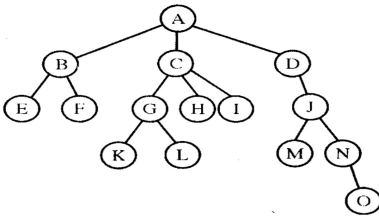


1. Cho cây như hình sau:



Hãy trả lời các câu hỏi sau:

- Những nút nào là nút nhánh, nút lá?
- Mức (level) của D, L là bao nhiêu?
- Cấp (degree) của B, D, của cây là bao nhiêu?
- Chiều cao của cây là bao nhiêu?
- Độ dài đường đi từ A đến F, từ A đến O là bao nhiêu?
- Có bao nhiêu đường đi có độ dài 3 trên cây?

a, leaf nodes: E, F, K, L, H, I, M, O

branch nodes: A, B, C, G, D, J, N

b, D is level 1
L is level 3

c, $\text{Deg}(B) = 2$
 $\text{Deg}(D) = 1$

d, The height of the tree is 5

e, the length from $A \rightarrow F$ is 2
 $A \rightarrow O$ is 4

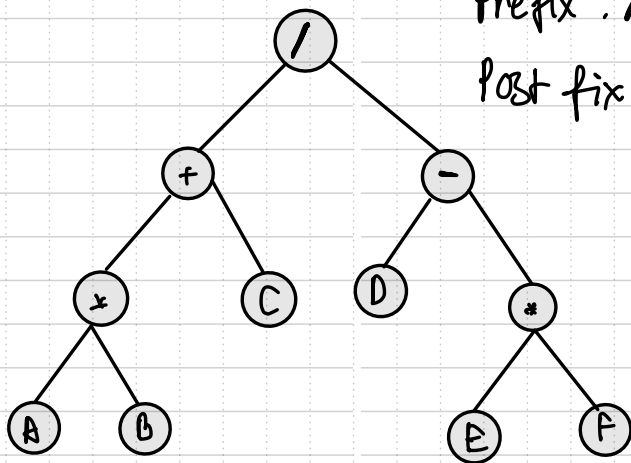
f, 4 path has the length 3.

