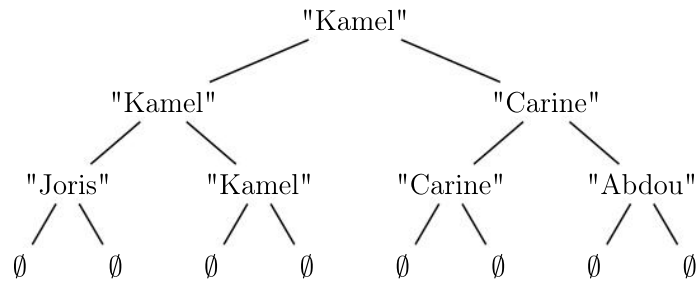


Cet exercice porte sur les arbres binaires et leurs algorithmes associés

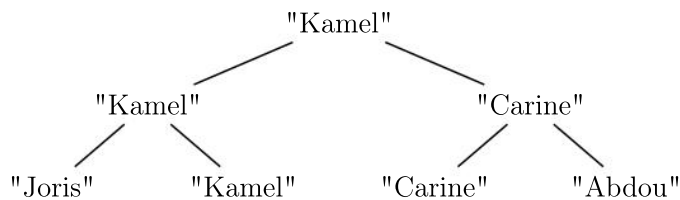
La fédération de badminton souhaite gérer ses compétitions à l'aide d'un logiciel.

Pour ce faire, une structure **arbre de compétition** a été définie récursivement de la façon suivante : un arbre de compétition est soit l'arbre vide, noté \emptyset , soit un triplet composé d'une chaîne de caractères appelée valeur, d'un arbre de compétition appelé sous-arbre gauche et d'un arbre de compétition appelé sous-arbre droit.

On représente graphiquement un arbre de compétition de la façon suivante :



Pour alléger la représentation d'un arbre de compétition, on ne notera pas les arbres vides, l'arbre précédent sera donc représenté par l'arbre A suivant :



Cet arbre se lit de la façon suivante :

- 4 participants se sont affrontés : Joris, Kamel, Carine et Abdou. Leurs noms apparaissent en bas de l'arbre, ce sont les valeurs de feuilles de l'arbre.
- Au premier tour, Kamel a battu Joris et Carine a battu Abdou.
- En finale, Kamel a battu Carine, il est donc le vainqueur de la compétition.

Pour s'assurer que chaque finaliste ait joué le même nombre de matchs, un arbre de compétition a toutes ces feuilles à la même hauteur.

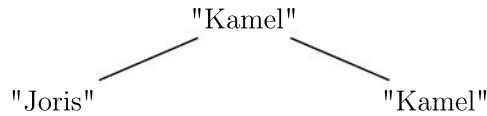
Les quatre fonctions suivantes pourront être utilisées :

- La fonction **racine** qui prend en paramètre un arbre de compétition **arb** et renvoie la valeur de la racine.

Exemple : en reprenant l'exemple d'arbre de compétition présenté ci-dessus, **racine(A)** vaut **"Kamel"**.

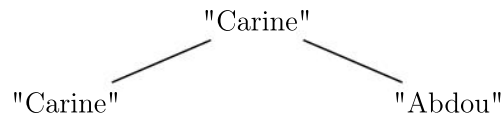
- La fonction **gauche** qui prend en paramètre un arbre de compétition **arb** et renvoie son sous-arbre gauche.

Exemple : en reprenant l'exemple d'arbre de compétition présenté ci-dessus, **gauche(A)** vaut l'arbre représenté graphiquement ci-après :



- La fonction `droit` qui prend en argument un arbre de compétition `arb` et renvoie son sous-arbre droit.

