





Xyba Project

Matematika Keuangan Ringkasan Bab 5 hingga Bab 7

1. This document is version: 0.9.18
Version should be at least 0.9 if you want to share this document to other people.
2. You may not share this document if version is less than 1.0 unless you have my permission to do so
3. This document is created by Xyba, Student of Mathematics University of Indonesia Batch 2016
4. Should there be any mistakes or feedbacks you'd like to give, please contact me
5. Last Updated: 27/05/2018

Thank you for your cooperation >v<

Chapter 5: Amortization Schedules and Sinking Funds

5.1. Pengantar

- Akan dibahas dua buah metode untuk membayarkan sebuah hutang, yaitu Metode Amortisasi dan Metode Sinking Fund.
- Metode Amortisasi
Pelunasan pinjaman dengan cara membayar serangkaian cicilan secara berkala dimana cicilannya merupakan gabungan dari pembayaran bunga dan sebagian pokok pinjaman.
- Metode Sinking Fund
Pelunasan pinjaman dengan cara membayar bunga pinjaman secara berkala sedangkan seluruh pokok pinjaman dibayarkan pada akhir periode pinjaman.

5.2. Menghitung Sisa Pinjaman

- Cara Prospective
Sisa pinjaman adalah nilai sekarang dari pembayaran cicilan yang masih akan dilakukan di masa yang akan datang.
- Cara Retrospective
Sisa pinjaman adalah nilai akumulasi dari pinjaman semula dikurangi dengan nilai akumulasi dari pembayaran yang telah dilakukan.
- Pada awal waktu pinjaman kita akan mempunyai hubungan:
Nilai Sekarang dari Pembayaran = Jumlah Pinjaman

Dan kita akan punya:

Nilai Sekarang dari Pembayaran Cicilan yang akan dilakukan

= Nilai Akumulasi dari Pinjaman – Nilai Akumulasi dari Pembayaran yang lewat
atau

Metode Prospective = Metode Retrospective

- Definisikan:

B_t : Nilai Sisa Pinjaman pada waktu t

B_t^p : Nilai Sisa Pinjaman yang ditentukan dengan cara prospective

B_t^r : Nilai Sisa Pinjaman yang ditentukan dengan cara retrospective

B_0/L : Pinjaman Semula

- Misal kita punya pinjaman yang dilunasi dengan pembayaran sebesar 1 pada tiap akhir periode selama n periode.
Maka besar pinjamannya adalah:

$$B_0 = L = a_{\overline{n}|}$$

Dan nilai sisa pinjaman pada waktu t adalah:

$$B_t^p = a_{\overline{n-t}|}, \quad B_t^r = a_{\overline{n}|}(1+i)^t - s_{\overline{t}|}$$

e.g.:

Suatu pinjaman dilunasi dengan 10 kali pembayaran sebesar \$2000 diikuti dengan 10 kali pembayaran sebesar \$1000 pada akhir setiap setengah tahun. Jika tingkat suku bunga nominal yang terkonversi setengah tahunan adalah 10%, tentukan sisa pinjaman setelah 5 kali pembayaran dengan menggunakan metode prospective dan metode retrospective. Bulatkan hasilnya ke dollar terdekat.

Jawab:

Pinjaman tersebut dilunasi dalam 20 setengah tahun dengan tingkat bunga efektif per setengah tahun adalah $i^* = i^{(2)}/2 = 5\%$.

Dengan cara prospective, kita akan peroleh:

$$B_5^p = 2000a_{\overline{5}|i^*} + 1000a_{\overline{10}|i^*}v^5 = 1000(a_{\overline{5}|i^*} + a_{\overline{15}|i^*}) = 14709.13471 \dots \approx \$14709$$

Dengan cara retrospective, kita akan peroleh:

$$\begin{aligned} B_5^r &= (2000a_{\overline{10}|i^*} + 1000a_{\overline{10}|i^*}v^{10})(1+i)^5 - 2000s_{\overline{5}|i^*} \\ &= 1000(a_{\overline{10}|i^*} + a_{\overline{20}|i^*})(1+i)^5 - 2000s_{\overline{5}|i^*} = 14709.13471 \dots \approx \$14709 \end{aligned}$$

- Catatan
Metode yang lebih baik bergantung pada masalahnya.