2. Vẽ cây nhị phân biểu diễn các biểu thức sau và viết chúng dưới dạng tiền tố, hậu tố:

a) $(A * B + C) / (D - E * F)$

b) $A / (B + C) + D * E - A * C$

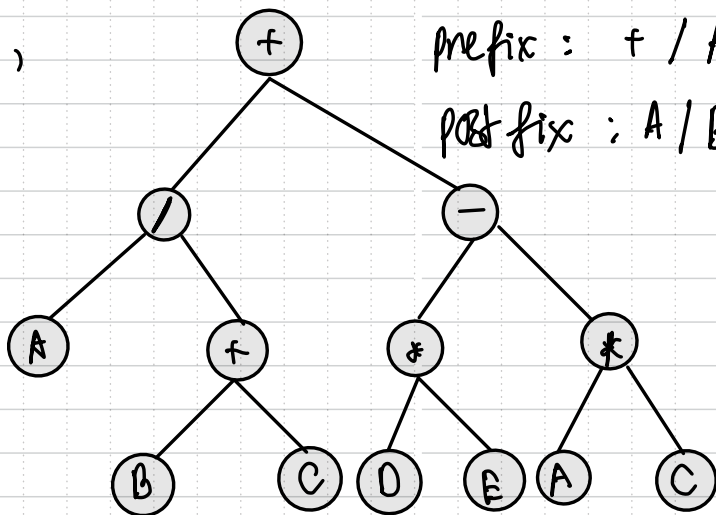
a,



Prefix : $/ + * ABC - D * EF$

Post fix : $AB * C + D - EF * /$

b,



Prefix : $+ / A + BC - * DE * AC$

Post fix : $A / BC + DE * AC * - +$

3. Chứng minh rằng, đối với cây nhị phân nếu n_0 là số lượng nút lá, n_2 là số lượng nút cấp 2 thì $n_0 = n_2 + 1$.

③

- Base case : only 1 node so $n_0 = 1$

$$n_2 = 0$$

so $n_0 = n_2 + 1$ is correct

- Prove that with $k+1$ nodes on level 2, $n_0 = n_2 + 1$

+ consider a tree with k nodes on level 2

We can add a node with 2 children

onto level 2, which gives us $k+1$ nodes on lv 2

+ Number of new leaf nodes on the tree is $n_0' = n_0 + 2$

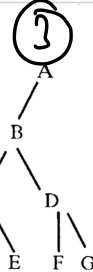
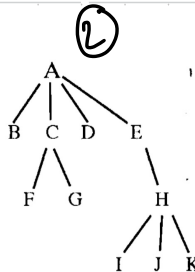
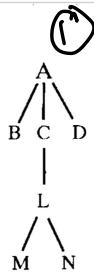
$$+ n_0' = n_0 + 2 = (n_2 + 1) + 2 = n_2 + 3$$

+ Thus, $n_0 = n_2 + 1$

4. Cho các cây như hình sau:

a) Nêu dãy tên các nút được thăm trong phép duyệt theo thứ tự trước, theo thứ tự giữa, theo thứ tự sau với các cây này

b) Vẽ cây nhị phân tương đương với các cây này



a, Pre-order: A B C L M N D

① In-order: B A M L N C D

Post-order: B M N L C D A

Pre-order: A B C F G D E H I J K

② In-order: B A F C G D I H J K E

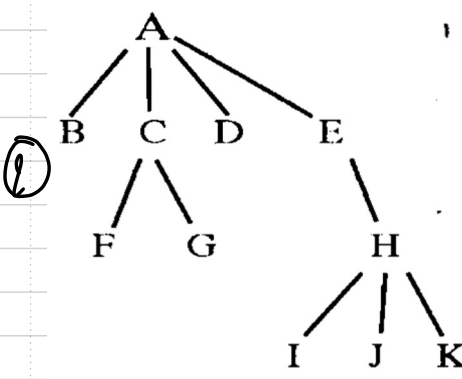
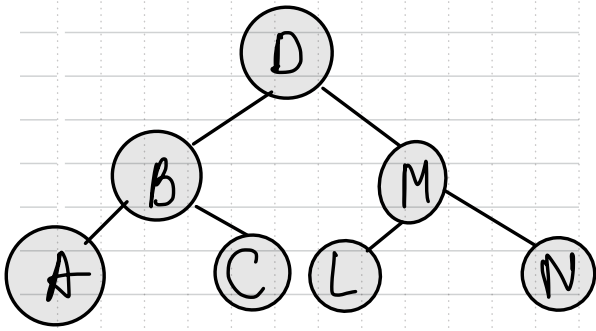
Post-order: B F G C D I J K H E A

