O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA KOMMUNIKATSIYALARINI RIVOJLANTIRISH VAZIRLIGI

MUHAMMAD AL-XORAZMIY NOMIDAGI TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI

TELEVIZION TEXNOLOGIYALAR FAKULTETI: AUDIOVIZUAL TEXNOLOGIYALAR YO’NALISHI 512-19-GURUH TALABASI ABUTOLIBOV ASADBEKNING

EHTIMOLLIK VA STATISTIKA FANIDAN BAJARGAN

2-Mustaqil ishi

Fan o’qituvchisi: Adirov T.

Mavzu: Veybull va Reley qonunlari

Reja:

I. Kirish

1 Veybull va Reley qonunlarining amaliyotda qo'llanilishi

II. Asosiy qism

1. Veybull qonuni
2. Reley qonuni

III. Xulosa

IV. Foydalanilgan adabiyotlar

Veybull taqsimotining mashhurligi, materiallarning mustahkamligini baholashda foydalanilganligi bilan bog'liq bo'lib, undan keyin deyarli hamma narsani modellashtirishda foydalanila boshlandi. Xususan Veybull taqsimoti ishonchlilikni baholash, shamol kuchi, yog'ingarchilik intensivligi, sog'liqni saqlashning turli jihatlari, urug'larning unib chiqishi, sanoatdagi ishlamay qolish vaqtlari, migratsiya tizimlari va momaqaldiroq xususiyatlarini baholashda turli xil hayotiy vaqtlarni tavsiflash uchun ishlatiladi.

Reley taqsimoti ko'plab muammolarni tavsiflash uchun ishlatiladi, masalan:

- Tasodifiy fazalar bilan tebranishlarni qo'shish muammosi;
- Mutlaqo qora jismning nurlanish energiyasining taqsimlanishi;
- Ishonchlilik qonunlarini tavsiflash uchun;

· Ba'zi radiotexnika signallarini tavsif-lash uchun;

· Radio qabul qilgichdagi shovqin ózgarishining amplitudali qiymatlari Reley taqsimot qonuniga bóysunadi;

· Tor polosali tasodifiy jarayonning tasodifiy konvertini tasvirlash uchun foydalaniladi.

Veybull qonuni.

Ta'rif. X tasodifiy ózgaruvchining taqsimoti quyidagi $f_X(x)$ zichlik bilan berilgan bólsin:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

bunda X Veybull taqsimotiga ega:

$$X \sim W(k, \lambda)$$

Agar X qobiliyatsizlikning órtacha vaqti sifatida qabul qilinadigan bólsa, unda qobiliyatsizlik darajasi vaqtga mutanosib bōlgan taqsimot olinadi. Keyin:

- $k < 1$ shuni kōrsatadiki, muvaffaqiyatsizlik darajasi vaqt ōtishi bilan kamayadi
- $k = 1$ shuni kōrsatadiki, muvaffaqiyatsizlik darajasi vaqt ōtishi bilan ōzgarmaydi
- $k > 1$ muvaffaqiyatsizlik darajasi vaqt ōtishi bilan ortib borishini kōrsatadi.

Veybull taqsimot funksiyasi:

$$F(x; k, \lambda) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, \quad x \geq 0$$

$$F(x; k, \lambda) = 0, \quad x < 0$$

Xato darajasi:

$$h(x; k, \lambda) = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1}$$

Veybull taqsimotiga ega bōlgan tasodifiy ōzgaruvchining logarifm momentlarining yiġindi funksiyasi:

$$E\left[e^{t \log x}\right] = \lambda^t \Gamma\left(\frac{t}{k} + 1\right),$$

bu yerda Γ - gamma funksiya. Xuddi shu tarzda, X logarifmining xarakterli funksiyasi quyidagicha berilgan:

$$E[e^{it \ln X}] = \lambda^{it} \Gamma\left(\frac{it}{k} + 1\right).$$

Veybull taqsimotiga ega bo'lgan X tasodifiy o'zgaruvchining momentlari quyidagi shaklga ega:

$$E[X^n] = \lambda^n \Gamma\left(1 + \frac{n}{k}\right)$$

bu yerda Γ - gamma funksiya, bundan

$$E[X] = \lambda \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right),$$

$$D[X] = \lambda^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right]$$

Asimmetriya koeffitsiyenti quyidagi funksiya yordamida aniqlanadi:

$$\gamma_1 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{3}{k}\right)\lambda^3 - 3\mu\sigma^2 - \mu^3}{\sigma^3}$$

Ekstses koeffitsiyenti

$$\gamma_2 = \frac{-6\Gamma_1^4 + 12\Gamma_1^2\Gamma_2 - 3\Gamma_2^2 - 4\Gamma_1\Gamma_3 + \Gamma_4}{[\Gamma_2 - \Gamma_1^2]^2}$$

bunda $\Gamma_i = \Gamma(1 + \frac{i}{k})$, buni quyidagicha yozish mumkin:

$$\gamma_2 = \frac{\lambda^4\Gamma(1+\frac{4}{k}) - 4\gamma_1\sigma^3\mu - 6\mu^2\sigma^2 - \mu^4}{\sigma^4} - 3$$

Momentlarni qŏshish funksiyasi. X ning moment yig'indi funksiyasi uchun kŏplab yo-dalar mavjud.

