

西南交通大学  
本科毕业设计（论文）

AMS 飞行时间探测器的粒子速度非线性重建方  
法研究

STUDY ON NONLINEAR RECONSTRUCTION OF  
PARTICLE VELOCITY FOR AMS TIME-OF-FLIGHT  
DETECTOR

年 级: 2021 级  
学 号: 2021115296  
姓 名: 吴函迅  
专 业: 应用物理学  
指导教师: 刘虎

二〇二五年五月



# 西南交通大学

## 本科毕业设计（论文）学术诚信声明

本人郑重声明：所呈交的毕业设计（论文），是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日期：2025 年 5 月 18 日

# 西南交通大学

## 本科毕业设计（论文）版权使用授权书

本毕业设计（论文）作者同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权西南交通大学可以将本毕业设计（论文）的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本毕业设计（论文）。

保密，在 \_\_\_\_\_ 年解密后适用本授权书。

本论文属于

不保密。

（请在以上方框内打“√”）

作者签名：

指导教师签名：

日期：2025年5月18日

日期：2025年5月18日

## 毕业设计（论文）任务书

班 级 物理 2021-05 班 学生姓名 吴函迅 学 号 2021115296

发题日期： 2024 年 12 月 7 日 完成日期： 2025 年 5 月 18 日

题 目 AMS 飞行时间探测器的粒子速度非线性重建方法研究

1、本设计（论文）的目的、意义 阿尔法磁谱仪（AMS）是在国际空间站上运行的粒子物理实验。AMS 的飞行时间探测器（TOF）是测量带电粒子飞行方向和速度的探测器。本研究拟在粒子速度拟合过程中引入粒子能量损失项，进行非线性拟合，以减少速度重建的偏差和改善精度，为 AMS 鉴别原子核同位素发挥作用。

2、学生应完成的任务 由于带电粒子在 TOF 的材料中发生电离能量损失，而导致粒子减速。若使用线性函数拟合粒子的时间-空间关系，则会导致粒子速度重建存在一定的偏差，在低能时更加明显。该课题要求在粒子速度拟合过程中引入粒子能量损失项，实现更小的速度重建的偏差和更好的精度。

3、本设计（论文）与本专业的毕业要求达成度如何？（如在知识结构、能力结构、素质结构等方面有哪些有效的训练。）

利用已掌握的专业知识，通过文献阅读的方法，掌握最新的 AMS 实验的 TOF 探测器的重建方法。学习新的实验技能和数据处理方法。

4、本设计（论文）各部分内容及时间分配（共17周）：

第一部分	<u>调研 AMS 实验及其科学目标</u>	(1 周)
第二部分	<u>学习 TOF 探测器及其测量原理</u>	(2 周)
第三部分	<u>开发 TOF 速度重建算法</u>	(5 周)
第四部分	<u>分析数据并得出结果</u>	(2 周)
第五部分	<u>总结并撰写论文</u>	(6 周)
评阅及答辩	<u>                        </u>	(1 周)

备    注\_\_\_\_\_

指导教师：\_\_\_\_\_ 2024 年 12 月 7 日

审 批 人：\_\_\_\_\_ 2024 年 12 月 7 日

## 摘要

宇宙线物理以及暗物质探测研究对于粒子速度测量的精度有着较高的要求，带电粒子于阿尔法磁谱仪（AMS）飞行时间探测器（TOF）材料中穿越时会经由电离过程损失能量并减速，当前传统线性重建方法假定粒子做匀速运动，忽略了这种能量损失效应，使得中低能区 ( $\beta < 0.6$ ) 粒子速度测量出现系统偏差，并且随着粒子能量降低，偏差渐渐增大。

针对这一情况，本研究先分析了带电粒子在物质里的能量损失机制，构建了基于 Bethe-Bloch 公式的理论模型，还搭建了完整的“物理建模 - 粒子传播 - 测量模拟 - 速度重建”算法体系，研究创新性地引入能量损失缩放因子  $\zeta$  来处理能损效应，并且首次借助 TOF 测量的能量沉积信息外推粒子在探测器中的总能量损失，达成了考虑粒子电荷、质量以及速度的非线性拟合方法。

本研究依靠简化蒙特卡洛模拟验证了非线性重建方法的有效性，结果说明，相较于线性重建，考虑能量损失的非线性方法可降低系统偏差，采用高斯分布模拟能量损失波动时，重建结果几乎没有偏差，在 AMS 软件环境中，系统评估了不同核电荷粒子在各能区的重建性能，研究显示，统一采用  $\zeta \approx 1.9$  的非线性方法可有效改善氦核 ( $Z = 2$ )、碳核 ( $Z = 6$ ) 和氧核 ( $Z = 8$ ) 等不同粒子的速度重建精度。

本研究还针对算法在实际应用中的性能进行了多方面优化：利用 AMS 多探测器联合测量的优势，把其他探测器数据当作粒子传播距离，提高重建精度的同时大幅提升计算速度，针对接近光速粒子可能出现的“超光速”测量值问题，实现了线性与非线性算法的智能切换策略，这一非线性速度重建方法为 AMS 等空间粒子物理实验提供了更可靠的速度测量工具，对宇宙线成分测量以及暗物质探测有意义。

**关键词：** 阿尔法磁谱仪；飞行时间探测器；粒子速度重建；能量损失；非线性方法

## Abstract

Cosmic ray physics and dark matter detection research are very demanding on particle velocity measurement accuracy. When charged particles pass through the time-to-flight (TOF) detector of the Alpha Magnetic Spectrometer (AMS), they interact with the material, and the velocity slows down by ionizing. There is a problem with the current linear reconstruction method, which assumes that the particles are moving at a uniform speed, without considering the effects of energy loss. This leads to systematic bias in particle velocity measurement, especially in the low-energy region ( $\beta < 0.6$ ), and the bias increases with decreasing particle energy.

To address this issue, this study first analyzed the energy loss mechanisms of charged particles in matter, established a theoretical model based on the Bethe-Bloch formula, and constructed a complete algorithm system encompassing “physical modeling-particle propagation-measurement simulation-velocity reconstruction”. This paper proposes a new method for dealing with energy loss scaling factor  $\zeta$  for energy loss, which is quite creative. Trying to use TOF measurements of the energy deposition data, this research estimated how much energy the particles are lost in total. In terms of specific operations, it considers the amount of charge of the particle band, and also combine the particle’s mass and velocity to process these data through a nonlinear fitting method.

The paper uses a relatively simple Monte Carlo simulation to test whether nonlinear reconstruction methods are good or not. From the experimental results, nonlinear methods are better than linear reconstruction, which can greatly reduce the system error. Especially when we use the Gaussian distribution to simulate the energy loss fluctuation, the reconstruction results are basically no deviation. This study also evaluated the reconstruction performance of different nuclear charge particles in various energy regions in the AMS software environment. Research demonstrated that a unified nonlinear method with  $\zeta \approx 1.9$  effectively improves velocity reconstruction accuracy for different particles including helium nuclei ( $Z=2$ ), carbon nuclei ( $Z=6$ ), and oxygen nuclei ( $Z=8$ ).

The paper also uses several methods to make the algorithm perform better in practical applications. First of all, it takes advantage of the AMS detector group, which is that multiple detectors can work together, so that the data obtained by other detectors can be used to calculate how far the particles fly, making the reconstruction results more accurate, and

calculate much faster. A very clever way is also designed to automatically select linear non-linear algorithms according to the situation, mainly to solve the problem of the possibility of the measurement of particles that are particularly fast. This nonlinear velocity reconstruction method provides a more reliable velocity measurement tool for space particle physics experiments such as AMS, which is significant for cosmic ray composition measurements and dark matter detection.

**Key words:** AMS; Time-of-Flight detector; particle velocity reconstruction; energy loss; nonlinear method

## 目 录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 研究背景与意义 .....	1
1.2 粒子速度重建的挑战与问题 .....	2
1.3 研究目标与内容 .....	3
1.4 论文结构安排 .....	3
第 2 章 AMS 实验与飞行时间探测器系统 .....	4
2.1 AMS 实验概述 .....	4
2.2 AMS 探测器系统架构 .....	4
2.3 飞行时间探测器 .....	7
2.3.1 结构与物理布局 .....	8
2.3.2 工作原理与探测机制 .....	9
2.3.3 材料特性与探测器性能 .....	10
2.3.4 信号处理与电荷测量 .....	10
2.3.5 触发功能与数据采集 .....	11
2.4 小结 .....	12
第 3 章 粒子传播理论与重建数学基础 .....	13
3.1 粒子在探测器中的能量损失机制 .....	13
3.2 带电粒子的能量损失 .....	14
3.2.1 Bethe 方程的历史发展 .....	14
3.2.2 Bethe 方程的基本形式及应用 .....	14
3.2.3 单次碰撞中最大能量转移 .....	16
3.2.4 平均电离能 .....	17
3.2.5 密度效应 .....	17
3.3 能量损失的统计分布与波动特性 .....	20
3.4 多次散射 .....	21
3.5 速度重建的数学与优化方法 .....	23
3.6 最大似然估计 .....	24
3.7 最小二乘法 .....	26
3.8 卡方函数与最优拟合 .....	27
3.9 小结 .....	29
第 4 章 TOF 非线性速度重建的模拟验证 .....	30

---

4.1 模拟研究的目标与方法 .....	30
4.2 TOF 探测器简化物理模型 .....	30
4.2.1 探测器结构参数.....	30
4.2.2 闪烁体材料属性.....	30
4.2.3 模拟环境配置 .....	31
4.2.4 模拟参数汇总 .....	31
4.3 粒子传播模拟算法 .....	32
4.3.1 粒子轨迹模拟 .....	32
4.3.2 能量损失与速度衰减 .....	34
4.4 测量过程模拟 .....	35
4.5 粒子速度重建方法 .....	36
4.6 重建性能比较与分析 .....	37
4.6.1 粒子传播轨迹模拟结果 .....	37
4.6.2 测量数据与真实数据对比.....	39
4.6.3 能量损失模拟结果 .....	39
4.6.4 速度重建结果比较 .....	40
4.7 小结 .....	41
<b>第 5 章 基于 AMS 软件的非线性速度重建方法实现与验证 .....</b>	<b>43</b>
5.1 AMS 软件架构与核心算法 .....	43
5.1.1 速度重建算法 .....	43
5.1.2 能量损失计算 .....	44
5.1.3 粒子传播算法 .....	45
5.2 非线性速度重建算法及其优化.....	47
5.2.1 基本算法框架 .....	47
5.2.2 算法优化 .....	48
5.2.3 超光速 .....	49
5.2.4 算法实现 .....	50
5.2.5 能量损失缩放因子 .....	50
5.3 算法性能评估与结果分析 .....	50
5.3.1 测试数据集 .....	50
5.3.2 线性重建和非线性重建对比结果 .....	51
5.3.3 氦核、碳核和氧核重建结果 .....	52

5.3.4 能量损失缩放因子 .....	57
5.4 小结 .....	58
结论与展望 .....	59
1 研究总结 .....	59
2 未来展望 .....	60
2.1 模型精细化与增强 .....	60
2.2 算法实时性与计算效率优化 .....	60
致谢 .....	61
参考文献 .....	62
附录 1 部分程序源代码 .....	66

# 第1章 绪论

本章简要介绍阿尔法磁谱仪(AMS)，分析AMS飞行时间探测器粒子速度重建中的问题，阐述非线性重建方法的必要性，并概述本研究的主要内容与研究方法。

## 1.1 研究背景与意义

宇宙线，主要组成部分为质子、氦核等轻原子核，以及少量的重核和电子等，是从外太空来的高能带电粒子流。这些粒子在宇宙中的运动速度接近光速，从中可以读取到高能天体物理过程，甚至宇宙演化等信息<sup>[1-2]</sup>。为了对宇宙起源展开探索，找寻暗物质信号等相关内容，要要拥有可精准测量宇宙线成分、能谱以及到达方向的能力<sup>[3-4]</sup>，粒子鉴别在宇宙线研究里属于基础性的工作，基于此，要对粒子的电荷、质量以及速度进行高精度测量。

粒子速度与动量和质量的关系为：

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2 c^2}} \quad (1-1)$$

式中  $v$ ——粒子速度；

$c$ ——光速；

$p$ ——粒子动量；

$m$ ——粒子质量。

倘若可以测得精准的  $\beta$  值，再结合动量的测量情况，那么便可确定粒子的质量，对不同种类的粒子加以鉴别，这对于宇宙线成分研究、暗物质寻找以及反物质探索等前沿科学项目而言，有着关键的意义。

阿尔法磁谱仪是一个长期在国际空间站运行的大型磁谱仪，其作用是对宇宙射线展开高精度探测，在1998年AMS-01实验测试成功之后，现在运行的是AMS-02实验，于2011年5月19日，阿尔法磁谱仪被放置在了国际空间站上，AMS-02作为一个空间粒子物理实验装置，它的主要科学目标有搜寻暗物质湮灭或者衰变产生的信号、探索宇宙里的反物质、测量宇宙射线的成分以及能谱，还要研究宇宙射线的起源和传播机制<sup>[5]</sup>。

AMS-02涉及了多个探测器子系统，其中有永磁体、硅径迹探测器、飞行时间探测器、穿越辐射探测器、环形切伦科夫探测器以及电磁量能器等，这些子系统彼此协

同合作，为宇宙线物理的研究贡献了大量的数据，构建成一个完整的粒子物理实验装置。

本研究的工作内容和飞行时间探测器（Time of Flight, TOF）关联紧密，AMS - 02 TOF 系统是由四层闪烁体计数器所组成的，上下 TOF 之间的飞行路径长度大概是 130 厘米，整体的时间分辨率约为 160 皮秒，TOF 的主要职责是测量粒子在探测器里的飞行时间，为粒子速度重建提供原始数据。

## 1.2 粒子速度重建的挑战与问题

为重建粒子的速度，需要测量带电粒子的飞行时间，根据路径长度与时间的关系求解速度。传统使用线性重建算法进行速度重建方法，其假设粒子在探测器中做匀速运动，通过线性关系，拟合粒子的时间-位置关系，从而获得速度。使用自然单位制，则时间与位置的关系为：

$$t_i = \frac{L_i}{\beta} + t_0 \quad (1-2)$$

式中  $t_i$ ——粒子通过第  $i$  个探测器时的时间；

$L_i$ ——粒子在第  $i$  个探测器时的飞行路径长度；

$t_0$ ——时间零点。。

最小二乘法可以对多个测量点进行拟合。因此实际应用中，通常使用该方法，以提高测量精度。

带电粒子穿越物质时，会与物质相互作用，出现电离和激发，能量逐渐损失，速度也随之降低。由 Bethe-Bloch 理论，单位距离，能量损失率与粒子电荷平方、介质性质和粒子速度等具有相关性：

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{z^2}{\beta^2} f(\beta) \quad (1-3)$$

式中  $-\frac{dE}{dx}$ ——单位长度上的能量损失率；

$z$ ——粒子电荷数；

$f(\beta)$ ——与速度相关的函数。

在低能区，能量损失值相对于粒子的总动量较大，导致的速度衰减显著，不再满足线性重建算法的假设——匀速运动，从而速度重建准确度下降。此外传统方法忽略了探测器提供的能量损失信息，甚至从理论上就无法达到探测器的最优分辨率。由于高能区 ( $\beta \approx 1$ ) 粒子受能损影响较小，其适用范围也主要局限于高能区粒子。这些局限性直接影响了 AMS-02 的粒子鉴别能力。为解决这些问题，亟需开发新的重建方

法，考虑粒子在探测器中的能量损失。

### 1.3 研究目标与内容

本文着手 AMS 飞行时间探测器，基于其结构功能，目标为开发一种非线性速度重建方法，考虑粒子在探测器中的能损，改善低能区的粒子速度重建性能，提高粒子速度测量的精度和可靠性。同时，会对算法在不同粒子类型以及能量区间的适用性与稳定性展开验证，并且量化评估非线性方法相较于线性方法所实现的提升。

本项工作会率先针对带电粒子于 TOF 探测器材料里的能量损失机制展开研究，对其影响粒子速度变化的情况进行定量分析，构建能量损失模型，接着模拟粒子在 AMS-02 TOF 系统中的运动轨迹以及速度变化，打造出考虑磁场和能量损失因素的粒子传播算法。依据此构建能量损失与速度重建之间的物理数学关联，研发非线性速度重建方法，借助蒙特卡洛模拟以及 AMS 软件环境，剖析对比该方法与传统线性方法的差异，对非线性重建算法的性能给予评估，以此验证新方法的有效性。

### 1.4 论文结构安排

本论文结构安排如下：

第一章为绪论，介绍研究背景与意义、目标与内容，解释非线性重建方法的必要性。

第二章对 AMS 实验以及 AMS 探测器的各个子系统给予介绍，鉴于本工作是以 TOF 探测器为核心展开的，故而会着重对 TOF 探测器的结构以及原理进行介绍。

第三章对带电粒子于物质中的能量损失机制、粒子传播理论以及速度重建方法进行了阐述。

第四章构建起简化的蒙特卡洛模拟模型，达成粒子传播、测量以及速度重建的流程，对非线性重建算法加以验证，同时比较线性与非线性方法之间的差异。

第五章借助 AMS 软件环境，实现完整的非线性重建算法，引入能量损失缩放因子，以此验证该算法在实际应用中的优势。

最后对研究成果进行总结，剖析本文所构建方法的优势和局限性，对未来的研究方向给予展望。

## 第 2 章 AMS 实验与飞行时间探测器系统

### 2.1 AMS 实验概述

阿尔法磁谱仪（Alpha Magnetic Spectrometer, AMS-02）作为一台被部署在国际空间站的高精度粒子物理探测器，图 2-1 呈现出了它在 ISS 上所处的位置，AMS - 02 的任务是对 GeV 至 TeV 能区的宇宙线成分以及能谱加以测量，探寻暗物质、反物质的起源以及宇宙线传播的机制。



图 2-1 国际空间站上的 AMS-02 探测器<sup>[6]</sup>

此项实验起始于 1998 年 AMS-01 所开展的为期 10 天的验证任务，在 2011 年 5 月 19 日正式升入太空开始运行<sup>[6-7]</sup>。当前 AMS-02 已经收集到了超过 2000 亿次宇宙线事例，为质子、氦核、电子和正电子等宇宙线成分的能谱测量给予了大量的数据<sup>[6]</sup>。

### 2.2 AMS 探测器系统架构

AMS-02 的探测器的总质量约为 7.5 吨，其顶部呈长方形，此外整体为圆柱体结构，三边长分别约为 5 m, 4 m, 3 m。其整体可以看作是由多层子探测器垂直堆叠而成，自上至下依次为：第一层硅微条径迹探测器（Tracker, L1）、穿越辐射探测器（TRD）、上飞行时间探测器（UTOF）、第二到八层硅微条径迹探测器（Inner Tracker, L2-L8）、下飞行时间探测器（LTOF）、环形成像切伦科夫探测器（RICH）、第九层硅微条径迹探测器（L9）和电磁量能器（ECAL）。Inner Tracker 位于永磁体内部，Inner Tracker 外，永磁体（Magnet）内，还有反符合计数器（ACC）。AMS-02 的系统结构如图 2-2

所示。

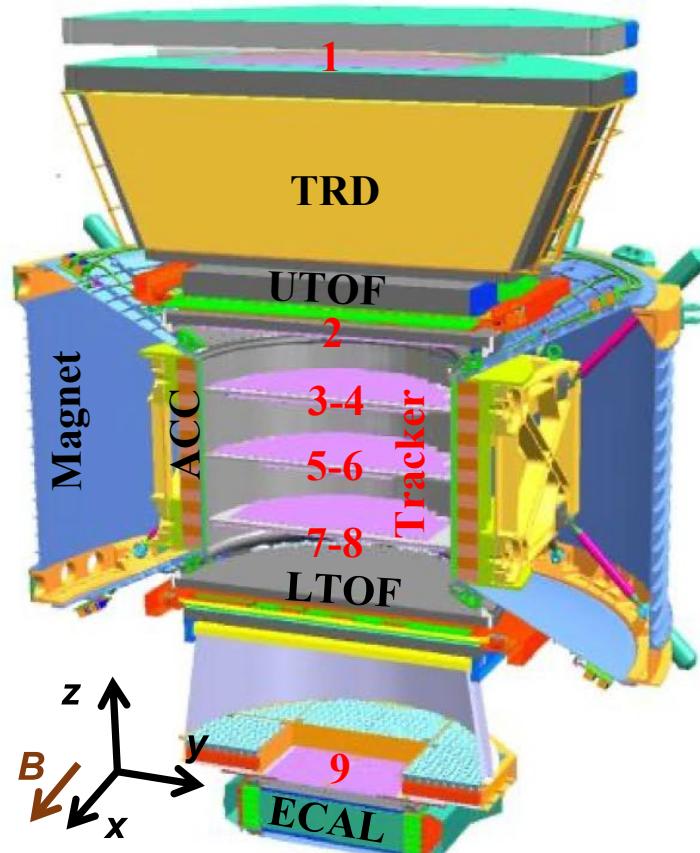


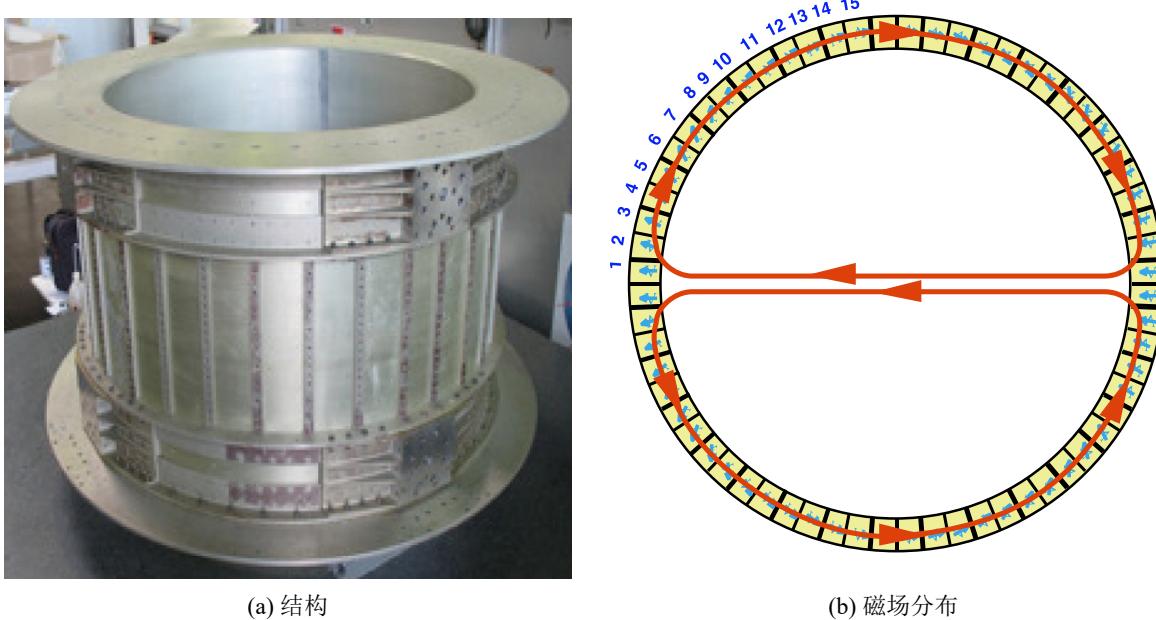
图 2-2 AMS-02 探测器构造<sup>[6]</sup>

下简要介绍除 TOF 外的其他子系统和探测器。

**永磁体** AMS-02 实验继续沿用 AMS-01 实验的永磁体，其形状为圆柱体，由 6400 块镍铁硼磁铁分 64 组拼接而成，长约 0.8m、内径约 1.1m<sup>[8]</sup>。磁体中心磁场强度可达 0.14 T，对粒子的偏转能力达  $0.15 \text{ T} \cdot \text{m}^2$ 。其结构和内部磁场分布俯视图如图 2-3 所示。