Jika ukuran pembayaran dan banyaknya pembayaran diketahui maka metode prospective lebih efisien.

Jika ukuran pembayaran atau banyaknya pembayaran tidak diketahui maka metode retrospective lebih efisien.

5.3. Jadwal Amortisasi

- Jadwal Amortisasi adalah tabel yang menggambarkan pembagian setiap cicilan pinjaman untuk pembayaran kembali pokok pinjaman dan bunga, bersama dengan nilai sisa pinjaman setelah setiap pembayaran cicilan dilakukan.
- Misal sebuah pinjaman sebesar $a_{\overline{n}|i}$ dikembalikan dengan pembayaran sebesar 1 di akhir tiap periode selama n periode. Berikut tabel amortisasi untuk kasus ini.

Periode	Jumlah Pembayaran	Bunga yang dibayarkan	Pokok yang dikembalikan	Sisa Pinjaman
0				$a_{\overline{n} i}$
1	1	$ia_{\overline{n} i} = 1 - v^n$	v^n	$a_{\overline{n-1} i}$
2	1	$ia_{\overline{n-1} i} = 1 - v^{n-1}$	v^{n-1}	$a_{\overline{n-2} i}$
⋮				
t	1	$ia_{\overline{n-t+1} i} = 1 - v^{n-t+1}$	v^{n-t+1}	$a_{\overline{n-t} i}$
⋮				
$n-1$	1	$ia_{\overline{2} i} = 1 - v^2$	v^2	$a_{\overline{1} i}$
n	1	$ia_{\overline{1} i} = 1 - v$	v	0
Total	n	$n - a_{\overline{n} i}$	$a_{\overline{n} i}$	

- Dari tabel tersebut, kita peroleh formula dari besarnya bunga dan besarnya sebagian pokok pinjaman pada waktu t .

Misal:

I_t : Besarnya bunga yang terkandung pada cicilan ke- t

P_t : Besarnya sebagian pokok pinjaman pada cicilan ke- t

Maka:

$$I_t = 1 - v^{n-t+1}, \quad P_t = v^{n-t+1}$$

5.4. Sinking Fund

- Pada metode ini, peminjam memilih untuk mengembalikan pinjamannya sebagai pembayaran single (lumpsum) di akhir periode pinjaman.
- Dalam banyak kasus, pemberi pinjaman biasanya akan meminta peminjam untuk mengakumulasi dana untuk membayarkan akumulasi dana yang akan menjadi lumpsum di akhir periode. Dana akumulasi yang dibentuk ini dinamakan sinking fund account.
- Pada metode sinking fund, jika peminjam ingin mengembalikan pinjaman sebesar $a_{\overline{n}|i}$ dengan pembayaran sebesar 1 pada akhir setiap periode, maka bunga yang harus dikembalikan pada pemberi pinjaman tiap periode adalah $ia_{\overline{n}|i}$ dan $1 - ia_{\overline{n}|i}$ dimasukkan dalam sinking fund account tiap periode.
- Sinking Fund Accountnya pada akhir periode ke- n akan terakumulasi menjadi:

$$(1 - ia_{\overline{n}|i})s_{\overline{n}|i} = v^n s_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i}$$

yaitu Pinjaman Semula.

e.g.:

Berikut tabel jadwal sinking fund dari pinjaman sebesar \$1000 yang dilunasi dalam 4 tahun pada tingkat bunga 8%.

Periode	Bunga yang dibayarkan	Deposito Sinking Fund	Bunga yang diperoleh dalam Sinking Fund	Jumlah dalam Sinking Fund	Jumlah Bersih Pinjaman
0					1000.00
1	80.00	221.92	0	221.92	778.08
2	80.00	221.92	17.75	461.59	538.41
3	80.00	221.92	36.93	720.44	279.56
4	80.00	221.92	57.64	1000.00	0

- Perlu diingat bahwa tingkat bunga yang diperoleh dalam sinking fund dapat berbeda dari tingkat bunga dari hutang yang dikenakan. Kita notasikan tingkat bunga dari bunga yang dibayarkan dari pinjaman adalah i dan tingkat bunga yang diperoleh dalam sinking fund sebagai j .
- Pada praktiknya, biasanya $j \leq i$ karena akan tidak logis jika peminjam dapat mengakumulasikan dana pada sinking fund dengan tingkat bunga lebih tinggi daripada yang dibayarkan pada pinjaman. Namun secara matematis, ini tidak salah.
- Ini tidak dibahas pada rangkuman ini, jika tertarik, silakan baca "The Theory of Interest" edisi ketiga yang dikarang oleh S. G. Kellison pada halaman 167 s.d. 170.

