا مقدار متوسط** جریان متناوب در هر نیم سیکل، مقدار جریان ثابتی (یعنی DC) است که همان مقدار شارژ را در یک مدار در زمان نیم سیکل (یعنی $T/2$) ارسال می‌کند که توسط AC در همان زمان از طریق همان مدار ارسال می‌شود. بنابراین

$$(I_m \text{ یا } I_{av})_{0\to T/2} = \frac{2}{\pi} I_0 = 0.637 I_0$$

و

$$(I_m \text{ یا } I_{av})_{T/2\to T} = \frac{-2}{\pi} I_0 = -0.637 I_0$$

در یک سیکل کامل $(0 \to T)$، I_{av} یا I_m برابر صفر است.

- به طور مشابه، برای نیروی محرکه متناوب، می‌توانیم مقدار میانگین را به صورت زیر بنویسیم

$$(E_m \text{ یا } E_{av})_{0\to T/2} = \frac{2}{\pi} E_0 = 0.637 E_0$$

و

$$(E_m \text{ یا } E_{av})_{T/2\to T} = \frac{-2}{\pi} E_0 = -0.637 E_0$$

در یک سیکل کامل $(0 \to T)$، E_{av} یا E_m برابر صفر است.

- **مقدار موثر یا ریشه میانگین مربعات (rms)** مقدار جریان متناوب به‌عنوان مقدار جریان ثابت تعریف می‌شود که در یک مقاومت معین در یک زمان معین همان مقدار گرما ایجاد می‌کند، همانطور که توسط جریان‌های متناوب انجام می‌شود، وقتی از همان مقدار جریان عبور می‌کند. مقاومت برای همان زمان،

مقدار AC rms نیز "مقدار موثر یا ارزش مجازی AC" نامیده می‌شود. این توسط I_{rms}، I_{eff} نشان داده می‌شود. می‌توان آن را به صورت زیر نشان داد

$$I_{rms} = I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0.707 I_0$$

به‌همین نحو

$$E_{rms} = E_{eff} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = 0.707 E_0$$

تمام ابزارهای AC "مقادیر مجازی" AC را اندازه‌گیری می‌کنند. رفتار مقاومت اهمی R در مدار AC مانند مدار DC است. از طریق R، emf متناوب و جریان متناوب در یک فاز هستند.

۱۴.۵ راکتانس (X)

این مخالفی است که توسط یک سیم‌پیچ یا یک کندانسور یا هر دو با جریان متناوب ارائه می شود. راکتانس به دلیل اثرات القایی ایجاد می شود. ولتاژ متناوب و جریان متناوب از طریق راکتانس در یک فاز باقی نمی مانند. دو نوع راکتانس وجود دارد:

(i) راکتانس القائی

(ii) راکتانس خازنی

- **راکتانس القائی** (X_L) مقاومتی است که توسط یک سلف ارائه و با رابطه زیر داده می‌شود

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L$$

از طریق یک سلف خالص، جریان متناوب با زاویه فاز 90 درجه از ولتاژ متناوب عقب می‌افتد.

- **راکتانس خازنی** (X_C) مقاومتی است که توسط یک خازن ارائه و با رابطه زیر داده می‌شود

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

از طریق یک خازن خالص، جریان متناوب ولتاژ متناوب را با زاویه فاز 90 درجه جلو می‌اندازد. X_L و X_C هر دو بر حسب اهم اندازه‌گیری می‌شوند.

- مداری که در آن اندوکتانس L، خازن C و مقاومت R به‌صورت سری به‌هم متصل شده و مدار "حداکثر جریان" را می‌پذیرد، "مدار تشدید سری" نامیده می‌شود.

شرط لازم برای تشدید $X_C = X_L$ است که می‌دهد

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

یعنی فرکانس AC تغذیه مدار برابر با فرکانس طبیعی نوسانات انرژی در مدار می‌شود. تحت این شرایط

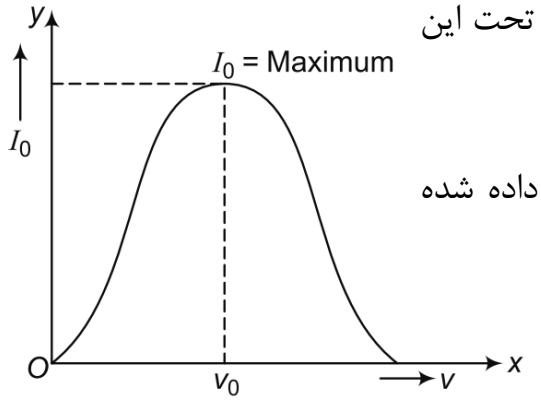
$$Z = R, I_0 = \frac{E_0}{Z} = \frac{E_0}{R}$$

تغییر Z با فرکانس در شکل زیر نشان داده شده است. در حالت تشدید

$$Z = R = \text{کمینه}$$

$$I_0 = \frac{E_0}{R} = \text{بیشینه}$$

این در شکل زیر نشان داده شده است.

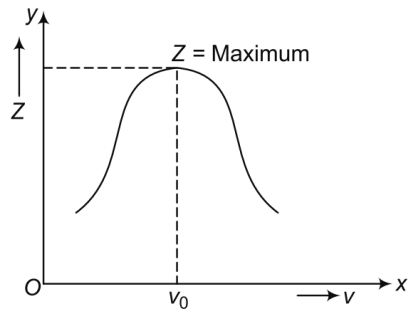


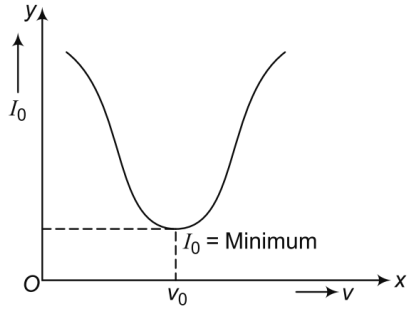
- مدار رزونانس سری به‌عنوان مدار پذیرنده در دستگاه‌های گیرنده رادیو و تلویزیون استفاده می‌شود. وضوح تنظیم در رزونانس با ضریب Q یا ضریب کیفیت مدار اندازه‌گیری و آن با رابطه زیر داده می‌شود

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

هرچه مقدار ضریب Qبالاتر باشد، تشدید واضح‌تر است، یعنی افت جریان از حداکثر مقدار (I_0) با تغییر جزئی فرکانس از مقدار رزونانس، سریعتر است.

- برعکس، مدار رزونانس موازی "مدار حذف کننده" است. در رزونانس، $X_L = X_C$ و Z حداکثر و از اینرو I_0 حداقل است. این در شکل‌ها زیر نشان داده شده است.





۱۵.۵ توان در مدارهای AC

آن حاصل ضرب ولتاژ متناوب و جریان متناوب است که با وات اندازه‌گیری می‌شود. ممکن است سه نوع قدرت (توان) را تعریف کنیم.

۱. قدرت لحظه‌ای
۲. قدرت متوسط
۳. قدرت ظاهری

قدرت لحظه‌ای

این قدرت در مدار در هر لحظه از زمان تعریف می‌شود و برابر است با حاصل ضرب مقادیر ولتاژ متناوب و جریان متناوب در آن زمان.

$$\begin{aligned} P_{in} &= EI = (E_0 \sin \omega t)(I_0 \sin \omega t) && \text{مدار غیر راکتانسی} \\ &= (E_0 \sin \omega t)[I_0 \sin(\omega t \pm \theta)] && \text{مدار راکتانسی} \end{aligned}$$

قدرت متوسط

این توان به‌طور میانگین در یک سیکل کامل AC است. به آن "قدرت واقعی" نیز می‌گویند.

در یک مدار غیر راکتانسی

$$P_{av} = E_{eff} I_{eff} = \frac{E_0 I_0}{2}$$

در یک مدار راکتانسی

$$P_{av} = E_{eff} I_{eff} \cos\theta = \frac{E_0 I_0}{2} \cos\theta$$

که در آن θ زاویه‌ای است که جریان متناوب از ولتاژ متناوب جلو می‌افتد یا از آن عقب می‌ماند. در یک سلف خالص، جریان متناوب با زاویه فاز 90 درجه از ولتاژ متناوب عقب می‌ماند.

قدرت ظاهری

حاصل ضرب ولتاژ ظاهری (E_{eff}) و جریان ظاهری (I_{eff}) در مدار است یعنی

$$P = E_{eff} I_{eff} = \frac{E_0 I_0}{2}$$

و آن برابر مقدار بیشینه توان میانگین است.

۱۶.۵ ضریب توان

ضریب توان مدار AC نسبت توان واقعی به توان ظاهری مدار است. برابر است با کسینوس زاویه فاز بین ولتاژ متناوب و جریان متناوب که برابر است با نسبت مقاومت به امپدانس مدار AC.

$$\begin{aligned} \text{ضریب توان} &= \frac{\text{توان واقعی}}{\text{توان ظاهری}} \\ &= \cos\theta = \frac{R}{Z} \end{aligned}$$

این یک کمیت بدون واحد و بدون بعد است که مقدار آن بین 0 و 1 قرار دارد.
برای مدارهای صرفا القایی یا صرفا خازنی، $\theta = 90^o$، در نتیجه ضریب توان برابر $\cos\theta = \cos 90^o = 0$ است.
برای مدارهای غیر رآکتانسی $\theta = 0^o$ در نتیجه ضریب توان برابر $\cos\theta = \cos 0^o = 1$ است.
در واقع، ضریب توان یک مدار AC اندازه‌گیری توان از دست رفته در مدار است. نسبت ضرایب توان دو مدار AC برابر است با

$$\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{R_1}{R_2} \times \frac{Z_2}{Z_1}$$

۱۷.۵ سیم‌پیچ القائی

این یکی از تجهیزات قدرتمند است که برای تولید ولتاژهای بالای 10^5 ولت از یک باتری چند سلولی استفاده می‌شود. مبتنی بر پدیده القای متقابل است.

(i) هنگامی که یک سیم‌پیچ حامل جریان به‌سمت یک سیم‌پیچ ثابت حرکت می‌کند، جهت جریان القا شده در سیم‌پیچ ثابت مخالف با سیم‌پیچ متحرک است.

(ii) هنگامی که یک سیم‌پیچ حامل جریان از یک سیم‌پیچ ثابت دور می‌شود، جهت جریان القا شده در سیم‌پیچ ثابت مانند سیم‌پیچ متحرک است.

(iii) هنگامی که شدت جریان در یک سیم‌پیچ افزایش می‌یابد، جریان القایی در سیم‌پیچ در جهت مخالف جریان اصلی است.

(iv) هنگامی که شدت جریان در یک سیم‌پیچ کاهش می‌یابد، جریان القایی در سیم‌پیچ در جهت جریان اصلی است.

(v) جهت نیروی محرکه القایی به موارد زیر بستگی دارد:
(الف) جهت شار مغناطیسی
(ب) نرخ تغییر شار مغناطیسی یعنی $\frac{d\phi}{dt}$ در حال افزایش یا کاهش است.

(vi) نیروی محرکه القائی در موارد زیر القا می‌شود.
(الف) هنگامی که یک قطار به‌صورت افقی در هر جهت حرکت می‌کند.
(ب) هنگامی که هواپیما به‌صورت افقی پرواز می‌کند.
(ج) هنگامی که یک هادی آزادانه در جهت شرق به غرب سقوط می‌کند.
(د) فرود یا برخاستن هواپیما با بالهای آن در جهت شرقی-غربی.
(ه) صفحه مدار یک ماهواره فلزی در هر زاویه‌ای به صفحه استوایی متمایل است.

(vii) نیروی محرکه القائی در موارد زیر القا نمی‌شود.
(الف) هنگامی که یک سیم‌پیچ و آهنربا حرکت می‌کنند، اما هیچ حرکت نسبی بین آن دو وجود ندارد.
(ب) هنگامی که هادی آزادانه در جهت $N-S$ سقوط می‌کند.
(ج) فرود یا برخاستن هواپیما با بالهای آن در جهت شمال به جنوب.
(د) هنگامی که صفحه مدار یک ماهواره فلزی با صفحه استوایی زمین منطبق است.

$(viii)$ ابعاد L/R، RC و $\sqrt{LC}$ ابعاد زمان هستند. معکوس آنها دارای ابعاد فرکانس است.

(ix) در حالت یکسو ساز نیم‌موج؛

$$I_{eff} = \frac{I_0}{2} \qquad \text{و} \qquad I_m = \frac{I_0}{\pi},$$

(x) در حالت یکسو ساز تمام‌موج؛

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \qquad \text{و} \qquad I_m = \frac{2I_0}{\pi},$$

۱۸.۵ مسائل حل شده

(مثال-۱:) دو سیم بسیار طولانی، مستقیم و موازی به‌ترتیب جریان ثابت I و $-I$ را حمل می‌کنند. فاصله بین سیم‌ها d است. در یک لحظه معین، یک بار نقطه‌ای q در نقطه‌ای با فاصله مساوی از دو سیم، در صفحه سیم‌ها قرار دارد. سرعت آنی آن v عمود بر صفحه سیم است. مقدار نیروی ناشی از میدان مغناطیسی وارد بر بار در این لحظه برابر است با:
(الف): $\frac{\mu_0 Iqv}{2\pi d}$ **(ب)**: $\frac{2\mu_0 Iqv}{\pi d}$ **(ج)**: $\frac{\mu_0 Iqv}{\pi d}$ **(د)**: صفر
(حل:) **(د)** هر دو $\mathbf{v}$ و $\mathbf{B}$ بر صفحه سیم‌های موازی عمود هستند

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \text{صفر}$$

(مثال-۲:) یک هادی به‌طول l عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت القایی B و عمود بر طول آن با سرعت یکنواخت v در حال حرکت است. در نتیجه، نیروی محرکه القائی $e = Blv$ بین انتهای آن القا می‌شود. تحت این شرایط الکترون‌های آزاد در هادی

(الف): رانش از انتهای پتانسیل بالاتر به انتهای پتانسیل پایین‌تر است.

(ب): رانش از انتهای پتانسیل پایین‌تر به انتهای پتانسیل بالاتر است.

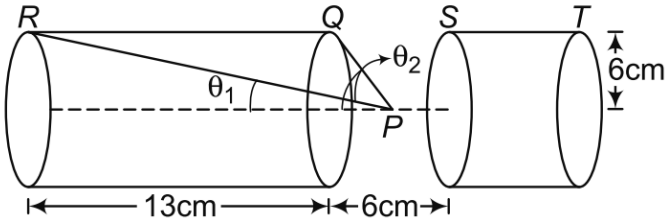
(ج): در طول آن رانش نمی‌کند، زیرا هیچ میدان الکتریکی در داخل هادی وجود ندارد.

(د): در طول آن رانش نمی‌کند، زیرا نیروی وارد بر هر الکترون ناشی از میدان الکتریکی با نیروی ایجاد شده بر روی آن توسط میدان مغناطیسی متعادل می‌شود.

(حل:) (الف)

$$F = qvB \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

(مثال-۳:) دو سیم‌پیچ کوتاه در شکل داده شده نشان داده شده است که به طور یکنواخت با 30 دور سیم در هر سانتی متر پیچیده شده‌اند. اگر اینها به‌صورت سری به‌هم متصل شوند، میدان مغناطیسی را در مرکز شکاف به دلیل جریان $1A$ از طریق ترکیب پیدا کنید.



(حل:) میدان مغناطیسی در P به‌صورت زیر داده شده است

$$B_1 = \frac{1}{2}\mu_0 nI(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

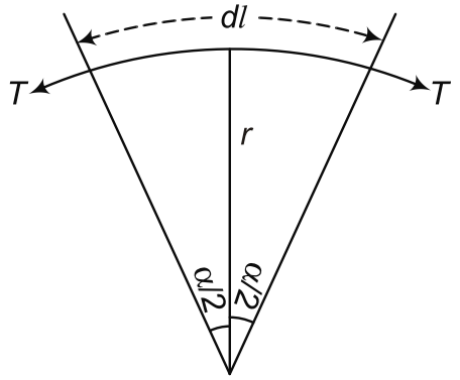
میدان در جهت در امتداد محور تقارن است. میدان یکسان خواهد بود زیرا هر دو شیر برقی یکسان هستند، به صورت متقارن قرار گرفته اند و جریان برابری از آنها می گذرد.

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_2 = 2B_1 = \mu_0 nI(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \\ &= 4 \times 3.14 \times 10^{-7} \times 3000 \times 1 \times \left[\frac{16}{\sqrt{16^2+6^2}} - \frac{3}{\sqrt{3^2+6^2}}\right] \\ &= 1.84 \times 10^{-3} Wb/m^2 \end{aligned}$$

(مثال-۴:) حلقه‌ای از سیم رسانای انعطاف پذیر به‌طول 0.5 متر در میدان مغناطیسی 1.0 تسلا عمود بر صفحه حلقه قرار دارد. نشان دهید که وقتی جریانی از حلقه عبور می‌کند، به‌صورت دایره‌ای باز می‌شود. همچنین اگر جریان 1.57 آمپر باشد، کشش

ایجاد شده در سیم را محاسبه کنید.

(حل:) وضعیت در شکل نشان داده شده است. نیرو بر هر عنصر برابر $iBdl$ است. این عمود بر عنصر است. بنابراین حلقه به‌صورت دایره‌ای باز می‌شود. اکنون



$$2T\sin\frac{\alpha}{2} = iBdl$$

یا

$$T\alpha = iBdl \qquad \left[\sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}\right]$$

یا

$$\begin{aligned} T &= \frac{iBdl}{\alpha} = iBr = \frac{ibl}{2\pi}; \qquad \left[\frac{dl}{r} = \alpha\right] \\ &= \frac{1.57 \times 1.0 \times 0.5}{2 \times 3.14} = 0.125N \end{aligned}$$

(مثال-۵:) یک سیم ایزوله نازک یک مارپیچ صفحه‌ای را تشکیل می‌دهد که از تعداد زیادی N دور سیم‌پیچ‌های نزدیک بهم بسته شده است و جریان مستقیم I در آن جریان دارد. شعاع حلقه‌های داخلی و خارجی به‌ترتیب a و b هستند. القای مغناطیسی B را در مرکز مارپیچ (نقطه O) و گشتاور مغناطیسی مارپیچ را برای جریان داده شده پیدا کنید.

(حل:) بر اساس قانون بیو و ساوار[۶]، القای مغناطیسی ناشی از حلقه سیم حامل جریان دایره‌ای در مرکز آن با رابطه زیر داده می‌شود

$$B_r = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

مارپیچ صفحه‌ای از حلقه‌های مدور متحدالمرکز با شعاع‌های از a تا b تشکیل شده است. بنابراین، القای مغناطیسی کل در مرکز خواهد بود:

$$B_0 = \int \frac{\mu_0 I}{2r} dN$$

که در آن $(\mu_0 I)/2r$ سهم یک دور شعاع r و dN تعداد چرخش در بازه $(r, r+dr)$ است.

$$dN = \left(\frac{N}{b-a}\right) dr$$

$$B_0 = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2r} \frac{N}{b-a} dr$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 I N}{2(b-a)} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I N}{2(b-a)} \ln\frac{b}{a}$$

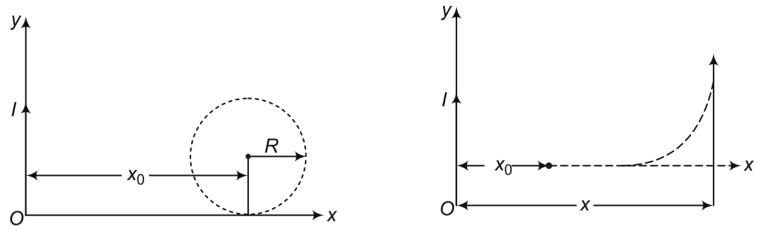
[۶] Biot Savart

گشتاور مغناطیسی یک دور سیم با شعاع r برابر $P' = I\pi r^2$ و تمام پیچ‌ها برابر است با:

$$P = \int P' dN = \int_a^b I\pi r^2 \frac{N}{b-a} dr = \frac{I\pi N(b^3 - a^3)}{3(b-a)^3}$$

(مثال-۶:) یک بار نقطه ای مثبت q به جرم m، که در فاصله x_0 (در همان صفحه) از یک جریان مستقیم بسیار طولانی ثابت نگه داشته می شود، به طور معمول با سرعت v از آن دور می‌شود. حداکثر فاصله بین سیم و ذره را بیابید.

(حل:) از آنجایی که میدان مغناطیسی یکنواخت نیست، ذره مسیر دایره ای را دنبال نمی کند اما سرعت (□) ذره ثابت است.



در اینجا میدان مغناطیسی تنظیم شده توسط جریان مستقیم در امتداد محور □ منفی است، سرعت اولیه ذره در امتداد محور □ و نیروی □ در صفحه □-□ است. نیرو در زمان □ پس از شروع از نقطه □ است

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

یا

$$\mathbf{F} = q\left[(v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}}) \times \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi x}(-\hat{\mathbf{k}})\right)\right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}(-v_y\hat{\mathbf{i}} + v_x\hat{\mathbf{j}}$$

بنابراین

$$F_x = \frac{-\mu_0}{2\pi}\frac{qlv_y}{x}; \qquad a_x = \frac{-\mu_0 qlv_y}{2\pi m x}$$

یا

$$\frac{v_x dv_x}{dx} = \frac{\mu_0 qIv_y}{2\pi m x} \qquad (i)$$

اما

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2$$

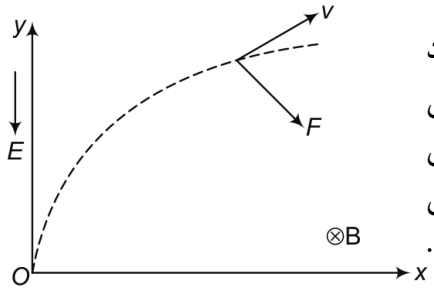
$$2v_x dv_x + 2v_y dv_y = 0 \quad \Longrightarrow \quad v_x dv_x = -v_y dv_y \qquad (ii)$$

از معادلات (i) و (ii)

$$\frac{2\pi m}{\mu_0 qI} dv_y = \frac{dx}{x}$$

$$\frac{2\pi m}{\mu_0 q I}\int_0^v dv_y = \int_{x_0}^{x}\frac{dx}{x} \quad \Longrightarrow \quad \frac{2\pi m}{\mu_0 q I}v = \ln\frac{x}{x_0}$$

$$x = x_0 e^{2\pi m v/\mu_0 q I}$$



(مثال-۷:) یک الکترون در ناحیه‌ای آزاد می‌شود که در آن هر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت $\mathbf{E}$ و $\mathbf{B}$ در امتداد محور منفی y، هنگامی که سرعت آن برای اولین بار بر میدان الکتریکی عمود است، وجود دارند. مسیر حرکت را پیدا کنید.

(حل:) در یک لحظه معین از زمان t سرعت الکترون برابر با v است. بنابراین نیروی لورنتس که بر الکترون وارد می‌شود:

$$\mathbf{F} = (-e)[\mathbf{E} + (\mathbf{v}\times\mathbf{B})]$$

$$\mathbf{F} = (-e)[-E\hat{\mathbf{j}} + (v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}}\times B(-\hat{\mathbf{k}})]$$

$$\mathbf{F} = eE\hat{\mathbf{j}} + eB(v_y\hat{\mathbf{i}} - v_x\hat{\mathbf{j}}) = eBv_y\hat{\mathbf{i}} + e(E - v_xB)\hat{\mathbf{j}}$$

$$F_x = eBv_y \quad \text{و} \quad F_y = (E - v_xB)$$

یا

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{eBv_y}{m} \quad \text{و} \quad \frac{dv_y}{dt} = \frac{e(E - v_xB)}{m}$$

اکنون داریم

$$\frac{d^2v_y}{dt^2} = \frac{eB}{m}\frac{dv_x}{dt} = \frac{-e^2B^2v_y}{m^2}$$

یا

$$\frac{d^2v_y}{dt^2} = \omega^2 v_y$$

که در آن $\omega = \frac{eB}{m}$ است.

معادله (ii) شبیه معادله حرکت هارمونیکی ساده است. از این رو حل کلی معادله (ii) خواهد بود:

$$v_y = a\sin\omega t \quad \text{در} \quad t = 0, v_y = v_x = 0 \qquad (iii)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = a\omega\cos\omega t \qquad (iv)$$

بنابراین در $t = 0$، $\frac{dv_y}{dt} = a\omega$. اما از معادله (i) دز لحظه $t = 0$، $\frac{dv_y}{dt} = \frac{eE}{m}$

$$a\omega = \frac{eE}{m} \quad \text{یا} \quad a = \frac{eE}{m\omega} = \frac{E}{B}$$

از این رو معادله (iii) تبدیل می‌شود

$$v_y = \frac{E}{B}\sin\omega t$$

زمانی که برای اولین بار$v_y = 0$ یا $\sin\omega t = 0$ باشد، مسیر الکترون بر محور y عمود خواهد بود.

$$\omega t = \pi \quad \text{یا} \quad t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi m}{eB}$$

همچنین،

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{E}{B}\sin\omega t \quad \text{یا} \quad \int_0^y dy = \frac{E}{B}\int_0^t \sin\omega t dt$$

یا

$$y = \frac{E}{B\omega}(1-\cos\omega t)$$

در $t = \frac{\pi}{\omega}$

$$y = \frac{E}{B\omega}(1-\cos\pi) \quad \text{یا} \quad y = \frac{2E}{B\omega} = \frac{2Em}{eB^2}$$

(مثال-۸:) سیمی به‌شکل سهمی $y = kx^2$ در میدان مغناطیسی یکنواخت B عمود بر صفحه xy قرار دارد. یک میله لغزان بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت a از راس سهمی انتقال داده می‌شود. emf القا شده در حلقه تشکیل شده را به‌صورت تابعی از مختصات y پیدا کنید.

(حل:) از آنجایی که بردار القای مغناطیسی $\mathbf{B}$ ثابت است و $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ و همچنین $(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$ هم سو با $\mathbf{I}$ است، emf القایی در یک قسمت دلخواه، بین دو انتهای سیم لغزان خواهد بود:

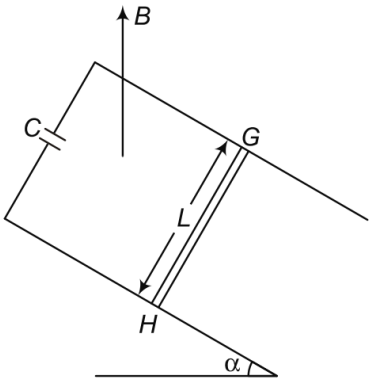
$$E = \left|\int (\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{dI}\right| = |(\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{I}|$$

یا

$$E = vB2x = \sqrt{2ay}\cdot B\cdot 2\sqrt{\frac{y}{k}}$$

$$E = By\sqrt{\frac{8a}{k}}$$

سوی emf القایی باید سوی $(\mathbf{v}\cdot\mathbf{B})$ در امتداد میله لغزان باشد. بنابراین، یک جریان القایی در جهت خلاف جهت عقربه‌های ساعت در حلقه در تمام لحظات زمان وجود



(مثال-۹:) در امتداد دو صفحه مسی صاف که با زاویه α نسبت به خط افقی قرار گرفته‌اند، به‌دلیل نیروی گرانش، میله مسی به‌جرم m می‌لغزد. دو انتهای بالایی صفحات توسط یک خازن با ظرفیت C خواهد داشت. به هم متصل می‌شوند. فاصله بین صفحات L است. کل سیستم در یک میدان مغناطیسی همگن با القایی $\mathbf{B}$ به طور عمودی به سمت بالا قرار می‌گیرد. خود القای حلقه ناچیز است. اگر ضریب اصطکاک بین صفحات و میله μ باشد، شتاب میله را بیابید.

(حل:) طبق قانون لنز، جریان عبوری از میله مسی از G به H هدایت می‌شود. اختلاف پتانسیل (V) در صفحات خازن برابر است با:

$$E = V = \frac{q}{C} \quad \text{یا} \quad q = CE$$

بنابراین، جریان القایی در حلقه برابر است با:

$$I = \frac{dq}{dt} = C\frac{dE}{dt}$$

اما تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه توسط حرکت میله ایجاد می‌شود. بنابراین،

$$E = \left|\frac{\mathbf{B}\cdot\mathbf{dS}}{dr}\right|$$

چون $\mathbf{B}$ ثابت است؛

$$E = B\cos\alpha\frac{dS}{dt} = B\cos\alpha L\frac{dx}{dt} = B\cos\alpha LV$$

$$\frac{dE}{dt} = BL\cos\alpha\frac{dV}{dt} = BL\cos\alpha a$$

بنابراین

$$I = C\frac{dE}{dt} = CB\cos\alpha a$$

نیروهای وارد بر میله برابر هستند با:

(i) وزن میله برابر $mg\sin\alpha$

(ii) نیروی آمپر برابر

$$F = I|\mathbf{L}\times\mathbf{B}| = IBL\cos\alpha$$

$$F = (CBLa)LB\cos^2\alpha = CL^2B^2a\cos^2\alpha$$

(iii) نیروی اصطکاک برابر

$$f_x = \mu mg\cos\alpha$$

از قانون دوم نیوتن، برای میله

$$mg\sin\alpha - CL^2B^2a\cos^2\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$$

یا

$$a = \frac{mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha}{CL^2B^2a\cos^2\alpha + m}$$

(مثال-۱۰:) یک حلقه ابررسانای صلب(محکم-سفت) مربعی با جرم m و ضلع a در یک صفحه افقی در یک میدان مغناطیسی غیر یکنواخت قرار دارد که با $B_x = -\alpha x$، $B_y = 0$، $B_z = \alpha z + B_0$ داده شده است. اندوکتانس حلقه L است. در لحظه اولیه مرکز حلقه با مبدأ O منطبق و اضلاع آن موازی با محور x و y است. جریان در حلقه صفر و آزاد می‌شود. پس از شروع حرکت چگونه حرکت خواهد کرد و کجا خواهد بود؟

(حل:) از آنجایی که مقاومت (R) برای ابررساناها صفر است، بنابراین، شار مغناطیسی پیوند با حلقه ابررسانا ثابت است.

$$|E| = IR = \frac{d\phi}{dt}$$

کل شار که حلقه را دربر می‌گیرد

$$\phi = \int \mathbf{B}\cdot\mathbf{ds} + LI = [-\alpha x\hat{\mathbf{i}} + (\alpha z + B_0)\hat{\mathbf{k}}]\cdot a^2\hat{\mathbf{k}} + LI = a^2(\alpha z + B_0) + LI$$

وقتی $z = 0, I = 0$ و ازاینرو $\phi = a^2B_0$

$$a^2B_0 = a^2(\alpha z + B_0) + LI \quad \Longrightarrow \quad I = -\frac{a^2\alpha z}{L}$$

نیروی حاصل بر حلقه برابر مجموع نیروهای وارد بر دو طرف حلقه موازی با محور y است.

نیروی آمپر خالص روی حلقه برابر $(a\alpha/2)Ia + (a\alpha/2)Ia = \alpha a^2 I$ که در امتداد محور z است. معادله حرکت حلقه خواهد بود

$$-mg + \alpha a^2 I = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

یا

$$-mg + \alpha a^2\left(\frac{-a^2\alpha z}{L}\right) = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

بنابراین

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -g - \frac{\alpha^2a^4z}{mL} = -\frac{\alpha^2a^4}{mL}\left(z + \frac{mgL}{\alpha^2a^4}\right)$$

این معادله حرکت نوسانی ساده است و بنابراین حلقه به موازات خودش بالا و پایین می‌رود.

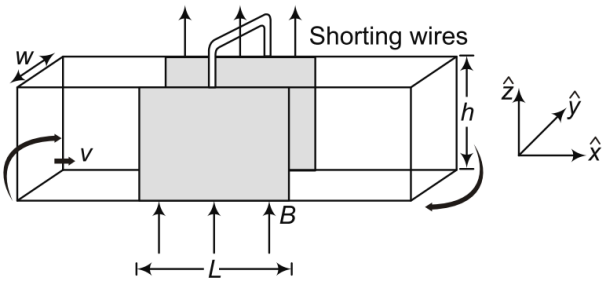
$$z = \frac{-mgL}{\alpha^2a^4} + A\cos(\omega t + \delta)$$

که در آن A و δ مقادیر ثابت و $\omega = \frac{\alpha a^2}{\sqrt{mL}}$ است. در $t = 0$، $z = 0$ و ازاینرو $0 = \frac{-mgL}{\alpha^2 a^4} + A\cos\delta$ همچنین در $t = 0$، $\left(\frac{dz}{dt}\right)_{t=0} = 0$، بنابراین

$$0 = -A\omega\sin\delta \quad \text{یا} \quad \delta = 0$$

$$A = \frac{mgL}{\alpha^2 a^4} \quad \text{و} \quad z = \frac{-mgL}{\alpha^2 a^4} + \frac{mgL}{\alpha^2 a^4}\cos\omega t = \frac{mgL}{\alpha^2 a^4}(\cos\omega t - 1)$$

(مثال-۱۱:) یک لوله پلاستیکی مستطیلی افقی با عرض w و ارتفاع h که روی خود بسته می‌شود، با جیوه با مقاومت ρ پر شده است. یک فشار بیش از حد p توسط توربین تولید می‌شود که این سیال را با سرعت ثابت v_0 به‌حرکت در می‌آورد. دو جداره عمودی مقابل یک قسمت از لوله با طول L از مس ساخته شده است. حرکت یک سیال واقعی بسیار پیچیده است.



برای ساده کردن وضعیت، موارد زیر را فرض می‌کنیم:
اگرچه سیال چسبناک است، اما سرعت آن در کل سطح مقطع یکنواخت است. سرعت سیال همیشه متناسب با نیروی خارجی خالص وارد بر آن است. سیال تراکم ناپذیر است. دیوارهای مسی از بیرون به صورت الکتریکی اتصال کوتاه می‌شوند و میدان مغناطیسی یکنواخت B به‌صورت عمودی به‌سمت بالا فقط در این بخش اعمال می‌شود. چیدمان، با بردارهای واحد $\hat{\mathrm{x}}, \hat{\mathrm{y}}, \hat{\mathrm{z}}$ برای استفاده حل مسئله، در شکل نشان داده شده است.

(الف) نیروی وارد بر سیال به‌دلیل میدان مغناطیسی (بر حسب L، B، h، w، ρ و سرعت جدید v) را پیدا کنید.

(ب) پس از اعمال میدان مغناطیسی، عبارتی برای سرعت جدید v سیال (بر حسب v_0، P، L، B، و ρ) بدست آورید.

(ج) یک عبارت برای توان اضافی که باید توسط توربین تامین شود تا سرعت را به مقدار اولیه v_0 برساند، استخراج کنید.

(د) اکنون میدان مغناطیسی خاموش شده و جیوه با آبی که با سرعت v_0 جریان دارد جایگزین می‌شود. یک موج الکترومغناطیسی با یک فرکانس در طول مقطع L در جهت جریان ارسال می‌شود. ضریب شکست آب n و $v_0 << c$. یک عبارت برای

کمک حرکت سیال به‌اختلاف فاز بین امواج ورودی و خروجی از بخش L بدست آورید.
(حل:) (الف) بخشی از جیوه را در نظر بگیرید که از کنار دیواره‌های مسی (طول L، ارتفاع h، عرض w) جریان دارد. هر الکترون آزاد را در این حجم در نظر بگیرید. سرعت الکترون $\mathbf{v}_x$ است، نیرویی که بر اثر میدان مغناطیسی خارجی وارد می‌شود، برابر است با

$$F_{ext} = -e(v_x \times B_z) = -evB_y$$

این نتیجه تجمع الکترون‌ها در انتهای است (همانطور که از صفحه کاغذ دیده می‌شود) و از اینرو یک emf حرکتی در سراسر حجم ایجاد می‌شود. اکنون کار روی الکترون در حرکت این فاصله انجام شده برابر است با

$$W = fw = evBw$$

این برابر eV است، که در آن V نیروی محرکه حرکتی تشکیل شده است. از اینرو

$$V = Bvw$$

اکنون مقاومت این حجم برابر $\frac{\rho \times w}{l \times h}$ است.
جریان در جیوه $= \frac{V}{r} = \frac{Bvwlh}{\rho w} = \frac{Bvlh}{\rho}$

این به وضوح در جهت $-y$ جریان دارد (زیرا قطب مثبت باتری همانطور که از بیرون صفحه دیده می‌شود نزدیکتر است). بنابراین نیرو برابر است با

$$\text{نیرو} = i \times (\bar{l} \times \bar{B}) = \frac{Bvlh}{\rho} \times Bw(-\hat{\mathbf{y}} \times \hat{\mathbf{z}}) = -B^2wvlh\rho\ \hat{\mathbf{x}}$$

(ب) فرض کنید v_0 سرعت اولیه سیال باشد. در این صورت نیروی اصلی

$$\text{نیروی اصلی} = P \times \text{سطح} = P \times h \times w = hwP$$

بنابراین

$$hwP = kv_0 \quad \Longrightarrow \quad k = \frac{hwP}{v_0}$$

اکنون نیروی خالص

$$= hwP - \left(\frac{B^2hwlv}{\rho}\right) = k \times v_{new}$$

لذا

$$v_{new} = \frac{v_0}{hwP} \times \left(hwP - hw\frac{B^2lv}{\rho}\right)$$

یا

$$v = v_0\left\{1 - \frac{B^2lv}{P\rho}\right\}$$

بنابراین

$$v = \frac{v_0}{\left\{1 + \frac{B^2 lv}{P\rho}\right\}}$$

و از حل آن v محاسبه می‌شود.
(ج) این بخش فرض می‌کند که توربین یک دستگاه فشار ثابت است. فرض کنید نیروی جدید مورد نیاز F باشد

$$F - \frac{B^2 lv}{\rho \times lhw} = kv_h wP$$

$$F = mwP\left\{1 - \frac{B^2 lv}{P\rho}\right\}$$

$$\text{توان اولیه} = hwPv_0\left\{1 + \frac{B^2 lv}{P\rho}\right\} - hwPv_0\left\{1 - \frac{B^2 lv}{P\rho}\right\} = hwPv_0\left[\frac{2B^2 lv}{P\rho}\right]$$

(د) فاصله زمانی بین دو موج را در فاصله‌ای برابر با طول موج در آب در نظر بگیرید. زمان صرف شده در قاب ثابت به آب برابر $\frac{\lambda}{c/n}$ است. زمان صرف شده در قاب ثابت نسبت به ژنراتور برابر λ/v' است، که در آن

$$v' = \frac{(c/n) + v_0}{1 + (c/n)(v_0/c^2)}$$

بنابراین زمان تاخیر برابر $\frac{n\lambda}{c} - \frac{n\lambda}{c}\left[\frac{1+(v_0/nc)}{1+(nv_0/c)}\right]$. با فرض $nv_0 << c$، زمان تاخیر

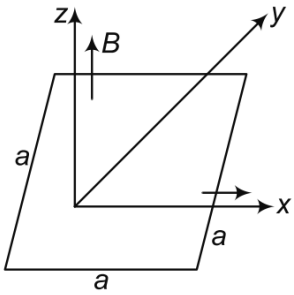
$$\text{تاخیر زمانی} = \frac{n\lambda}{c^2} v_0[n - (l/n)]$$

$$\text{تاخیر زمانی} = \text{تاخیر فاز}/w, \qquad w = \frac{2\pi c}{n\lambda}$$

بنابراین در طول l

$$\text{تاخیر فاز} = \frac{2\pi l}{\lambda(v_0/c)[n - (l/n)]}$$

(مثال-۱۲:) یک حلقه مربعی به‌ضلع $a = 12$ سانتی‌متر با اضلاع موازی با x هر محور با سرعت $v = 8$ سانتی متر بر ثانیه در جهت x مثبت در یک میدان مغناطیسی در امتداد جهت z مثبت حرکت می‌کند. میدان نه در فضا یکنواخت است و نه در زمان ثابت. دارای شیب $\partial B/\partial x = -10^{-3} Tcm^{-1}$ در امتداد جهت x و در زمان با نرخ $\partial B/\partial t = 10^{-3} Ts^{-1}$ است. اگر مقاومت آن $R = 4.5m\Omega$ باشد، جهت و مقدار جریان القایی در حلقه را تعیین کنید.



(حل:) چون B تابع x و t است، از اینرو داریم

$$E = -a^2 \frac{dB}{dt}$$

همجنین

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\partial B}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dt} = \frac{\partial B}{\partial x} v + \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$E = -a^2 \left(\frac{\partial B}{\partial x} v + \frac{\partial B}{\partial t} \right) = 0.1296 mV$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{0.1296 \times 10^{-3}}{4.5 \times 10^{-3}} = 0.0288\Omega$$

(مثال-۱۳:) یک استوانه فرومغناطیسی بلند با حجم V دارای 2 سیم‌پیچ (یکی روی دیگری) است. یک سیم‌پیچ شامل n_1 دور در واحد طول است، در حالی که سیم‌پیچ دیگر شامل n_2 پیچ است. اگر μ_1 و μ_2 به‌ترتیب نفوذپذیری مغناطیسی برای جریان‌های سیم‌پیچ 1 و 2 باشند، اندوکتانس‌های متقابل آنها را با نادیده گرفتن اثرات لبه‌ها پیدا کنید.

(حل:) اندوکتانس متقابل حلقه 2

$$L_{21} = \frac{\phi_2}{I_1}$$

اگر سیم‌پیچ 2 دارای پیچ‌های N_2 باشد، داریم

$$\phi_2 = N_2 B_1 S,$$

که در آن S سطح مقطع سیلندر است. با توجه به اینکه $N_2 = n_2 L$، که L طول سیلندر و $B = \mu_1 \mu_2 n_1 L_1$ است؛

$$\phi_2 = \mu_0 \mu_r n_1 n_2 V I_1 \qquad (\text{که در آن } V = LS)$$

ازاینرو

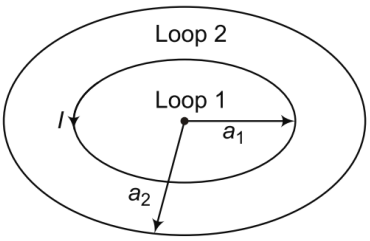
$$L_{21} = \mu_0 \mu_1 n_1 n_2 V$$

شبیه همین

$$L_{12} = \mu_0 \mu_2 n_1 n_2 V$$

از آنجایی که مقادیر μ_1 و μ_2 در L_{12} و L_{21} به طور کلی متفاوت است، مقدار L_{12} و L_{21} یکسان نیستند.

(مثال-۱۴:) شار مغناطیسی ϕ_2 را که توسط حلقه 2 در بر گرفته است را، اگر $a_1 << a_2$ باشد، پیدا کنید.

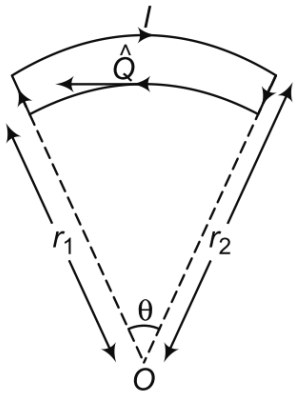


(حل:) شار مغناطیسی ϕ_1 از طریق حلقه 1، ایجاد شده توسط جریان I در حلقه 2، برابر است با شار مغناطیسی ϕ_2 تا 2 ایجاد شده توسط همان جریان I در حلقه 1. سپس شار مغناطیسی ϕ_1 ایجاد شده توسط این جریان از طریق حلقه 1 را می توان به راحتی پیدا کرد. مشروط بر اینکه $a_1 << a_2$.

$$\phi_1 = \phi_2 = BA$$

$$\phi_2 = \frac{\mu_0 I}{2a_1}\pi a_1^2$$

(مثال-۱۵:) میدان مغناطیسی B_0 را در مرکز کمان‌ها، O را تعیین کنید.



(حل:) طبق قانون بیو و ساوار

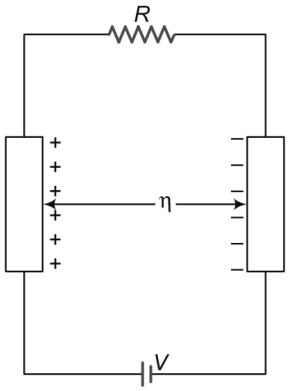
$$d\mathbf{B}_0 = \frac{I}{C}\frac{d\mathbf{L}\times\mathbf{r}}{r^3}$$

در امتداد کمان داریم

$$d\mathbf{L} = \pm dL\hat{\boldsymbol{\theta}} = \pm r d\theta\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

که در آن "+" مربوط به کمان شعاع r_1 و "−" مربوط به کمان شعاع r_2 است. ازاینرو

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_0 &= \oint d\mathbf{B}_0 = \frac{I}{C}\left[+\int_0^\theta \frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}\times(-\hat{\mathbf{r}})d\theta}{r_1} - \int_0^\theta \frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}\times(-\hat{\mathbf{r}})d\theta}{r_2}\right] \\ &= \frac{I}{C}\theta\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\hat{\mathbf{z}}\end{aligned}$$



(مثال-۱۶:) دو سیم بلند موازی با مقاومت ناچیز در یک سر به مقاومت □ و در سر دیگر به منبع ولتاژ DC متصل می‌شوند. فاصله بین محورهای سیم‌ها 20 برابر بیشتر از شعاع مقطع هر سیم است. در چه مقدار مقاومت R، نیروی برهمکنش بین سیم‌ها به‌صفر تبدیل می‌شود؟

(حل:) دو سیم یک خازن با ظرفیت خازن تشکیل می‌دهند،

$$C = \frac{\pi\epsilon_0 l}{\ln\frac{\eta r}{r}} = \frac{\pi\epsilon_0 l}{\ln\eta}$$

بار روی خازن برابر است با

$$q = CV = \frac{\pi\epsilon_0 l V}{\ln\eta} \qquad (i)$$

نیروی جذب خواهد بود،

$$F_1 = qE = q\left[\frac{q}{2\pi\epsilon_0 l\eta r}\right] \qquad (ii)$$

از قضیه گاوس داریم

$$E2\pi l\eta r = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad \Longrightarrow \qquad E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l\eta r}$$

جایگزینی مقدار q از معادله. (i) به معادله (ii)؛

$$F_1 = \frac{\left[\frac{\pi\epsilon_0 l V}{\ln\eta}\right]}{2\pi\epsilon_0 l\eta r} \qquad (iii)$$

عبور جریان در جهت مخالف در دو سیم خازن استوانه‌ای شکل است، نیروی دافعه خالص بین آنها برابر است با

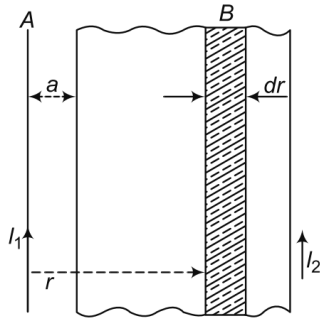
$$F_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2lI}{\eta r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2V^2}{R^2}\frac{1}{\eta r}$$

با مساوی قرار دادن این دو

$$R = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}\frac{\ln\eta}{\pi}}$$

با قرار دادن مقادیر داده شده در رابطه بالا

$$R = 0.36k\Omega$$



(مثال-۱۷:) دو هادی موازی بلند و نازک به شکل مقابل دارای جریان مستقیم I_1 و I_2 هستند. فاصله بین هادی‌ها a است، عرض هادی دست راست برابر با b است. با قرار گرفتن هر دو هادی در یک صفحه، نیروی برهمکنش مغناطیسی بین آنها را به یک واحد کاهش پیدا کنید.

(حل:) نوار dr از هادی B را در فاصله r در نظر بگیرید. میدان مغناطیسی تولید شده توسط هادی حامل جریان I_1 در فاصله r از آن.

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

(عمود بر عنصر نازک و جهت‌دار به‌سمت پایین) = نیروی dF، بر عنصر نازک عرض dr در واحد طول رسانای B، توسط

$$dF = BI_2' = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} I_2'$$

که در آن

I_2'= جریان در عنصر نازک

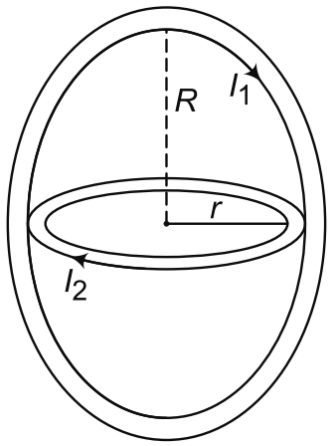
= جریان در واحد عرض در هادیB عرض عنصر= $\frac{I_2}{b} \times dr$

$$dF = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \times \left(\frac{I_2 dr}{b}\right)$$

کل نیروی وارد بر عنصر OB خواهد بود

$$\begin{aligned} F &= \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} \times \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} [\ln r]_a^{a+b} \\ &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} \ln\left(\frac{a+b}{b}\right) \end{aligned}$$

(مثال-۱۸:) یک سیم‌پیچ با شعاع R جریان i_1 را حمل می‌کند. یک سیم‌پیچ هم مرکز دیگر با شعاع r $(r << R)$ جریان i_2 را حمل می‌کند. صفحات دو سیم‌پیچ به‌صورت متقابل عمود هستند و هر دو سیم‌پیچ آزاد هستند تا حول قطر مشترک بچرخند. حداکثر انرژی جنبشی سیم‌پیچ کوچکتر را هنگامی که هر دو سیم‌پیچ آزاد می‌شوند، پیدا کنید، جرم سیم‌پیچ‌ها به‌ترتیب M و m هستند.



(حل:) شکل زیر را ببینید، می‌دانیم که وقتی یک دوقطبی مغناطیسی دارای گشتاور M از موقعیت تعادل در زاویه θ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B بچرخد، کار انجام شده روی آن برابر است با:

$$W = MB(1 - \cos\theta) \qquad (i)$$

در حال حاضر، القای مغناطیسی در مرکز به‌دلیل جریان در سیم‌پیچ بزرگتر خواهد بود:

$$B = \frac{\mu_0 i_1}{2R} \qquad (ii)$$

ممان دوقطبی مغناطیسی سیم‌پیچ کوچکتر

$$M = \pi r^2 i_2 \qquad (iii)$$

در ابتدا، صفحات دو سیم‌پیچ به‌طور متقابل عمود هستند، یعنی $\theta = 90$ درجه. از اینرو،

$$W = (\pi r^2 i_2)(\mu_0 i_1/2R)(1 - \cos 90^o)$$

کار انجام شده برابر با انرژی سیستم است، بنابراین،

$$U = \frac{\mu_0 \pi r^2 i_1 i_2}{2R} \qquad (iv)$$

هنگامی که سیستم آزاد می‌شود، دوقطبی شروع به‌چرخش می‌کند تا موقعیت تعادل را اشغال کند. انرژی ذخیره شده به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. انرژی جنبشی زمانی که انرژی ذخیره شده به‌طور کامل آزاد شود به‌حداکثر می‌رسد. در اینجا انرژی‌های جنبشی زمانی که سیم‌پیچ ها همسطح شدند حداکثر هستند. دو سیم‌پیچ فقط به‌دلیل تعامل متقابل آنها می‌چرخند و اگر یک سیم‌پیچ در جهت عقربه‌های ساعت بچرخد سیم‌پیچ دیگر در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد. اجازه دهید ω_1 و ω_2 سرعت زاویه‌ای سیم‌پیچ‌های بزرگ‌تر و کوچک‌تر وقتی که هم‌سطح می‌شوند باشند.
طبق قانون بقای تکانه زاویه‌ای

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \qquad (v)$$

و طبق قانون بقای انرژی

$$\frac{1}{2}I_1\omega_1 + \frac{1}{2}I_2\omega_2 = U \qquad (vi)$$

از معادلات (v) و (vi) خواهیم داشت

$$\frac{1}{2}I_1\left(\frac{I_2\omega_2}{I_1}\right)^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = U$$

$$\frac{1}{2}I_2\omega_2^2\left[\frac{I_2}{I_1} + 1\right] = U$$

یا

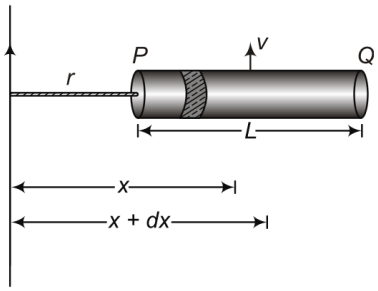
$$\frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \frac{UI_1}{I_1+I_2} \qquad (vii)$$

حداکثر انرژی جنبشی سیم‌پیچ کوچکتر با رابطه زیر داده می‌شود

$$\frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \left[\frac{\frac{1}{2}MR^2}{\frac{1}{2}MR^2+\frac{1}{2}mr^2}\right]$$

$$\frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \left(\frac{\mu_0\pi r^2 i_1 i_2}{2R}\right) = \frac{\mu_0\pi r^2 i_1 i_2 MR}{2(MR^2+mr^2)}$$

(مثال-۱۹:) میله PQ به‌طول L با سرعت یکنواخت v به موازات یک سیم بلند مستقیم حامل جریان i حرکت می‌کند و انتهای P در فاصله r از سیم باقی می‌ماند. emf القا شده در سراسر میله را محاسبه کنید.



