

Sistem Digital (SisDig) CII1I3

# Karnaugh Map (K-Map)



Disusun oleh: Tim dosen SisDig

Prodi **S1 Teknologi Informasi**  
Fakultas Informatika  
Universitas Telkom

# Semester Learning Plan

Rencana Studi		Bobot Tiap CLO (%)				Rincian Nilai							
Pertemuan Ke-	Materi					Tugas (50%)				Assesmen (50%)			
						CLO 1	CLO 2	CLO 3	CLO 4	CLO 1	CLO 2	CLO 3	CLO 4
1	>>Perkenalan >>Konversi antar basis bilangan (CLO 1) >>1's complement (CLO 1)	24	--	--	--	12	--	--	--	12	--	--	--
2	>>2's complement (CLO 1) >>Floating point (CLO 1) >>Excess-n (CLO 1) >>IEEE754 (CLO 1) >>Big endian, little endian (CLO 1)												
3	>>Tanya jawab materi asesmen 1 >>Asesmen 1 = 12%; (CLO 1)												
4	>>Aljabar Boolean (CLO 2)	--	26	--	--	--	13	--	--	--	13	--	--
5	>>Penyederhanaan dengan K-Map (CLO 2)												
6	>>Penyederhanaan dengan MEV (CLO 2)												
7	>>Penyederhanaan dengan MEV (CLO 2) (lanjutan)												
Assesmen 2 (UTS) = 13%													

# Peta Karnaugh (K-Map) (1)

a). K'Map 2 variabel

x \ y	0	1
0	$x'y'$	$x'y$
1	$xy'$	$xy$

x \ y	0	1
0	$m_0$	$m_1$
1	$m_2$	$m_3$

b). K'Map 3 variabel

x \ yz	00	01	11	10
0	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$
1	$xy'z'$	$xy'z$	$xyz$	$xyz'$

x \ yz	00	01	11	10
0	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
1	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$

# Peta Karnaugh (K-Map) (2)

c) K'Map 4 variabel

wx \ yz	00	01	11	10
00	$w'x'y'z'$	$w'x'y'z$	$w'x'yz$	$w'x'yz'$
01	$w'xy'z'$	$w'xy'z$	$w'xyz$	$w'xyz'$
11	$wxy'z'$	$wxy'z$	$wxyz$	$wxyz'$
10	$wx'y'z'$	$wx'y'z$	$wx'yz$	$wx'yz'$

wx \ yz	00	01	11	10
00	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
01	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$
11	$m_{12}$	$m_{13}$	$m_{15}$	$m_{14}$
10	$m_8$	$m_9$	$m_{11}$	$m_{10}$

Sederhanakanlah persamaan: (lihat soal no.1 penyederhanaan dengan aljabar)

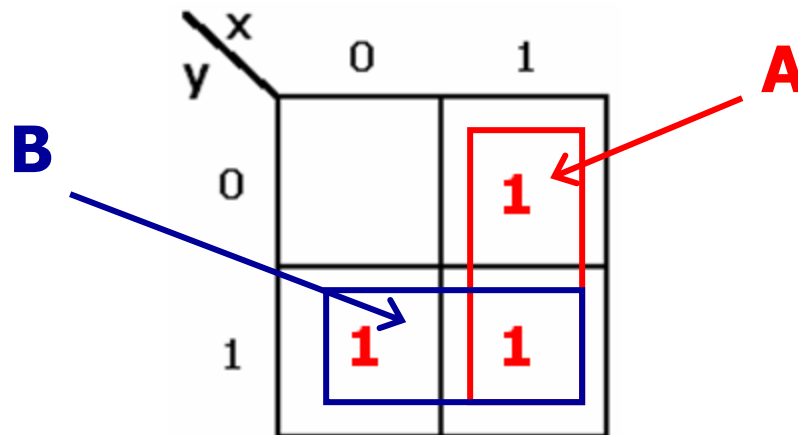
$$\begin{aligned}f(x,y) &= x'y + xy' + xy \\ &= m_1 + m_2 + m_3\end{aligned}$$

Jawab:

Sesuai dengan bentuk minterm, maka 3 kotak dalam K-Map 2 dimensi, diisi dengan 1:

		x	
		0	1
y	0		<b>1</b>
	1	<b>1</b>	<b>1</b>

- Selanjutnya kelompokkan semua 1 yang ada dengan membuat kumpulan kotak atau persegi panjang dengan jumlah sel bujursangkar kecil sebanyak  $2^n$ 
  - $n = 0, 1, 2, 3$ , dst
- Buat kelompok yang sebesar-besarnya

