**Xyba Project**

**-------------------**

**Geometri**

**Pembahasan Kuis 1 Tahun 2018**

1. This document is version: 0.9.4
   Version should be at least 0.9 if you want to share this document to other people
2. You may not share this document if version is less than 1.0 unless you have my permission to do so
3. This document is created by Xyba, Student of Mathematics University of Indonesia Batch 2016
4. Should there be any mistakes or feedbacks you'd like to give, please contact me
5. Last Updated: 25/10/2018

Thank you for your cooperation >v<

## Soal

1. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $\mathrm{P}(2,4,-1)$ dan memotong tegak lurus garis
$$x+5=\frac{y-3}{4}=\frac{z-6}{-9}$$

2. Tentukanlah persamaan garis yang memotong tegak lurus garis
$$\begin{cases} y-2z=0 \\ x-2z=3 \end{cases}$$
dan terletak seluruhnya pada bidang $x+3y-z+4=0$.

3. Tentukan persamaan bidang yang melalui garis potong bidang $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ dengan bidang $a_2x+b_2y+c_2z+d=0$, serta tegak lurus bidang XOY.

## Jawaban

1. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $\mathrm{P}(2,4,-1)$ dan memotong tegak lurus garis

$$x+5=\frac{y-3}{4}=\frac{z-6}{-9}$$

Jawab:

Misal garis yang diberikan adalah $d$, maka kita bisa tulis:

$$(d):\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\4\\-9\end{pmatrix}\lambda+\begin{pmatrix}-5\\3\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\lambda-5\\4\lambda+3\\-9\lambda+6\end{pmatrix}$$

Misal persamaan garis yang kita cari adalah $l$, maka titik P ada di $l$.

Misal T adalah titik perpotongan dari kedua garis dari $l$ dan $d$. Jelas bahwa T ada di $l$ dan $d$.

Karena T ada di $d$, maka $\exists\lambda_0$ yang memenuhi:

$$\mathrm{T}=\begin{pmatrix}\lambda_0-5\\4\lambda_0+3\\-9\lambda_0+6\end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh:

$$\overrightarrow{\mathrm{PT}}=\begin{pmatrix}\lambda_0-5\\4\lambda_0+3\\-9\lambda_0+6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\lambda_0-7\\4\lambda_0-1\\-9\lambda_0+7\end{pmatrix}$$

Karena P dan T ada di $l$, maka $\overrightarrow{\mathrm{PT}}\perp\vec{n}_d$. Artinya, $\overrightarrow{\mathrm{PT}}\bullet\vec{n}_d=0$. Sehingga:

$$\begin{pmatrix}\lambda_0-7\\4\lambda_0-1\\-9\lambda_0+7\end{pmatrix}\bullet\begin{pmatrix}1\\4\\-9\end{pmatrix}=0\Leftrightarrow\lambda_0-7+16\lambda_0-4+81\lambda_0-63=0$$

$$\Leftrightarrow 98\lambda_0-74=0$$

$$\Leftrightarrow\lambda_0=\frac{74}{98}=\frac{37}{49}$$

Maka:

$$\overrightarrow{\mathrm{PT}}=\begin{pmatrix}\lambda_0-7\\4\lambda_0-1\\-9\lambda_0+7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{37}{49}-7\\\frac{148}{49}-1\\-\frac{333}{49}+7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{306}{49}\\\frac{99}{49}\\\frac{10}{49}\end{pmatrix}=\frac{1}{49}\begin{pmatrix}-306\\99\\10\end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh:

$$(l): \mathrm{P} + \overrightarrow{\mathrm{PT}}\,\lambda = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{\lambda}{49}\begin{pmatrix} -306 \\ 99 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -306 \\ 99 \\ 10 \end{pmatrix}\lambda'$$

$\therefore$ Persamaan garisnya adalah $\dfrac{x-2}{-306} = \dfrac{y-4}{99} = \dfrac{z+1}{10}$

================================================================

2. Tentukanlah persamaan garis yang memotong tegak lurus garis

$$\begin{cases} y - 2z = 0 \\ x - 2z = 3 \end{cases}$$

dan terletak seluruhnya pada bidang $x + 3y - z + 4 = 0$.