(حل:) شکل میله PQ به‌طول L را نشان می‌دهد که با سرعت یکنواخت v به‌موازات یک سیم بلند مستقیم حامل جریان i حرکت می‌کند. در اینجا یک میدان مغناطیسی توسط سیم حامل جریان تولید می‌شود و میله در این میدان حرکت می‌کند. یک عنصر کوچک به طول dx میله را در فاصله x و $(x+dx)$ از سیم در نظر بگیرید. emf در دوسر عنصر القا شده برابر است با:

$$de = Bvdx \qquad (i)$$

می دانیم که میدان مغناطیسی B در فاصله x از سیمی که دارای جریان i است با استفاده از رابطه زیر داده می‌شود:

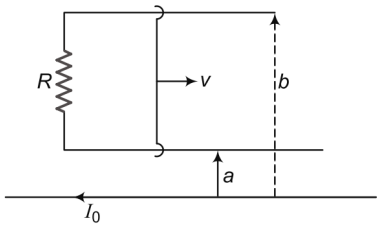
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{i}{x} \qquad (ii)$$

از معادلات (i) و (ii)

$$de = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{i}{x}vdx$$

نیروی محرکه القائی e در کل طول میله PQ خواهد بود

$$\begin{aligned} e &= \int_p^\theta \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{i}{x}vdx = \int_r^{r+L}\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{i}{x}vdx = \frac{\mu_0}{2\pi}iv\int_r^{r+L}\frac{dx}{x} \\ &= \frac{\mu_0 iv}{2\pi}\ln\left(\frac{r+L}{r}\right) \end{aligned}$$



(مثال-۲۰:) یک سیم بلند مستقیم جریان i_0 را حمل می‌کند. در فواصل a و b از آن دو سیم دیگر موازی با سیم قبلی وجود دارد که با مقاومت R به‌هم متصل می‌شوند. یک کانکتور بدون اصطکاک در طول سیم‌ها با سرعت ثابت v_0 می‌لغزد. با فرض مقاومت سیم‌ها، کانکتور، کنتاکت‌های کشویی و خود القایی قاب قابل اغماض باشد، پیدا کنید.

(الف) مقدار و جهت جریان القا شده در اتصال دهنده‌ها،

(ب) نیروی مورد نیاز برای ثابت نگه داشتن سرعت کانکتور.

(حل:) **(الف)** میدان مغناطیسی ناشی از هادی حامل جریان مستقیم خواهد بود

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{i_0}{r}$$

ولتاژ القاء شده $de = Bvdr$

کل ولتاژ القا شده را می‌توان با انتگرال‌گیری عبارت فوق بدست آورد. بنابراین

$$\begin{aligned} \int_0^e de &= \int_a^b \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{i_0}{r} \times vdr \\ &= \frac{\mu_0 i_0 v}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} \end{aligned}$$

$$e = \frac{\mu_0 i_0 v}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$i = \frac{e}{R} \frac{\mu_0 i_0 v}{2\pi R} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

(ب) نیروی لازم برای سرعت ثابت

$$F = i\bar{B}l$$

که در آن $\bar{B}$ میدان مغناطیسی میانگین است.

$$\bar{B} = \frac{\frac{\mu_0 i_0 v}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r}}{\int_a^b dr} = \frac{\mu_0 i_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi(b-a)}$$

$$F = \frac{\mu_0 i_0 v \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi R} \times \frac{\mu_0 i_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi(b-a)} \times (b-a) = \left[\frac{\mu_0 i_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi}\right] \frac{v}{R}$$

(مثال-۲۱:) P و Q دو صفحه رسانای نامتناهی (بی‌نهایت) هستند که به‌موازات یکدیگر نگهداری و با فاصله $2r$ از هم جدا می‌شوند. یک حلقه رسانا به شعاع r به‌صورت عمودی بین صفحات می‌افتد به‌طوری که صفحات همیشه مماس بر حلقه هستند. هر دو صفحه با مقاومت R به‌هم متصل هستند. میدان مغناطیسی یکنواختی با شدت B عمود بر صفحه حلقه وجود دارد. آرایش در شکل (i) نشان داده شده است. صفحه Q صاف و اصطکاک بین صفحه P و حلقه برای جلوگیری از لغزش کافی است. در $t = 0$، حلقه در حالت استراحت بود و از مقاومت صفحه‌ها و حلقه چشم پوشی می‌شود. پیدا کنید

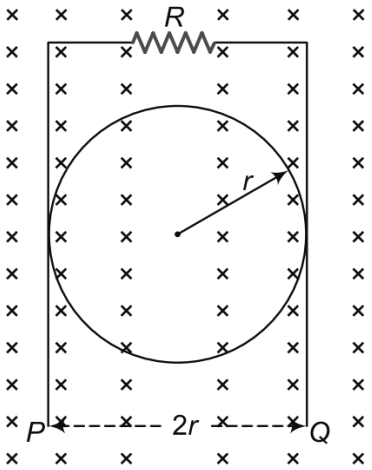


Fig. (i)

(الف) جریان عبوری از R به‌صورت تابعی از زمان.
(ب) سرعت انتهایی حلقه (g را ثابت فرض کنید).

(حل:) فرض کنید v سرعت CM حلقه در هر زمان t باشد. emf در دوسر قطر حلقه، برابر $e = 2Bvr$ است. جریان عبوری از مقاومت R برابر است با

$$i = 2Bvr/R \qquad (i)$$

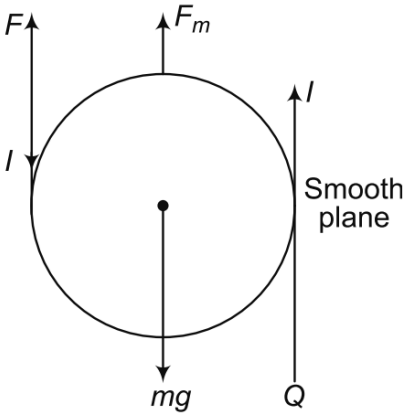


Fig. (ii)

نیروهای مختلف روی حلقه در شکل (ii) نشان داده شده است. برای حرکت چرخشی

$$fr = I\alpha$$

$$f = \frac{I\alpha}{r} = \frac{Ia}{r^2} \qquad (\alpha = a/r) \qquad (ii)$$

که در آن a شتاب مرکز جرم است. اکنون

$$F_m = BiL = \frac{4B^2r^2}{R}v \qquad (iii)$$

برای حرکت انتقالی

$$mg - f - F_m = ma$$

جایگزینی مقادیر f و F_m از معادلات (ii) و (iii) در معادله (iv)، خواهیم داشت:

$$mg - \frac{Ia}{r^2} - \frac{4B^2r^2}{R}v = ma \quad \text{یا} \quad mg - \frac{4B^2r^2}{R}v = ma + \frac{Ia}{r^2}$$

یا

$$mg - \frac{4B^2r^2}{R}v = a\left[m + \frac{I}{r^2}\right] \quad \text{یا} \quad \left(mg - \frac{4B^2r^2}{R}v\right) = \frac{dv}{dt}\left[m + \frac{I}{r^2}\right]$$

یا

$$\frac{dv}{\left(mg-\frac{4B^2r^2}{R}v\right)}\times\left[m+\frac{I}{r^2}\right]=dt \qquad (v)$$

برای حلقه $I=mr^2$

$$\frac{dv}{\left(mg-\frac{4B^2r^2}{R}v\right)}(2m)=dt$$

با انتگرال‌گیری از معادله (v) در محدوده مناسب، خواهیم داشت:

$$-\frac{mR}{2B^2r^2}\left|\ln\left(mg-\frac{4B^2r^2}{R}v\right)\right|_0^v=t \quad \text{یا} \quad v=\frac{mgR}{4B^2r^2}\left[1-e^{-\frac{2B^2r^2}{mR}t}\right] \qquad (vi)$$

از معادلات (i) و (vi)

$$i=\frac{2Bvr}{R}=\frac{mg}{2Br}\left[1-e^{-\frac{2B^2r^2}{mR}t}\right]$$

(مثال-۲۲:) یک حلقه هادی مستطیلی در صفحه عمودی $X-Z$ دارای طول L، عرض w، جرم M و مقاومت R است. از حالت استراحت به‌صورت طولی رها می‌شود. در $t=0$، پایین حلقه در ارتفاع h بالاتر از محور X افقی قرار دارد. یک میدان مغناطیسی یکنواخت B عمود بر صفحه $X-Z$، زیر محور X وجود دارد. پایین و بالای حلقه به ترتیب در $t=t_1$ و $t=t_2$ از این محور عبور می‌کنند. عبارت سرعت حلقه را برای زمان $t_1\leq t\leq t_2$ بدست آورید.

(حل:) برای $0\leq t\leq t_1$، سقوط آزاد وجود دارد.

$$v=gt$$

بنابراین

$$v_1=gt_1=\sqrt{2gh}$$

برای $t_1\leq t\leq t_2$، نیروی محرکه القائی در حلقه برابر است با:

$$e=-\frac{d\phi}{dt}=Bvw \qquad (w=\text{عرض})$$

بنابراین جریان لقائی برابر $\frac{Bvw}{R}$ در جهت عقربه‌های ساعت. ازاینرو نیروی مغناطیسی $F=wIB$

$$F=-\frac{B^2vw^2}{R} \qquad (\text{بسمت بالا})$$

$$\text{نیروی خالص}=mg-\frac{B^2vw^2}{R}$$

در این صورت،

$$m\frac{dv}{dt}=mg-\frac{B^2vw^2}{R}$$

یا

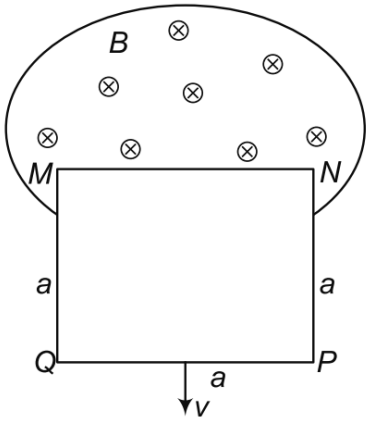
$$\int_{v_1}^{v} \frac{dv}{\left[g - \frac{B^2w^2v}{mR}\right]} = \int_{t_1}^{t}$$

با انتگرال‌گیری خواهیم داشت

$$\frac{mR}{B^2w^2}\left[\ln\left(g - \frac{B^2w^2v}{mR}\right)\right]_{v_1}^{v} = -(t - t_1)$$

یا

$$v = \frac{mRg}{B^2w^2} + \left[v_1 - \frac{mRg}{B^2w^2}\right] \times e^{-(t-t_1)B^2w^2/mR}$$



(مثال-۲۳:) در شکل داده شده $MNPQ$ که از میدان مغناطیسی می افتد دارای رسانایی σ و چگالی جرم ρ است. سرعت پایانی قاب را با فرض اینکه به اندازه کافی کوچک باشد را تعیین کنید تا قبل از خروج از ناحیه اشغال شده توسط میدان مغناطیسی به سرعت نهایی خود برسد.

(حل:) از آنجایی که MN بر میدان مغناطیسی و همچنین سرعت v عمود است، بنابراین، نیروی محرکه القایی توسعه یافته در امتداد MN به‌صورت

$$E = eBa\frac{v}{c} \qquad \text{(جهت از } M \text{ به } N\text{)}$$

نیروی محرکه القایی ناشی از کاهش شار است زیرا قاب منطقه اشغال شده توسط میدان مغناطیسی را ترک می‌کند. طبق قانون لنز، جهت جریان القایی در جهت عقربه‌های ساعت است. همه اینها منجر به‌نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه می‌شود که در دو طرف MQ و NP برابر و مخالف است، بنابراین یکدیگر را خنثی می‌کنند.

$$F = \frac{I}{c}Ba \qquad \text{(بسمت بالا)}$$

سرعت سقوط انتهایی ثابت زمانی به‌دست می‌آید که F بتواند نیروی گرانش روی حلقه را به‌طور کامل متعادل کند.

فرض کنید A سطح مقطع حلقه باشد. در این صورت جرم قاب خواهد بود:

$$m = 4aA\rho$$

و

$$R = 4\frac{1}{\sigma}\frac{a}{A}$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{eBv\sigma A}{4c}$$

بنابراین

$$F = \frac{I}{c}Ba = \frac{eB^2av\sigma A}{4c^2}$$

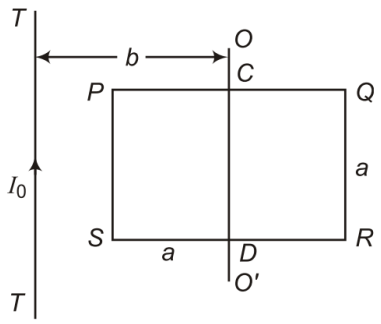
با مساوی قرار دادن F با mg خواهیم داشت

$$4aA\rho g = \frac{eB^2av\sigma A}{4c^2}$$

$$\Longrightarrow \qquad v = \frac{16c^2\rho g}{eB^2\sigma}$$

(سرعت مستقل از ابعاد قاب است).

(مثال-۲۴:) یک قاب سیم مربعی $PQRS$ و یک هادی بلند مستقیم TT' در یک صفحه قرار دارند. اندوکتانس قاب L و مقاومت آن R است. قاب تا 180 درجه حول محور OO' چرخیده و سپس متوقف شده است. مقدار بار الکتریکی که از قاب عبور کرده است را پیدا کنید.



(حل:) بر اساس قانون اهم و قانون القایی فارادی، جریان I در قاب در طول چرخش آن برابر است با :

$$IR = -\frac{d\phi}{dt} - L\frac{dI}{dt}$$

$$q = \int dI = -\frac{1}{R}\int d\phi + LdI = -\frac{1}{R}(\Delta\phi + L\Delta I)$$

چون قاب پس از چرخش متوقف می‌شود، بنابراین $\Delta I = 0$ است.

اجازه دهید $\hat{\mathbf{n}}$ عمود به‌قاب طوری انتخاب شود که در امتداد $\mathbf{B}$ در موقعیت نهایی هدایت شود. از اینرو، در موقعیت نهایی $\phi_1 > 0$ و در موقعیت اولیه $\phi_1 < 0$ (نرمال مخالف $\mathbf{B}$ است).

$$\Delta\phi = \phi_2 + \phi_1 = \int_{b-a}^{b+a} Badr$$

که در آن B تابع r است. سرانجام با حذف علامت منفی، خواهیم داشت

$$q = \frac{\Delta\phi}{R} = \frac{\mu_0 aI}{2\pi R}\ln\left(\frac{b+a}{b-a}\right)$$

(مثال-۲۵:) حلقه‌ای دایره‌ای از سیم مسی نازک در نقطه‌ای در میدان مغناطیسی زمین به شکلی امتداد قطر عمودی در حال چرخش است. چگالی شار مغناطیسی میدان مغناطیسی زمین در این نقطه $44.5\mu T$ است که در زاویه 64 درجه زیر افقی قرار دارد. با توجه به‌اینکه چگالی مس $8.90\times10^3 kg-m^{-3}$ و مقاومت آن $1.70\times10^{-8}\Omega m$

است، محاسبه کنید که چقدر طول می‌کشد تا سرعت زاویه‌ای حلقه نصف شود. این زمان بسیار بیشتر از زمان یک چرخش است.
{"اثرات اصطکاکی تکیه گاه ها و هوا ناچیز است، و برای اهداف این سوال، اثرات خود القایی را نادیده بگیرید، اگرچه اینها قابل چشم پوشی نیستند"}.
(حل:) معادل سازی انرژی انجام میدهیم. مولفه افقی میدان مغناطیسی B، القای نیروی محرکه در حلقه را ایجاد می‌کند.

$$B = 44.5 \times 10^{-6} \cos 64^o$$

شار مغناطیسی عبور از حلقه تحت زاویه θ

$$= B\pi a^2 \sin\theta$$

$$\text{لحظه‌ای}\ emf = \frac{d\phi}{dt} = B\pi a^2 \frac{d \sin\omega t}{dt}$$

که در آن ω سرعت زاویه‌ای است.

$$emf = B\pi a^2 \omega \cos\omega t = B\pi a^2 \omega \cos\theta$$

مقدار نیروی محرکه موثر ناشی از یک چرخش برابر $\frac{B\pi a^2\omega}{\sqrt{2}}$ است. ضمناً میانگین حرارت مقاومتی حلقه برابر $\frac{B^2\pi^2a^4\omega^2}{2R}$ است. انرژی چرخشی نیز برابر $\frac{1}{4}ma^2\omega^2$ میباشد که در آن m جرم حلقه است.
تغییر توان تولیدی برابر

$$= \frac{d}{dt}\left\{\frac{1}{4}ma^2\omega^2\right\} = \frac{1}{4}ma^2 2\omega\frac{d\omega}{dt}$$

با مساوی قرار دادن،

$$\frac{1}{2}ma^2\omega\frac{d\omega}{dt} = -B^2\pi^2a^4\frac{\omega^2}{2R}$$

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{B^2\pi^2a^2}{mR}dt$$

اگر T زمان برای سرعت زاویه‌ای باشد، خواهیم داشت

$$\int_{\omega}^{\omega/2}\frac{d\omega}{\omega} = -\int_0^T \frac{B^2\pi^2a^2}{mR}dt$$

$$\ln 2 = \frac{B^2\pi^2a^2T'}{mR}$$

اما $R = \frac{2\pi a\rho}{A}$ که در آن A سطح مقطع حلقه مسی است.

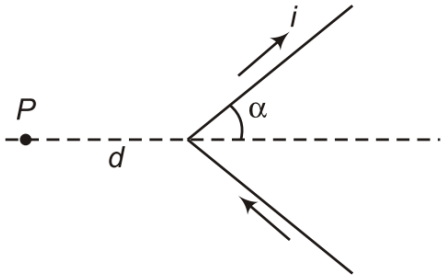
$$m = 2\pi adA \qquad (d = \text{چگالی})$$

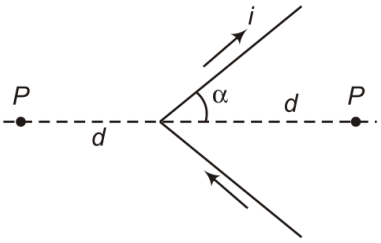
$$\ln 2 = \frac{B^2\pi^2a^2T'}{\frac{2\pi a\rho}{A}2\pi adA} = \frac{B^2T}{4\rho d}$$

$$T = \frac{4\rho d \ln 2}{B^2} = \frac{4 \times 1.70 \times 10^{-8} \times 8.90 \times 10^3 \times 0.6931}{44.5 \times 10^{-6} \times 0.4384)^2}$$

$$T = 1.102(2) \times 10^6 s = 305 \text{ ساعت} = 12 \text{ روز } 18 \text{ ساعت}$$

(مثال-۲۶:) یک مورد جالب توجه خاص سیم نازک بسیار طولانی است که جریان ثابت i را حمل می‌کند، از دو بخش مستطیلی ساخته شده و به شکل aV خم شده است، با نیم دهانه α زاویه‌ای (در سراسر این مسئله α بر حسب رادیان بیان می‌شود). بر اساس محاسبات آمپر، شدت B میدان مغناطیسی در یک نقطه معین P که روی محور V، خارج از آن و در فاصله d از راس آن قرار دارد، متناسب با $\tan(\alpha/2)$ است. کار آمپر بعداً در نظریه الکترومغناطیسی ماکسول تجسم یافت و در سطح جهانی پذیرفته شد.





با استفاده از دانش معاصر الکترومغناطیس،

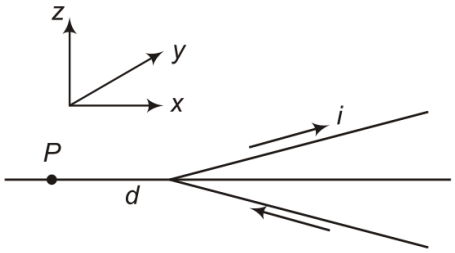
(الف) جهت میدان B را در P پیدا کنید.

(ب) با دانستن اینکه میدان با $\tan(\alpha/2)$ متناسب است، ضریب تناسب k را در $B(P) = k\tan(\alpha/2)$ پیدا کنید.

(ج) میدان B را در یک نقطه P متقارن به P نسبت به راس محاسبه کنید. یعنی در امتداد محور و همان فاصله d، اما در داخل V.

(د) برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی، یک سوزن مغناطیسی کوچک با ممان اینرسی I و گشتاور دوقطبی مغناطیسیμ در P قرار می‌دهیم، آن حول یک نقطه ثابت در صفحه حاوی جهت B در نوسان است.دوره نوسانات کوچک این سوزن را به صورت تابعی از B محاسبه کنید. در همان شرایط بیو و ساوار در بجای آنکه فرض کرده بودند که میدان مغناطیسی در P ممکن است $B(p) = \frac{i\mu_0\alpha}{\pi^2 d}$ باشد، که در آن μ_0 نفوذپذیری مغناطیسی خلاء است. در واقع آنها سعی کردند با آزمایشی بین دو تفسیر (آمپر و بیو ساوار) با اندازه گیری دوره نوسان سوزن مغناطیسی به‌صورت تابعی از دهانه V تصمیم بگیرند. با این حال، برای مقادیر α، تفاوت‌ها بسیار کوچک هستند که به‌راحتی قابل

اندازه‌گیری نیستند.
(ه) اگر به‌منظور تمایز تجربی بین دو پیش‌بینی برای دوره نوسان سوزن مغناطیسی T در P، به‌اختلاف حداقل 10% یعنی $T_1 > 1.10T_2$ نیاز داریم. (T_1 پیش‌بینی آمپر و T_2 پیش‌بینی بیو و ساوار است) بیان می‌کنند که در کدام محدوده، تقریباً، باید نیمه گستره V، α را انتخاب کنیم تا بتوانیم بین این دو تفسیر تصمیم بگیریم.
(حل:) **(الف)** سهم B با هر پایه V دارای جهت یک سیم بی‌نهایت متناظر است و بنابراین اگر جریان همانطور که با فلش نشان داده شده ادامه یابد، میدان مغناطیسی متعامد با صفحه سیم است که به‌عنوان صفحه $x-y$ در نظر گرفته شده است. اگر از یک قاب مرجع راست دست همانطور که در شکل نشان داده شده است استفاده کنیم، $B(P)$ در امتداد محور $+z$ است.



به دلایل تقارن، میدان کل دو برابر تولید شده توسط هر پایه است و همچنان جهت یکسانی دارد.
(ب) وقتی $\alpha = \pi/2$ V تبدیل به یک سیم بی نهایت مستقیم می‌شود. در این مورد، بزرگی میدان $B(P)$ شناخته شده است

$$B = \frac{i}{2\pi\epsilon_0 c^2 d} = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$

و چون $\tan(\pi/4) = 1$، ضریب k برابر $\frac{\mu_0 i}{2\pi d}$ است.

راه دیگر

معادله

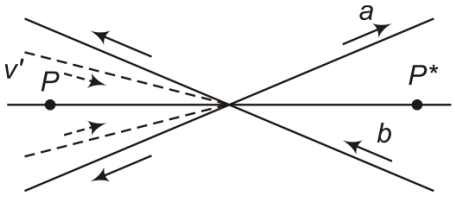
$$B = \frac{\mu_0 i(\cos\theta_1 - \cos\theta_2}{4\pi h}$$

برای طول محدودی از سیم که روی یک خط مستقیم در فاصله h از نقطه P قرار دارد و انتهای آن از P تحت زاویه θ_1 و θ_2 دیده می‌شود، می‌تواند متوجه شد که دو پایه V هر دو میدان $\frac{\mu_0 i}{4\pi}\left(\frac{1-\cos\alpha}{d\sin\alpha}\right)$ و بنابراین میدان کل برابر با

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1-\cos\alpha}{d\sin\alpha}\right) = \frac{i\mu_0}{2\pi d}\tan(\alpha/2)$$

را تولید می‌کنند. این راه حل کامل‌تری است زیرا وابستگی زاویه‌ای را نیز ثابت می‌کند، اما لازم نیست.

(ج) (i) برای محاسبه $B(P^*)$ می‌توانیم v را معادل دو سیم بی‌نهایت متقاطع (a و b در شکل زیر) بعلاوه‌ی v دیگر، متقارن با سیم اول، که در شکل v' نشان داده شده است، حامل همان جریان i، در جهت مخالف در نظر بگیریم.



در این صورت

$$B(P') = B_a(P') + B_b(P') + B_v(P')$$

مشارکت هریک عبارتند از

$$B_a(P') = B_b(P') = \frac{i\mu_0}{2\pi d \sin\alpha}$$

در امتداد محور مثبت z.

$$B_v(P) = \frac{i\mu_0}{2\pi d}\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

در امتدار محور مثبت z. بنابراین، خواهیم داشت

$$B(P') = \frac{i\mu_0}{2\pi d}\left[\frac{2}{\sin\alpha} - \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right] = k\left(\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}\right) = k\cot(\alpha/2)$$

و میدان در امتداد محور منفی z است. راه حل‌های زیر به‌همان اندازه قابل قبول هستند:

(ii) نقطه P در داخل یک V با h نیم دهانه α را می‌توان به‌گونه‌ای در نظر گرفت که گویی در قسمت بیرونی یک V با نیم دهانه $\pi - \alpha$ قرار دارد که جریانی یکسان اما در جهت مخالف دارد. بنابراین میدان برابر است با:

$$B(P') = k\tan\left(\frac{\pi-\alpha}{3}\right) = k\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = k\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right);$$

جهت هنوز هم جهت محور z است اما در امتداد منفی محور است زیرا جریان برعکس همانطور که قبلاً بحث شد جریان دارد.

(iii) اگر از رویه مشخص شده در **(ه)** (ii) پیروی کنیم، ممکن است با همان روش مقدار میدان را در P^* نیز پیدا کنیم.

(د) گشتاور مکانیکی M که روی سوزن مغناطیسی قرار گرفته در نقطه P عمل می‌کند با $M = \mu \times B$ (که در آن نماد $\times$ برای حاصل ضرب برداری استفاده می‌شود. اگر سوزن از موقعیت تعادل خود با زاویه β به اندازه کافی کوچک برای تقریب $\sin\beta$ جابجا

شود) داده می‌شود. با β، قضیه تکانه زاویه‌ای به‌دست می‌آید

$$M = -\mu B\beta = \frac{dL}{dt} = I\frac{d^2\beta}{dt^2}$$

جایی که علامت منفی وجود دارد زیرا تکانه مکانیکی همیشه مخالف جابجایی از تعادل است. بنابراین دوره T نوسانات کوچک با داده می‌شود

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\mu B}}$$

با این حال، نوشتن معادله دیفرانسیل مورد نیاز نیست. دانش‌آموز باید همان وضعیتی را که در یک نوسان ساز هارمونیک وجود دارد تشخیص دهد.

(ه) اگر محاسبات مبتنی بر تفسیر آمپر را با زیرنویس A و با زیرنویس BS محاسباتی را که بر اساس فرضیه دیگر بیو و ساوار هستند برچسب گذاری کنیم، خواهیم داشت.

$$B_A = \frac{i\mu_0}{2\pi d}\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right), \qquad B_{BS} = \frac{i\mu_0}{\pi^2 d}\alpha$$

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{2\pi I d}{\mu_0 \mu i \tan(\alpha/2)}}$$

$$T_{BS} = 2\pi\sqrt{\frac{\pi^2 I d}{\mu_0 \mu i \alpha}}, \qquad \frac{T_A}{T_{BS}} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi\tan(\alpha/2)}}$$

بازاء $\alpha = \frac{\pi}{2}$، (حداکثر مقدار ممکن) $T_A = T_{BS}$: و برای $\alpha \to 0$، $T_A \to \frac{2}{\sqrt{\pi}}$، $T_{BS} \approx 1.128 T_{BS}$. از آنجایی که در این محدوده، $\frac{\tan(\alpha/2)}{\alpha/2}$ تابع رشد یکنواخت α، $\frac{T_A}{T_{BS}}$ یک تابع کاهشی یکنواخت α است؛ در یک آزمایش، اگر مقدار α بزرگتر از مقدار $T_A = 1.10 T_{BS}$ باشد، نمی‌توان بین این دو تفسیر تمایز قائل شد. 10%) تفاوت)، یعنی وقتی

$$\tan(\alpha/2) = \frac{4}{1.21\pi}\frac{\alpha}{2} = 1.05\frac{\alpha}{2}$$

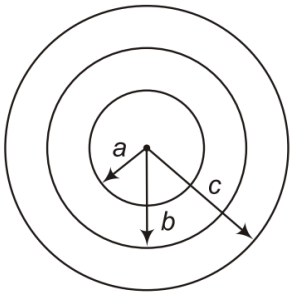
با نگاه کردن به جداول مثلثات یا با استفاده از ماشین حساب، می‌بینیم که این شرایط زمانی که $\alpha/2 = 0.38$ رادیان باشد، تقریب خوبی است. بنابراین α باید کوچکتر از 0.77 رادیان یا 44 درجه باشد.

حل گرافیکی معادله α قابل قبو ل است اما تا حدودی طولانی است. توسعه یک سری؛ برعکس قابل قبول نیست

(مثال-۲۷:) یک خط کواکسیال همان جریان i را در هادی داخلی به‌شعاع a به‌سمت پایین هدایت می‌کند که هادی بیرونی به‌شعاع داخلی b و شعاع خارجی c را به‌سمت پایین می‌برد. میدان القای مغناطیسی را در فاصله r از هادی پیدا کنید.

(i) $r < a$، (ii) $a < r < b$، (iii) $b < r < c$

(حل:) با توجه به شکل اجازه دهید جریان به‌طور یکنواخت بر روی سطح مقطع هادی‌های بیرونی و داخلی توزیع شود. چگالی جریان در هادی داخلی برابر $\frac{i}{\pi a^2}$؛ چگالی جریان در هادی خارجی برابر $\frac{i}{\pi(c^2-b^2)}$ است.



(i) وقتی $\mathbf{r < a}$

یک مسیر دایره‌ای هم محور به‌شعاع r را در نظر بگیرید. فرض کنید B مقدار میدان مغناطیسی در این فاصله باشد. با استفاده از قانون آمپر

$$B \times 2\pi r = \mu_0 \times \text{جریان محصور در مسیر} = \frac{\mu_0 i r^2}{a^2}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{2ir}{a^2} Wb/m^2$$

(ii) وقتی $\mathbf{a < r < b}$

در این حالت مسیر دایره‌ای شعاع جریان عبوری از هادی داخلی را محصور می‌کند. با استفاده از قانون آمپر

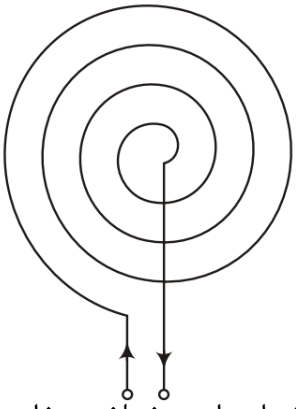
$$B \times 2\pi r = \mu_0 i \quad \Longrightarrow \quad B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\right) Wb/m^2$$

(iii) وقتی $\mathbf{b < r < c}$

در اینجا، جریان محصور شده توسط مسیر دایره‌ای هم محور با شعاع r است. جریان عبوری از هادی داخلی منهای جریان عبوری از بخش‌هایی از هادی خارجی که بین $r = b$ و $r =$ قرار دارد (علامت منفی به این دلیل استفاده می‌شود که جریان‌ها در دو رسانا در جهت مخالف هستند). با استفاده از قانون آمپر

$$B \times 2\pi r = \mu_0 \left[i - \frac{i}{\pi(c^2 - b^2)} \times \pi(r^2 - b^2) \right]$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \left[1 - \frac{(r^2 - b^2)}{(c^2 - b^2)} \right]$$



(مثال-۲۸:) یک سیم عایق نازک یک مارپیچ صاف از $N = 100$ دور سیم‌پیچ محکم با جریان $i = 8$ میلی‌آمپر تشکیل شده است. شعاع سیم‌پیچ‌های داخل و خارج برابر با $a = 50$ میلی‌متر و $b = 100$ میلی متر است. مطلوب است:

(الف) القای مغناطیسی در مرکز مارپیچ

(ب) گشتاور مغناطیسی مارپیچ با جریان داده شده.

(حل:) **(الف)** طبق قانون بیو و ساوار، القای مغناطیسی ناشی از سیم‌پیچ دایره‌ای از رابطه $B = \frac{\mu_0 i}{2r}$ به‌دست می‌آید.

هنگامی که مارپیچ صفحه از حلقه‌های مدور متحدالمرکز با شعاع‌های مختلف متفاوت از a تا b تشکیل شده است، القای مغناطیسی کل در مرکز از رابطه زیر بدست می‌آید

$$B = \int \frac{\mu_0 i}{2r} dN$$

که در آن $(\mu_0 i/2r)$ سهم یک‌دور شعاع r را نشان می‌دهد و dN تعداد چرخش‌ها در بازه r و $r + dr$ است. برای این فاصله

$$dN = \frac{N}{(b-a)} \times dr$$

بنابراین، میدان کل را می‌توان با انتگرال‌گیری عبارت فوق بین حدهای a و b به‌دست آورد. از اینرو

$$B = \int_a^b \frac{\mu_0 i}{2r} \times \frac{N}{(b-a)} \times dr = \frac{\mu_0 i N}{2(b-a)} \ln \frac{b}{a}$$

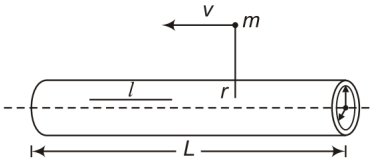
$$B = \frac{(4 \times 3.14 \times 10^{-7}) \times (8 \times 10^{-3}) \times 100 \times \ln(2)}{2 \times (50 \times 10^{-3})} = 6.96 \times 10^{-6} = 7\mu T$$

(ب) گشتاور مغناطیسی برای یک حلقه برابر است با: $iA = i \times (\pi r^2)$

برای سیم مارپیچ،

$$I = \int_a^b i\pi r^2 \frac{N}{(b-a)} dr = \frac{i\pi N}{3(b-a)} \times (b^3 - a^3) = \frac{i\pi N}{3}[b^2 + a^2 + ab]$$

$$I = \frac{1}{3} \times (8 \times 10^{-3}) \times 3.14 \times 100[(0.1)^2 + (0.05)^2 + 0.1 \times 0.05] = 15Am^2$$



(مثال-۲۹:) یک هادی استوانه‌ای بلند غیر مغناطیسی با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b حامل جریان I است. چگالی جریان در هادی یکنواخت است. فرض کنید اثرات انتهایی را می‌توان نادیده گرفت.

(الف) با استفاده از قانون بیو و ساوار ثابت کنید که میدان مغناطیسی، در صورت وجود،

در یک نقطه، همیشه مماس بر دایره‌ای است که از آن نقطه با مرکزیت دایره روی محور استوانه می‌گذرد.

(ب) میدان مغناطیسی ناشی از جریان را به‌صورت تابعی از شعاع پیدا کنید

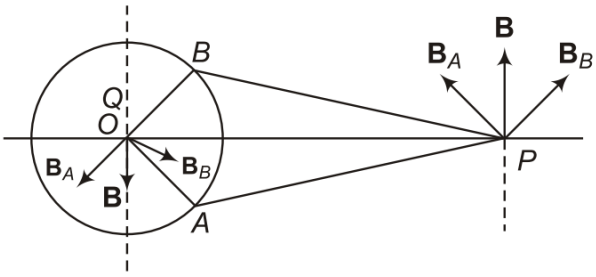
(i) داخل فضای توخالی$(r < a)$ ،

(ii) در هادی $(a < r < b)$،

(iii) خارج از هادی $(r > b)$

(ج) پرتوی از ذرات که هر کدام دارای بار $+q$ و جرم m با سرعت اولیه v مخالف موازی جهت جریان حرکت می‌کنند. فرض کنید که طول استوانه L است. انحراف یک ذره را تابعی از فاصله اولیه r آن از محور در صورتی که $r > b$ است، بیابید. می‌توانید فرض کنید که سرعت به‌اندازه کافی زیاد است به‌طوری که سرعت ثابت و انحراف کم است.

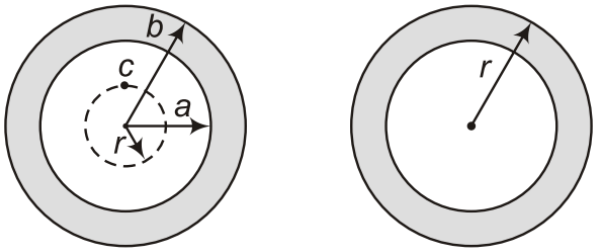
(حل:) **(الف)** یک پوسته نازک را در نظر بگیرید که معادل مجموعه‌ای از سیم‌های بلند موازی است که در اطراف یک دایره قرار گرفته‌اند. دو سیم A و B را در نظر بگیرید که از OQP فاصله دارند.



فرض کنید $\mathbf{B}_A$ میدان مغناطیسی ناشی از سیم A و $\mathbf{B}_B$ میدان مغناطیسی ناشی از سیم B باشد. بر اساس قانون بیو و ساوار، هر دو میدان مغناطیسی از نظر مقدار برابر هستند و پیش بینی آنها روی خط OQP نیز برابر است، اما از نظر هندسی در جهت مخالف هستند. میدان مغناطیسی حاصل $\mathbf{B} = \mathbf{B}_A + \mathbf{B}_B$ همیشه بر خط OQP عمود است و بنابراین مماس بر دایره از طریق نقطه مشاهده است.

(ب) (i) با استفاده از قانون آمپر برای $r \leq a$؛

$$\oint \mathbf{B} \cdot \mathbf{dl} = \mu_0 i \qquad B \times 2\pi r = 0 \qquad B = 0$$



$$a \le r \le b \ (ii)$$

$$B \times 2\pi r = \mu_0 I \frac{(r^2-a^2)}{\pi(b^2-a^2)}; \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{(r^2-a^2)}{\pi(b^2-a^2)}$$

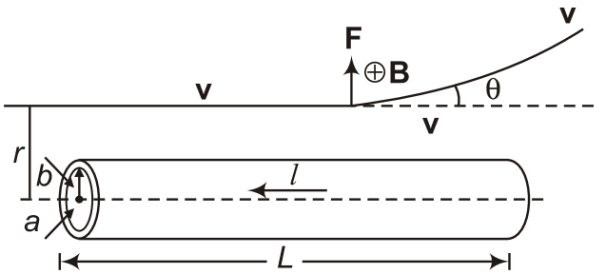
$$r \ge b \ \ (iii)$$

$$B \times 2\pi r = \mu_0 I; \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(ج) $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

$$F_r = qvB = qv\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$Impulse(\text{تکانه}) : \int F_r dt = \frac{qv\mu_0 I}{2\pi}\int \frac{dt}{r} = \frac{qv\mu_0 I}{2\pi}\int \frac{dx}{r} = \frac{qv\mu_0 I}{2\pi}\frac{L}{r}$$



تغییر تکانه در جهت شعاعی

$$P_r = \int F_r dt = \frac{qv\mu_0 I}{2\pi}\frac{L}{r}$$

اانحراف:

$$\theta = \frac{P_r}{P} = \frac{q\mu_0 I L}{2\pi r m v} = \frac{\mu_0 I q L}{2\pi m v}\cdot\frac{1}{r}$$

(مثال-۳۰:) **(الف)** یک پرتو الکترونی در یک لوله پرتو کاتدی شامل الکترون‌هایی است که با سرعت v در یک خط مستقیم در امتداد جهت z حرکت می‌کنند. اگر پرتو وارد یک میدان مغناطیسی ثابت با چگالی شار، با مولفه‌های B_x و B_y و B_z می‌شود. نیروهای وارد بر الکترون‌ها در جهت‌های x،y و z را ارائه دهید.
(ب) لوله اشعه کاتدی یک دستگاه تلویزیون پرتوی از الکترون تولید می‌کند که با اختلاف پتانسیل 12 کیلو ولت شتاب گرفته است. آنها متعاقباً مسافت 30 سانتی‌متری را تا صفحه عمودی طی می‌کنند. لوله با هیچ غربالگری مغناطیسی ارائه نمی‌شود.

(i) دستگاه تلویزیون در خط استوا قرار می‌گیرد که زاویه شیب آن صفر است. (زاویه شیب، زاویه بین چگالی شار مغناطیسی حاصل از زمین و افق است). سپس تلویزیون به‌آرامی از طریق یک چرخش کامل حول یک محور عمودی می‌چرخد. تغییر با چرخش و زاویه θ مختصات x و y نقطه روی صفحه را توضیح دهید و به‌صورت کمی استخراج کنید. این تغییر را به‌صورت گرافیکی نشان دهید و در

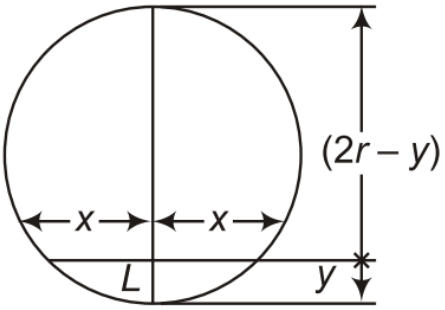
صورت لزوم مقادیر کمی بدهید. فرض کنید چگالی شار مغناطیسی حاصل از زمین در استوا $1.75 \times 10^{-5}T$ باشد.

(**ii**) مجموعه به‌مکانی در شمال استوا منتقل می‌شود که همان اندازه چگالی شار مغناطیسی حاصل را در استوا، اما با زاویه شیب 60 درجه، دارد. دوباره از طریق یک چرخش پیچیده حول یک محور عمودی می‌چرخد، تغییرات کمی مختصات x و y نقطه را با زاویه چرخش θ بدست می‌آورد و به‌صورت گرافیکی این تغییر را نشان دهید. یک نتیجه هندسی مفید برای دایره‌ای شعاع r است:

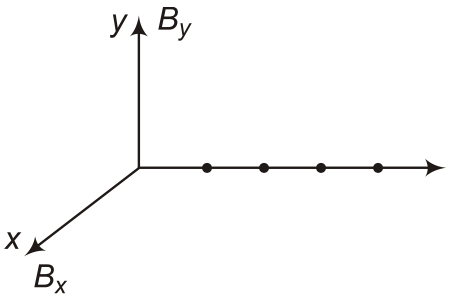
$$x^2 = y(2r - y)$$

که در آن $2x$ طول یک وتر است، عمود بر قطری که طول‌های y و $(2r - y)$ را تقسیم می‌کند.

(حل:) **(الف)** مولفه‌های نیروی ناشی از B_x، B_y و B_z (قانون دست چپ فلمینگ) نمودار را ببینید.



(**i**) نیروی ناشی از B_z به‌صورت سرعت در امتداد محور z وجود ندارد.(قانون دست چپ فلمینگ)
(**ii**) جریان در جهت "$-z$" است. بنابراین، به دلیل B_x در جهت "$-y$" نیرو وارد می‌شود.

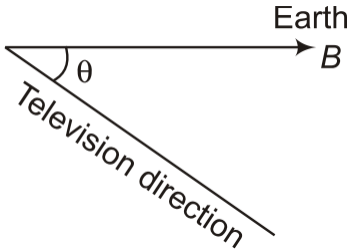


(iii) نیروی در جهت "$-x$" ناشی از B_y وارد می‌شود.
(ب) با توجه به ملاحظات انرژی، سرعت افقی الکترون‌ها:

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = eV \quad \Longrightarrow \quad v^2 = 2\left(\frac{eV}{m_e}\right)$$

(i) صفحه افقی زاویه θ بین B زمین در استوا و جهت مولفه‌های B تلویزیون.

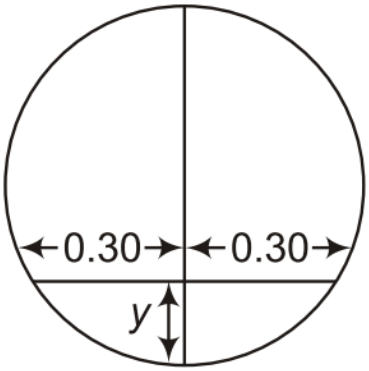
$$B_{\parallel} = B_E \cos\theta \qquad B_{\perp} = B_E \sin\theta$$



هر دو مولفه در صفحه افقی هستند.
فقط B_1 پرتو را در جهت عمودی انحراف میدهد.
دایره در صفحه عمودی به‌شعاع r طبق رابطه زیر داده می‌شود

$$B_{\perp} eV = \frac{m_e v^2}{r} \qquad r = \frac{m_e v}{B_{\perp} e}$$

$$r = \frac{1}{B_{\perp}}\sqrt{\frac{2Vm_e}{e}} = \frac{1}{B_{\perp}}\sqrt{\frac{2\times 12\times 10^3}{1.76\times^{11}}} = \frac{1}{B_{\perp}}(3.692\times 10^{-4})$$



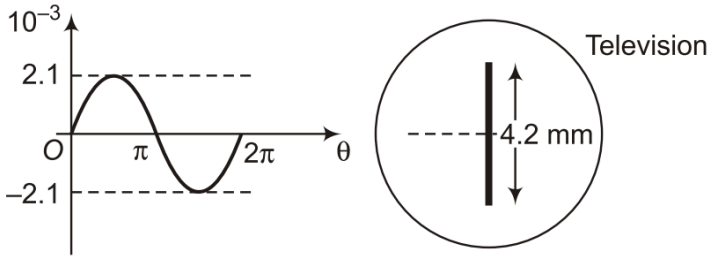
با استفاده از قضیه وتر جابجایی عمودی □ با رابطه زیر داده می‌شود:

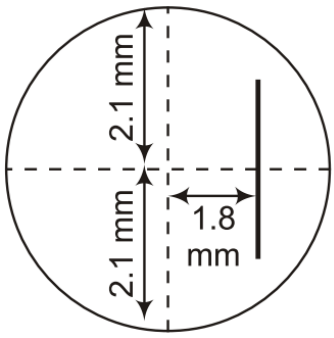
$$x^2 = y(2r - y)$$

که در آن $x = 0.30m$ است. با چشم پوشی از y^2 نسبت به y

$$\begin{aligned} y &= \frac{(0.30)^2}{2r} = \frac{(0.30)^2\times B_e \sin\theta}{2(3.692\times 10^{-4})} \\ &= 7.79\times 10^{-3}\sin\theta m = 2.1mm \qquad (i) \end{aligned}$$

انحراف افقی صفر، بدون نیرو در صفحه افقی.





(**ii**) مولفه افقی بقرار

$$B = B_E \cos 60^o = \frac{1}{2} B_E$$

مولفه عمودی به‌صورت

$$B = B_E \sin 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2} B_E$$

بنابراین انحراف عمودی نصف B_E بجای $\frac{1}{2}B_E$ در معادله (**i**) میدهد

$$y = 3.89 \times 10^{-3} \sin\theta = 1.05mm$$

مولفه عمودی $\sqrt{3}/2B_E$ یک جابجایی افقی روی صفحه ایجاد می‌کند که مستقل از θ، $(B_E \sin\theta)$ جایگزین می‌شود با

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} B_E\right)$$ در معادله (i) میدهد

$$x = 1.8mm$$

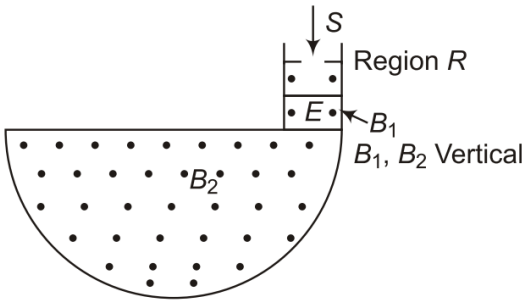
(مثال-۳۱:) **(الف)** شکل زیر طرح یک طیف‌سنج جرمی را نشان می‌دهد که در آن یون‌های مثبت تولید می‌شوند و با ولتاژ مناسب به سمت صفحه‌ای با شکاف S شتاب می‌گیرند. سپس یون‌ها به ناحیه تخلیه‌شده R می‌روند که در آن میدان الکتریکی افقی E و میدان مغناطیسی عمودی B_1 وجود دارد. در نهایت، آنها به یک اتاق تخلیه[۷] C که در آن میدان مغناطیسی عمودی B_2 وجود دارد، عبور می‌کنند.

(**i**) دلایل انتقال یون‌ها از ناحیه R که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در زاویه قائم وجود دارد و به اتاق C که فقط میدان مغناطیسی وجود دارد را توضیح دهید.

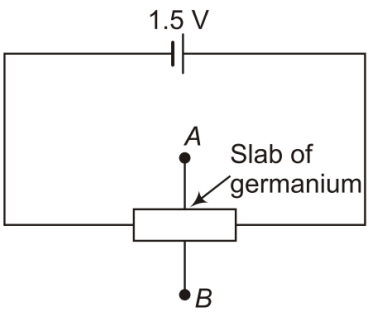
(**ii**) با فرض اینکه جرم یون‌ها m و بار q باشد، عبارتی برای شعاع انحنای مسیر یون‌ها در محفظه C بر حسب m، E، q، B_1 و B_2 به دست آورید.

(**iii**) یون‌های تک باردار دو ایزوتوپ نئون با جرم $20u$ و $22u$ از حالت سکون شتاب گرفته و از ناحیه R که میدان الکتریکی $3 \times 10^4 Vm^{-1}$ است عبور می‌کند. مقادیر میدان‌های مغناطیسی B_1 و B_2 هر دو برابر $0.4T$ است. جداسازی ایزوتوپ‌ها را پس از یک دوم چرخش در داخل محفظه C محاسبه کنید.

[۷] Evacuated Chamber



(ب) وقتی رسانایی که حامل جریان الکتریکی است در میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد. این امکان وجود دارد که یک ولتاژ در زوایای قائم نسبت به‌عبور جریان تولید شود. به‌این تفاوت پتانسیل هال می‌گویند. شکل مقابل یک مدار ساده را برای نشان دادن اثر هال [۱] در ژرمانیوم نشان میدهد. ولتاژ 1.5 ولت بین سطوح انتهایی نمونه ژرمانیوم برای تامین جریان اعمال می‌شود.



یک قطب آهنربای میله‌ای نزدیک به تیغه ژرمانیوم قرار می‌گیرد و اختلاف پتانسیل هال توسط یک ولت‌متر متصل به پایانه‌های AB آشکارسازی می‌شود.

[۱] Hall effect

(i) توضیح دهید که چرا اختلاف پتانسیل هال بوجود می‌آید.

(ii) شدت میدان مغناطیسی نزدیک به‌انتهای آهنربای میله‌ای $3 \times 10^{-2}T$ و ابعاد تیغه ژرمانیوم: طول 20 میلی‌متر، عرض 10 میلی‌متر، عمق 1 میلی‌متر، مقاومت ویژه ژرمانیوم $0.20\Omega m$ و تعداد بارهای بار در متر مکعب 4×10^{20} است. با فرض جریان یکنواخت، جریان را در تیغه ژرمانیوم و در نتیجه اختلاف پتانسیل هال را پیدا کنید.

(iii) توضیح دهید که چرا انجام آزمایش مشابه با یک قطعه گرافیت هم اندازه دشوار است (گرافیت دارای مقاومت ویژه $1 \times 10^{-5}\Omega m$ و 8×10^{24} بار در هر متر مکعب است)

(حل:) (الف)

(i) R گزینش سرعت است.

$$qE = qvB, \qquad v = E/B$$

C عبارت است از پخش یون‌هایی با جرم‌های مختلف / باردار شده در مدارهایی با شعاع‌های مختلف.

(ii) در C

$$\frac{mv^2}{R} = qvB_2, \qquad R = \frac{mv}{qB_2} = \frac{mE}{qB_1B_2}$$

(iii)

$$\begin{aligned} D_1 - D_2 &= 2 \times \left[\frac{E}{qB_1B_2}(m_1 - m_2)\right] \\ &= 2 \times \frac{3 \times 10^4}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.4^2} \times 2 \times 1.66 \times 10^{-27} \\ &= 7.8 \times 10^{-3} m = 7.8mm \end{aligned}$$

(ب)

(i) حامل‌های باردار در میدان مغناطیسی منحرف می شوند. انحراف ادامه می یابد تا زمانی که یک میدان الکتریکی ایجاد شود که نیرویی را بر حامل ها ایجاد کند تا نیروی مغناطیسی را متعادل کند (برای حامل های با سرعت متوسط).