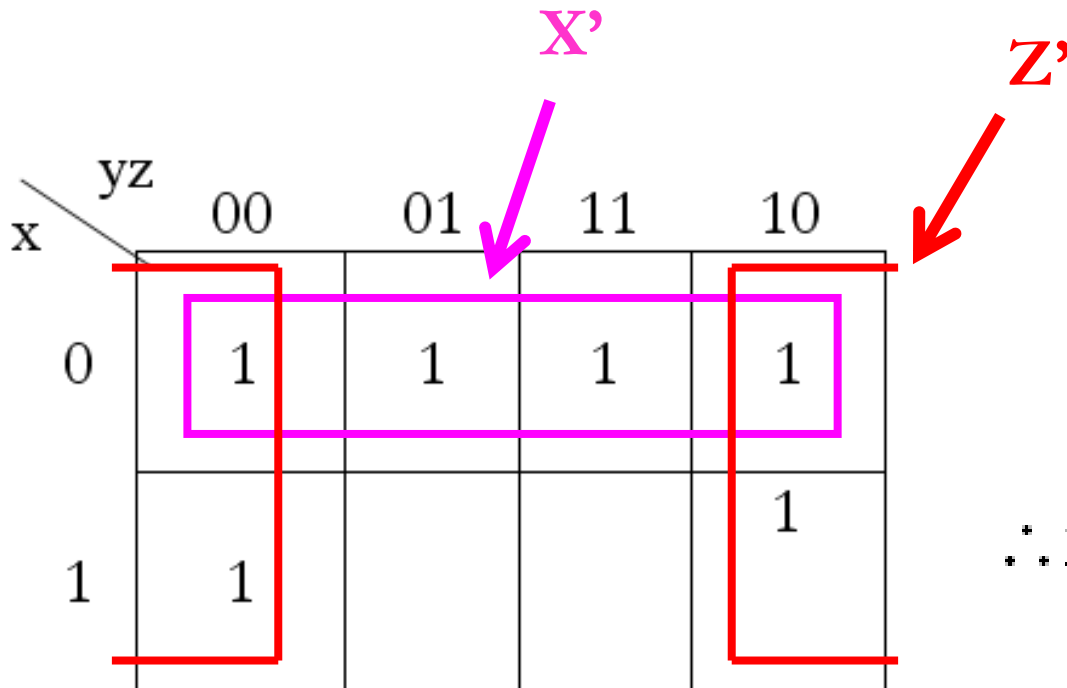


- Cara menentukan bentuk sederhana dari hasil pengelompokan adalah:
  - Carilah variabel yang memiliki nilai yang sama (tidak berubah) dalam kelompok tersebut, sebagai contoh:
    - ➡ Pada kelompok A adalah variabel  $y$  dengan nilai 1
    - ➡ Pada kelompok B adalah variabel  $x$  dengan nilai 1
  - Tentukan bentuk hasil pengelompokan  
Kelompok A adalah  $y$ , dan kelompok B adalah  $x$ , sehingga hasil bentuk sederhana dari contoh di atas:
$$f(x,y) = x'y + xy' + xy = \text{kelompok A} + \text{kelompok B}$$
$$= y + x$$

1. Sederhanakanlah persamaan berikut: (lihat soal no.2 penyederhanaan dengan aljabar)

$$f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz + x'yz' + xy'z' + xyz'$$

Jawab:



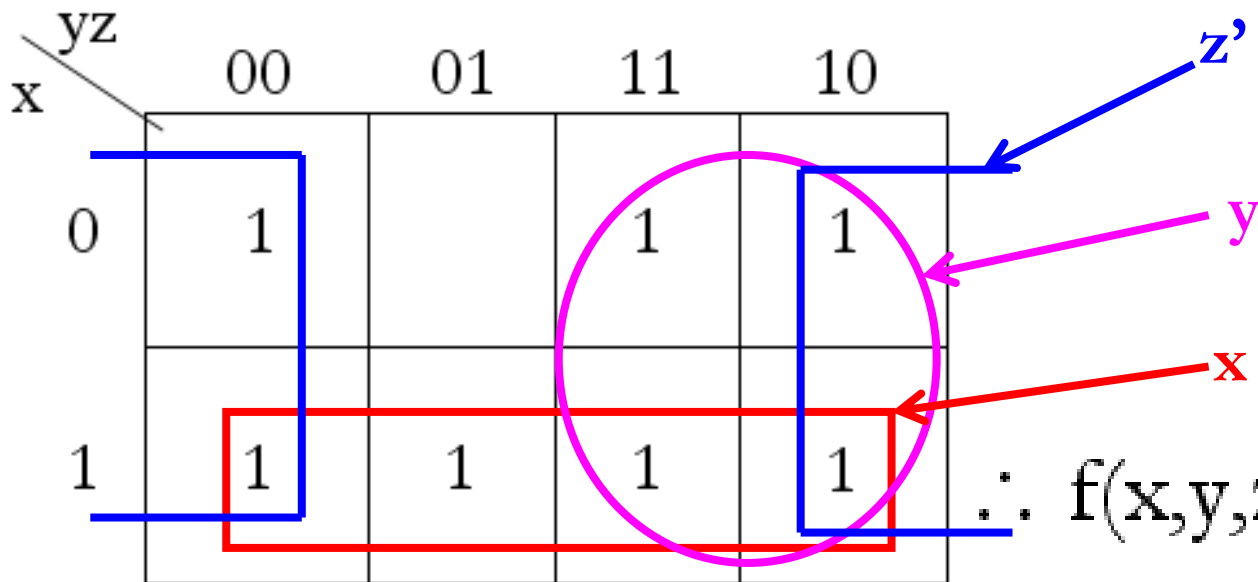
$$\therefore f(x,y,z) = z' + x'$$



2. Sederhanakanlah fungsi Boolean berikut dengan menggunakan K'Map :

$$f(x,y,z) = xyz + xyz' + xy'z + x'yz + x'yz' + xy'z' + x'y'z'$$

Jawab:



$$\therefore f(x,y,z) = x + y + z'$$

3. Sederhanakanlah fungsi Boolean:

$$f(w,x,y) = \sum m(0, 1, 3, 5, 7)$$

Jawab:

xy		00	01	11	10
w	0	1	1	1	
	1		1	1	

$w'x'$

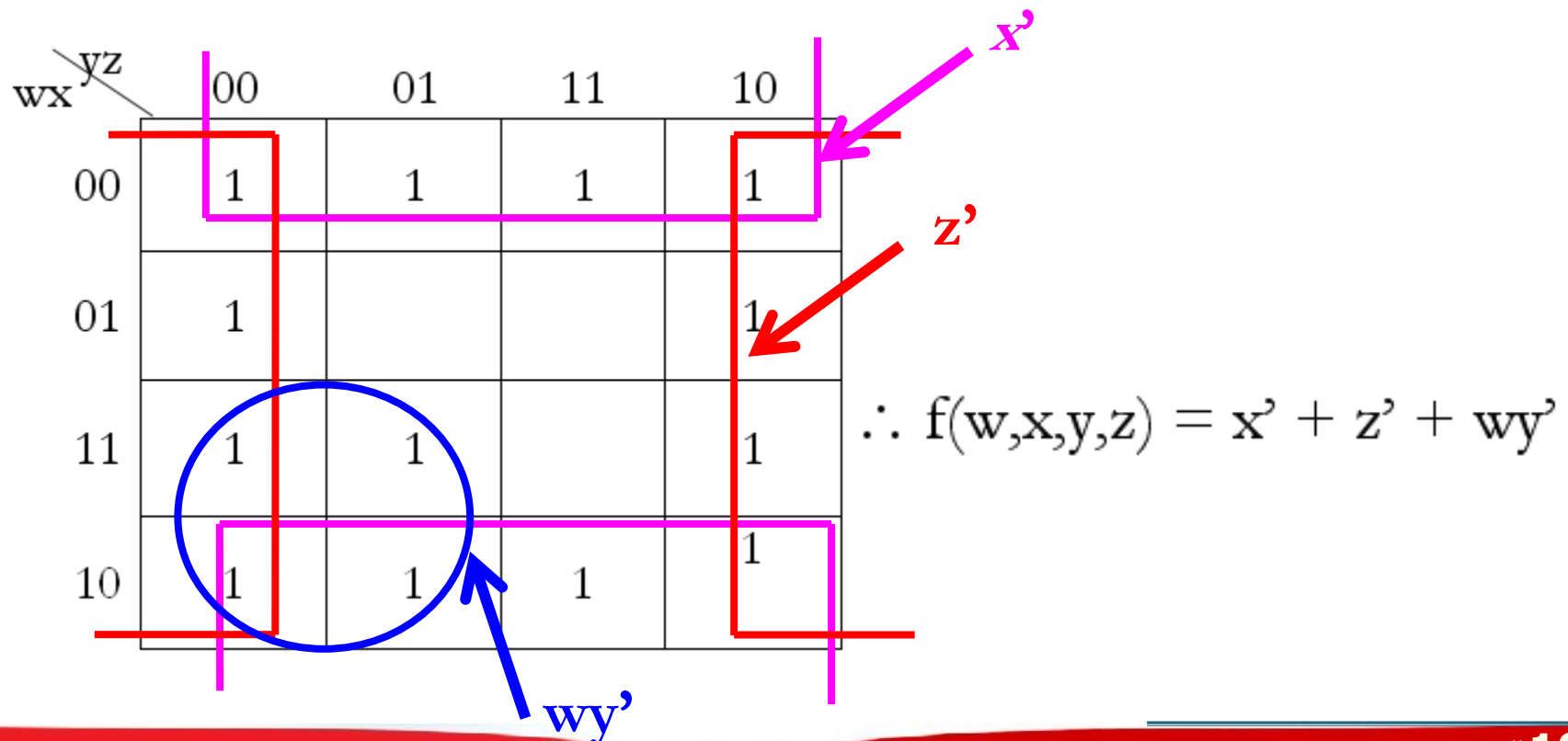
$y$

$$\therefore f(w,x,y) = w'x' + y$$

1. Sederhanakanlah fungsi Boolean berikut:

$$f(w,x,y,z) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14)$$

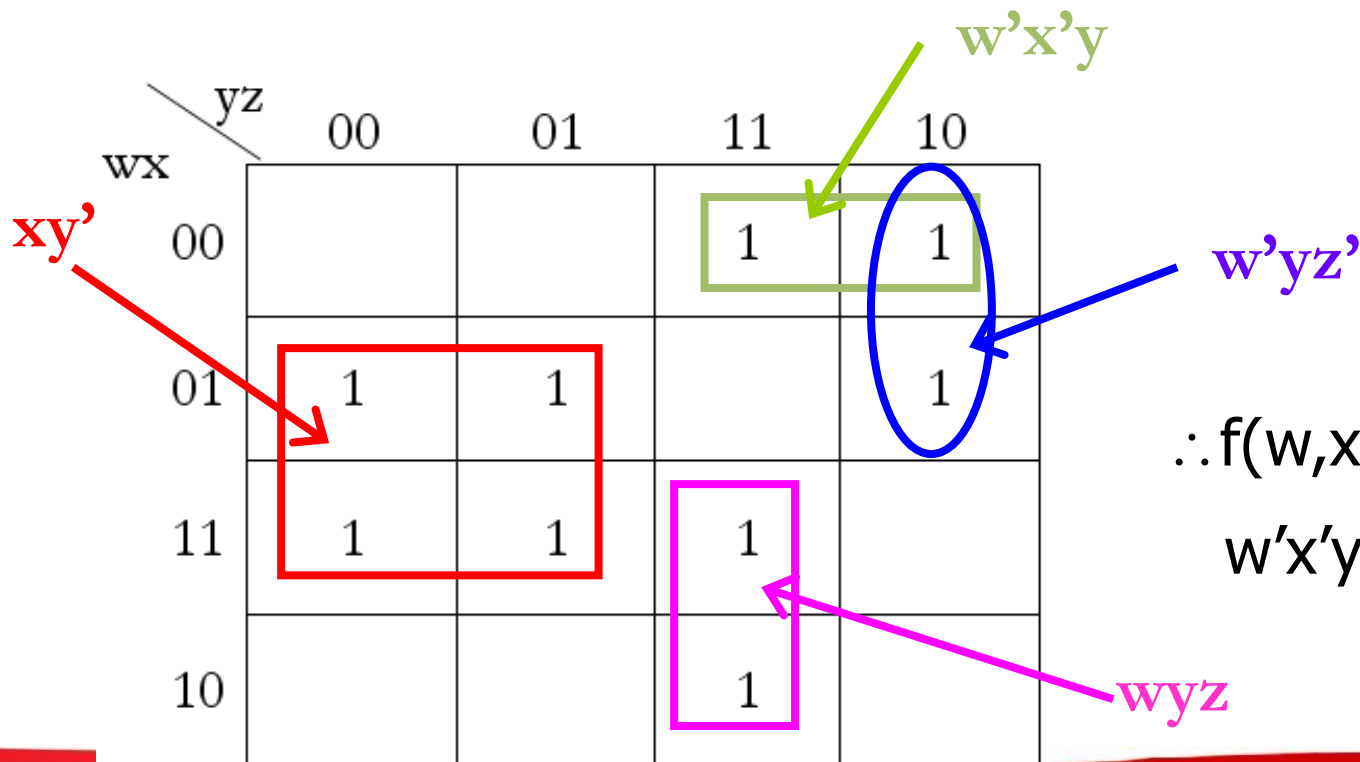
Jawab:



2. Sederhanakanlah fungsi Boolean:

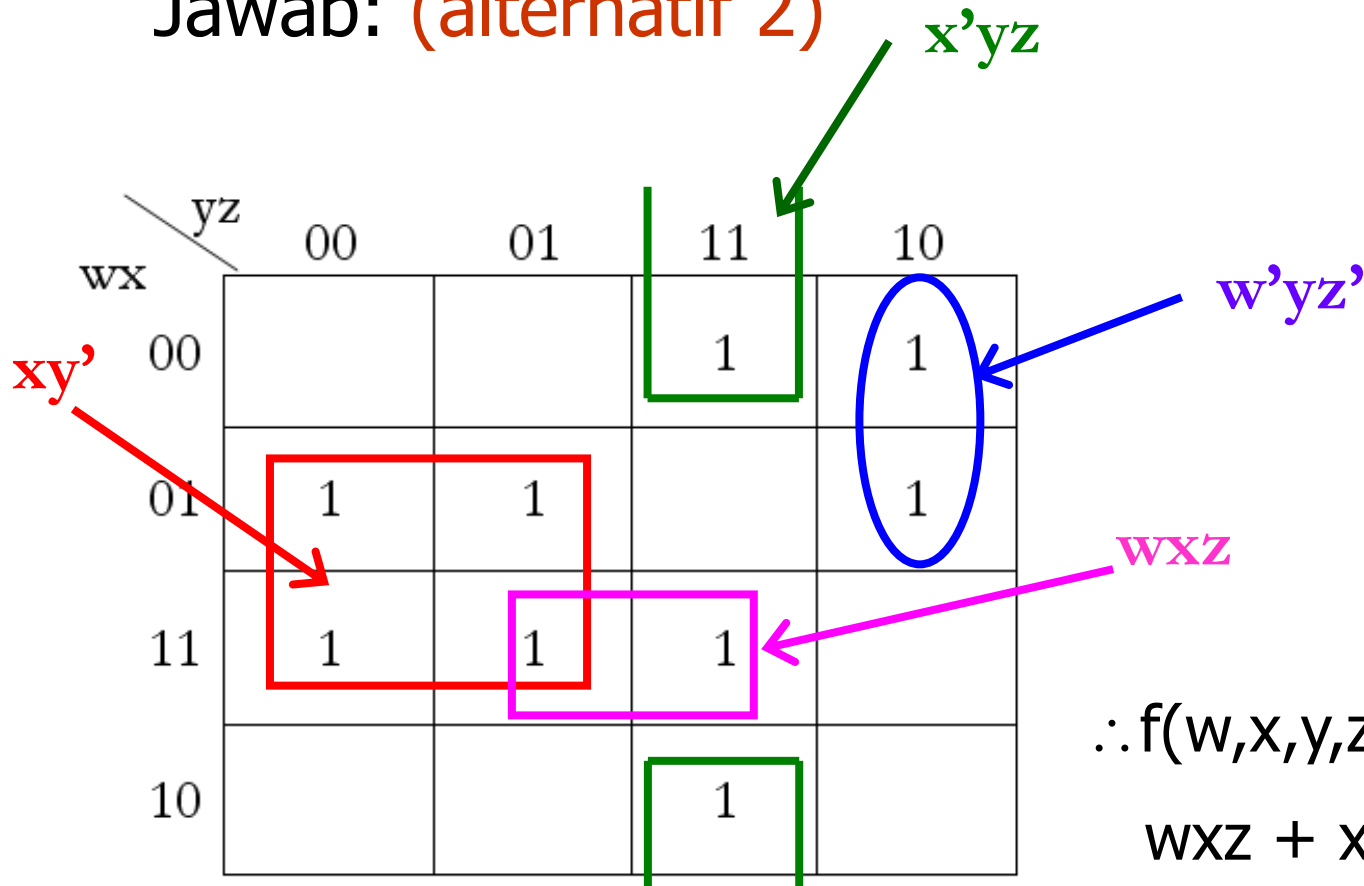
$$f(w,x,y,z) = wxy'z' + wxy'z + wxyz + wx'yz + w'x'yz + w'x'yz' + w'xyz' + w'xy'z'$$

Jawab: (alternatif 1)



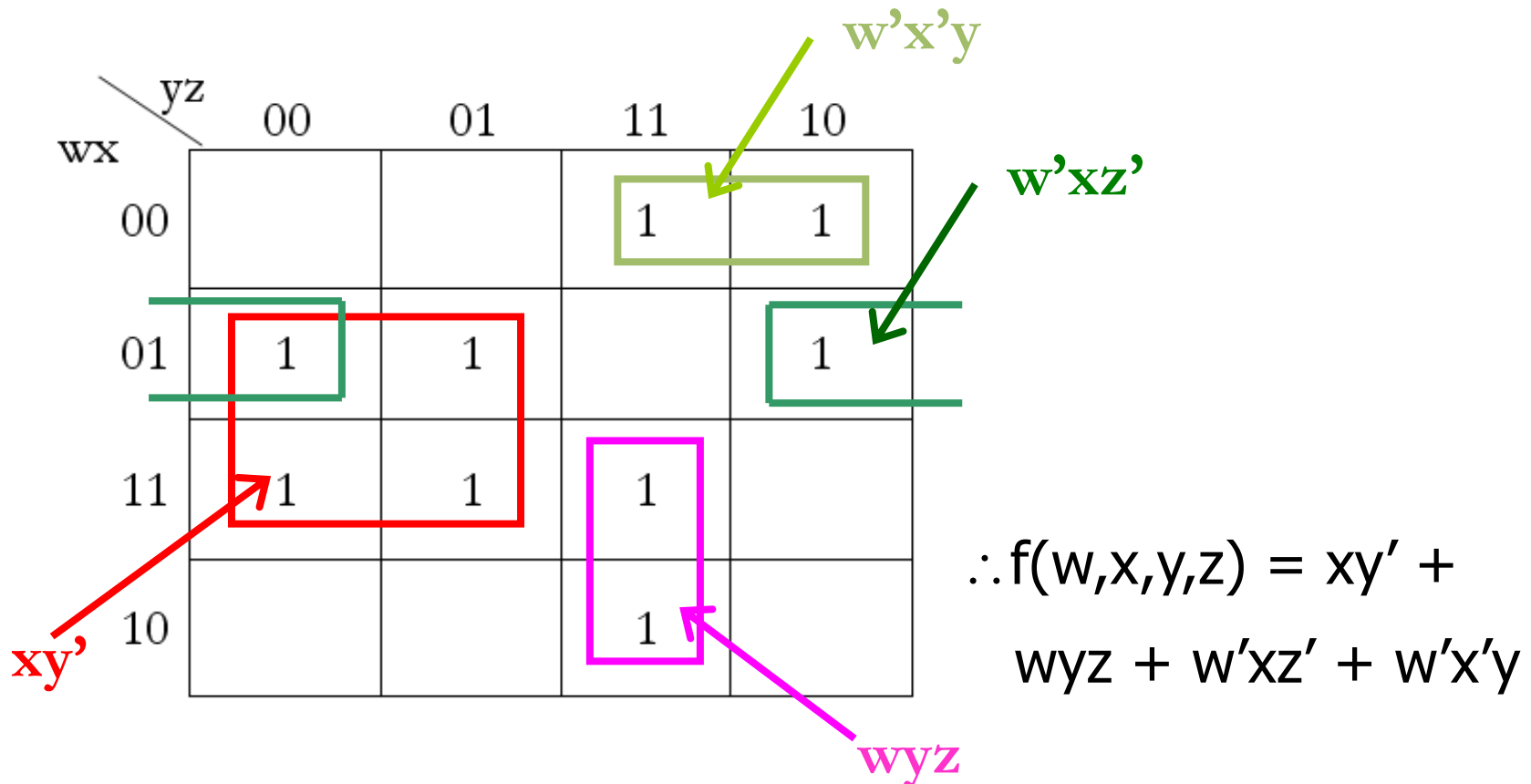
$$\therefore f(w,x,y,z) = xy' + w'x'y + wyz + w'yz'$$

Jawab: (alternatif 2)



$$\therefore f(w,x,y,z) = xy' + wxz + x'yz + w'yz'$$

Jawab: (alternatif 3)