**反符合计数器** ACC 位于永磁体内部并环绕内层硅微条径迹探测器<sup>[9]</sup>（Inner Tracker）。其结构由 16 块弧形长条闪烁体组成桶状结构，每块闪烁体长 83cm、宽 22cm、厚 8mm，内嵌波长位移光纤用于收集闪烁光，两端通过光电倍增管（PMT）读出信号。其主要功能是排除横向入射或离开 Tracker 的粒子，拒绝不符合宇宙线垂直入射特征的事例，确保主探测器聚焦于轴向入射的宇宙线粒子，提升数据纯净度和测量精度。图 2-4 展示了反符合计数器的 3D 结构示意图和实物图。

**穿越辐射探测器** TRD 位于探测器顶部，主要用于区分电子（正电子）与质子<sup>[10-11]</sup>。其主体由 5248 根直径 6mm 的正比管构成，分为 20 层排列：中间 12 层沿 Y 轴（垂直磁场方向）分布，上下各 4 层沿 X 轴（磁场方向）分布，形成正交探测网络。每 16 根正比管组成一个模块，共 328 个模块，层间嵌入 20mm 厚的 LRP375BK

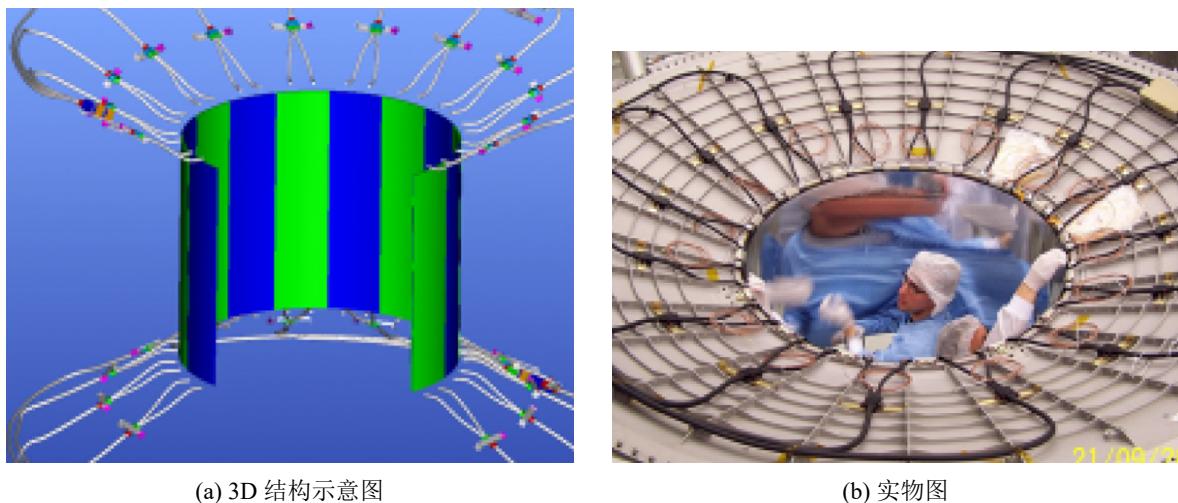
图 2-3 AMS-02 永磁体<sup>[6]</sup>

聚乙烯辐射体，通过增加介质界面提升穿越辐射产生效率。图 2-5 展示了穿越辐射探测器的实物图。

**硅微条径迹探测器** AMS-02 的 Tracker 共有 9 层，第二到八层（L2-L8）层位于永磁体内，L1、L9 分别位于 TRD 上方和 RICH 下方，两者垂直距离约为 3 m。每一层 Tracker 由多个长条形模块（Ladder）组成，每个模块包含 7-15 个探测传感器（Sensor）。所有 Tracker 探测器总计有 192 个 Ladder，2264 个 Sensor，总有效探测面积达  $6.4 \text{ m}^2$ <sup>[6,12]</sup>。图 2-6 展示了 Tracker 的结构示意图和其在 AMS-02 中的位置。

**环形成像切伦科夫探测器** RICH 位于永磁体下方、ECAL 上方。其结构包含三个部分：辐射体、反射镜和光收集平面。辐射体由中心区域的 16 个  $85 \times 85 \times 5 \text{ mm}^3$  的氟化钠（NaF，折射率  $n = 1.33$ ）单元和外围 92 个  $113 \times 113 \times 25 \text{ mm}^3$  硅气凝胶（Silica Aerogel，AGL，折射率  $n = 1.05$ ）单元组成，分别用于探测速度  $\beta > 0.75$  和  $\beta > 0.953$  的粒子<sup>[13]</sup>。当带电粒子穿过辐射体时，若速度超过介质中光速 ( $\beta > 1/n$ )，会产生切伦科夫光，经反射镜聚焦后由光收集平面的 680 个光电倍增管（PMT）捕获，实现对粒子速度和电荷的测量。图 2-7 展示了 RICH 的 3D 结构示意图和实物图。

**电磁量能器** 电磁量能器位于探测器底部，用于测量电子和正电子的能量，区分电磁簇射与强子簇射<sup>[14]</sup>。其主体为多层铅箔与闪烁光纤交替堆叠的三明治结构，总厚度 166.5 mm（约 17 个辐射长度），有效面积  $648 \times 648 \text{ mm}^2$ ，重量 496 kg。ECAL 由 9 个超层组成，每层包含 11 层 1 mm 厚铅板和 10 层 1 mm 直径闪烁光纤，相邻超层光纤方向正交（5 层沿 X 轴、4 层沿 Y 轴），实现三维簇射能量沉积测量。每层两端通过



(a) 3D 结构示意图

(b) 实物图

图 2-4 AMS-02 反符合计数器<sup>[6]</sup>

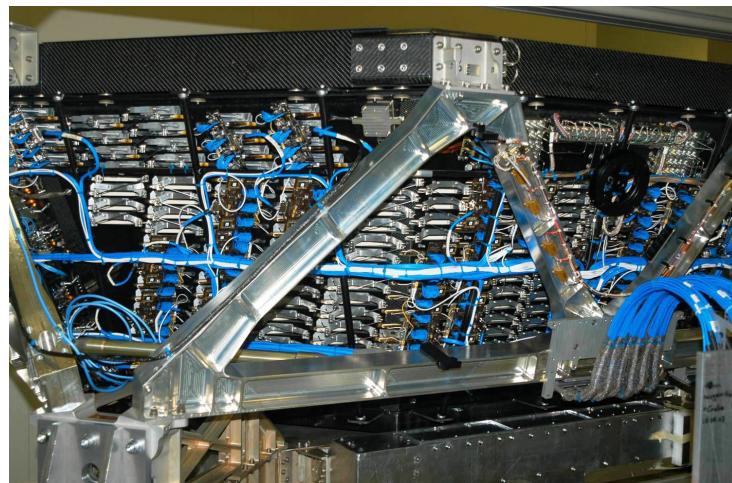
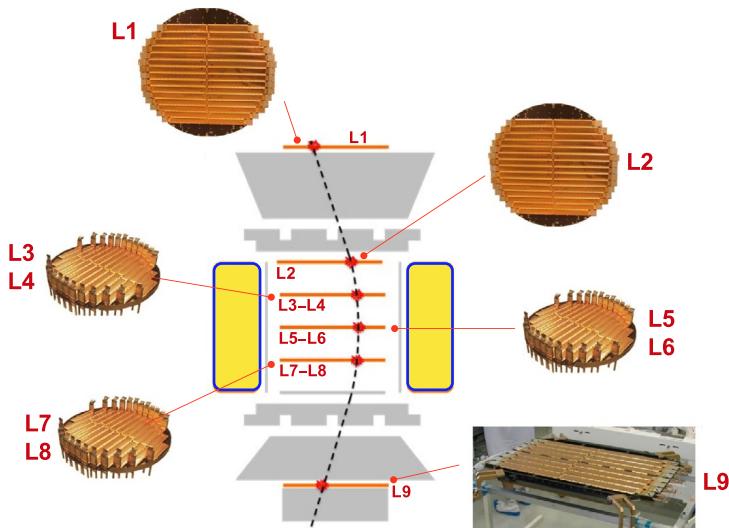
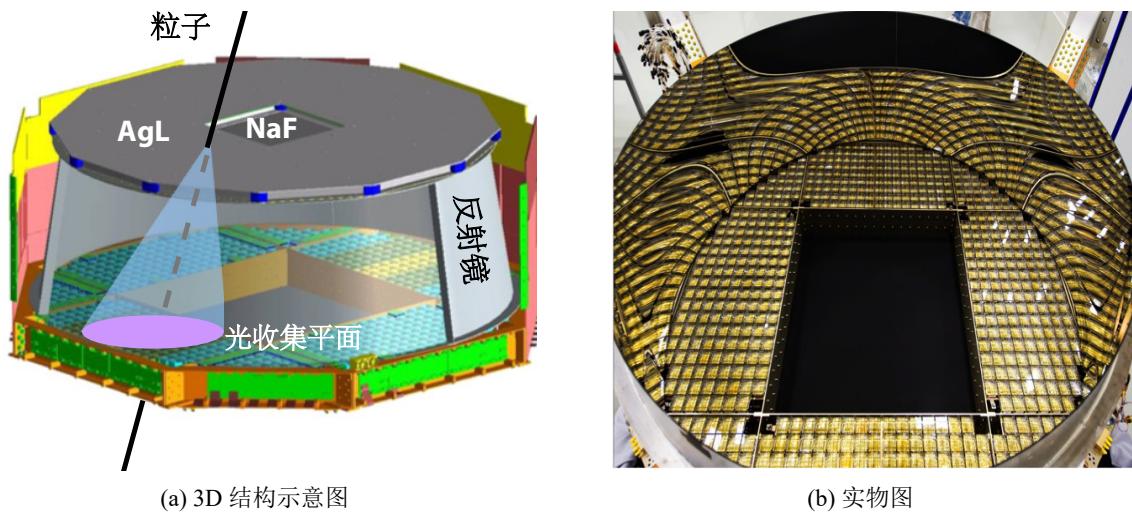


图 2-5 AMS-02 穿越辐射探测器<sup>[6]</sup>

324 个光电倍增管 (PMT) 读出信号，每个 PMT 覆盖 35 根光纤，共 1296 个读出单元 (cell)。图 2-8 展示了电磁量能器的实物图。

### 2.3 飞行时间探测器

飞行时间探测器主要负责测量粒子速度，同时提供主触发信号<sup>[6]</sup>。TOF 通过测量带电粒子通过其各层探测器平面的时间差，结合 Tracker 测量的粒子飞行轨迹，可以计算粒子速度。由于本文研究内容围绕 TOF 系统展开，本节将详细介绍 TOF 探测器的结构特性、物理性能和运行机制。

图 2-6 AMS-02 硅微条径迹探测器<sup>[6]</sup>图 2-7 AMS-02 环形成像切伦科夫探测器<sup>[6]</sup>

### 2.3.1 结构与物理布局

AMS-02 的 TOF 系统由四层塑料闪烁体组成，分为上层飞行时间探测器 (UTOF) 和下层飞行时间探测器 (LTOF) 两个部分。以永磁体中心为原点，四层探测器分别位于  $z$  坐标  $-65\text{ cm}$ 、 $-63\text{ cm}$ 、 $63\text{ cm}$  和  $65\text{ cm}$  处。图 2-9 展示了 TOF 的实物图。

整个系统包含 34 个独立闪烁计数器，分布在四层中，第 1、2、4 层 ( $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_4$ ) 各 8 个，第 3 层 ( $S_3$ ) 10 个，每个闪烁计数器由 1 厘米厚的 EJ-200 塑料闪烁体制成，长度在 117-134 厘米之间变化。相邻的闪烁体条在  $z$  轴方向以 1.5 厘米间距交错排列，并在横向重叠 0.5 厘米以消除几何探测盲区，确保探测的连续性和完整性<sup>[15]</sup>。为获得更准确的探测结果，四层形成了“x-y-y-x”的正交布局结构。图 2-10 展示了 UTOF 的结构，LTOF 的结构与 UTOF 对称。

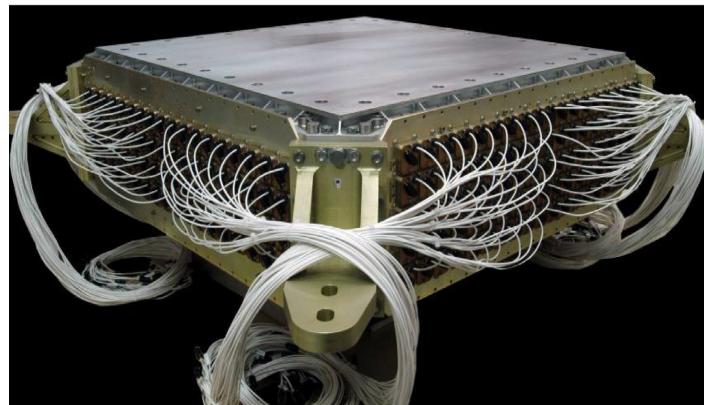


图 2-8 AMS-02 电磁量能器<sup>[6]</sup>

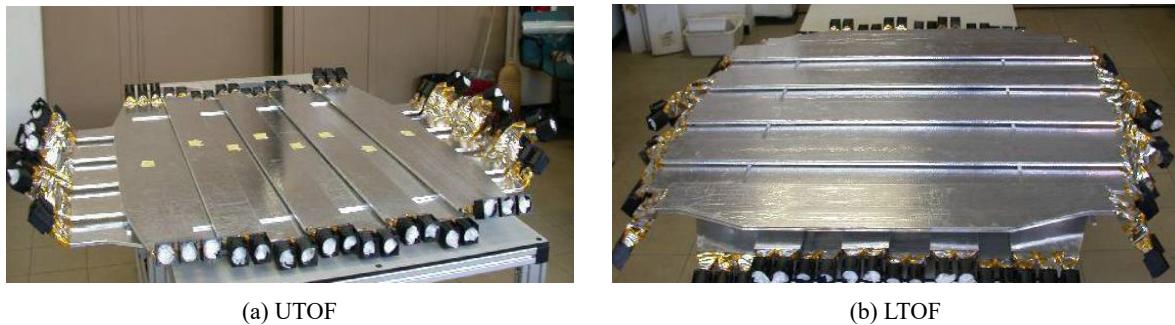


图 2-9 AMS-02 飞行时间探测器<sup>[6]</sup>

### 2.3.2 工作原理与探测机制

TOF 探测器的原理是基于闪烁体对于带电粒子的响应情况，当宇宙射线粒子穿过塑料闪烁体的时候，就会产生电离现象，沿着其轨迹释放出能量，让闪烁体材料中的分子进入到激发态，之后处于激发态的分子会快速返回到基态，发出荧光光子，这些光子经由两端的光导传输到光电倍增管也就是 PMT，被转换为电信号，同时记录下时间信息以及能量沉积<sup>[16]</sup>。

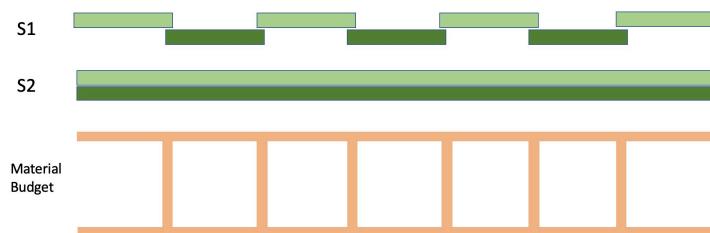


图 2-10 UTOF 结构示意图

粒子速度计算的基本公式为：

$$\beta = \frac{L}{c \cdot \Delta t} \quad (2-1)$$

式中  $L$ ——粒子在上下 TOF 层间的传播路径长度，由 Tracker 测量；

$\Delta t$ ——粒子通过上下 TOF 层的时间差；

$c$ ——光速。

TOF 计数器的光传播速度约为 14 厘米/纳秒，单层时间分辨率约为 110-120 皮秒，系统整体分辨率约为 160 皮秒，时间分辨率波动控制在 200 皮秒以内。这对应的速度分辨率  $\Delta\beta/\beta$  约为 4%<sup>[16]</sup>。

正是由于在闪烁体材料中，带电粒子会沿其轨迹释放能量，速度逐渐降低。但此非线性效应无法被传统线性速度重建方法考虑，因此线性重建方法会产生系统偏差。尤其在低能粒子测量中，能量损失较之动能更为明显，其偏差也就更为显著，这也正是本研究所要着手解决的问题。

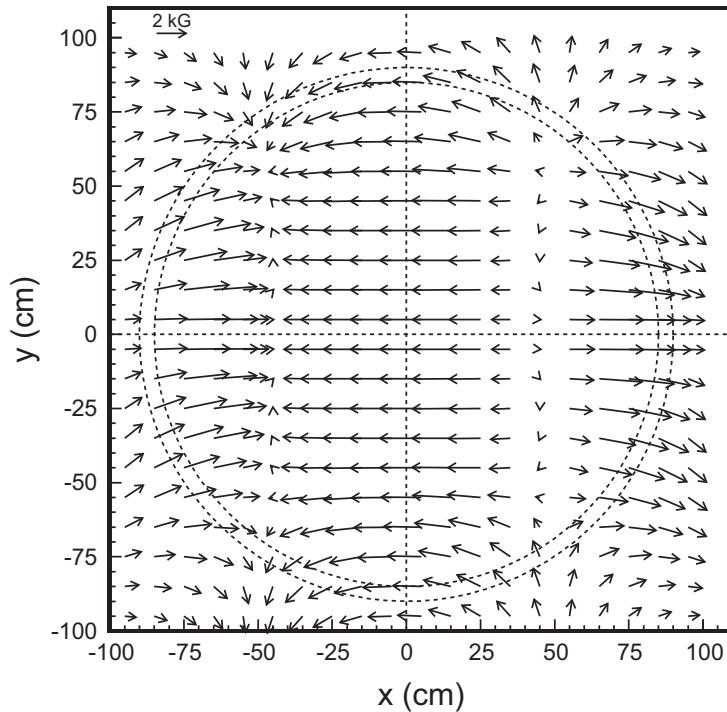
### 2.3.3 材料特性与探测器性能

TOF 系统所采用的 EJ-200 塑料闪烁体的基底为聚乙烯基甲苯，探测过程中，闪烁体发出的光信号由滨松 R5946 型细网光电倍增管采集。为了提供必要的冗余能力，每个闪烁计数器两端各配备了至少 2 个 PMT。由于 TOF 时刻处于 AMS 的强磁场环境中，这些 PMT 经过特殊设计，使之能在 AMS 高达 0.14T 的磁场环境中保持良好的性能。为避免磁场影响光电子收集效率，PMT 的安装方向也经过优化，使得其轴线与局部磁场方向的夹角不超过 45 度。图 2-11 展示了在  $z = 60 \text{ cm}$  处的磁场分布情况，其中圆形虚线表示 PMT 的大致位置。

### 2.3.4 信号处理与电荷测量

基于 Bethe-Bloch 公式描述的能量损失原理：带电粒子在介质中的能量损失与其电荷平方成正比 ( $dE/dx \propto Z^2$ )，除了测量粒子飞行时间，TOF 系统还能测定粒子电荷。

为了可测量处于不同电荷范围的粒子，TOF 采用了双增益信号读出系统，其中低电荷粒子是借助被动求和的 PMT 阳极信号来进行触发判断以及测量的，而对于较高电荷的粒子而言，则是依靠专用电子板独立读出每个 PMT 的倒数第三打拿极信号，这样做保证了 TOF 对于不同类型粒子有灵敏度和准确性，使其可在较为广泛的电荷

图 2-11  $z = 60 \text{ cm}$  处的磁场截面<sup>[16]</sup>

范围内开展测量工作并获得准确的结果。

系统设定了总共三级的触发阈值，其中低阈值可用于精确测量粒子的飞行时间，高阈值可筛选出低电荷粒子信号，超高阈值主要针对较重核素，这样的设计对不同类型的粒子分析进行了数据采集效率的优化，提升了系统的信噪比<sup>[17]</sup>。

为了保证整个系统可在太空辐射环境里实现长期稳定的运行状态，TOF 系统当中的高压供电模块、信号处理板以及电源分配单元等各类电子模块被安置于四个有冗余设计的电子箱之内，由此构建起了多层保障机制，其中涉及了 PMT 冗余、高压通道冗余以及触发逻辑冗余等方面。

### 2.3.5 触发功能与数据采集

作为 AMS-02 的主要触发源，TOF 系统需要高效的识别穿越整个探测器的粒子。故要求至少需要 3/4 层计数器符合判选标准，此举可以同时有效抑制背景事例。结合 16 个反符合计数器的横向分段信息，再加上 TOF 的触发信号的时间抖动小于 1.2 纳秒，空间分辨率约为  $12 \times 12$  平方厘米，系统能够进一步筛除非轴向入射的粒子。

对垂直入射的带电粒子，TOF 能保持近 100% 的探测效率。此外，其覆盖的能量范围可从 100 MeV 至数 TeV。为了保证粒子探测的时空准确性，探测器的信号采集与时间戳记录，会通过与 GPS 和空间站时钟的同步，实现纳秒级精度。

## 2.4 小结

本章详细介绍了 AMS-02 实验，及其探测器的子系统。在此之中，着重对 TOF 的结构以及工作原理给予了介绍。

AMS-02 探测器是由多个子系统共同构成的，这些子系统囊括了永磁体、反符合计数器、穿越辐射探测器、硅微条径迹探测器、环形成像切伦科夫探测器、电磁量能器以及飞行时间探测器，永磁体在其中发挥着提供磁场的作用，使得带电粒子的轨迹发生弯曲，反符合计数器可排除横向入射的粒子。穿越辐射探测器可以有效区分电子与质子，硅微条径迹探测器用于测量粒子的轨迹，环形成像切伦科夫探测器负责测量高能粒子的速度和电荷，电磁量能器则是对电子和正电子的能量进行测量，飞行时间探测器也有着其特定的功能，辅助整个探测器系统进行相关数据的获取与分析等工作。