(ii) $R = \rho\frac{l}{A}$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1.5 \times 10^{-2} \times 10^{-3} A}{0.2 \times 2 \times 10^{-2}} = 3.75mA$$

توسط اثر هال

$$E_H = vB, \qquad I = Anev, \qquad v = \frac{I}{enA}$$

$$V_H = E_H d = vdB = \frac{IBd}{enA} = \frac{IB}{ent} = \frac{3.75 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-2}}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{20} \times 10^{-3}} = 1.8mV$$

(iii) $I = 10^{-2}$ ، کوچکتر

$n = 2 \times 10^4$، بزرگتر

V_H کاهش مییابد $\sim 2/10^6$ نمی‌توان اندازه‌گیری کرد.

(مثال-۳۲:) دو آهنربا میله‌ای کوتاه دارای گشتاورهای مغناطیسی به‌ترتیب $1.20Am^2$ و $1.00Am^2$ هستند. آنها روی میز افقی به موازات یکدیگر قرار می‌گیرند و قطب‌های شمال آنها به‌سمت جنوب است. آنها یک خط استوای مغناطیسی مشترک دارند و با فاصله 20.0 سانتی‌متری از هم جدا می‌شوند. مقدار القای مغناطیسی افقی حاصل در وسط نقطه O خطی که به مراکز آنها می‌پیوندد برابر است با:
(مولفه‌های افقی القای مغناطیسی زمین $3.6 \times 10^{-5} Wb/m^2$ است).

(الف) $3.60 \times 10^{-5} Wb/m^2$ **(ب)** $2.56 \times 10^{-4} Wb/m^2$ **(ج)** $3.5 \times 10^{-4} Wb/m^2$

(د) $5.8 \times 10^{-4} Wb/m^2$

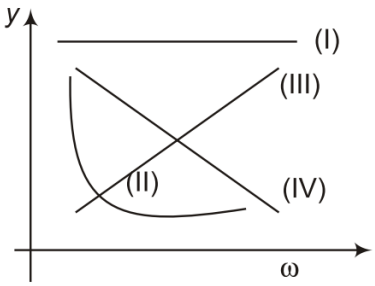
(حل:) (ب)

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{M_1}{d^3} = 10^{-7} \times \frac{12}{10^{-3}} = 1.2 \times 10^{-4} Wb/m^2$$

جهت بسمت شمال. بهمین نحو $B_2 = 1 \times 10^{-4}$ بسمت شمال.

$$B = B_1 + B_2 + B_1 = 2.56 \times 10^{-4} Wb/m^2$$

(مثال-۳۳:) در یک مدار سری LCR، کمیت‌های فیزیکی مختلف با فرکانس ω تغییر می‌کنند. کدام یک از منحنی‌های زیر نشان دهنده تغییر فرکانس صحیح کمیت مربوطه است.



(الف) منحنی I برای R **(ب)** منحنی II برای جریان I **(ج)** منحنی III برای X_L **(د)** منحنی IV برای X_C

(حل:) (الف، ج) جواب (الف) درست است زیرا جریان در رزونانس به‌حداکثر می‌رسد. جواب (ب) صحیح نیست.

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

جواب (ج) درست است زیرا

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

جواب (د) صحیح نیست.

(مثال-۳۴:) یک آهنربای کوتاه زمانی که در یک مغناطیس سنج ارتعاشی در مکانی که مولفه‌های افقی میدان مغناطیسی زمین $25\mu T$ است استفاده می‌شود، 40 نوسان در دقیقه ایجاد می‌کند. آهنربای کوتاه دیگری با گشتاور مغناطیسی $1.6Am^2$ در شمال-جنوب و 20 سانتی‌متر شرق آهنربای نوسانی قرار می‌گیرد. اگر آهنربا قطب شمال **(الف)** خود را به‌سمت شمال و **(ب)** به‌سمت جنوب داشته باشد، فرکانس جدید نوسان را بیابید.

(حل:) القای مغناطیسی ناشی از آهنربای کوتاه در مرکز آهنربای نوسانی خواهد بود

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{M}{d^3} = \frac{1.6 \times 10^{-7}}{8 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-5} T = 20\mu T$$

(الف)

$$T_1 = \pi \sqrt{\frac{I}{MB_H}} \qquad T_1^2 = \frac{1}{n_1^2} = \frac{4\pi^2 I}{MB_H}$$

به‌همین،

$$T_2^2 = \frac{1}{n_2^2} = \frac{4\pi^2 I}{M(B_H - B_1)}$$

با تقسیم کردن این دو

$$\frac{n_2^2}{n_1^2} = \frac{B_H - B_1}{B_H} = \frac{25-20}{25} = \frac{1}{5}$$

$$n_2 = \frac{n_1}{\sqrt{5}} = \frac{40}{\sqrt{5}} = 17.9$$

نوسان در دقیقه.

(ب)

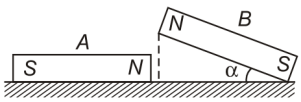
$$T_3^2 = \frac{1}{n_3^2} = \frac{4\pi^2 I}{M(B_H - B_I)}$$

$$\frac{n_3^2}{n_1^2} = \frac{B_H - B_I}{B_H} = \frac{25+20}{25} = \frac{9}{5}$$

$$n_3 = \sqrt{\frac{9}{5}} n_1 = 40\sqrt{1.8} = 53.7$$

نوسان در دقیقه.

(مثال-۳۵:) در شکل مقابل نیروی برهمکنش و جرم مغناطیسی قطب‌های آهنرباها را زمانی که آهنربای B با طول $L = 10$ سانتی‌متر و وزن $P = 100gf$ در زاویه $\alpha = 10^o$ در تعادل است، تعیین کنید. جرم مغناطیسی قطب‌ها را می‌توان به‌عنوان نقطه و به‌عنوان قرار گرفتن در انتهای آهنرباها در نظر گرفت. آیا موقعیت تعادل آهنربای B در این حالت پایدار خواهد بود؟



(حل:) آهنربای B با گشتاور وزن: $P\frac{L}{2}\cos\alpha$ و گشتاور برهمکنش مغناطیسی بر روی آن اثر می‌گذارد.

$$FL\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{m^2 L\cos\frac{\alpha}{2}}{4L^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

از شرط تعادل به‌دست می‌آوریم

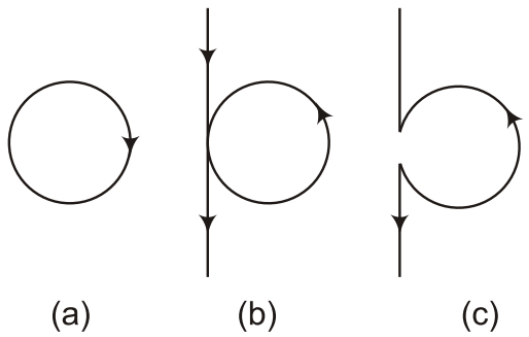
$$\frac{P}{2}\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{m^2\cos\frac{\alpha}{2}}{4L^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

جرم مغناطیسی قطب‌های آهنربا خواهد بود

$$m = L\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\frac{2P\cos\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}}$$

(مثال-۳۶:) جریان‌های مساوی در امتداد سه هادی جریان دارند: یک حلقه به‌شعاع R، یک هادی مستقیم بی‌نهایت طولانی که حلقه‌ای با همان شعاع R را تشکیل می‌دهد و یک هادی مستقیم طولانی بی‌نهایت که حلقه‌ای به‌شعاع R را نیز تشکیل می‌دهد، اما در نقطه‌ای شکسته می‌شود که حلقه هادی را لمس می‌کند. روابطی را بیابید که بردارهای القای مغناطیسی را در مرکز هر دایره به‌هم پیوند می‌دهند.
(حل:) القای مغناطیسی ایجاد شده توسط یک هادی مستقیم با جریان و یک هادی دایره‌ای به‌شرح زیر است:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r} \quad \text{و} \quad B = \frac{\mu_0 \mu I}{2r}$$



در شکل (ب) جهت دو بردار القایی منطبق است، در حالی که در مورد مربوط به شکل (ج) مخالف هستند. بنابراین،

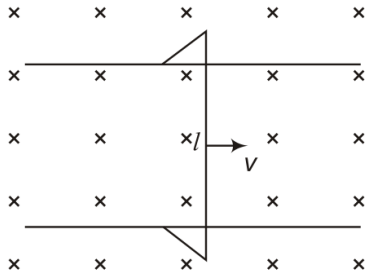
$$B_a = \frac{\mu_0 \mu I}{2r}, \quad B_b = \frac{\mu_0 \mu I}{2r}\left(1 + \frac{1}{\pi}\right), \quad B_c = \frac{\mu_0 \mu I}{2r}\left(1 - \frac{1}{\pi}\right)$$

بنابراین،

$$B_b = \frac{\pi + 1}{\pi} B_a = 1.32\ B_a, \qquad B_c = \frac{\pi - 1}{\pi} B_a = 0.68\ B_a$$

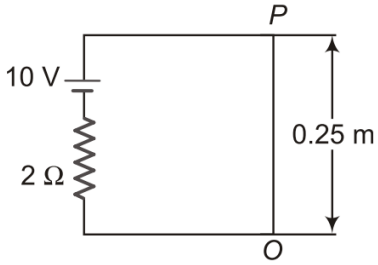
(مثال-۳۷:) شکل زیر یک سیم را نشان می‌دهد که روی دو ریل رسانای موازی قرار گرفته‌اند و در فاصله l قرار گرفته‌اند. یک میدان مغناطیسی B در جهتی عمود بر صفحه ریل وجود دارد. نیروی مورد نیاز برای حفظ حرکت سیم با سرعت ثابت v خواهد بود

(الف) evB **(ب)** $\mu_0 Bv/4\pi l$ **(ج)** Blv **(د)** صفر



(حل:)(د) زیرا هیچگونه تغییر شار ایجاد نشده است، ازاینرو نیروئی لازم نیست.

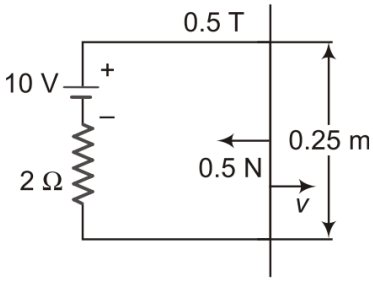
(مثال-۳۸:) یک سیم فلزی PQ روی ریل‌های فلزی موازی با فاصله 0.25 متری می لغزد که هر کدام مقاومت ناچیزی دارند. همانطور که در شکل نشان داده شده است یک مقاومت 2Ω و یک باتری 10 ولت وجود دارد. یک میدان مغناطیسی یکنواخت به سمت صفحه کاغذ با شدت $0.5T$ وجود دارد. نیروی $0.5N$ به‌سمت چپ مورد نیاز است تا سیم اسلاید PQ با سرعت ثابت به‌سمت راست حرکت کند.



(الف) سیم PQ با چه سرعتی حرکت می‌کند؟

(ب) با در نظر گرفتن این به‌عنوان یک موتور ساده، کارایی آن چقدر است؟

(حل:) نیروی محرکه القائی برابر



$$emf = Blv = 0.125v$$

$$\text{جریان } I = \frac{10-e}{R} = \frac{10-0.125v}{2}$$

$$\text{نیرو} = BIl = 0.5\left(\tfrac{10-0.125v}{2}\right)0.25$$

$$\text{داده شده} = 0.5N$$

(الف) از حل معادله برای v خواهیم داشت $v = 16m/s$ و جریان خواهد بود

$$I = \frac{10-0.125\times 16}{2} = 4A$$

(ب)

$$\text{کارائی} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} = \frac{Fv}{EI} = \frac{0.5\times 16}{10\times 4} = 0.2 = 20\%$$

(مثال-۳۹:) جریانی در یک کانتور دایره‌ای 1 عبور می‌گند دارد که شعاع آن R است. کانتور دوم، 2، که شعاع آن بسیار کوچکتر از شعاع اول است، با سرعت ثابتی در امتداد محور r حرکت می‌کند، به‌گونه‌ای که صفحات کانتورها در طول حرکت با یکدیگر موازی می‌مانند. در چه فاصله‌ای از کانتور 1، emf القا شده در کانتور 2 حداکثر خواهد بود؟

(حل:) شار مغناطیسی تزویج به کانتور 2

$$\phi = BA$$

که در آن A سطح کانتور و B القای مغناطیسی در نقطه‌ای است که کانتور قزار دارد. نیروی محرکه القائی تولید شده در کانتور برابر است با

$$E_1 = \frac{dB}{dt} - \frac{SdB}{dr}\frac{dr}{dt} = -Sv\frac{dB}{dr}$$

القای میدان مغناطیسی که توسط جریانی که در یک کانتور دایره‌ای عبور می‌کند ایجاد می‌شود و در فاصله معینی از کانتور روی محور کانتور خواهیم داشت.

$$B = \frac{\mu_0 P_m}{2\pi(R^2+r^2)^{5/2}} = C\frac{r}{(R^2+r^2)^{5/2}}$$

که در آن

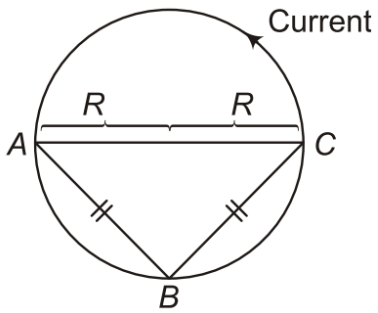
$$C = \frac{3\mu_0 P_m A v}{2\pi}$$

علامت r علامت emf القایی را تعیین می‌کند. هنگامی که کانتور 2 به‌کانتور 1 نزدیکتر می‌شود، r منفی است و emf القایی نیز منفی است، بنابراین جهت جریان در کانتور 2 خلاف جهت جریان در کانتور 1 است. هنگامی که کانتور 2 از کانتور 1 عبور می‌کند، emf القایی علامت تغییر می‌کند. حداکثر مقدار این emf با صفر کردن مشتق به‌دست می‌آید.

$$\frac{dE_1}{dt} = \frac{C(R^2+r^2)^{5/2} - (5/2)(R^2+r^2)^{3/2}2r^2}{(R^2+r^2)^5}$$

نیروی محرکه القائی emf در $r = R/2$ بیشینه (حداکثر) است.

(مثال-۴۰:)



(الف) در یک سولنوئید بسیار طولانی با شعاع R، اگر میدان مغناطیسی با سرعت dB/dt تغییر کند، emf القایی را برای مدار مثلثی ABC که در شکل نشان داده شده است محاسبه کنید.

(ب) اگر AC و BC از مدار حذف شوند، از اینرو emf القایی را بین انتهای طول AB محاسبه کنید.

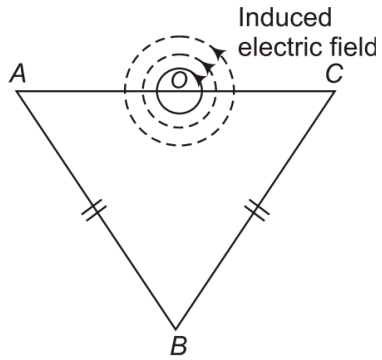
(حل:) **(الف)** طبق قانون فاراده، نیروی محرکه القائی برابر است با منفی نرخ تغییرات

شار مغناطیسی. در داخل سلونوئید، شار برابر با B ضربدر سطح. در اینجا B چگالی شار مغناطیسی است.

$$emf = \text{سطح} \times \frac{dB}{dt} = -R^2\frac{dB}{dt}$$

زیرا سطح مثلث ABC برابر R^2 است.

(ب) نکته مهم این است که یک میدان مغناطیسی در حال تغییر، یک میدان الکتریکی در گردش را القا می‌کند (که از آن emf القایی را استخراج می‌کنیم). به‌عبارت دیگر، هیچ مولفه شعاعی میدان الکتریکی (به‌سمت بیرون یا داخل تابش می‌شود) وجود ندارد به طوری که در طول AC مدار عملاً هیچ emf القا نمی‌شود.

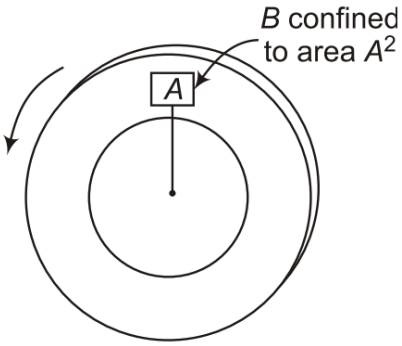


بنابراین، emf القایی بین AB و AC به اشتراک گذاشته می‌شود. بنابراین برای AB، emf القایی برابر است با

$$emf = -R^2\frac{dB}{dt}$$

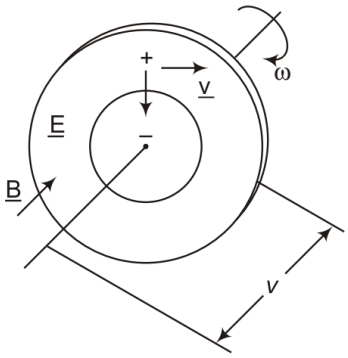
توجه حتی اگر مولفه‌های شعاعی میدان الکتریکی وجود داشته باشد، آنها به emf القایی کمک نمی‌کنند، زیرا در هر مداری، قطعاتی که به‌صورت شعاعی به‌سمت بیرون هستند، emf القایی را حذف می‌کنند، به‌عنوان مثال، emf القا شده در OA و OC یکدیگر را خنثی می‌کنند.

(مثال-۴۱:) یک دیسک فلزی با شعاع R، ضخامت d و جرم M به یک محور رسانای سبک و باریک متصل است که از مرکز دیسک می‌گذرد. دیسک برای چرخش آزاد است و کاملاً در یک میدان مغناطیسی ثابت یکنواخت B که عمود بر صفحه دیسک و غوطه‌ور است.



(الف) دو جاروبک الکتریکی با محور و لبه دیسک در تماس هستند. چه اختلاف پتانسیلی باید بین پایانه‌های متصل به دو جاروبک(بُرس) اعمال شود تا انرژی جنبشی چرخشی دیسک T باشد؟ فرض کنید که دیسک در ابتدا در حالت استراحت است.

(ب) حالتی را در نظر بگیرید که میدان مغناطیسی B محدود به یک مساحت مربع کوچک به‌اندازه A^2 و فاصله مربع متوسط $x(x < R)$ از محور دیسک است (شکل مقابل). اگر رسانایی الکتریکی دیسک σ است، زمانی که دیسک دارای KE دورانی T است، عبارتی برای گشتاور روی دیسک پیدا کنید.



(حل:)

$$q\mathbf{E} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \qquad \mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

$$E = -\omega B r$$

$$V = V(R) - V(0) = -\int_0^R \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

$$I = \frac{1}{2} m R^2$$

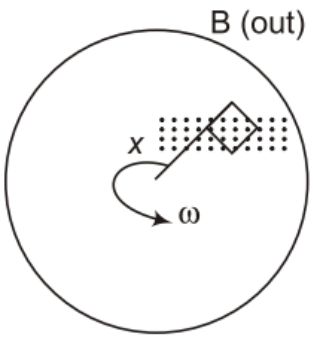
اکنون

$$KE = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \Longrightarrow \quad \omega = \frac{2}{R}\sqrt{\frac{T}{M}}, \qquad v = BR\sqrt{\frac{T}{M}}$$

میدان B در سطح کوچک A^2 متمرکز است.

$$emf = \frac{d\phi}{dt} = BAv = BA\omega\alpha$$

مسیر جریان گردابی را در بطوری که نشان داده شده است نظر گیرید (ضلع مربع Aاست). مقاومت مسیر برابر است با:



$$R = \int \frac{L}{\text{سطح}} = \frac{1}{\sigma}\frac{4A}{Ad} = \frac{1}{\sigma}\frac{4}{d}$$

جریان گردابی

$$i = \frac{C}{R} = \frac{BA\omega\alpha}{4/\sigma d} = \frac{1}{4} BA\omega\alpha\sigma d$$

نیروی کند کننده است

$$F = il \times B = iAB = \frac{1}{4} B^2 A^2 \omega\alpha\sigma d$$

در یک دور چرخش، F دو بار احساس می‌شود

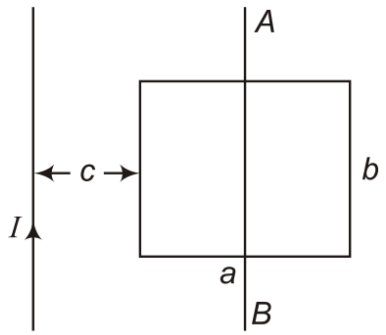
$$\tau = 2rF = \frac{1}{2}B^2A^2\omega\alpha\sigma d = \frac{B^2A^2\alpha^2\sigma d}{R}\sqrt{\frac{T}{M}}$$

(مثال-۴۱:) یک هادی مستقیم و بی نهایت طولانی و یک خط مستطیلی مسطح با اضلاع □ و □ و با پیچ □ در یک صفحه قرار دارند که نزدیکترین فاصله بین آنها برابر با □ است.

(الف) اندوکتانس متقابل هادی و کانتور را بیابید.

(ب) مقدار الکتریسیته القا شده در کانتور را در صورتی که از طریق ۹۰ درجه حول محور □□ بچرخاند، به شرطی که جریان □ در کانتور جریان داشته باشد و مقاومت کانتور □ باشد، بیابید.

(ج) کاری که باید برای چرخش کانتور از طریق ۱۸۰ درجه حول محور □□ انجام شود، مشروط بر اینکه جریان □ هم در هادی بلند و هم در کانتور و حس جریان در کانتور وجود داشته باشد، در جهت عقربه‌های ساعت باشد.



(حل:) **(الف)** القای مغناطیسی در فاصله □ از هادی مستقیم برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0\mu I}{2\pi x}$$

شارهایی که از قسمتی از کانتور □□ عریض و □ بالا و از کل کانتور عبور می‌کنند

$$d\phi = \frac{\mu_0\mu I}{2\pi x}bdx$$

$$\phi = \frac{\mu_0\mu Ib}{2\pi}\int_c^{c+a}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}Ib\ln(\frac{c+a}{c})$$

هنگامی که □ پیچ در کانتور وجود دارد، شار همراه با کانتور است

$$\psi = N\phi = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}NIb\ln(\frac{c+a}{c})$$

که دلالت بر این دارد که اندوکتانس متقابل برابر است با

$$M = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}Nb\ln(\frac{c+a}{c})$$

(ب) از آنجایی که چرخش کانتور از طریق ۹۰ درجه باعث می شود شار همراه با کانتور از بین برود، مقدار الکتریسیته القا شده در کانتور

$$Q = \frac{\psi}{R} = \frac{\mu_0\mu}{2\pi R}NIb\ln(\frac{c+a}{c})$$

(ج) چرخش کانتور در ۱۸۰ درجه مستلزم انجام کارهای زیر است

$$W = -2\psi I = -\frac{-\mu_0\mu}{2pi}NI^2b\ln(\frac{c+a}{c})$$

(مثال-۴۳:) ثابت کنید که وقتی یک خازن از طریق یک مقاومت R از منبع DC با نیروی محرکه برابر e_0 شارژ می‌شود، نیمی از انرژی تامین شده توسط منبع به خازن و نیمی برای گرم کردن مقاومت می‌رود.

(حل:) طبق قانون دوم کیرشهوف، در هر لحظه از زمان، نیروی محرکه منبع DC برابر است با مجموع افت پتانسیل در مقاومت و ولتاژ خازن.

$$E = IR + U$$

بخاطر داشته باشید که

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad \text{و} \qquad U = \frac{Q}{C}$$

بنابراین خواهیم داشت

$$E = R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C}$$

یا

$$\frac{dQ}{Q - EC} = -\frac{1}{RC}dt$$

با انتگرال‌گیری از $Q = 0$ تا Q و از $t = 0$ تا t و تبذیل متاسب بدست می‌آید

$$Q = EC\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right]$$

ازاینرو

$$I = \frac{E}{R}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

مقدار گرمای تولید شده توسط جریان در مقاومت R در طول زمان dt برابر است با:

$$dh = RI^2 dt = I_0^2 R \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

با انتگرال‌گیری از $t = 0$ تا $t = \infty$ بدست می‌آید

$$h = I_0^2 R^2 C/2 = \frac{1}{2}Ce_0^2$$

هنگامی که خازن با ولتاژی برابر با نیروی محرکه منبع شارژ می‌شود، همان مقدار انرژی توسط خازن ذخیره می‌شود. کل انرژی مصرف شده توسط منبع،

$$\int_0^\infty e_0 I dt = e_0 I_0 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) dt$$

که برابر با $e_0^2 C$ و بنابراین دو برابر کمیت $\frac{1}{2}Ce_0^2$ است.

(مثال-۴۴:) یک منبع DC با نیروی محرکه شناخته شده و در حال شارژ خازن C است. پس از اتمام فرآیند شارژ، خازن از طریق یک کلید K از منبع DC جدا می‌شود و به‌مقاومت R متصل می‌شود که از طریق آن خازن تخلیه می‌شود. ظرفیت خازن و مقدار مقاومت به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که فرآیند شارژ چندین دقیقه طول

بکشد، به‌طوری که جریان تخلیه توسط دستگاه اندازه گیری G ثبت می‌شود. نتایج اندازه‌گیری‌ها برای ترسیم تقریبی استفاده می‌شود. منحنی روی نموداری که در آن زمان تخلیه در محور افقی و لگاریتم جریان در محور عمودی تعیین می‌شود. قانون تغییر جریان و منحنی نشان دهنده وابستگی لگاریتم جریان به زمان تخلیه را تعیین کنید. چگونه منحنی می‌تواند در تعیین پارامترهای مدار تخلیه R و C کمک کند؟
(حل:) در هر لحظه از زمان، ولتاژ خازن برابر با افت پتانسیل در مقاومت است:

$$V = IR$$

با در نظر گرفتن $V = Q/C$ و $I = -\frac{dQ}{dt}$ (علامت منفی نشان می دهد که شارژ خازن کاهش می‌یابد) خواهیم داشت

$$\frac{Q}{C} = -R\frac{dQ}{dt}$$

یا

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{t}{RC}dt \qquad (i)$$

با انتگرال‌گیری از معادله (i) از شارژ اولیه Q_0 به Q و از لحظه اولیه $t = 0$ تا زمان t، دریافت می‌کنیم

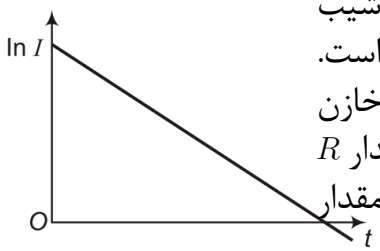
$$Q = Q_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = V_0 C \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

بر این اساس، جریان با زمان به‌شرح زیر تغییر می‌کند

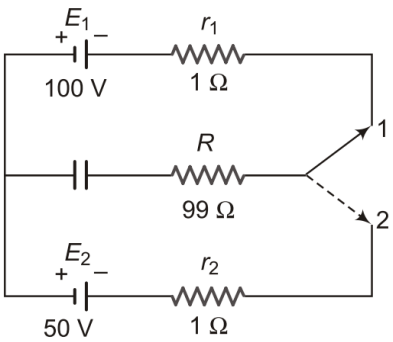
$$I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

که $I_0 = V_0/R$ است. با گرفتن لگاریتم، می‌توانیم به‌صورت زیر بنویسیم

$$\ln I = \ln I_0 - \left(\frac{t}{RC}\right)$$



بنابراین، وابستگی زمانی $\ln I$ با یک خط مستقیم با شیب منفی نشان داده می‌شود که مقدار مطلق آن $1/RC$ است. مقاومت R جریان را در لحظه اول تخلیه و ولتاژ اولیه خازن را تعیین می‌کند و برابر با نیروی محرکه منبع است. مقدار R که به‌این ترتیب تعیین می‌شود و شیب خط مستقیم مقدار C را محاسبه می‌کند.



(مثال-۴۵:) خازنی با ظرفیت $C_1 = 0.1F$ توسط یک باتری به نیروی محرکه $E_1 = 100$ ولت و مقاومت داخلی $r_1 = 1\Omega$ با قرار دادن کلید S در موقعیت 1 همانطور که در شکل نشان داده شده است شارژ می‌شود.

(الف) گرمای تولید شده در مقاومت $R = 99\Omega$ در طول شارژ خازن را محاسبه کنید.

(ب) اکنون سوئیچ در لحظه $t = 0$ به موقعیت 2 پرتاب می‌شود، جریان $I(t)$ را از مدار متشکل از خازن و باتری به نیروی محرکه $E_2 = 50$ ولت و مقاومت داخلی $r_2 = 1\Omega$ محاسبه کنید.

(ج) گرمای تولید شده در باتری 50 ولتی در عبور جریان از این باتری را محاسبه کنید.

(حل:)

(الف) در ابتدا خازن بدون شارژ است. هنگامی که سوئیچ در موقعیت 1 قرار می‌گیرد، خازن شروع به شارژ می‌کند. پس از مدت کوتاهی به‌حالت پایدار می‌رسد. بار خازن برابر است با:

$$q_0 = CE_1 = 0.1 \times 100 = 10\ Coulomb$$

مقدار انرژی که بوسیله باتری تامین می‌شود:

$$W_1 = q_1 E_1 = 1000\ J$$

مقدار انرژی که در خازن ذخیره می‌شود:

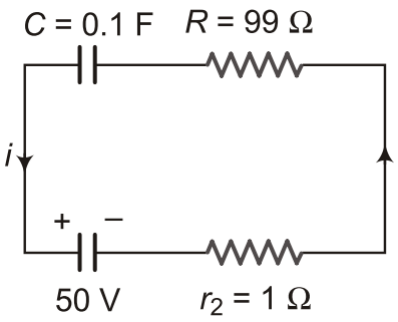
$$U_1 = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} = 500\ J$$

مقدار حرارت حاصل از عبور بار q_0 خواهد بود

$$H_1 = W_1 - U_1 = 500\ J$$

در طی شارژ، مقاومت r_1 و R بطور سری هستند. مقدار حرارت تولید شده توسط مقاومت 99Ω خواهد بود

$$H_2 = \frac{R}{r_1 + R} \times H_1 = \frac{99}{100} \times 500 = 495\ J$$



(ب) هنگامی که کلید به‌موقعیت 2 پرتاب می‌شود، آرایش مدار در شکل نشان داده شده است. در این موقعیت، بار الکتریکی q کاهش می‌یابد زیرا به باتری 50 ولتی متصل است. بگذارید در هر لحظه t، بار خازن q باشد.

فرض کنید جریانی که در مدار می‌گذرد i است. با اعمال قانون کیرشهوف، دریافت می‌کنیم

$$\frac{q}{C} - iR - ir_2 = E_2$$

$$10q - 50 = 100i \qquad \text{و} \qquad 10q - 50 = 100(-\frac{dq}{dt})$$

علامت منفی برای نشان دادن این است که بار خازن کاهش می‌یابد.

$$q - 5 = -10fracdqdt \qquad \text{یا} \qquad \frac{10dq}{q-5} = -dt$$

$$\int_{q_0=10}^{q} \frac{10dq}{q-5} = -\int_0^t dt$$

بنابراین

$$q = 5(1 - e^{-t/10}) \qquad (ii)$$

و جریان

$$i = -\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2}e^{-t/10}A \qquad (iii)$$

(ج) از معادله (ii) داریم (q بار نهائی روی خازن)

$$q = 5(1 - e^{-\infty/10}) = 5\ C$$

انرژی نهائی ذخیره شده در خازن

$$U_2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{5^2}{2 \times 0.1} = 125\ J$$

انرژی تولید شده توسط باطری E_2 خواهد بود

$$W_2 = E_2(q_0 - q) = 50(10 - 5) = 250\ J$$

حرارت تولید شده در طی این فرآیند:

$$H_2 = U_1 - (U_2 + W_2) = 500 - (125 + 250) = 125\ J$$

حرارت تولید شده در دوسر مقاومت r_2 برابر است با:

$$H_{r_2} = \frac{r_2}{R_2 + r_2} \times H_2 = 125/100 = 1.25\ J$$

(مثال-۴۶:) کدام یک از عبارات زیر درست (**T**) و کدام نادرست (**F**) است.

(**i**) اگر میدان الکتریکی در سرتاسر ناحیه خاصی از فضا صفر باشد، پتانسیل نیز باید در این ناحیه صفر باشد.

(**ii**) یک ذره باردار که در منطقه‌ای از فضا که میدان مغناطیسی در آن وجود دارد حرکت همیشه یک نیرو را تجربه می‌کند.

(**iii**) خطوط میدان مغناطیسی همیشه حلقه‌های بسته را تشکیل می‌دهند.

(**iv**) یک مولد جریان متناوب را می‌توان با داشتن یک سیم‌پیچ ثابت و میدان مغناطیسی دوار تولید کرد.

(**v**) یک حباب هوای کروی در آب می‌تواند به‌عنوان یک عدسی همگرا عمل کند.

(**vi**) یک "سوپر توپ" که روی یک طبقه سخت جهش می‌کند نمونه‌ای از حرکت هارمونیک ساده است.

(**vii**) اگر یک مسلسل به‌یک صفحه فلزی شلیک شود، اگر گلوله‌ها به‌جای چسبیدن به‌صفحه از صفحه پرتاب شوند، میانگین نیروی وارد بر صفحه بیشتر است.

(حل:)

(**i**) نادرست(**F**) میدان الکتریکی نیاز به اختلاف پتانسیل دارد. بنابراین منطقه‌ای می‌تواند وجود داشته باشد که در آن پتانسیل ثابت باشد اما غیر صفر و میدان الکتریکی آن صفر باشد.

(**ii**) نادرست(**F**) یک ذره باردار متحرک تنها در صورتی نیرویی را در میدان مغناطیسی تجربه می‌کند که مولفه میدان عمود بر حرکت ذره باشد. بنابراین ذره‌ای که به موازات میدان مغناطیسی حرکت می‌کند هیچ نیرویی را تجربه نمی‌کند.

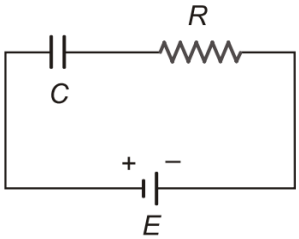
(**iii**) درست(**T**) قطب شمال و جنوب مغناطیسی ایزوله مشاهده نشده است (برخلاف بارهای مثبت و منفی ایزوله). از اینرو هیچ چیزی وجود ندارد که یک خط میدان مغناطیسی بتواند به آن ختم شود و از این رو آنها باید همیشه حلقه‌های بسته تشکیل دهند.

(**iv**) درست(**T**) هنگام تولید یک emf، مانند یک مولد برق از هر نوع، حرکت نسبی بین یک رسانا و یک میدان مغناطیسی مهم است.

(**v**) نادرست(**F**) از آنجایی که سرعت نور در حباب بیشتر از آب اطراف است، شکل محدب حباب یک عدسی واگرا ایجاد می‌کند.

(**vi**) نادرست(**F**) اگرچه حرکت تناوبی است، اما حرکت هارمونیک ساده‌ای نیست زیرا نیروی (گرانش) روی توپ ثابت است و نه متناسب با جابجایی که برای SHM لازم است. علاوه بر این، هنگامی که توپ به زمین برخورد می‌کند، سرعت تغییر ناگهانی دارد.

(**vii**) درست(**T**) اگر تکانه برخورد گلوله p باشد، تغییر تکانه برای گلوله‌هایی که از صفحه می‌پرند $2p$ است، به‌جای p برای گلوله‌هایی که به‌صفحه می‌چسبند. از آنجایی که نیرو متناسب با تغییر تکانه است، نیروهایی که از صفحه جهش می‌کنند نیروی بیشتری تولید می‌کنند.



(مثال-۴۷:) در مدار RC مقابل، خازن در حالت ماندگار است. فاصله اولیه صفحات خازن x_0 است. اگر در $t = 0$، فاصله بین صفحات شروع به تغییر کند به‌طوری که یک جریان ثابت از R عبور نماید، سرعت صفحات متحرک را به‌صورت تابعی از زمان پیدا کنید. مساحت صفحه A است.

(حل:) زمانی که جریان ثابت i از مدار عبور می‌کند، q را بار لحظه‌ای روی خازن در نظر بگیرید. از مدار، داریم:

$$E = \frac{q}{C} + iR \qquad \Longrightarrow \qquad E = \frac{qx}{\epsilon_0 A} + iR \qquad (i)$$

هنگامی که فاصله بین صفحات خازن x باشد، ظرفیت آن $C = \epsilon_0 \frac{A}{x}$ است.با مشتق گرفتن از معادله (i)، نسبت به زمان، خواهیم داشت:

$$0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}\left(\frac{dx}{dt}\right) + \frac{ix}{\epsilon_0 A} \qquad (q = it)$$

$$q = \frac{-ix}{\epsilon_0 A(dx/dt)} + iR \qquad (\frac{dx}{dt} = \text{سرعت}) \qquad (ii)$$

از معادله (ii)، جایگزینی مقدار q در معادله (i)، داریم

$$E = \frac{-ix^2}{\epsilon_0 A(dx/dt)} + iR$$

$$\frac{dx}{dt} = v = \left[\frac{-i/\epsilon_0 A}{E - iR}\right] x^2$$

یا

$$-\frac{dx}{x^2} = \left[\frac{i/\epsilon_0 A}{E - iR}\right] dt \qquad (iii)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه بالا نسبت به زمان، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x_0}=\left[\frac{i/\epsilon_0 A}{E-iR}\right]t \qquad (iv)$$

دوباره با مشتق گرفتن نسبت به زمان

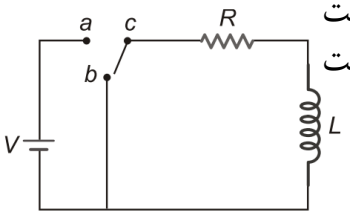
$$-\frac{1}{x^2}\frac{dx}{dt}=\left[\frac{i/\epsilon_0 A}{iR-E}\right]$$

یا

$$v=\frac{dx}{dt}=\left[\frac{i/\epsilon_0 A}{E-iR}\right]x^2 \qquad (v)$$

از معادلات (iv) و (v) خواهیم داشت

$$v=\left[\frac{i/\epsilon_0 A}{iR-E}\right]\frac{1}{\left\{\left[\frac{i/\epsilon_0 A}{E-iR}\right]t+\frac{1}{x_0}\right\}^2}$$



(مثال-۴۸:) پس از اینکه مدار برای مدت طولانی استراحت کرد، کلید در $t=0$ به b تبدیل می‌شود. فرض کنید τ ثابت زمانی مدار داده شده باشد. پیدا کنید

(الف) کل انرژی الکتریکی در R در $t=\tau$

(ب) انرژی مغناطیسی ذخیره شده در L در $t=\tau$.

(حل:) جریان میرائی گذرا مدار RL به‌صورت ریر داده شده است

$$I(t)=I_0e^{-t/\tau}, \qquad I_0=\frac{V}{R}, \qquad \tau=\frac{L}{R}$$

(الف) گرمای تولید شده در R از $t=0$ تا $t=\tau$ بزابر است با:

$$\begin{aligned} W_R(\tau) &= \int_0^\tau RI^2(t)dt=\frac{V^2}{R}\int_0^\tau e^{-2t/\tau}dt \\ &= \frac{V^2L}{2R^2}\left(1-\frac{1}{e^2}\right) \end{aligned}$$

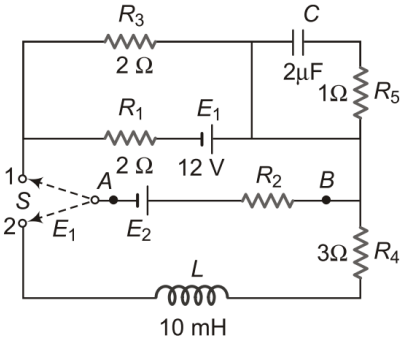
(ب) انرژی مغناطیسی ذخیره شده در L در لحظه $t=\tau$ خواهد بود

$$W_B(\tau)=\frac{1}{2}LI^2(\tau)=\frac{V^2L}{2R^2}e^{-2}$$

در هر لحظه مانند t در حالت b داریم

$$W_B(t)+W_R(t)=\frac{V^2}{2R^2}\left(e^{-2t/\tau}+1-e^{-2t/\tau}\right)=\frac{V^2L}{2R}=W_B(0)$$

(مثال-۴۸:) مداری حاوی یک سوئیچ دو حالته S در شکل زیر نشان داده شده است.



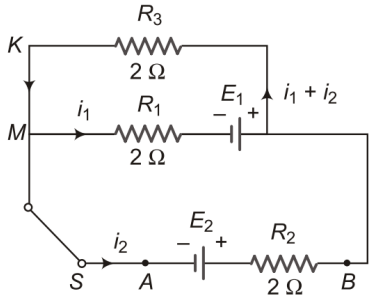
(الف) کلید S در موقعیت 1 است. اختلاف پتانسیل $V_A - V_B$ و نرخ تولید گرمای ژول را در R_1 پیدا کنید.

(ب) اگر اکنون سوئیچ S در موقعیت 2 در $t = 0$ قرار گیرد پیدا کنید

(i) جریان ماندگار در مقاومت R_4

(ii) زمانی که جریان در R_4 نصف مقدار ثابت است. همچنین انرژی ذخیره شده در سلف L در آن زمان را محاسبه کنید.

(حل:)



(الف) هنگامی که کلید در موقعیت 1 قرار دارد. اجازه دهید جریان در شاخه‌های R_1 و R_2 به‌ترتیب i_1 و i_2 باشد (شکل مقابل) خازن مقاومت بی‌نهایت در برابر DC ارائه می‌دهد. بنابراین جریان در شاخه خازن صفر است. جریان در مقاومت R_3 برابر $(i_1 + i_2)$ خواهد بود.

با استفاده از قانون کیرشهف، برای حلقه $KMNLK$، داریم

$$i_1 \times 2 + (i_1 + i_2) \times 2 = 12 \quad \text{یا} \quad 2i_1 + i_2 = 6 \qquad (i)$$

با اعمال قانون کیرشهف برای حلقه $KSBNLK$، داریم

$$i_2 \times 2 + (i_1 + i_2) \times 2 = 3 \quad \text{یا} \quad 2i_1 + 4i_2 = 3 \qquad (ii)$$

از معادلات (i) و (ii)، داریم

$$i_1 = 3.5A \quad \text{و} \quad i_2 = -1A$$

اختلاف پتانسیل بین A و B

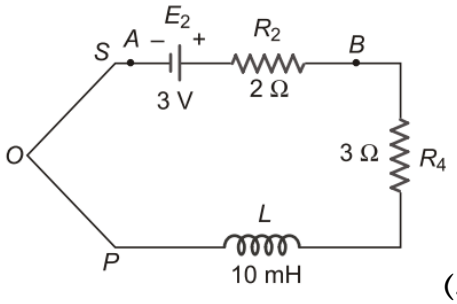
$$V_A - V_B = i_2 R_2 - E_2 = (-1)2 - 3 = -3V$$

توان مصرف شده شده در R_1 برابر $R_1 i_1^2$ است.

$$P_1 = (3.5)^2 \times 2 = 24.5W$$

(ب)

اکنون وضعیتی را در نظر می‌گیریم که در آن کلید در موقعیت 2 قرار می‌گیرد. (شکل مقابل)



مقاومت کل مدار

$$R = R_2 + R_4 = 5\Omega$$

$$L = 10mH = 10 \times 10^{-3}H = 10^{-2}H$$

(i) جریان ماندگار برابر

$$i = E/R = 10/5 = 0.6A$$

(در حالت ماندگار سلف(خودالقائی) نقشی ندارد.)

(ii) رشد جریان در مدار RL خواهد بود

$$i = i_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right]$$

یا

$$\frac{i}{i_0} = \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right]$$

بر حسب داده‌های مسئله $i = i_0/2$، بنابراین بعد از گذشت زمان t برای $\frac{i}{i_0} = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} = \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right] \quad \Longrightarrow \quad \frac{R}{L}t = \ln 2$$

یا

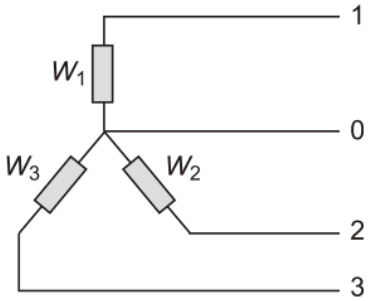
$$t = \frac{L}{R}\ln 2 = \frac{10^{-2}}{5} \times 2.3026 \ln 2 = 1.385^{-3}s$$

انرژی ذخیره شده در سلف برابر است با

$$U = \frac{1}{2}Li^2, \quad i = i_0/2 = 0.3A$$

$$U = \frac{1}{2} \times (10 \times 10^{-3}) \times (0.3)^2 J = 4.5 \times 10^{-4} J$$

(مثال-۵۰:) شکل مقابل یک ژنراتور سه فاز را نشان می‌دهد. ثابت کنید که اگر سیم‌پیچ‌های آن به‌ستاره متصل باشند، ولتاژ بین هادی‌های خطی u_{12}، u_{13} و u_{23}؛ $\sqrt{3}$ برابر بیشتر از ولتاژ فاز u_{01}، u_{02} و u_{03} است.



(حل:) فرض کنید ولتاژ در انتهای W_1 به صورت زیر تغییر می‌کند

$$u_{01} = E_0 \sin \omega t$$

بنابراین

$$u_{02} = E_0 \sin(\omega t - 120^o)$$

اکنون

$$u_{12} = u_{01} - u_{02} = E_0 \sin \omega t - E_0 \sin(\omega t - 120^o) = E_0\sqrt{3}\sin(\omega t + \pi/6)$$

چون،

$$\sin \pi/3 = \sqrt{3}/2, \qquad \cos(\omega t - \pi/3) = \sin(\omega t + \pi/6)$$

بنابراین، دامنه ولتاژ خطی $\sqrt{3}$ برابر بیشتر از ولتاژ فاز است.

(مثال-۵۱:) سه الکتروماگنت(مولد میدان معناطیسی) را در نظر بگیرید که میدان‌های مغناطیسی را در امتداد قطر مربوط به یک حلقه ایجاد می کنند: H_1، H_2 و H_3 وقتی با جریان متناوب به‌فرکانس ω تغذیه می‌شوند، ثابت کنید که اگر شدت میدان مغناطیسی برابر با دامنه باشد و در فاز از طریق $2/3\pi$ جابجا شود، میدان مغناطیسی حاصل را می‌توان با بردار چرخشی ثابت ω حول نقطه O (مرکز حلقه) توصیف کرد.

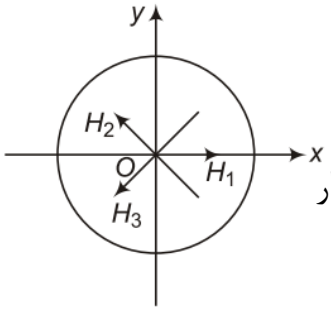
(حل:) میدان‌های مغناطیسی H_1، H_2 و H_3را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$H_1 = H_0 \sin \omega t, \quad H_2 = H_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right), \quad H_3 = H_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

بگذارید خط موازی و در امتداد O محور x و خط عمود بر O محور y باشد. در این صورت

$$H_x = H_0 \sin \omega t + H_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\cos\frac{2\pi}{3} + H_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)\cos\frac{4\pi}{3}$$

$$H_y = H_0 \sin \omega t + H_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\sin\frac{2\pi}{3} + H_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)\sin\frac{4\pi}{3}$$

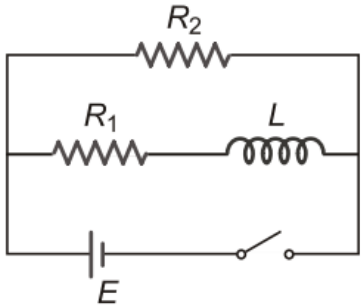


بعداز از ساده سازی، خواهیم داشت

$$H_x = \frac{3}{2}H_0 \sin \omega t, \qquad H_y = \frac{3}{2}H_0 \cos \omega t$$

این پیش بینی‌ها تنها در صورتی امکان پذیر است که بردار نشان دهنده میدان مغناطیسی با سرعت ثابت ω بچرخد.

(مثال-۵۲:)



(الف) در شکل مقابا، سوئیچ برای مدت طولانی روشن است. بعد از خاموش شدن سوئیچ چقدر گرما تولید می‌شود؟

ب) یک سیم‌پیچ خودالقائی(سلف)، یک خازن و یک منبع AC با ولتاژ موثر 24 ولت به صورت سری وصل شده‌اند. هنگامی که فرکانس منبع تغییر می‌کند، حداکثر جریان موثر $6.0A$ مشاهده می‌شود. اگر این سیم‌پیچ به‌باتری با نیروی محرکه 12 ولت و مقاومت داخلی 4Ω وصل شود جریان چقدر خواهد بود؟

(حل:)

(الف) جریان در سلف برابر E/R_1 است. در این صورت انرژی ذخیره شده در سلف برابر

$$U_L = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{E^2L}{2R_1^2}$$

و حرارت تولید شده برابر

$$H = \frac{E^2L}{2R_1^2}$$

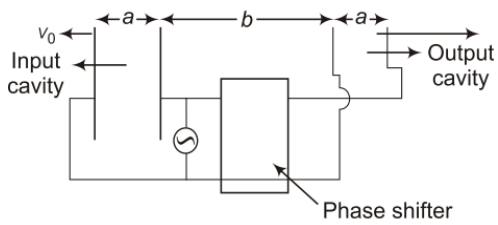
(ب) جریان در مقاومت برابر

$$I_R = \frac{V}{R}, \qquad R_L = \frac{V}{I_0} = 24/6 = 4\Omega$$

این مقدار مقاومت سیم‌پیچ است. اما جریانی که توسط باتری تهیه می‌شود

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{12}{4+4} = 1.5A$$

(مثال-۵۳:) کلایسترون‌ها دستگاه‌هایی هستند که برای تقویت سیگنال‌های فرکانس بسیار بالا استفاده می‌شوند. یک کلایسترون اساساً از دو زوج صفحه موازی (حفره) یکسان تشکیل شده است که با فاصله b از هم جدا شده‌اند، همانطور که در شکل نشان داده شده است.



یک پرتو الکترونی با سرعت اولیه v_0 کل سیستم را طی و از سوراخ‌های کوچکی در صفحات عبور می‌کند. ولتاژ فرکانس بالایی که باید تقویت شود به هر دو زوج صفحه اعمال می‌شود و میدان‌های الکتریکی متناوب افقی را در حفره‌ها ایجاد می‌کند. اختلاف فاز مشخصی بین زوج صفحات وجود دارد (که دوره T مربوط به تغییر فاز 2π است).

الکترون‌هایی که وارد حفره ورودی می‌شوند در حالی که میدان الکتریکی به سمت راست هدایت می‌شود، کند می‌شوند و بالعکس. سپس الکترون‌های در حال بیرون آمدن دسته‌هایی را در فاصله معینی از حفره ورودی تشکیل می‌دهند. در صورتی که حفره خروجی در مرکز دسته قرار گیرد، میدان الکتریکی در این حفره نیروی الکتریکی را از پرتو جذب می‌کند به‌شرطی که فاز آن به‌طور مناسب انتخاب شود. بگذارید سیگنال ولتاژ یک موج مربعی با زمان تناوب $T = 1.000 \times 10^{-9}s$ باشد که بین $V = \pm 0.5000$ ولت تغییر می‌کند. سرعت اولیه الکترونها $v_0 = 2.000 \times 10^6 m/s$ و نسبت بار به جرم $e/m = 1.759 \times 10^{11} C/kg$ است. طول α به قدری کوچک است که زمان عبور در حفره‌ها را می‌توان نادیده گرفت. با حفظ 4 رقم قابل توجه، محاسبه کنید.

(الف) فاصله b جایی که الکترون‌ها دسته می‌شوند

(ب) اختلاف فاز لازم که باید توسط اختلاف فاز دهنده ارائه شود.