### 3. Contoh:

urutan berbeda

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10



Misal isinya

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	0	0
11	1	1	x	1
10	1	1	x	1

C

x = don't care, bisa 0 bisa 1, tergantung kebutuhan

SOP berdasarkan bit-bit 1

$$\Rightarrow f(A,B,C,D) = C + B'D' + A'BD$$

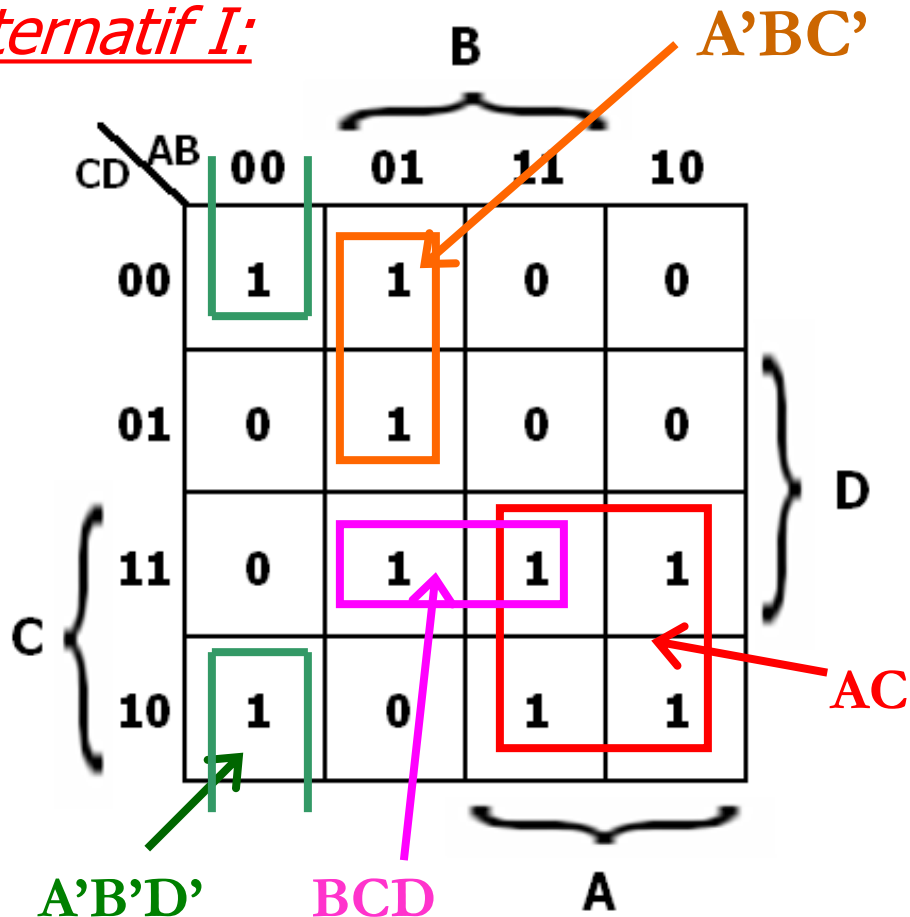
# Penyederhanaan Dengan K-Map

## 4 Variabel (6)



$$4. f(A,B,C,D) = \sum m(0,2,4,5,7,10,11,14,15)$$

Alternatif I:



SOP:

$$f(A,B,C,D) = AC + BCD + A'BC' + A'B'D'$$

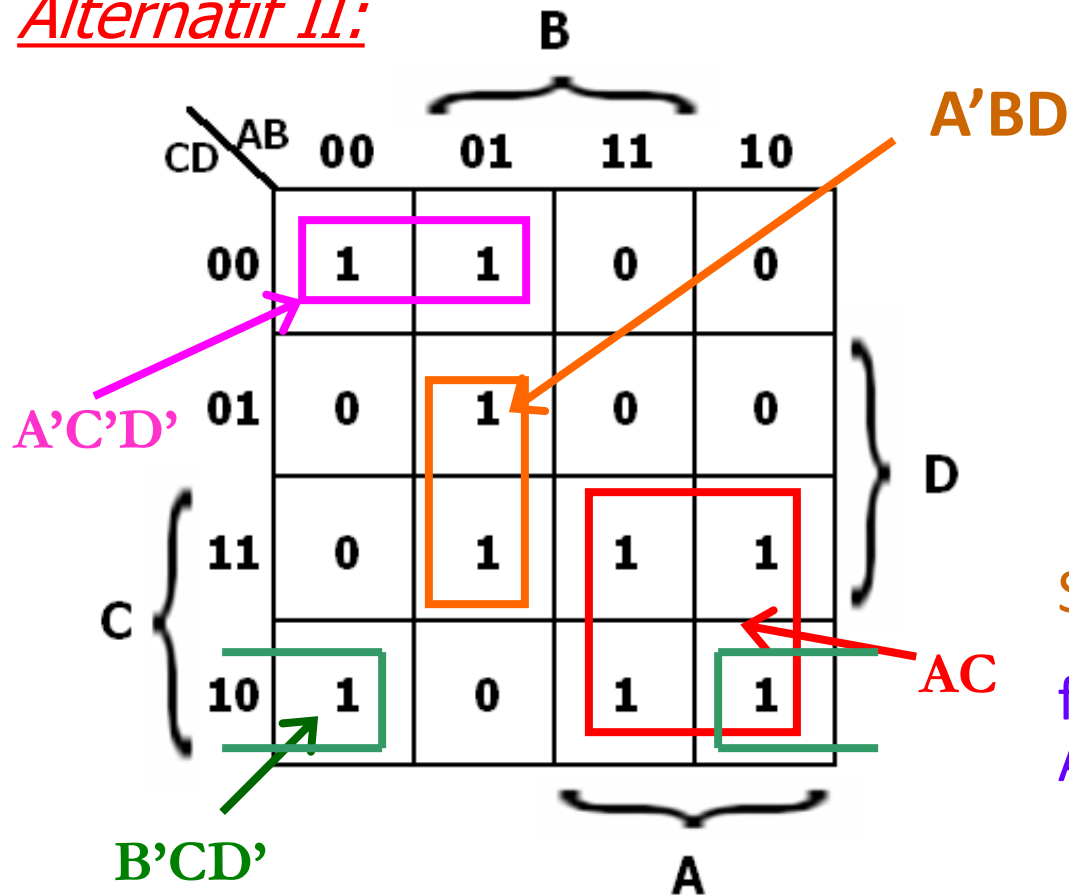


# Penyederhanaan Dengan K-Map

## 4 Variabel (7)

$$f(A,B,C,D) = \sum m(0,2,4,5,7,10,11,14,15)$$

Alternatif II:



SOP:

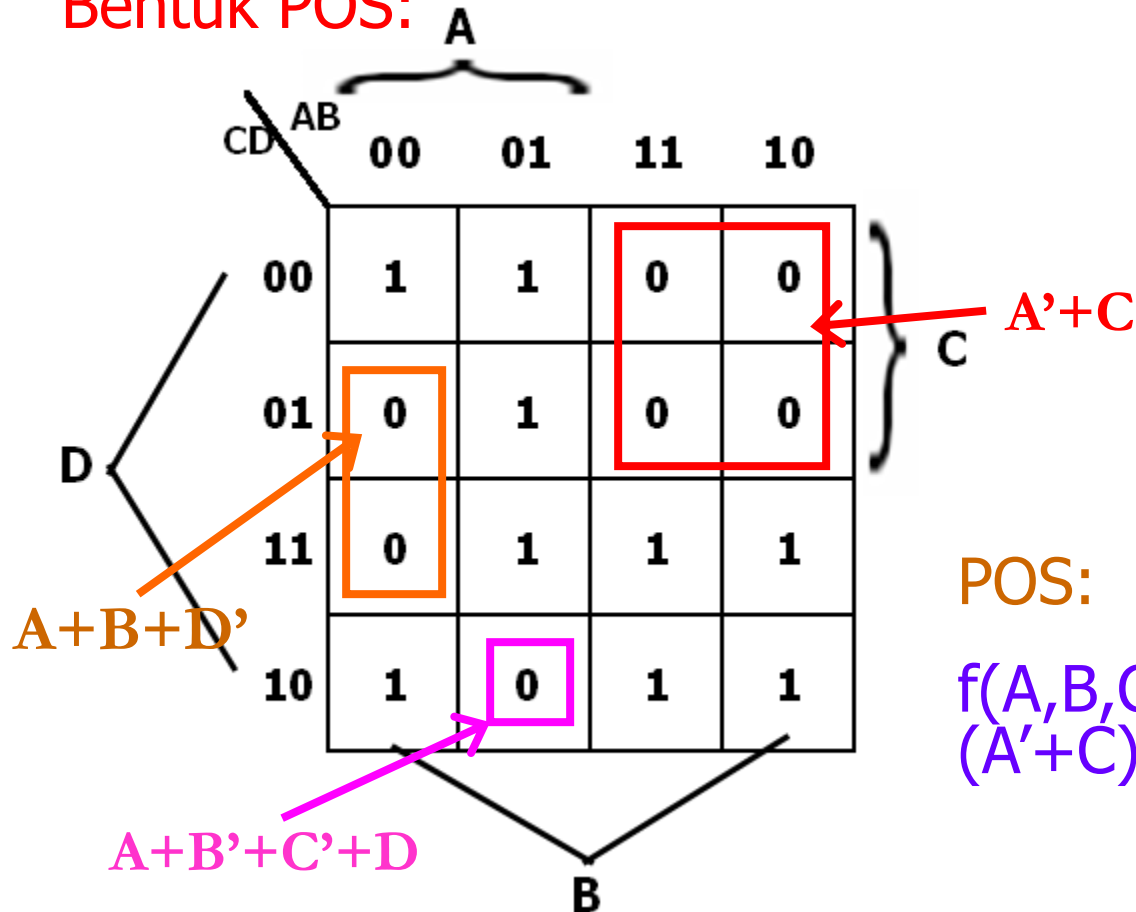
$$f(A,B,C,D) = AC + A'BD + A'C'D' + B'CD'$$

# Penyederhanaan Dengan K-Map

## 4 Variabel (8)

$$f(A,B,C,D) = \sum m(0,2,4,5,7,10,11,14,15)$$

Bentuk POS:



POS:

$$f(A,B,C,D) = (A'+C)(A+B+D')(A+B'+C'+D)$$

- Nilai peubah **don't care** tidak diperhitungkan oleh fungsinya
- Nilai 1 atau 0 dari peubah **don't care** tidak berpengaruh pada hasil fungsi
- Semua nilai don't care disimbolkan dengan **X, d, atau  $\phi$**
- Bentuk SOP:
  - Nilai X yang masuk ke dalam kelompok akan bernilai 1
  - Nilai X yang tidak masuk ke dalam kelompok akan bernilai 0
- Bentuk POS:
  - Nilai X yang masuk ke dalam kelompok akan bernilai 0
  - Nilai X yang tidak masuk ke dalam kelompok akan bernilai 1

# Don't Care (2)

Contoh 1:

$$f(w,x,y,z) = \sum m(1,3,7,11,15)$$

$$\text{don't care} = d(w,x,y,z) = \sum m(0,2,5)$$

Bentuk SOP:

yz \ wx	00	01	11	10
00	x	1	1	x
01		x	1	
11			1	
10			1	

A green arrow points from the label  $w'z$  to the cell at wx=01, yz=01 (containing 'x'). A red arrow points from the label  $yz$  to the cell at wx=11, yz=01 (containing '1').

Hasil penyederhanaan:

$$f(w,x,y,z) = yz + w'z$$

# Don't Care (3)

Contoh 1:

$$f(w,x,y,z) = \sum m(1,3,7,11,15)$$

$$\text{don't care} = d(w,x,y,z) = \sum m(0,2,5)$$

Bentuk POS:

yz \ wx	00	01	11	10
00	X			X
01	0	X		0
11	0	0		0
10	0	0		0

Diagram illustrating the Karnaugh map for the function  $f(w,x,y,z)$ . The map shows the function value (0 or 1) for each combination of  $w, x, y, z$ . The variables  $w, x, y, z$  are represented by the rows and columns. The map is divided into four groups by green lines, representing the prime implicants. A blue square highlights the group of cells where  $w' + y = 1$  (cells (11,00), (11,01), (11,11), (11,10)). A green arrow points to the cell (01,10) where  $z = 1$ .

Hasil penyederhanaan:  
 $f(w,x,y,z) = z(w' + y)$

# Don't Care (4)

Contoh 2:

ab \ cd	00	01	11	10
00	1		1	
01	1	1	1	
11	X	X	X	X
10	X		X	X

$c'd'$  (blue box around column 00)

$bd$  (brown box around row 01)

$cd$  (red box around column 11)

$$f(a,b,c,d) = c'd' + bd + cd$$

a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	x
1	0	0	1	x
1	0	1	0	x
1	0	1	1	x
1	1	0	0	x
1	1	0	1	x
1	1	1	0	x
1	1	1	1	x

# Don't Care (5)

POS berdasarkan  
bit-bit 0:

A 4x4 Karnaugh map for variables A, B, C, and D. The columns are labeled AB (00, 01, 11, 10) and the rows are labeled CD (00, 01, 11, 10). The map contains 1s in cells (00,00), (00,10), (01,00), (01,01), (01,11), (01,10), (11,00), (11,01), (11,11), (11,10), (10,00), (10,01), (10,11), and (10,10). There are 0s in cells (01,00), (11,00), (01,01), (11,01), and (10,01). There are 'x' (don't care) values in cells (11,11), (11,10), (10,11), and (10,10). Three groupings are shown: a pink box around (01,00) and (11,00) labeled B'+C+D; a green box around (01,01) and (10,01) labeled B+C+D'; and a red box around (11,11), (11,10), (10,11), and (10,10) labeled A'+B'.