TOF 系统作为本研究的关键部分，由四层 EJ - 200 塑料闪烁体构成上下两个探测器平面，采用“x - y - y - x”的正交布局结构，带电粒子穿过闪烁体时，经由电离过程产生光信号，光电倍增管将其转换为电信号并记录时间信息，不过这种电离会使速度渐渐降低，致使线性速度重建算法出现系统偏差。后续章节会依据此展开粒子速度非线性重建方法的研究。

## 第3章 粒子传播理论与重建数学基础

本章主要阐述高能带电粒子在 AMS-TOF 探测器中传播的物理模型与速度重建的数学基础，为后续速度重建算法提供理论支持。下将依次分析带电粒子与物质相互作用的能量损失机制、研究能量损失的统计分布特性、多次散射效应对粒子的影响，最后详述在重建中需要使用的数学工具。

### 3.1 粒子在探测器中的能量损失机制

带电粒子在物质中传播时，取决于粒子的类型、能量以及其穿越的物质的性质，会通过多种机制损失能量。以下简介几种主要的能量损失机制：

**电离与激发过程** 当带电粒子（如质子、电子或重离子）穿透物质时，会通过原子中的电子激发和电离过程损失能量。从微观角度看，每次碰撞事件转移的能量通常不超过 100 eV 量级。这些相互作用导致靶原子中的电子发生能级跃迁或完全脱离原子束缚。在薄吸收材料中，由于统计涨落效应，能量损失的离散性会显著增强。Bethe 理论框架为中等相对论能区 ( $0.1 < \beta\gamma < 1000$ ) 的重带电粒子提供了可靠的能量损失率预测模型。高能或低能均需引入额外修正：在极端高能情况下，由于密度效应，介质极化效应会抑制电磁场的空间延展，减缓能量损失随能量的对数增长趋势；当粒子动能低至与原子结合能相当时，必须引入壳层修正和 Barkas 效应等微观机制来完善理论描述<sup>[18-19]</sup>。

**韧致辐射机制** 对于高速运动的带电粒子，若在原子核库仑场中经历加速度变化，其会发射连续谱的电磁辐射。对于电子而言，当能量超过特定临界值时，这种辐射过程将取代电离，成为主要能量耗散渠道。其中辐射长度  $X_0$  所代表的是电子凭借韧致辐射损失大约 63% 初始能量时，需要穿透的物质厚度，在 TeV 能级之上，Landau - Pomeranchuk - Migdal 效应会对辐射特性产生改变，具体体现为辐射截面出现系统性降低以及有效辐射长度有所增加<sup>[18,20]</sup>。

**切伦科夫辐射** 当介质中运动的带电粒子相速度超过该介质的光速时会产生有特征性的锥状辐射，这种辐射的发射角  $\theta_c$  契合  $\cos \theta_c = 1/(n\beta)$  关系，其中  $n$  是介质折射率，切伦科夫辐射对总能量损失的贡献虽有限，但其独特的角分布特性成为粒子鉴别技术关键的物理基础，现代粒子探测器借助测量辐射光的强度以及角分布，可精确反推出入射粒子的速度信息<sup>[18,21]</sup>。

**界面穿越辐射** 当带电粒子穿过不同介质的边界之时，因为介电常数发生突变诱

发瞬态电磁辐射，这种辐射的频谱大多集中在软 X 射线波段，它的强度和粒子的洛伦兹因子  $\gamma$  呈现正相关关系，借助设计多层介质结构，可借助干涉效应来提高辐射强度，在高能实验领域，穿越辐射探测器已然成为测量极端相对论粒子能量的一种有效手段<sup>[18,22-23]</sup>。

## 3.2 带电粒子的能量损失

### 3.2.1 Bethe 方程的历史发展

Bethe 方程是高能带电粒子输运理论的关键基础，它阐述了质子、 $\alpha$  粒子等带电粒子在物质里传播时，与原子电子发生非弹性碰撞引发的能量损失情况，该理论框架最初由丹麦物理学家 Niels Bohr 在 1913 年依据半经典方法构建，后来在 20 世纪 30 年代，Bethe 利用量子力学原理对其做了系统性的优化。这个理论模型借助量子力学和经典电磁理论的结合，为粒子与物质相互作用的研究奠定了理论根基，本研究涉及的粒子能量范围正好处于 Bethe 方程的有效适用范围之中<sup>[18,24-25]</sup>。

### 3.2.2 Bethe 方程的基本形式及应用

Bethe 方程的基本形式如下<sup>[18,24-25]</sup>：

$$\left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right] \quad (3-1)$$

式中  $E$ ——损失的能量，单位 MeV；

$x$ ——穿过物质的路径长度，单位 g/cm<sup>2</sup>；

$\langle -\frac{dE}{dx} \rangle$ ——平均质量阻止本领，单位 MeV g<sup>-1</sup> cm<sup>2</sup>；

$K$ ——常数系数， $K = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 = 0.307075 \text{ MeV mol}^{-1} \text{ cm}^{-2}$ ；

$N_A$ ——阿伏伽德罗常数， $N_A = 6.022140857(74) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ；

$r_e$ ——经典电子半径， $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2.8179403227(19) \text{ fm}$ ；

$m_e$ ——电子的质量，单位 MeV/c<sup>2</sup>；

$c$ ——光速，单位 cm/s；

$z$ ——入射粒子的电荷数；

$Z$ ——介质的原子序数；

$A$ ——介质的相对原子质量，单位 g/mol；

$\beta$ ——粒子的速度与光速的比值， $\beta = \frac{v}{c}$ ；

$\gamma$ ——相对论因子,  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ;

$W_{max}$ ——单次碰撞中最大能量转移, 单位 MeV;

$I$ ——介质的平均电离能, 单位 eV;

$\delta(\beta\gamma)$ ——密度效应修正项, 单位 MeV。

式(3-1)在  $0.1 \lesssim \beta\gamma \lesssim 1000$  的范围内准确度较高, 在低能端和高能端分别因为原子中电子本身就具有较大速度和辐射效应而导致偏差。在实际应用中, 给定材料的阻止本领主要取决于  $\beta$ , 虽然在高能时质量  $M$  会通过  $W_{max}$  对阻止本领产生微小影响, 但通常可忽略不计。

式(3-1)描述了质量阻止本领的特性。从图 3-1 可以观察到, 不同材料的能量损失率  $dE/dx$  数值相近, 并随着原子序数  $Z$  的增加呈现缓慢下降趋势。与质量阻止本领相对应, 线性阻止本领定义为  $\rho dE/dx$ , 其中  $\rho$  表示材料密度, 单位为  $\text{g}/\text{cm}^3$ 。

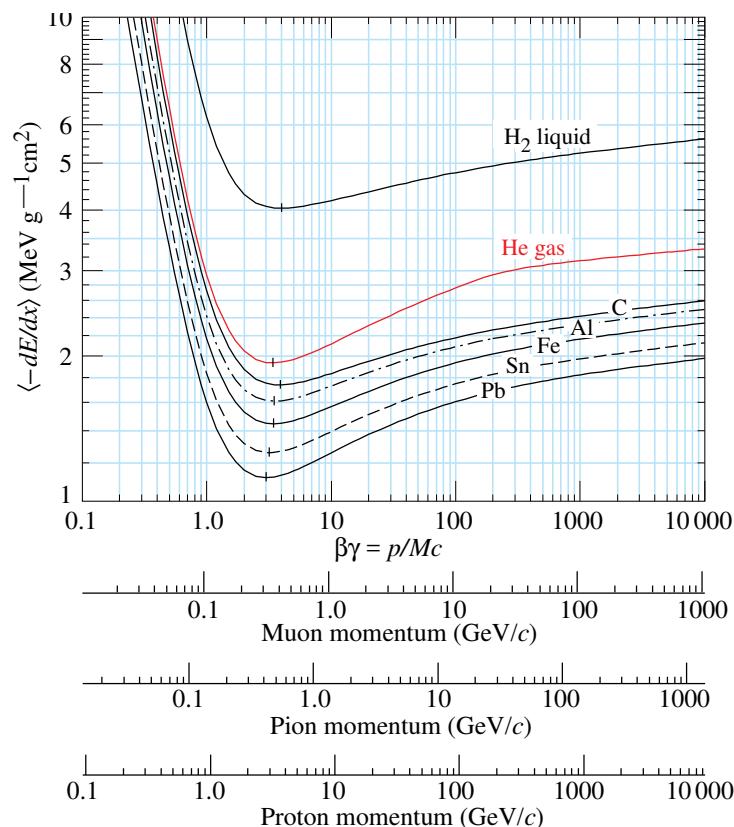


图 3-1 不同材料的质量阻止本领<sup>[18]</sup>

能量损失率随粒子速度的变化呈现明显的规律性: 初始阶段以  $1/\beta^\alpha$  形式下降 ( $\alpha \approx 1.5 - 1.7$ ), 随后随  $Z$  增大而减小。当  $\beta\gamma$  处于 3.0-3.8 区间时 (对应  $Z$  从 6 增加到 82), 能量损失率达到一个相对平缓的最小值。此后, 由于对数项的自变量增大, 能量损失率开始回升。

这种上升趋势可由以下两点解释。第一，相对论效应导致粒子电磁场在空间上的拓展，引起介质极化效应，部分抵消了高能区对数项的影响。其次，最大能量转移  $W_{max}$  的  $\beta^2\gamma$  依赖性，使得“硬碰撞”事件增加，导致能量损失分布的尾部增强。

图 3-2 呈现了铜介质中  $\mu^+$  粒子动量与质量阻止本领的关联特性。横坐标采用相对论动量参数  $\beta\gamma = p/Mc$ （无量纲量），图中垂直蓝色区域表征不同理论模型的适用范围边界，其中实线对应总质量阻止本领的理论预测值。当  $\beta\gamma < 0.1$  时，实验数据来源于[26] 的  $\beta$  参数化测量结果；高能区数据则引自[27] 的加速器实验观测。该图揭示了 Bethe 方程所描述的质量阻止本领与相对论动量的相关性。

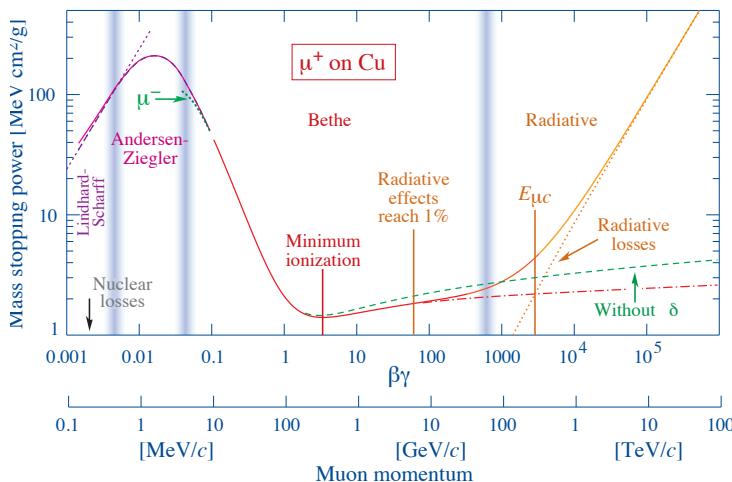


图 3-2 铜对  $\mu^+$  的质量阻止本领<sup>[18]</sup>

### 3.2.3 单次碰撞中最大能量转移

对于质量  $M \gg m_e$  的点粒子， $W_{max}$  的计算公式为

$$W_{max} = \frac{2m_e\beta^2\gamma^2}{1 + 2\gamma\frac{m_e}{M} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2} \quad (3-2)$$

式中  $M$ ——入射粒子的质量，单位  $\text{MeV}/c^2$ 。

对于  $2\gamma m_e \ll M$  时，式(3-2)可简化为  $W_{max} = 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$ <sup>[25]</sup>。但该近似会带来一定误差，例如对于铜中的  $\pi$  介子，在  $100 \text{ GeV}$  能量时，使用该近似公式计算  $dE/dx$ ，引入的误差会大于  $6\%$ <sup>[18]</sup>。在  $2\gamma m_e \gg M$  的情况下，式(3-2)可简化为  $W_{max} = Mc^2 \beta^2 \gamma$ 。

在计算带电粒子的能量损失时， $W_{max}$  影响着能量损失的分布情况。阻止本领以及能量损失的波动都与  $W_{max}$  存在相关性。在不同能量区域， $W_{max}$  的取值变化会导致能量损失相关理论的具体形式和计算结果有所不同，进而影响对带电粒子在物质中能量损失过程的理解和研究。

### 3.2.4 平均电离能

在对带电粒子受阻机制展开分析的过程里，物质的平均电离能  $I$  乃是针对电子电离所需能量的一种统计情况，此参数的确定是依靠材料的原子序数、电子密度以及化学成分等物质本身所有的属性，其取值区间一般分布在数量级从 eV 至百 eV 这样的范围之内，电离能一般是要借助特定的实验方法才可获取到：比如，依据质子、氘核以及  $\alpha$  等带电粒子的阻滞测量数据，再结合振子强度分布分析以及介电函数理论分析来进行估算。不同化学组成的物质体系所呈现出来的电离能特征值存在着比较大的差异，而这种差异对带电粒子在介质中能量损失率的计算结果产生了影响。

在表 3-1 之中，将部分常见材料的平均电离能  $I$  列了出来。

表 3-1 部分常见材料的平均电离能<sup>[28]</sup>

物质	$I$ (eV)	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )
碳	78.0	2.265
石墨	78.0	1.700
铝	166	2.699
硅	173	2.330
钙	191	1.550
铁	286	7.874
铜	322	8.96
铅	823	11.35
聚乙烯	57.4	0.940
聚苯乙烯	68.7	1.060

### 3.2.5 密度效应

在高能物理中，随着粒子能量增加，其电场会变平并延伸，使得发生远处碰撞，即粒子与其他粒子发生大碰撞参数的弱相互作用，对例如式 (3-1) 中对数项的贡献随  $\beta^2\gamma^2$  增加。

不过在实际情况中，由于介质的极化效应，粒子电场的扩展会受到限制，从而限制了粒子能量损失的增加。此时，满足

$$\delta(\beta\gamma)/2 \rightarrow \ln(\hbar\omega_p/I) + \ln\beta\gamma - 1/2 \quad (3-3)$$

式中  $\hbar$ ——约化普朗克常数，单位 MeV s；

$\omega_p$ ——介质的等离子体频率，单位 s<sup>-1</sup>。

其中， $\hbar\omega_p$  为等离子体能量，满足

$$\hbar\omega_p = \frac{\sqrt{4\pi N_e r_e^3 m_e c^2}}{\alpha} \quad (3-4)$$

式中  $N_e$ ——电子密度，单位  $\text{fm}^{-3}$ ；

$\alpha$ ——精细结构常数， $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = 1/137.035999139(31)$ 。

对式 (3-4) 进行化简，可得

$$\hbar\omega_p = \sqrt{\rho \langle Z/A \rangle} \times 28.816 \text{ eV MeV} \quad (3-5)$$

式中  $\rho$ ——介质的密度，单位  $\text{g/cm}^3$ ；

$\langle Z/A \rangle$ ——介质的平均原子序数比。

式 (3-3) 仅适用于极高能量，此时  $dE/dx$  的增长方式改变，平均激发能 I 被等离子体能量  $\hbar\omega_p$  取代。这使得不同状态的物质，如液体、固体和气体，因电子密度不同，在能量损失上表现出差异。以铜中  $\mu$  子的质量阻止本领为例，图 3-2 可见，考虑和不考虑密度效应修正结果不同。

一般情况下，密度效应修正使用斯特恩海默 (Sternheimer) 参数化公式计算<sup>[18,29]</sup>：

$$\delta(\beta\gamma) = \begin{cases} 2(\ln 10)x - \bar{C} & \text{if } x \geq x_1 \\ 2(\ln 10)x - \bar{C} + a(x_1 - x)^k & \text{if } x_0 \leq x < x_1 \\ 0 & \text{if } x < x_0 \text{ (绝缘体)} \\ \delta_0 10^{2(x-x_0)} & \text{if } x < x_0 \text{ (导体)} \end{cases} \quad (3-6)$$

式中  $x$ ——与  $\beta\gamma$  相关的参数， $x = \log_{10} \beta\gamma = \log_{10}(p/Mc)$ ；

$x_0$ ——介质的临界因子；

$x_1$ ——介质的最大因子；

$\bar{C}$ ——与介质相关的常数，取决于材料的性质；

$a$ ——与介质相关的常数，取决于材料的性质；

$k$ ——与介质相关的常数，取决于材料的性质；

$\delta_0$ ——与介质相关的常数，取决于材料的性质。

$$\beta_0 = (1 + \sum_i f_i / \bar{\nu}_i^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (3-7)$$

表 3-2 部分材料的密度效应参数<sup>[28]</sup>

物质	$x_0$	$x_1$	$\bar{C}$	$a$	$m$
碳	-0.0089	2.0	2.868	0.5848	2.360
石墨	-0.0089	2.0	3.155	0.7154	2.191
铝	0.0966	2.5	4.239	0.3346	2.795
硅	0.0966	2.5	4.435	0.3755	2.720
钙	0.1751	3.0	5.040	0.2177	2.874
铁	-0.0089	3.0	4.291	0.2101	2.771
铜	-0.0089	3.0	4.419	0.2557	2.613
铅	0.2386	3.5	6.202	0.1861	2.814
聚乙烯	0.1379	2.0	3.002	0.4875	2.544
聚苯乙烯	0.1647	2.2	3.300	0.3670	2.724

式中  $\beta_0$ ——密度效应开始出现的  $\beta$  值；

$f_i$ ——第  $i$  个跃迁的振子强度；

$\bar{\nu}_i$ ——第  $i$  次跃迁中，电子在原子不同能级间跃迁所对应的频率。

式(3-6)中可见，当  $x$  低于  $x_0$  时，非导体材料的密度效应修正为零。通过式(3-7)与  $x = \log_{10}(\beta\gamma)$  结合，可以确定  $x_0$  的值。当  $x$  高于  $x_1$  时，密度效应修正可以视为线性增长。 $x_1$  是一个拟合参数，以使得公式可以更好的符合结果。

对于式(3-6)中的  $\bar{C}$ ，其与[29]中给出  $C$  为相反数， $\bar{C}$  满足

$$\bar{C} = 2 \ln(\nu'_m / \nu_p) + 1 \quad (3-8)$$

式中  $\nu'_m$ ——实验确定的平均频率；

$\nu_p$ ——等离子体频率。

$$\nu_p = \left( \frac{N_e e^2}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3-9)$$

而等离子体频率  $\nu_p$  可以通过式(3-9)计算。

在式(3-6)中， $a$ 、 $k$  参数的作用主要用于调整密度效应修正的形状和幅度，以更好地拟合实验数据。 $\delta_0$ （针对导体）用于计算密度效应的起始值，需根据具体导体材料及相关实验数据确定。在表 3-2 中，给出了部分材料的参数值。

### 3.3 能量损失的统计分布与波动特性

#### 最概然能量损失

最概然能量损失是指在粒子穿过物质的过程中，能量损失概率分布里出现概率最大的那个能量损失值。对于探测器厚度为  $x$ （单位  $g cm^{-2}$ ）的情况，其计算公式为<sup>[18]</sup>

$$\Delta_p = \xi \left[ \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} + \ln \frac{\xi}{I} + j - \beta^2 - \delta(\beta\gamma) \right] \quad (3-10)$$

式中  $\Delta_p$ ——最概然能量损失；

$\xi$ ——与介质材料、厚度等因素相关的系数，单位 MeV；

$j$ ——考虑密度效应等因素后的常数修正项， $j = 0.200$ 。

Landau 最初给出的最可几能量损失公式中包含一些常数项。在考虑了密度效应等因素后，公式中出现了常数  $j$ <sup>[30]</sup>。在 [30] 中，Landau 将该常数定义为  $j = 0.37$ 。后来于 1969 年，H.D. Maccabee 和 D.G. Papworth 在 [31] 中将该常数修正为  $j = 0.198$ 。在 [18] 将  $j = 0.200$  作为常数修正项。

参数  $\xi$  满足

$$\xi = (K/2)(Z/A)z^2(x/\beta^2) \quad (3-11)$$

通过式 (3-11) 可见， $\xi$  的定义中包含了粒子和介质的相关属性，因此它能够反映粒子与介质之间的相互作用。 $Z/A$  反映了介质的性质， $z$  体现了粒子的电荷特性，这些因素共同影响着粒子在介质中的能量损失过程。通过  $\xi$ ，可以将粒子和介质的性质与能量损失联系起来，分析不同粒子在不同介质中的能量损失情况。在比较质子和介子在不同材料中的能量损失时， $\xi$  可以综合考虑粒子电荷、介质原子序数等因素，帮助理解能量损失的差异。

#### Landau 与 Bethe 理论的比较

在描述粒子穿过物质的能量损失时，Landau 理论和 Bethe 理论各有特点，在不同场景下各有优劣。但在某些特定方面，Landau 理论展现出了比 Bethe 理论更优越的地方。

例如，对于能量损失的分布，Landau 理论通过高度偏斜的 Landau-Vavilov 分布来描述能量损失概率分布  $f(\Delta; \beta\gamma, x)$ ，能更准确地反映实际情况。对于探测器测量能量损失的实验，Landau 理论给出的最概然能量损失  $\Delta_p$ ，其公式式 (3-10)，综合考虑了多种因素，与实验测量结果更契合。而 Bethe 理论计算的平均能量损失，由于受少数大能量转移碰撞事件影响，在实验中波动大，难以准确描述单粒子能量损失。如在测

量穿过薄硅探测器的粒子能量损失时，Landau 理论能更好地解释实验现象。

### 能量损失波动机制

粒子与物质相互作用时，每次碰撞的能量转移量具有不确定性，导致能量损失波动。在带电粒子与物质中的电子发生碰撞时，即使大多碰撞的能量损失较小，但偶尔仍会出现能量转移较大的“硬碰撞”。尽管硬碰撞出现的可能性相对较低，然而它对能量损失所产生的影响不容小觑，致使能量损失分布呈现出较为十分突出的离散特性，碰撞存在随机性，不同粒子于相同状况下与物质发生相互作用时，其能量损失会存在差异，这也加大了能量损失的波动幅度。

当探测器厚度处于适中状态时，例如本文中的闪烁体探测器，能量损失概率分布一般会采用高度偏斜的 Landau 分布或 Landau-Vavilov 分布加以描述，此分布函数可较为良好地呈现出能量损失的波动特性，而其中最概然能量损失属于一个关键参数，最概然能量损失的计算公式是式 (3-10)，它同粒子的速度  $\beta$ 、原子序数  $Z$ 、激发能  $I$  以及密度效应修正  $\delta(\beta\gamma)$  等诸多因素存在关联。随着粒子能量发生变化，最概然能量损失也会出现改变，在高能情形下，它会逐渐趋向于一个“费米平台”。