(حل:)

(الف) الکترونی را در نظر بگیرید که با سرعت v_0 وارد حفره ورودی می‌شود. بسته به اینکه میدان الکتریکی در حفره به‌سمت چپ یا راست هدایت شود، الکترون‌ها شتاب می‌گیرند یا کُند می‌شوند. اگر با سرعت v ظاهر شوند،

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \pm eV \quad \Longrightarrow \quad v^2 = v_0^2 \pm 2eV/m$$

فرض کنید وقتی $v < 0$، یعنی میدان سمت راست، یک الکترون وارد حفره شود. زمان طی مسافت b

$$t_b = \frac{b}{\sqrt{v_0^2 - (2eV/m)}}$$

پس از زمان $T/2$، الکترون دیگری وارد می‌شود و در این زمان توسط میدان الکتریکی شتاب می‌گیرد.

$$t_b = \frac{b}{\sqrt{v_0^2 + (2eV/m)}}$$

اگر باید همزمان برسند، (به‌طوری که دسته‌بندی اتفاق می‌افتد)

$$\frac{b}{\sqrt{v_0^2 - (2eV/m)}} = \frac{T}{2} + \frac{b}{\sqrt{v_0^2 + (2eV/m)}}$$

از این معادله خواهیم داشت

$$b = 0.02271m$$

(مشروط بر آنکه $v0 << c$ باشد، اثرات نسبیتی را می‌توان نادیده گرفت).

(ب) برای جذب توان از پرتو، وقتی الکترون‌ها در ورودی آن دسته می‌شوند، میدان

الکتریکی باید به‌سمت راست هدایت شود، یعنی در زمان

$$t_b = \frac{b}{\sqrt{v_0^2 - (2eV/m)}}$$

پس از اینکه میدان الکتریکی در حفره ورودی به‌سمت راست هدایت می‌شود. بنابراین، تاخیر زمانی 1.161×10^{-8}. این شامل 11 زمان نناوب T و $0.61T$ بیشتر می‌شود. T مربوط به اختلاف فاز 2π و بنابراین $0.61T$ تا $1.22 \times 180 = 219.6^o$ درجه است.

(مثال-۵۴:) **(الف)** الف) یک لامپ اشعه کاتدی (CRT)، متشکل از یک تفنگ الکترونی و یک صفحه، در یک میدان مغناطیسی ثابت یکنواخت با شدت B قرار می‌گیرد، به طوری که میدان مغناطیسی موازی با محور پرتو تفنگ است. پرتو الکترونی از آند تفنگ الکترونی روی محور، اما با واگرایی تا ۵ درجه از محور، خارج می‌شود. به‌طور کلی یک نقطه نفوذی بر روی صفحه نمایش تولید می‌شود، اما برای مقادیر مشخصی از میدان مغناطیسی یک نقطه با تمرکز شدید به‌دست می‌آید.

با در نظر گرفتن حرکت الکترونی که در ابتدا با زاویه β (که در آن $0 \leq \beta \leq 5^o$) به‌سمت محور حرکت می‌کند هنگام خروج از تفنگ الکترونی، و در نظر گرفتن اجزای حرکت آن موازی و عمود بر محور، عبارتی را به دست آوردن نسبت بار به جرم e/m برای الکترون بر حسب کمیت های زیر، بنویسید:

کوچکترین میدان مغناطیسی که یک نقطه متمرکز برای آن به‌دست می‌آید، اختلاف پتانسیل شتاب دهنده در تفنگ الکترونی V (توجه داشته باشید که $V < 2kV$) و D، فاصله بین آند و صفحه نمایش، رابطه خود را بنویسید.

(ب) روش دیگری را برای ارزیابی نسبت بار به جرم الکترون در نظر بگیرید. درون این میدان مغناطیسی یکنواخت B دو صفحه دایره‌ای برنجی به شعاع ρ قرار داده شده است که با فاصله بسیار کمی t از هم جدا شده‌اند. اختلاف پتانسیل V بین آنها حفظ می‌شود. صفحات متقابلا موازی و هم‌محور هستند، اما محور آنها عمود بر میدان مغناطیسی است. یک فیلم عکاسی، داخل سطح منحنی استوانه‌ای به‌شعاع $\rho + s$ را می‌پوشاند که به صورت هم محور با صفحات نگه داشته می‌شود. به عبارت دیگر، فیلم در فاصله شعاعی S از لبه‌های صفحات قرار دارد. کل آرایش در خلاء است. توجه داشته باشید که t بسیار کوچکتر از s و ρ است.

یک منبع نقطه‌ای از ذرات β که ذرات β را به‌طور یکنواخت در تمام جهات با طیفی از سرعت‌ها ساطع می‌کند، بین مراکز صفحات قرار می‌گیرد و همان قطعه فیلم تحت سه شرایط مختلف قرار می‌گیرد:

امرحله اول با $B = 0$ و $V = 0$

مرحله دوم با $B = B_0$ و $V = V_0$

مرحله سوم با $B = -B_0$ و $V = -V_0$

که در آن V_0 و B_0 ثابت مثبت هستند. لطفاً توجه داشته باشید که صفحه بالایی مثبت است هنگامی که $V > 0$ (منفی است وقتی که $V < 0$) شارژ می‌شود است و میدان مغناطیسی $B > 0$ در جهت مثبت (در جهت مخالف وقتی $B < 0$) "برای در این بخش ممکن است فرض کنید که شکاف بسیار ناچیز است."

(ج) پس از عکس برداری و ظاهر سازی، می‌توان طرحی از فیلم ترسیم کرد. اندازه‌گیری‌ها از جداسازی دو بیرونی‌ترین اثر با میکروسکوپ انجام می‌شود، و این فاصله (y) نیز برای یک زاویه خاص روی شکل نشان داده شود. نتایج در جدول زیر، زاویه ϕ، زاویه بین میدان مغناطیسی و خطی که مرکز صفحات را به‌نقطه روی فیلم می‌پیوندد، آورده شده است.

Angle to field/ degree	ϕ	90	60	50	40	30	23
Separation/ nm	*y*	17.4	12.7	9.7	6.4	3.3	End of trace

مقادیر عددی پارامترهای سیستم در زیر آورده شده است:

$$B_0 = 6.91mT, \qquad V_0 = 580V, \qquad t = 0.80mm, \qquad S = 41.0mm$$

بعلاوه می‌توانید سرعت نور در خلاء را $3.00 \times 10^8 ms^{-1}$ و جرم الکترون ساکن را $9.11 \times 10^{31} kg$ در نظر بگیرید. حداکثر انرژی جنبشی ذرات β مشاهده شده را تعیین کنید. حداکثر انرژی جنبشی را به‌صورت عددی بر حسب eV بنویسید.

(حل:)

(الف) کانونی کردن برای یک مدار "سیکلوترون" الکترون رخ می‌دهد.

سرعت زاویه‌ای $\omega = \frac{eB}{m}$

بنابراین زمان برای یک دور چرخش $T = \frac{2\pi m}{eB}$

سرعت الکترون $u = \left(\frac{2eV}{m}\right)^{1/2}$

مسافت طی شده $D = Tu\cos\beta$

$$Tu = \left(\frac{2^{3/2}\pi}{B}\right)\left(\frac{Vm}{e}\right)^{1/2}$$

بنابراین نسبت بار به جرم خواهد بود

$$\frac{e}{m} = 8V \times \left(\frac{\pi}{BD}\right)^2$$

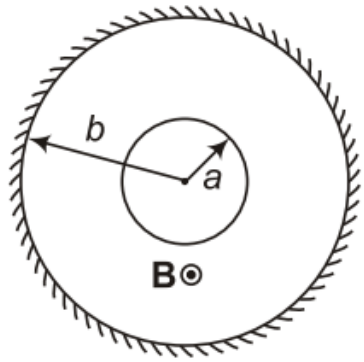
(ب) شرط دوم را در نظر بگیرید، نیروی ناشی از میدان الکتریکی به‌سمت بالا عمل می‌کند. در ناحیه A، نیروی میدان مغناطیسی ناشی از آن به‌سمت بالا نیز عمل می‌کند، الکترون به‌صفحه بالایی برخورد می‌کند و به‌فیلم نمی‌رسد. در ناحیه B، نیروی میدان مغناطیسی ناشی از آن به‌سمت پایین عمل می‌کند و اگر نیرو برابر و

مخالف نیروی الکترواستاتیکی باشد، نیروی نامتعادلی وجود نخواهد داشت و الکترون از صفحات بیرون می‌آید تا فیلم را در معرض دید قرار دهد.
قطعه از منطقه B گرفته شده است.
(ج) برای ایجاد تعادل به‌نیروها نیاز داریم. نیروی الکتریکی داده شده توسط eV/t، که در آن □ برابر مقدار فاصله نیروی مغناطیسی داده شده توسط $euB\sin\phi$ با u سرعت الکترون. برای اینکه اینها متعادل شوند برای ایجاد تعادل به‌نیروها نیاز داریم.

$$u = \frac{V}{tB}|\sin\phi|$$

حداکثر u مربوط به‌حداقل ϕ در 23 درجه است
بنابراین $u = 2.687 \times 10^8 m/s = 0.896c$
در حالت نسبیتی $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2} = 2.552$
بنابراین انرژی جنبشی الکترون برابر $(\gamma - 1)mc^2 = 641keV$

(مثال-۵۵:) فضای بین یک زوج هادی استوانه‌ای کواکسیال تخلیه می‌شود. شعاع استوانه داخلی a و شعاع داخلی استوانه بیرونی b است همانطور که در شکل مقابل نشان داده شده است. سیلندر بیرونی که آند نامیده می‌شود، ممکن است پتانسیل V مثبت نسبت به‌استوانه داخلی داشته باشد. یک میدان مغناطیسی استاتیک همگن B به‌موازات محور استوانه که به خارج از صفحه شکل هدایت می‌شود نیز وجود دارد. بارهای القایی در هادی‌ها نادیده گرفته می‌شوند.



ما دینامیک الکترون‌هایی با جرم سکون m و بار منفیe را مطالعه می‌کنیم. الکترون‌ها در سطح استوانه داخلی آزاد می‌شوند.
(الف) ابتدا پتانسیل V روشن می‌شود، اما $B = 0$ است. یک الکترون با سرعت ناچیز در سطح استوانه داخلی آزاد می‌شود. سرعت v را هنگام برخورد با آند تعیین کنید. چه زمانی که رفتار غیر نسبیتی کافی است و چه زمانی که کافی نیست، پاسخ دهید.
(ب) اکنون $V = 0$ اما میدان مغناطیسی همگن B وجود دارد. یک الکترون با سرعت اولیه v_0 در جهت شعاعی شروع می‌شود. برای میدان‌های مغناطیسی بزرگتر از مقدار بحرانی B_c، الکترون به‌آند نمی‌رسد. زمانی که B کمی بیشتر از B_c است، مسیر حرکت الکترون را ترسیم کنید. B_c را تعیین کنید. از این پس هم پتانسیل V و هم میدان مغناطیسی همگن B وجود دارند.
(ج) میدان مغناطیسی به‌الکترون یک تکانه (مومنتوم) زاویه‌ای غیر صفر L نسبت به‌زمان محور سیلندر می‌دهد. معادله‌ای برای سرعت تغییر dL/dt تکانه زاویه‌ای

بنویسید. نشان دهید که این معادله دلالت بر این دارد که

$$L - keBr^2$$

در طول حرکت ثابت است، که در آن k یک عدد خالص معین است. در اینجا r فاصله از محور سیلندر است. مقدار k را تعیین کنید.

(د) الکترونی را در نظر بگیرید که با سرعت ناچیز از استوانه داخلی آزاد می‌شود و به‌آند نمی‌رسد، اما حداکثر فاصله آن از محور سیلندر برابر با r_m است. سرعت v را در نقطه‌ای که فاصله شعاعی حداکثر است، بر حسب r_m تعیین کنید.

(ه) ما علاقه‌مند به‌استفاده از میدان مغناطیسی برای تنظیم جریان الکترون به‌آند هستیم. برای B بزرگتر از میدان مغناطیسی بحرانی B_c، الکترونی که با سرعت ناچیز آزاد می‌شود، به‌آند نمی‌رسد. B_c را تعیین کنید.

(و) اگر الکترون‌ها با گرم کردن استوانه داخلی آزاد شوند، یک الکترون به‌طور کلی یک سرعت اولیه غیر صفر در سطح استوانه داخلی خواهد داشت. مولفه سرعت اولیه موازی با $\mathbf{B}$ v_B است، مولفه‌های متعامد به $\mathbf{B}$ عبارتند از v_r (در جهت شعاعی) و v_ϕ [در جهت آزیموتال(سمت)، یعنی متعامد به جهت شعاعی].

برای این وضعیت میدان مغناطیسی بحرانی B_C برای رسیدن به‌آند را تعیین کنید.

(حل:)

(الف) افزایش انرژی پتانسیل eV به‌انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. بنابراین

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \qquad (\text{غیر نسبیتی})$$

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2 = eV \qquad (\text{نسبیتی})$$

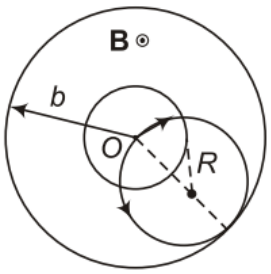
ازاینزو

$$\begin{aligned} v &= c\sqrt{1-\left(\frac{mc^2}{mc^2+eV}\right)^2} \qquad (\text{نسبیتی}) \\ &= \sqrt{\frac{2eV}{m}} \qquad (\text{غیر نسبیتی}) \end{aligned}$$

(ب) هنگامی که $V = 0$ الکترون در یک میدان مغناطیسی استاتیکی همگن حرکت می‌کند. نیروی مغناطیسی لورنتس به‌صورت متعامد بر سرعت عمل کرده و الکترون در یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. سرعت اولیه مماس بر دایره است.

شعاع R مدار ("شعاع سیکلوترون") با معادل سازی نیروی مرکز و نیروی لورنتس تعیین می‌شود.

$$eBv_0 = \frac{mv_0^2}{R} \quad \Longrightarrow \quad B = \frac{mv_0}{eR} \qquad (ii)$$



از شکل می‌بینیم که در حالت بحرانی شعاع R دایره در رابطه زیر صدق می‌کند

$$\sqrt{a^2+R^2}=b-R$$

طرفین را بتوان دو میرسانیم

$$a^2+R^2=b^2-2bR+R^2 \quad \Longrightarrow \quad R=\frac{(b^2-a^2)}{2b}$$

با جایگزینی این مقدار برای شعاع در عبارت (ii) میدان بحرانی را می‌دهد

$$B_c=\frac{mv_0}{eR}=\frac{2bmv_0}{(b^2-a^2)e}$$

(ج) تغییر در تکانه(مومنتوم) زاویه‌ای نسبت به زمان توسط یک گشتاور ایجاد می‌شود. در اینجا مولفه آزیموتالی F_ϕ نیروی لورنتس $\mathbf{F}=(-e)\mathbf{B}\times\mathbf{v}$ گشتاور $F_\phi r$ را ارائه می‌دهد. فقط مولفه شعاعی $v_r dr/dt$ سرعت است که نیروی لورنتس آزیموتال را فراهم می‌کند. از اینرو،

$$\frac{dL}{dt}=eBr\frac{dr}{dt}$$

که می‌توان آنرا به‌صورت زیر نوشت

$$\frac{d}{dt}\left[L-\frac{eBr^2}{2}\right]=0$$

بنابراین

$$c=L-\frac{1}{2}eBr^2 \qquad (iii)$$

در طول حرکت ثابت است. بنابراین عدد بدون بعد k در متن مسئله $k=1/2$ است

(د) ما ثابت C، معادله (iii) را در سطح استوانه داخلی و در حداکثر فاصله r_m محاسبه می‌کنیم.

$$0-\frac{1}{2}eBa^2=mvr_m--\frac{1}{2}eBr_m^2$$

که میدهد

$$v=\frac{eB(r_m-a^2)}{2mr_m} \qquad (iv)$$

راه دیگر

ابتدا می‌توان پتانسیل الکتریکی $V(r)$ را به‌صورت تابعی از فاصله شعاعی تعیین کرد. در هندسه استوانه‌ای میدان به‌طور معکوس متناسب با r سقوط می‌کند که به‌یک پتانسیل لگاریتمی نیاز دارد، $V(s)=c_1\ln r+c_2$ هنگامی که دو ثابت تعیین می‌شوند تا $V(a)=0$ و $V(b)=V$ را به‌دست آورند، داریم

$$V(r)=V\frac{\ln(r_m/a)}{\ln(b/a)}$$

افزایش انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV\frac{\ln(r_m/a)}{\ln(b/a)}$$

بنابراین

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}\frac{\ln(r_m/a)}{\ln(b/a)}} \qquad (v)$$

معادله به‌نظر می‌رسد (iv) و (v) پاسخ‌های متفاوتی باشند. این فقط آشکار است زیرا r_m پارامتر مستقلی نیست، اما توسط B و V تعیین می‌شود تا این دو پاسخ یکسان باشند.

(ه) برای میدان مغناطیسی بحرانی حداکثر فاصله r_m برابر با b، شعاع سیلندر بیرونی و سرعت در نقطه عطف برابر است با:

$$v = \frac{2B(b^2-a^2)}{2mb}$$

از آنجایی که نیروی لورنتس کار نمی‌کند، انرژی جنبشی مربوطه $\frac{1}{2}mv^2$ برابر است با eV [بخش (الف)]

$$v = \sqrt{2eV/m}$$

دو معادله آخر زمانی سازگار هستند که

$$\frac{2B(b^2-a^2)}{2mb} = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

بنابراین میدان مغناطیسی بحرانی برای قطع جریان برابر است با:

$$B_c = \frac{2b}{b^2-a^2}\sqrt{\frac{2mV}{e}}$$

(و) نیروی لورنتس هیچ مولفه موازی با میدان مغناطیسی ندارد و در نتیجه مولفه سرعت v_B تحت حرکت ثابت است. جابجایی متناظر موازی با محور سیلندر هیچ ارتباطی با مسئله رسیدن به آند ندارد.

فرض کنید v سرعت آزیموتال نهایی الکترونی را نشان دهد که به سختی به آند می‌رسد. حفظ انرژی به‌این معناست

$$\frac{1}{2}m(v_B^2+v_\phi^2+v_r^2)+eV = \frac{1}{2}m(v_B^2+v^2)$$

و میدهد

$$v = \sqrt{v_r^2+v_\phi^2+2eV/m} \qquad (vi)$$

با محاسبه ثابت c در معادله (iii) در هر دو سطح سیلندر برای وضعیت بحرانی، داریم

$$mv_\phi a - \frac{1}{2}eB_c a^2 = mvb - \frac{1}{2}eB_c b^2$$

درج مقدار (vi) برای سرعت v میدان بحرانی را به‌دست می‌دهد

$$B_c = \frac{2m(vb - v_\phi a)}{e(b^2 - a^2)} = \frac{2mb}{e(b^2 - a^2)}\left[\sqrt{v_r^2 + v_\phi^2 + 2eV/m} - \frac{v_\phi a}{b}\right]$$

(مثال-۵۶:) یک کابل بلند از یک رسانای جامد به شعاع r در یک هادی استوانه‌ای توخالی هم‌محور با شعاع‌های داخلی و خارجی R_1 و R_2 ساخته شده است. جریان آمپر I_0 در هادی‌های داخلی و خارجی در جهت مخالف جریان می‌یابد. میدان القائی B را در هر نقطه در فاصله x از محور کابل پیدا کنید.

(حل:) نمای مقطعی کابل در نظر گرفته شده است. یک مسیر دایره‌ای به‌شعاع x حول محور کابل در نظر بگیرید. تقارن نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی B که توسط جریان عبوری تولید می‌شود، در هر نقطه از این مسیر بر آن مماس است. طبق قانون آمپر، خواهیم داشت:

$$\int \mathbf{B}\cdot\mathbf{dl} = \mu_0 \times (\text{جریان محصور در مسیر بسته})$$

چهار حالت امکان پذیر است

(i) جریان I در این حالت، جریان محصور در مسیر دایره‌ای بشعاع x_1 است

$$\int \mathbf{B}\cdot\mathbf{dl} = \int Bdl = B \times 2\pi x_1, \quad \Longrightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I_0 x_1}{2\pi r^2}$$

(ii) $r < x < R_1$

$$\int \mathbf{B}\cdot\mathbf{dl} = \int Bdl = B \times 2\pi x_2 = \mu_0 I_0$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi x_2}$$

(iii) $R_1 < x < R_2$ در اینجا، جریان محصور شده توسط مسیر شعاع x_3، اختلاف جریان I_0 از طریق هادی جامد و جریان محصور بین R_1 و x_3 است.

$$I = I_0 - \frac{I_0}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}\pi(x_3^2 - R_1^2) = I_0\left[\frac{R_2^2 - x_3^2}{R_2^2 - R_1^2}\right]$$

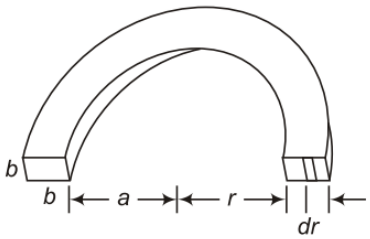
$$\int \mathbf{B}\cdot\mathbf{dl} = B \times 2\pi x_3 = \mu_0 I_0\left[\frac{R_2^2 - x_3^2}{R_2^2 - R_1^2}\right]$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 I_0 (R_2^2 - x_3^2)}{2\pi x_3 (R_2^2 - R_1^2)}$$

(iv) $x > R_2$

$$\int \mathbf{B}\cdot\mathbf{dl} = B \times 2\pi x_4 = \mu_0 I_0 \times 0 \quad \Longrightarrow \quad B = 0$$



(مثال-۵۷:) یک تروئید در شکل مقابل (با مقطع مربع) نشان داده شده است. اگر شعاع داخلی a و تعداد پیچ‌های N به‌طور یکنواخت در محیط توزیع شده باشد، خودالقائی L را محاسبه کنید.

(حل:) نیمی از تروئید در شکل نشان داده شده است. اگر جریان I از آن عبور کند، میدان مغناطیسی B داخل آن به‌صورت زیر داده می‌شود

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

شار از طریق ناحیه مستطیل شکل (عرض نوار dr) برابر است با:

$$d\phi = B(bdr) = \frac{\mu_0 N b I}{2\pi}\frac{dr}{r}$$

و کل شار(فلوی مغناطیسی)

$$\phi = \frac{\mu_0 N b I}{2\pi}\left[\ln r\right]_a^{a+b} = \frac{\mu_0 N b I}{2\pi}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

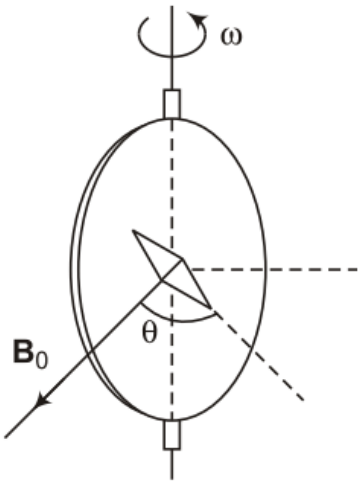
و کل شار برای N دور خواهد بود

$$\psi = N\phi = \frac{\mu_0 N^2 b I}{2\pi}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

طبق تعریف $\psi = LI$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 b}{2\pi}\ln\left(1+\frac{b}{a}\right)$$

(مثال-۵۸:) دگرگونی‌های فنی و علمی در قرن نوزدهم نیاز قانع‌کننده‌ای به‌استانداردهای پذیرفته‌شده جهانی برای کمیت‌های الکتریکی ایجاد کرد. تصور می‌شد که واحدهای مطلق جدید فقط باید بر استانداردهای طول، جرم و زمان که پس از انقلاب فرانسه ایجاد شده است، تکیه کنند. یک کار تجربی فشرده برای تعیین ارزش این واحدها از سال 1861 تا 1912 توسعه یافت. ما در اینجا سه مطالعه موردی را پیشنهاد می‌کنیم. یک سیم‌پیچ دایره‌ای متشکل از N دور، به‌شعاع a و مقاومت کلی R با سرعت زاویه‌ای یکنواخت ω در حول قطر عمودی در میدان مغناطیسی افقی $\mathbf{B}_0 = B_0\mathbf{i}$ می‌چرخد.



(الف) نیروی الکتروموتور E القا شده در سیم‌پیچ و همچنین توان متوسط (P) مورد نیاز برای حفظ سیم‌پیچ در حرکت را محاسبه کنید. از خود القایی سیم‌پیچ چشم‌پوشی کنید.

همانطور که در شکل نشان داده شده است، یک سوزن مغناطیسی کوچک در مرکز سیم‌پیچ قرار داده شده است. چرخش آهسته حول محور Z در یک صفحه افقی آزاد است، اما نمی‌تواند چرخش سریع سیم‌پیچ را دنبال کند.

(ب) پس از رسیدن به‌رژیم ثابت، سوزن در جهتی قرار می‌گیرد که یک زاویه کوچک θ با $\mathbf{B}_0$ ایجاد می‌کند. مقاومت R سیم‌پیچ را بر حسب این زاویه و سایر پارامترهای سیستم محاسبه کنید.

لرد کلوین[۸] از این روش در دهه 1860 برای تعیین استاندارد مطلق اهم استفاده کرد. برای جلوگیری از سیم‌پیچ چرخان، لورنس[۹] روش جایگزینی را ابداع کرد که توسط لرد ریلی[۱۰] و خانم سیدگویک[۱۱] استفاده شده بود که در پاراگراف‌های بعدی آن را تحلیل می‌کنیم.

(حل:)

(الف) پس از طی زمان t، صفحه عمود به‌سیم‌پیچ با میدان مغناطیسی $\mathbf{B}_0 = B_0\mathbf{i}$ زاویه ωt ایجاد می‌کند. سپس، شار مغناطیسی از طریق سیم‌پیچ برابر است با:

$$\phi = N\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{S}$$

که در آن بردار سطح $\mathbf{S}$ با رابطه $\mathbf{S} = \pi a^2(\cos\omega t\mathbf{i} + \sin\omega t\mathbf{j})$ داده می‌شود. در این صورت

$$\phi = N\pi a^2 B_0 \cos\omega t$$

نیروی محرکه القائی برابر است با:

$$E = -\frac{d\phi}{dt} = -N\pi a^2 B_0\omega \sin\omega t$$

و توان لحظه‌ای برابر با $P = \frac{E^2}{R}$، بنابراین توان متوسط

$$P = \frac{(N\pi a^2 B_0\omega)^2}{2R}$$

[۸] Lord Kelvin
[۹] Lorenz
[۱۰] Lord Rayleigh
[۱۱] Ms. Sidgwick

در اینجا از رابطه زیر استفاده کرده‌ایم

$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{2}$$

(ب) میدان کل در مرکز سیم‌پیچ در لحظه t برابر است با:

$$\mathbf{B}_t = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_i$$

که در آن $\mathbf{B}_i$ میدان مغناطیسی ناشی از جریان القائی است، یعنی $\mathbf{B}_i = B_i(\cos\omega t\mathbf{i} + \sin\omega t\mathbf{j})$ با

$$B_i = \frac{\mu_0 N I}{2a} \quad \text{و} \quad I = \frac{E}{R}$$

بنابراین

$$B_i = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{2R}\sin\omega t$$

مقادیر میانگین مولفه‌های آن عبارتند از

$$(B_{ix}) = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{2R}(\sin\omega t \cos\omega t) = 0$$

$$(B_{iy}) = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{2R}(\sin^2\omega t) = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{4R}$$

و مقدار میانگین میدان منغاطیسی کل برابر است با

$$(\mathbf{B}_i) = B_0\hat{\mathbf{i}} + \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0 \omega}{4R}\hat{\mathbf{j}}$$

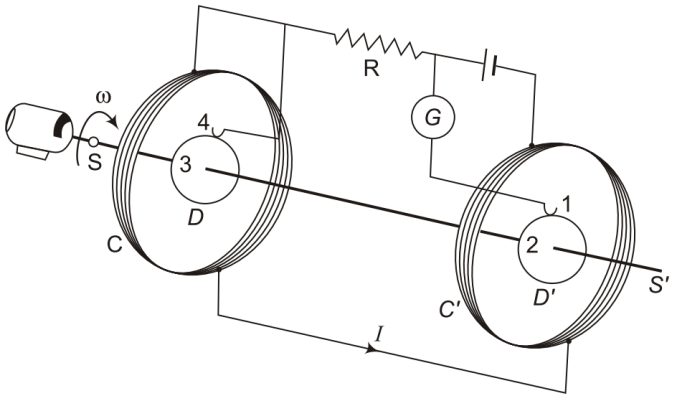
بنابراین، سوزن در امتداد میدان متوسط قرار می‌گیرد

$$\tan\theta = \frac{\mu_0 N^2 \pi a \omega}{4R}$$

سرانجام، مقاومت سیم‌پیچ اندازه‌گیری شده توسط این روش، بر حسب θ، برابر است با

$$R = \frac{\mu_0 N^2 \pi a \omega}{4\tan\theta}$$

(مثال-۵۹:) چیدمان یک آزمایش در شکل زیر نشان داده شده است. این شامل دو دیسک فلزی یکسان D و D' به شعاع b است که بر روی شافت هادی SS' نصب شده است. یک موتور مجموعه را با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخاند، که می‌توان آن را برای اندازه‌گیری R تنظیم کرد. دو سیم‌پیچ یکسان C و C' (با شعاع a و هر یک با N دور) دیسک‌ها را احاطه کرده‌اند. آنها به‌گونه‌ای به‌هم وصل شده‌اند که جریان I از آنها در جهت مخالف عبور می‌کند. کل دستگاه برای اندازه‌گیری مقاومت R عمل می‌کند.



(الف) فرض کنید جریان I که از سیم‌پیچ‌های C و C' می گذرد یک میدان مغناطیسی یکنواخت B در اطراف D و D ایجاد می کند که برابر با میدان مغناطیسی مرکز سیم‌پیچ است. نیروی الکتروموتور E القا شده بین رینگ‌های 1 و 4 را محاسبه کنید، با این فرض که فاصله بین سیم‌پیچ ها بسیار بزرگتر از شعاع سیم‌پیچ ها است و $a >> b$ دیسک‌ها توسط کنتاکت‌های جاروبک در لبه‌های 1 و 4 خود به مدار متصل می‌شوند. گالوانومتر G جریان عبوری را از مدار $1-2-3-4$ تشخیص می‌دهد.

(ب) مقاومت R زمانی اندازه‌گیری می‌شود که G صفر را نشان دهد. R را بر حسب پارامترهای فیزیکی سیستم ارائه دهید.

(حل:)

(الف) نیروی وارد بر یک واحد بار مثبت در یک دیسک شعاعی و مدول آن است

$$|\mathbf{v} \times \mathbf{B}| = vb = r\omega B$$

که در آن B میدان مغناطیسی در مرکز سیم‌پیچ است

$$B = N\frac{\mu_0 I}{2a}$$

در این صورت، نیروی محرکه القا شده در هر دیسک توسط میدان مغناطیسی B برابر است با:

$$E_D = E_{D'} - B\omega \int r dr = \frac{1}{2}B\omega b^2$$

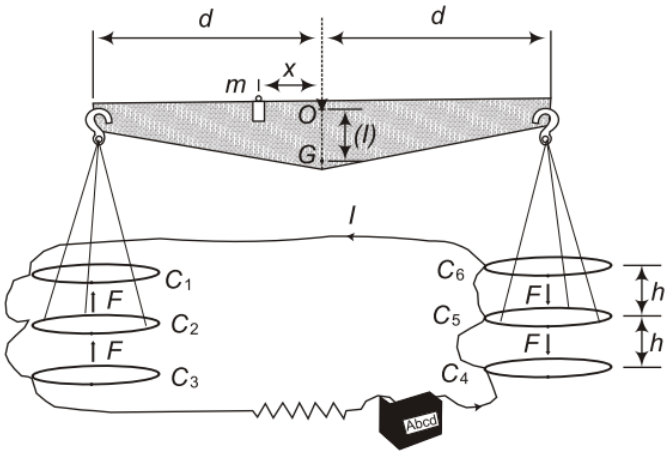
سرانجام، نیروی محرکه القائی بین 1 و 4 برابر است با:

$$E = E_D + E_{D'} = N\frac{\mu_0 b^2 \omega I}{2a}$$

(ب) هنگامی که خواندن G ناپدید می‌شود، $I_G = 0$ و قوانین کیرشهوف بلافاصله پاسخ می‌دهند. در این صورت داریم

$$E = IR \quad \Longrightarrow \quad R = N\frac{\mu_0 b^2 \omega}{2a}$$

(مثال-۶۰:) عبور جریان از دو هادی و اندازه‌گیری نیروی بین آنها تعیین جریان مطلق را ارائه می‌دهد. "ترازوی جریان" طراحی شده توسط لرد کلوین[۱۲] در سال 1882 از این روش استفاده می‌کند. این شامل شش سیم‌پیچ یکسان یکنواخت $C_1 \cdots C_6$ به شعاع a است که به صورت سری به‌هم متصل شده‌اند. همانطور که در شکل نشان داده شده است، سیم‌پیچ‌های ثابت C_1, C_3, C_4 و C_6 در دو صفحه افقی قرار دارند که با فاصله کم $2h$ از هم جدا شده‌اند. سیم‌پیچ‌های C_2 و C_5 روی بازوهای تعادلی به طول d حمل می‌شوند و در حالت تعادل، از هر دو صفحه به‌یک اندازه فاصله دارند.



جریان I از طریق سیم‌پیچ‌های مختلف به‌گونه‌ای می‌گذرد که نیروی مغناطیسی روی C_2 به‌سمت بالا و در C_5 به‌سمت پایین باشد. جرم m در فاصله x از تکیه گاه O برای بازگرداندن تعادل به موقعیت تعادلی که در بالا توضیح داده شد، زمانی که جریان از مدار عبور می‌کند، لازم است.

(الف) نیروی F را بر C_2 ناشی از برهمکنش مغناطیسی با C_1 محاسبه کنید. برای سادگی فرض کنید که نیروی در واحد طول، نیرویی است که مربوط به دو سیم بلند و مستقیم است که جریان موازی را حمل می‌کنند.

(ب) جریان I زمانی اندازه‌گیری می‌شود که ترازو در تعادل باشد. مقدار I را بر حسب پارامترهای فیزیکی سیستم بدهید. ابعاد دستگاه به‌گونه‌ای است که می‌توان از تأثیرات متقابل سیم‌پیچ‌ها در سمت چپ و راست غافل شد. فرض کنید M جرم ترازو (به جز m و قسمت‌های آویزان)، G مرکز جرم و l فاصله $\overline{OG}$ باشد.

(ج) تعادل تعادل در برابر انحرافات ایجاد کننده تغییرات کوچک dz در ارتفاع C_2 و $-dz$ در C_5 پایدار است. حداکثر مقدار dz_{max} را به‌گونه‌ای محاسبه کنید که هنگام رها شدن تعادل همچنان به‌موقعیت تعادل بازگردد.

(حل:)

[۱۲] Lord Kelvin

(الف) نیروی بر واحد طول f بین دو سیم مستقیم موازی نامعین که با فاصله h از هم جدا شده‌اند برابر است با:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{h}$$

بازاء $I_1 = I_2 = I$ و طول $2\pi a$، نیروی F القاء شده روی C_2 بوسیله سیم‌پیچ C_1 برابر است با

$$F = \frac{\mu_0 a}{h} I^2$$

(ب) در حالت تعادل $mgx = 4Fd$، در این صورت

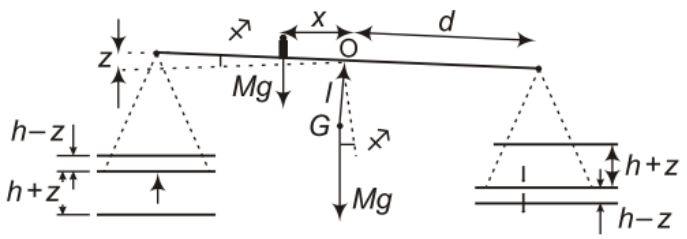
$$mgx = \frac{4\mu_0 a d}{h} I^2 \qquad (i)$$

بنابراین

$$I = \left(\frac{mghx}{4\mu_0 a d}\right)^{1/2}$$

(ج) اگر گشتاورهای گرانشی نسبت به تکیه گاه □ بیشتر از گشتاورهای مغناطیسی باشد، تعادل برای کمی انحراف زاویه ای □□ به حالت تعادل برمی گردد.

$$mgl\sin\delta\phi + mgx\cos\delta\phi > 2\mu_0 a I^2\left(\frac{1}{h-\delta z} + \frac{1}{h+\delta z}\right) d\cos\delta\phi$$



بنابراین با استفاده از تقریب پیشنهادی

$$mgl\sin\delta\phi + mgx\cos\delta\phi > \frac{4\mu_0 a d I^2}{h}\left(1 + \frac{\delta z^2}{h^2}\right)\cos\delta\phi$$

با در نظر گرفتن شرایط تعادل (i)، به‌دست می‌آید

$$Mgl\sin\delta\phi > mgx\frac{\delta z^2}{h^2}\cos\delta\phi$$

در نهایت، بازاء $\tan\delta\phi \approx \sin\delta\phi = \frac{\delta z}{d}$

$$\delta z < \frac{Mlh^2}{mxd} \qquad \Longrightarrow \qquad \delta z_{max} = \frac{Mlh^2}{mxd}$$

(مثال-۶۱:) جریان I در جهت مخالف در استوانه‌های هم محور داخلی و خارجی می‌گذرد. شعاع استوانه جامد داخلی و شعاع استوانه جارجی به‌ترتیب b و c است. انرژی مغناطیسی را در واحد طول در مناطق مختلف محاسبه کنید.

(حل:) در ناحیه استوانه داخلی، با اعمال قانون مداری در مسیری به‌شعاع ρ، به‌دست می‌آوریم

$$2\pi\rho B = \mu I(\pi\rho^2/\pi a^2) \quad \Longrightarrow \quad B = \mu_0 \frac{\rho I}{2\pi a^2}$$

انرژی مغناطیس در واحد طول استوانه داخلی

$$W_1 = \frac{1}{2\mu_0}\int_0^a \left(\frac{\mu_0 \rho I^2}{2\pi a^2}\right)^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

در ناحیه بین دو استوانه

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}$$

و

$$W_2 = \frac{1}{2\mu_0}\int_a^b \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\right)^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$

در ناحیه استوانه بیرونی، جریان درون یک مسیر دایره‌ای به شعاع ρ، جریانی است که در هادی مرکزی I منهای جریان در هادی بیرونی بین شعاع b و ρ است.

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi\rho}\left[I - I\left(\frac{\rho^2 - b^2}{c^2 - b^2}\right)\right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\left(\frac{\rho^2 - b^2}{c^2 - b^2}\right)$$

و

$$\begin{aligned} W_3 &= \frac{1}{2\mu_0}\int_b^c \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\right)^2 \left(\frac{\rho^2 - b^2}{c^2 - b^2}\right)^2 2\pi\rho d\rho \\ &= \frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\left[\frac{c^4}{(c^2 - b^2)^2}\ln\frac{c}{b} - \frac{3c^2 - b^2}{4(c^2 - b^2)}\right] \end{aligned}$$

در ناحیه چهارم، خارج از استوانه‌ها،$B = 0$ و $W_4 = 0$ است. خود القایی در واحد طول به‌صورت زیر داده می‌شود:

$$L = \frac{2(W_1 + W_2 + W_3)}{I^2}$$

یا

$$L = \mu_0\left(\frac{1}{8\pi} + \frac{1}{2\pi}\ln\frac{b}{a} + \frac{1}{2\pi}\left[\frac{c^4}{(c^2 - v^2)^2}\ln\frac{c}{b} - \frac{3c^2 - b^2}{4(c^2 - b^2)}\right]\right)$$

(مثال-۶۲:) شکل موج ولتاژ دندانه اره‌ای V_0 را می‌توان در دوسر خازن C در شکل (1) به‌دست آورد. R یک مقاومت متغیر، V_i ولتاژ باتری ایده‌آل و SG یک شکاف جرقه‌ای است که از دو الکترود با فاصله قابل تنظیم بین آنها تشکیل شده است. هنگامی که ولتاژ دو طرف الکترودها از ولتاژ شلیک V_f بیشتر شود، هوای بین الکترودها از بین می‌رود. از اینرو شکاف بسیار کوچک می‌شود

(الف) پس از بسته شدن کلید، شکل موج ولتاژ V_0 را نسبت به‌زمان t ترسیم کنید.

(ب) برای داشتن یک شکل موج ولتاژ دندانه اره‌ای تقریباً خطی متغیر V_0، چه شرایطی

باید رعایت شود؟
(ج) به‌شرطی که این شرط برآورده شود، یک عبارت ساده شده برای دوره تناوب T شکل موج استخراج کنید.
(د) چه چیزی را باید تغییر دهید (R و/یا SG) فقط برای تغییر دوره؟
(ه) چه چیزی را باید تغییر دهید (R و/یا SG) فقط برای تغییر دامنه؟
(و) یک منبع ولتاژ C قابل تنظیم اضافی به‌شما داده می‌شود. یک مدار جدید طراحی و رسم کنید که پایانه‌هایی را نشان دهد بطوری که در آن شکل موج ولتاژ V_0' شرح داده شده در شکل (2) را به‌دست می‌آورید.
(حل:)
(الف) حالت $0 < V_{output} < V_f$ را در نظر بگیرید. شکاف جرقه مانند یک مدار باز عمل می‌کند.

$$V_{\text{باتری}} = Rdq/dt + q/C$$

از حل آن،

$$q = CV_{battery}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

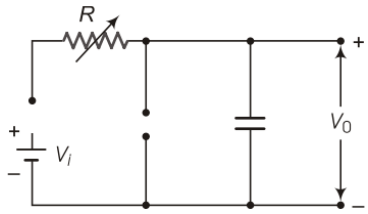


Fig. (1)

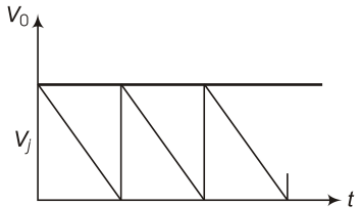


Fig. (2)

$$V_{battery} = V_f \quad \Longrightarrow \quad t_0 = \frac{RCV_{battery}}{V_{battery} - V_f}$$

پس از این، SG مانند یک اتصال کوتاه رفتار می‌کند.
در نتیجه، خازن به سرعت تخلیه می شود و V خروجی به سرعت به صفر می رسد و شکل موج دندانه اره ای ایجاد می کند. پس از آن شارژ دوباره شروع می شود.
(ب) برای اینکه خروجی تابع V به طور نمایی تقریباً خطی باشد، t/RC باید برای همه مقادیر t بسیار کوچک باشد. بنابراین

$$e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - \frac{t}{RC}$$

به‌طور خاص، $t_0 << RC$، به‌عنوان مثال، $I_v V_{battery}$ باید خیلی کوچک باشد. **(ج)** اکنون V خروجی را با استفاده از (b) خطی می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$V_{output} \sim V_{battery} \times (t/RC)$$

(د) از آنجایی که T، دوره، به هر دو V_f و R بستگی دارد، یکی از آنها باید به T تغییر کند. با این حال، تغییر در SG می تواند V_f را تغییر دهد و بنابراین دامنه و همچنین فقط دوره باید تغییر کند، R باید تغییر کند. تغییر کرد.
(ه) برای تغییر دامنه، SG باید تغییر کند، اما سپس T نیز تغییر خواهد کرد و از اینرو R نیز باید به‌طور مناسب تغییر کند.
(مثال-۶۳:) مقاومت R و خازن $2\mu F$ به‌صورت سری به یک منبع تغذیه مستقیم 200 ولت متصل می‌شوند. در دوسر خازن یک لامپ نئونی وجود دارد که با ولتاژ 120 ولت ضربه میزند (ولتاژ شکست). مقدار R را محاسبه کنید تا ضربه لامپ 5 ثانیه پس از بسته شدن سوئیچ انجام شود.
مترجم: لامپ نئون دارای مقاومت غیر خطی است و در یک ناحیه دارای مقاومت منفی است یعنی با ازدیاد ولتاژ جریان آن کم می‌شود از اینرو وقتی عنصری دارای مقاومت منفی باشد، میتوان از آن در ناحیه غیرخطی بعنوان نوسان ساز استفاده کرد.
(حل:) در صورت شارژ خازن متصل به مقاومت R به‌صورت سری، شارژ در هر لحظه به‌صورت تابعی از t داده می‌شود.

$$q = q_0(1 - e^{-t/RC}) \qquad q = CV$$

$$V = V_0(1 - e^{-t/RC})$$

$$V = 120\ Volts, \qquad V_0 = 200\ Volts, \qquad t = 5s \qquad C = 2 \times 10^{-6} F$$

$$120 = 200(1 - e^{-\frac{5}{2\times 10^{-6} R}}$$

یا

$$e^{2.5\times 10^6/R} = 2.5$$

$$2.5 \times 10^6/R = \ln 2.5 \qquad R = \frac{2.5 \times 10^6}{2.3026 \times 0.4} = 2.73 \times 10^6$$

(مثال-۶۴:) اگر یک باتری با نیروی محرکه 100 ولت به‌صورت سری با اندوکتانس $10mH$، خازن $0.05\mu F$ و مقاومت 100Ω وصل شود، پیدا کنید:
(الف) فرکانس جریان نوسانی، **(ب)** کاهش لگاریتمی و **(ج)** بار نهائی خازن.
(حل:)

$$\frac{R^2}{4L^2} = \frac{100^2}{4 \times 10^{-4}} = 2.5^7$$

$$\frac{1}{LC} = \frac{1}{10^{-2} \times 0.05 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^9$$

چون

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$$

ازاینرو شارژ خازن نوسانی است.
(الف) فرکانس نوسان با رابطه زیر داده می‌شود

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{1}{2 \times 3.14}\sqrt{2 \times 10^9 - 2.5^7} = 7.076\ kHz$$

(ب) کاهش لگاریتمی برابر با

$$\frac{RT}{2L} = \frac{100}{2 \times 10^{-2} \times 7076.6} = 0.0707$$

بار نهائی خازن

$$q_0 = VC = 100 \times 0.05 \times 10^{-6} = 5\mu C$$

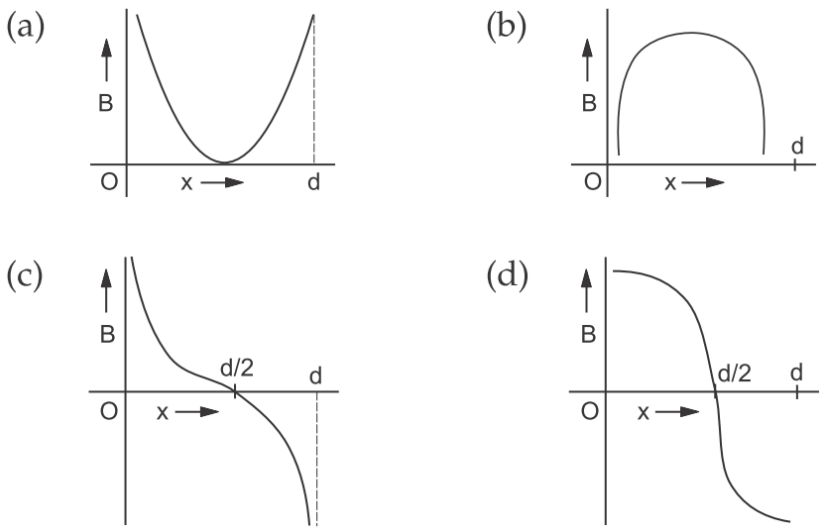
فقط یک گزینه را انتخاب کنید.

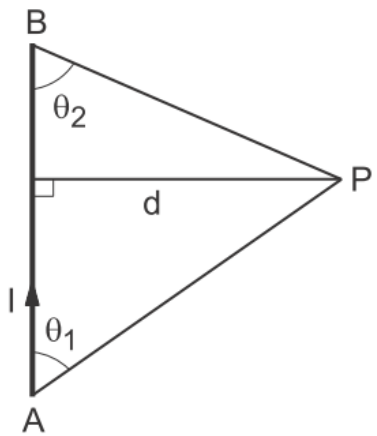
مثال-۶۵: اگر c سرعت سیر نور باشد، کدامیک از روابط زیر درست است؟
(الف): $\mu_0\epsilon_0 = c$ **(ب)**: $\mu_0\epsilon_0 = c^2$ **(ج)**: $\mu_0\epsilon_0 = \frac{1}{c}$ **(د)**: $\mu_0\epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

مثال-۶۶: اگر E و B به‌ترتیب نشان دهنده میدان الکتریکی و مغناطیسی باشند، کدام یک از موارد زیر بی‌بعد است؟
(الف): $\sqrt{\mu_0\epsilon_0}\frac{E}{B}$ **(ب)**: $\mu_0\epsilon_0\frac{E}{B}$ **(ج)**: $\mu_0\epsilon_0\left(\frac{E}{B}\right)^2$ **(د)**: $\frac{E}{\epsilon_0} \times \frac{\mu_0}{B}$

مثال-۶۶: یک سیم عمودی جریانی را به‌سمت بالا(عمود بر سطح زمین) حمل می‌کند. میدان مغناطیسی در نقطه‌ای به‌سمت شمال سیم به چه جهتی است؟
(الف): بسوی شمال **(ب)**: بسوی جنوب **(ج)**: بسوی غرب **(د)**: بسوی شرق

مثال-۶۷: دو پرتو موازی از پروتون‌ها و الکترون‌ها، حامل جریان‌های مساوی، به فاصله d ثابت هستند. پروتون‌ها و الکترون‌ها در جهت مخالف حرکت می‌کنند. P نقطه‌ای از خطی است که در فاصله x از هر یک از پرتوها، پرتوها را بهم وصل می‌کند. میدان مغناطیسی نقطه P برابر است با B. اگر B نسبت به x رسم شود، کدام یک از موارد زیر منحنی حاصل را نشان می‌دهد؟





مثال-۶۸: AB بخشی از یک سیم مستقیم است که دارای جریان I است. P نقطه‌ای در فاصله d از AB است. میدان مغناطیسی نقطه P ناشی از تکه سیم AB دارای مقدار زیر است:

(الف): $\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$

(ب): $\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

(ج): $\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin\theta_1 + \sin\theta_2)$

(د): $\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)$

مثال-۶۹: در سوال قبل میدان مغناطیسی P نسبت به صفحه APB نرمال(عمود) است

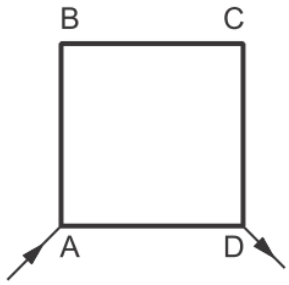
(الف): فقط اگر $\theta_1 = \theta_2$ باشد

(ب): فقط اگر θ_1 و θ_2 بسیار کوچک باشند.

(ج): فقط در صورتی که طول مقطع AB در مقایسه با d کوچک باشد

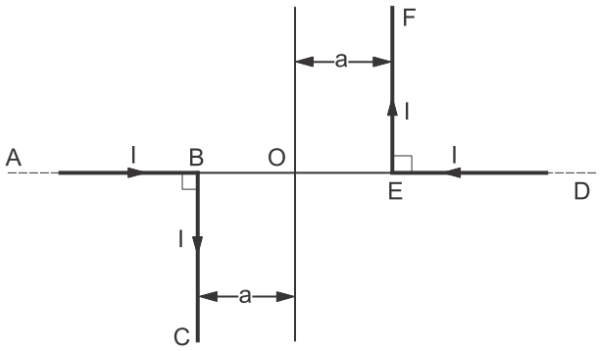
(د): در همه موارد.

مثال-۷۰: $ABCD$ یک حلقه مربعی است که از یک سیم رسانا یکنواخت ساخته شده است. جریانی از A وارد حلقه می‌شود و از D خارج می‌شود. میدان مغناطیسی برابر است با:



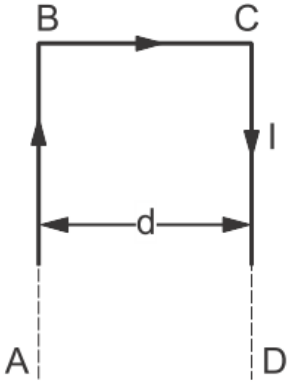
(الف): فقط در مرکز حلقه صفر است.
(ب): در مرکز حلقه حداکثر است.
(ج): در تمام نقاط خارج از حلقه صفر است.
(د): در تمام نقاط داخل حلقه صفر است.

مثال-۷۱: دو سیم بلند نازک ABC و DEF مطابق شکل زیر قرار دارند. آنها جریان I را حمل می‌کنند. مقدار میدان مغناطیسی در O برابر برابر است با:



(الف): صفر **(ب):** $\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$ **(ج):** $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ **(د):** $\frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}\pi a}$

مثال-۷۲: AB و CD رسانای مستقیم طولانی و با فاصله d از هم، حامل جریان I هستند. میدان مغناطیسی در BC به‌دلیل جریان‌های در AB و CD

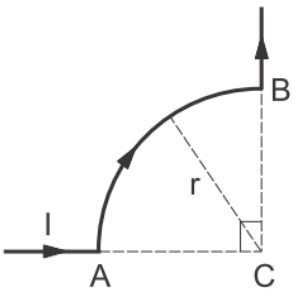


(الف): در تمام نقاط صفر است.
(ب): فقط در نقطه میانی خود صفر است.
(ج): در نقاط مختلف مقدارهای متفاوتی دارد.
(د): در نقطه میانی خود حداکثر است.