Exemple : en reprenant l'exemple d'arbre de compétition présenté ci-dessus, `droit(A)` vaut l'arbre représenté graphiquement ci-dessous :

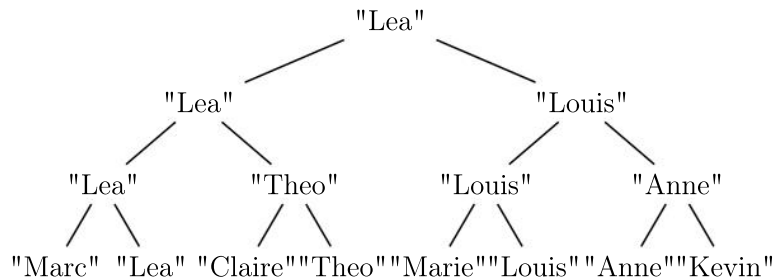


- La fonction `est_vide` qui prend en argument un arbre de compétition et renvoie `True` si l'arbre est vide et `False` sinon.

Exemple : en reprenant l'exemple d'arbre de compétition présenté ci-dessus, `est_vide(A)` vaut `False`.

Pour toutes les questions de l'exercice, on suppose que tous les joueurs d'une même compétition ont un prénom différent.

- (a) On considère l'arbre de compétition B suivant :



Indiquer la racine de cet arbre puis donner l'ensemble des valeurs des feuilles de cet arbre.

- (b) Proposer une fonction Python `vainqueur` prenant pour argument un arbre de compétition `arb` ayant au moins un joueur. Cette fonction doit renvoyer la chaîne de caractères constituée du nom du vainqueur du tournoi.

Exemple : `vainqueur(B)` vaut `"Lea"`

- (c) Proposer une fonction Python `finale` prenant pour argument un arbre de compétition `arb` ayant au moins deux joueurs. Cette fonction doit renvoyer le tableau des deux chaînes de caractères qui sont les deux compétiteurs finalistes.

Exemple : `finale(B)` vaut `["Lea", "Louis"]`

- (a) Proposer une fonction Python `occurrences` ayant pour paramètre un arbre de compétition `arb` et le nom d'un joueur `nom` et qui renvoie le nombre d'occurrences (d'apparitions) du joueur `nom` dans l'arbre de compétition `arb`.

Exemple : `occurrences(B, "Anne")` vaut 2.

- (b) Proposer une fonction Python `a_gagne` prenant pour paramètres un arbre de compétition `arb` et le nom d'un joueur `nom` et qui renvoie le booléen `True` si le joueur `nom` a gagné au moins un match dans la compétition représenté par l'arbre de compétition `arb`.

Exemple : `a_gagne(B, "Louis")` vaut `True`

3. On souhaite programmer une fonction Python `nombre_matches` qui prend pour arguments un arbre de compétition `arb` et le nom d'un joueur `nom` et qui renvoie le nombre de matchs joués par le joueur `nom` dans la compétition représentée par l'arbre de compétition `arb`.

Exemple : `nombre_matches(B, "Lea")` doit valoir 3 et `nombre_matches(B, "Marc")` doit valoir 1.

- (a) Expliquer pourquoi les instructions suivantes renvoient une valeur erronée. On pourra pour cela identifier le noeud de l'arbre qui provoque une erreur.

```
1 def nombre_matches(arb,nom):  
2     """arbre_competition , str -> int"""  
3     return occurrences(arb,nom)
```

- (b) proposer une correction pour la fonction `nombre_matches`.
4. Recopier et compléter la fonction `liste_joueurs` qui prend pour argument un arbre de compétition `arb` et qui renvoie un tableau contenant les participants au tournoi, chaque nom ne devant figurer qu'une seule fois dans le tableau.

L'opération `+` à la ligne 8 permet de concaténer deux tableaux.

Exemple : Si `L1 = [4, 6, 2]` et `L2 = [3, 5, 1]`, l'instruction `L1 + L2` va renvoyer le tableau `[4, 6, 2, 3, 5, 1]`

```
1 def liste_joueurs(arb):  
2     """arbre_competition -> tableau"""  
3     if est_vide(arb):  
4         return ...  
5     elif ... and ... :  
6         return [racine(arb)]  
7     else :  
8         return ...+liste_joueurs(droit(arb))
```