除了最概然能量损失之外，朗道分布的半高宽  $w$  同样是一个关键参数，它与能量损失概率分布的宽度存在关联，半高宽可反映出能量损失分布的离散程度， $w$  越大，则说明能量损失在最可能能量损失附近的分布变得日益分散，在朗道分布当中，这个参数取决于粒子所穿过的介质，和粒子的能量以及种类没有关系。对于朗道分布而言，取  $w$  等于  $4.018\xi$ 。

## 3.4 多次散射

在粒子物理中，带电粒子在穿过介质时，可能会与介质中的原子核或其他粒子相互作用，出现多次小角度散射，称之为多次散射。

### 多次散射的原理

带电粒子在介质中主要通过库仑散射与原子核相互作用，从而发生小角度散射。对于强子，强相互作用也会对多次散射有贡献。根据中心极限定理，在多次小角度散射的情况下，粒子的净散射和位移分布近似为高斯分布。不过，较少发生的“硬散射”会使分布产生非高斯的尾部。Molière 理论能很好地描述这些库仑散射分布<sup>[32]</sup>。

### 散射角

为了描述多次散射的程度，定义

$$\theta_0 = \theta_{plane}^{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \theta_{space}^{rms} \quad (3-12)$$

式中  $\theta_0$ ——散射角，单位 rad；

$\theta_{plane}^{rms}$ ——平面散射角的均方根值，单位 rad；

$\theta_{space}^{rms}$ ——空间散射角的均方根值，单位 rad。

对于投影角分布中心 98% 的部分，可用 Lynch 和 Dahl 在 [33] 中给出的公式来计算均方根散射角  $\theta_0$

$$\begin{aligned}\theta_0 &= \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta cp} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[ 1 + 0.088 \log_{10} \left( \frac{xz^2}{X_0 \beta^2} \right) \right] \\ &= \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta cp} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[ 1 + 0.038 \ln \left( \frac{xz^2}{X_0 \beta^2} \right) \right]\end{aligned}\quad (3-13)$$

式中  $p$ ——粒子动量，单位 MeV/c；

$X_0$ ——粒子在介质中穿透的辐射长度，单位 g/cm<sup>2</sup>。

该公式在小  $Z$  时能较好地考虑  $p$  和  $z$  的依赖性，但对于大  $Z$  和小  $x$  的情况， $\beta$  的依赖性描述不够准确。

非投影（空间）和投影（平面）角分布可近似表示为：

$$\frac{1}{2\pi\theta_0^2} \exp \left( -\frac{\theta_{space}^2}{2\theta_0^2} \right) d\Omega \quad (3-14)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_0} \exp \left( -\frac{\theta_{plane}^2}{2\theta_0^2} \right) d\theta_{plane} \quad (3-15)$$

式中  $\Omega$ ——立体角，单位 rad<sup>2</sup>；

$\theta_{plane}$ ——平面角，单位 rad。

式 (3-14) 和式 (3-15) 中， $d\Omega \approx d\theta_{plane,x} d\theta_{plane,y}$ ， $\theta_{space}^2 \approx (\theta_{plane,x}^2 + \theta_{plane,y}^2)$ ， $x$  和  $y$  轴与粒子运动方向正交。 $x$  和  $y$  方向的散射角分布是独立的，图 3-3 展示了多次散射的示意图以及以下常用来描述多次散射的参数。

$$\psi_{plane}^{rms} = \frac{1}{\sqrt{3}} \theta_{plane}^{rms} = \frac{1}{\sqrt{3}} \theta_0 \quad (3-16)$$

$$y_{plane}^{rms} = \frac{1}{\sqrt{3}} x \theta_{plane}^{rms} = \frac{1}{\sqrt{3}} x \theta_0 \quad (3-17)$$

$$s_{plane}^{rms} = \frac{1}{4\sqrt{3}} x \theta_{plane}^{rms} = \frac{1}{4\sqrt{3}} x \theta_0 \quad (3-18)$$

式中  $\psi_{plane}$ ——平面散射角，单位 rad；

$y_{plane}$ ——平面散射位移，单位 cm;

$s_{plane}$ ——平面散射位移，单位 cm。

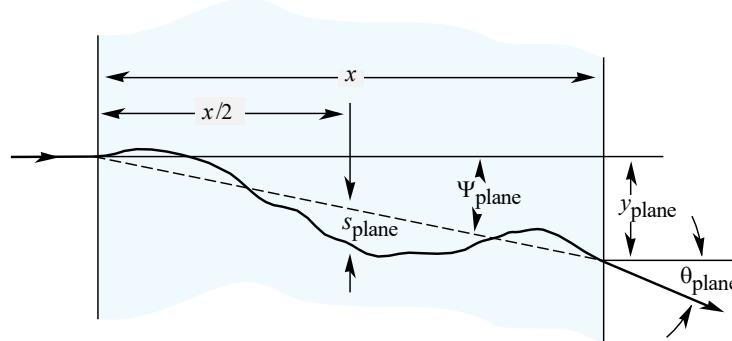


图 3-3 多次散射示意图

### 3.5 速度重建的数学与优化方法

本节介绍非线性速度重建算法所使用的包括统计模型、参数估计在内的主要数学方法，以及对函数进行最小化的优化方法，为粒子速度的准确重建提供理论基础。

#### 高斯分布及其在粒子测量中的应用

高斯分布，也称正态分布，在概率论与数理统计中应用极其广泛。而在粒子物理实验中，高斯分布多用于描述探测器响应、测量误差的统计等，本文的非线性速度重建算法即使用高斯分布描述的误差分布模型。

#### 高斯分布基本性质

一维高斯分布的概率密度函数（Probability Density Function, PDF）定义为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-19)$$

式中  $f(x)$ ——概率密度函数；

$\mu$ ——均值，决定分布的中心位置；

$\sigma$ ——标准差，反映分布的离散程度。

高斯分布具有对称、单峰、归一的特性。概率密度函数关于  $x = \mu$  对称，均值即为分布的对称轴。且在  $x = \mu$  处取得最大值，呈现“钟形曲线”。此外，概率密度曲线下的面积为 1，即保证所有可能事件的概率之和为 1。PDF 中， $\mu$  反映数据的集中趋势， $\sigma$  越小，数据越集中于均值附近， $\sigma$  越大，数据分布越分散。

## 多元高斯分布

多元高斯分布是高斯分布于多维空间的自然拓展，可用来描绘多个随机变量的联合分布状况，不管变量间存在相关性或者变量不相关的情形都适用，假设  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  是  $n$  维随机向量，它的概率密度函数如下

$$f(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\vec{\Sigma}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\vec{x} - \vec{\mu})^T \vec{\Sigma}^{-1} (\vec{x} - \vec{\mu})\right) \quad (3-20)$$

式中  $f(\vec{x})$ ——概率密度函数；

$\vec{x}$ ——随机向量；

$\vec{\mu}$ ——均值向量， $\vec{\mu} = E(\vec{X})$ ，反映各分量的平均水平；

$\vec{\Sigma}$ —— $n \times n$  协方差矩阵，刻画各分量之间的相关性及各自的离散程度；

$|\vec{\Sigma}|$ ——协方差矩阵的行列式。

多元高斯分布中概率密度相等的点集构成超椭球面（等概率密度面），其形状和方向由协方差矩阵  $\Sigma$  决定。此外，若  $\Sigma$  为对角矩阵，则各分量相互独立，此时多元高斯分布可分解为各分量一维高斯分布的乘积<sup>[34]</sup>。多元高斯分布同时具有线性变换稳定性，即多元高斯分布在进行线性变换后仍为高斯分布，这一性质在数据降维、主成分分析等统计方法中具有重要意义。

## 3.6 最大似然估计

最大似然估计这种方法，在统计推断里的参数估计方面有着广泛应用，它所形成的方法体系比较成熟，思想基础也较为严谨，在统计学、机器学习以及信号处理等许多领域都占据着关键位置，接下来会从定义以及基本原理这两个方面，对最大似然估计的理论基础进行系统介绍。

### 定义

最大似然估计，即在已知一组观测数据的前提下，寻找最有可能生成这些观测数据的模型参数。换言之，假设一统计模型依赖于参数  $\theta$ ，则需利用观测样本数据  $X$ ，推断计算出一个参数值，这个参数值使得出现这样的观测数据的概率（即似然）最大。

最大似然估计的关键之处在于“似然函数”的构建过程，似然函数  $L(\theta|X)$  被定义为在给定参数  $\theta$  的情况下，观测数据  $X$  出现的那种概率，对于独立同分布的样本

$X_1, X_2, \dots, X_n$  而言，要是概率密度函数是  $f(X; \theta)$ ，那么似然函数即为

$$L(\theta|X) = \prod_{i=1}^n f(X_i; \theta) \quad (3-21)$$

式中  $L(\theta|X)$ ——似然函数；

$\theta$ ——待估参数；

$X$ ——观测数据；

$f(x; \theta)$ ——概率密度函数。

经由对  $\theta$  取值的调整，似然函数体现出在不同参数状况下观测数据出现的可能性大小。

在实际进行计算的时候，为了可将连乘结构给予简化，一般情况下会采用对数似然函数：

$$\ell(\theta|X) = \ln L(\theta|X) = \sum_{i=1}^n \ln f(X_i; \theta) \quad (3-22)$$

式中  $\ell(\theta|X)$ ——对数似然函数。

由于对数函数的单调性，最大化对数似然等价于最大化原始似然函数。对数变换不仅便于求导和优化，也有助于提高数值稳定性。

### 原理

在使用最大似然估计法时，需确保观测到的数据由某个未知参数的概率分布生成。那么通过最大化观测数据在参数空间下的概率，即可获得最符合实际观测的参数估计。

以抛硬币实验为例，设硬币正面概率为  $p$ ，独立抛掷  $n$  次，观测到  $k$  次正面。则根据二项分布，观测结果的概率为

$$L(p|k, n) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad (3-23)$$

式中  $p$ ——正面概率；

$k$ ——正面次数；

$n$ ——实验总次数。

最大似然估计即为寻找一个  $\hat{p}$ ，使得似然函数  $L(\hat{p}|k, n)$  最大。对数似然化简后，易得  $\hat{p} = k/n$ ，即正面出现的频率。

最大似然估计不仅直观合理，而且在一定正则条件下具备良好的统计性质。当样

本量  $n$  趋于无穷大时，最大似然估计量收敛于真实参数值，此成为一致性。此外，其还具备渐近正态性，即在大样本下，最大似然估计量近似服从正态分布，均值为真实参数，方差随样本量增大而减小。同时，在所有无偏估计量中，最大似然估计的渐近方差最小。

从数学角度看，最大似然估计等价于求解如下优化问题：

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} L(\theta | X) \quad (3-24)$$

或

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \ell(\theta | X) \quad (3-25)$$

式中  $\hat{\theta}$ ——最大似然估计量。

对于部分常见模型，通过对对数似然函数求导并令导数为零，直接得到解析解。例如正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本  $X_1, \dots, X_n$ ，其对数似然为

$$\ell(\mu, \sigma^2 | X) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \quad (3-26)$$

式中  $\mu$ ——均值；

$\sigma^2$ ——方差；

$n$ ——样本数；

$X_i$ ——第  $i$  个样本。

分别对  $\mu$  和  $\sigma^2$  求偏导并令其为零，得到最大似然估计：

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (3-27)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \hat{\mu})^2 \quad (3-28)$$

### 3.7 最小二乘法

最小二乘法在众多领域有着广泛应用，像实验物理、统计学以及工程等领域里，大多时候被用于数据拟合与参数估计工作当中，它的基本思想是，要凭借让观测值和理论模型预测值之间误差的平方和达到最小化，以此来得到最优的模型参数估计结

果。

存在这样一组实验观测得到的数据点，具体为  $(x_i, y_i)$ ，这里面的  $i$  取值范围是从 1 到  $n$ ，此时需要运用某一个函数模型  $y = f(x; \theta)$  来对这些数据开展拟合操作，而其中的  $\theta$  属于待定参数，定义每个数据点所对应的残差为

$$e_i = y_i - f(x_i; \theta), \quad (3-29)$$

最小二乘法所追求的目标在于探寻一组参数  $\theta$ ，促使残差的平方和

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i; \theta)]^2 \quad (3-30)$$

可达成最小值的状态。该优化问题可通过对  $S(\theta)$  关于参数  $\theta$  求偏导，并令其为零，进而得到最优参数的解析解或数值解。

以最常见的线性回归为例，若假设模型为  $y = ax + b$ ，则最小二乘法要求最小化

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2 \quad (3-31)$$

对  $a$  和  $b$  分别求偏导并令其为零，得到一组线性方程组，解之即可获得使误差平方和最小的参数  $a$  和  $b$ 。

最小二乘法不仅适用于线性模型，借助如梯度下降、拟牛顿法等数值优化算法，也可对非线性模型进行参数估计。此外，在高斯噪声假设下，最小二乘法等价于最大似然估计。

### 3.8 卡方函数与最优拟合

在实验科学与数据分析领域， $\chi^2$ （卡方）函数是评估理论模型与观测数据吻合程度的核心工具。 $\chi^2$  函数的最小化与前述最小二乘法密切相关，尤其在观测误差服从高斯分布的假设下，二者在统计意义上是等价的。

#### 卡方函数的定义与权重

设观测数据为  $y_i^{\text{obs}}$ ，理论模型预测值为  $y_i^{\text{model}}$ ，每个数据点的测量误差为  $\sigma_i$ ，则  $\chi^2$  函数定义为：

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i^{\text{obs}} - y_i^{\text{model}})^2}{\sigma_i^2} \quad (3-32)$$

式中  $n$ ——数据点数量。

分母  $\sigma_i^2$  的引入，使得  $\chi^2$  函数对不同精度的数据点具有不同的权重，误差小的数据点对拟合结果影响更大。

### 最小化卡方与最大似然估计的关系

最小化  $\chi^2$  的目标是寻找一组模型参数  $\theta$ ，使得模型与观测数据的整体偏差最小。统计学上，若观测误差服从均值为 0、标准差为  $\sigma_i$  的高斯分布，则最大化观测数据的似然函数等价于最小化  $\chi^2$ 。具体地，观测误差  $\epsilon_i = y_i^{\text{obs}} - y_i^{\text{model}}$  的概率密度为：

$$f(\epsilon_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{\epsilon_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (3-33)$$

对所有观测点的联合似然取对数后，最大化对数似然等价于最小化  $\chi^2$ 。

### 统计性质与应用

凭借最小化  $\chi^2$  所得到的参数估计有一致性、渐近正态性以及有效性等优良的统计性质， $\chi^2$  拟合在物理实验、天文学以及生物统计等诸多领域有着广泛应用，其作用在于检验理论模型和数据之间的一致性，并且借助对  $\chi^2$  的优化来获取模型参数的最优估计，比如在粒子物理实验当中， $\chi^2$  最小化可用于精确测量粒子的质量、寿命等物理量。

### 与最小二乘法的联系与区别

当所有测量误差  $\sigma_i$  相等时， $\chi^2$  最小化退化为普通最小二乘法。若误差不同， $\chi^2$  方法能更合理地反映各数据点对拟合的贡献。相比之下，最小二乘法未考虑观测误差的差异，适用范围较窄。

### 高斯分布与多元高斯分布下的卡方表达

当观测误差服从高斯分布时， $\chi^2$  函数具有明确的统计解释。对于一维高斯分布，若每个观测值  $y_i$  的理论期望为  $\mu_i$ ，标准差为  $\sigma_i$ ，则

$$\chi^2 = \sum_i^n \frac{(y_i - \mu_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (3-34)$$

这正是前述最常用的卡方形式。

对于多元高斯分布，设观测向量  $\vec{y}$  的理论期望为  $\vec{\mu}$ ，协方差矩阵为  $\vec{\Sigma}$ ，则卡方统计量为：

$$\chi^2 = (\vec{y} - \vec{\mu})^T \vec{\Sigma}^{-1} (\vec{y} - \vec{\mu}) \quad (3-35)$$

其中  $\vec{\Sigma}$  刻画了各观测量之间的相关性。该形式在高能物理实验的全局拟合、误差传播

等问题中尤为重要。

### MINUIT2 算法及其在粒子速度重建中的应用

MINUIT 算法是 CERN 开发的一个用于多元函数最小化的程序包，最初由 FORTRAN 语言编写，后续被移植到 C++ 中，称之为 MINUIT2。MINUIT2 算法在高能物理等领域有着重要应用，主要应用于统计分析，确定模型中各参数的最优取值。在本课题依赖的 ROOT 框架中继承了 MINUIT2 最小化功能。

MIGRAD 方法属于 MINUIT2 中的一种方法，这种方法基本上能应用于所有函数，在 MINUIT2 算法里使用得极为广泛，它依据变量度量，融合目标函数梯度信息以及 Hessian 矩阵的近似情况，可较为高效地找出给定目标函数的最小值，在本课题关于粒子速度非线性重建的问题当中，MIGRAD 方法可防止把复杂的非线性关系进行线性化处理，又可以精确地拟合粒子在探测器内的实际行为。

MINUIT2 还能提供多种最小化算法，像 Simplex 方法是在参数空间移动特定形状来寻找最小值，Scan 方法是直接对整个参数空间扫描找最小值，以及 MIGRAD 的衍生方法以及一些混合方法等。

MIGRAD 方法借助对目标函数梯度信息以及 Hessian 矩阵近似值的运用，以逐步迭代的方式来更新参数值。例如在速度重建问题中，指定粒子初始速度估计值后，算法首先会计算当前参数下的目标函数梯度值，接下来使用 Hessian 矩阵的近似来确定搜索方向 ( $\mathbf{p}_k = -\mathbf{H}_k^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k)$ )，并使用合适的步长进行线搜索，更新参数值。在迭代过程中，算法会持续根据当前参数和梯度信息来更新 Hessian 矩阵的近似  $\mathbf{H}_{k+1}$ ，迭代直至满足收敛条件，最终计算出最优的粒子速度估计值。

## 3.9 小结

本章对 AMS-TOF 非线性速度重建方法所需用到的理论框架进行了构建。分析了带电粒子在物质中的能量损失机制，介绍了 Bethe 方程的数学形式及其部分主要参数，并对比了 Landau 与 Bethe 理论，分析了能量损失波动的统计特性。此外，简单介绍了带电粒子在介质中的空间偏转机制——多次散射理论。最后，对速度重建过程中所利用的数学工具，包括高斯分布及其统计特性、最大似然估计、最小二乘法与卡方函数拟合技术，以及在 ROOT 框架中实现的 MINUIT2 优化算法。

## 第 4 章 TOF 非线性速度重建的模拟验证

### 4.1 模拟研究的目标与方法

本章将构建一个简化的 AMS-TOF 探测器模型，开发非线性速度重建算法，并使用蒙特卡洛模拟方法来验证其性能和正确性。相比于完整的 AMS 软件环境，简化模型具有更高的可控性和透明度，能够清晰展示物理原理，控制各个物理效应的发生与否，为后续在 AMS 软件框架中的算法实现奠定基础。本章将遵循“物理建模-粒子传播-测量模拟-速度重建”四步设计算法，进而比较线性与非线性重建方法的性能差异。

本课题依托山东高等技术研究院 AMS 全球数据中心的高性能计算集群，在 CentOS 7.8 系统下进行算法开发与数据分析。使用 VS Code 及其 Remote-SSH 插件，实现高效远程开发。使用 Git 进行版本控制和代码回溯。主要编程语言为 C++，依赖 CERN ROOT 数据分析框架。

### 4.2 TOF 探测器简化物理模型

本节将从结构参数、材料属性、磁场环境及模拟条件来构建简化版 AMS-02 TOF 系统模型。

#### 4.2.1 探测器结构参数

AMS-02 TOF 系统由四层闪烁体组成，简化模型中，各层在  $x$ 、 $y$  方向视为无限延展，仅在  $z$  轴上具有确定位置，分别为  $-65\text{ cm}$ 、 $-63\text{ cm}$ 、 $63\text{ cm}$  和  $65\text{ cm}$ 。每层厚度为  $1\text{ cm}$ 。闪烁体条的排布方向依次设定为  $x$ 、 $y$ 、 $y$ 、 $x$ ，与 AMS-02 实际设计一致。

#### 4.2.2 闪烁体材料属性

AMS-02 的闪烁体探测器型号为 EJ-200（基底为聚乙烯基甲苯，Polyvinyltoluene）。但由于聚乙烯基甲苯部分参数缺乏权威实验数据，本章采用化学元素组成相近的聚苯乙烯（Polystyrene）参数进行近似。其主要物理参数如下：密度为  $1.060\text{ g/cm}^3$ ；有效原子序数  $Z_{\text{eff}} = 1 \times 8 + 6 \times 8$ ；有效原子质量  $A_{\text{eff}} = 1.0080 \times 8 + 12.0107 \times 8$ ；平均激发能  $I = 68.7\text{ eV}$ ；等离子体能量  $\hbar\omega_p = 21.75\text{ eV}$ 。密度效应修正参数为  $a = 0.3670$ 、 $k = 2.724$ 、 $x_0 = 0.1647$ 、 $x_1 = 2.2$ 、 $\delta_0 = 0.0$ 、 $\overline{C} = 3.300^{[28]}$ 。闪烁体探测器时间分辨率固定取为  $0.1\text{ ns}$ 。

### 4.2.3 模拟环境配置

#### 磁场设置

AMS - 02 TOF 系统于实际运行期间处于复杂的磁场环境之中，为了可更利于对物理机制展开分析以及进行算法开发，该模型支持不同的磁场设定情况：在进行理想化分析以及算法原型阶段时，将磁场设定为  $\vec{B} = (0, 0, 0) \text{ T}$ ，而在开展更贴近实际的模拟过程中，则采用  $y$  方向均匀磁  $\vec{B} = (0, 0.14, 0) \text{ T}$ 。磁场参数的这种灵活设定，对系统性研究磁场针对粒子运动行为所产生的影响有着一定帮助。

#### 粒子初始条件

粒子的初始参数囊括了电荷、静质量、初始速度  $\beta$ 、初始位置以及方向等方面，其中一些典型的设置如下：锂-6 ( ${}^6\text{Li}$ ) 粒子，其电荷为  $3e$ ，静质量是  $6.01512289 \text{ u}$ ，初始  $\beta$  值为 0.4，初始位置处于第一个闪烁体的中心位置，质子，电荷为  $1e$ ，静质量为  $1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ，初始  $\beta$  值为 0.7。

#### 能量损失建模

Bethe-Bloch 公式以及 Landau-Vavilov 模型均可被用来描述带电粒子于物质当中传播之际的能量损失情况，蒙特卡洛模拟有诸多优势，其中之一便是在该模型里，粒子能量损失过程可选用这两种模型当中的任意一种来开展建模工作。而对于能量损失的分布，也可以自由选用高斯分布或者朗道分布进行模拟。