مثال-۷۳: در سوال قبل میدان مغناطیسی در نقطه وسط BC دارای مقدار زیر است:

(الف): صفر **(ب):** $\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$ **(ج):** $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ **(د):** $\frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}\pi a}$

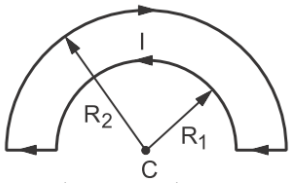
مثال-۷۴: سیمی که جریان I را حمل می‌کند مطابق شکل مقابل است. بخش AB یک چهارم دایره شعاع r است. میدان مغناطیسی در C در جهت زیر خواهد بود:



(الف): در امتداد نیمساز زاویه ACB، دور از AB
(ب): در امتداد نیمساز زاویه ACB، به سمت AB
(ج): عمود بر صفحه کاغذ که به داخل کاغذ است.
(د): در زاویه $\pi/4$ نسبت به صفحه کاغذ.

مثال-۷۵: در سوال قبل، مقدار میدان مغناطیسی در C برابر است با:
(الف): $\frac{\mu_0 I}{2r}$ **(ب)**: $\frac{\mu_0 I}{4r}$ **(ج)**: $\frac{\mu_0 I}{8r}$ **(د)**: $\frac{\mu_0 I}{4\pi r}$

مثال-۷۶: حلقه سیمی که از به‌هم پیوستن دو بخش نیم دایره‌ای به شعاع R_1 و R_2 و مرکز C تشکیل می‌شود، جریان I را حمل می‌کند (شکل مقابل). مقدار میدان مغناطیسی در C برابر است با:



(الف): $\frac{\mu_0 I}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ **(ب)**: $\frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ **(ج)**: $\frac{\mu_0 I}{2}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$
(د): $\frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$

مثال-۷۷: الکترونی که در مدار دایره‌ای به‌شعاع r حرکت می‌کند، در هر ثانیه n چرخش می‌کند. میدان مغناطیسی تولید شده در مرکز دارای مقدار زیر است:
(الف): صفر **(ب)**: $\frac{\mu_0 ne}{2\pi r}$ **(ج)**: $\frac{\mu_0 ne}{2r}$ **(د)**: $\frac{\mu_0 n^2 e}{2r}$

مثال-۷۸: در سوال قبل چرخش مداری الکترون دارای گشتاور مغناطیسی زیر است:
(الف): صفر **(ب)**: $\pi r^2 ne$ **(ج)**: $\pi r^2 n^2 e$ **(د)**: $\frac{\mu_0}{2\pi} r^2 ne$

مثال-۷۹: یک سیم‌پیچ دایره‌ای مسطح با n دور و شعاع r جریان i را حمل می‌کند. گشتاور مغناطیسی آن برابر است با: **(الف)**: $\pi r^2 ni$ **(ب)**: $2\pi r^2 ni$ **(ج)**: $\mu_0\left(\frac{ni}{2\pi r}\right)$ **(د)**: $\mu_0 \pi r^2 ni$

مثال-۸۰: یک نقطه P روی محور یک سیم‌پیچ مسطح که دارای جریان است قرار دارد. ممان مغناطیسی سیم‌پیچ μ است. فاصله P از سیم‌پیچ d است که در مقایسه با شعاع سیم‌پیچ زیاد است. میدان مغناطیسی در P دارای مقدار زیر است:

(الف): $\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{\mu}{d^3}\right)$ **(ب):** $\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{\mu}{d^3}\right)$ **(ج):** $\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{\mu}{d^2}\right)$ **(د):** $\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{\mu}{d^2}\right)$

مثال-۸۱: جریان از طریق یک لوله مستقیم و جدار نازک به شعاع r می‌گذرد. میدان مغناطیسی در فاصله x از محور لوله دارای مقدار B است.

(الف): $B \propto x$ برای $0 < x < r$ **(ب):** $B \propto 1/x,$ برای $0 < x < r$

(ج): $B = 0$ برای $0 \leq x < r$ **(د):** $B = 0$ برای $x = 0$

مثال-۸۲: یک کابل کواکسیال از یک هادی داخلی نازک تشکیل شده است که در امتداد محور یک هادی بیرونی توخالی ثابت شده است. این دو رسانا جریان‌های مساوی را در جهت مخالف دارند. فرض کنید B_1 و B_2 به‌ترتیب میدان‌های مغناطیسی در نواحی بین هادی‌ها و خارج ازآنها باشند.

(الف): $B_1 \neq 0, B_2 \neq 0$ **(ب):** $B_1 = B_2 = 0,$ **(ج):** $B_1 \neq 0, B_2 = 0$

(د): $B_1 = 0, B_2 \neq 0$

مثال-۸۳: در سوال قبل، اگر هر دو هادی جریان مساوی در یک جهت داشته باشند، در این صورت:

(الف): $B_1 \neq 0, B_2 \neq 0$ **(ب):** $B_1 = B_2 = 0,$ **(ج):** $B_1 \neq 0, B_2 = 0$

(د): $B_1 = 0, B_2 \neq 0$

مثال-۸۴: در سوال شماره 83، B میدان مغناطیسی در نقطه‌ای بین دو هادی، در فاصله x از محور است. فرض کنید B_2 میدان مغناطیسی در نقطه‌ای خارج از هادی بیرونی، در فاصله $2x$ از محور باشد. در این صورت:

(الف): $B_2 = B_1$ **(ب):** $B_1 = 2B_2$ **(ج):** $B_2 = 2B_1$

(د): $B_1 = 0, B_2 \neq 0$

مثال-۸۵: یک هادی مستقیم طولانی که جریانی را حمل می‌کند در امتداد محور یک حلقه قرار دارد. هادی در صورت حلقه، نیرویی به حلقه وارد می‌کند.

(الف): یک جریان را حمل می‌کند.

(ب): بار به طور یکنواخت توزیع شده است.

(ج): دارای بار غیریکنواخت توزیع شده است.

(د): هیچ یک از موارد فوق.

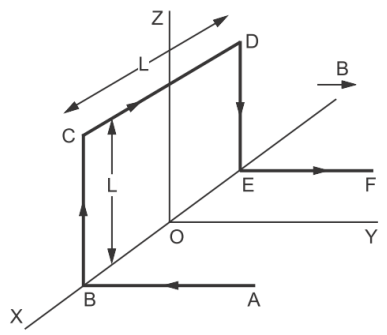
مثال-۸۶: در سوال قبل اجازه دهید حلقه به‌طور غیریکنواخت بار توزیع شده باشد

و اجازه دهید حول محور خود بچرخد. فرض کنید F نیروی خالص وارد بر حلقه و τ گشتاور روی حلقه ناشی از هادی مستقیم باشد.

(الف): $F \neq 0, \tau \neq 0$ **(ب):** $F = 0, \tau \neq 0$ **(ج):** $F \neq 0, \tau = 0$

(د): $F = 0, \tau = 0$

مثال-۸۷: یک هادی $ABCDEF$ با طول هر طرف L مطابق شکل خم شده است. این جریان I را در یک القای مغناطیسی (میدان) یکنواخت B، موازی با جهت مثبت y حمل می‌کند. نیروی اعمال شده توسط سیم برابر است با:



(الف): BIL در جهت مثبت y

(ب): BIL در جهت مثبت z

(ج): $3BIL$

(د): صفر

مثال-۸۸: یک حلقه بسته که در صفحه xy قرار دارد جریانی را حمل می‌کند. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت B در منطقه وجود داشته باشد، نیروی وارد بر حلقه صفر خواهد بود اگر B در داخل باشد.

(الف): جهت x **(ب):** جهت y **(ج):** جهت z **(د):** هر یک از جهات فوق.

مثال-۸۹: یک حلقه بسته نامنظم که حامل جریان است، شکلی دارد که کل حلقه نمی تواند در یک صفحه قرار گیرد. اگر این در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گیرد، نیروی وارد بر حلقه

(الف): باید صفر باشد.

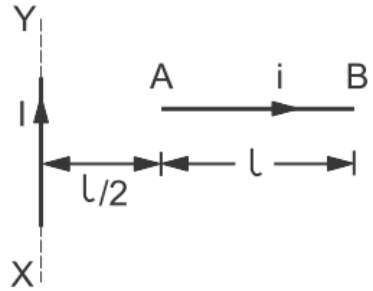
(ب): هرگز نمی‌تواند صفر باشد.

(ج): ممکن است صفر باشد.

(د): فقط برای یک جهت خاص میدان مغناطیسی صفر خواهد بود.

مثال-۹۰: یک هادی مستقیم افقی به جرم m و طول l در میدان مغناطیسی عمودی یکنواختی به بزرگی B قرار می‌گیرد. مقداری بار Q در مدت زمان بسیار کوتاهی از میله عبور می‌کند به‌طوری که هادی تنها پس از عبور تمام بار شروع به‌حرکت می‌کند. سرعت اولیه آن خواهد بود:

(الف): $BQlm$ **(ب):** $\frac{BQ}{lm}$ **(ج):** $\frac{BQL}{m}$ **(د):** $\frac{Bl}{mQ}$



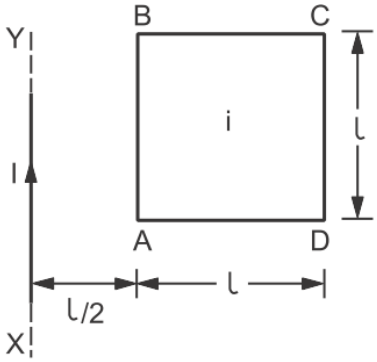
مثال-۹۱: هادی AB (شکل مقابل) به‌طول l که دارای جریان i است، عمود بر یک هادی بلند مستقیم XY که جریان I را حمل می‌کند، قرار می‌گیرد. نیروی وارد بر AB عمل خواهد کرد.

(الف): به سمت بالا **(ب):** رو به پایین

(ج): به سمت راست **(د):** سمت چپ

مثال-۹۲: در سوال قبل نیروی وارد بر AB برابر است با:

(الف): $\frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\ln 2$ **(ب):** $\frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\ln 3$ **(ج):** $\frac{3\mu_0 Ii}{2\pi}$ **(د):** $\frac{2\mu_0 Ii}{3\pi}$



مثال-۹۳: یک حلقه مربعی $ABCD$، حامل جریان i، نزدیک و هم‌سطح با یک رسانای بلند مستقیم XY که جریان I را حمل می‌کند، قرار می‌گیرد.

(الف): هیچ نیروی خالصی روی حلقه وجود ندارد.

(ب): حلقه تنها در صورتی توسط هادی جذب می‌شود که جریان در حلقه در جهت عقربه‌های ساعت جریان یابد.

(ج): حلقه تنها در صورتی توسط هادی جذب می‌شود که جریان در حلقه خلاف جهت عقربه‌های ساعت جریان داشته باشد.

(د): حلقه همیشه توسط هادی جذب می‌شود.

مثال-۹۴: در سوال قبل نیروی خالص روی حلقه خواهد بود:

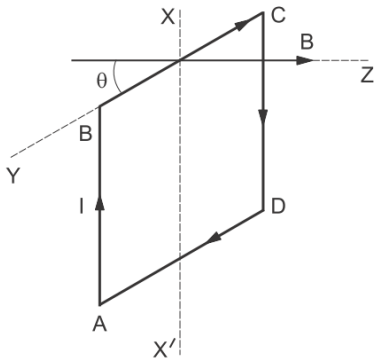
(الف): $\frac{2\mu_0 Ii}{3\pi}$ **(ب):** $\frac{\mu_0 Ii}{2\pi}$ **(ج):** $\frac{2\mu_0 Iil}{3\pi}$ **(د):** $\frac{2\mu_0 Iil}{2\pi}$

مثال-۹۵: یک سیم‌پیچ مسطح از n دور، مساحت A و حامل جریان i در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به مقدار B قرار می‌گیرد. صفحه سیم‌پیچ با جهت میدان زاویه θ ایجاد می‌کند. گشتاور اعمال بر روی سیم‌پیچ برابر است با:

(الف): $BinA\sin\theta$ **(ب):** $\frac{nAi}{B}\sin\theta$ **(ج):** $BinA\cos\theta$ **(د):** $Bin^2A\cos\theta$

مثال-۹۶: یک سیم‌پیچ مسطح حامل جریان دارای گشتاور مغناطیسی μ است. در ابتدا در حالت تعادل و صفحه آن عمود بر میدان مغناطیسی با مقدار B است. اگر اکنون در یک زاویهθ بچرخد، کار انجام شده به‌این صورت است:

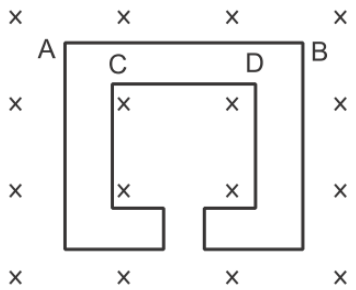
(الف): $\mu B\theta$ **(ب):** $\mu B\cos\theta$ **(ج):** $\mu B(1-\cos\theta)$ **(د):** $\mu B\sin\theta$



مثال-۹۷: حلقه مربعی $ABCD$ که حامل جریان I است، مطابق شکل در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار می‌گیرد. حلقه می‌تواند حول محور XX' بچرخد. صفحه حلقه یک زاویه $\theta(\theta < 90)$ با جهت B ایجاد می‌کند. قبل از اینکه گشتاور روی آن صفر شود حلقه در چه زاویه‌ای می‌چرخد؟

(الف): θ **(ب):** $90^o - \theta$

(ج): $90^o + \theta$ **(د):** $180^o - \theta$



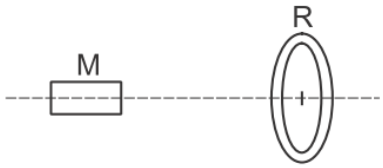
مثال-۹۸: یک سیم خم شده است تا حلقه مطابق شکل را تشکیل دهد. یک میدان مغناطیسی یکنواخت به‌سمت صفحه حلقه متوجه است. اگر بزرگی این میدان در حال کاهش باشد، جریانی که در آن جاری خواهد شد:

(الف): از A به B و از C به D است.

(ب): از B به A و از D به C است.

(ج): از A به B و از D به C است.

(د): از B به A و از C به D است.



مثال-۹۹: یک حلقه رسانا R بر روی محور آهنربای میله‌ای M قرار می‌گیرد. صفحه R بر این محور عمود است. M می‌تواند در امتداد این محور حرکت کند.

(الف): هنگامی که M به‌سمت R حرکت می‌کند، R را دفع می‌کند.

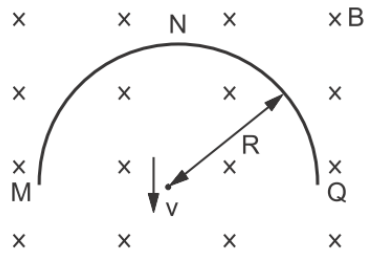
(ب): هنگامی که M به‌سمت R حرکت می‌کند، R را جذب می‌کند.

(ج): آهنربای M هنگام حرکت به‌سمت و همچنین دور شدن از R، R را دفع می‌کند.

(د): آهنربای M هنگام حرکت به‌سمت و همچنین دور شدن از R، R را جذب می‌کند.

مثال-۱۰۰: هادی PQ با $\overrightarrow{PQ} = \mathbf{r}$، با سرعت $\mathbf{v}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت القایی $\mathbf{B}$ حرکت می‌کند. نیروی محرکه القائی در میله برابر است با:

(الف): $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{r}$ **(ب):** $\mathbf{v} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{B})$ **(ج):** $\mathbf{B} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{v})$ **(د):** $|\mathbf{r} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})|$



مثال-۱۰۱: یک حلقه رسانای نیم دایره‌ای نازک به‌شعاع R به درون میدان مغناطیسی القائی B و عمود بر آن سقوط می‌کند(شکل مقابل). در موقعیت MNQ، سرعت حلقه v است. اختلاف پتانسیل در دوسر حلقه برابر است با:

(الف): (الف) صفر

(ب): $\frac{1}{2}Bv\pi R^2$، و M در پتانسیل بالاتری قرار دارد.

(ج): πRBv و Q در پتانسیل بالاتری قرار دارد.

(د): $2RBv$، و Q در پتانسیل بالاتری قرار دارد.

مثال-۱۰۲: مقدار میدان مغناطیسی زمین در یک مکان B_0 و زاویه شیب آن δ است. یک رسانای افقی به‌طول l که در جهت شمال به جنوب قرار دارد، و با سرعت v به‌سمت شرق حرکت می‌کند. نیروی محرکه القایی در هادی برابر است با:

(الف): (0) صفر **(ب):** B_0lv **(ج):** $B_0lv\sin\delta$ **(د):** $B_0lv\cos\delta$

مثال-۱۰۳: در سوال قبل، اگر هادی از شرق به‌غرب با سرعت v به صورت عمودی به سمت بالا حرکت کند، نیروی محرکه القایی برابر است با:

(الف): (0) صفر **(ب):** B_0lv **(ج):** $B_0lv\sin\delta$ **(د):** $B_0lv\cos\delta$

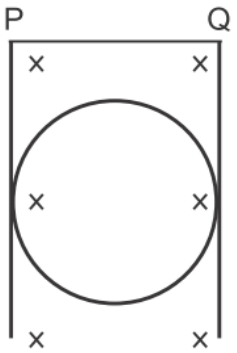
مثال-۱۰۴: دو سر یک میله رسانای افقی به طول l به‌یک ولت‌متر متصل می‌شوند. کل آرایش با سرعت افقی v حرکت می‌کند، جهت حرکت عمود بر میله است. مولفه عمودی میدان مغناطیسی زمین B است. قرائت ولت‌متر خواهد بود:

(الف): Blv فقط در صورتی که میله به‌سمت شرق حرکت کند.

(ب): Blv فقط در صورتی که میله به‌سمت غرب حرکت کند.

(ج): Blv اگر میله در هر جهت حرکت کند.

(د): صفر



مثال-۱۰۵: یک حلقه عمودی با شعاع r و مقاومت R به‌صورت عمودی سقوط می‌کند. با دو ریل عمودی که در بالا به هم وصل شده‌اند در تماس است. ریل‌ها بدون اصطکاک و مقاومت هستند. یک میدان مغناطیسی یکنواخت افقی به مقدار B عمود بر صفحه حلقه و ریل وجود دارد. هنگامی که سرعت حلقه v است، جریان در بخش PQ برابر است با:

(الف): (0) صفر **(ب):** $\frac{2Brv}{R}$ **(ج):** $\frac{4Brv}{R}$

(د): $\frac{8Brv}{R}$

مثال-۱۰۶: یک حلقه افقی به‌شعاع r با سرعت زاویه‌ای ω در میدان مغناطیسی عمودی یکنواختی به‌مقدار B می‌چرخد. emf القا شده در حلقه برابر است با:

(الف): (0) صفر **(ب):** $\pi r^2\omega B$ **(ج):** $\frac{1}{2}Br^2\omega$ **(د):** $Br^2\omega$

مثال-۱۰۷: یک میله فلزی با مقاومت R در امتداد قطر یک حلقه رسانا به شعاع r ثابت شده است. یک میدان مغناطیسی به‌مقدار B عمود بر صفحه حلقه وجود دارد. حلقه با سرعت زاویه‌ای ω حول محور خود می‌چرخد. مرکز حلقه توسط یک سیم خارجی W به‌لبه آن متصل می‌شود. حلقه و W هیچ مقاومتی ندارند. جریان در W برابر است با:

(الف): (0) صفر **(ب):** $\frac{Br^2\omega}{2R}$ **(ج):** $\frac{Br^2\omega}{R}$ **(د):** $\frac{2Br^2\omega}{R}$

مثال-۱۰۸: سه حلقه یکسان با سرعت یکسان بر روی یک سطح افقی در یک میدان مغناطیسی افقی یکنواخت و نرمال با صفحات حلقه‌ها حرکت می‌کنند. اولی (A) بدون غلت زدن، دومی (B) بدون لغزش و سومی با لغزش می‌غلتد.

(الف): emf یکسان در هر سه حلقه القا می‌شود.

(ب): هیچ emf در هیچ یک از حلقه‌ها القا نمی‌شود.

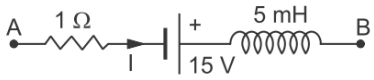
(ج): در هر حلقه همه نقاط در پتانسیل یکسانی هستند.

(د): B حداکثر emf القایی را ایجاد می‌کند و A کمترین.

مثال-۱۰۹: یک سلنوئید طولانی با N دور سیم‌پیچ دارای خود القایی L و سطح مقطع A است. هنگامی که یک جریان i از سیم‌پیچ عبور می‌کند، میدان مغناطیسی داخل آن دارای مقدار B است. جریان i برابر است با:

(الف): $\frac{BAN}{L}$ **(ب):** $BANL$ **(ج):** $\frac{BN}{AL}$ **(د):** $\frac{B}{ANL}$

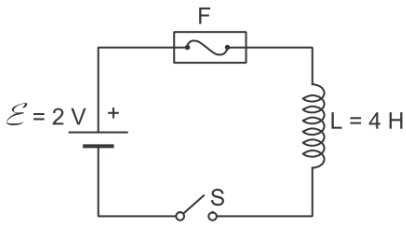
مثال-۱۱۰: شبکه نشان داده شده در شکل بخشی از یک مدار کامل است. اگر در یک لحظه معین، جریان I مساوی $5A$ باشد و با نرخ $10^3 A/s$ در حال کاهش باشد، $V_B - V_A$ برابر است با:



(الف): $20V$ **(ب):** $15V$ **(ج):** $10V$
(د): $5V$

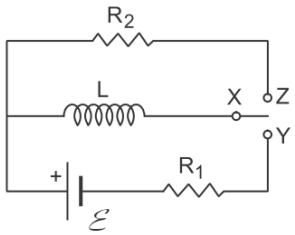
مثال-۱۱۱: در سوال قبل اگر جهت جریان معکوس شود $V_B - V_A$ برابر است با:
(الف): $20V$ **(ب):** $15V$ **(ج):** $10V$ **(د):** $5V$

مثال-۱۱۲: در مدار نشان داده شده، سلول ایده‌آل است. کویل دارای اندوکتانس $4H$ و مقاومت صفر است. F فیوزی با مقاومت صفر است و زمانی که جریان عبوری از آن به $5A$ برسد منفجر می‌شود (می‌سوزد). کلید در $t = 0$ بسته است. فیوز در موارد زیر خواهدسوخت.



(الف): تقریباً آنی **(ب):** بعد از 2 ثانیه
(ج): 5 ثانیه **(د):** بعد از 10 ثانیه

مثال-۱۱۳: در مدار نشان داده شده، X برای مدت طولانی به Y متصل می‌شود و سپس X به Z متصل می‌شود. کل گرمای تولید شده در R_2 برابر است با:



(الف): $\frac{LE^2}{2R_1^2}$ **(ب):** $\frac{LE^2}{2R_2^2}$ **(ج):** $\frac{LE^2}{2R_1R_2}$ **(د):** $\frac{LE^2R_2}{2R_1^3}$

مثال-۱۱۴: دو سیم‌پیچ A و B طوری به‌هم وصل شده‌اند که وقتی جریان در A با نرخ $\dot{I}$ تغییر می‌کند نیروی محرکه E در B القاء می‌شود. اگر جریان i اکنون در B جریان یابد، شار پیوند با A خواهد بود
(الف): $\frac{E}{\dot{I}}i$ **(ب):** $Ei\dot{I}$ **(ج):** $(E\dot{I})i$ **(د):** $i\dot{I}/E$

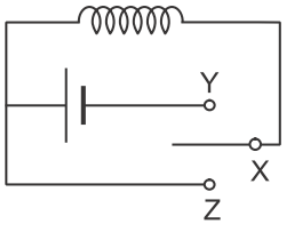
مثال-۱۱۵: دو سیم‌پیچ با اندوکتانس (ضریب خودالقائی) L_1 و L_2 طوری به‌هم وصل شده‌اند که اندوکتانس متقابل آنها M است.
(الف): $M = L_1 + L_2$ **(ب):** $M = \frac{1}{2}(L_1 + L_2)$

(ج): حداکثر مقدار M مساوی $L_1 + L_2$ است.
(د): حداکثر مقدار M مساوی $\sqrt{L_1 L_2}$ است.

مثال-۱۱۶: یک سیم‌پیچ کوچک با شعاع r در مرکز یک سیم‌پیچ بزرگ با شعاع R که در $R >> r$ قرار می‌گیرد. دو سیم‌پیچ هم‌سطح هستند. القای متقابل بین سیم‌پیچ‌ها متناسب است با:
(الف): $\frac{r}{R}$ **(ب):** $\frac{r^2}{R}$ **(ج):** $\frac{r^2}{R^2}$ **(د):** $\frac{r}{R^2}$

مثال-۱۱۷: یک سلنوئید یکنواخت با اندوکتانس L و مقاومت R به‌دو قسمت مساوی شکسته و سپس به‌صورت موازی به‌هم متصل می‌شوند. در این صورت، این ترکیب به یک باتری به نیروی محرکه E متصل می‌شود. ثابت زمانی مدار برابر است با:
(الف): $\frac{L}{R}$ **(ب):** $\frac{L}{2R}$ **(ج):** $\frac{2L}{R}$ **(د):** $\frac{L}{4R}$

مثال-۱۱۸: در سوال قبل، جریان ماندگار برابر است با:
(الف): $\frac{E}{R}$ **(ب):** $\frac{2E}{R}$ **(ج):** $\frac{4E}{R}$ **(د):** $\frac{8E}{R}$



مثال-۱۱۹: در مدار نشان داده شده، سیم‌پیچ دارای اندوکتانس و مقاومت است. هنگامی که X به Y متصل می‌شود، ثابت زمانی τ در طول رشد جریان است. هنگامی که به‌حالت ماندگار رسید، گرما در سیم‌پیچ با سرعتی تولید می‌شود که اکنون X به Z متصل می‌شود.
(الف): کل گرمای تولید شده در سیم‌پیچ $P\tau$ است.
(ب): کل گرمای تولید شده در سیم‌پیچ $\frac{1}{2}P\tau$ است.
(ج): کل گرمای تولید شده در سیم‌پیچ $2P\tau$ است.
(د): داده‌های ارائه شده برای رسیدن به‌نتیجه کافی نیست.

مثال-۱۲۰: هنگامی که یک سیم‌پیچ به یک باتری متصل می‌شود، جریان عبوری از باتری با ثابت زمانی τ رشد می‌کند. جریان در زمانی به 10 درصد از مقدار حالت ماندگار خود می‌رسد که
(الف): 0.1τ **(ب):** $\tau \ln(0.1)$ **(ج):** $\tau \ln(0.9)$ **(د):** $\tau \ln(10/9)$

مثال-۱۲۱: در سوال قبل، جریان 10 در صد کمتر از مقدار حالت ماندگار آن خواهد بود آنگاه پس از زمان
(الف): 0.9τ **(ب):** $\tau \ln(0.9)$ **(ج):** $\tau \ln(9)$ **(د):** $\tau \ln(10)$

مثال-۱۲۲: در $t = 0$، یک سلف با مقاومت صفر از طریق یک مقاومت به یک باتری به نیروی محرکه E متصل می‌شود. جریان با ثابت زمانی τ افزایش می‌یابد. نیروی محرکه در دوسر سیم‌پیچ پس از زمان t برابر است با:

(الف): Et/τ **(ب):** $E(1-e^{-t/\tau})$ **(ج):** $Ee^{-t/\tau}$ **(د):** $Ee^{-2t/\tau}$

مثال-۱۲۳: در سوال قبل، پس از چه زمانی اختلاف پتانسیل در دوسر سیم‌پیچ برابر با اختلاف پتانسیل در دوسر مقاومت خواهد بود؟

(الف): τ **(ب):** $\tau \ln 2$ **(ج):** $\tau(1-\ln 2)$ **(د):** $\tau/\ln 2$

مثال-۱۲۴: هنگامی که یک سیم‌پیچ حامل جریان ثابت اتصال کوتاه می‌شود، جریان در آن در زمان t_0، η برابر کاهش می‌یابد. ثابت زمانی مدار برابر است با:

(الف): $t_0 \ln \eta$ **(ب):** $\frac{t_0}{\ln \eta}$ **(ج):** $\frac{t_0}{\eta}$ **(د):** $\frac{t_0}{\eta-1}$

مثال-۱۲۵: هنگامی که یک سیم‌پیچ به‌یک باتری متصل می‌شود، جریان در آن با ثابت زمانی τ رشد می‌کند. سیم‌پیچ قبل از اینکه جریان به مقدار ثابت خود برسد ازباتری جدا می‌شود و سپس اتصال کوتاه می‌شود. اکنون جریان با چه ثابت زمانی کاهش می‌یابد؟

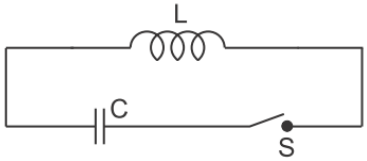
(الف): τ **(ب):** $> \tau$ **(ج):** $< \tau$

(د): جواب (ب) یا (ج) بسته به‌لحظه‌ای که در آن از باتری جدا می‌شود.

مثال-۱۲۶: در سوال قبل، پس از اتصال کوتاه سیم‌پیچ، انرژی ذخیره شده در آن با ثابت زمانی کاهش می‌یابد.

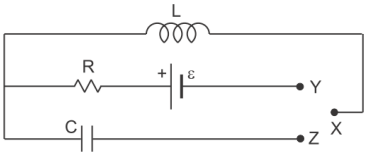
(الف): τ **(ب):** $\tau/2$ **(ج):** 2τ **(د):** $\frac{3}{2}\tau$

مثال-۱۲۷: خازنی به‌ظرفیت C بار Q داده و سپس با بستن کلید S به سیم پیچ القایی L متصل می‌شود. حداکثر جریانی که در مدار در هر زمان بعدی عبور می‌کندد، خواهد بود:



(الف): $\frac{Q}{2\sqrt{LC}}$ **(ب):** $\frac{Q}{\sqrt{LC}}$ **(ج):** $\frac{2Q}{\sqrt{LC}}$ **(د):** $\frac{2}{\pi}\frac{Q}{\sqrt{LC}}$

مثال-۱۲۸: در مدار نشان داده شده، نمادها معمول خود را دارند. باتری دارای نیروی محرکه E است. X در ابتدا برای مدت طولانی به Y متصل می‌شود. سپس، X به Z متصل می‌شود. حداکثر بار در C در هر زمان بعدی خواهد بود



(الف): $\frac{E}{R\sqrt{LC}}$ **(ب):** $\frac{ER}{2\sqrt{LC}}$ **(ج):** $\frac{E\sqrt{LC}}{2R}$ **(د):** $\frac{E\sqrt{LC}}{R}$

مثال-۱۲۹: یک سیم‌پیچ خود القایی L در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرد (هیچ جریانی در سیم‌پیچ جریان ندارد). کل شار مغناطیسی پیوند با سیم‌پیچ ϕ است. انرژی میدان مغناطیسی ذخیره شده در سیم‌پیچ برابر است با:

(الف): (0) **(ب):** $\frac{\phi^2}{2L}$ **(ج):** $\frac{\phi^2}{L}$ **(د):** $\frac{2\phi^2}{L}$

مثال-۱۳۰: هنگامی که یک خازن شارژ شده برای تخلیه از طریق یک اندوکتانس ساخته می‌شود، بار Q روی خازن و جریان i در سلف به‌صورت سینوسی تغییر می‌کنند. اختلاف فاز بین Q و i برابر است با:

(الف): π **(ب):** $\frac{\pi}{2}$ **(ج):** $\frac{\pi}{4}$ **(د):** (0)

مدارهای RL، RC و LC در جریانهای متناوب.

مثال-۱۳۱: یک خازن باردار از طریق مقاومت R با ثابت زمانی τ تخلیه می‌شود. این دو اکنون به صورت سری به دوسر یک منبع AC با فرکانس زاویه‌ای $\omega = \frac{1}{\tau}$ وصل هستند. امپدانس مدار خواهد بود:

(الف): $\frac{R}{\sqrt{2}}$ **(ب):** R **(ج):** $\sqrt{2}R$ **(د):** $2R$

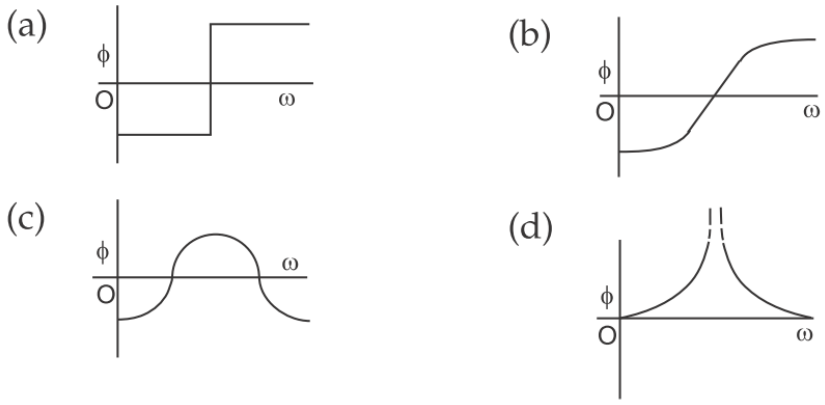
مثال-۱۳۲: یک لامپ الکتریکی که برای کار در ولتاژ 110 ولت AC طراحی شده است، از طریق یک سیم‌پیچ خفه کننده(چوک) با اندوکتانس $2H$ به منبع تغذیه جریان متناوب 220 ولت متصل می‌شود تا عملکرد مناسبی داشته باشد. فرکانس زاویه‌ای AC مساوی $100\sqrt{10}$ رادیان بر ثانیه است. اگر قرار باشد به‌جای سیم‌پیچ چوک از خازن استفاده شود، ظرفیت آن باید باشد

(الف): $1\mu F$ **(ب):** $2\mu F$ **(ج):** $5\mu F$ **(د):** $10\mu F$

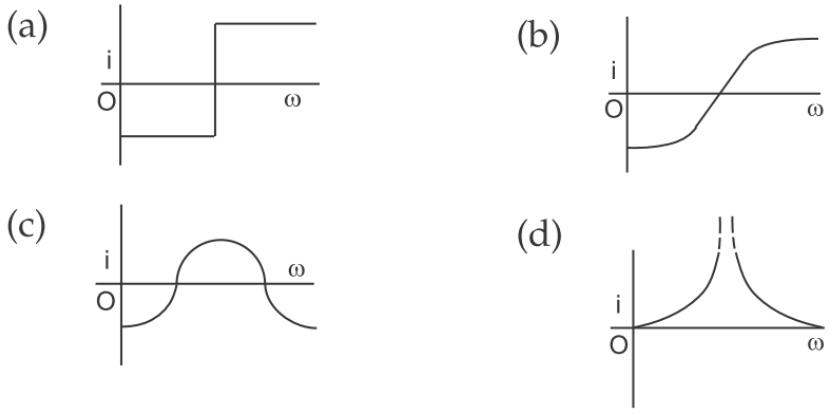
مثال-۱۳۳: یک مقاومت R وقتی به‌منبع AC متصل می‌شود، توان P را می‌گیرد. اگر اکنون یک اندوکتانس به‌صورت سری با مقاومت قرار داده شود، به‌طوری که امپدانس مدار به Z تبدیل شود، توان گرفته شده خواهد بود.

(الف): $P\left(\frac{R}{Z}\right)^2$ **(ب):** $P\left(\frac{R}{Z}\right)$ **(ج):** $P\sqrt{\frac{R}{Z}}$ **(د):** P

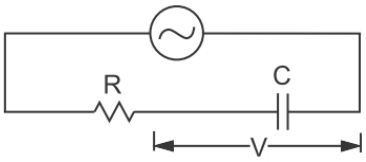
مثال-۱۳۴: یک سلف و یک خازن به‌صورت سری به‌منبع AC متصل می‌شوند. فرکانس AC به‌تدریج افزایش می‌یابد. اختلاف فاز ϕ بین نیروی محرکه و جریان در برابر فرکانس زاویه‌ای ω رسم می‌شود. کدام یک از موارد زیر منحنی حاصل را بهتر نشان می‌دهد؟



مثال-۱۳۵: در سوال قبل، اگر جریان i در مدار بر حسب ω رسم شود، کدام یک از موارد زیر منحنی حاصل را بهتر نشان می‌دهد؟



مثال-۱۳۶: مقاومت R و خازن C به منبع AC با نیروی محرکه ثابت و فرکانس متغیر متصل می‌شوند. اختلاف پتانسیل دوسر C مساوی V است. اگر فرکانس AC به‌تدریج افزایش یابد، V خواهد شد:



(الف): افزایش **(ب)**: کاهش می‌یابد.

(ج): ثابت می‌ماند. **(د)**: ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

مثال-۱۳۷:
اندوکتانس L، خازن C و مقاومت R در سه ترکیب مختلف RC، RL و LC به‌صورت سری به‌یک منبع AC با فرکانس زاویه‌ای ω متصل می‌شوند. فرض کنید که $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ توان گرفته شده توسط سه ترکیب به‌ترتیب P_1 ، P_2 ، P_3 هستند. در این صورت،

(الف): $P_1 > P_2 > P_3$ **(ب):** $P_1 = P_2 < P_3$

(ج): $P_1 = P_2 > P_3$ **(د):** $P_1 = P_2 = P_3$

مثال-۱۳۸: یک بخاری الکتریکی و یک خازن به‌صورت سری به‌یک منبع $220\ AC$ ولت و 50 هرتز به‌هم متصل می‌شوند. اختلاف پتانسیل در دوسر بخاری 90 ولت است. اختلاف پتانسیل در دو سر خازن تقریباً خواهد بود:

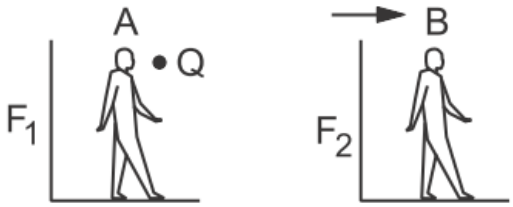
(الف): $200V$ **(ب):** $130V$ **(ج):** $110V$ **(د):** $90V$

مثال-۱۳۹: در یک مدار AC، راکتانس برابر با مقاومت است. ضریب توان مدار خواهد بود

(الف): 1 **(ب):** $\frac{1}{2}$ **(ج):** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **(د):** (0) صفر

گزینه های صحیح را انتخاب کنید. ممکن است یک یا چند گزینه صحیح باشد

مثال-۱۴۰: ناظر A و بار Q در قاب ایستا F_1 ثابت هستند. ناظر B در قاب F_2 ثابت است و نسبت به F_1 در حال حرکت است.



(الف): هر دو A و B میدان‌های الکتریکی را مشاهده می‌کنند.
(ب): هر دو A و B میدان‌های مغناطیسی را مشاهده می‌کنند.
(ج): نه A و نه B میدان‌های مغناطیسی را مشاهده نمی‌کنند.
(د): ناظر B میدان مغناطیسی را مشاهده می‌کند، اما A نمی‌بیند.

مثال-۱۴۱: یک سیم بلند مستقیم جریانی را در امتداد محور x حمل می‌کند. نقاط

$A(0,1,0)$، $B(0,1,1)$، $C(1,0,1)$ و $D(1,1,1)$ را در نظر بگیرید. کدام یک از زوج نقاط زیر مقدار میدان مغناطیسی یکسانی خواهند داشت؟

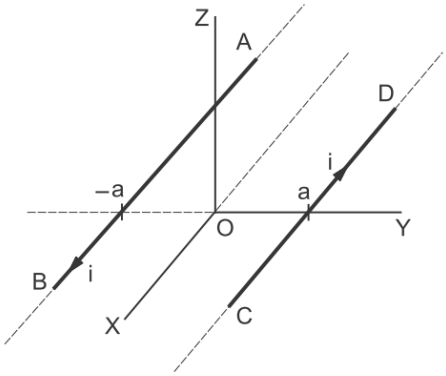
(الف): A و B **(ب)**: A و C **(ج)**: B و C **(د)**: B و D

مثال-۱۴۲: در سوال قبل، اگر جریان i و مقدار میدان مغناطیسی در D برابر B داشته باشد، آنگاه

(الف): $B = \frac{\mu_0 i}{2\sqrt{2}\pi}$ **(ب)**: $B = \frac{\mu_0 i}{2\sqrt{3}\pi}$ **(ج)**: B موازی محور z خواهد بود.

(د): B با صفحه xy زاویه 45 درجه میسازد.

مثال-۱۴۳: دو سیم موازی بلند، AB و CD، جریان‌های مساوی را در جهت مخالف حمل می‌کنند. آنها در صفحه xy، موازی با محور x قرار دارند و به‌ترتیب از نقاط $(0,-a,0)$ و $(0,a,0)$ عبور می‌کنند. میدان مغناطیسی حاصل برابر است با:



(الف): صفر در محور x **(ب)**: حداکثر در محور x

(ج): در مبداء در امتداد جهت محور z است، اما نه در سایر نقاط محور z

(د): در تمام نقاط محور z، در امتداد جهت محور z است.

مثال-۱۴۴: یک هادی مستقیم جریانی را حمل می‌کند. فرض کنید که تمام الکترون‌های آزاد در هادی با سرعت رانش یکسانی حرکت می‌کنند. A و B دو ناظر روی یک خط مستقیم XY موازی با هادی هستند. A ثابت اما B در امتداد XY با سرعت v در جهت الکترون‌های آزاد حرکت می‌کند.

(الف): A و B میدان مغناطیسی یکسانی را مشاهده می‌کنند.

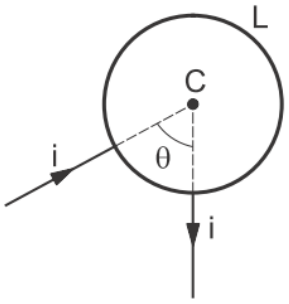
(ب): A میدان مغناطیسی را مشاهده می‌کند، B نمی‌بیند.

(ج): A و B میدان‌های مغناطیسی با مقدار یکسان اما جهت مخالف را مشاهده می‌کنند.

(د): A و B هیچ میدان الکتریکی را مشاهده نمی‌کنند.

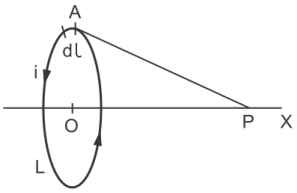
مثال-۱۴۵: یک هادی مستقیم جریانی را در امتداد محور z حمل می‌کند. نقاط $A(a,0,0)$، $B(0,-a,0)$، $C(-a,0,0)$ و $D(0,a,0)$ را در نظر بگیرید.
(الف): هر چهار نقطه دارای میدان مغناطیسی با مقدار یکسان هستند.
(ب): هر چهار نقطه دارای میدان مغناطیسی در جهات مختلف هستند.
(ج): میدان‌های مغناطیسی در A و C در جهت مخالف هستند.
(د): میدان‌های مغناطیسی در A و B بر هم عمود هستند.

مثال-۱۴۶: حلقه دایره‌ای L از سیم یکنواخت ساخته شده است. جریان از طریق هادی‌های مستقیم به حلقه وارد و خارج می‌شود (شکل مقابل). میدان مغناطیسی در C

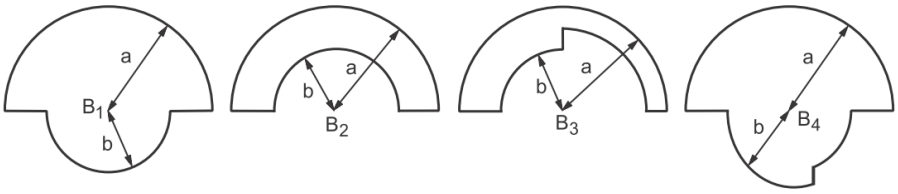


(الف): به‌دلیل رساناهای مستقیم صفر است.
(ب): به‌دلیل حلقه صفر است.
(ج): به‌دلیل حلقه متناسب با θ است
(د): به‌دلیل حلقه متناسب با $(\pi-\theta)$ است.

مثال-۱۴۷: حلقه دایره‌ای L جریانی را حمل می‌کند. نقطه P در محور OX است. dl یک عنصر طولی در حلقه در نقطه A روی آن است. میدان مغناطیسی در P

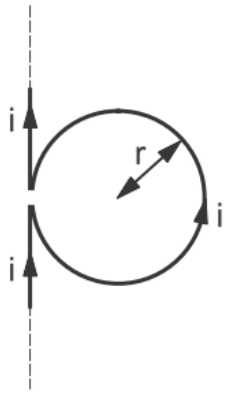


مثال-۱۴۸: در حلقه‌های نشان داده شده، تمام بخش‌های منحنی یا نیم دایره یا یک چهارم دایره هستند. همه حلقه‌ها جریان یکسانی دارند. میدان‌های مغناطیسی در مراکز دارای مقدار B_1، B_2، B_3 و B_4 هستند.



(الف): B_4 بیشینه است. **(ب)**: B_3 کمینه است. **(ج)**: $B_4 > B_1 > B_2 > B_3$
(د): $B_1 > B_4 > B_3 > B_2$

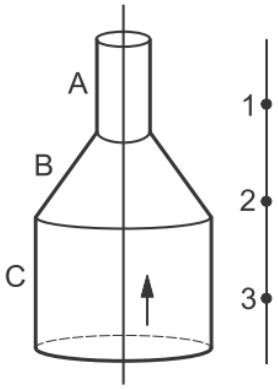
مثال-۱۴۹: یک هادی مستقیم طولانی که جریان i را حمل می‌کند خم می‌شود تا یک حلقه دایره‌ای تقریباً کامل به‌شعاع r روی آن تشکیل شود. میدان مغناطیسی در مرکز حلقه



(الف): در جهت داخل به صفحه است.
(ب): در جهت خارج از صفحه است.
(ج): دارای مقدار $\frac{\mu_0 i}{2r}\left(1-\frac{1}{\pi}\right)$
(د): دارای مقدار $\frac{\mu_0 i}{2r}\left(1+\frac{1}{\pi}\right)$

مثال-۱۵۰: یک سیم‌پیچ دایره‌ای مسطح، حامل جریان، دارای گشتاور مغناطیسی μ است.
(الف): گشتاور μ فقط مقدار دارد. جهت ندارد.
(ب): جهت μ در امتداد نرمال صفحه سیم‌پیچ است.
(ج): جهت μ به‌جهت جریان جریان بستگی دارد.
(د): در صورت معکوس شدن جریان در سیم‌پیچ جهت μ تغییر نمی‌کند.

مثال-۱۵۱: جریان از یک هادی استوانه‌ای مستقیم به‌شعاع r می‌گذرد. جریان به‌طور یکنواخت در سطح مقطع آن توزیع می‌شود. میدان مغناطیسی در فاصله x از محور هادی دارای مقدار B است.
(الف): در روی محور $B=0$ است.
(ب): برای $0 \le x \le r$ میدان $B \propto x$ است.
(ج): برای $x > r$ میدان $B \propto \frac{1}{x}$ است.
(د): برای $x = r$ میدان B بیشینه است.



مثال-۱۵۲: یک هادی (لوله) طولانی، مستقیم و توخالی هادی جریانی را حمل می‌کند که دارای دو بخش A و C با مقطع نابرابر است و توسط یک بخش مخروطی B به‌هم وصل شده‌اند. 1، 2 و 3 نقاطی روی خطی موازی با محور هادی هستند. میدان‌های مغناطیسی در 1، 2 و 3 دارای مقدار B_1، B_2 و B_3 هستند.

(الف): $B_1 = B - 2 = B_3$ **(ب):** $B_1 = B_2 \neq B_3$

(ج): $B_1 < B_2 < B_3$ **(د):** میدان B_2 را نمی‌توان یافت مگر اینکه ابعاد مقطع B مشخص باشد.

مثال-۱۵۳: هادی AB جریان i را حمل در میدان مغناطیسی $\mathbf{B}$ حمل می‌کند. $\overrightarrow{AB} = \mathbf{r}$ و نیروی وارد بر هادی برابر $\mathbf{F}$ است.

(الف): نیروی $\mathbf{F}$ بستگی به شکل AB ندارد.

(ب): $\mathbf{F} = i(\mathbf{r} \times \mathbf{B})$ **(ج):** $\mathbf{F} = i(\mathbf{B} \times \mathbf{r})$ **(د):** $|\mathbf{F}| = i(\mathbf{r} \cdot \mathbf{B})$

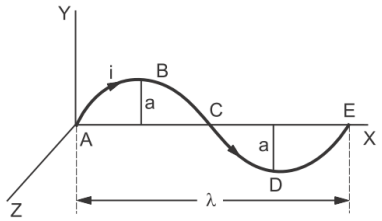
مثال-۱۵۴: یک سیم نیم دایره‌ای به‌شعاع r، حامل جریان i، در میدان مغناطیسی به‌مقدار B قرار می‌گیرد. نیروی وارد بر آن

(الف): هرگز نمی‌تواند صفر باشد.

(ب): می‌تواند حداکثر مقدار $2Bir$ را داشته باشد.

(ج): می‌تواند حداکثر مقدار $Bi\pi r$ را داشته باشد.

(د): می‌تواند حداکثر مقدار Bir را داشته باشد.



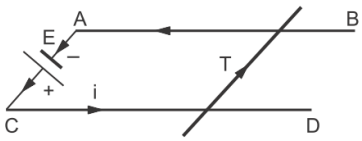
مثال-۱۵۵: هادی $ABCDE$، شکل مقابل، جریان i را حمل می‌کند. در صفحه xy با انتهای A و E روی محور x قرار می‌گیرد. میدان مغناطیسی یکنواخت با مقدار B در منطقه وجود دارد. نیروی وارد بر آن خواهد بود:

(الف): صفر، اگر B در جهت x باشد

(ب): برابر λBi در جهت z، اگر B در جهت y باشد

(ج): برابر λBi در جهت منفی y، اگر B در جهت z باشد

(د): برابر $2aBi$، اگر B در جهت x باشد.



مثال-۱۵۶: هادی‌های AB و CD ریل‌های صاف، موازی و افقی هستند که هادی T می‌تواند روی آنها بلغزد. باتری E، جریان i را از طریق ریل و T عبور می‌دهد.

(الف): جریان در ریل‌ها یک میدان مغناطیسی بر روی T ایجاد می‌کند.

(ب): T نیرویی به‌سمت راست را تجربه خواهد کرد.

(ج): T نیرویی را به‌سمت چپ تجربه خواهد کرد.

(د): T هیچ نیرویی را تجربه نخواهد کرد.

مثال-۱۵۷: در سوال قبل،

(الف): نیروی وارد بر T با i متناسب است.

(ب): نیروی وارد بر T با i^2 متناسب است.

(ج): اگر جهت i در مدار با معکوس کردن E معکوس شود، نیروی وارد بر T در جهت معکوس خواهد شد.

(د): اگر جهت i در مدار با معکوس کردن E معکوس شود، نیروی وارد بر T در همان جهت باقی خواهد ماند.

مثال-۱۵۸: دو هادی بلند، نازک و موازی که با فاصله d از هم جدا شده‌اند، جریان‌های i_1 و i_2 را حمل می‌کنند. نیروی وارد بر واحد طول هر رسانا F است.

(الف): اگر i_1 و i_2 در یک جهت جریان داشته باشند، نیروی F جذب کننده است.

(ب): اگر i_1 و i_2 در یک جهت مخالف جریان داشته باشند، نیروی F جذب کننده است.

(ج): نیروی F برای هر دو هادی یکسان است.

(د): نیروی F برای دو هادی متفاوت است.