Jawab:

Misal garis yang diberikan adalah $d$, maka kita bisa tulis:

$$(d): \begin{cases} y - 2z = 0 \\ x - 2z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow (d): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\lambda + 3 \\ 2\lambda \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\lambda$$

Misal bidang yang diberikan adalah $\alpha$.

Misal persamaan garis yang kita cari adalah $l$ dimana $l$ terletak seluruhnya pada $\alpha$.

Misal T adalah titik perpotongan dari kedua garis dari $l$ dan $d$. Jelas bahwa T ada di $l$ dan $d$.

Karena T ada di $l$, maka T juga ada di $\alpha$ karena $l$ terletak seluruhnya pada $\alpha$.

Karena T ada di $d$, maka $\exists\lambda_0$ yang memenuhi:

$$\mathrm{T} = \begin{pmatrix} 2\lambda_0 + 3 \\ 2\lambda_0 \\ \lambda_0 \end{pmatrix}$$

Karena T juga ada di $\alpha$, maka:

$$x + 3y - z + 4 = 0 \Leftrightarrow 2\lambda_0 + 3 + 6\lambda_0 - \lambda_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow 7\lambda_0 + 7 = 0 \Leftrightarrow \lambda_0 = -1$$

Sehingga diperoleh:

$$\mathrm{T} = \begin{pmatrix} 2\lambda_0 + 3 \\ 2\lambda_0 \\ \lambda_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Karena $l$ tegak lurus $d$ dan $l$ terletak seluruhnya pada $\alpha$, maka $\vec{n}_l \perp \vec{n}_d$ dan $\vec{n}_{;} \perp \vec{n}_\alpha$.

Karena $\vec{n}_l \perp \vec{n}_d$ dan $\vec{n}_l \perp \vec{n}_\alpha$, maka:

$$\vec{n}_l = \vec{n}_d \times \vec{n}_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \vec{\imath}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} - \vec{\jmath}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (-2-3)\vec{\imath} - (-2-1)\vec{\jmath} + (6-2)\vec{k} = -5\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + 4\vec{k}$$

Sehingga diperoleh:

$$(l): \mathrm{T} + \vec{n}_l\, \lambda = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \lambda$$

∴ Persamaan garisnya adalah $\dfrac{x-1}{-5} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z+1}{4}$

==================================================================

3. Tentukan persamaan bidang yang melalui garis potong bidang $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ dengan bidang $a_2x + b_2y + c_2z + d = 0$, serta tegak lurus bidang XOY.

Jawab:
Misal bidang yang pertama adalah $\alpha_1$ dan bidang yang kedua adalah $\alpha_2$.
Misal bidang yang kita cari adalah $\alpha$, maka:

$$\alpha: \alpha_1 + \mu\alpha_2 = (a_1 + \mu a_2)x + (b_1 + \mu b_2)y + (c_1 + \mu c_2)z + (d_1 + \mu d_2) = 0$$

Perhatikan:

$$\vec{n}_\alpha = \begin{pmatrix} a_1 + \mu a_2 \\ b_1 + \mu b_2 \\ c_1 + \mu c_2 \end{pmatrix}, \qquad \vec{n}_{XOY} = \vec{\imath} \times \vec{\jmath} = \vec{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Karena $\alpha \perp$ XOY, maka $\vec{n}_\alpha \perp \vec{n}_{XOY}$. Artinya, $\vec{n}_\alpha \bullet \vec{n}_{XOY} = 0$. Sehingga:

$$\begin{pmatrix} a_1 + \mu a_2 \\ b_1 + \mu b_2 \\ c_1 + \mu c_2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow c_1 + \mu c_2 = 0 \Leftrightarrow \mu = -\frac{c_1}{c_2}$$

∴ Persamaan bidangnya adalah:

$$\left(a_1 - a_2\frac{c_1}{c_2}\right)x + \left(b_1 - b_2\frac{c_1}{c_2}\right)y + \left(d_1 - d_2\frac{c_1}{c_2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a_1c_2 - a_2c_1)x + (b_1c_2 - b_2c_1)y + (d_1c_2 - d_2c_1) = 0$$