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n\lambda^n}{n!}\Gamma(1+\frac{n}{k}).$$

Tŏg'ridan-tŏg'ri integral bilan ham ishlash mumkin

$$E = \int_0^{\infty} e^{tx}\frac{k}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-(\frac{x}{\lambda})^k} dx.$$

Axborot entropiyasi. Axborot entropiyasi quyidagicha kŏrinishga ega:

$$M(\lambda, k) = \gamma\left(1 - \frac{1}{k}\right) + \ln\left(\frac{\lambda}{k}\right) + 1$$

bu yerda γ - Eyler-Maskeroni doimiysi

Eng katta ehtimollik.

λ koeffitsiyenti uchun maksimal taxminiy qiymat:

$$\hat{\lambda}^k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k$$

k uchun:

$$\hat{k}^{-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k \ln x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^k} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln x_i$$

Veybullning shartli ishonchlilik funksiyasi 2 parametrli Veybull taqsimoti uchun funksiya quyidagi shaklga ega

$$R(t/T) = \frac{R(T+t)}{R(T)} = \frac{e^{-\left(\frac{T+t}{\lambda}\right)^k}}{e^{-\left(\frac{T}{\lambda}\right)^k}}$$

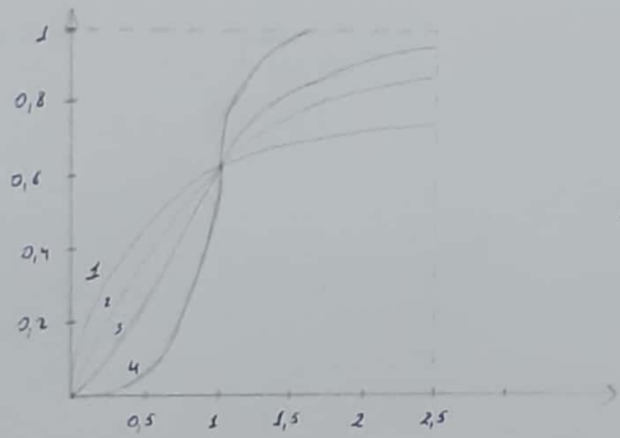
yoki

$$R(t/T) = e^{-\left[\left(\frac{T+t}{\lambda}\right)^k - \left(\frac{T}{\lambda}\right)^k\right]}$$

3 parametrli uchun:

$$R(t/T) = \frac{R(T+t)}{R(T)} = \frac{e^{-\left(\frac{T+t+\theta}{\lambda}\right)^k}}{e^{-\left(\frac{T-\theta}{\lambda}\right)^k}}$$

U shartli deb nomlanadi, chunki u obyektni allaqachon T vaqt ishlagan bo'lishi sharti bilan yana bir t vaqt ishlash ehtimolini ko'rsatadi.



1 – $\lambda = 1$, $k = 0{,}5$

2 – $\lambda = 1$, $k = 1$

3 – $\lambda = 1$, $k = 1{,}5$

4 – $\lambda = 1$, $k = 5$

1-rasm. Veybull taqsimotining grafigi

Reley qonuni.

Ta'rif Reley taqsimotining ehtimollik zichlik funksiyasi quyidagi shaklga ega:

$$f(x;\sigma) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad x \geq 0$$

Kumulyativ taqsimot funksiyasi

$$F(x;\delta) = 1 - e^{-\frac{x^2}{2\delta^2}}, \quad x \in [0, \infty)$$

Tasodifiy vektor uzunligi bilan bog'liqlik. Normal taqsimlangan, markazida nolga teng va mustaqil bo'lgan tarkibiy qismlarga ega bo'lgan ikki o'lchovli vektorni ko'rib chiqamiz. Ularning zichlik funksiyalari:

$Y = (U, V)\ U\ V$

$$f_u(x;\delta) = f_v(x;\delta) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2\delta^2}}}{\sqrt{2\pi\delta^2}}$$

Uzunlik deb faraz qilsak, kumulyativ taqsimot funksiyasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$X\ Y\ X = \sqrt{u^2+v^2}.\ x$

$$F_X(x;\delta) = \iint_{D_x} f_u(u;\delta)\, f_v(v;\delta)\, dA,$$

bunda D_x

$$D_x = \{(u,v) : \sqrt{u^2+v^2} < x\}$$

Ikkala integralni qutb koordinatalarida yozib, quyidagi kôrinishga olib kelamiz:

$$F_X(x;\delta)=\frac{1}{2\pi\delta^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{x} r e^{-r^2/2\delta^2}\,dr\,d\theta=\frac{1}{\delta^2}\int_0^{x} r e^{-r^2/2\delta^2}\,dr.$$