### 4.2.4 模拟参数汇总

**闪烁体层数与位置** 4 层， $z$  坐标为  $-65 \text{ cm}$ 、 $-63 \text{ cm}$ 、 $63 \text{ cm}$ 、 $65 \text{ cm}$ 。

**厚度** 每层  $1 \text{ cm}$ 。

**方向**  $x$ 、 $y$ 、 $y$ 、 $x$ 。

**材料** 聚苯乙烯。

**时间分辨率**  $0.1 \text{ ns}$ 。

**磁场**  $\vec{B} = (0, 0, 0) \text{ T}$  或  $\vec{B} = (0, 0.14, 0) \text{ T}$ 。

**粒子初始参数示例**  ${}^6\text{Li}$  ( $3e$ ,  $6.01512289 \text{ u}$ ,  $\beta = 0.4$ )，质子 ( $1e$ ,  $1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $\beta = 0.7$ )。

**能量损失建模** Bethe-Bloch 公式与 Landau 分布，支持能损波动模拟。

## 4.3 粒子传播模拟算法

粒子传播算法作为速度重建的基础部分，后续重建算法会用到粒子的传播模型，此算法的来对带电粒子在 AMS 飞行时间探测器里的运动情形给予模拟，要全面考量磁场环境、能量损失机制、入射条件以及探测器结构等物理要素，以保证粒子在模拟进程中的传播表现与实际物理进程相符。

### 4.3.1 粒子轨迹模拟

#### 无磁场直线传播模型

在无磁场或磁场极弱、可忽略的情形下，粒子在探测器中的运动可视为匀速直线传播。此时，粒子的空间轨迹满足：

$$(x_t, y_t, z_t) = (x_0, y_0, z_0) + t \cdot (v_x, v_y, v_z) \quad (4-1)$$

式中  $(x_0, y_0, z_0)$ ——粒子初始位置；

$(v_x, v_y, v_z)$ ——速度分量；

$t$ ——传播时间。

由于闪烁体探测器沿  $z$  轴分布，粒子从当前  $z_{i-1}$  传播到下一个探测器  $z_i$  的时间为：

$$\Delta t_i = \frac{z_i - z_{i-1}}{v_z} \quad (4-2)$$

式中  $\Delta t_i$ ——第  $i-1$  层到第  $i$  层的传播时间；

$z_i$ ——下一个探测器的  $z$  坐标；

$v_z$ ——速度在  $z$  方向的分量。

若  $v_z \leq 0$ ，粒子无法继续前进，传播过程终止。

粒子在该时间段内的真实传播路径长度为：

$$L_i = |\vec{v}| \cdot \Delta t_i \quad (4-3)$$

式中  $L_i$ ——第  $i-1$  层到第  $i$  层的真实路径长度；

$|\vec{v}|$ ——速度模长。

粒子的新位置为：

$$(x_i, y_i, z_i) = (x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}) + \Delta t_i \cdot (v_x, v_y, v_z) \quad (4-4)$$

该模型假设粒子在各层之间做匀速直线运动，忽略磁场和其他外力影响，适用于磁场极弱或中性粒子的情形，是速度重建的基础传播模型。

### 磁场环境下螺旋轨迹模型

当存在均匀磁场时，带电粒子的运动轨迹将受到洛伦兹力影响，呈现典型的螺旋运动特征。此时，粒子的速度矢量  $\vec{v}$  可分解为垂直于磁场的分量  $\vec{v}_\perp$  ( $XZ$  平面分量) 和平行于磁场的分量  $\vec{v}_\parallel$  ( $y$  方向分量)。

若磁场沿  $y$  轴，则粒子在  $XZ$  平面内做匀速圆周运动，在  $y$  方向做匀速直线运动。其三维空间轨迹可表示为：

$$\begin{cases} x(t) = x_c + r \sin(\omega t + \varphi_0) \\ z(t) = z_c + r \cos(\omega t + \varphi_0) \\ y(t) = y_0 + v_y t \end{cases} \quad (4-5)$$

式中  $x_c, z_c$ —— $XZ$  平面上的圆心坐标；

$r$ ——粒子回旋半径；

$\omega$ ——角速度；

$\varphi_0$ ——初始相位；

$y_0$ ——初始坐标；

$v_y$ ——速度在  $y$  方向的分量。

其中，圆心坐标  $(x_c, z_c)$  的确定依赖于粒子的初始空间位置  $(x_0, z_0)$  和初始速度。具体地，设初始时刻粒子在  $XZ$  平面的位置为  $(x_0, z_0)$ ，速度分量为  $(v_{x,0}, v_{z,0})$ ，则圆心坐标可由下式给出：

$$\begin{pmatrix} x_c \\ z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \frac{r}{v_{\perp,0}} \begin{pmatrix} -v_{z,0} \\ v_{x,0} \end{pmatrix} \quad (4-6)$$

式中  $x_0, z_0$ ——粒子在  $XZ$  平面上的初始位置；

$v_{x,0}, v_{z,0}$ ——粒子在  $XZ$  平面上的初始速度分量；

$v_{\perp,0}$ ——粒子在  $XZ$  平面上的初始速度模长， $v_{\perp,0} = \sqrt{v_{x,0}^2 + v_{z,0}^2}$ 。

回旋半径  $r$  和角速度  $\omega$  分别为：

$$r = \frac{mv_{\perp}}{|q|B}, \quad \omega = \frac{|q|B}{m} \quad (4-7)$$

式中  $m$ ——粒子质量；

$v_{\perp}$ ——速度在  $XZ$  平面的分量模长， $v_{\perp} = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$ ；

$q$ ——粒子电荷量；

$B$ ——磁场强度。

将传播时间  $\Delta t_i$  代入  $x(t), z(t)$  (式 (4-5))，即可得到粒子在探测器各层的命中位置和路径长度，为后续速度重建提供基础数据。

#### 4.3.2 能量损失与速度衰减

本模拟假设粒子仅在闪烁体探测器中发生能量损失，而在其他区域保持匀速运动。考虑能量损失和对应的波动，粒子的速度在第  $i$  层将更新为：

$$\beta_i = \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E_i}\right)^2} \quad (4-8)$$

式中  $\beta_i$ ——第  $i$  层的速度；

$m_0$ ——粒子静质量；

$E_i$ ——第  $i$  层的能量。

其中，粒子在第  $i$  层的能量为：

$$E_i = E_{i-1} - \Delta E_i \quad (4-9)$$

#### 能量损失计算模型

能量损失可以使用两种方案进行建模。

对于 Bethe-Bloch 公式，能量损失  $\Delta E_i$  为：

$$\Delta E_{mean,i} = -\frac{dE}{dx} \cdot L_i \quad (4-10)$$

严格意义上，Bethe-Bloch 公式描述是能量损失的微分形式，应当在粒子传播过程中进行积分。但由于 TOF 系统的探测器层厚度较小，且粒子在每层的传播时间相对较短，这里近似认为粒子在每层探测器内匀速传播。则能量损失可视为在每层内的平

均值，可以使用式(4-10)进行近似计算。

对于 Landau-Vavilov 模型，能量损失  $\Delta E_i$  为：

$$\Delta E_{mean,i} = -\Delta_{p,i} \quad (4-11)$$

式中  $\Delta_{p,i}$ ——粒子在第  $i$  层的最概然能量损失，详见式(3-10)。

### 能损波动模型

能量损失的统计分布可以使用高斯分布或朗道分布。虽然在描述粒子能量的相关物理现象时，朗道分布更为准确，但使用蒙特卡洛模拟方法时，可以对比两种分布的效果，从而更加全面地理解粒子在探测器中的传播行为。

若使用高斯分布，则能量损失应当叠加高斯噪声项  $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ ，其中方差  $\sigma$  为能量损失的标准差。此处使用 Landau 分布的半高宽  $w = 4.018\xi$  作为高斯分布的标准差  $\sigma$ ，因此，最终能量损失为：

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= \Delta E_{mean,i} + \epsilon \\ \epsilon &\sim \mathcal{N}(0, w^2) \end{aligned} \quad (4-12)$$

若使用朗道分布，则能量损失为：

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= \Delta_{p,i} + \epsilon \\ \epsilon &\sim \mathcal{L}(0, w) \end{aligned} \quad (4-13)$$

## 4.4 测量过程模拟

测量过程模拟主要针对粒子穿越各探测层时间的测量，将理想物理模型转化为实际可测量数据。

### 时间测量模型

时间测量模型首先获取粒子击中探测器的理论入射时间：

$$t_i = t_{i-1} + \Delta t_i \quad (4-14)$$

式中  $t_i$ ——第  $i$  层的入射时间；

$t_{i-1}$ ——第  $i-1$  层的入射时间。

对于初始入射时间  $t_0$ ，简单将其设置为 0。

## 探测器响应模拟

为模拟实际测量中的随机误差，本模型采用高斯分布模型表征测量系统的随机误差。设噪声项  $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ ，其中方差  $\sigma$  为探测器的时间分辨率。最终，粒子在第  $i$  层的测量时间为：

$$t_{m,i} = t_i + \epsilon \quad (4-15)$$

式中  $t_{m,i}$ ——第  $i$  层的测量时间；

$\epsilon$ ——测量噪声项。

## 4.5 粒子速度重建方法

在 AMS 实验的实际运行过程中，粒子的飞行时间信息由 TOF 测量，而粒子的轨迹等信息是由其他探测器子系统进行重建后提供。在本章的简化模型中，假定其他探测器的重建精度无限好，即除了时间外的所有其他粒子信息直接使用传播算法中的精确值。

### 传统线性重建方法

线性重建方法假设粒子在探测器中做匀速运动，通过线性拟合粒子的时间-路径长度关系获得速度：

$$t = kL + b \quad (4-16)$$

式中  $t$ ——粒子在探测器中的传播时间；

$L$ ——粒子在探测器中的传播路径长度；

$k$ ——斜率，物理意义为单位长度传播所需的时间；

$b$ ——截距。

采用最小二乘法拟合四层探测器测得的  $(t_{m,i}, L_i)$  数据点，获得  $k$  值，即粒子速度的倒数  $(1/\beta)$ 。但此方法忽略了粒子在传播过程中由于能量损失导致的速度衰减，在低能区存在系统性偏差。

### 考虑能量损失的非线性重建方法

非线性重建算法建立包含能量损失效应的动力学模型，通过数值优化修正传统方法中无法考虑速度衰减导致的系统误差。其数学形式可表述为带约束的优化问题：

$$\hat{\beta}_0 = \arg \min_{\beta_0} \sum_{i=1}^n \frac{[t_{m,i} - \mathcal{F}(\beta_0)]^2}{\sigma_i^2} \quad (4-17)$$

式中  $\mathcal{F}$ ——不考虑能损波动的传播模型；

$\beta_0$ ——初始速度参数；

$\sigma_i$ ——第  $i$  层的测量误差。

$\mathcal{F}$  中，不应考虑能量损失的波动项。否则，不仅测量数据有能量损失波动，重建过程中的粒子又会引入与之完全独立的能量损失波动，两者噪声项叠加而非抵消，导致重建结果的偏差。

对于该优化问题的求解，只需将目标函数  $\hat{\beta}_0$  输入 Migrad 算法中，即可进行数值优化求解。

## 4.6 重建性能比较与分析

### 4.6.1 粒子传播轨迹模拟结果

图 4-1 展示了质子在 TOF 探测器中的传播轨迹。图中分别展示了  $\beta = 0.42$ （蓝色曲线）和  $\beta = 0.7$ （红色曲线）的粒子在 TOF 探测器中的三维运动轨迹投影，清晰地呈现出粒子在磁场作用下的螺旋运动特征。

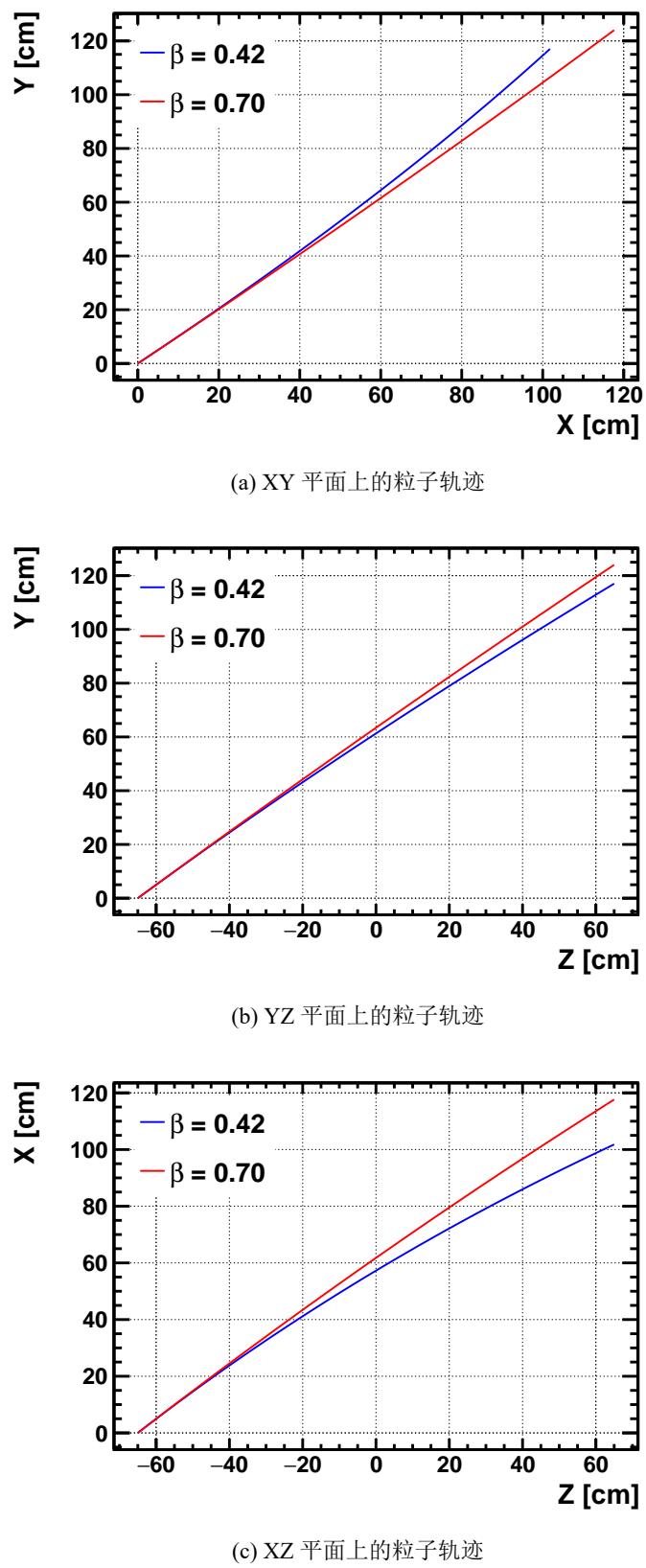


图 4-1 粒子传播轨迹图

#### 4.6.2 测量数据与真实数据对比

图 4-2 比较了粒子状态参数  $(L_i, t_i)$  的蒙特卡洛模拟真实值与探测器观测值。可以观测到，虽然理论上，粒子的运动因能量损失而导致速度衰减，但在视觉上，无论真实值还是测量值都仍呈现线性关系。这是因为，S2-S3 之间的距离远远大于 S1-S2、S3-S4 之间的距离，导致能量损失效应在视觉上被掩盖。并且，能量损失导致的速度衰减通常较之粒子速度要小很多，斜率变化不够明显。

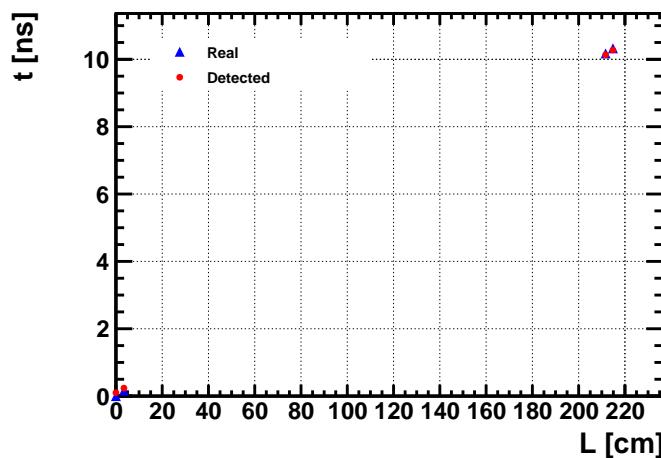


图 4-2 粒子的真实数据和探测数据对比图

#### 4.6.3 能量损失模拟结果

图 4-3 对比了 Bethe-Bloch 公式与 Landau 分布模型下的能量损失。图示中，Bethe-Bloch 理论计算的期望能损为蓝色曲线，Landau 分布最可几能损值为绿色曲线，质子动能随  $\beta$  的趋势为红色曲线。在本研究的有效工作区间  $\beta \geq 0.4$  内，所选能损模型能够有效描述粒子的能量损失过程。

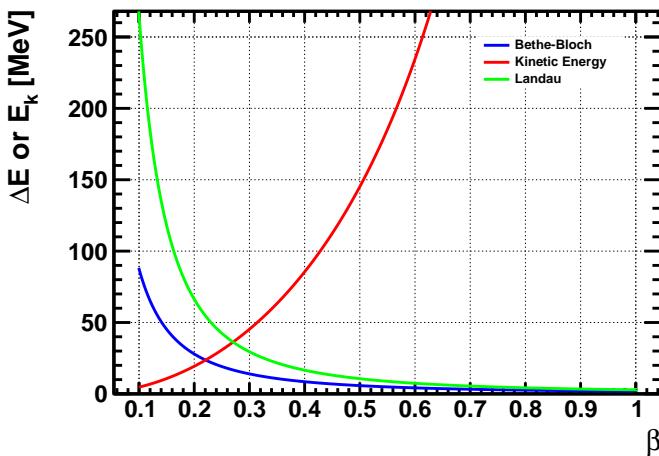


图 4-3 不同能损模型的能量损失

#### 4.6.4 速度重建结果比较

##### 线性重建与非线性重建方法性能比较

图 4-4 展示了质子使用线性重建和非线性重建的结果比较。横坐标为入射粒子的速度，纵坐标为重建速度的均值，误差棒为标准差。蓝色线条为线性重建结果，红色线条为使用朗道能损波动的非线性重建结果，绿色线条为使用高斯能损波动的非线性重建结果。

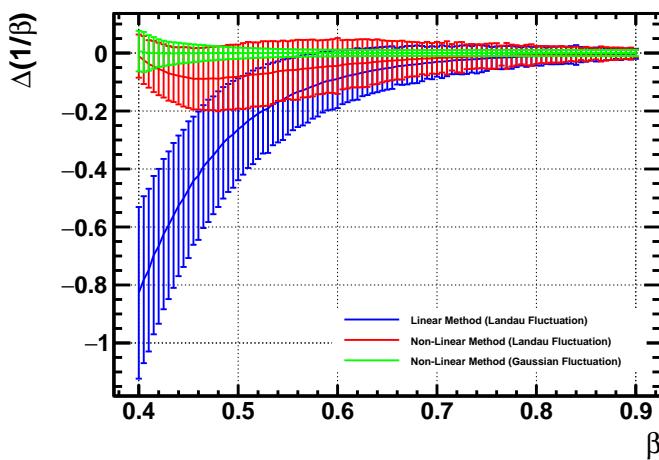
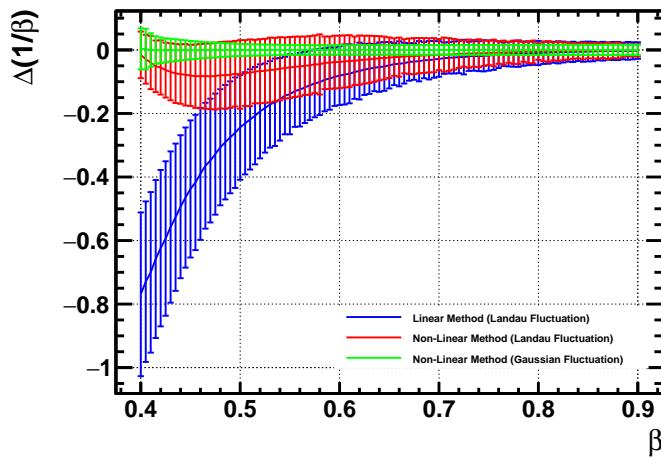


图 4-4 质子重建结果对比图

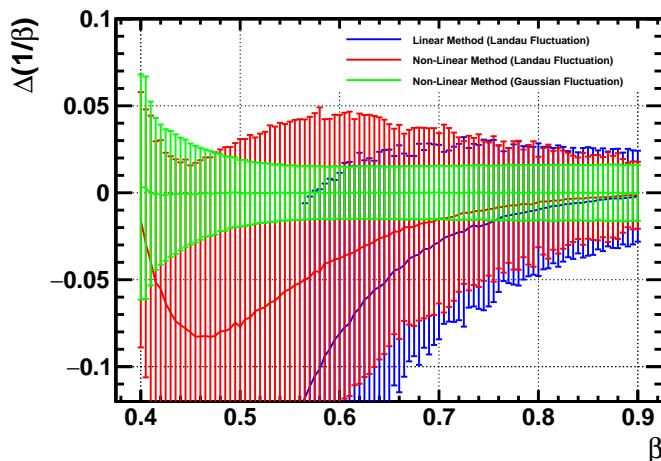
对比结果表明，线性重建方法在中低能区 ( $\beta < 0.6$ ) 出现明显的系统性偏差，且随粒子能量减小偏差越来越大。非线性重建方法虽然也存在偏差，但明显小于线性重建方法。特别是使用高斯分布作为能量损失波动模型时，非线性重建结果几乎无偏差，这是因为高斯分布的对称特性更有利于重建均值保持在真实值附近。

### 不同粒子类型的重建性能

图 4-5 展示了锂-6 ( ${}^6\text{Li}$ ) 粒子的重建结果。与质子类似，非线性重建方法显著优于线性重建方法，但其性能提升幅度略有不同，反映了不同粒子类型对能量损失敏感度的差异。



(a) 完整重建结果



(b) 放大重建结果

图 4-5 锂-6 重建结果对比图

### 4.7 小结

在这一章节之中借助蒙特卡洛模拟的方式构建了简化的 AMS - TOF 探测器模型，达成了粒子传播、测量以及速度重建的模拟实现，模拟所得到的结果显示：

1. 在中低能的区间 ( $\beta < 0.6$ ) 范围之内，传统的线性重建方法会出现一定的系统偏差情况，并且这种偏差会随着能量的降低而呈现出增大的趋势；

2. 非线性重建方法是借助对粒子于介质里能量损失状况以及速度变化情况展开考量，以此可以切实降低系统偏差，提升速度重建的精准程度；
3. 能量损失波动模型的挑选对于重建结果而言有着较为关键的影响，在本研究的场景当中，高斯分布模型呈现出了更为良好的表现；
4. 在极低能区 ( $\beta \lesssim 0.45$ )，由于能量损失更大的粒子无法完整通过探测器而被算法自动剔除，使重建结果向真值靠拢。