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	0	0
11	1	1	x	1
10	1	1	x	1

x = don't care, bisa 0 bisa 1, tergantung kebutuhan

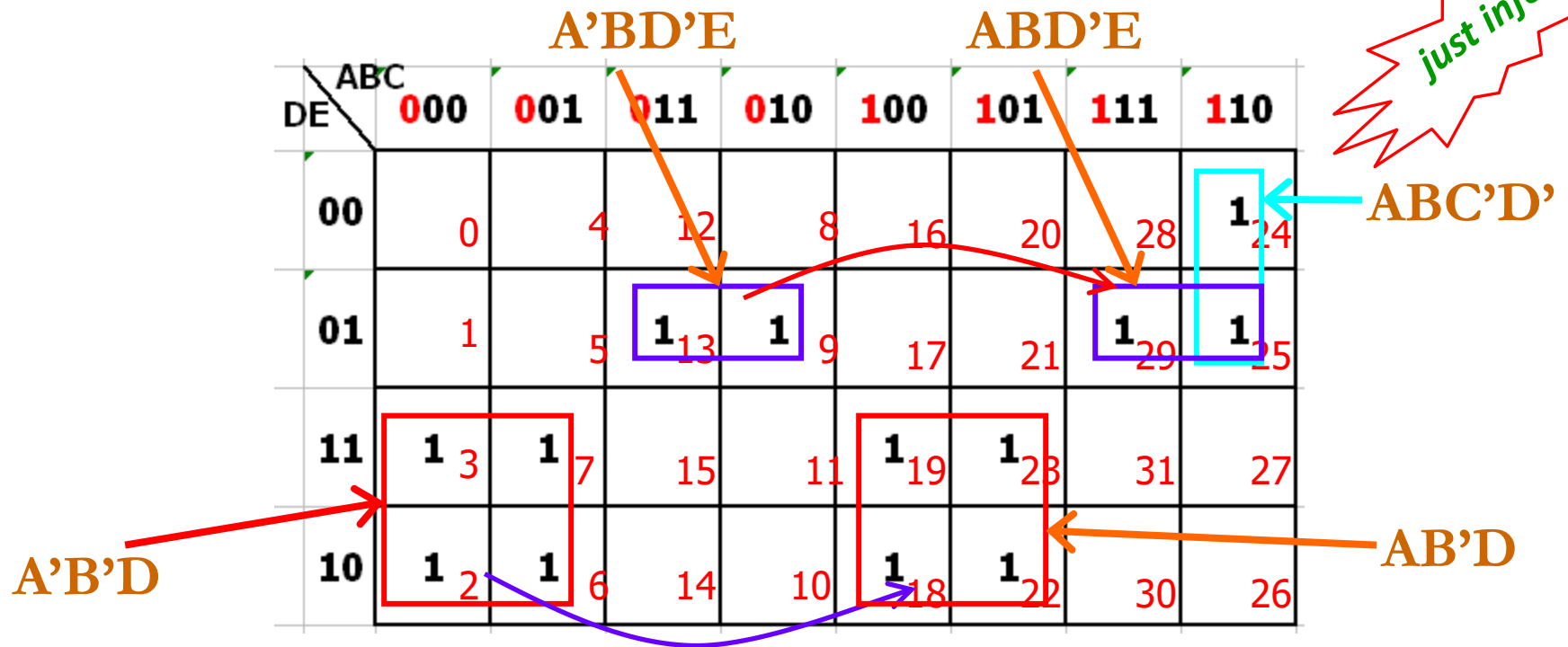
$$f(A,B,C,D) = (A'+B')(B'+C+D)(B+C+D')$$

# Penyederhanaan Dengan K-Map

## 5 Variabel (1)

$$1. f(A,B,C,D,E) = \sum m\{2,3,6,7,9,13,18,19,22,23,24,25,29\}$$

Dengan model planar:



$$\begin{aligned} f(A,B,C,D,E) &= A'B'D + AB'D + A'BD'E + ABD'E + ABC'D' \\ &= B'D + BD'E + ABC'D' \end{aligned}$$

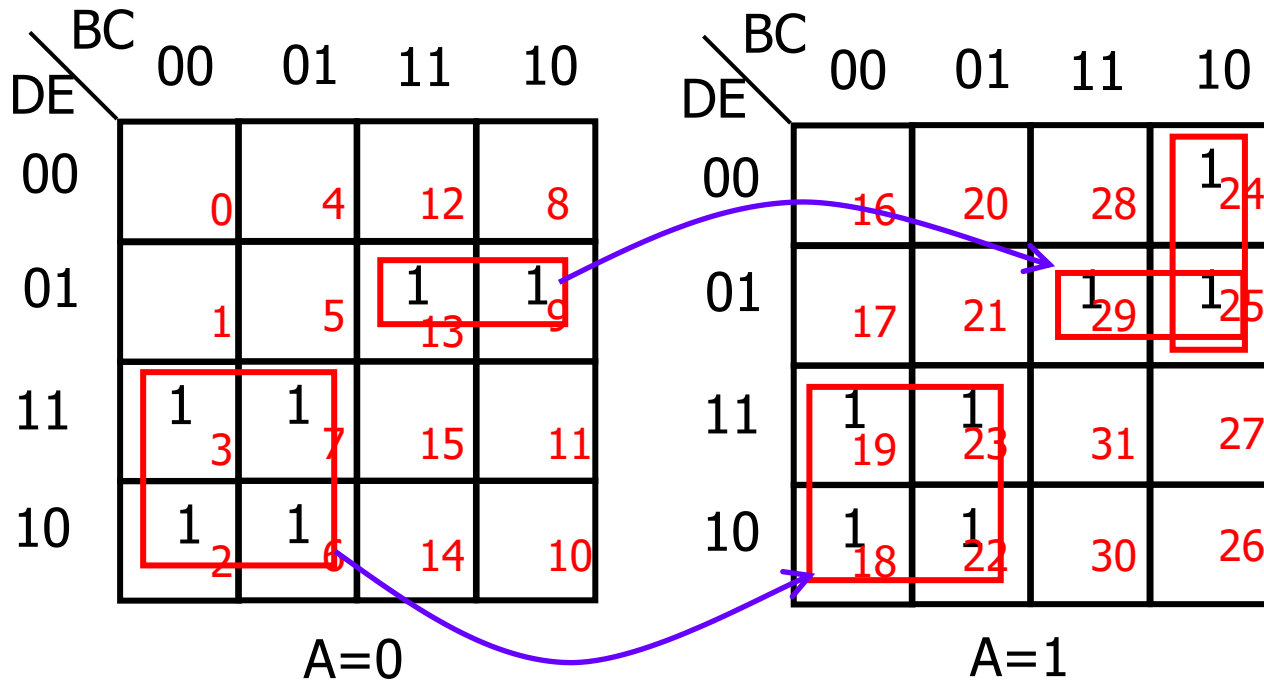


# Penyederhanaan Dengan K-Map

## 5 Variabel (2)



Dengan model stack:

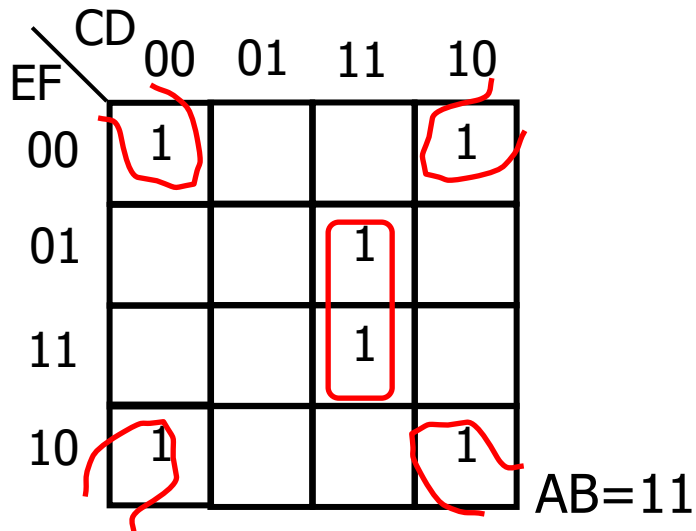
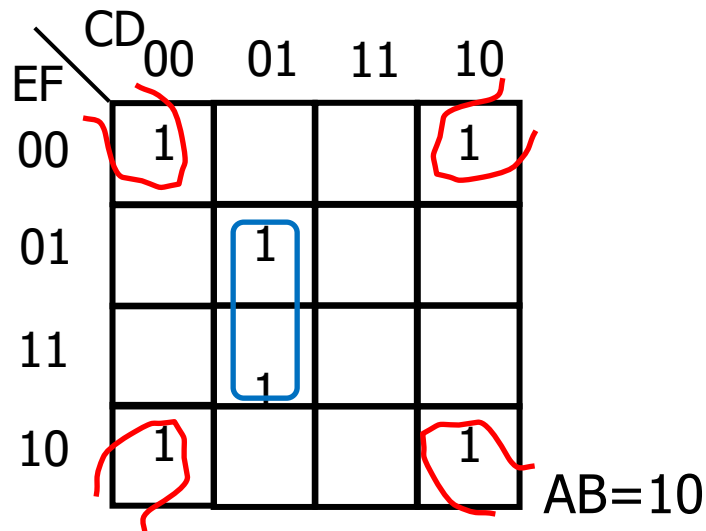
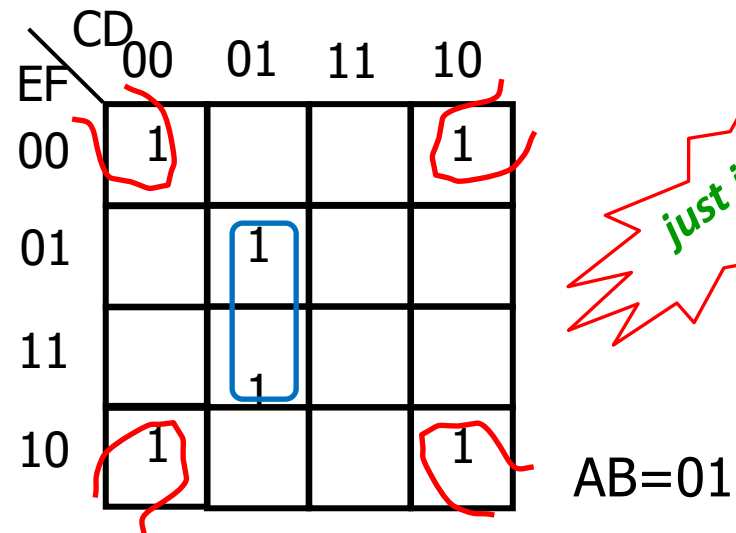
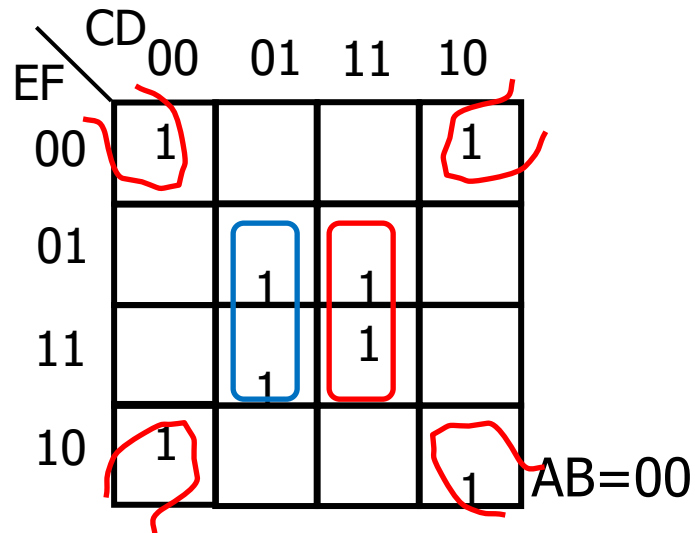


$$f(A,B,C,D,E) = B'D + BD'E + ABC'D'$$

just info

# Penyederhanaan Dengan K-Map

## 6 Variabel



Sederhanakan fungsi berikut ini dengan K-Map!

a)  $y(A,B,C,D) = \prod M(0,1,6, 8,9,11,14,15)$

b)  $T(A,B,C,D) = \sum m(3,4,6,7,11,14) + \Phi(0,2,15)$

❖  $\Phi = \text{don't care}$

c)  $f(A,B,C,D,E) = \sum m(0,1,2,3,8,9,10,11,14,20,21,22,25)$

d)  $f(A,B,C,D,E,F) = \sum m(0,2,4,6,8,10,12,14,16,20,23,32, 34,36,38,40,42,44,45,46,49,51,57, 59,60,61,62,63)$

---

Materi disusun dari berbagai sumber.