5.6. Pinjaman dengan Pembayaran Bervariasi

- Bila besaran angsuran bervariasi mengikuti pola aritmatika atau geometrik, maka rumus-rumus pada bab 4 dapat digunakan.
- Karena sisa pinjaman terus menerus jumlahnya maka pembayaran bunga juga terus menurun dari satu pembayaran ke pembayaran berikutnya. Dengan demikian, total cicilan, yakni pembayaran bunga dan angsuran pokok pinjaman juga terus menurun jumlahnya.
- Apabila pinjaman diamortisasi dengan cicilan yang bervariasi, pembayaran bunga yang jatuh tempo mungkin lebih besar daripada cicilannya sendiri. Dalam hal ini, angsuran pokok menjadi negatif dan sisa pinjaman akan bertambah, bukannya berkurang. Ini dikatakan sebagai amortisasi negatif.
- Pembayaran kembali pinjaman secara bervariasi juga dapat diterapkan pada metode sinking fund.
- Kita akan mengasumsikan bahwa pembayaran bunga atas pinjaman selalu tetap besarnya, sementara simpanan ke dalam sinking fund bervariasi besarnya.
- Misal pinjaman sebesar L akan dibayar kembali dengan metode sinking fund. Pada tiap periode, peminjam menyediakan dana sebesar R_1, R_2, \dots, R_n . Bila tingkat bunga efektif yang dikenakan peminjam adalah i dan tingkat bunga efektif pada sinking fund adalah j dengan $i \neq j$, maka simpanan dalam sinking fund pada akhir periode ke- t adalah $R_t - iL$.
- Karena simpanan ke dalam sinking fund pada akhirnya harus menghasilkan jumlah yang sama besar dengan pinjaman semula, maka diperoleh hubungan:

$$\begin{aligned}
 L &= (R_1 - iL)(1 + j)^{n-1} + (R_2 - iL)(1 + j)^{n-2} + \dots + (R_n - iL) \\
 &= \sum_{t=1}^n R_t(1 + j)^{n-t} - iLs_{\overline{n}|j} \\
 &= \frac{1}{1 + is_{\overline{n}|j}} \sum_{t=1}^n R_t(1 + j)^{n-t} \\
 &= \frac{1}{1 + (i - j)a_{\overline{n}|j}} \sum_{t=1}^n v_j^t R_t
 \end{aligned}$$

6.2. Jenis-jenis sekuritas

- Sekuritas adalah dokumen-dokumen yang menegaskan bukti hutang atau bukti pernyataan modal. Sekuritas ini dapat dikaitkan dengan surat-surat berharga seperti obligasi, saham, option, kontrak berjangka, waran, sertifikat, dan deposito.
- Dalam rangkuman ini, jenis sekuritas yang akan dibahas hanyalah obligasi (*bond*).
- Sebelum membahas obligasi, perlu dipahami terlebih dahulu makna suatu investasi. Investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan di masa depan.
- Obligasi adalah suatu sekuritas (surat berharga) yang berhubungan dengan pembungaan yang menjanjikan membayar sejumlah uang pada suatu waktu yang akan datang. Obligasi ini biasanya dikeluarkan oleh perusahaan atau pemerintah sebagai peningkatan modal. Dari sudut pandang perusahaan, obligasi perusahaan menyatakan hutang perusahaan kepada pemegangnya.
- Akhir dari jangka waktu obligasi disebut sebagai waktu jatuh tempo (*maturity date*).
- Jumlah tetap yang dibayar pada waktu jatuh tempo merupakan pokok pinjaman obligasi (*principal bond*) yang disebut juga sebagai nilai nominal atau nilai par (*par value* atau *face value*).
- Pembayaran bunga secara periodik disebut sebagai kupon (*coupon*).
- Ada beberapa jenis obligasi perusahaan dengan masing-masing karakteristiknya berbeda, yaitu:
 1. Obligasi dengan jaminan (*mortgage bond*)
 2. Obligasi tanpa jaminan (*debentures* atau *unsecured bond*)
 3. Obligasi konversi
 4. Obligasi tanpa kupon (*zero coupon bond*)
 5. Obligasi dengan tingkat bunga mengambang (*floating rate bond*)
 6. Putable bond
 7. Junk bond
 8. Sovereign bond
- Macam-macam obligasi tersebut tidak akan dibahas dalam rangkuman ini. Silakan pelajari sendiri jika tertarik.