# 第 5 章 基于 AMS 软件的非线性速度重建方法实现与验证

作为自 2011 年起持续在国际空间站上运行的粒子物理实验，AMS-02 本身已经设计了一套极其完善的蒙特卡洛模拟和数据分析软件。本章将直接依赖 AMS 软件环境，基于其现有算法框架，实现粒子速度的非线性重建方法，并通过 AMS 实验数据进行验证与性能评估。

## 5.1 AMS 软件架构与核心算法

AMS 软件基于 C++ 编写，包含了数据处理、模拟、分析等多个模块。本节将简要介绍其中与本工作相关的部分算法，这些算法将作为本研究实现非线性重建方法的基础。

### 5.1.1 速度重建算法

AMS 软件所采用的速度重建算法是线性重建算法，它的核心思想跟第 4.5 节中描述的相同，也就是假定粒子于探测器里做匀速直线运动，按照路径长度跟传播时间的线性关系来求解粒子速度，然而此算法相较于第 4.5 节的算法，精确程度更高且更加稳健。

例如针对测量数据  $(L_i, t_{m,i})$ ，此算法充分考虑到不同测量点的时间精度或许会存在差异，运用加权最小二乘法来开展拟合工作，其中每个测量点的权重  $w_i$  是由其时间测量误差  $\sigma_{t_i}$  所决定的：

$$w_i = \frac{1}{(c\sigma_{t_i})^2} \quad (5-1)$$

其中  $c\sigma_{t_i}$  会把时间误差转变为等效距离误差，借助这些权重，算法去计算加权均

值以及加权协方差：

$$\begin{aligned}
 W &= \sum_{i=1}^n w_i \\
 \bar{L}_w &= \frac{1}{W} \sum_{i=1}^n w_i L_i \\
 \overline{ct_{mw}} &= \frac{1}{W} \sum_{i=1}^n w_i ct_{m,i} \\
 \sigma_{L,ct_m}^w &= \frac{1}{W} \sum_{i=1}^n w_i (L_i - \bar{L}_w)(ct_{m,i} - \overline{ct_{mw}}) \\
 \sigma_L^{2w} &= \frac{1}{W} \sum_{i=1}^n w_i (L_i - \bar{L}_w)^2
 \end{aligned} \tag{5-2}$$

根据加权最小二乘法，最优的斜率  $k$ （即  $1/\beta$ ）和截距  $b$  为：

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{\sigma_{L,ct_m}^w}{\sigma_L^{2w}} \\
 b &= \overline{ct_{mw}} - k \bar{L}_w
 \end{aligned} \tag{5-3}$$

除此之外，算法会筛选实测数据，仅保留质量合格的数据点（只要  $n \geq 2$  就可进行拟合）。当  $\beta$  显著偏离物理实际时，还会依次剔除数据点并重新拟合，同时，结合粒子的轨迹重建数据，算法可以补偿部分缺失数据等等。

### 5.1.2 能量损失计算

AMS 软件中，有多个独立的能量计算算法，此处介绍其中的一个利用 Bethe-Bloch 方程计算能量损失的方法。针对多元素的材料，较之 4.3.2 节描述的，该算法将每个元素进行单独计算再叠加，无需处理复杂的材料模型。

此外，该算法考虑了 AMS 探测器的空间分布特性，算法利用预建模的 AMS 的几何结构信息，结合探测器测得的粒子轨迹信息，沿路径积分粒子在探测器材料中的元素丰度。与 4.3.2 节不同，该算法可以不再将粒子视为仅在闪烁体探测器中发生能量损失，而能够考虑粒子在整个探测器中的能损情况。

算法依据 AMS 材料组成，考虑了九种元素：氢 (H)、碳 (C)、氮 (N)、氧 (O)、氟 (F)、钠 (Na)、铝 (Al)、硅 (Si) 和铅 (Pb)。对每种元素，预定义其参数，通过粒子轨迹信息，计算各元素  $X$  在轨迹上的丰度  $N_X$ 。

累加路径上所有元素的贡献，得到计算的实际总能量损失：

$$E_{loss} = \sum_X \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_X \cdot N_X \cdot A_X \quad (5-4)$$

式中  $E_{loss}$ ——粒子在探测器中损失的能量，单位 MeV；

$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_X$ ——元素  $X$  的平均质量阻止本领，单位  $\text{MeV g}^{-1} \text{cm}^2$ ；

$N_X$ ——元素  $X$  的丰度，单位  $\text{mol cm}^{-2}$ ；

$A_X$ ——元素  $X$  的原子质量，单位  $\text{g mol}^{-1}$ 。

将计算元素丰度的过程取微元，即可计算粒子在每个微小段的能量损失。

### 5.1.3 粒子传播算法

虽然 AMS 的蒙特卡洛模拟系统为了准确模拟实际实验，其生成的数据是基于 AMS 的探测器响应的电信号结果，而非直接生成粒子的轨迹信息，但其仍然实现了粒子传播的相关算法。该算法较之4.3节构建了更加精确的带电粒子轨迹重建系统。

相比4.3节的几何解，该算法更加物理化。粒子在电磁场中的运动由洛伦兹力方程描述：

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (5-5)$$

式中  $\vec{p}$ ——粒子动量，单位  $\text{MeV c}^{-1}$ ；

$q$ ——粒子电荷，单位  $e$ （即粒子电荷表示为基本电荷的倍数）；

$\vec{E}$ ——电场强度，AMS 实验中可忽略；

$\vec{B}$ ——磁场强度，单位 T。

电场通常可忽略，且 AMS 一般使用刚度 ( $R = pc/|q|$ ) 作为动力学参数，则式(5-5)可以改写为：

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}}{ds} &= \frac{c}{R}(\hat{v} \times \vec{B}) \\ ds &= |\vec{v}| dt \end{aligned} \quad (5-6)$$

式中  $s$ ——粒子沿轨迹的路径长度，单位 cm；

$\hat{v}$ ——粒子速度的单位向量。

式(5-6)中，使用  $s$  作为微分变量，不仅可以提高数值稳定性，且可以直接使用距离作为步长而不用通过速度进行换算。

在实际的 AMS 实验中，磁场并非4.3节中假设的均匀磁场。图 5-1 使用流线图展示了 AMS 中实际的磁场分布，可见真实磁场实际上为一个复杂的三维空间分布的非

均匀磁场。

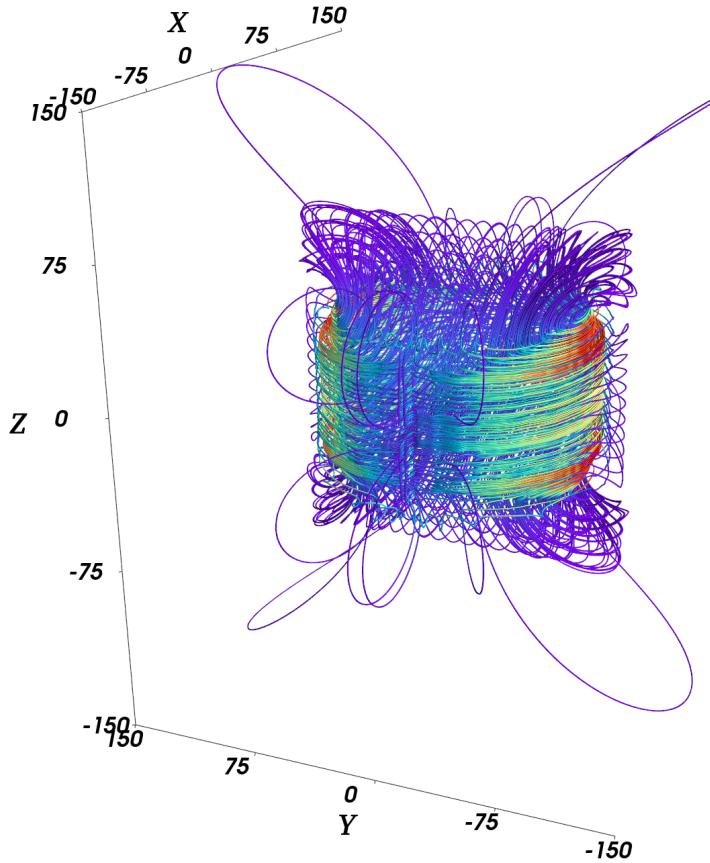


图 5-1 磁场流线图

为解决此问题，AMS 对实际磁场数据线性采样得到三维网格磁场数据  $\vec{B}_{ijk}$ ，此时任意点  $\vec{r}$  处的磁场通过线性插值获得：

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 \vec{B}_{i_0+i, j_0+j, k_0+k} \cdot w_{ijk}(\vec{r}) \quad (5-7)$$

$$w_{ijk}(\vec{r}) = (1 - |x - x_i|)(1 - |y - y_j|)(1 - |z - z_k|)$$

式中  $(i_0, j_0, k_0)$ ——包含点  $\vec{r}$  的网格单元的最小索引；

$w$ ——权重函数。

引入非均匀磁场后，几何方法将不再能正确描述粒子轨迹，因此采用龙格-库塔法对粒子轨迹进行数值求解。对于相空间中的状态向量  $\vec{Y} = (\vec{r}, \vec{v})$ ，其演化遵循：

$$\frac{d\vec{Y}}{ds} = \begin{pmatrix} \hat{v} \\ \frac{c}{R}(\hat{v} \times \vec{B}) \end{pmatrix} \quad (5-8)$$

使用四阶龙格-库塔法通过以下方式迭代求解：

$$\begin{aligned}
 \vec{k}_1 &= h \cdot \vec{f}(\vec{Y}_n) \\
 \vec{k}_2 &= h \cdot \vec{f}\left(\vec{Y}_n + \frac{1}{2}\vec{k}_1\right) \\
 \vec{k}_3 &= h \cdot \vec{f}\left(\vec{Y}_n + \frac{1}{2}\vec{k}_2\right) \\
 \vec{k}_4 &= h \cdot \vec{f}\left(\vec{Y}_n + \vec{k}_3\right) \\
 \vec{Y}_{n+1} &= \vec{Y}_n + \frac{1}{6}(\vec{k}_1 + 2\vec{k}_2 + 2\vec{k}_3 + \vec{k}_4)
 \end{aligned} \tag{5-9}$$

式中  $\vec{Y}_n$ ——粒子在步长  $n$  时的状态向量；

$\vec{k}_i$ ——龙格-库塔法中间变量；

$\vec{f}$ ——状态导数函数；

$h$ ——步长。

为确保强磁场区域的数值稳定性，算法通过比较当前步长  $h_{old}$  和实际步长  $h_{actual}$  来自适应调整步长，避免转过的实际角度  $\theta_{actual}$  超过最大允许角度  $\theta_{max}$ ：

$$h_{new} = h_{old} \cdot \sqrt{\frac{\theta_{max}}{\theta_{actual}}} \tag{5-10}$$

此外，在极端条件下，若迭代计算数值不稳定，算法将退回到几何算法，使用螺旋线近似。此时的计算方法与4.3节中的几何方法相同。

最后，算法考虑到了强磁场区域的粒子回旋行为，使得其可以正确处理多次穿越同一平面的情况；同时，算法会自动判断粒子运动方向，根据方向自适应调整算法的迭代求解方向。

## 5.2 非线性速度重建算法及其优化

本章将直接使用 AMS 的蒙特卡洛模拟数据（已被预处理为坐标和时间数据）进行算法测试和验证，因此无需再次实现粒子传播和探测器测量的模拟。

### 5.2.1 基本算法框架

本章算法的基本思路与4.5节完全一致，数学模型仍为：

$$\hat{\beta}_0 = \arg \min_{\beta_0} \sum_{i=1}^n \frac{[t_{m,i} - \mathcal{F}'(\beta_0)]^2}{\sigma_i^2} \tag{5-11}$$

不过， $\mathcal{F}'(\beta_0)$  是基于 5.1.3 节所述传播算法。但由于 5.1.3 节所述算法并没有考虑粒子在探测器中的能量损失，本工作在 5.1.3 节的基础上，将 5.1.2 节的能量损失算法嵌入到 5.1.3 节的粒子算法的每个迭代步骤中，即可完整实现粒子在探测器中的传播。为得到重建时间，在迭代过程中会计算粒子的当前速度，并通过传播距离步长来计算粒子在探测器中的传播时间步长，累加即可得到粒子在探测器中的传播时间。

### 5.2.2 算法优化

#### 传播

由于实际上参与速度重建的所有粒子信息均是来源于 AMS 的探测器测量的数据（即使是蒙特卡洛模拟，也是产生探测器的响应结果，再计算“测量”数据），即所有参数重建的数据均包含相应的测量误差。此外，粒子并不会按照 Bethe-Bloch 公式所计算的平均值损失能量，而具有相应的涨落。因此，无论何种粒子传播算法，均无法准确复现特定粒子在探测器之中的真实传播轨迹。

这一现象导致粒子在探测器中的传播距离  $L_i$  无法准确复现实际的粒子传播距离。利用 AMS 多探测器联合测量的优势，实际上可以直接通过其余探测器的测量结果  $L_{m,i}$  直接作为重建中计算的粒子传播距离  $L_i$ 。该测量数据完全源于粒子在 AMS 中的路径，相较于算法由测量初始值进行计算，会更加准确。虽然在优化算法中， $L_i$  会随重建给定的初始速度  $\beta_0$  而变化，但由于只有特定的  $\beta_0$  才能使得粒子在 AMS 特定结构下得到符合测量结果的  $t_{m,i}$ ，因此直接使用  $L_{m,i}$  作为粒子在探测器中的传播距离  $L_i$  也能正确重建，且该方法不仅可以略微（实际 AMS 的轨迹重建已经相当精确，大多数情况下，传播算法利用其重建结果计算的轨迹与实际粒子轨迹相差不大，因此重建精度提升不大）提高重建精度，还由于减少了大量迭代计算，极大的提高了重建速度。

#### 能损

此外 TOF 探测器本身除了测量粒子在探测器中的传播时间外，还可以测量粒子在闪烁体材料中的能量沉积  $E_{dep,i}$ ——此为粒子在 TOF 探测器的闪烁体材料中损失的能量。但探测器除了闪烁体材料外，还包含有支撑结构等其他材料，因此  $E_{dep,i}$  并不能直接等同于粒子在 TOF 探测器中的能量损失。

观察图 3-1 和图 3-2 的行为，发现粒子的质量阻止本领几乎不随粒子能量变化而变化，因此可以认为粒子在 TOF 探测器中的能量损失与粒子在闪烁体材料中的能量沉积成正比。即：

$$E_{loss,i} = \frac{E_{dep,i}}{E_{dep}^0} \cdot E_{loss}^0 \quad (5-12)$$

式中  $E_{loss,i}$ ——粒子在第 i 层 TOF 探测器中的能量损失，单位 MeV；  
 $E_{dep,i}$ ——粒子在第 i 层 TOF 探测器的闪烁体材料中损失的能量，单位 MeV；  
 $E_{dep}^0$ ——粒子在 TOF 探测器的闪烁体材料中损失的能量的参考值，单位 MeV；  
 $E_{loss}^0$ ——粒子在 TOF 探测器中的能量损失的参考值，单位 MeV。

其中参考值  $E_{dep}^0$  和  $E_{loss}^0$  需要通过蒙特卡洛模拟获得。

上述方法除了可以通过  $E_{dep,i}$  外推  $E_{loss,i}$ ，甚至可以进一步通过 4 个探测器得到  $E_{dep}$  外推整个从 UTOF 到 LTOF 的能量损失，这将进一步提高速度重建的准确程度。

由于图 3-1 中可见不同物质的质量阻止本领差异不大，而图 3-2 揭示了在相当大的能量范围内，粒子在同一材料中的能量损失随粒子能量变化是线性的，据此假定粒子的能量损失可以通过线性关系，将 TOF 测量的能量沉积外推到粒子的全部能量损失。令粒子在 UTOF 到 LTOF 之间的总能量损失为  $E_{loss}$ （包括全部 TOF、部分 Tracker 等探测器的总能损），取  $\zeta$  为能量损失缩放因子，则有：

$$\begin{aligned} E_{dep} &= \sum_{i=1}^4 E_{dep,i} \\ E_{loss} &= \sum_{i=1}^4 E_{loss,i} + \Delta E_{else} \\ E_{loss} &= \zeta \cdot E_{dep} \end{aligned} \tag{5-13}$$

式中  $\Delta E_{else}$ ——其他探测器上的能量损失，单位 MeV。

### 5.2.3 超光速

由于 TOF 的测量误差，接近光速的粒子飞行时间很可能被测得甚至小于光速，但非线性重建算法由于其考虑了能量，物理上无法允许粒子超过光速，导致极高能量下的重建误差分布严重不对称。考虑到极高能粒子在 TOF 上的能量沉积相对于其本身的能量几乎可以忽略，因此算法在线性重建算法给出粒子速度为超光速时，不再进行非线性重建，而是直接使用线性重建算法的结果。

### 5.2.4 算法实现

通过上述方法，最终的优化目标函数为：

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_{i=1}^4 \frac{(t_{m,i} - t_{r,i})^2}{\sigma_i^2} \\ t_{r,i} &= \frac{L_{m,i}}{\beta_i} \\ 1/\beta_i &= 1/\sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{E_i}\right)^2} \\ E_i &= E_{i-1} - \zeta \cdot E_{dep,i}\end{aligned}\tag{5-14}$$

### 5.2.5 能量损失缩放因子

能量损失缩放因子需通过蒙特卡洛模拟拟合获得。与式(5-14)相同，在非线性传播发算法中，是固定 $\zeta$ 的值进行迭代计算，而在拟合 $\zeta$ 时，将 $\zeta$ 作为参数，反而将 $\beta_0$ （使用蒙特卡洛模拟的真实值）作为常数。

## 5.3 算法性能评估与结果分析

为评估比较非线性速度重建方法于线性方法的性能，本节使用AMS的蒙特卡洛模拟数据进行验证对比。在模拟数据中能够获取粒子的蒙特卡洛模拟真实速度值 $\beta_{MC}$ 作为参考，从而分析残差 $1/\beta_{rec} - 1/\beta_{MC}$ 的分布情况。

### 5.3.1 测试数据集

此项研究运用了由AMS蒙特卡洛模拟所生成的、关于不同核电荷数粒子的数据，具体涉及了三类粒子，其中Z=2的氦核被选作低核电荷的代表，它有较大的统计量，碳核（Z=6）则作为中等核电荷的代表，另外Z=8的氧核被用作较高核电荷的代表，这三类粒子可以较为全面地呈现出不同核电荷数粒子的重建特性。

针对每一种粒子类型，会依据能量区间（实际按照 $\beta$ 值）来实施分组操作，对算法于不同能量状况下的表现给予评估。

### 5.3.2 线性重建和非线性重建对比结果

图 5-2a 和图 5-2b 分别展示了线性重建和不对能量损失进行修正，直接使用 TOF 探测的能量沉积作为粒子能量损失的非线性重建的结果。可以看到两者的行为几乎一致，但线性重建结果比非线性重建结果更差。从图 5-3 中可以更清晰地看到两者的对比。而图 5-4 使用了拟合的能量损失缩放因子  $\zeta = 1.897$ ，可以看到非线性重建的均值几乎在 0 附近。

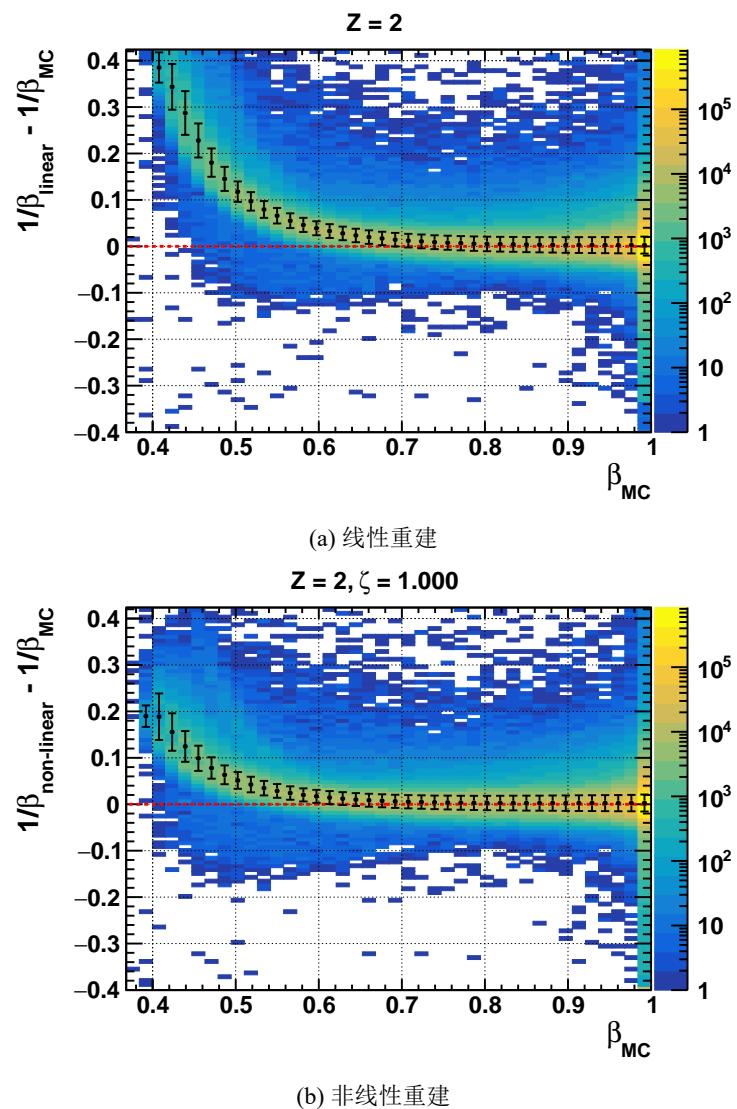


图 5-2 线性重建和非线性重建

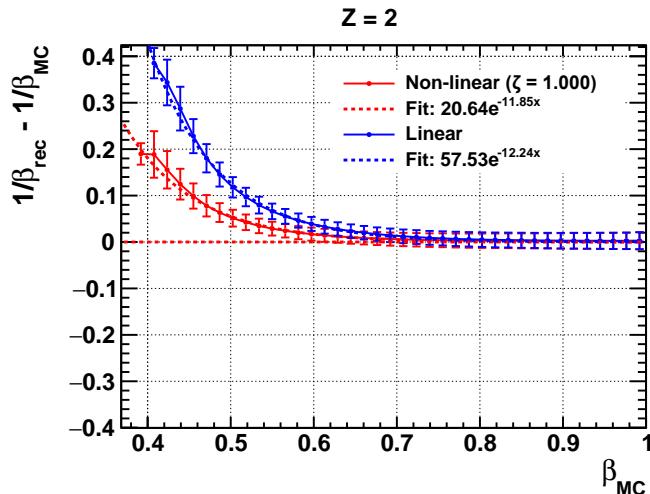


图 5-3 线性重建和非线性重建对比

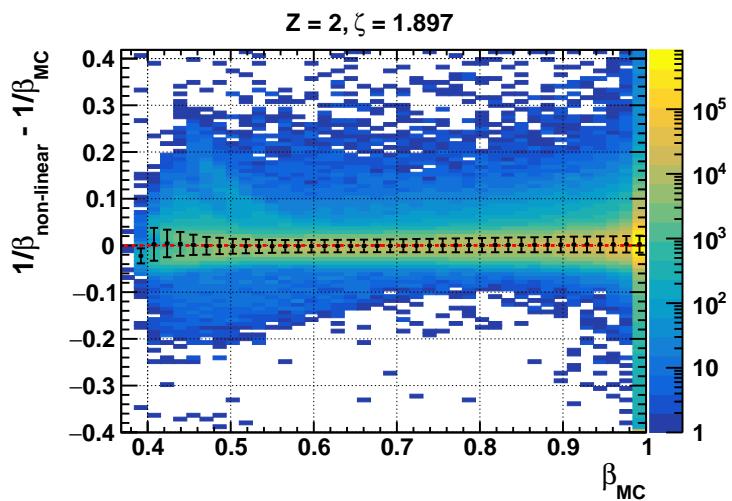
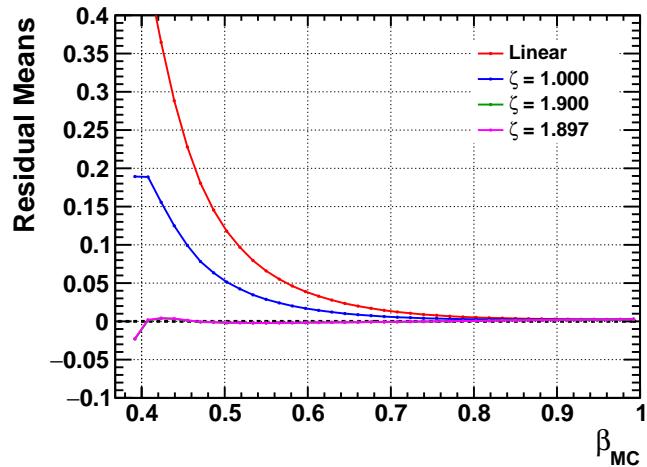