مثال-۱۵۹: در سوال قبل،

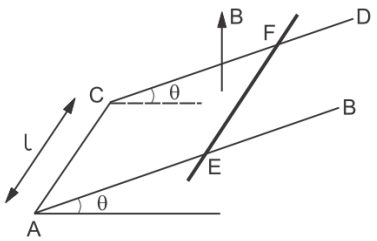
(الف): $F \propto (i_1 i_2)$ **(ب):** $F \propto (i_1 i_2)^2$ **(ج):** $F \propto \frac{1}{d^2}$ **(د):** $F \propto \frac{1}{d}$

مثال-۱۶۰: گاز رسانا به شکل یک سیلندر بلند است. جریان در طول سیلندر از گاز عبور می‌کند. جریان به طور یکنواخت در سطح مقطع گاز توزیع می‌شود. نیروهای حرارتی و الکترواستاتیکی را در بین مولکول‌های گاز نادیده بگیرید. با توجه به‌میدان‌های مغناطیسی ایجاد شده در داخل گاز و نیروهایی که آنها بر یون‌های

متحرک وارد می‌کنند، گاز تمایل دارد.
(الف): گسترش یابد (منبسط شود). **(ب)**: منقبض شود.
(ج): به‌طور متناوب منبسط و منقبض می‌شود. **(د)**: هیچ یک از موارد فوق

مثال-۱۶۱: یک حلقه حامل جریان در یک میدان مغناطیسی قرار می گیرد. جهت میدان عمود بر صفحه حلقه است.
(الف): هیچ نیروی خالصی روی حلقه وجود ندارد.
(ب): حلقه تمایل به بزرگ شدن دارد.
(ج): حلقه تمایل به انقباض دارد.
(د): یا (ب) یا (ج) بسته به جهت جریان در حلقه و میدان مغناطیسی.

مثال-۱۶۲: هادی‌های AB و CD ریل‌های موازی صافی هستند که با فاصله l از هم جدا و با زاویه θ به‌سمت افقی متمایل می‌شوند. یک میدان مغناطیسی یکنواخت با مقدار B، که به‌صورت عمودی به‌سمت بالا است، در منطقه وجود دارد. EF رسانایی به‌جرم m است که حامل جریان i است. برای اینکه EF در تعادل باشد،



(الف): i باید از E بسوی F جاری شود. **(ب)**: $Bil = mg\tan\theta$
(ج): $Bil = mg\sin\theta$ **(د)**: $Bil = mg$

مثال-۱۶۳: در سوال قبل اگر B عمود بر صفحه ریل باشد، در این صورت:
(الف): $Bil = mg\tan\theta$ **(ب)**: $Bil = mg\sin\theta$
(ج): $Bil = mg\cos\theta$ **(د)**: تعادل حاصل نمی‌شود.

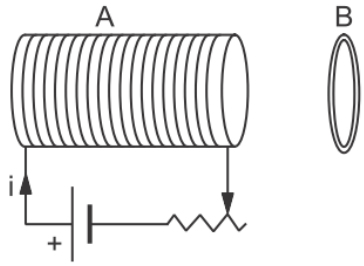
مثال-۱۶۴: یک سیم‌پیچ مسطح حامل جریان دارای گشتاور (ممان) مغناطیسی $\boldsymbol{\mu}$ است. در میدان مغناطیسی $\mathbf{B}$ قرار می‌گیرد. گشتاور چرخشی (تورک) روی سیم‌پیچ $\boldsymbol{\tau}$ است. **(الف)**: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$ **(ب)**: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B} \times \boldsymbol{\mu}$
(ج): $|\boldsymbol{\tau}| = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$ **(د)**: $\boldsymbol{\tau}$ بر هر دو $\boldsymbol{\mu}$ و $\mathbf{B}$ عمود است.

مثال-۱۶۵: یک سیم‌پیچ مسطح حامل جریان دارای گشتاور مغناطیسی $\boldsymbol{\mu}$ است. هست در میدان مغناطیسی $\mathbf{B}$ قرار می‌گیرد به‌طوری که $\boldsymbol{\mu}$ ضد موازی $\mathbf{B}$ است. این سیم‌پیچ است
(الف): در تعادل نیست. **(ب)**: در تعادل پایدار **(ج)**: در تعادل ناپایدار

(د): در تعادل خنثی

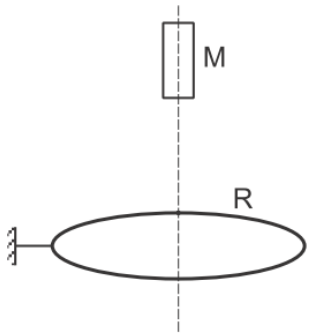
مثال-۱۶۶: شار مغناطیسی (ϕ) مرتبط با سیم‌پیچ به‌زمان t به‌صورت $\phi = at$ در n بستگی دارد، که در آن a و n ثابت هستند. emf القا شده در سیم‌پیچ e است.
(الف): اگر $0 < n < 1$، $e = 0$ **(ب)**: اگر $0 < n < 1$، $e \neq 0$ و $|e|$ با زمان کاهش یابد.
(ج): اگر $n > 1$، e ثابت است. **(د)**: اگر $n > 1$، $|e|$ با زمان افزایش یابد.

مثال-۱۶۷: حلقه آلومینیومی B در مقابل یک آهنربای الکتریکی A است. جریان i از طریق A قابل تغییر است.



(الف): اگر i افزایش یابد، A ، B را دفع می‌کند.
(ب): اگر i افزایش یابد، A ، B را جذب می‌کند.
(ج): اگر i کاهش یابد، A ، B را جذب می‌کند.
(د): اگر i کاهش یابد، A ، B را دفع می‌کند.

مثال-۱۶۸: یک آهنربای کوچک M می‌تواند به‌درون یک حلقه رسانای افقی ثابت R سقوط کند. فرض کنید g شتاب ناشی از گرانش باشد. شتاب M خواهد بود:



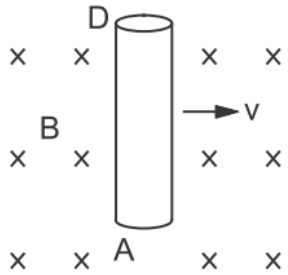
(الف): $g >$ وقتی بالای R باشد و به‌سمت R حرکت کند.
(ب): $g <$ وقتی بالای R باشد و به‌سمت R حرکت کند.
(ج): $g >$ وقتی زیر R باشد و از R دور شود.
(د): $g <$ وقتی زیر R باشد و از R دور شود.

مثال-۱۶۹: در سوال قبل، جهات جریان در حلقه، زمانی که M بالای R و پایین‌تر از R باشد، خواهد بود.
(الف): در همه موارد یکسان است.
(ب): در همه موارد مخالف
(ج): فقط در صورتی که قطب N آهنربای M وقتی M بالای R باشد به‌سمت R حرکت کند.
(د): فقط در صورتی که وقتی M بالای R باشد، قطب S آهنربای M به‌سمت R حرکت کند.

مثال-۱۷۰: شار مغناطیسی متصل به‌یک سیم‌پیچ ϕ و نیروی محرکه القائی در آن e است.
(الف): اگر $\phi = 0$ باشد، e باید 0 باشد.

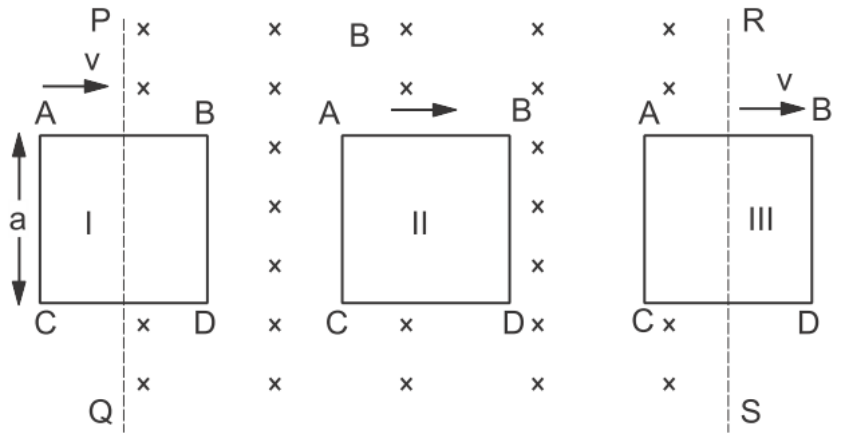
(ب): اگر $\phi \neq 0$ باشد، e نمی تواند 0 باشد.
(ج): اگر e صفر (0) نباشد،ϕ ممکن است 0 باشد یا نباشد.
(د): هیچ یک از موارد فوق صحیح نیست.

مثال-۱۷۱: هادی AD در یک میدان مغناطیسی یکنواخت که جهت آن به‌داخل کاغذ است به‌سمت راست حرکت می‌کند.



(الف): الف) الکترون‌های آزاد در AD به‌سمت A حرکت خواهند کرد.
(ب): سر D نسبت به A پتانسیل مثبتی کسب خواهد کرد.
(ج): اگر D و A توسط یک هادی خارجی به‌هم متصل شوند، جریانی از A به D در AD جاری خواهد بود.
(د): جریان در AD از پتانسیل پایین‌تر به‌بالاتر جاری می‌شود.

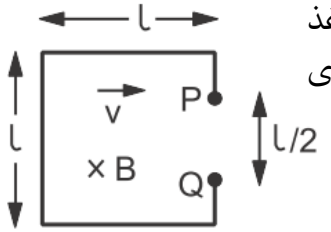
مثال-۱۷۲:



یک حلقه مربع $ABCD$ از لبه a به‌سمت راست با سرعت v به موازات AB حرکت می‌کند. یک میدان مغناطیسی یکنواخت با مقدار B وجود دارد که فقط در ناحیه بین PQ و RS جهت آن به‌داخل کاغذ است. I، II و III سه موقعیت حلقه هستند.
(الف): نیروی محرکه القائی در حلقه دارای مقدار Bav در هر سه موقعیت است.
(ب): نیروی محرکه القایی در موقعیت II صفر است.
(ج): یروی محرکه القایی خلاف جهت عقربه‌های ساعت در موقعیت I است.
(د): نیروی محرکه القایی در جهت عقربه‌های ساعت در موقعیت III است.

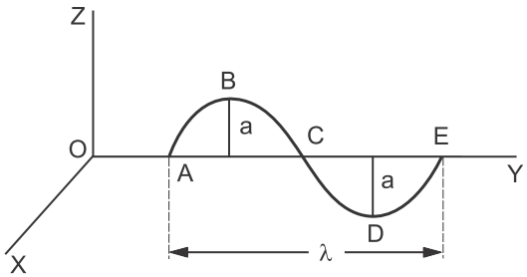
مثال-۱۷۳: در سوال قبل، در موقعیت I حلقه،
(الف): با ورود حلقه به‌میدان، نیروی محرکه القایی به‌صورت خطی افزایش می‌یابد.
(ب): با عبور لبه BC از PQ، نیروی محرکه القایی از 0 به Bav به‌شدت افزایش می‌یابد.
(ج): نیروی محرکه القایی مقدار ثابت Ba^2v خواهد داشت.
(د): حلقه پس از ورود مقدار کوچکی به‌میدان، نیرویی به‌سمت چپ را تجربه خواهد کرد.

مثال-۱۷۴: حلقه نشان داده شده با سرعت v در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به‌بزرگی B که جهت آن به داخل کاغذ است، حرکت می‌کند. اختلاف پتانسیل بین P و Q مساوی e است.



(الف): $e = \frac{1}{2}Blv$ **(ب):** $e = Blv$
(ج): P نسبت به Q مثبت است.
(د): Q نسبت به P مثبت است.

مثال-۱۷۵: هادی $ABCDE$ مطابق شکل زیر در صفحه yz هستند و A و E در محور y قرار دارند. هنگامی که با سرعت v در میدان مغناطیسی B حرکت می‌کند، نیروی محرکه e بین A و E القا می‌شود.



(الف): $e = 0$ ، اگر v در جهت y و B در جهت x باشد.
(ب): $e = 2Bav$ ، اگر v در جهت y و B در جهت x باشد.
(ج): $e = B\lambda v$ ، اگر v در جهت z و B در جهت x باشد.
(د): $e = B\lambda v$ ، اگر v در جهت x و B در جهت z باشد.

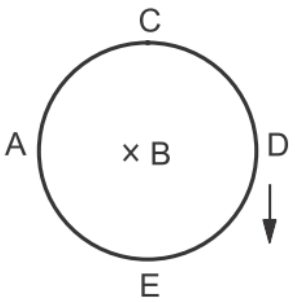
مثال-۱۷۶: مقدار میدان مغناطیسی زمین در قطب شمال B_0 است. یک هادی افقی به طول l با سرعت v حرکت می‌کند. جهت v عمود بر هادی است. نیروی

محرکه القایی برابر است با:

(الف): صفر، اگر v عمودی باشد. **(ب)**: برابر B_0lv، اگر v عمودی باشد.

(ج): صفر، اگر v افقی باشد. **(د)**: برابر B_0lv، اگر v افقی باشد.

مثال-۱۷۷: یک حلقه رسانای عمودی به‌شعاع R به صورت عمودی در میدان مغناطیسی افقی با مقدار B سقوط می‌کند. جهت B بر صفحه حلقه عمود است. اگر سرعت حلقه v باشد،



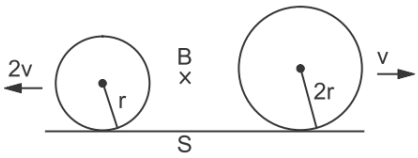
(الف): الف) هیچ جریانی در حلقه جریان ندارد.

(ب): نقاط A و D هم پتانسیل هستند.

(ج): نقاط C و E هم پتانسیل هستند.

(د): اختلاف پتانسیل بین A و D مساوی $2BRv$ است و D در پتانسیل بالاتر است.

مثال-۱۷۸: دو حلقه رسانا با شعاع r و $2r$ در جهات مخالف با سرعت‌های $2v$ و v بر روی سطح رسانای S حرکت می‌کنند. میدان مغناطیسی یکنواختی به‌مقدار B عمود بر صفحه حلقه‌ها وجود دارد. اختلاف پتانسیل بین بالاترین نقاط دو حلقه برابر است با:



(الف): (0) **(ب)**: $2rvB$ **(ج)**: $4rvB$ **(د)**: $8rvB$

مثال-۱۷۹: میدان مغناطیسی عمود بر صفحه یک حلقه رسانا به‌شعاع r با سرعت $\frac{dB}{dt}$ تغییر می‌کند.

(الف): نیروی محرکه القائی در حلقه $\pi r^2\frac{dB}{dt}$ است.

(ب): نیروی محرکه القائی در حلقه $2\pi r\frac{dB}{dt}$ است.

(ج): اختلاف پتانسیل بین نقاط کاملاً متضاد روی حلقه نیمی از نیروی محرکه القائی است.

(د): تمام نقاط روی حلقه هم‌پتانسیل هستند.

مثال-۱۸۰: در سوال قبل، فرض کنید E شدت الکتریکی در هر نقطه از حلقه باشد.

(الف): میدان E در همه جا مماس بر حلقه است.

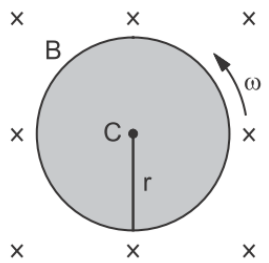
(ب): میدان $E = 0$ در همه جای حلقه است.

(ج): $E = r\frac{dB}{dt}$ **(د)**: $E = \frac{1}{2}r\frac{dB}{dt}$

مثال-۱۸۱: یک حلقه نارسانا به‌شعاع r دارای بار Q است. میدان مغناطیسی عمود بر صفحه حلقه با نرخ $\frac{dB}{dt}$ تغییر می‌کند. گشتاور اعمال بر حلقه برابر است با:

(الف): (0) **(ب):** $Qr^2\frac{dB}{dt}$ **(ج):** $\frac{1}{2}Qr^2\frac{dB}{dt}$ **(د):** $\pi r^2 Q\frac{dB}{dt}$

مثال-۱۸۲: یک دیسک رسانا به‌شعاع r با سرعت زاویه‌ای ω حول محور خود می‌چرخد. میدان مغناطیسی یکنواخت به‌مقدار B عمود بر صفحه دیسک وجود دارد. C مرکز حلقه است.



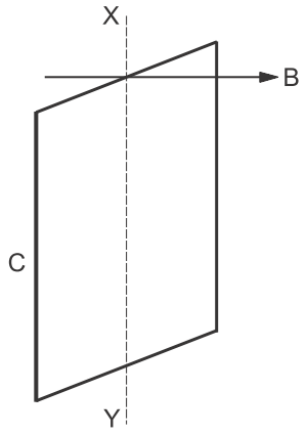
(الف): هیچ نیروی محرکه در دیسک القا نمی‌شود.

(ب): اختلاف پتانسیل بین C و لبه $\frac{1}{2}Br^2\omega$ است.

(ج): نقطه C در پتانسیل بالاتری نسبت به‌لبه قرار دارد.

(د): جریان بین C و لبه جریان دارد.

مثال-۱۸۳: یک سیم‌پیچ مسطح، C، از n دور، سطح A و مقاومت R در میدان مغناطیسی یکنواخت به‌مقدار B قرار می‌گیرد. صفحه سیم‌پیچ در ابتدا عمود بر B است. اگر سیم‌پیچ با زاویه θ حول محور XY بچرخد، بار مقدار Q از آن عبور می‌کند.



(الف): اگر $\theta = 90^o$ ، $Q = \frac{BAn}{R}$ **(ب):** اگر $\theta = 180^o$ ، $Q = \frac{BAn}{R}$

(ج): اگر $\theta = 180^o$ ، $Q = 0$ **(د):** اگر $\theta = 360^o$ ، $Q = 0$

مثال-۱۸۴: در سوال قبل، صفحه سیم‌پیچ در ابتدا موازی با B نگه داشته می‌شود. تمام جزئیات دیگر ثابت می‌مانند.

(الف): اگر $\theta = 90^o$ ، $Q = \frac{BAn}{R}$ **(ب):** اگر $\theta = 180^o$ ، $Q = \frac{BAn}{R}$

(ج): اگر $\theta = 180^o$ ، $Q = 0$ **(د):** اگر $\theta = 360^o$ ، $Q = 0$

مثال-۱۸۵: در سوال قبل، اگر سیم‌پیچ حول XY با سرعت زاویه‌ای ثابت ω بچرخد، نیروی محرکه القائی در آن

(الف): صفر است.

(ب): با گذشت زمان به‌صورت غیر خطی تغییر می‌کند.

(ج): دارای مقدار ثابتی برابر $BAn\omega$ است.

(د): دارای حداکثر مقدار $BAn\omega$ است.

مثال-۱۸۶: در سیستم آحاد SI ضریب خودالقائی، هانری، را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

(الف): وبر بر متر. **(ب)**: ولت ثانیه بر آمپر.

(ج): ژول بر مربع آمپر **(د)**: اهم ثانیه

راهنمائی و حل برخی سوال‌های چهار جوابی

(جواب ۶۵:) (د) **(جواب ۶۶:) (الف)** **(جواب ۶۷:) (ج)** **(جواب ۶۹:) (ج)**
(جواب ۷۰:) (الف) **(جواب ۷۱:) (د)**

(جواب ۷۲:) (الف) مقاومت AD یک سوم مقاومت در طول مسیر موازی $AB + BC + CD$ است. بنابراین، اگر جریان i از A وارد شود، $3i/4$ در امتداد AD و $i/4$ در امتداد AB جریان خواهد داشت. میدان مغناطیسی در مرکز ناشی از AD برابر و مخالف اثرات ترکیبی AB، BC و CD است.

(جواب ۷۳:) (ج) بخش‌های AB و DE هیچ میدانی در O تولید نمی‌کنند. بخش‌های BC و EF میدان‌های مساوی را در O تولید می‌کنند، هر کدام $\mu_0 I/(4\pi a)$.

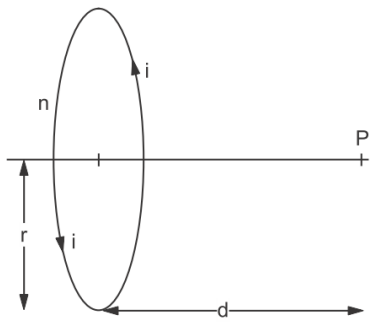
(جواب ۷۴:) (ج) $(+)$ **(جواب ۷۵:) (د)** بخش‌های AB و CD در تمام نقاط BC، میدان‌هایی را در یک جهت تولید می‌کنند. بزرگی میدان متغیر است و تابعی از فواصل AB و CD است. در وسط BC، $B = 2 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi(d/2)}$.

(جواب ۷۶:) (د) **(جواب ۷۷:) (ج)** **(جواب ۷۸:) (د)**

(جواب ۷۹:) (ج) باری که در هر ثانیه از هر نقطه‌ای در مسیر مداری عبور می‌کند، ne است. این جریان مداری معادل است.

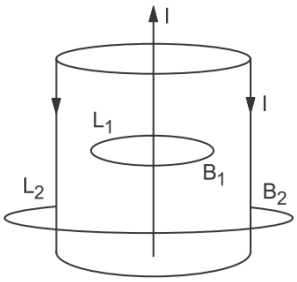
(جواب ۸۰:) (ب) **(جواب ۸۱:) (الف)**

(جواب ۸۲:) (الف) میدان مغناطیسی در P به‌دلیل سیم‌پیچ مسطح n دور، شعاع r، جریان حامل i است.



$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{nir^2}{(d^2+r^2)^{3/2}} \approx \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{nir^2}{d^3} \quad (d >> r)$$
$$= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{n(\pi r^2)i}{d^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\mu}{d^3}$$

(جواب ۸۳:) (ج)



(جواب ۸۴:) (ج) قانون آمپر را روی حلقه های دایره‌ای هم محور L_1 و L_2 اعمال کنید. در تمام نقاط L_1 و B_2 و در تمام نقاط L_2، میدان مغناطیسی B_1 است. برای L_1 و 0 برای L_2 $\Sigma i \neq 0$ است.

(جواب ۸۵:) (الف) با توجه شکل سوال 84، اگر I برای هر دو هادی در یک جهت باشد، برای L_1 و L_2، $\Sigma i \neq 0$ است.

(جواب ۸۶:) (الف) با توجه شکل سوال 84، فرض کنید x و $2x$ شعاع‌های L_1 و L_2 باشند. برای L_1

$$\oint_{L_1} \mathbf{B}\cdot\mathbf{dl} = 2\pi x B_1 = \mu_0 \Sigma i = \mu_0 I, \qquad B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

برای L_2

$$\oint_{L_2} \mathbf{B}\cdot\mathbf{dl} = 2\pi (2x) B_2 = \mu_0 \Sigma i = \mu_0 (2I), \qquad B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

(جواب ۸۷:) (د) **(جواب ۸۸:) (د)**

(جواب ۸۹:) (الف) نیروی وارد بر BC و DE برابر و مخالف هستند و خنثی می‌شوند. نیروی روی CD برابر BIL است.

(جواب ۹۰:) (د) $(+)$ **(جواب ۹۱:) (الف)** یک حلقه بسته و حامل جریان به‌هر شکلی که در هر میدان مغناطیسی یکنواخت قرار می‌گیرد، هیچ نیرویی را تجربه نمی‌کند.

(جواب ۹۲:) (ج) نیروی آمپر وارد بر هادی $F = Bil$ است. ضربه‌ای که این نیرو به‌هادی می‌زند برابر $J = \int F dt = Bl \int i dt = BlQ$ است. اگر u مساوی سرعت اولیه باشد، $J = mu = BlQ$.

(جواب ۹۳:) (الف)

(جواب ۹۴:) (ب) یک عنصر کوچکی به طول dx روی AB در نظر گیرید، در فاصله x از XY برابر است با:

$$dF = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\right) i dx$$

کل نیروی وارد بر AB

$$\int_{1/2}^{3/2} \frac{\mu_0 I i}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I i}{2\pi} \ln 3$$

(جواب ۹۵:) (ب)

(جواب ۹۶:) (الف) نیروی وارد بر AB ناشی از XY برابر است با:

$$F_1 = \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi(l/2)}\right] il = \frac{\mu_0 I i}{\pi}$$

نیروی وارد بر CD ناشی از XY برابر است با:

$$F_2 = \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi(3l/2)}\right] il = \frac{\mu_0 I i}{3\pi}$$

نیروی‌های F_1 و F_2 در جهت‌های مختلف اثر می‌کنند زیرا AB و CD جریان‌های مخالف یکدیگر حمل می‌کنند.

(جواب ۹۷:) (ج)

(جواب ۹۸:) (ج)

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \quad \text{یا} \quad |\boldsymbol{\tau}| = \tau = \mu B \sin\theta$$

کار انجام شده برابر است با:

$$\int \tau d\theta = \int_0^\theta \mu B \sin\theta d\theta = \mu B(1 - \cos\theta)$$

(جواب ۹۹:) (ج) در موقعیت نشان داده شده، AB در خارج و CD در داخل صفحه کاغذ است. نیروی آمپر روی AB وارد کاغذ می‌شود. همانطور که از بالا مشاهده می‌شود، گشتاور روی حلقه در جهت عقربه‌های ساعت خواهد بود. قبل از اینکه صفحه حلقه در جهت B عمود و گشتاور صفر شود، حلقه باید در زاویه $(90^o + \theta)$ بچرخد.

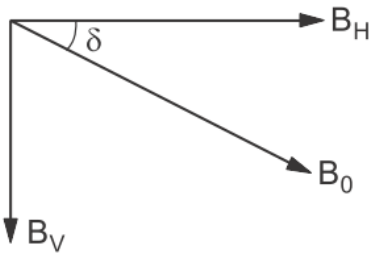
(جواب ۱۰۰:) (ج) با اعمال قانون لنز، نیروی محرکه در جهت عقربه‌های ساعت در هر دو حلقه القا می‌شود. از آنجایی که حلقه بیرونی مساحت بیشتری دارد، نیروی محرکه بزرگتر در آن القا می‌شود.

(جواب ۱۰۱:) (الف) فرض کنید قطب N آهنربای M رو به R باشد. وقتی M به‌سمت R حرکت می‌کند، با اعمال قانون لنز، جریان در جهت عقربه‌های ساعت در R جریان می‌یابد، وقتی از سمت راست R مشاهده می‌شود. بنابراین، وجه R به‌سمت M مانند یک قطب N رفتار می‌کند و M را دفع می‌کند. استدلال مشابهی برای قطب S آهنربای M رو به R اعمال می‌شود. همچنین M هنگام دور شدن از R، R را جذب می‌کند.

(جواب ۱۰۲:) (الف) یک واحد بار را در داخل هادی در نظر بگیرید. وقتی هادی با سرعت $\mathbf{v}$ حرکت می‌کند، بار داخل آن نیروی $\mathbf{F} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ را تجربه می‌کند. اگر

این بار واحد اکنون از یک سر هادی به سر دیگر منتقل شود، جابجایی آن $\mathbf{r}$ است. از اینرو، کار انجام شده روی آن $\mathbf{F}\cdot\mathbf{r} = (\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{r}$ خواهد بود. این، طبق تعریف، نیروی محرکه در دوسر هادی است.

(جواب ۱۰۳:) **(د)** نیروی محرکه القائی در یک هادی به‌شکل آن بستگی ندارد بلکه فقط به نقاط انتهایی آن بستگی دارد. به‌عنوان یک کاربرد ساده از این اصل (سوال شماره 102)، هادی واقعی را با یک هادی مستقیم فرضی جایگزین کنید که دو سر آن را به‌هم وصل می‌کند.



(جواب ۱۰۴:) **(ج)** مولفه عمودی میدان مغناطیسی زمین برابر $B_V = B_0 \sin\delta$ است. یک هادی که به‌صورت افقی حرکت می‌کند به B_V عمود است.

(جواب ۱۰۵:) **(د)** با توجه به راهنمائی سوال 104، مولفه افقی میدان مغناطیسی زمین برابر $B_H = B_0 \cos\delta$ است. یک هادی که در امتداد شرق-غرب است و حرکت عمودی دارد بر B_H عمود است.

(جواب ۱۰۶:) **(د)** یک حلقه بسته به‌هر شکلی که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حرکت می‌کند، هیچ نیروی محرکه‌ای در طول حلقه ایجاد نمی‌شود. ولت‌متر که به دو سر یک میله متصل می‌شود یک حلقه بسته را تشکیل می‌دهد.

(جواب ۱۰۷:) **(د)** هنگامی که یک حلقه در میدان مغناطیسی عمود بر صفحه خود حرکت می‌کند، حلقه را با قطری عمود بر جهت حرکت جایگزین کنید. نیروی محرکه در دوسر این قطر القا می‌شود. در سوال، جریان در حلقه از طریق دو قسمت نیم دایره، به‌صورت موازی خواهد بود.
نیروی محرکه القائی برابر است با: $e = B(2r)v$
مقاومت نصف حلقه برابر است با: $R/2$.
چون آنها موازی هستند، مقاومت معادل برابر است با: $R/4$
جریان در مدار مساوی $\frac{B(2r)v}{(R/4)} = \frac{8Brv}{R}$.

(جواب ۱۰۸:) **(الف)** حلقه‌ای که حول محور خود در میدان مغناطیسی می‌چرخد هیچ نیروی محرکه‌ای را القا نمی‌شود.

(جواب ۱۰۹:) (د) نیروی محرکه القائی در طول شعاع مساوی $e = \frac{1}{2}Br^2\omega$ و برابر اختلاف پتانسیل بین مرکز و لبه است. میله‌ای که در امتداد قطر ثابت شده است معادل دو شعاع است که به‌صورت موازی بین مرکز و لبه به هم وصل شده‌اند. جون هر شعاع دارای مقاومت $R/2$ است، مقاومت معادل بین مرکز و لبه $R/4$ میباشد.

$$\text{جریان} = \frac{e}{(R/4)} = \frac{4}{R} \cdot \frac{1}{2}Br^2\omega = \frac{2Br^2\omega}{R}$$

(جواب ۱۱۰:) (الف) نیروی محرکه به‌دلیل حرکت خطی خود در یک حلقه القا می‌شود و به‌چرخش بستگی ندارد

(جواب ۱۱۱:) (الف)

$$\phi = Li = BAN$$

(جواب ۱۱۲:) (ب) حرکت از A به B

$$V_A - V_B = [1 \times 5 - 15 + 5 \times 10^{-3}(-10^3)] = -13volts$$

یا $V_B - V_A = 15$ ولت. [$\frac{di}{dt}$ منفی است زیرا i کاهشی است.]

(جواب ۱۱۳:) (ب) حرکت از B به A

$$V_B - V_A = [5 \times 10^{-3}(-10^3) + 15 + 1 \times 5] = 15volts$$

(جواب ۱۱۴:) (د)

$$E = L\frac{di}{dt} \quad \text{یا} \quad di = \left(\frac{E}{L}\right)dt \quad \text{یا} \quad i = (\frac{2}{4})t = 0.5t$$

برای $t = 10s$ $i = 5A$

(جواب ۱۱۵:) (الف) جریان حالت ماندگار در L برابر است با $i_0 = \frac{E}{R_1}$.
انرژی ذخیره شده در L برابر است با $\frac{1}{2}Li_0^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E^2}{R_1^2}\right)$ و این حرارت تولید شده در R_2 در زمان تخلیه بار الکتریکی است.

(جواب ۱۱۶:) (الف) فرض کنید M اندوکتانس متقابل بین A و B باشد.

$$e_B = M\frac{di_A}{dt} \quad \text{یا} \quad E = M\dot{I} \quad \text{یا} \quad M = E/\dot{I}$$

$$\phi_A = Mi_B = (E/\dot{I})i$$

(جواب ۱۱۷:) (د)

(جواب ۱۱۸:) (ب) فرض کنید I جریان در سیم‌پیچ برزگتر باشد. میدان مغناطیسی

در مرکز برابر است با: $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$
شاری که به سیم‌پیچ کوچک پیوند می‌خورد:

$$\phi == \pi r^2 B = (\pi r^2)\frac{\mu_0 I}{2R}$$

اما $\phi = MI$ یا

$$M = \frac{\phi}{I} = \left(\frac{\mu_0 \pi}{2}\right)\frac{r^2}{R}$$

(جواب ۱۱۹:) (الف) (جواب ۱۲۰:) (ج)
(جواب ۱۲۱:) (ب) فرض کنید L و R به‌ترتیب اندوکتانس و مقاومت سیم‌پیچ باشند. اجازه دهید E برابر نیروی محرکه باتری باشد.

$$\tau = L/R$$

جریان حالت ماندگار برابر است با

$$i_0 = E/R, \qquad P = Ri_0^2 = \frac{E^2}{R}$$

انرژی ذخیره شده در سیم‌پیچ

$$W = \frac{1}{2}Li_0^2 = \frac{1}{2}L \cdot \frac{E^2}{R^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{L}{R}\right)\left(\frac{E^2}{R}\right) = \frac{1}{2}\tau P$$

و این کل حرارت تولید شده در سیم‌پیچ است.
(جواب ۱۲۲:) (د) (جواب ۱۲۳:) (د)

(جواب ۱۲۴:) (ج)

$$i = i_0(1 - e^{-t/\tau}), \qquad \frac{di}{dt} = -i_0\left(-\frac{1}{\tau}\right)e^{-t/\tau} = \frac{E}{R}\cdot\frac{R}{L}\cdot e^{-t/\tau}$$

یا

$$L\frac{di}{dt} = Ee^{-t/\tau}$$

که برابر نیروی محرکه القائی دوسر سیم‌پیچ است.

(جواب ۱۲۵:) (ب) اختلاف پتانسیل دوسر سیم‌پیچ مساوی $E \cdot e^{-t/\tau}$ که مساوی اختلاف پتانسیل دوسر R است. $Ri = R \cdot \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})$ یا

$$2e^{-t/\tau} = 1 \quad \text{یا} \quad t = \tau \ln 2.$$

(جواب ۱۲۶:) (ب)

$$i = \frac{i_0}{\eta} = i_0 e^{-t/\tau} \quad \text{یا} \quad e^{-t/\tau} = \eta \quad \text{یا} \quad t_0 \tau \ln \eta$$

(جواب ۱۲۷:) (الف)

(جواب ۱۲۸:) (ب) $i = i_0 e^{-t/\tau}$ و انرژی ذخیره شده در سیم‌پیچ $W = \frac{1}{2}Li^2$ است. نرخ انرژی کاهش یافته برابر است با:

$$-\frac{dW}{dt} = -\frac{L}{2}\cdot 2i\cdot\frac{di}{dt} = -L(i_0 e^{-t/\tau})\left(-\frac{i_0}{\tau}e^{-t/\tau}\right) = \frac{Li_0^2}{\tau}e^{-t/(\tau/2)}$$

(جواب ۱۲۹:) (ب) از اصل بقاء انرژی(پایستگی انرژی)، $\frac{Q}{2C} = \frac{1}{2}Li_0^2$

(جواب ۱۳۰:) (د) هنگامی که X به Y متصل شود، در حالت ماندگار، جریان $i_{max} = \frac{E}{R}$ حداکثر بار را می‌توان از رابطه $Q_{max} = i_{max}\sqrt{LC}$ بدست آورد (راه حل سوال شماره ۸۸).

(جواب ۱۳۱:) (ب) فرض کنید l و A طول و سطح مقطع سیم‌پیچ باشد. سپس، $\phi = BAln$، که در آن n تعداد دور در واحد طول است. همچنین، اگر جریان i از سیم‌پیچ عبور کند، القای مغناطیسی در سیم‌پیچ $B = \mu_0 ni$ است. اکنون $\phi = Li$ و انرژی ذخیره شده در سیم‌پیچ $\frac{1}{2}Li^2$ است.

(جواب ۱۳۲:) (ب) بار Q و i به شکل $Q = Q_0\sin\omega t$ و، $i = i_0\cos\omega t$ یا $Q = Q_0\cos\omega t$ و $i = i_0\sin\omega t$ هستند.

(جواب ۱۳۳:) (ج)

$$\tau = RC, \qquad \omega = \frac{1}{RC}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

(جواب ۱۳۴:) (ج) برای بدست آوردن همان رآکتانس،

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \text{یا} \quad C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(100\sqrt{10})^2\times 2} = 5\times 10^{-6}F = 6\mu F$$

(جواب ۱۳۵:) (الف) فقط برای مقاومت R،

$$P = e_{rms}\times i_{rms}\times\cos\phi = \frac{e_{rms}}{Z}\times\frac{R}{Z} = P\left(\frac{R}{Z}\right)^2$$

(جواب ۱۳۶:) (الف)

$$\tan\phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

بازاء $R = 0$، $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$؛ در فرکانس‌های پائین

$$\frac{1}{\omega C} > \omega L, \quad \phi = -\frac{\pi}{2}$$

در فرکانس‌های بالا

$$\frac{1}{\omega C} < \omega L, \quad \phi = \frac{\pi}{2}$$

(جواب ۱۳۷:) (د)

$$i = \frac{e}{Z},\ Z = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad \text{برای} \quad \omega = \frac{1}{LC},\ Z = 0,\ i \to \infty$$

(جواب ۱۳۸:) (ب)

$$i = \frac{e}{Z} = \frac{eX}{\sqrt{R^2 + X^2}}, \qquad X = \frac{1}{\omega C}$$

اختلاف پتانسیل دوسر خازن C

$$V = iX = \frac{eX}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{e}{1 + (\omega RC)^2}$$

هر قدر ω افزایش یابد، V کاهش می‌یابد.

(جواب ۱۳۹:) (ب) مدار LC هیچ توانی نمی‌کشد. هنگامی که $\omega L = \frac{1}{\omega C}$، امپدانس مدارهای RC و LR برابر هستند و توان یکسانی را می‌گیرند.

(جواب ۱۴۰:) (الف) ولتاژ تغذیه E، اختلاف پتانسیل (V_R) در طول مقاومت، و اختلاف پتانسیل (V_C) در دوسر خازن به صورت زیر مرتبط هستند.

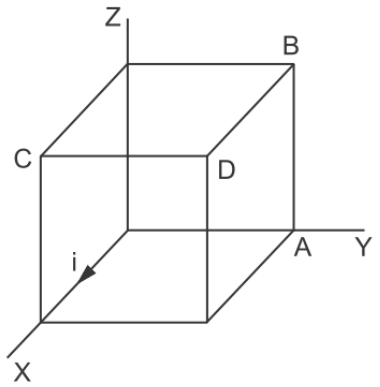
$$E^2 + V_R^2 + V_C^2, \qquad V_C = \sqrt{220^2 - 90^2} = 100\sqrt{4.03} \approx 200\ volts$$

(جواب ۱۴۱:) (ج)

$$\tan\phi = \frac{X}{R} = 1, \quad \text{ضریب توان} = \cos\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

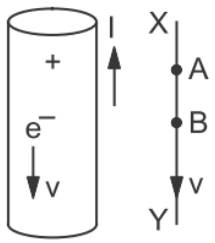
(جواب ۱۴۲:) (الف، د)

(جواب ۱۴۳:) (ب، د) (+) **(جواب ۱۴۴:) (الف، د)**



بزرگی میدان مغناطیسی فقط به فاصله از محور x بستگی دارد. نقاط A و C در فاصله 1 واحدی از محور x قرار دارند. نقاط B و D در فواصل $\sqrt{2}$ واحد از محور x قرار دارند.

(جواب ۱۴۵:) (ب، د)



(جواب ۱۴۶:) (الف، د) A ثابت است و جریان I را مشاهده می‌کند. B الکترون‌های آزاد را در حالت سکون مشاهده می‌کند، اما به‌نظر می‌رسد بارهای مثبت نامتعادل در رسانا در جهت مخالف v حرکت می‌کنند. بنابراین، A و B جریان یکسانی را مشاهده می‌کنند. بنابراین همان میدان مغناطیسی است.

(جواب ۱۴۷:) (الف، ب، ج، د)

(جواب ۱۴۸:) (الف، ب) به راهنمائی سوال 72 مراجعه کنید.

(جواب ۱۴۹:) (الف، د)

(جواب ۱۵۰:) (الف، ب، ج) برای B_1 و B_4، مشارکت ناشی از بخش‌های مختلف جمع می‌شوند. برای B_2 و B_3، مشارکت ناشی از بخش‌های بیرونی با مشارکت ناشی از بخش‌های داخلی مخالف است. بنابراین، B_1 و B_4 بزرگتر از B_2 و B_3 هستند. برای B_4، مقطعی با شعاع $b <$ وجود دارد و از اینرو این بخش بیشتر از بخش نیم دایره‌ای شعاع b برای B_1 است. بنابراین $B4 > B_1$. برای B_3 ، مقطعی با شعاع $b >$ وجود دارد و از اینرو سهم کمتری نسبت به‌بخش نیم دایره شعاع b برای B_2 دارد . بنابراین $B3 < B_2$.

(جواب ۱۵۱:) (ب، ج) میدان در مرکز حلقه به‌دلیل قسمت مستقیم $\mu_0 i/(2\pi r)$ است که جهت آن به‌داخل کاغذ است و میدان ناشی از حلقه $\mu_0 i/(2r)$ است که جهت آن به بیرون کاغذ است.

(جواب ۱۵۲:) (ب، ج) **(جواب ۱۵۳:) (الف، ب، ج، د)**

(جواب ۱۵۴:) (الف) برای یافتن میدان مغناطیسی خارج از یک هادی ضخیم، ممکن است فرض شود که جریان در امتداد محور جاری است. از آنجایی که نقاط 1، 2، 3 از محور فاصله مساوی دارند، $B_1 = B_2 = B_3$.

(جواب ۱۵۵:) (الف، ب)

(جواب ۱۵۶:) (الف، ب) (+) **(جواب ۱۵۷:) (الف، ب)** برای یافتن نیروی آمپر بر هادی با هر شکلی، هادی را با یک هادی مستقیم فرضی جایگزین کنید که دو سر رسانای داده شده را به هم وصل می‌کند.

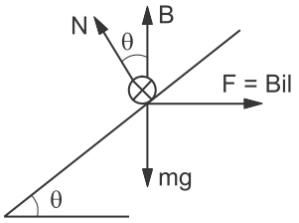
(جواب ۱۵۸:) (الف، ب) جریان در AB و CD باعث ایجاد میدان‌های مغناطیسی در یک جهت در T، در این مورد به‌سمت بالا می‌شود. بنابراین یک میدان مغناطیسی خالص روی T وجود دارد.

(جواب ۱۵۹:) (الف، ب) میدان مغناطیسی روی T با i متناسب است. بنابراین، نیروی آمپر با i^2 متناسب است. اگر i معکوس شود، جهت B نیز معکوس خواهد شد. جهت نیروی آمپر ثابت می‌ماند.

(جواب ۱۶۰:) (الف، ب) (+) **(جواب ۱۶۱:) (الف، ب)** تعریف یک آمپر را اعمال کنید.

(جواب ۱۶۲:) (الف، ب) گاز را به عنوان یک هادی ضخیم که دارای جریان یکنواخت است، در نظر بگیرید. قانون آمپر را برای یافتن میدان مغناطیسی اعمال کنید. سپس قانون دست چپ را برای یافتن جهت نیروی آمپر اعمال کنید.

(جواب ۱۶۳:) (الف، ب)
(جواب ۱۶۴:) (الف، ب)



$$N\cos\theta = mg$$

نماد $\otimes$ مشخص کننده این است که جریان i به داخل کاغذ جاری است.

$$N\sin\theta = Bil, \quad \rightarrow \quad \tan\theta = \frac{Bil}{mg}$$

(جواب ۱۶۵:) (ب) به راهنمائی سوال 151 مراجعه کنید. اگر B در امتداد N است. نیروی Bil در امتداد شیب است.

(جواب ۱۶۶:) (الف، د) (جواب ۱۶۷:) (ج) (جواب ۱۶۸:) (ب، ج، د)

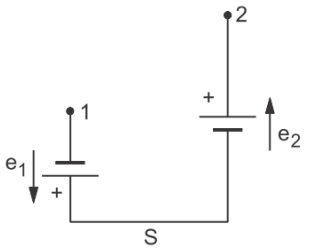
(جواب ۱۶۹:) (الف، ج) به راهنمائی سوال 103 مراجعه کنید.
(جواب ۱۷۰:) (الف، ج) (جواب ۱۷۱:) (ب) (جواب ۱۷۲:) (ج) (جواب ۱۷۳:) (الف، ب، ج، د) (جواب ۱۷۴:) (ب، ج، د) (جواب ۱۷۵:) (ب، د)

(جواب ۱۷۶:) (الف، ج) (+) **(جواب ۱۷۷:) (الف، ج، د)** به‌راهنمائی سوال 105 مراجعه کنید.

(جواب ۱۷۸:) (الف ، د) در قطب‌ها، میدان مغناطیسی زمین عمودی است.

(جواب ۱۷۹:) (ج، د) حلقه را با قطری عمود بر جهت حرکت آن جایگزین کنید. چرخش یک حلقه حول محور خود باعث ایجاد هیچ نیروی محرکه القائی نمی‌شود.

(جواب ۱۸۰:) (د) نیروی محرکه القائی‌ها حلقه‌ها را با باتری جایگزین کنید.



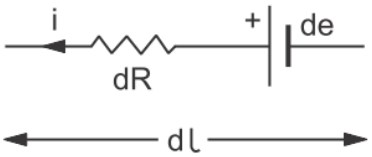
$$e_1 = B2r(2v) = 4Brv$$

$$e_2 = B(4r)v = 4Brv$$

$$V_2 - V_1 = e_2 + e_1 = 8Brv$$

(جواب ۱۸۱:) (الف، د)

$$\phi = \pi r^2 B \qquad e = \frac{d\phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$



فرض کنید R مقاومت حلقه باشد. جریان در حلقه برابر $i = e/R$ است.

نیروی محرکه القائی در عنصر برابر $de = \left(\frac{e}{2\pi r}\right) dl$

مقاومت عنصر مساوی $dR = \left(\frac{R}{2\pi r}\right) dl$

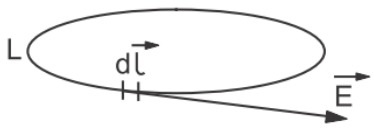
اختلاف پتانسیل دوسر عنصر

$$-idR + de = -\left(\frac{e}{R}\right)\left(\frac{R}{2\pi r}\right) dl + \left(\frac{e}{2\pi r}\right) dl = 0$$

تمام نقاط روی حلقه هم پتانسیل هستند.

(جواب ۱۸۲:) (الف، د)

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = emf \text{ در } L$$



بعلت تقارن در این حالت، در همه جا $\mathbf{E}$ موازی با $\mathbf{dl}$ است.

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = E \oint \mathbf{dl} = 2\pi r E = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

یا

$$E = \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt}$$

(جواب ۱۸۳:) (ج) همان نیروی محرکه القائی را در یک حلقه رسانا و یک حلقه نارسانا القا می‌کند و برابر است با: $\pi r^2 \frac{dB}{dt}$.

در هر نقطه از حلقه، $E = \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt}$

برای هر بار dQ روی حلقه، نیروی $dF = EdQ$ مماس به حلقه است.

کشتاور جرخشی(تورک) حول مرکز ناشی از dF برابر با $d\tau = rdF = rEdQ$ است.
و گشتاور چرخشی کل برابر $\Sigma rEdQ = r\left(\frac{1}{2}r\frac{dB}{dt}\right)Q$ است.

(جواب ۱۸۴:) (ب، ج)

(جواب ۱۸۵:) (الف، ب، د) $(+)$ **(جواب ۱۸۶:) (الف، ج، د)** بار جاری در مدار $\frac{\Delta\phi}{R}$ است. که در آن $\Delta\phi$ تغییر شار و برابر تفاضل شار نهائی و اولیه $(\phi_{final} - \phi_{initial})$ است. ضمنا R مقاومت مدار است.

(جواب ۱۸۷:) (الف، د) اگر حالت نرمال به‌صفحه سیم‌پیچ با جهت B زاویه θ ایجاد کند، شار متصل به سیم‌پیچ برابر است با:

$$\phi = BAn\cos\theta = BAn\cos\omega t$$

سیم‌پیچ با سرعت زاویه‌ای ω میچرخد.

$$emf = e = -\frac{d\phi}{dt} = BAn\omega\sin\omega t$$

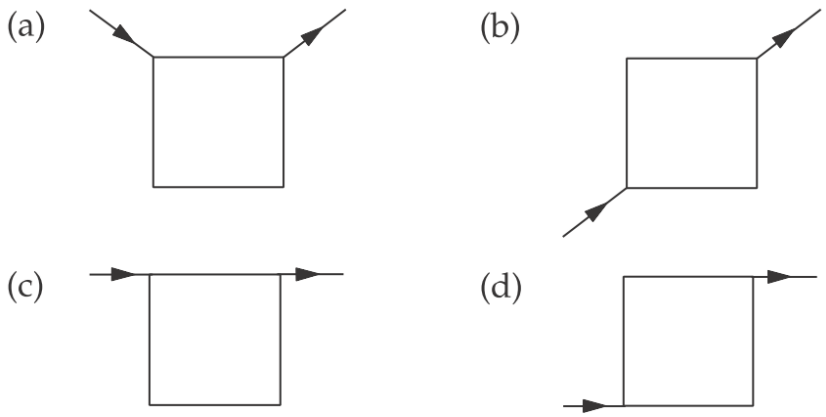
(جواب ۱۸۷:) (الف، ب، ج، د)

سوال‌های چهار جوابی (خود را آزمایش کنید)

فقط یک جواب صحیح است.

خودآزمائی-۱: یک قاب مستطیلی، افقی و رسانا، جریانی را حمل می‌کند که در جهت عقربه‌های ساعت همانطور که از بالا دیده می‌شود جاری است. P یک نقطه به‌صورت عمودی بالای مرکز کادر است. جهت میدان مغناطیسی در P ناشی از جریان برابر است با:
(الف): عمودی به‌سمت بالا. **(ب)**: افقی، موازی با ضلع بزرگتر قاب.
(ج): عمودی به‌سمت پائین. **(د)**: افقی، موازی با قطر قاب.

خودآزمائی-۲: جریان از طریق قاب‌های یکنواخت مربعی شکل زیر می‌گذرد. در کدام حالت میدان مغناطیسی در مرکز قاب صفر نیست؟



خودآزمائی-۳: یک پرتو باریک و بلند از الکترون‌ها، با مقطع یکنواخت، متشکل از الکترون‌هایی است که با سرعت v (c سرعت نور) حرکت می‌کنند. نسبت میدان الکتریکی به‌میدان مغناطیسی در هر نقطه نزدیک پرتو برابر است با:

(الف): v **(ب)**: c **(ج)**: c^2/v **(د)**: v^2/c

خودآزمائی-۴: یک هادی بلند و مستقیم در امتداد محور یک حلقه قرار دارد. هر دو حامل جریان I هستند. نیروی وارد بر حلقه متناسب است با:

(الف): I **(ب)**: $I^{3/2}$ **(ج)**: I^2 **(د)**: (0)

خودآزمائی-۵: دو حلقه صاف، بسته و رسانا A و B روبروی هم قرار دارند. جریان I در A جاری است. A باعث جذب B می‌شود:

(الف): در تمام موارد **(ب)**: فقط اگر I افزایش یابد.

(ج): فقط اگر I کاهش یابد. **(د)**: اگر I تغییر یابد.

خودآزمائی-۶: یک زوج ریل بلند، صاف، موازی، افقی و رسانا در یک انتها به‌یک باتری متصل می‌شوند. هیچ میدان الکتریکی یا مغناطیسی خارجی وجود ندارد. یک میله فلزی روی ریل‌ها قرار می‌گیرد. میله خواهد شد

(الف): ثابت می‌ماند. **(ب)**: به‌سمت باتری حرکت می‌کند.

(ج): از باتری دور می‌شود. **(د)**: نوسان می‌کند.

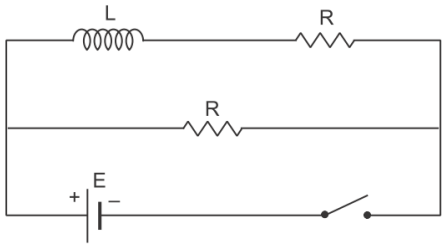
خودآزمائی-۷: یک سیم‌پیچ مستطیلی مسطح، حامل جریان، در کنار یک هادی بلند و مستقیم که جریانی را حمل می‌کند، قرار می‌گیرد. این دو هم‌سطح هستند. نیروی خالص و گشتاور خالص تجربه شده توسط سیم‌پیچ F و τ خواهند بود:

(الف): $F = 0, \tau = 0$ **(ب)**: $F \neq 0, \tau = 0$

(ج): $F \neq 0, \tau \neq 0$ **(د)**: $F = 0, \tau \neq 0$

خودآزمائی-۸: یک آهنربای میله‌ای کوچک در امتداد محور یک سیم‌پیچ صاف و بسته حرکت می‌کند. آهنربا سیم‌پیچ را جذب می‌کند.
(الف): فقط زمانی که به سمت سیم‌پیچ حرکت می‌کند.
(ب): فقط زمانی که از سیم‌پیچ دور می‌شود.
(ج): هر دو (الف) و (ب)
(د): فقط در صورتی که قطب جنوب آن رو به‌سیم پیچ باشد.