Va nihoyat, ehtimollik zichligi funksiyasi, hisoblashning asosiy teoremasiga binoan X ga teng bôlgan, uning taqsimlangan birikma funksiyasi uchun hosila hisoblanadi:

$$f_X(x;\delta)=\frac{d}{dx}F_X(x;\delta)=\frac{x}{\delta^2}e^{-x^2/2\delta^2}$$

bu Reley taqsimoti. Ikkidan boshqa ôlchamdagi vektorlarni umumlashtirish oson, shuningdek komponentlar teng bôlmagan dispersiyaga yoki korrelyatsiyaga ega bôlganda yoki Y vektor ikki ôlchovli t - Styudent taqsimotiga amal qilganda ham umumlashmalar mavjud.

Xususiyatlari. Oddiy holatda quyidagicha aniqlanadi:

$$\mu_j = \sigma^j 2^{\frac{j}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{j}{2}\right)$$

Shunday qilib, Releyning o'rtacha tasodifiy qiymati quyidagicha:

$$\mu(X) = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}} \approx 1{,}253\,\sigma$$

Reley tasodifiy o'zgaruvchisining standart og'ishi:

$$std(X) = \sqrt{\left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma} \approx \sqrt{0{,}429}\,\sigma$$

Reley tasodifiy o'zgaruvchisining dispersiyasi:

$$var(X) = \mu_2 - \mu_1^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2 = 0{,}429\,\sigma^2$$

Burilish quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi

$$\gamma_1 = \frac{2\sqrt{\pi}(\pi - 3)}{(4 - \pi)^{\frac{3}{2}}} \approx 0{,}631$$

Ekstses quyidagicha hisoblanadi

$$\gamma_2 = -\frac{6\pi^2 - 24\pi + 16}{(4-\pi)^2} \approx 0{,}245$$

Xarakterli funksiya quyidagi formula bilan aniqlanadi

$$\varphi(t) = 1 - \delta t e^{-\frac{1}{2}\delta^2 t^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\operatorname{erfi}\left(\frac{\delta t}{\sqrt{2}}\right) - i \right]$$

Differensial entropiya

$$H = 1 + \ln\left(\frac{\delta}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\gamma}{2}$$

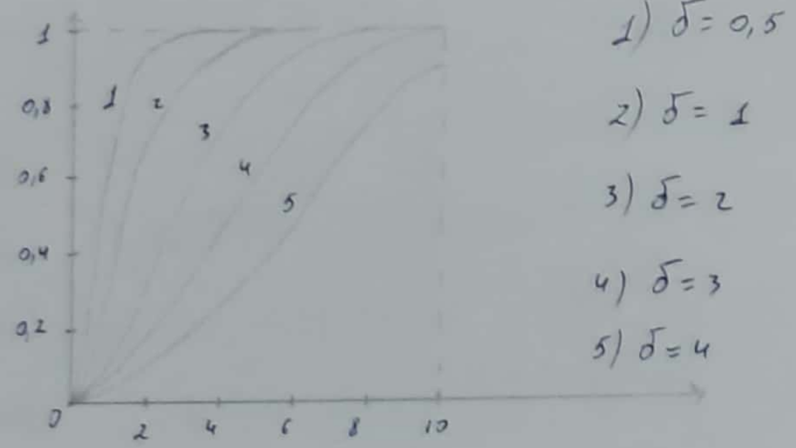
bu yerda γ - Eyler - Maskeroni doimiysi

Ishonchlilik oraliqlari Ishonchlilik oraligini topish uchun avval $[a, b]$ ni chegarasini aniqlash kerak

$$P(\chi^2_{2N} \le a) = \frac{a}{2}, \quad P(\chi^2_{2N} \le b) = 1 - \frac{a}{2}$$

shunda ŏlchov parametri chegaralar ichida bŏladi

$$\frac{N\bar{x}^2}{b} \le \hat{\sigma}^2 \le \frac{N\bar{x}^2}{a}$$



2-rasm. Kumulyativ taqsimot funksiyasi

Xulosa

Men ushbu mustaqil ishni bajarish jarayonida Veybull va Reley qonunlari bilan yaqindan tanishib chiqdim. Veybull va Reley qonunlari hayotimizning qaysi sohalarida qõllanilishini bilib oldim. Masalan, Veybull taqsimot qonuni sanoatdagi ishlab chiqarishda juda katta ahamiyatga ega. Reley taqsimot qonuni esa ishonchlilikni tavsiflashda keng qõllaniladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Weibull W. „A statistical distrubution function of wide applicability"
2. Левин Б. Р. „Справочник по надежности" 1969 г.
3. Перов А. И. „Статистическая теория радиотехнических систем", 2003 г.
4. ru.wikipedia.org
5. studme.org
6. yourtutor.ru