6.3. Harga Obligasi

- Akan dibahas hal yang terkait dengan penentuan harga pembelian obligasi yang akan menghasilkan suatu tingkat hasil (*yield rate*) yang diketahui oleh investor. Sebelum itu, kita buat beberapa asumsi:
 1. Semua obligasi dibayar oleh penerbit obligasi pada waktu yang telah ditentukan.
 2. Obligasi mempunyai batas waktu yang ditetapkan, yakni tanggal jatuh tempo.
 3. Harga obligasi dibutuhkan segera setelah waktu pembayaran kupon.

- Definisikan:
 - P : Harga suatu obligasi
 - F : Nilai par suatu obligasi
 - C : Nilai tebus suatu obligasi, yakni jumlah yang dibayarkan pada tanggal jatuh tempo kepada pemilik obligasi
 - r : Tingkat kupon suatu obligasi, yakni tingkat periode pembayaran kupon yang digunakan untuk menentukan jumlah kupon
 - Fr : Jumlah kupon
 - g : Tingkat kupon yang dimodifikasi yang didefinisikan sebagai $g = Fr/C$
 - i : *Yield rate* suatu obligasi atau kadang dinamakan *yield to maturity*, yakni tingkat bunga yang diperoleh oleh investor, dengan asumsi obligasi dipegang hingga tertebus atau berkembang.
 - n : Banyak kupon periode pembayaran dari tanggal awal hingga tanggal tebus
 - K : Nilai sekarang yang dihitung dari i , dari nilai tebus pada tanggal tebus yang didefinisikan sebagai $K = Cv^n$ pada *yield rate* i .
 - G : Nilai dasar sebuah obligasi yang didefinisikan sebagai $G = Fr/i$
- Secara umum, obligasi ditebus pada waktu jatuh tempo untuk nilai parnya, yakni secara umum kita akan punya $C = F$, lebih lanjut jika ini berlaku maka $g = r$.
- Perlu diperhatikan bahwa dalam penerapan dalam bisnis dan keuangan bahwa terdapat tiga *yield* berbeda yang terasosiasi dengan sebuah obligasi:
 - Nominal Yield* pada dasarnya adalah tingkat kupon yang diannualisasikan dari sebuah obligasi. Misal sebuah par value bond seharga \$100 memiliki total kupon \$9 per tahun, maka nominal yield dari obligasi tersebut adalah 9% p.a.
 - Current Yield* adalah rasio dari kupon yang diannualisasikan terhadap harga asli dari obligasi. Misal jika obligasi yang sama dengan di atas dijual seharga 90% di pasar maka current yield dari obligasi tersebut adalah 10% p.a.
 - Yield to Maturity* adalah yield rate terannualisasi yang sebenarnya, yakni tingkat bunga yang diperoleh selama jangka obligasi yang mencerminkan harga asli dan semua pembayaran yang dilakukan peminjam.
- Kita hanya akan bahas penggunaan istilah *yield rate* untuk definisi ketiga.
- Terdapat 4 cara untuk menentukan harga sebuah obligasi. Keempat cara ini dapat dibuktikan akan bernilai sama.
 - Rumus Dasar

$$P = Fra_{\overline{n}|i} + Cv^n = Fra_{\overline{n}|i} + K$$
 - Rumus Premi/Diskonto

$$P = C + (Fr - Ci)a_{\overline{n}|i}$$
 - Rumus Jumlah Dasar

$$P = G + (C - G)v^n$$
 - Rumus Makeham

$$P = K + \frac{g}{i}(C - K)$$

6.4. Premi dan Diskonto

- Jika harga pembelian suatu obligasi lebih besar dari nilai tebusnya, yakni $P > C$, maka obligasi tersebut dikatakan dijual pada suatu premi dan perbedaan antara P dan C disebut sebagai premi.
- Jika harga pembelian suatu obligasi lebih kecil dari nilai tebusnya, yakni $P < C$, maka obligasi tersebut dikatakan dijual pada suatu diskonto dan perbedaan antara C dan P disebut sebagai diskonto.