خودآزمائی-۹: سیم‌پیچ به‌خود القایی L و مقاومت R به‌مقاومت R و باتری E متصل می‌شود(شکل زیر). سوئیچ برای مدت طولانی بسته نگه داشته و سپس باز می‌شود. گرمای تولید شده در کویل، پس از باز کردن کلید برابر است با:



(الف): $LE^2/2R^2$ **(ب)**: $LE^2/4R^2$ **(ج)**: $LE^2/8R^2$ **(د)**: $2LE^2/3R^2$

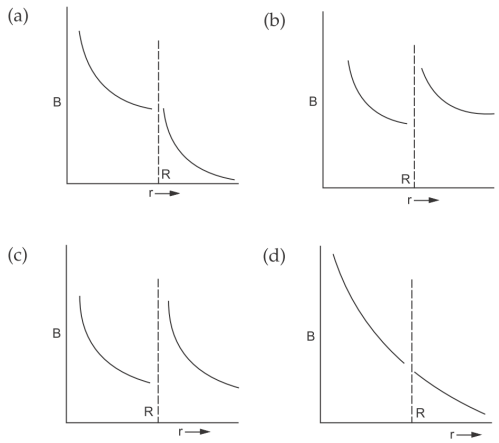
خودآزمائی-۱۰: اگر L و C نشانگر اندوکتانس و ظرفیت باشد، مقدار L/C همان ابعادی دارد که
(الف): زمان **(ب)**: $(\text{زمان})^{-1}$ **(ج)**: مقاومت $\times$ زمان
(د): $(\text{مقاومت})^2$

خودآزمائی-۱۱: یک حلقه فلزی در یک میدان مغناطیسی قرار می گیرد که صفحه آن عمود بر میدان است. اگر بزرگی میدان شروع به‌تغییر کند، حلقه تجربه خواهد کرد:
(الف): نیروی خالص **(ب)**: گشتاور حول محور آن
(ج): گشتاور در حدود یک قطر **(د)**: کشش در طول آن

خودآزمائی-۱۲: یک میله فلزی به طول l در انتهای بالایی آن می‌چرخد. از حالت افقی رها می‌شود. یک میدان مغناطیسی یکنواختی عمود بر صفحه چرخش آن وجود

دارد. وقتی عمودی شد، اختلاف پتانسیل در دوسر انتهای آن متناسب است با:
(الف): $l^{1/2}$ **(ب)**: l **(ج)**: $l^{3/2}$ **(د)**: l^2

خودآزمائی-۱۳:



یک هادی نازک و مستقیم در امتداد محور یک هادی توخالی به شعاع R قرار دارد. این دو جریان‌های مساوی را در یک جهت دارند. میدان مغناطیسی B نسبت به فاصله r از محور رسم می‌شود. کدام یک از موارد زیر منحنی حاصل را بهتر نشان می‌دهد؟

خودآزمائی-۱۴: یک سلنوئید به‌یک باتری متصل است. هیچ مقاومتی در مدار وجود ندارد. اگر جریان I در مدار نسبت به‌زمان t رسم شود، شیب منحنی (dI/dt) خواهد بود.
(الف): با گذشت زمان افزایش می‌یابد
(ب): با گذشت زمان کاهش می‌یابد
(ج): ثابت بماند
(د): تقریبا بی‌نهایت است.

خودآزمائی-۱۵: در ناحیه‌ای از فضا با میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی عمود بر یکدیگر، یک ذره باردار بدون انحراف، با سرعتی بسیار کمتر از سرعت نور در خلاء (c) حرکت می‌کند. چگالی انرژی ناشی از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به‌ترتیب u_E و u_B است.
(الف): $u_E = u_B$ **(ب)**: $u_E < u_B$ **(ج)**: $u_E > u_B$
(د): اطلاعات داده شده برای نتیجه‌گیری کافی نیست.

خودآزمائی-۱۶: یک ذره باردار از یک میدان الکتریکی یکنواخت که بین صفحات

موازی یک خازن وجود دارد عبور می‌کند. طول هر صفحه l است. سرعت اولیه آن موازی با صفحات است. هنگامی که از میدان خارج می‌شود، انحراف آن از مسیر اولیه δ و انحراف زاویه‌ای آن از جهت اولیه θ است. در این صورت $\tan\theta$ برابر است با:

(الف): δ/l **(ب):** $2\delta/l$ **(ج):** $\delta/2l$ **(د):** هیچکدام.

خودآزمائی-۱۷: ذره‌ای با بار Q و جرم m از ناحیه‌ای به‌عرض d می‌گذرد که میدان مغناطیسی یکنواخت B دارد. سرعت اولیه v عمود بر B است. اگر d کمی بزرگتر از (mv/BQ) باشد، ذره از طریق یک زاویه زیر منحرف می‌شود.

(الف): $\pi/4$ **(ب):** $2\pi/3$ **(ج):** $\pi/2$ **(د):** π

خودآزمائی-۱۸: حلقه‌ای به‌مساحت A و مقاومت R روی محور یک سلنوئید قرار می‌گیرد. اندوکتانس متقابل بین آنها M است. هنگامی که جریان در سلنوئید با نرخ I تغییر می‌کند، گشتاور مغناطیسی حلقه برابر است با:

(الف): $ARMI$ **(ب):** AI/RM **(ج):** MRI/A **(د):** AMI/R

خودآزمائی-۱۹: یک هادی بلند و مستقیم جریان I را حمل می‌کند. فرض کنید هر حامل بار در آن با سرعت رانش یکسان حرکت می‌کند. یک ناظر به‌موازات هادی، در جهت جریان، با سرعت ثابت $v/2$ حرکت می‌کند. او مشاهده خواهد کرد که جریان جاری در هادی برابر است با:

(الف): $I/2$ **(ب):** I **(ج):** $3I/2$ **(د):** (0)

خودآزمائی-۲۰: شار پیوند با یک سیم‌پیچ 0.8 وات است که جریان 2 آمپر از آن عبور کند. اگر این جریان با سرعت $0.4A/s$ شروع به‌افزایش کند، نیروی محرکه القائی در سیم‌پیچ خواهد بود:

(الف): $0.02V$ **(ب):** $0.04V$ **(ج):** $0.08V$ **(د):** $0.16V$

خودآزمائی-۲۱: یک سیم‌پیچ کوچک و مسطح حامل جریان دارای گشتاور مغناطیسی μ است. در میدان مغناطیسی خارجی B قرار می‌گیرد. حداکثر انرژی پتانسیل سیستم می‌تواند باشد.

(الف): $\mu B/2$ **(ب):** μB **(ج):** $\mu B\ln 2$ **(د):** $2\mu B$

خودآزمائی-۲۲: یک الکترون در مداری دایره‌ای به شعاع r با سرعت زاویه‌ای ω حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی در مرکز مدار دارای مقدار زیر است (e نماد بار

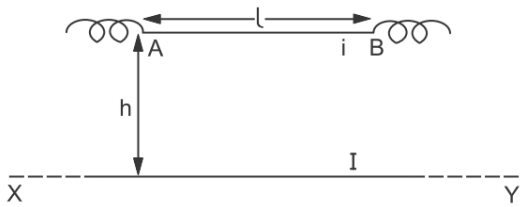
الکترون).

(الف): $\mu_0\omega e/2r$ **(ب):** $\mu_0\omega e/2\pi r$ **(ج):** $\mu_0\omega e/4\pi r$ **(د):** $\mu_0\omega^2 e/4\pi r$

خودآزمائی-۲۳: یک سیم‌پیچ کوچک و مسطح با مقاومت r در مرکز یک سیم‌پیچ بزرگ و با مقاومت R بسته قرار می‌گیرد. سیم‌پیچ‌ها هم‌سطح هستند. اندوکتانس متقابل آنها M است. در ابتدا یک جریان ثابت i در سیم پیچ داخلی جاری داشت. اگر این جریان به‌طور ناگهانی قطع شود، چه باری در سیم‌پیچ بیرونی گردش می‌کند؟

(الف): Mir/R^2 **(ب):** MiR/r^2 **(ج):** Mi/R **(د):** Mi/r

خودآزمائی-۲۴:



هادی AB که جریان i را حمل می‌کند به‌صورت عمودی در بالا و موازی یک هادی افقی بلند XY قرار می‌گیرد که جریان I را حمل می‌کند. فرض کنید AB آزادانه حرکت می‌کند و سیم‌هایی که جریان از آن وارد و خارج می‌شود هیچ نیرویی بر آن وارد نمی‌کنند. . اگر AB در تعادل باشد،

(الف): $i = I$

(ب): جریان I و i باید در یک جهت جاری داشته باشند.

(ج): تعادل AB ناپایدار است.

(د): اگر به AB یک جابجایی عمودی کوچک داده شود، دچار نوسان می‌شود.

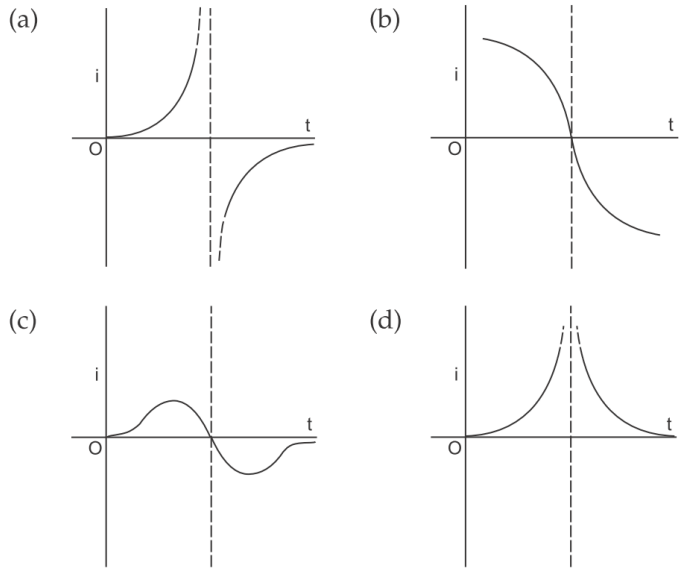
خودآزمائی-۲۵: در سوال قبل m جرم AB، l طول AB و h ارتفاع AB را بالای XY فرض کنید. برای اینکه AB در حالت تعادل باشد کدام یک از کمیت‌های زیر باید ثابت باشند؟

(الف): Iil/mh **(ب):** Iih/ml **(ج):** I^2il/mh **(د):** Ii^2l/mh

خودآزمائی-۲۶: یک میدان مغناطیسی یکنواخت B عمود بر صفحه xy وجود دارد. یک هادی ABC دارای طول $AB = l_1$ موازی با محور □ و طول $BC = l_2$ موازی با محور y است. ABC در صفحه xy با سرعت $v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}}$ حرکت می‌کند. اختلاف پتانسیل بین A و C متناسب است با:

(الف): $v_x l_1 + v_y l_2$ **(ب)**: $v_x l_2 + v_y l_1$ **(ج)**: $v_x l_2 - v_y l_1$ **(د)**: $v_x l_1 - v_y l_2$

خودآزمائی-۲۷: یک آهنربای میله‌ای بلند با سرعت ثابت در امتداد محور یک حلقه فلزی ثابت حرکت می‌کند. حرکت آن از فاصله زیادی از حلقه شروع، از حلقه عبور و سپس از حلقه دور می‌شود. جریان i در حلقه در برابر زمان t رسم می‌شود. کدام یک از موارد زیر منحنی حاصل را بهتر نشان می‌دهد؟



خودآزمائی-۲۸: در یک سلول یا باتری انباره، جریان در داخل سلول از صفحه منفی به صفحه مثبت جریان می‌یابد.

(الف): جریان را از طریق یک مقاومت خارجی هدایت می‌کند

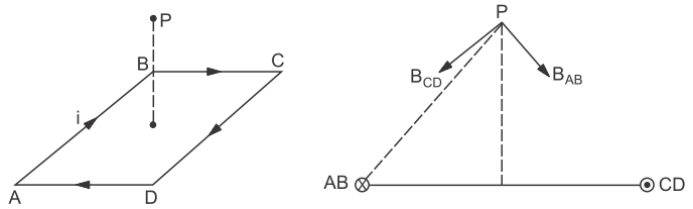
(ب): از یک منبع خارجی شارژ می‌شود

(ج): نیروی محرکه آن توسط یک پتانسیومتر اندازه‌گیری می‌شود و به موقعیت تعادل رسیده است

(د): هنگامی که به‌خازن باردار وصل می‌شود که اختلاف پتانسیل آن بیشتر از نیروی محرکه است و صفحات مثبت و منفی آن به صفحات با قطب‌های مشابه خازن متصل می‌شوند.

پاسخ برخی سوال‌های خودآزمائی

پاسخ خودآزمائی-۱: (ج)



میدان مغناطیسی را در P ناشی از یک زوج رسانای موازی AB و CD در نظر بگیرید. اینها به‌صورت B_{AB} و B_{CD} نشان داده شده‌اند. با تقارن، جهت نتیجه آنها به‌سمت پایین است. همین امر برای AD و BC نیز صادق است.

پاسخ خودآزمائی-۲: (ج)

در هر چهار آرایش، میدان در مرکز تنها به‌دلیل جریان‌هایی که در قاب‌های مربعی جاری هستند، صفر است. میدانی که در اینجا به‌دلیل جریان‌های وارد به داخل و خارج از قاب‌ها فقط در (ج) غیر صفر است.

پاسخ خودآزمائی-۳: (ج)

فرض کنید A سطح مقطع پرتو، e بار الکترون، n تعداد الکترونها در واحد حجم پرتو باشد. جریان حمله شده توسط پرتو برابر $i = Avne$ است، بنابراین میدان مغناطیسی در فاصله r از پرتو مساوی $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ خواهد بود. بار در واحد طول پرتو مساوی $\lambda = Ane$ است، ازاینرو شدت میدان الکتریکی در فاصله r از پرتو مساوی $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ است. در نتیجه

$$\frac{E}{B} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \times \frac{2\pi r}{\mu_0(Avne)} = \frac{c^2}{v}$$

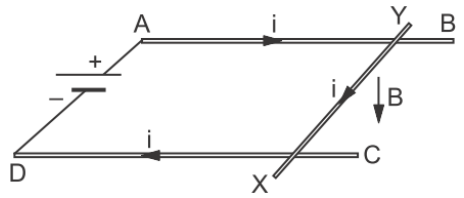
پاسخ خودآزمائی-۴: (د)

میدان مغناطیسی ناشی از حلقه در امتداد محور آن است. بنابراین، هیچ نیروی تعاملی بین حلقه و هادی مستقیمی که در امتداد محور آن قرار دارد وجود ندارد.

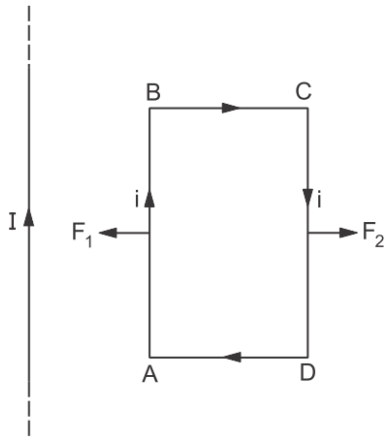
پاسخ خودآزمائی-۵: (ج)

وقتی I کاهش می‌یابد، شار از طریق B کاهش می‌یابد. این جریان B را در همان جهت I القا می‌کند.

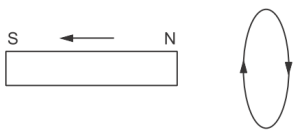
پاسخ خودآزمائی-۶: (ج)
جریان‌هایی که در ریل‌های AB و CD جریان دارند، یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کنند که جهت آن روی XY به سمت پایین است. این یک نیروی آمپر بر روی XY تولید می‌کند که از باتری دور می‌شود.



پاسخ خودآزمائی-۷: (ب)
میدان مغناطیسی ناشی از I در AB بزرگتر از CD است. بنابراین، نیروی آمپر F_1 در CD بزرگتر از نیروی آمپر در CD، F_2 است. همچنین، F_1 و F_2 هم‌سطح هستند و از این رو گشتاور تولید نمی‌کنند.



پاسخ خودآزمائی-۸: (ب)
فرض کنید قطب شمال آهنربا رو به سیم‌پیچ باشد. هنگامی که آهنربا از سیم‌پیچ دور می‌شود، شار عبوری از سیم‌پیچ کاهش می‌یابد. این جریان را در سیم‌پیچ القا می‌کند که در جهت عقربه‌های ساعت جریان دارد، همانطور که از آهنربا دیده



می‌شود. چهره(سطح) سیم‌پیچ رو به آهنربا اکنون مانند یک قطب جنوب رفتار می‌کند. آهنربا سیم‌پیچ را جذب می‌کند. زمانی که آهنربا به‌سیم پیچ نزدیک می‌شود عکس این امر اتفاق می‌افتد.

پاسخ خودآزمائی-۹: (ب)
در حالت ماندگار، جریان در سیم‌پیچ برابر $I = E/R$. انرژی ذخیره شده در آن $W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{LE^2}{2R^2}$ است. هنگامی که کلید باز می‌شود، این انرژی بطور مساوی بین مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

پاسخ خودآزمائی-۱۰: (د)

$$\frac{L}{C} = \frac{L}{R} \times \frac{1}{RC} \times R^2$$

کمیت $\frac{L}{R}$ و $1RC$ هر کدام بعد زمان دارند.

پاسخ خودآزمائی-۱۱: (د)

هنگامی که میدان تغییر می کند، جریانی در امتداد حلقه جریان می‌یابد. اکنون هر بخش از حلقه یک نیروی آمپر را تجربه می‌کند که به‌سمت بیرون یا داخل وارد می‌شود. حلقه تمایل به انبساط یا انقباض دارد و از اینرو در طول خود کشش را تجربه می‌کند.

پاسخ خودآزمائی-۱۲: (ج)

$$mg\frac{l}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{ml^2}{3}\right)\omega^2 \quad \text{یا} \quad \omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

نیروی محرکه القائی برابر است با:

$$\frac{1}{2}B\omega l^2 = \frac{1}{2}B\sqrt{\frac{3g}{l}}l^2 \propto l^{3/2}$$

پاسخ خودآزمائی-۱۳: (ب)

فرض کنید i جریان در هر هادی باشد. با اعمال قانون آمپر، میدان مغناطیسی داخل هادی توخالی فقط به‌دلیل جریان i است، در حالی که میدان خارج از آن ناشی از جریان $2i$ است. از اینرو، میدان درست خارج از آن دو برابر میدان داخل آن است.

پاسخ خودآزمائی-۱۴: (ج)
پاسخ خودآزمائی-۱۵: (ب)
پاسخ خودآزمائی-۱۶: (ب)

پاسخ خودآزمائی-۱۷: (د)
پاسخ خودآزمائی-۱۸: (د)
پاسخ خودآزمائی-۱۹: (ب)
پاسخ خودآزمائی-۲۰: (د)
پاسخ خودآزمائی-۲۱: (د)
پاسخ خودآزمائی-۲۲: (ج)

پاسخ خودآزمائی-۲۳: (ج)
پاسخ خودآزمائی-۲۴: (د)
پاسخ خودآزمائی-۲۵: (الف)
پاسخ خودآزمائی-۲۶: (ج)
پاسخ خودآزمائی-۲۷: (الف)
پاسخ خودآزمائی-۲۸: (الف)

فصل ۶

بیائید تمرین کنیم

۱.۶ تمرین سطح یک

فقط یک جواب صحیح است.

تمرین-۱: یک سیم‌پیچ سلنوئید به طول l با n دور سیم‌پیچ دارای خود القایی L است. اگر هر دو n و l دو برابر شوند خود القایی خواهد بود.

(الف): L **(ب):** $2L$ **(ج):** $L/2$ **(د):** $4L$

تمرین-۲: دو آهنربا میله‌ای کوتاه دارای گشتاورهای مغناطیسی به‌ترتیب $1.20Am^2$ و $1.00Am^2$ هستند. آنها روی میز افقی به موازات یکدیگر قرار می‌گیرند و قطب‌های شمال آنها به‌سمت جنوب است. آنها یک استوای مغناطیسی مشترک دارند و با فاصله 20.0 سانتی‌متری از هم جدا می‌شوند. مقدار القای مغناطیسی افقی حاصل در وسط نقطه O خطی که به مراکز آنها می‌پیوندد برابر است (مولفه افقی القای مغناطیسی زمین $3.6 \times 10^{-5}Wb/m^2$ است.)

(الف): $3.60 \times 10^{-5}Wb/m^2$ **(ب):** $2.56 \times 10^{-4}Wb/m^2$

(ج): $3.50 \times 10^{-4}Wb/m^2$ **(د):** $5.80 \times 10^{-4}Wb/m^2$

تمرین-۳: دو سیم بسیار طولانی، مستقیم و موازی به ترتیب جریان ثابت I و $-I$ را حمل می‌کنند. فاصله بین سیم‌ها d است. در یک لحظه معین، یک بار نقطه‌ای q در نقطه‌ای با فاصله مساوی از دو سیم، در صفحه سیم‌ها قرار دارد. سرعت آنی آن v عمود بر صفحه سیم است. مقدار نیروی ناشی از میدان مغناطیسی وارد بر بار در این لحظه برابر است با:

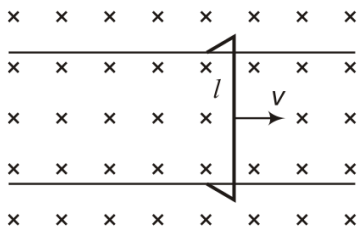
(الف): $\frac{\mu_0 Iqv}{2\pi d}$ **(ب)**: $\frac{2\mu_0 Iqv}{\pi d}$ **(ج)**: $\frac{\mu_0 Iqv}{\pi d}$ **(د)**: 0 صفر

تمرین-۴: یک میله نازک به‌شکل دایره کوچکی به‌شعاع r خم شده است. اگر بار در واحد طول میله σ باشد، و اگر دایره حول محور خود با سرعت n دور در ثانیه بچرخد، مغناطیسی القائی در نقطه‌ای از محور در فاصله زیاد y از مرکز برابر است با :
(الف): $\mu_0 \pi r^3 n \frac{\sigma}{y^3}$ **(ب)**: $2\mu_0 \pi r^3 n \frac{\sigma}{y^3}$ **(ج)**: $\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) r^3 n \frac{\sigma}{y^3}$ **(د)**: $\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right) r^3 n \frac{\sigma}{y^3}$

تمرین-۵: دو ذره □ و □ با بارهای مساوی پس از شتاب گرفتن از طریق اختلاف پتانسیل یکسان وارد ناحیه ای با میدان مغناطیسی یکنواخت می شوند و به ترتیب مسیرهای دایره ای شعاع ۱□ و ۲□ را توصیف می کنند. نسبت جرم □ به □ برابر است با:
(الف): $\mu_0 \pi r^3 n \frac{\sigma}{y^3}$ **(ب)**: $2\mu_0 \pi r^3 n \frac{\sigma}{y^3}$ **(ج)**: $\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) r^3 n \frac{\sigma}{y^3}$ **(د)**: $\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right) r^3 n \frac{\sigma}{y^3}$

تمرین-۶: رسانایی به‌طول l عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت القایی B و عمود بر طول خود با سرعت یکنواخت v در حال حرکت است. در نتیجه نیروی محرکه $E = Blv$ بین انتهای آن القاء می‌شود. تحت این شرایط الکترون‌های آزاد در رسانا
(الف): رانش از انتهای پتانسیل بالاتر به‌انتهای پتانسیل پایین‌تر است.
(ب): رانش از انتهای پتانسیل پایین به‌انتهای پتانسیل بالاتر است.
(ج): در طول آن رانش نمی‌کند، زیرا هیچ میدان الکتریکی در داخل هادی وجود ندارد.
(د): در طول آن رانش نمی‌کند، زیرا نیروی وارد بر هر الکترون ناشی از میدان الکتریکی با نیروی ایجاد شده بر روی آن توسط میدان مغناطیسی متعادل می‌شود.

تمرین-۷: دو سیم‌پیچ دایره‌ای تخت دارای یک مرکز مشترک هستند، اما صفحات آنها در زاویه قائمه با یکدیگر قرار دارند. سیم‌پیچ داخلی 150 دور و شعاع π سانتی‌متر است. سیم‌پیچ بیرونی دارای 400 دور و شعاع 2π سانتی‌متر است. شدت میدان مغناطیسی القائی حاصل در مراکز مشترک سیم‌پیچ‌ها زمانی که جریان 200 میلی‌آمپر از هر یک از آنها عبور می‌کند:
(الف): $10^{-3} Wb/m^2$ **(ب)**: $2 \times 10^{-3} Wb/m^2$
(ج): $5 \times 10^{-3} Wb/m^2$ **(د)**: $7 \times 10^{-3} Wb/m^2$



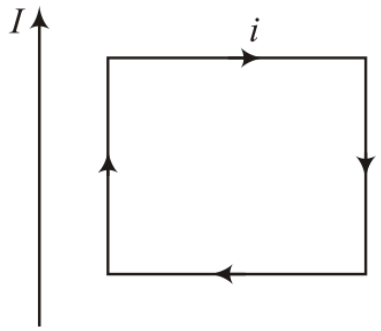
تمرین-۸: شکل یک سیم را نشان می‌دهد که روی دو ریل رسانای موازی قرار گرفته و در فاصله l قرار گرفته‌اند. یک میدان مغناطیسی B در جهتی عمود بر صفحه ریل وجود دارد. نیروی مورد نیاز برای حفظ حرکت سیم با سرعت ثابت v خواهد بود

(الف): evB **(ب):** $\mu_0 Bv/4\pi l$ **(ج):** Blv **(د):** 0 صفر

تمرین-۹: یک حلقه مستطیلی که حامل جریان ثابت i است در نزدیکی یک سیم بلند مستقیم قرار دارد که جریان ثابت I را حمل می‌کند به‌طوری که سیم موازی با یکی از اضلاع حلقه و در صفحه حلقه است. سپس حلقه فعلی خواهد شد.

(الف): حول محوری موازی با سیم میچرخد. **(ب):** از سیم دور می‌شود.

(ج): به‌سمت سیم حرکت می‌کند. **(د)** ثابت می‌ماند



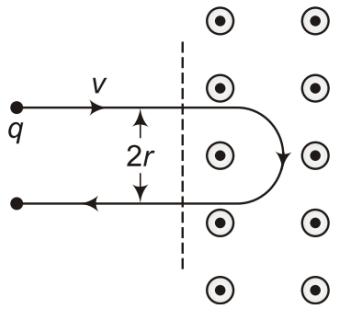
تمرین-۹: دایره شیبدار به‌گونه‌ای نگه داشته می‌شود که صفحه آن با نصف‌النهار مغناطیسی زاویه 30 درجه بسازد. مقدار اندازه گیری زاویه دایره شیبدار 45 درجه است. ارزش واقعی آن در آن مکان چقدر خواهد بود؟

(الف): $\tan^{-1}(1/2)$ **(ب):** $\tan^{-1}(1)$ **(ج):** $\tan^{-1}(\sqrt{3}/2)$ **(د):** $\tan^{-1}(\sqrt{3})$

تمرین-۱۱: دو دوقطبی مغناطیسی یکسان دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی $1Am^2$ هستند. مرکز یک دوقطبی روی محور دیگری در فاصله 2 متری آن قرار دارد و محورها یا دو قطبی‌ها بر یکدیگر عمود هستند. میدان مغناطیسی حاصل در نقطه‌ای میان راه بین دوقطبی‌ها خواهد بود

(الف): 0 صفر **(ب):** $\sqrt{5} \times 10^{-7}T$ **(ج):** $3 \times 10^{-7}T$ **(د):** $2 \times 10^{-7}T$

تمرین-۱۲: هنگامی که یک ذره باردار که با سرعت v حرکت می‌کند وارد ناحیه‌ای می‌شود که دارای میدان مغناطیسی عمود بر هم است، همانطور که در شکل نشان داده شده در امتداد یک مسیر نیمه دایره‌ای به‌شعاع r حرکت می‌کند.



دو عبارت زیر را در نظر بگیرید.

I. شعاع r نیم دایره متناسب با سرعت اولیه v است.

II. زمان لازم برای عبور ذره از نیم دایره مستقل از v است.

در این صورت:

(الف): I درست است، اما II نادرست است.

(ب): I نادرست است در حالی که II درست است.

(ج): I درست است، II نیز درست است و دو گزاره مستقل هستند.

(د): I درست است، II نیز درست است و II علت I است

تمرین-۱۳: دو سیم موازی بلند جریان‌های I_1 و I_2، $(I_1 > I_2)$ را حمل می‌کنند. هنگامی که جریان‌ها در یک راستا باشند، میدان مغناطیسی در نقطه میانی بین‌سیم‌ها $10\mu T$ است. اگر جهت میدان معکوس شود، $I_2 = 40\mu T$ می‌شود. نسبت I_1/I_2 برابر است با:

(الف): $5/2$ **(ب)**: $5/3$ **(ج)**: $4/3$ **(د)**: $3/2$

تمرین-۱۴: یک ورق آهنی عمودی یک آهنربا را محکم نگه می‌دارد. آهنربای میله‌ای تحت گرانش سقوط نمی‌کند زیرا

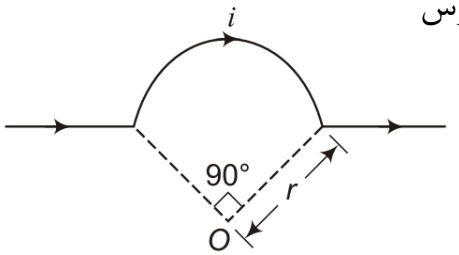
(الف): نیروی جاذبه مغناطیسی برابر و مخالف وزن آن است.

(ب): نیروی جاذبه مغناطیسی بیشتر از وزن آن باشد.

(ج): نیروی اصطکاک ایستا بین ورق آهن و آهنربا برابر با وزن آهنربا است.

(د): ورق آهن بسیار سنگین‌تر از آهنربای میله‌ای است.

تمرین-۱۵: میدان مغناطیسی در مرکز O قوس نشان داده شده در شکل مقابل برابر است با:



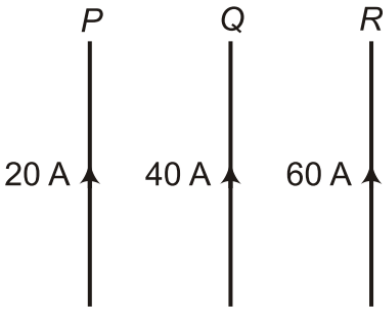
(الف): $2i(\sqrt{2}+\pi)\times\frac{10^{-7}}{r}$

(ب): $2i(\sqrt{2}+\frac{\pi}{4})\times\frac{10^{-7}}{r}$

(ج): $i(\sqrt{2}+\pi)\times\frac{10^{-7}}{r}$

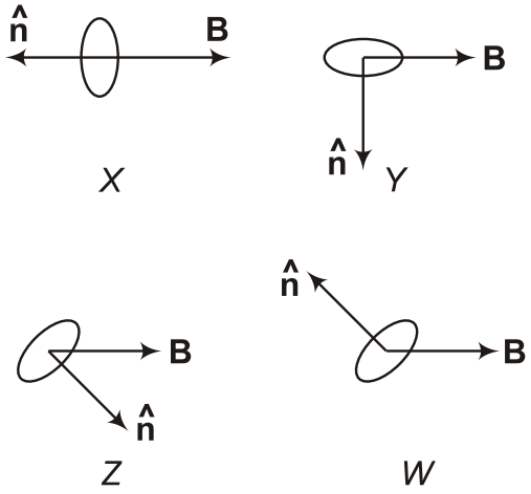
(د): هیچکدام

تمرین-۱۶: P، Q و R سیم‌های مستقیم بلندی در هوا هستند که جریان‌هایی را که نشان داده شده است حمل می‌کنند. نیروی وارد بر Q بسمت:



(الف): سمت چپ.
(ب): سمت راست.
(ج): عمود بر صفحه نمودار
(د): در امتداد جریان در Q

تمرین-۱۷: یک حلقه حامل جریان در یک میدان مغناطیسی یکنواخت با چهار جهت مختلف X ، Y ، Z و W قرار می‌گیرد که در شکل زیر نشان داده شده است. ترتیب کاهش صحیح انرژی پتانسیل برابر است با:

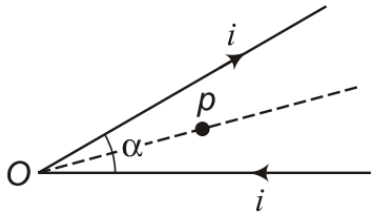


(الف): $X > Y > Z > W$ **(ب)**: $Z > W > X > Y$ **(ج)**: $X > W > Y > Z$ **(د)**: $X > Y > W > Z$

تمرین-۱۸: جریان I در یک سیم‌پیچ شش ضلعی به‌ضلع a عبور می‌کند. القای مغناطیسی در مرکز سیم‌پیچ برابر است با:

(الف): $\mu_0\sqrt{3}\pi a$ **(ب)**: $(\mu_0/4\pi)6I/a$ **(ج)**: $(\mu_0/4\pi)3I/a$ **(د)**: (0) صفر

تمرین-۱۹: همانطور که شکل زیر نشان داده شده است یک هادی بی‌نهایت طولانی در نقطه O با زاویه α خم می‌شود. میدان مغناطیسی در نقطه P به‌فاصله r در امتداد نیمساز زاویه برابر است با:



(الف): $(\mu_0/4\pi)\cdot(2i/r)[1+\cos(\alpha/2)]/\sin(\alpha/2)$

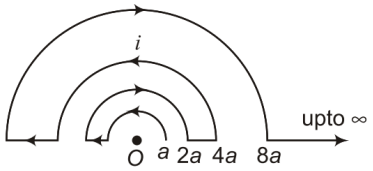
(ب): $(\mu_0/4\pi)\cdot(i/r)\cot(\alpha/2)$

(ج): $(\mu_0/2\pi)\cdot(i/r)\cot(\alpha/2)$ **(د):** $(\mu_0/4\pi)\cdot(i/r)\sin(\alpha/2)$

تمرین-۲۰: جهت یک میدان مغناطیسی در امتداد محور Z به‌صورت $B = B_0x/a$ تغییر می‌کند، که در آن a مقدار ثابت مثبت است. یک حلقه مربع شکل به‌ضلع l و از مس ساخته شده است که لبه‌های آن موازی با محورهای X و Y است. اگر حلقه با سرعت ثابت v_0 در امتداد محور X حرکت کند، emf القا شده برابر است با:

(الف): $(B_0v_0l^2)/a$ **(ب):** $(B_0v_0l$ **(ج):** $(B_0v_0l^2)/2a$ **(د):** $(B_0v_0l^3)/a^2$

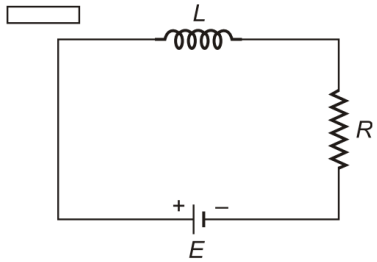
تمرین-۲۱: همانطور که در شکل نشان داده شده است یک هادی به‌شکل نیم دایره‌های متحدالمرکز خم شده است. میدان مغناطیسی در نقطه O برابر است با:



(الف): (0) صفر **(ب):** $\mu_0 i/6a$

(ج): $\mu_0 i/a$ **(د):** $\mu_0 i/4a$

تمرین-۲۲: به‌مدار شکل مقابل اجازه داده می‌شود تا به‌حالت ماندگار برسد و سپس یک هسته آهنی نرم در سیم‌پیچ قرار می‌گیرد به‌طوری که ضریب خود القایی از L به nL تغییر می‌کند. جریان در مدار در زمان درج کامل برابر است با:



(الف): E/R **(ب):** nE/R

(ج): E/nR **(د):** (0) صفر

تمرین-۲۳: یک سیم بلند مستقیم جریان I_1 را در جهت $+z$ حمل می‌کند. صفحه $x-y$ حاوی یک حلقه دایره‌ای بسته است که جریان I_2 را حمل می‌کند و سیم مستقیم را احاطه نمی‌کند. نیروی وارد بر حلقه خواهد بود.

(الف): $\mu_0 I_1 I_2/2\pi$ **(ب):** $mu_0 I_1 I_2/4\pi$

(ج): (0) صفر **(د):** بستگی به فاصله مرکز حلقه از سیم دارد

تمرین-۲۴: میدان الکتریکی یکنواخت $\mathbf{E}$ در جهت y و میدان مغناطیسی یکنواخت $\mathbf{B}$ در جهت x در فضای آزاد وجود دارد. ذره‌ای به جرم m و حامل بار q از مبدأ با سرعت v_0 در امتداد محور y پرتاب می‌شود. سرعت ذره به صورت تابعی از مختصات y آن خواهد بود:

(الف): $\sqrt{v_0^2 + \frac{2qEy}{m}}$ **(ب):** $\sqrt{v_0^2 - \frac{4qEy}{m}}$

(ج): $sqrtv_0^2 + \frac{qEy}{m}$ **(د):** v_0

تمرین-۲۵: در یک گالوانومتر سیم‌پیچ متحرک با تعداد دور $N = 24$، مساحت سیم پیچ $A = 2 \times 10^{-3} m^2$، و شدت میدان مغناطیسی $B = 0.2T$. برای افزایش حساسیت فعلی آن 25 درصد ما باید

(الف): میدان B را به $0.30T$ افزایش دهیم. **(ب):** مقدار A را به $1.5 \times 10^{-3} m^2$ کاهش دهیم.

(ج): تعداد دور N را به 30 افزایش دهیم. **(د):** هیچکدام از موارد بالا.

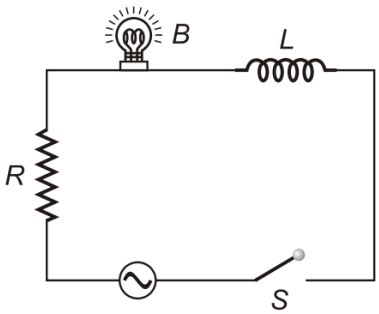
تمرین-۲۶: سیم‌پیچی که دارای N دور به‌صورت مارپیچ به‌شعاع داخلی a و شعاع بیرونی b پیچیده می‌شود. هنگامی که جریان I از سیم‌پیچ عبور می‌کند، میدان مغناطیسی در مرکز برابر است با:

الف): $\frac{2\mu_0 NI}{(a+b)}$ **(ب):** $\frac{\mu_0 NI}{\sqrt{ab}}$ **(ج):** $\frac{\mu_0 NI}{(b-a)} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ **(د):** $\frac{\mu_0 NI}{2(b-a)} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

تمرین-۲۷: یک حلقه مثلثی متساوی الاضلاع از سیم ضلع l یک جریان i را حمل می‌کند. میدان مغناطیسی تولید شده در مرکز حلقه برابر است با:

الف): $\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3\sqrt{3}i}{l}$ **(ب):** $\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{9i}{l}$ **(ج):** $\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{18i}{l}$ **(د):** $\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{6i}{l}$

تمرین-۲۸: کلید S در $t = 0$ بسته می‌شود. پس از مدت زمان کافی، یک میله آهنی به‌سلف L وارد می‌شود. در این صورت، لامپ



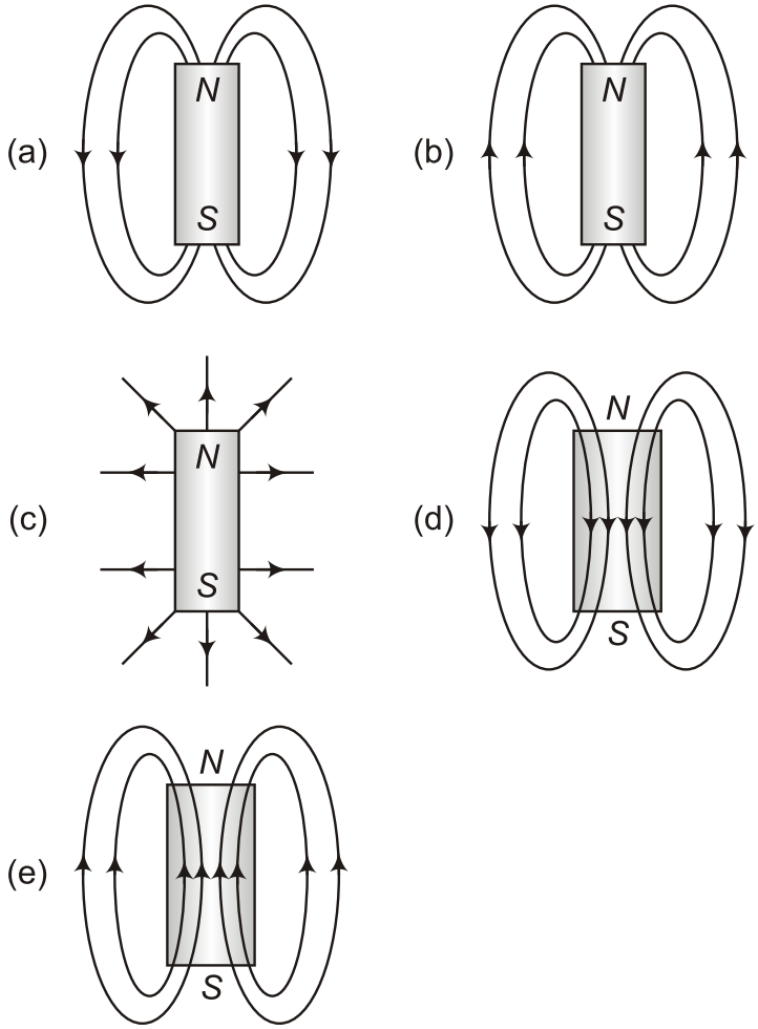
الف): روشن تر می درخشد.

(ب): کم نورتر می‌شود.

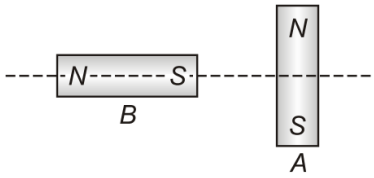
(ج): با همان روشنایی می درخشد.

(د): به طور لحظه‌ای کم نور می‌شود و سپس درخشان‌تر می‌شود

تمرین-۲۹: خطوط میدان مغناطیسی ناشی از آهنربای میله‌ای در شکل‌های زیر کدام یک به درستی نشان داده شده است.



تمرین-۳۰: دو آهنربای میله‌ای قوی A و B روی میز افقی قرار می‌گیرند به طوری که محور B در نقطه وسط A را قطع می‌کند همانطور که در شکل B نشان داده شده در حالی که A آزاد است حرکت کند. هیچ میدان مغناطیسی به‌جز میدان‌های A و B وجود ندارد. در این صورت A



الف): بچرخد اما به‌سمت B حرکت نکند یا از آن دور نشود.

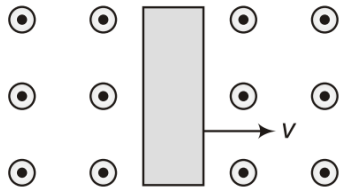
(ب): بچرخید و به‌سمت B حرکت کند.

(ج): به سمت B حرکت کند و نچرخید.

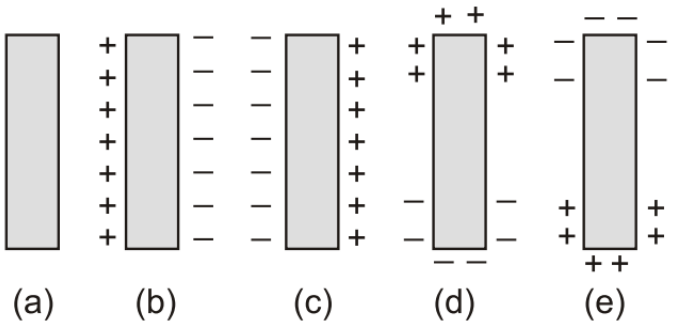
(د): بچرخید و از B دور شوید.

(ه): از B دور شوید و نچرخید.

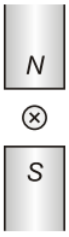
تمرین-۳۱: یک میله فلزی خنثی با سرعت ثابت v به‌سمت راست در ناحیه‌ای حرکت می‌کند که در آن یک میدان مغناطیسی یکنواخت به‌بیرون از صفحه وجود دارد. میدان مغناطیسی توسط چند سیم‌پیچ بزرگ تولید می‌شود که در نمودار نشان داده نشده است.



کدام یک از نمودارهای زیر توزیع بار روی میله فلزی را بهتر توصیف می‌کند؟



تمرین-۳۲: مطابق شکل مقابل، یک سیم بین قطب‌های دو آهنربای میله‌ای ثابت قرار می‌گیرد. جریان کمی در سیم وارد صفحه کاغذ می‌شود. جهت نیروی مغناطیسی روی سیم برابر است با:



الف): $\uparrow$ **(ب)**: $\downarrow$

(ج): $\rightarrow$ **(د)**: $\leftarrow$

(ه): $\odot$ خارج از صفحه کاغذ

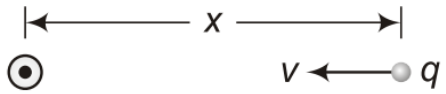
تمرین-۳۳: میدان مغناطیسی زمین در نقطه P نزدیک استوا فقط یک مولفه افقی دارد. یک سیم افقی با تنش‌بالا بالای این نقطه جریانی را حمل می‌کند که این مولفه افقی را در P کاملاً حذف می‌کند. جهت جریان در سیم به‌احتمال زیاد

(الف): شمال به جنوب. **(ب)**: جنوب به شمال.

(ج): شرق به غرب. **(د)**: غرب به شرق.

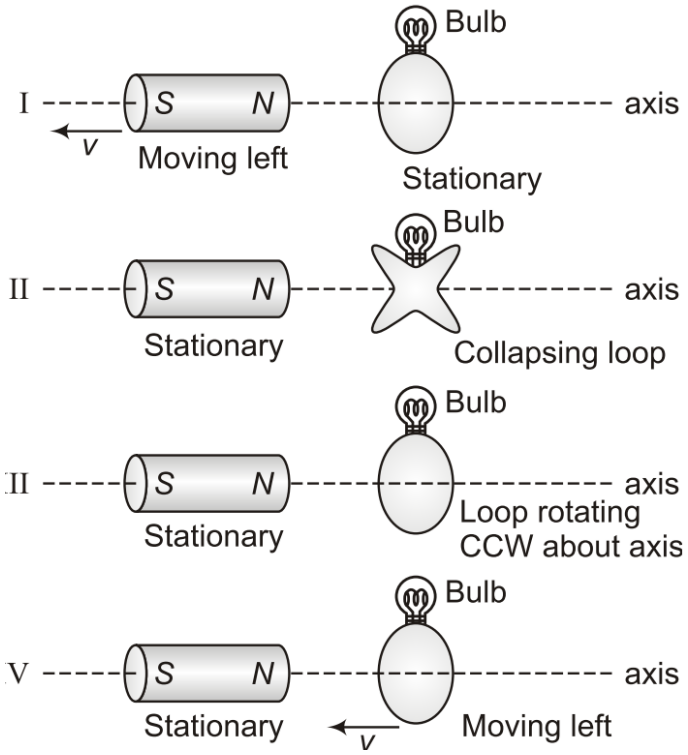
(ه): به‌گونه‌ای که جهت آن مهم نیست.

تمرین-۳۴: شکل زیر یک سیم بلند را نشان می‌دهد که جریانی را از صفحه کاغذ خارج می‌کند. یک بار q در فاصله x از آن با سرعت v به‌سمت آن حرکت و نیروی مغناطیسی به‌مقدار F را تجربه می‌کند. اگر فاصله بار از سیم $2x$ بود (و همه شرایط ثابت باقی می‌ماندند) آنگاه نیرو خواهد بود:



الف: F **(ب)**: $2F$ **(ج)**: $F/2$ **(د)**: $F/4$ **(ه)**: (0) صفر

تمرین-۳۵: چهار شکل جداگانه زیر شامل یک آهنربای استوانه‌ای و یک لامپ کوچک است که به‌انتهای یک حلقه سیم مسی متصل است. از این ارقام در سوال زیر استفاده می‌شود. صفحه حلقه سیم بر محور مرجع عمود است. حالات حرکت آهنربا و حلقه سیم در نمودار نشان داده شده است. سرعت با v و CCW نشان دهنده خلاف جهت عقربه‌های ساعت است.

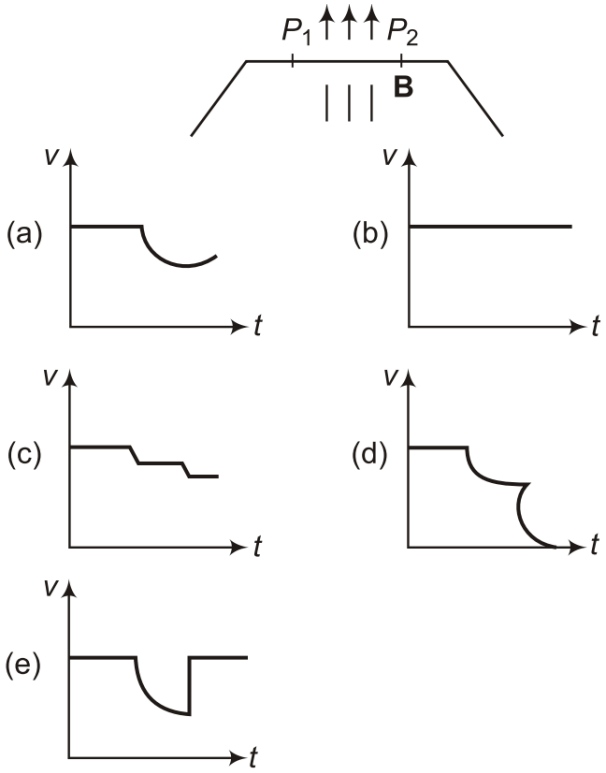


لامپ در کدام یک از شکل های بالا می‌درخشد؟

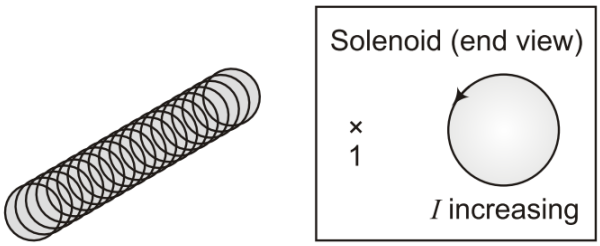
(الف): I, II, III **(ب)**: II, III, IV **(ج)**: I, III, IV **(د)**: I, II, IV
(ه): I, II, III, IV

تمرین-۳۶: یک سکه فلزی روی یک میز افقی بلند بدون اصطکاک می‌لغزد. همانطور که نشان داده شده است، یک میدان مغناطیسی عمودی یکنواخت B بین نقاط P_1 و

P_2 این جدول وجود دارد. کدام شکل زیر به‌طور دقیق سرعت سکه را هنگام لغزش روی جدول نشان می‌دهد؟



تمرین-۳۷: در زیر یک سلونوئید بلند (کویل‌های سیم در امتداد یک استوانه بلند) و نمای انتهایی سلونوئید نشان داده شده است. جریان معمولی در خلاف جهت عقربه‌های ساعت در سلونوئید جریان دارد و با گذشت زمان در حال افزایش است.



جهت میدان الکتریکی در محل 1 (که با x مشخص شده است) چیست؟

(الف): $\uparrow$ **(ب):** $\downarrow$ **(ج):** $\odot$ **(د):** $\otimes$ **(ه):** (0) صفر

بیش از یک گزینه صحیح است.

تمرین-۳۸: دو سیم پیچ مختلف دارای ضریب خودالقائی $L_1 = 8mH$، $L_2 = 2mH$

هستند. جریان در هر دو سیم پیچ با یک نرخ ثابت افزایش می‌یابد. در یک لحظه خاص، توانی که به دو سیم پیچ داده می‌شود یکسان است. در آن زمان جریان، ولتاژ القایی و انرژی ذخیره شده در سیم پیچ اول به‌ترتیب i_1، V_1 و W_1 هستند. مقادیر متناظر برای سیم پیچ دوم در همان لحظه به‌ترتیب i_2 V_2 و W_2 هستند. در این صورت
(الف): $i_1/i_2 = 1/4$ **(ب)**: $i_1/i_2 = 4$ **(ج)**: $W_2/W_1 = 4$ **(د)**: $V_2/V_1 = 1/4$

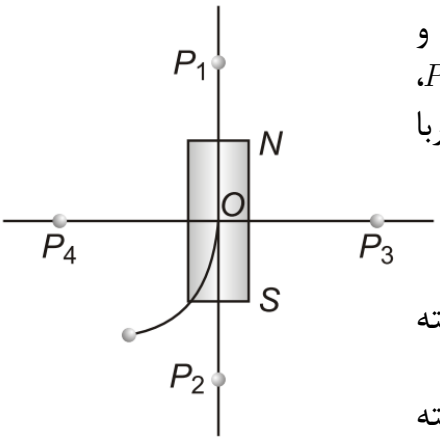
تمرین-۳۹: نمادهای L، C و R به‌ترتیب نشان دهنده اندوکتانس، خازن و مقاومت هستند. ابعاد فرکانس با ترکیب زیر داده می‌شود.
(الف): $1/RC$ **(ب)**: R/L **(ج)**: $1/\sqrt{LC}$ **(د)**: C/L

تمرین-۴۰: یک آهنربای میله‌ای به‌صورت افقی در میدان مغناطیسی زمین معلق است. اگر طول، نیرو و جرم دو برابر شود، آنگاه:
(الف): ممان اینرسی دو برابر شده است. **(ب)**: دوره نوسان دو برابر شده است.
(ج): دوره نوسان دو برابر مقدار اولیه می‌شود. **(د)**: ممان مغناطیسی دو برابر شده است.