图 5-4 线性重建和非线性重建对比

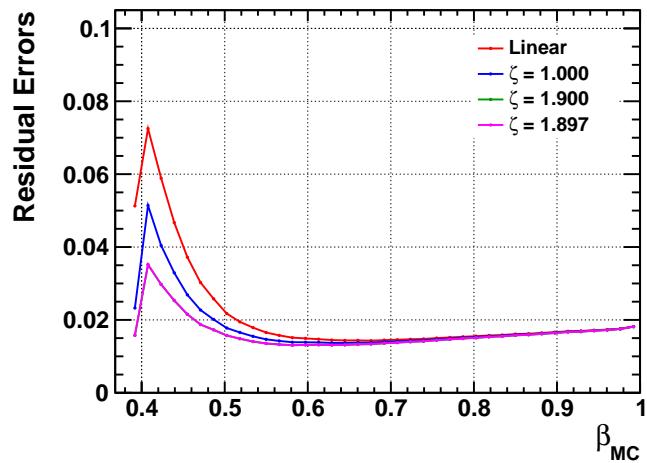
### 5.3.3 氦核、碳核和氧核重建结果

图 5-5、图 5-6 和图 5-7 分别展示了氦核、碳核和氧核的重建结果。每张图中有多条曲线，其中红色为线性重建的结果，蓝色为不使用能量损失修正的非线性重建结果，绿色为使用统一的能量缩放因子 ( $\zeta = 1.9$ ) 的非线性重建结果，洋红色为使用各自核电荷数对应的最优能量缩放因子的非线性重建结果。左侧均为重建均值，右侧为重建分辨率。可以看到，统一能量缩放因子与各自核电荷数对应的最优能量缩放因子相比，重建均值和分辨率只有极小的差距，仍然可以得到较好的重建结果。

三类粒子的结果图中均出现了某些重建均值和分辨率的异常现象，这是由于拟合时的数据量较低，例如图 5-8 展示了碳核在  $\beta = 0.514$  附近的重建结果分布。可以看到，由于数据量的减少，图 5-8b 的双峰分布结构不再明显，导致其重建分辨率出现明



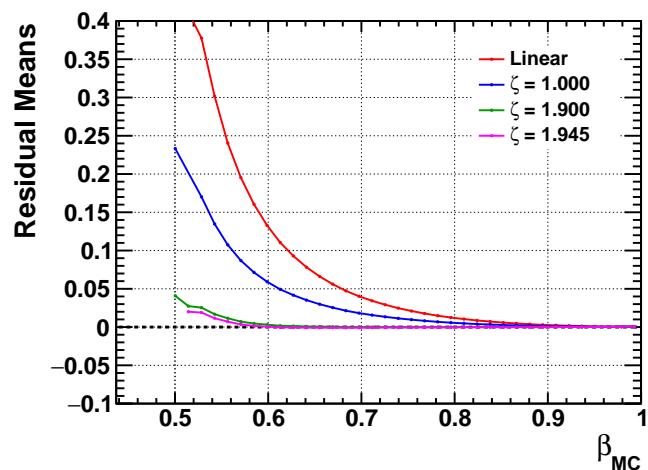
(a) 重建均值



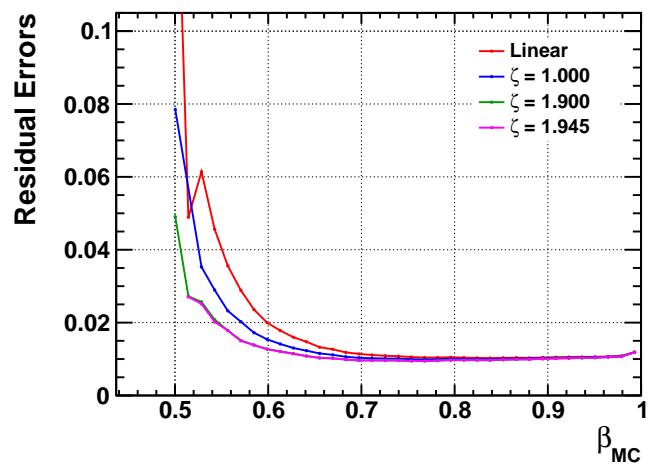
(b) 重建分辨率

图 5-5 氦核重建结果

显更好的现象。而图 5-8a 由于事例数不足，导致重建的分辨率又出现了明显的恶化。其余异常点均为类似原因造成，但为了严谨起见，仍然保留了这些数据点。

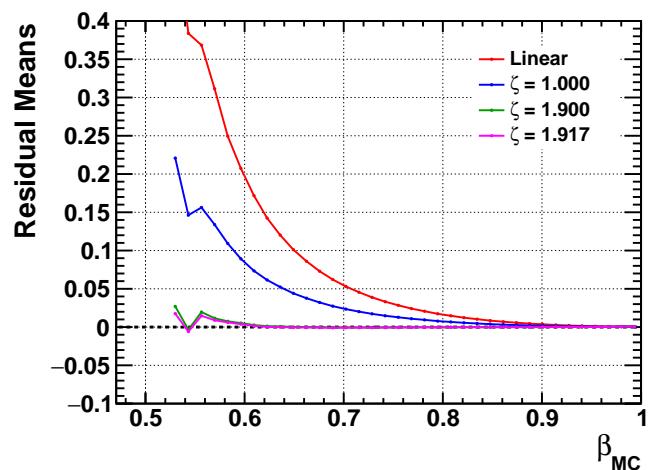


(a) 重建均值

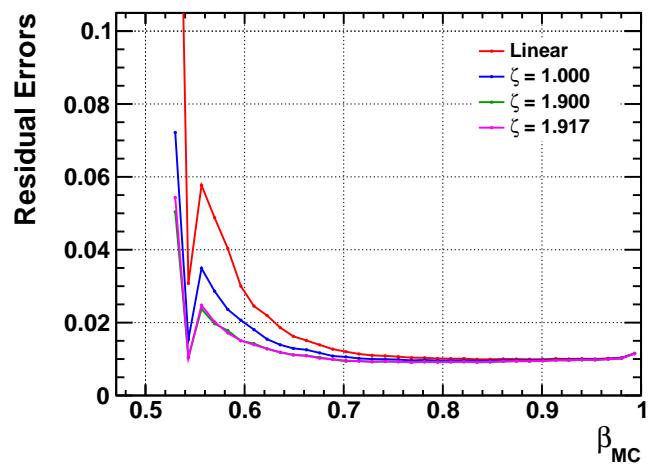


(b) 重建分辨率

图 5-6 碳核重建结果



(a) 重建均值



(b) 重建分辨率

图 5-7 氧核重建结果

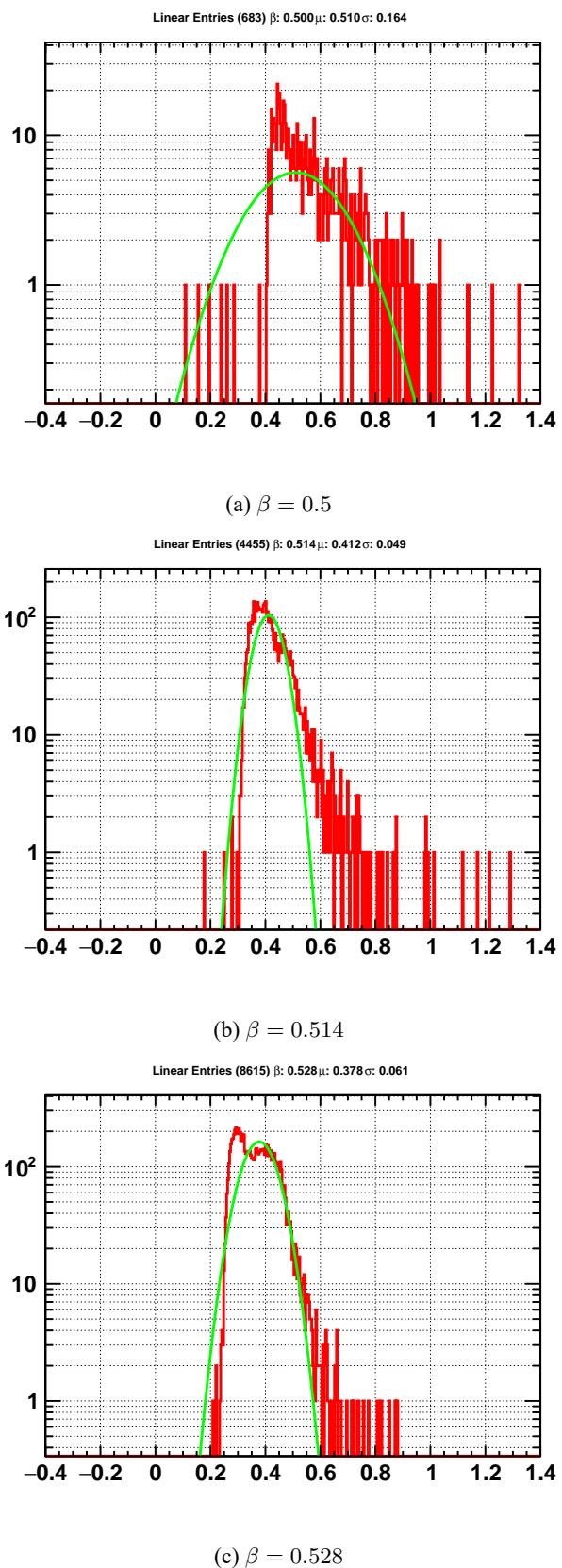


图 5-8 碳核在  $\beta = 0.514$  附近的重建结果分布图

### 5.3.4 能量损失缩放因子

图 5-9 展示了初始速度小于 0.9 倍光速的粒子能量损失缩放因子  $\zeta$  的拟合结果分布。可以看到，其分布较为对称，均值在 1.9 附近。而图 5-10 展示了能量损失缩放因子与粒子能量的关系，可以看到其均值几乎都在 2 附近。图 5-10 进一步展示，随着能量的升高，速度重建受到能量损失的影响越来越小，能量损失缩放因子的波动越来越大，甚至出现了大量的负值。

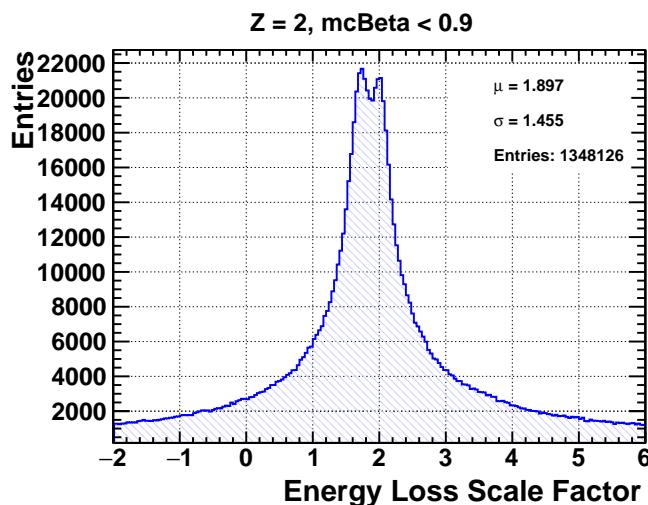


图 5-9 能量损失缩放因子分布

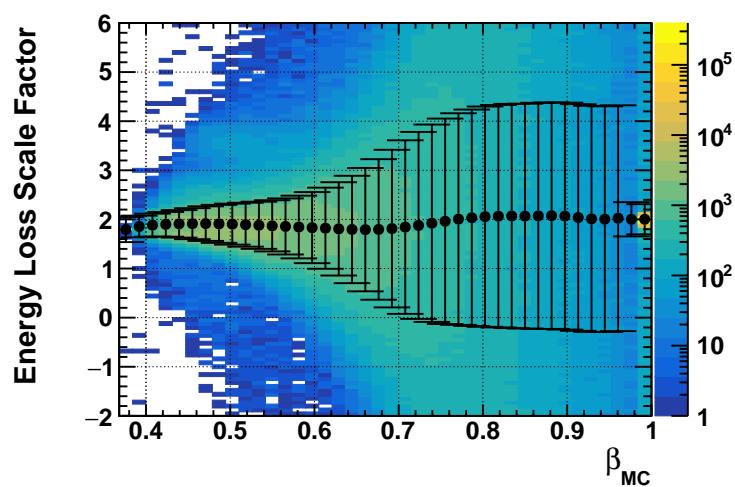


图 5-10 能量损失缩放因子与粒子能量的关系

## 5.4 小结

在本章之中借助 AMS 软件研发了一种运用非线性方式来重建粒子速度的算法，先是阐述了 AMS 软件里和本研究有联系的算法，并且在这个基础上达成了一套非线性速度重建办法，此方法的创新之处在于借助 TOF 探测器测量得到的能量沉积数据，经由引入能量损失缩放因子  $\zeta$ ，对外推粒子于探测器里的总能量损失加以实现，以此提升重建精度。研究针对线性重建以及非线性重建在不一样参数设置状况下的表现展开对比，凭借氦核、碳核以及氧核的模拟数据结果证实了非线性重建算法有优越性。结果说明，运用统一能量缩放因子 ( $\zeta \approx 1.9$ ) 的非线性重建方法可改善粒子速度重建的均值与分辨率，研究还剖析了能量损失缩放因子的分布特性以及其和粒子能量之间的关系，为优化重建算法给予了参考。

## 结论与展望

### 1 研究总结

本文围绕 AMS 飞行时间探测器，研究速度的非线性重建方法。通过理论分析、蒙特卡洛模拟验证和 AMS 软件实现，本研究极大的改善了传统线性重建方法中，低能区粒子速度重建中存在的明显系统偏差的问题。

研究始于粒子与物质相互作用这一方面，思考了带电粒子于探测器里能量损失情况，以及速度变化所呈现的非线性效应，开发出一种创新算法，此算法可有效提高重建精度，下面对主要研究成果给予总结：

本研究对 TOF 探测器测量粒子速度的理论基础做了梳理工作，同时分析了带电粒子于物质中的能量损失机制。研究证实，粒子在 TOF 探测器材料里传播时，因电离能损致使的速度衰减是线性重建方法出现系统偏差的根本缘由，而且这种偏差在中低能区域 ( $\beta < 0.6$ ) 特别明显，随着粒子能量下降，偏差快速增大。

本文另外构建了 AMS-TOF 系统的简化物理模型，达成了从“物理建模、粒子传播、测量模拟直至速度重建”的模拟流程，模拟结果显示，和线性重建方法相比较，考虑能量损失的非线性重建方法可降低系统偏差，若能量损失波动呈高斯分布，非线性重建结果基本没有偏差。

本文提出一种有创新性的非线性速度重建方法，该方法引入了能量损失缩放因子  $\zeta$ ，借助 TOF 探测器所测量得到的能量沉积数据，以此来外推粒子于探测器中的总能量损失情况，经由 AMS 蒙特卡洛模拟数据展开验证，发现运用带有  $\zeta \approx 1.9$  的能量损失缩放因子实施非线性重建，可对不同核电荷数粒子的速度重建均值以及分辨率起到有效的改善作用。

本研究就上述算法于实际应用里的性能展开多方面优化：借助 AMS 多探测器联合测量所拥有的优势，将其他探测器的测量结果用作粒子传播距离，以此在提高重建精度之际，提升计算速度；针对接近光速粒子有可能出现的“超光速”测量值问题，达成线性与非线性算法的智能切换策略；依靠剖析能量损失缩放因子  $\zeta$  跟粒子之间的关系，揭示其在  $\zeta \approx 1.9$  附近呈现出的集中分布特性。

此项研究针对线性重建以及非线性重建于不同参数设定状况下的表现展开了对比分析，结果说明，就中低能区间的粒子而言，非线性重建方法的优势较大，随着粒子能量的不断提升，能量损失对于速度重建所产生的影响逐步减弱，两种方法之间的差异也相应缩小。

## 2 未来展望

展望未来，本研究仍有多个方向值得进一步探索和完善。

### 2.1 模型精细化与增强

当前已有的非线性重建方法大多依靠 TOF 的测量数据，在未来可将 AMS 的其他探测器所包含的信息进行整合，以此构建出多探测器融合的综合重建模型：

$$\chi^2 = \chi_{\text{TOF}}^2 + \chi_{\text{Tracker}}^2 + \chi_{\text{RICH}}^2 + \chi_{\text{other}}^2 \quad (5-15)$$

关于能量损失缩放因子  $\zeta$ ，本研究当下采用统一值来处理，后续可思索构建和粒子特性有关的动态缩放模型，能更精准地体现不同类型粒子在探测器各个部分的能量损失特性，比如：

$$\zeta(Z, \beta) = a_0 + a_1 Z + a_2 \beta + a_3 Z \beta + \dots \quad (5-16)$$

当前模型假定能量损失波动在各材料中有一致性，未来可以把能量损失当作独立优化参数，借助联合优化能量损失和传播时间，提高重建精度：

$$\chi^2 = \sum_i \left( \frac{E_{\text{dep},i} - E_{\text{model},i}(\beta_0, \vec{\theta})}{\sigma_{E,i}} \right)^2 + \sum_i \left( \frac{t_{m,i} - \mathcal{F}(\beta_0, \vec{\theta})}{\sigma_{t,i}} \right)^2 \quad (5-17)$$

式中  $E_{\text{dep},i}$ ——测量能量沉积；  
 $E_{\text{model},i}$ ——模型预测能量沉积；  
 $\vec{\theta}$ ——其他模型参数。

### 2.2 算法实时性与计算效率优化

鉴于 AMS 实验要处理数量众多的粒子数据，算法仍需提升计算效率。例如，可借助 CPU 多核并行化处理来优化算法，或者对参数开展预估工作，提供更为理想的初始值，减少迭代的次数，还可针对不同的粒子类型以及能量区间研发专用算法，使之比通用算法 MINUIT2 更快收敛。

## 致谢

行文至此，掩卷回首，四年时光如柳绵般无声漫卷，沾在衣襟上成了白驹过隙的微尘。从牛顿三定律的光滑斜面，到量子隧穿的非定域纠缠，我在这段旅程中每一步的前行，都凝聚着无数人的支持与帮助。

我要由衷地感激我的本科母校——西南交通大学。成长过程中，这片土地给予我滋养，也给予我自由探索的空间以及包容的目光。还要感谢山东高等技术研究院，她为我提供了研究工作的良好平台，让我在科研中真切地领悟物理学科的严谨与魅力。

得遇良师，何其有幸。感谢许伟伟老师和陈尧老师，在我科研与撰写论文期间给予了悉心的指导和耐心的点拨，这使我明确了科研的方向，还让我感受到了追求学术的热忱与执着。感谢刘虎老师教导与关怀，是您带领我走入粒子天体的学术殿堂，为我的科研之路奠定基石。

感谢父母二十数载春秋的成全。当同龄人的家长都在劝说孩子选择热门专业时，你们却把建筑工地的烈日、缝纫机前的月光，都编织成了我书架上日渐增多的物理学课本。每次视频通话时，你们努力辨认实验室设备的好奇眼神，是我保持初心的源动力。

感谢朝夕相处的同窗。毅和小康，赤诚相助，暖意萦怀；斌与我并肩赛场，共同成长；熙曾温柔以待，相遇已是馈赠；方寸寝室，烟火相伴……此去山长水远，愿诸君安好如初。

谨以此文，向所有在本研究中给予我支持与帮助的人致谢。

## 参考文献

- [1] Hess V. On the observations of the penetrating radiation during seven balloon flights [EB/OL]. 2018. <https://arxiv.org/abs/1808.02927>. arXiv: 1808.02927 [physics.hist-ph].
- [2] Allkofer O. 宇宙线入门[M]. 徐春娴, 朱清琪, 译. 北京: 科学出版社, 1987: 3-6.
- [3] Landé A., Inglis D. R. The magnetic moment of the neutron[J]. Phys. rev., 1934, 46: 76-76. DOI: 10.1103/PhysRev.46.76.
- [4] Ginzburg V., Syrovatskii S. The origin of cosmic rays[M]. Pergamon Press, 1964.
- [5] Yan Q., Choutko V. Alignment of the alpha magnetic spectrometer (ams) in space[J]. The european physical journal c, 2023, 83(3): 245. DOI: 10.1140/epjc/s10052-023-1395-0.
- [6] Aguilar M., Ali Cavasonza L., Ambrosi G., et al. The alpha magnetic spectrometer (ams) on the international space station: part ii — results from the first seven years[J]. Physics reports, 2021, 894: 1-116. DOI: 10.1016/j.physrep.2020.09.003.
- [7] Ting S. The alpha magnetic spectrometer on the international space station[J]. Nuclear physics b - proceedings supplements, 2013, 243-244: 12-24. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2013.09.028.
- [8] Lübelsmeyer K., Schultz von Dratzig A., Wlochal M., et al. Upgrade of the alpha magnetic spectrometer (ams-02) for long term operation on the international space station (iss)[J]. Nuclear instruments and methods in physics research section a: accelerators, spectrometers, detectors and associated equipment, 2011, 654(1): 639-648. DOI: 10.1016/j.nima.2011.06.051.
- [9] Doetinchem P., Kirn T., Luebelsmeyer K., et al. The anticoincidence counter system of ams-02[EB/OL]. 2009. <https://arxiv.org/abs/0906.1068>. arXiv: 0906.1068 [astro-ph.IM].
- [10] Kirn T. The ams-02 trd on the international space station[J]. Nuclear instruments and methods in physics research section a: accelerators, spectrometers, detectors and associated equipment, 2013, 706: 43-47. DOI: 10.1016/j.nima.2012.05.010.