Pre-order: A B C E D F G

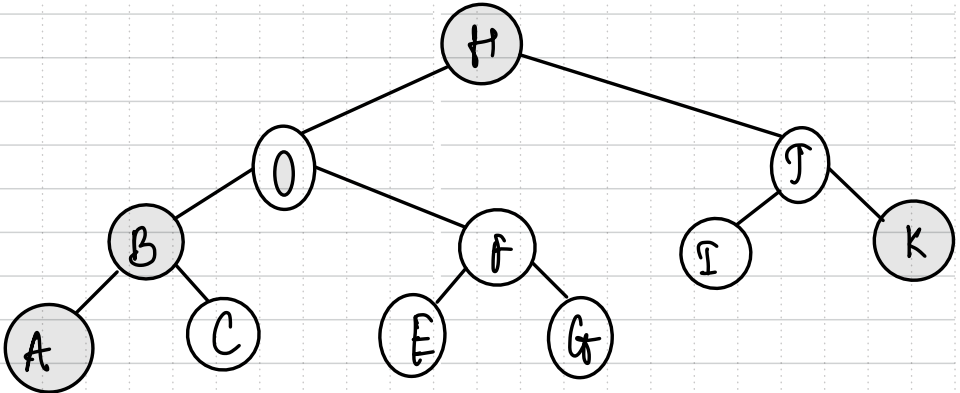
③ In-order: C E B F D G A

Post-order: E C F G D B A

b, ①



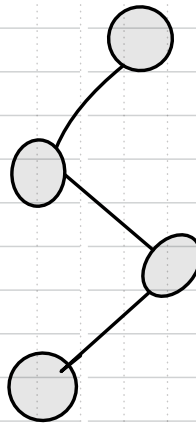
BAFCGD IHVKE



5. Tìm tất cả các cây nhị phân mà các nút sẽ xuất hiện theo một dãy giống nhau khi duyệt:

- a) Theo thứ tự trước và thứ tự giữa
- b) Theo thứ tự trước và thứ tự sau
- c) Theo thứ tự giữa và thứ tự sau

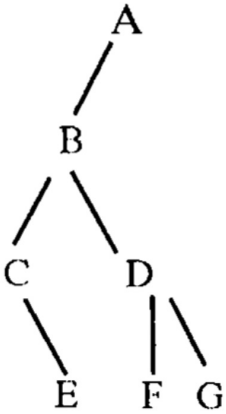
a,



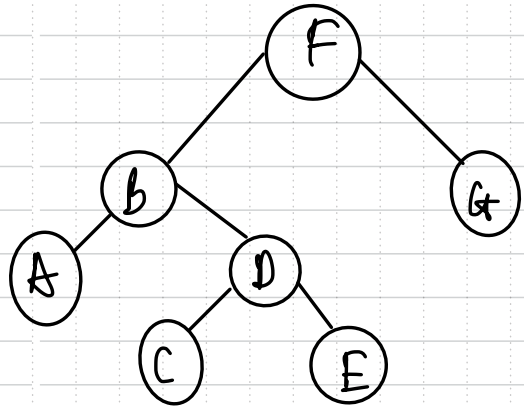
b, binary tree can only have the same traversal for both inorder n postorder if binary tree contains only 1 node or only duplicate values .

c,

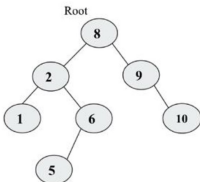
A binary tree can only have the same traversal order for both inorder and postorder traversal is not possible because the traversal order of both of these traversal is fundamentally different and cannot be the same for any binary tree



3



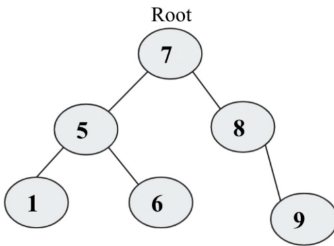
6. Cho cây như hình sau:



Giả sử chúng ta loại bỏ nút gốc 8 và chúng ta muốn thay thế nó bằng một nút bất kỳ từ cây con bên trái, thì nút gốc mới sẽ là gì?

delete root-node 8 or replace it by node in left-child node, the new root node would be 6

7. Kết quả thu được khi thực hiện duyệt theo thứ tự trước (pre-order), theo thứ tự giữa (in-order), theo thứ tự sau (post-order) trên cây như hình sau là gì?



pre-order : 7 5 1 6 8 9

in-order : 1 5 6 7 8 9

post-order : 1 6 5 9 8 7

8. Mối quan hệ giữa chiều cao của cây nhị phân hoàn hảo (perfect binary tree) và số nút trên cây đó là gì?

h : height

n : nodes

\Rightarrow

$$n = 2^h - 1$$

9. Algorithm :

- Establish base case : if the current node is null or the current node's left and right is null
- Traverse the tree with level order traversal
- swap the current node's left n right node
- Recursion for left and right subtrees on the next level