تمرین-۴۱: مغناطیسی یک آهنربای میله‌ای بیشتر خواهد بود، اگر
(الف): قدرت قطب آهنربای میله‌ای بیشتر است. **(ب)**: طول آهنربا بیشتر است.
(ج): سطح مقطع آهنربا بیشتر است. **(د)**: سطح مقطع آهنربا کوچکتر است.

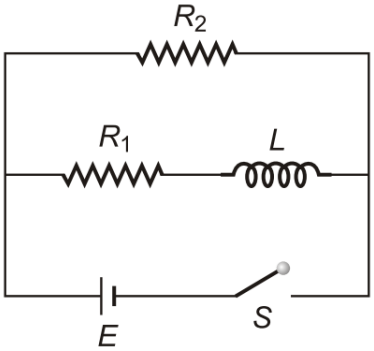
تمرین-۴۲: در لوله تخلیه، پرتوهای کاتدی در امتداد یک مسیر مستقیم حرکت می‌کنند، این زمانی امکان پذیر است که
(الف): یک میدان الکتریکی به‌تنهایی وجود دارد.
(ب): یک میدان مغناطیسی به‌تنهایی وجود دارد.
(ج): هر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی در یک جهت وجود دارند.
(د): هر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی در امتداد جهات عمود وجود دارند.

تمرین-۴۳: همانطور که در شکل مقابل نشان داده شده است، یک آهنربای میله‌ای آزادانه در یک صفحه افقی می‌چرخد. فرض کنید $\mathbf{B}_1$، $\mathbf{B}_2$، $\mathbf{B}_3$، و $\mathbf{B}_4$ القاء مغناطیسی خالص به ترتیب در نقاط P_1، P_2، P_3 و P_4 در فاصله مساوی از مرکز O آهنربا باشند. در این صورت:



(الف): $\mathbf{B}_1$ و $\mathbf{B}_2$ جهت یکسانی را داشته باشند.
(ب): $\mathbf{B}_3$ و $\mathbf{B}_4$ جهت یکسانی را داشته باشند.
(ج): $\mathbf{B}_1$ و $\mathbf{B}_3$ میتوانند جهت یکسانی را داشته باشند.
(د): $\mathbf{B}_1$ و $\mathbf{B}_3$ میتوانند جهت مخالف هم را داشته باشند.

تمرین-۴۴: در مدار زیر، کلید S برای مدت زمان کافی در $t = 0$ بسته است، کلید باز می‌شود. در این صورت:



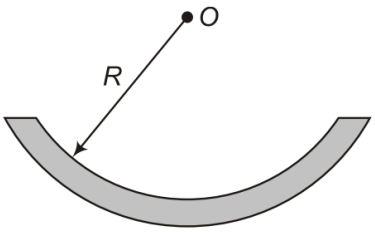
(الف): ثابت زمانی برابر $L/(R_1 + R_2)$ است.
(ب): ثابت زمانی برابر $\frac{L(R_1+R_2)}{R_1R_2}$ است.
(ج): جریان پس از یک ثابت زمانی E/eR است.
(د): جریان پس از یک ثابت زمانی $E/e(R_1+R_2)$ است.

تمرین-۴۴: در سیکلوترون (شتاب دهنده ذرات) یونی ساخته می شود که به طور متوالی در امتداد نیم دایره هایی با شعاع فزاینده تحت تأثیر میدان مغناطیسی حرکت کند. سرعت زاویه ای یون مستقل از

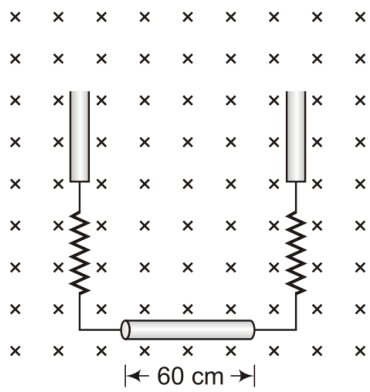
(الف): سرعت یون. **(ب):** شعاع دایره. **(ج):** جرم یون. **(د):** بار یون.

۲.۶ تمرین سطح دو

تمرین-۱: جریان i در یک سیم بلند مستقیم با سطح مقطع به‌شکل یک نیمه حلقه نازک به‌شعاع R جریان دارد که در شکل مقابل نشان داده شده است. القای میدان مغناطیسی را در نقطه O پیدا کنید.



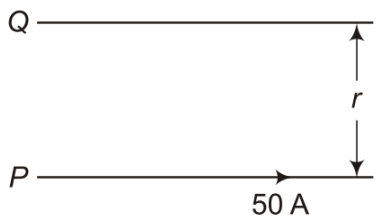
تمرین-۲: یک سیم به‌طول 60 سانتی‌متر و جرم 16 گرم توسط یک زوج سرب انعطاف پذیر در یک میدان مغناطیسی القایی $0.060Wb/m^2$ معلق است. مقدار و جهت جریان مورد نیاز برای حذف کشش در سیم‌های نگهدارنده چیست؟ (شکل مقابل).



تمرین-۳: جریان مستقیمی که از سیم پیچ یک سلنوئید استوانه‌ای بلند به شعاع R می‌گذرد، میدان مغناطیسی یکنواخت القایی B را در آن ایجاد می‌کند. یک الکترون در امتداد شعاع بین چرخش خود (در زاویه قائم نسبت به محور سلنوئید) با سرعت v به سلنوئید می‌افتد. پس از مدت زمان معینی، الکترون منحرف شده توسط میدان مغناطیسی از سلونوئید خارج می‌شود. زمان حرکت الکترون در سلنوئید را محاسبه کنید.

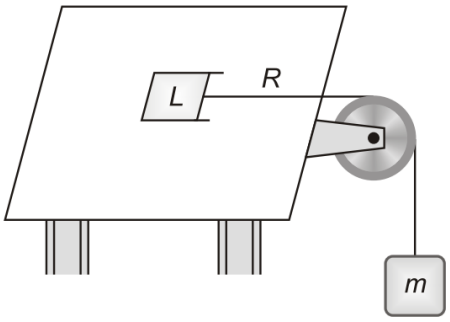
تمرین-۴: ذره‌ای که توسط اختلاف پتانسیل V شتاب می‌گیرد از طریق یک میدان مغناطیسی عرضی یکنواخت با القای B عبور می‌کند. این میدان ناحیه‌ای از فضای d را در ضخامت اشغال می‌کند. زاویه θ را که از طریق آن ذره از جهت اولیه حرکت خود منحرف می‌شود، پیدا کنید.

تمرین-۵: دو سیم موازی مستقیم و بی‌نهایت طولانی و نازک در فاصله 0.1 متری از هم قرار دارند و هر کدام جریانی معادل 10 آمپر دارند. میدان مغناطیسی را در نقطه ای به فاصله 0.1 متر از هر دو سیم در دو حالتی که جریان‌ها در جهت‌های (i) یکسان و (ii) مخالف هستند، پیدا کنید.

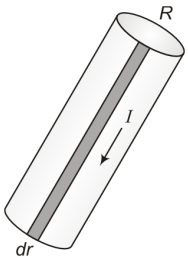


تمرین-۶: یک سیم افقی بلند P جریان 50 آمپر را حمل می کند. به‌طور صُلب (سفت) ثابت است. سیم بلند دیگری Q مستقیماً در بالا و به‌موازات P قرار می‌گیرد. وزن سیم Q برابر 0.075 نیوتن بر متر است و جریانی معادل $25A$ را حمل می‌کند. موقعیت سیم Q را از سیم P پیدا کنید تا Q به‌دلیل دافعه مغناطیسی معلق بماند. همچنین جهت جریان در Q را نسبت به P نشان دهید.

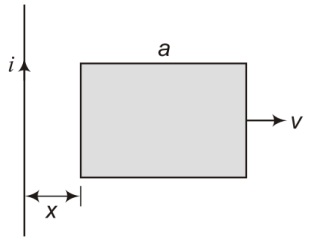
تمرین-۷: سه سیم نازک بی‌نهایت طولانی که هر کدام جریان i را در یک جهت حمل می‌کنند، در صفحه $X-Y$ یک فضای خالی از جاذبه قرار دارند. سیم کنترال در امتداد محور Y قرار دارد در حالی که دو سیم دیگر در امتداد $x=\pm d$ هستند.
(الف): مکان نقاطی که میدان مغناطیسی B برای آنها صفر است را پیدا گنید.
(ب): اگر سیم مرکزی در امتداد جهت Z به‌مقدار کمی جابجا شده و آزاد شود، اگر چگالی خطی سیم λ باشد، فرکانس نوسان را پیدا کنید.



تمرین-۸: یک جفت ریل رسانای افقی موازی با مقاومت ناچیز که در یک انتها اتصال کوتاه شده‌اند روی یک میز ثابت می‌شوند. فاصله بین ریل‌ها L است. یک میله بدون جرم رسانا با مقاومت R می‌تواند بدون اصطکاک روی ریل بلغزد. میله به‌یک ریسمان بدون جرم بسته می‌شود که از روی قرقره‌ای که روی لبه میز ثابت شده است می‌گذرد. یک وزنه، که به‌انتهای دیگر ریسمان بسته شده، به‌صورت عمودی آویزان است. یک میدان مغناطیسی ثابت B عمود بر شکل وجود دارد. اگر سیستم از حالت سکون خارج شد، محاسبه کنید:
(الف): سرعت پایانی بدست آمده توسط میله،
(ب): شتاب جرم در لحظه‌ای که سرعت میله نصف سرعت انتهایی است.



تمرین-۹: جریان I در یک استوانه با دیواره نازک بلند به شعاع R جریان دارد. دیواره‌های سیلندر چه فشاری را تجربه می‌کنند؟



تمرین-۱۰: یک قاب مربع با ضلع a و یک سیم بلند مستقیم حامل جریان i در همان صفحه‌ای قرار دارند که در شکل نشان داده شده است. قاب با سرعت ثابت v به‌سمت راست حرکت می‌کند. نیروی محرکه القا شده در قاب را به‌صورت تابعی از فاصله x پیدا کنید.

تمرین-۱۱: یک قاب مربع با ضلع a و یک هادی مستقیم که جریان ثابت I را حمل می‌کند در یک صفحه قرار دارند. مقاومت قاب R است. قاب از طریق 180 درجه حول محور OO' که به‌فاصله b از هادی حامل جریان دور شده می‌چرخد. پیدا کنید بار الکتریکی را که از قاب عبور کرده است.

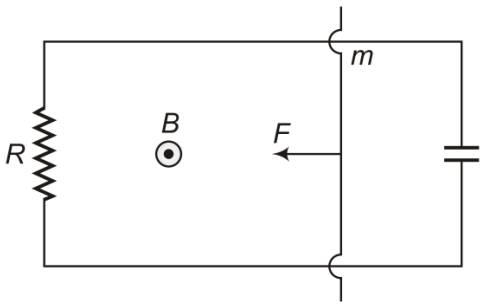
تمرین-۱۲: دو حلقه دایره‌ای همسطح متحدالمرکز ساخته شده از سیم با مقاومت در واحد طول $10^{-4}\Omega m^{-1}$، دارای قطر 0.2 متر و 2 متر است. یک اختلاف پتانسیل زمانی متغیر $(4 + 2.5t)$ ولت به حلقه بزرگتر اعمال می‌شود. جریان را در حلقه کوچکتر محاسبه کنید.

تمرین-۱۳: دو سیم موازی مستقیم و بلند بی‌نهایت A و B با فاصله 0.1 متر از هم جدا شده‌اند و جریان‌های مساوی را در جهت مخالف حمل می‌کنند. یک حلقه مربعی از سیم C به‌ضلع 0.1 متر در صفحه A و B قرار دارد. حلقه سیم C به‌موازات هر دو A و B در فاصله 0.1 متری از نزدیکترین سیم قرار دارد. نیروی محرکه القا شده در حلقه C را در حالی که جریان‌های A و B با نرخ $10^3 As^{-1}$ در حال افزایش هستند محاسبه کنید. همچنین جهت جریان را در حلقه C نشان دهید.

تمرین-۱۴: یک آهنربای میله‌ای بی‌نهایت کوچک از گشتاور دو قطبی M با سرعت v در جهت X متوجه است و حرکت می‌کند. یک حلقه دایره‌ای بسته کوچک با شعاع a و خود القایی ناچیز در صفحه $Y - Z$ قرار دارد که مرکز آن $x = 0$ است، و محور آن با محور X منطبق است. اگر مقاومت حلقه R باشد، نیروی مخالف حرکت آهنربا

را بیابید. فاصله حلقه را بسیار بیشتر از a فرض کنید.

تمرین-۱۵: دو ریل موازی بلند که با فاصله l از هم جدا شده‌اند توسط یک رابط متحرک به‌جرم m به هم وصل می‌شوند. پایانه‌های ریل‌ها از طریق مقاومت R و در دوسر خازنی به‌ظرفیت C همانطور که در شکل نشان داده شده است متصل می‌شوند. یک میدان مغناطیسی یکنواخت B عمود بر محل ریل‌ها روشن و رابط توسط نیروی ثابت F کشیده می‌شود. سرعت کانکتور را بر حسب زمان پیدا کنید. همچنین سرعت ترمینال کانکتور را پیدا کنید. اصطکاک بین ریل و کانکتور و مقاومت کانکتور را نادیده بگیرید.

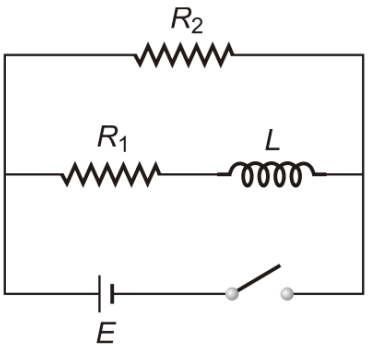


تمرین-۱۶: یک آهنربای کوتاه زمانی که در یک مغناطیس سنج ارتعاشی در مکانی که مولفه افقی میدان مغناطیسی زمین $25\mu T$ است استفاده می‌شود، 40 نوسان در دقیقه ایجاد می‌کند. آهنربای کوتاه دیگری با گشتاور مغناطیسی $1.6Am^2$ در شمال به جنوب و 20 سانتی‌متر شرق آهنربای نوسانی قرار می‌گیرد. اگر آهنربا قطب شمال(**الف**): خود را به سمت شمال و (**ب**): به سمت جنوب داشته باشد، فرکانس جدید نوسان را بیابید.

تمرین-۱۷:

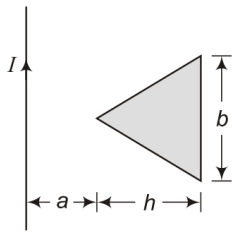
(**الف**): در شکل نشان داده شده، کلید برای مدت طولانی روشن است. بعد از خاموش شدن سوئیچ چقدر گرما تولید می‌شود؟

(**ب**): یک سیم پیچ سلف، یک خازن و یک منبع AC با ولتاژ RMS 24 ولت به‌صورت سری وصل شده‌اند. هنگامی که فرکانس منبع تغییر می‌کند، حداکثر جریان موثر $6.0A$ مشاهده می‌شود. اگر این سیم‌پیچ سلف به یک باتری به نیروی محرکه 12 ولت و با مقاومت داخلی 4Ω وصل شود، جریان چقدر خواهد بود؟



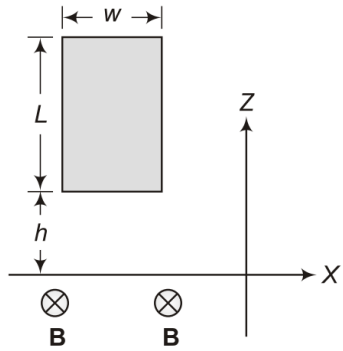
تمرین-۱۸: یک خازن دارای صفحات مربع $50cm \times 50cm$ است که با 3 سانتی‌متر

هوا از هم جدا می‌شوند. ابتدا تا 15 کیلو ولت شارژ می‌شود و سپس از منبع ولتاژ جدا می‌شود. اگر هیچ شارژی اجازه خروج نداشته باشد چقدر باید کار کرد تا آنها را تا 5 سانتی‌متر جدا کرد؟



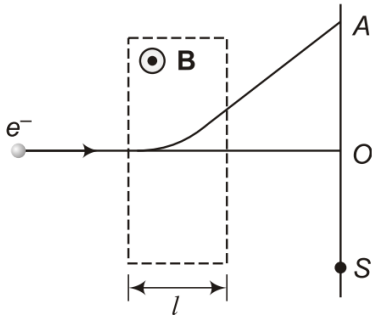
تمرین-۱۹: یک هادی مستقیم بسیار طولانی و یک هادی مثلثی متساوی الساقین در یک صفحه قرار دارند و همانطور که در شکل نشان داده شده از یکدیگر جدا شده‌اند. اگر $a = 10$ سانتی‌متر، $b = 20$ سانتی‌متر و $h = 10$ سانتی‌متر باشد، ضریب القای متقابل را بیابید.

تمرین-۲۰: یک سیم رسانای نازک به شکل هشت با حلقه‌های دایره‌ای خود در دو صفحه قرار دارد که با یکدیگر زاویه 120 درجه ایجاد می‌کنند. اگر جریان در حلقه i و شعاع a باشد، القای مغناطیسی را در نقطه‌ای از تلاقی دو محور حلقه‌ها تعیین کنید. یک نمودار مناسب رسم کنید.



تمرین-۲۱: یک حلقه رسانای مستطیلی در صفحه عمودی $X - Z$ دارای طول L، عرض w، جرم M و مقاومت R است. از حالت سکون به صورت طولی رها می‌شود. در لحظه $t = 0$، پایین حلقه در ارتفاعی بالاتر از محور افقی X قرار دارد. یک میدان مغناطیسی یکنواخت B عمود بر صفحه $X - Z$، زیر صفحه XY وجود دارد. پایین و بالای حلقه به‌ترتیب در $t = t_1$ و $t = t_2$ از این محور عبور می‌کنند. عبارت سرعت حلقه را برای زمان $t_1 \leq t \leq t_2$ به‌دست آورید.

تمرین-۲۲: پرتوی از الکترون‌ها که با اختلاف پتانسیل 300 ولت شتاب می‌گیرند، از ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت عرضی عبور می‌کنند، همانطور که در شکل نشان داده شده است. این ناحیه دارای عرض $l = 2.5$ سانتی‌متر و $B = 1.46\times 10^{-3}Wb/m^2$ است. در غیاب میدان مغناطیسی، پرتو الکترونی یک نقطه نورانی در نقطه O بر روی صفحه فلورسنت S در فاصله $L_1 = 5$ سانتی‌متر فراتر از ناحیه میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. هنگامی که میدان مغناطیسی روشن است، نقطه به موقعیت A در S حرکت می‌کند. جابجایی $y = OA$ را پیدا کنید.



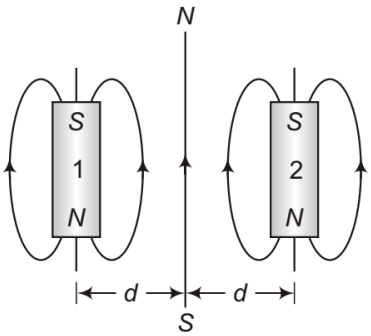
۳.۶ حل مسائل

۱.۳.۶ حل تمرینات سطح یک

حل تمرین-۱: (جواب: ب) $L \propto \frac{n^2}{l}$

حل تمرین-۲: (جواب: ب) میدان مغناطیسی حاصل در O

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_2 + B_H = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M_1}{d^3} + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M_2}{d^3} + B_H \\ &= \frac{10^{-7}\times(1.20+1.00)}{(10\times 0^{-2})^3} + 3.6\times 10^{-5} \\ &= 2.56\times 10^{-4}Wb/m^2 \end{aligned}$$



حل تمرین-۳: (جواب: د) میدان مغناطیسی و سرعت ذره هردو در یک جهت هستند.

حل تمرین-۴: (جواب: الف)

$$i = \frac{q}{t} = \frac{\sigma(2\pi r)}{l/n} = n\sigma(2\pi r)$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2IA}{y^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2\times n\sigma(2\pi r)\pi r^2}{y^3} = \frac{\mu_0\pi\sigma n r^3}{y^3}$$

حل تمرین-۵: (جواب: ج)

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{qB} = \frac{\sqrt{2m_1 qV}}{qB}$$

$$R_2 = \frac{\sqrt{2m_2 qV}}{qB}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \quad \Longrightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

حل تمرین-۶: (جواب: الف)

حل تمرین-۷: (جواب: ج)

$$B = \frac{\mu_0}{2}\left[\left(\frac{N_1 I_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{N_2 I_2}{r_2}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2}\left[\left(\frac{150 \times 0.2}{\pi \times 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{400 \times 0.2}{2\pi \times 10^{-2}}\right)^2\right]^{1/2} = 5 \times 10^{-3} Wb/m^2$$

حل تمرین-۸: (جواب: د)

چون مدار باز است، از سیم جریانی عبور نمی‌کند.

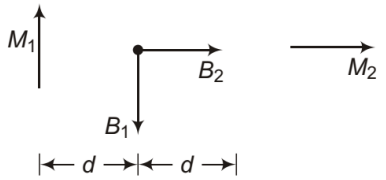
حل تمرین-۹: (جواب: ج)

حل تمرین-۱۰: (جواب: ج)

$$\tan\delta' = \frac{\tan\delta}{\cos\phi} \quad \Longrightarrow \quad \tan\delta = \tan\delta' \cos\phi = \tan 45^o \times \cos 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

حل تمرین-۱۱: (جواب: ب)



$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{M_1}{d^3} \qquad B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2M_2}{d^3}$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{5} \times 10^{-7} T$$

حل تمرین-۱۲: (جواب: د)

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \quad \Longrightarrow \quad r = \frac{mv}{qB}$$

و

$$t = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

حل تمرین-۱۳: (جواب: ب)

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2(I_1 - I_2}{r}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2(I_1 + I_2}{r}$$

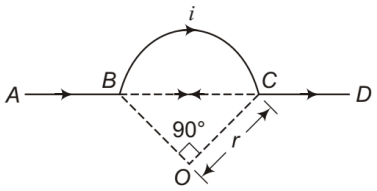
$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1 + I_2}{I_1 - I_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{B_1 + B_2}{B_2 - B_1} = \frac{40 + 10}{40 - 10} = \frac{5}{3}$$

حل تمرین-۱۴: (جواب: الف)

حل تمرین-۱۵: (جواب: د)

اجازه دهیدکه هادی مستقیم BC حامل جریان i و $-i$ است و سپس میدان مغناطیسی در O برابر است با:



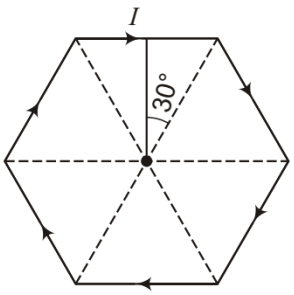
$$\begin{aligned} B &= \tfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \tfrac{2i}{r\cos 45^o} + \tfrac{\mu_0 i}{8r} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r\cos 45^o} [\sin 45^o + \sin 45^o] \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r} \left[2\sqrt{2} + \frac{\pi}{2} - 2\right] \\ &= 2i\left(\sqrt{2} - 1 + \frac{\pi}{4}\right) \times \frac{10^{-7}}{r} \end{aligned}$$

حل تمرین-۱۶: (جواب: الف)

P، Q و R را جذب و Q را دفع می‌کند.

حل تمرین-۱۷: (جواب: ج)

$$U = \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}$$

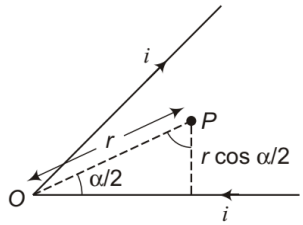


حل تمرین-۱۸: (جواب: الف)

میدان مغناطیسی خالص در مرکز شش ضلعی خواهد بود

$$B = 6 \times \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a\cos 30^o} = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{\pi a}$$

حل تمرین-۱۹: (جواب: الف)



میدان مغناطیسی خالص در P

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i}{r\sin\alpha/2}[1+\cos\alpha/2]\times 2$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2i}{r}\frac{1+\cos\alpha/2}{\sin\alpha/2}$$

حل تمرین-۲۰: (جواب: الف)

$$\frac{dB}{dt} = \frac{d}{dt}\left(B_0\frac{x}{a}\right) = \frac{B}{a}\frac{dx}{dt} = \frac{B_0 v_0}{a}$$

$$e = A\frac{dB}{dt} = \frac{B_0 v_0 l^2}{a}$$

حل تمرین-۲۱: (جواب: ب)

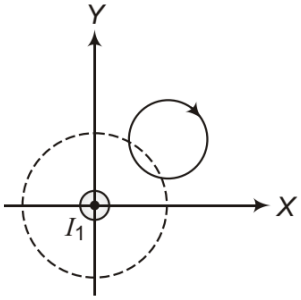
$$B = \frac{\mu_0 i}{4}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{2a}+\frac{1}{4a}-\frac{1}{8a}+\cdots\right]$$

$$= \frac{\mu_0}{4a}\left[\frac{1}{1+1/2}\right] = \frac{\mu_0 i}{6a}$$

حل تمرین-۲۲: (جواب: الف)

جریان حالت ماندگار به‌بزرگی جریان بستگی ندارد.

حل تمرین-۲۳: (جواب: د)



شبیه‌سازی در شکل مقابل داده شده است.

حل تمرین-۲۴: (جواب: الف)

کار انجام شده توسط میدان الکتریکی

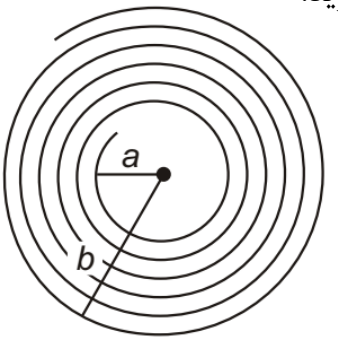
$$qEy = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qEy}{m}}$$

حل تمرین-۲۵: (جواب: ج) حساسیت جریان، $I_s = \frac{NBA}{k}$

حل تمرین-۲۶: (جواب: د)

یک حلقه ابتدایی به شعاع x و ضخامت dx را در نظر بگیرید.



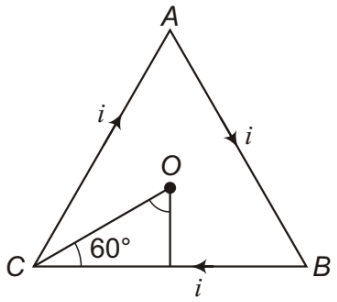
در این صورت تعداد دور این مارپیچ

$$dN = \frac{N}{b-a}dx$$

میدان مغناطیسی ناشی از این مارپیچ در مرکز

$$dB = \frac{\mu_0 dNI}{2x} = \frac{\mu_0 vI}{2(b-a)}\frac{dx}{x}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2(b-a)}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$



حل تمرین-۲۷: (جواب: ب) میدان مغناطیسی خالص در مرکز O

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i}{\frac{a}{2}\cot 60^o}\left[\sin 60^o + \sin 60^o\right] \times 3$$

$$B = \frac{9\mu_0 i}{4\pi a}$$

حل تمرین-۲۸: (جواب: ج) جریان حالت ماندگاربه اندوکتانس(خودالقائی) بستگی ندارد.

حل تمرین-۲۹: (جواب: ج)

حل تمرین-۳۰: (جواب: الف) عمود بر B حرکت خواهد کرد.

حل تمرین-۳۱: (جواب: ه) قانون دست چپ فلمینگ.

حل تمرین-۳۲: (جواب: د) قانون دست چپ فلمینگ.

حل تمرین-۳۳: (جواب: ج) از قانون شست دست راست استفاده کنید. توجه داشته باشید که جهت میدان مغناطیسی زمین از جنوب جغرافیایی به شمال جغرافیایی است.

حل تمرین-۳۴: (جواب: ج)

$$F = qvB \quad \text{و} \quad B \propto \frac{1}{x}$$

حل تمرین-۳۵: (جواب: د) نیروی محرکه القائی زمانی تولید می‌شود که شار مغناطیسی مرتبط با سیم پیچ تغییر کند.

حل تمرین-۳۶: (جواب: ج) وقتی سیم پیچ وارد میدان مغناطیسی می شود یا از آن خارج می‌شود، سرعت سکه کاهش می‌یابد.

حل تمرین-۳۷: (جواب: الف) با افزایش شار مغناطیسی بیرونی، میدان الکتریکی القایی باید در جهت ساعت باشد.

حل تمرین-۳۸: (جواب: الف، ج، د) میدانیم $\frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt}$، برای سلف

$$V = L\frac{di}{dt}, \qquad \frac{V_2}{V_1} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{4} \qquad (i)$$

$$V_1 i_1 = V_2 i_2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{L i_1^2}{L_2 i_2^2} = 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{W_2}{W_1} = 4$$

حل تمرین-۳۹: (جواب: الف، ب، ج)

حل تمرین-۴۰: (جواب: ب، د) با استفاده از $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MB}}$

$$I = \frac{1}{12}m(l^2 + b^2)$$

و

$$M = l \times \text{بزرگی مغناطیسی قطب}$$

حل تمرین-۴۱: (جواب: الف، د)

حل تمرین-۴۲: (جواب: الف، ب، ج، د)

حل تمرین-۴۳: (جواب: الف، ج، د)

حل تمرین-۴۴: (جواب: الف، ج)

جریان در دوسر هادی در $t = 0$،

$$i_0 = \frac{E}{R_1}$$

جریان در لحظه t

$$i = i_0 e^{-t/\tau}$$

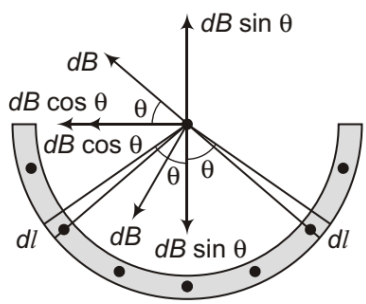
در $t = \tau$

$$i = i_0 e^{-1} = \frac{E}{eR_1}, \qquad \tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

حل تمرین-۴۵: (جواب: الف، ب)

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

۲.۳.۶ حل تمرینات سطح دو



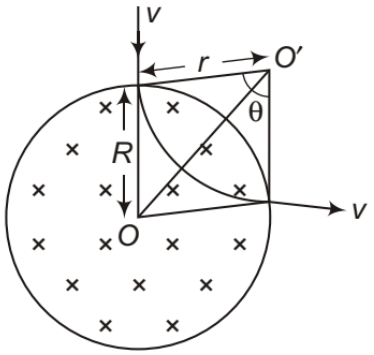
حل تمرین-۱: اجازه دهید یک هادی که از تعداد زیادی سیم رسانای نازک تشکیل شده است، در نظر بگیریم. ضخامت این سیم‌ها را بطوری که نشان داده شده در نظر بگیرید. میدان مغناطیسی ناشی از این سیم را در مرکز خواهد بود:

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{dI}{R} = \frac{\mu_0 \frac{I}{\pi R} dl}{2\pi R}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I d\theta}{2\pi^2 R}, \qquad B = \int dB\cos\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

حل تمرین-۲: برای اینکه کشش صفر شود، نیروی مغناطیسی باید وزن میله را متعادل کند. برای خروج نیروی مغناطیسی به سمت بالا، جریان باید به‌سمت راست باشد. ضمناً

$$F_m = IlB = mg \quad \Longrightarrow \quad I = \frac{mg}{lb} = \frac{16\times10^{-3}\times 9.8}{60\times10^{-2}\times 0.60} = 0.44A$$



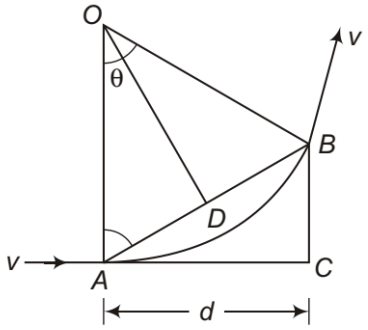
حل تمرین-۳: موقعیت در شکل نشان داده شده است. در اینجا $r = \frac{mv}{eB}$. از شکل واضح است که

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{R}{r} \quad \Longrightarrow \quad \theta = 2\tan^{-1}\frac{eBR}{mv}$$

با استفاده از

$$t = \frac{\theta}{2\pi}\times T = \frac{\theta m}{eB} = \frac{2m}{eB}\tan^{-1}\frac{eBR}{mv}$$

حل تمرین-۴: موقعیت در شکل نشان داده شده است.



$$\angle OAB = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$$

$$\angle BAC = \frac{\theta}{2}$$

اکنون

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{AD}{r} = \frac{AB}{2r} \qquad (i)$$

ضمناً

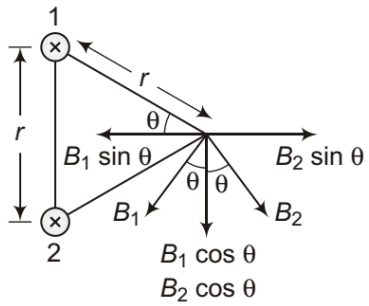
$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{d}{AB} \qquad (ii)$$

از معادلات (i) و (ii) خواهیم داشت

$$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{d}{2r}$$

$$\frac{\theta}{2} = \sin^{-1}\sqrt{\frac{d}{2r}} = \sin^{-1}\left[\left(\frac{dqB}{2\sqrt{2mqV}}\right)^{1/2}\right] \quad \Longrightarrow \quad \theta = 2\sin^{-1}\left[\left(\frac{dqB}{2\sqrt{2mqV}}\right)^{1/2}\right]$$

حل تمرین-۵:

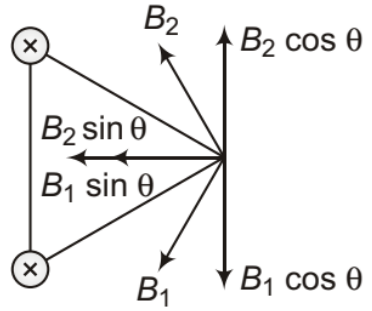


(الف): $B = B_1\cos\theta + B_2\cos\theta$ که در آن

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

و در مثلث متساوی الضلاع $\theta = 30^o$

$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi r}\cos 30^o = 3.46\times10^{-5}T$$



(ب):

$$B = (B_1 + B_2)\sin\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi r}\sin 30^o = 2\times 10^{-5}T$$

حل تمرین-۶: برای دافعه، جریان در Q باید مخالف جریان P باشد. برای تعادل

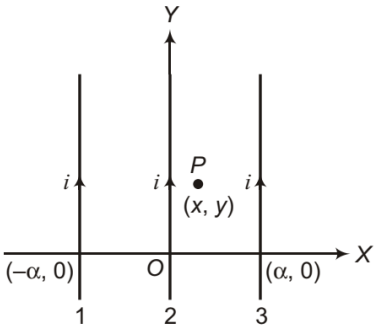
$$f = \lambda g \qquad (\lambda = \text{جرم در واحد طول})$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I_1I_2}{r} = \lambda g$$

$$r = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I_1I_2}{\lambda g} = \frac{10^{-7}\times 2\times 50\times 25}{0.075\times 10} = 3.33\times 10^{-3}m = 3.33mm$$

حل تمرین-۷:

الف): نقطه مانند $P(x,y)$ را در نظر بگیرید که میدان مغناطیسی خالص آن صفر است، در این صورت



$$\begin{aligned} B_P &= B_1 + B_2 + B_3 \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\left(\frac{2i}{d+x} + \frac{2i}{4x} + \frac{2i}{d-x}\right) = 0 \end{aligned}$$

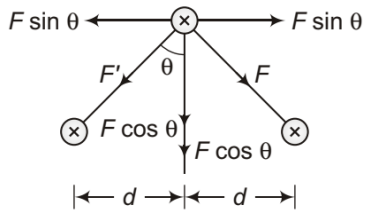
$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{d^2 - x^2}$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

همچنین در $x = 0$، $B_2 = 0$ و B_1 و B_3 برابر و مخالف هستند. بنابراین میدان مغناطیسی در سه خط صفر است. یعنی

$$x = 0, \quad x = \sqrt{3}, \qquad x = -\sqrt{3}$$

ب): اگر هادی میانی در امتداد محور z جابجا شود، وضعیت در شکل مقابل نشان داده شده است. در اینجا



$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2i^2}{\sqrt{d^2+z^2}}$$

$$F_{net} = 2F\cos\theta = \frac{\mu_0 i^2 z}{\pi(d^2+z^2)}$$

$$\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{d^2+z^2}}$$

اگر $z << d$ باشد

$$F_{net} = \frac{\mu_0 i^2}{\pi d^2} z = kz \qquad k = \frac{\mu_0 i^2}{\pi d^2}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\lambda}} = \frac{1}{2\pi}\frac{i}{d}\sqrt{\frac{\mu_0}{\pi\lambda}}$$

حل تمرین-۸:

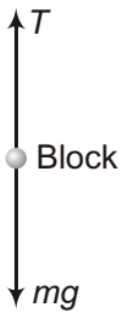
الف): در هر لحظه، نیروی محرکه القائی

$$e = Blv$$

جریان القائی

$$i = \frac{e}{R} = \frac{Blv}{R}$$

چون میله بدون وزن است



$$T = ilB = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

وقتی بلوک به‌سرعت نهایی می‌رسد

$$mg = T \qquad v = \frac{mgR}{B^2 l^2}$$

ب): نیروی خالص

$$mg - ilB = ma \quad \Longrightarrow \quad a = g - \frac{B^2 l^2 v}{mR}$$

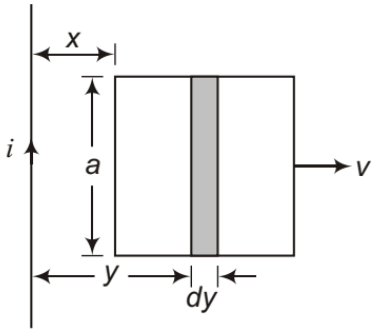
اما $v = \frac{mgR}{2B^2l^2}$ بنابراین $a = \frac{g}{2}$.

حل تمرین-۹:

$$\text{فشار} = \text{چگالی انرژی} = \frac{B^2}{2u_0}$$

میدان مغناطیسی سطح برابر B ؛ یعنی

$$P = \frac{u_0 l^2}{8\pi^2 R^2}$$

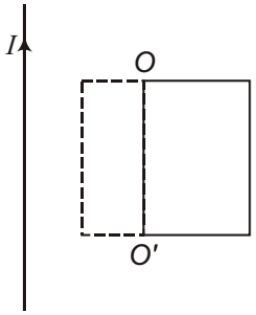


حل تمرین-۱۰: یک بخش کوچکی به‌طول dy را روی قاب در فاصله y از سیم در نظر بگیرید. شار مغناطیسی پیوند با این بخش،

$$d\phi = Bdy = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 2Iady$$

$$\phi = \frac{\mu_0 a}{4\pi} 2I \int_x^{x+a} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi} [\ln(x+a) - \ln x]$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{-\mu_0 Ia}{2\pi} \left[\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x}\right] \frac{dx}{dt} = \frac{\mu_0 Ia^2 v}{2\pi x(x+a)}$$



حل تمرین-۱۱: همانطور که در سوال قبل حل شد

$$\phi_1 = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

$$\phi_2 = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi} \ln \frac{b-a}{a}$$

میانگین جریان القائی

$$i = \frac{e}{R} = -\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{Rt}\right) = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi R} \ln \frac{a+b}{b-a}$$

حل تمرین-۱۲: میدان مغناطیسی مرکز مشترک

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R_1}$$

که R_1 و R_2 بترتیب شعاع‌های خارج و داخل هستند. فرض گنید r_1 و r_2 بترتیب شعاع‌های خارج و داخل حلقه باشند. در این صورت

$$r_1 = 10^{-4} \times 2\pi R_1 \quad \text{و} \quad r_2 = 10^{-4} \times 2\pi R_2$$

شار مغناطیسی پیوند با سیم‌پیچ داخلی،

$$\phi = B \times \pi R_2^2 = \frac{\mu_0 I(\pi R_2^2)}{2R_1} = \frac{(4+2.5t)(\pi\mu_0 R_2^2}{2R_1 r_1}$$

نیروی محرکه القائی

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{2.5\pi\mu_0 R_2^2}{2R_1 r_1}$$

جریان القائی

$$i = \frac{e}{r_2} = \frac{2.5\pi\mu_0 R_2^2}{2R_1 r_1 r_2} = \frac{2.5\mu_0 R_2}{8\pi R_1} = 1.25A$$

حل تمرین-۱۳: از نتایج Q شماره ده

$$\phi = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi} \ln \left|\frac{a+x}{x}\right|$$

$$\phi_1 = \frac{\mu_0 Ia}{2\pi} \ln 2 \quad (a = 0.1, x = 0.1)$$

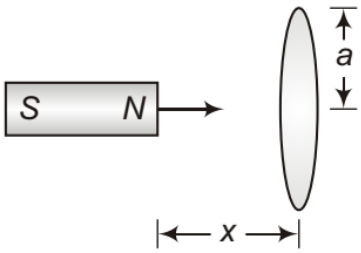
$$\phi_2 = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{3}{2} \qquad (x = 2a)$$

شار خالص

$$\phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{4}{3}$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{4}{3} \left(\frac{dI}{dt}\right) = -2 \times 10^{-5} \ln \frac{4}{3}\ volt$$

حل تمرین-۱۴: میدان مغناطیسی آهنربای میله‌ای در موقعیت حلقه.



$$B = \frac{\mu_0 a}{4\pi} \cdot \frac{2M}{x^3}$$

شار مغناطیسی پیوند با حلقه

$$\phi = B\pi a^2 = \frac{\mu_0 M a^2}{2x^3}$$

نیروی محرکه القائی

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{3\mu_0 M a^2}{2x^4}\frac{dx}{dt} = \frac{3\mu_0 M a^2 v}{2x^4}$$

اکنون، جریان القائی

$$i = \frac{e}{R} = \frac{3\mu_0 M a^2 v}{2x^4 R}$$

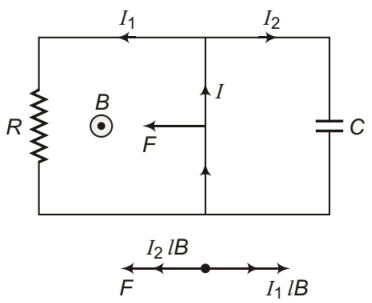
گشتاور مغناطیسی وابسته به حلقه

$$M' = i\pi a^2 = \frac{3\pi\mu_0 M a^4 v}{2x^4 R}$$

نیروی بین دوقطبی‌ها

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{6MM'}{x^4} = \frac{9\mu_0^2 M^2 a^4 v}{4x^8 R}$$

حل تمرین-۱۵: در اینجا



$$I_1 = \frac{e}{R} = \frac{Blv}{R}$$

و

$$I_2 = e\frac{de}{dt} = Ble\frac{dv}{dt} = Blq$$

از FBD اتصال

$$F - I_1 lB + I_2 lB = ma$$

$$F - \frac{B^2 l^2 v}{R} = (m - cB^2 l^2)a = (m - cB^2 l^2)\frac{dv}{dt}$$

$$\int_0^v \frac{dv}{FR - B^2 l^2 v} = \int_0^t \frac{dt}{R(m - cB^2 l^2)}$$

$$-\frac{1}{B^2l^2}\ln\left[\frac{FR-B^2l^2v}{FR}\right]=\frac{t}{R(m-cB^2l^2)}$$
$$v=\frac{FR}{B^2l^2}\left[1-e^{-[B^2l^2t/R(m-cB^2l^2)]}\right]$$

سرعت انتهائی

$$v_T=\frac{FR}{B^2l^2}$$

حل تمرین-۱۶: از آنجایی که آهنربای میله‌ای اول روی خطوط برابری آهنربای میله دوم قرار دارد، میدان مغناطیسی آهن‌ربای میله دوم در موقعیت آهنربای اول قرار دارد.

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{M}{d^3}=\frac{10^{-7}\times 1.6}{(0.2)^3}=2\times 10^{-5}=20\mu T$$

(از شمال به جنوب آهنربا)

(الف): اگر قطب شمال آهنربا در امتداد شمال جغرافیایی باشد، میدان مغناطیسی خالص

$$B_{net}=B_N-B=5\mu T$$
$$\nu'=2\pi\sqrt{\frac{(B_N-B)M}{I}}=\sqrt{\frac{B_N-B}{B}}v \quad v=\sqrt{\frac{BM}{I}}$$
$$\nu'=\frac{v}{\sqrt{5}}=8\sqrt{5}$$

(ب): اگر قطب شمال آهنربای میله‌ای در امتداد جنوب جغرافیایی قرار گیرد، میدان مغناطیسی خالص.

$$B_{net}=B_H+B=45\mu T$$
$$\nu'=\sqrt{\frac{B_H+B}{B}}\nu=\frac{3}{\sqrt{5}}\nu=44\sqrt{5}$$

حل تمرین-۱۷:

(الف): جریان بیشینه که از درون هادی میگذرد

$$I_0=\frac{E}{R_1}$$

انرژی بیشینه ذخیره شده

$$U_0=\frac{1}{2}LI_0^2=\frac{LE^2}{2R_1^2}$$

هنگامی که کلید خاموش می شود، کل انرژی ذخیره شده در سلف به صورت گرما از دست می رود. از این رو گرما تولید می شود،

$$H=U_0=\frac{LE^2}{2R_1^2}$$

(ب): برای جریان بیشینه

$$Z = R = \frac{E}{I} = 4\Omega$$

جریان عبوری از سلف هنگام اتصال به باتری 12 ولتی و مقاومت داخلی 4Ω

$$I' = \frac{E'}{R+r} = \frac{12}{4+4} = 1.5A$$

حل تمرین-۱۸: ظرفیت خازن برابر است با

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times (50)^2 \times (10^{-2})^2}{3 \times 10^{-2}} = 73.75pF$$

بار خازن برابر است با

$$q = CV = 1.1\mu C$$

انرژی اولیه ذخیره شده در خازن

$$U_i = \frac{q^2}{2C} = \frac{(1.1 \times 10^{-6})^2}{2 \times 73.75 \times 10^{-12}} = 0.0075\ J$$

هنگامی که فاصله بین صفحات افزایش یابد، ظرفیت خازن خواهد بود

$$C' = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times (50)^2 \times (10^{-2})^2}{5 \times 10^{-2}} = 44.25pF$$

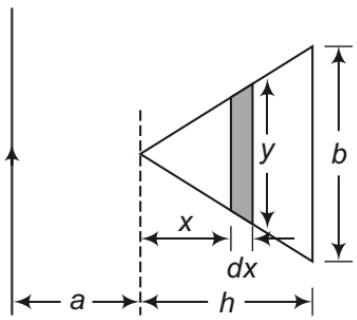
انرژی نهائی

$$U_f = \frac{q^2}{2C'} = \frac{1.1 \times 10^{-6})^2}{2 \times 44.25 \times 10^{-12}} = 12.4mJ$$

کار انجام شده

$$W = U_f - U_i = 12.4 - 7.5 = 4.9mJ$$

حل تمرین-۱۹: یک بخش جزئی از سیم پیچ را همانطور که در شکل نشان داده شده است در نظر بگیرید. سطح این قسمت



$$dA = ydx$$

اما

$$dA = \frac{b}{h}xdx$$

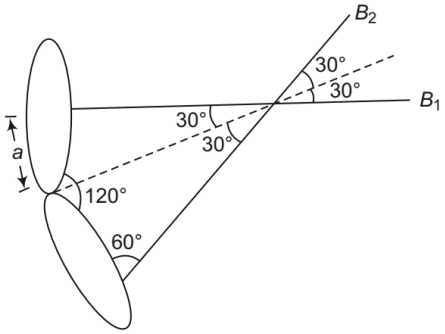
شار مغناطیسی که به این قسمت پیوند میخورد

$$d\phi = BdA = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+x)} \cdot \frac{b}{h}xdx = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi h}\frac{x}{a+x}dx$$

کل شار مغناطیسی پیوند با سیم‌پیچ

$$\phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi h}\int_0^h \frac{x}{a+x}dx = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi h}\left[h - a\ln\left|\frac{a+h}{a}\right|\right] = 4 \times 10^{-9}[1 + \ln 2]\ H$$

حل تمرین-۲۰: موقعیت در شکل نشان داده شده است.



$$x = a\tan 60^o = \sqrt{3}a$$

در اینجا

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I(\pi a^2)}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{16a}$$

میدان مغناطیسی خالص در نقطه P

$$B = B_1\cos 30^o + B_2\cos 30^o = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{16a}$$

حل تمرین-۲۱: اگر x سرعتی باشد که ضلع پایینی مستطیل از محور x عبور می‌کند، $v = \sqrt{2gh}$ [فقط گرانش عمل می‌کند]

در هر موقعیتی که در نظر بگیرید حلقه فاصله z را زیر محور x حرکت کرده، و سرعت آن v است، سپس در آن لحظه

$$Ma = Mg - IlB \qquad Ma = Mg - \frac{B^2l^2v}{R} \quad (I = \frac{Blv}{R})$$

$$M\frac{dv}{dt} = \frac{MgR - B^2l^2v}{R} \quad \Longrightarrow \quad dt = \frac{MR}{MgR - B^2l^2v}dv$$

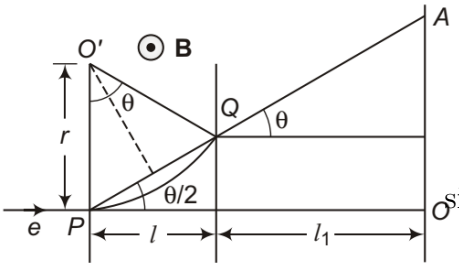
$$\int_{t_1}^{t} dt = MR\int_u^v \frac{dv}{MgR - B^2l^2v}$$

$$t - t_1 = \frac{-MR}{B^2l^2}\ln\left|\frac{MgR - B^2l^2v}{MgR - B^2l^2u}\right|$$

$$v = \frac{MgR}{B^2l^2}\left[1 - e^{-\frac{MR}{B^2l^2}(t-t_1)}\right] + ke^{-\frac{MR}{B^2l^2}(t-t_1)}$$

که در آن $v = \sqrt{2gh}$ و $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

حل تمرین-۲۲: موقعیت در شکل نشان داده شده است. شعاع مسیر دایره‌ای $r = \frac{mv}{eB}$ انحراف برابر θ



$$OA = l\tan\frac{\theta}{2} + l_1\tan\theta$$

اکنون

$$\sin\theta/2 = \sqrt{\frac{l}{2r}} \quad \Longrightarrow \quad \theta = 2\sin^{-1}\sqrt{\frac{l}{2r}}$$

$$\theta = 2\sin^{-1}\sqrt{\frac{leB}{2mv}}$$

$$OA \approx 4cm$$

نمایه

اتاق تخلیه، ۳۲۰

ابرهادی، ۱۶۸
اثر هال، ۳۲۱
اجبار، ۲۷۶
انرژی ذاتی، ۶۰
انرژی متقابل، ۶۰
بار مقید، ۴۷
بازدارنگی، ۲۷۶
بیو و ساوار، ۲۸۹
جریان فوکو، ۲۷۸
جریان گردابی، ۲۷۸
حرکت نوسانی ساده، ۱۱۳
خانم سیدگویک، ۳۵۲
دمای بحرانی، ۱۷۰
زمان آرامش، ۱۶۶

قانون بیو-ساوار، ۲۷۴
لرد ریلی، ۳۵۲
لرد کلوین، ۳۵۲، ۳۵۵
لورنس، ۳۵۲
نیروی محرکه الکتریکی، ۱۶۵
همدوس، ۱۷۰
پایستار، ۱۲۲
پل وتستون، ۱۷۳