- [11] Heil M., et al. Operations and Alignment of the AMS-02 Transition Radiation Detector [C]//33rd International Cosmic Ray Conference. 2013: 1232.
- [12] Alpat B., Ambrosi G., Azzarello P., et al. The internal alignment and position resolution of the ams-02 silicon tracker determined with cosmic-ray muons[J]. Nuclear instruments and methods in physics research section a: accelerators, spectrometers, detectors and associated equipment, 2010, 613(2): 207-217. DOI: 10.1016/j.nima.2009.11.065.
- [13] Gallucci G., AMS-02 ECAL group. Performance of the ams-02 electromagnetic calorimeter in space[J]. Journal of physics: conference series, 2015, 587(1): 012028. DOI: 10.1088/1742-6596/587/1/012028.
- [14] Giovacchini F. Performance in space of the ams-02 rich detector[J]. Nuclear instruments and methods in physics research section a: accelerators, spectrometers, detectors and associated equipment, 2014, 766: 57-60. DOI: 10.1016/j.nima.2014.04.036.
- [15] Bindi V., Chen G., Chen H., et al. Calibration and performance of the ams-02 time of flight detector in space[J]. Nuclear instruments and methods in physics research section a: accelerators, spectrometers, detectors and associated equipment, 2014, 743: 22-29. DOI: 10.1016/j.nima.2014.01.002.
- [16] Bindi V., Casadei D., Castellini G., et al. The scintillator detector for the fast trigger and time-of-flight (tof) measurement of the space experiment ams-02[J]. Nuclear instruments and methods in physics research section a: accelerators, spectrometers, detectors and associated equipment, 2010, 623(3): 968-981. DOI: 10.1016/j.nima.2010.08.019.
- [17] Masi N. The ams-02 time of flight (tof) system: construction and overall performances in space[C]//. 2013.
- [18] Navas S., et al. Review of particle physics[J]. Phys. rev. d, 2024, 110(3): 030001. DOI: 10.1103/PhysRevD.110.030001.
- [19] Bichsel H. A method to improve tracking and particle identification in tpcs and silicon detectors[J]. Nuclear instruments and methods in physics research section a: accelerators, spectrometers, detectors and associated equipment, 2006, 562(1): 154-197. DOI: 10.1016/j.nima.2006.03.009.

- [20] Acosta E., Llovet X., Salvat F. Monte carlo simulation of bremsstrahlung emission by electrons[J]. Applied physics letters, 2002, 80: 3228-3330. DOI: 10.1063/1.1473684.
- [21] Jackson J. D. Classical electrodynamics[M]. 3rd. New York: Wiley, 1999: 637-638.
- [22] Ginzburg V. L., Frank I. M. Radiation of a uniformly moving electron due to its transition from one medium into another[J]. J.phys, 1945.
- [23] Braundmeier A. J., Arakawa E. T. 6. transition radiation[G]//Samson J., Ederer D. Experimental Methods in the Physical Sciences: Vacuum ultraviolet spectroscopy i: vol. 31. Academic Press, 1998: 93-100. DOI: 10.1016/S0076-695X(08)60040-X.
- [24] Livingston M. S., Bethe H. A. Nuclear physics c. nuclear dynamics, experimental[J]. Rev. mod. phys., 1937, 9: 245-390. DOI: 10.1103/RevModPhys.9.245.
- [25] Fano U. Penetration of protons, alpha particles, and mesons[J]. Ann. rev. nucl. sci., 2003, 13: 1-66. DOI: 10.1146/annurev.ns.13.120163.000245.
- [26] ICRU. Icru report 49. stopping powers and ranges for protons and alpha particles[J]. International commission on radiation units and measurements, 1993.
- [27] Groom D. E., Mokhov N. V., Striganov S. I. Muon stopping power and range tables 10 mev–100 tev[J]. Atomic data and nuclear data tables, 2001, 78(2): 183-356. DOI: 10.1006/adnd.2001.0861.
- [28] Sternheimer R. M., Seltzer S. M., Berger M. J. Density effect for the ionization loss of charged particles in various substances[J]. Phys. rev. b, 1982, 26: 6067-6076. DOI: 10.1103/PhysRevB.26.6067.
- [29] Sternheimer R. M. The density effect for the ionization loss in various materials[J]. Phys. rev., 1952, 88: 851-859. DOI: 10.1103/PhysRev.88.851.
- [30] 56 - on the energy loss of fast particles by ionisation[G]//TER HAAR D. Collected papers of l.d. landau. Pergamon, 1965: 417-424. DOI: 10.1016/B978-0-08-010586-4.50061-4.
- [31] Maccabee H., Papworth D. Correction to landau's energy loss formula[J]. Physics letters a, 1969, 30(4): 241-242. DOI: 10.1016/0375-9601(69)90879-2.
- [32] Sébilleau D. Introduction to (multiple) scattering theory[C]//Sébilleau D., Hatada K., Ebert H. Multiple scattering theory for spectroscopies. Cham: Springer International Publishing, 2018: 3-34.

- [33] Lynch G. R., Dahl O. I. Approximations to multiple coulomb scattering[J]. Nuclear instruments and methods in physics research section b: beam interactions with materials and atoms, 1991, 58(1): 6-10. DOI: 10.1016/0168-583X(91)95671-Y.
- [34] 姜伟生. 统计至简：概率统计全彩图解 + 微课 + python 编程[M]. 清华大学出版社, 2023: 287-308.

## 附录 1 部分程序源代码

代码1.1和代码1.2分别是利用 AMS 软件实现非线性重建的头文件和源文件。实际上由于5.2.2节中已经对算法进行了优化，因此具体实现仅需使用 AMS 数据（AMS 数据由 AMS 软件提供）即可，代码不再直接依赖 AMS 软件。

```

1 #ifndef __BETANL_H__
2 #define __BETANL_H__
3
4 /**
5  * @class BetaNLPars
6  * @brief Parameters for the beta non-linear reconstruction
7  */
8 class BetaNLPars
9 {
10 public:
11     static constexpr int nTOF = 4; // Number of TOF hits
12     static constexpr double SPEED_OF_LIGHT = 29.9792458; // Speed of light in cm/ns
13
14 public:
15     // Constructors & Destructors
16     //
17
18 /**
19  * Default constructor
20  * @note Default values:
21  * - Position: (0, 0, 0)
22  * - Direction: (0, 0, 1)
23  * - Beta: 0.8
24  * - Mass: 0.938 GeV/c^2
25  * - Charge: 1
26  */
27 BetaNLPars() {};
28
29 /**
30  * Constructor with parameters
31  * @param beta Initial beta of the particle
32  * @param mass Mass in GeV/c^2 of the particle
33  * @param energyDeposited Energy deposited in GeV at TOF hits

```

```

34     * @param hitTime Hit times in ns at TOF hits
35     * @param hitTimeError Hit time errors in ns at TOF hits
36     * @param pathLength Path length in cm at TOF hits
37 */
38 BetaNLPars(
39     const double beta,
40     const double mass,
41     const std::vector<double> energyDeposited,
42     const std::vector<double> hitTime,
43     const std::vector<double> hitTimeError,
44     const std::vector<double> pathLength);
45
46 /**
47 * Constructor with parameters
48 * @param beta Initial beta of the particle
49 * @param mass Mass in GeV/c^2 of the particle
50 * @param energyDeposited Energy deposited in GeV at TOF hits
51 * @param hitTime Hit times in ns at TOF hits
52 * @param hitTimeError Hit time errors in ns at TOF hits
53 * @param pathLength Path length in cm at TOF hits
54 */
55 BetaNLPars(
56     const double beta,
57     const double mass,
58     const double energyDeposited[nTOF],
59     const double hitTime[nTOF],
60     const double hitTimeError[nTOF],
61     const double pathLength[nTOF]);
62
63 /**
64 * Constructor with parameters
65 * @param beta Initial beta of the particle
66 * @param mass Mass in GeV/c^2 of the particle
67 * @param energyDeposited Energy deposited in GeV at TOF hits
68 * @param hitTime Hit times in ns at TOF hits
69 * @param hitTimeError Hit time errors in ns at TOF hits
70 * @param pathLength Path length in cm at TOF hits
71 */
72 BetaNLPars(
73     const double beta,
74     const double mass,
75     const float energyDeposited[nTOF],
76     const float hitTime[nTOF],

```

```

77     const float hitTimeError[nTOF],
78     const float pathLength[nTOF]);
79
80 /**
81 * Destructor
82 */
83 virtual ~BetaNLPars() {};
84
85 // Getters
86 //
87
88 /**
89 * Get the beta (v/c) of the particle
90 * @return Beta value
91 */
92 double Beta() const { return _beta; }
93
94 /**
95 * Get the mass in GeV/c^2 of the particle
96 * @return Mass (GeV/c^2)
97 */
98 double Mass() const { return _mass; }
99
100 // Setters
101 //
102
103 /**
104 * DON'T ALLOW SETTERS FOR NOW
105 */
106
107 // Functions
108 //
109
110 /**
111 * Get the momentum in GeV/c of the particle
112 * @note > 0 for positive charge, < 0 for negative charge
113 * @return Momentum (GeV/c)
114 */
115 double Momentum() const { return _mass * _beta / sqrt(1 - _beta * _beta); }
116

```

```

117 private:
118     BetaNLPars(double beta, double mass)
119         : _beta(beta), _mass(mass) {};
120
121     void init();
122
123 private:
124     // Particle Information
125     //
126     const double _beta = 0.8;                                // Beta of the particle
127     const double _mass = 0.938;                             // Mass in GeV/c^2 of the particle
128     const double _massSquared = _mass * _mass; // Mass squared in GeV^2/c^4 of
129     the particle
130
131     // Hit Information
132     //
133
134     std::vector<double> _energyDeposited; // Energy deposited in GeV at TOF hits
135     std::vector<double> _hitTime;           // Hit times in ns at TOF hits
136     std::vector<double> _hitTimeError; // Hit time errors in ns at TOF hits
137     std::vector<double> _pathLength;      // Path length in cm at TOF hits
138
139     friend class BetaNL;
140 };
141 /**
142 * @class BetaNL
143 * @brief Non-linear beta reconstruction
144 *
145 * This class reconstructs the beta value of a particle using the non-linear
146 * method.
147 *
148 * @note
149 * - This reconstruction method uses the energy loss scale factor to adjust the
150 *   energy loss.
151 *
152 */
153 class BetaNL

```

```

154 {
155 public:
156     // Constructors & Destructors
157     //
158
159 /**
160 * Constructor with BetaNLPars
161 * @param pars Parameters for the beta non-linear reconstruction
162 */
163 BetaNL(BetaNLPars pars, double energyLossScale = 2)
164     : _pars(std::make_shared<BetaNLPars>(pars)),
165     _energyLossScale(energyLossScale) {};
166
167 /**
168 * Destructor
169 */
170 virtual ~BetaNL() {};
171
172 // Getters
173 //
174
175 /**
176 * Get the reconstructed beta value by the non-linear method
177 * @return Reconstructed beta value
178 */
179 double Beta() { return 1 / InvBeta(); }
180
181 /**
182 * Get the reconstructed 1/beta value by the non-linear method
183 * @return Reconstructed 1/beta value
184 */
185 double InvBeta() { return reconstruct(); }
186
187 // Functions
188 //
189
190 /**
191 * Use Monte Carlo beta to calculate energy loss correction scale factor
192 * @param mcBeta Monte Carlo beta value
193 * @return Energy loss scale factor

```

```

194     * @note Energy loss scale factor is a parameter to adjust the energy loss
195     *       using in the reconstruction.
196     *       It works extremely wonderful for reducing system errors and
197     *       improving resolution.
198     * @warning Energy loss scale factor is based on correct Monte Carlo beta
199     *       value.
200
201     */
202
203     double EnergyLossScale(double mcBeta);
204
205
206 private:
207     std::vector<double> propagate(double beta) const; // Propagate the
208     particle with given beta
209     double betaChi2(const double *params); // Calculate chi
210     -square for beta reconstruction
211     double scaleChi2(const double *params, const double mcBeta); // Calculate chi
212     -square for energy loss scale
213     double reconstruct(); // Reconstruct
214     the 1/beta value
215
216
217 private:
218     std::shared_ptr<BetaNLPars> _pars; // Parameters for the beta non-
219     linear reconstruction
220     std::shared_ptr<double> _invBeta = nullptr; // Reconstructed 1/beta value
221     double _energyLossScale = 2; // Energy loss scale factor
222     double _timeOffset = 0; // Reconstructed time offset in
223     ns
224 };
225
226
227 #endif // __BETANL_H__

```

代码 1.1 BetaNL.h

```

1 #include "BetaNL.h"
2
3 #include <Math/Factory.h>
4 #include <Math/Functor.h>
5 #include <Math/Minimizer.h>
6 #include <TMath.h>
7
8 BetaNLPars::BetaNLPars(
9     const double beta,
10    const double mass,
11    const std::vector<double> energyDeposited,

```

```

12     const std::vector<double> hitTime,
13     const std::vector<double> hitTimeError,
14     const std::vector<double> pathLength)
15   : BetaNLPars(beta, mass)
16 {
17   _energyDeposited = energyDeposited;
18   _hitTime = hitTime;
19   _hitTimeError = hitTimeError;
20   _pathLength = pathLength;
21   init();
22 }
23
24 BetaNLPars::BetaNLPars(
25   const double beta,
26   const double mass,
27   const double energyDeposited[nTOF],
28   const double hitTime[nTOF],
29   const double hitTimeError[nTOF],
30   const double pathLength[nTOF])
31   : BetaNLPars(beta, mass)
32 {
33   _energyDeposited.assign(energyDeposited, energyDeposited + nTOF);
34   _hitTime.assign(hitTime, hitTime + nTOF);
35   _hitTimeError.assign(hitTimeError, hitTimeError + nTOF);
36   _pathLength.assign(pathLength, pathLength + nTOF);
37   init();
38 }
39
40 BetaNLPars::BetaNLPars(
41   const double beta,
42   const double mass,
43   const float energyDeposited[nTOF],
44   const float hitTime[nTOF],
45   const float hitTimeError[nTOF],
46   const float pathLength[nTOF])
47   : BetaNLPars(beta, mass)
48 {
49   _energyDeposited.assign(energyDeposited, energyDeposited + nTOF);
50   _hitTime.assign(hitTime, hitTime + nTOF);
51   _hitTimeError.assign(hitTimeError, hitTimeError + nTOF);
52   _pathLength.assign(pathLength, pathLength + nTOF);
53   init();
54 }
```

```

55
56 void BetaNLPars::init()
57 {
58     for (auto &edep : _energyDeposited)
59         edep *= 1e-3;
60
61     for (int i = 0; i < 3; ++i)
62         _pathLength[i] = _pathLength[i] - _pathLength[i + 1];
63
64     _pathLength[3] = 0;
65 }
66
67 double BetaNL::EnergyLossScale(double mcBeta)
68 {
69     ROOT::Math::Minimizer *minimizer = ROOT::Math::Factory::CreateMinimizer("Minuit2", "Migrad");
70
71     ROOT::Math::Functor functor(
72         [&](const double *params)
73         { return scaleChi2(params, mcBeta); },
74         2);
75     minimizer->SetFunction(functor);
76
77     const double scaleRange = 10;
78     const double initialScale = 2;
79     const double lowerScale = initialScale - scaleRange;
80     const double upperScale = initialScale + scaleRange;
81     minimizer->SetLimitedVariable(0, "scale", initialScale, 0.1 * scaleRange,
82     lowerScale, upperScale);
83
84     const double timeError = _pars->_hitTimeError[0];
85     const double initialTimeOffset = _pars->_hitTime[3];
86     const double lowerTimeOffset = initialTimeOffset - 5 * timeError;
87     const double upperTimeOffset = initialTimeOffset + 5 * timeError;
88     minimizer->SetLimitedVariable(1, "timeOffset", initialTimeOffset, 0.1 *
89     timeError, lowerTimeOffset, upperTimeOffset);
90
91     minimizer->Minimize();
92 }
93
94 /**

```

```

95 * @note When a particle comes to rest, the hit time remains 0.
96 *       This design choice serves two purposes:
97 *
98 *       1. A zero hit time naturally penalizes the chi2 (chi-square) statistic
99 *          through standard error propagation in the optimization process.
100 *
101 *       2. Alternative approaches using large numerical values (e.g., MAX_FLOAT)
102 *          would create discontinuous jumps in the chi2 landscape, causing
103 *          numerical instability in Hessian matrix calculations during
104 *          minimization.
105 *
106 * The current implementation maintains better numerical stability while
107 * preserving the physical interpretation of stationary particles in the
108 * tracking algorithm.
109 */
110 std::vector<double> BetaNL::propagate(double beta) const
111 {
112     constexpr double inv_c = 1.0 / BetaNLPars::SPEED_OF_LIGHT;
113     std::vector<double> hitTimes(BetaNLPars::nTOF, 0.0);
114
115     const auto &paths = _pars->_pathLength;
116
117     if (beta >= 1 - 1e-10)
118     {
119         for (int i = BetaNLPars::nTOF - 2; i >= 0; --i)
120             hitTimes[i] = hitTimes[i + 1] + paths[i] * inv_c / beta;
121
122         return hitTimes;
123     }
124
125     const double mass = _pars->_mass;
126     const double massSquared = _pars->_massSquared;
127     double energy = mass / TMath::Sqrt(1 - beta * beta);
128
129     const auto &deps = _pars->_energyDeposited;
130
131     for (int i = BetaNLPars::nTOF - 2; i >= 0; --i)
132     {
133         energy += deps[i + 1] * _energyLossScale;
134         const double inv_beta = 1.0 / std::sqrt(1.0 - massSquared / (energy *
135             energy));
136         hitTimes[i] = hitTimes[i + 1] + paths[i] * inv_c * inv_beta;
137     }

```

```

137
138     return hitTimes;
139 }
140
141 /**
142 * @param params[0] Inverse beta (1/beta)
143 * @param params[1] Time offset
144 */
145 double BetaNL::betaChi2(const double *params)
146 {
147     const double invBeta = params[0];
148     _timeOffset = params[1];
149
150     const auto &hitTimeReconstructed = propagate(1 / invBeta);
151     const auto &hitTimeMeasured = _pars->_hitTime.data();
152     const auto &hitTimeError = _pars->_hitTimeError.data();
153
154     double chi2 = 0;
155     for (int i = 0; i < BetaNLPars::nTOF; ++i)
156     {
157         if (hitTimeMeasured[i] == -1)
158             continue;
159         const double dt = hitTimeReconstructed[i] - (hitTimeMeasured[i] -
160             _timeOffset);
161         const double sigma = hitTimeError[i];
162         chi2 += (dt * dt) / (sigma * sigma);
163     }
164
165     return chi2;
166 }
167 /**
168 * @param params[0] Energy loss scale factor
169 * @param params[1] Time offset
170 * @param mcBeta Monte Carlo beta value
171 */
172 double BetaNL::scaleChi2(const double *params, const double mcBeta)
173 {
174     _energyLossScale = params[0];
175     _timeOffset = params[1];
176
177     const auto &hitTimeReconstructed = propagate(mcBeta);
178     const auto &hitTimeMeasured = _pars->_hitTime.data();

```

```

179     const auto &hitTimeError = _pars->_hitTimeError.data();
180
181     double chi2 = 0;
182     for (int i = 0; i < BetaNLPars::nTOF; ++i)
183     {
184         if (hitTimeMeasured[i] == -1)
185             continue;
186         const double dt = hitTimeReconstructed[i] - (hitTimeMeasured[i] -
187             _timeOffset);
188         const double sigma = hitTimeError[i];
189         chi2 += (dt * dt) / (sigma * sigma);
190     }
191
192     return chi2;
193 }
194 /**
195 * @brief Performs beta^{-1} reconstruction using Minuit2 optimization framework.
196 *
197 * Mathematical formulation:
198 *
199 *   chi^2 = sum[(t_reco - (t_tofMeasured - timeOffset))^2 / hitTimeError^2]
200 *
201 * Where:
202 *   - t_reco: Reconstructed time from particle hypothesis
203 *   - timeOffset: Detector timing calibration constant (ns)
204 *   - hitTimeError: Timing resolution (sigma) of the detection system
205 *
206 * @note Critical design choices:
207 *
208 * 1. Variable selection:
209 *    - Uses beta^{-1} (1/beta) as minimization parameter instead of beta because
210 *      :
211 *        a) Better Hessian matrix condition number in relativistic regime
212 *        b) Maintains linearity in dE/dx relationships
213 *
214 * @see Minuit2 documentation: https://root.cern.ch/doc/master/Minuit2Page.html
215 */
216 double BetaNL::reconstruct()
217 {
218     if (_invBeta)
219         return *_invBeta;

```

```

220     ROOT::Math::Minimizer *minimizer = ROOT::Math::Factory::CreateMinimizer("Minuit2", "Migrad");
221
222     ROOT::Math::Functor functor(this, &BetaNL::betaChi2, 2);
223     minimizer->SetFunction(functor);
224
225     const double lowerInvBeta = 0.6; // beta < 1.67
226     const double upperInvBeta = 10; // beta > 0.1
227     const double initialInvBeta = TMath::Range(lowerInvBeta, upperInvBeta, 1 /
228         _pars->_beta);
228     minimizer->SetLimitedVariable(0, "invBeta", initialInvBeta, 1e-5,
229         lowerInvBeta, upperInvBeta);
230
230     const double timeError = _pars->_hitTimeError[0];
231     const double initialTimeOffset = _pars->_hitTime[3];
232     const double lowerTimeOffset = initialTimeOffset - 5 * timeError;
233     const double upperTimeOffset = initialTimeOffset + 5 * timeError;
234     minimizer->SetLimitedVariable(1, "timeOffset", initialTimeOffset, 0.1 *
235         timeError, lowerTimeOffset, upperTimeOffset);
235
236     minimizer->Minimize();
237
238     _invBeta = std::make_shared<double>(minimizer->X()[0]);
239     _timeOffset = minimizer->X()[1];
240
241     return *_invBeta;
242 }
```

代码 1.2 BetaNL.C