- Secara rumus,

$$\begin{aligned}\text{Premi} &= P - C = C(g - i)a_{\overline{n}|i}, & g > i \\ \text{Diskonto} &= C - P = C(i - g)a_{\overline{n}|i}, & i > g\end{aligned}$$

- Suatu perusahaan menerbitkan obligasi bertujuan untuk meningkatkan modalnya. Premi dan diskonto dapat diamortisasi pada laporan keuangan sebelum masa jatuh tempo. Hal tersebut mempunyai tujuan untuk mencatat rugi atau laba perusahaan akibat penerbitan obligasi pada harga premi atau diskonto pada laporan keuangan.
- Nilai buku dari obligasi memberikan rangkaian nilai obligasi secara teratur dan layak serta digunakan oleh banyak perusahaan-perusahaan asuransi dan dana pensiun dalam pelaporan nilai aset obligasi untuk rekening keuangannya. Nilai buku obligasi pada suatu waktu sama dengan nilai nominal ditambah diskonto atau dikurangi premi yang sesuai pada waktu tersebut.

- Definisikan:

B_t : Nilai buku periode t setelah pembelian

I_t : Jumlah bunga yang diperoleh dalam kupon ke t

P_t : Jumlah penyesuaian pokok dalam kupon ke t (*Amount of Principal Adjustment*)

Fr : Jumlah kupon

Kita juga akan punya: $P = B_0$ dan $C = B_n$.

- Misal suatu obligasi memiliki $C = 1$, kupon = g , dan $P = 1 + p$ yang dibeli untuk menghasilkan *yield rate* i . Berikut jadwal amortisasi obligasi tersebut.

Periode	Kupon	Bunga yang dihasilkan	Penyesuaian Pokok	Nilai Buku
0				$1 + p = 1 + (g - i)a_{\overline{n} i}$
1	g	$i[1 + (g - i)a_{\overline{n-1} i}]$	$(g - i)v^n$	$1 + (g - i)a_{\overline{n-1} i}$
2	g	$i[1 + (g - i)a_{\overline{n-2} i}]$	$(g - i)v^{n-1}$	$1 + (g - i)a_{\overline{n-2} i}$
\vdots				
t	g	$i[1 + (g - i)a_{\overline{n-t+1} i}]$	$(g - i)v^{n-t+1}$	$1 + (g - i)a_{\overline{n-t} i}$
\vdots				
$n - 1$	g	$i[1 + (g - i)a_{\overline{2} i}]$	$(g - i)v^2$	$1 + (g - i)a_{\overline{1} i}$
n	g	$i[1 + (g - i)a_{\overline{1} i}]$	$(g - i)v$	1
Total	ng	$ng - p$	$(g - i)a_{\overline{n} i} = p$	

- Bila suatu obligasi dibeli pada suatu premi maka nilai buku secara berangsur-angsur akan menurun. Proses ini dinamakan amortisasi premi atau *writing down*. Dalam kasus ini, jumlah pokok sering disebut jumlah amortisasi premi.
- Bila suatu obligasi dibeli pada suatu diskonto maka nilai buku secara berangsur-angsur akan meningkat. Proses ini dinamakan akumulasi diskonto atau *writing up*. Dalam kasus ini, jumlah pokok sering disebut jumlah akumulasi diskonto.
- Metode lain untuk nilai buku obligasi adalah metode garis lurus. Metode ini tidak menghasilkan hasil yang konsisten dengan teori bunga majemuk namun metode ini kemungkinan akan ditemukan dalam praktik.

Dalam metode ini, nilai buku linear, mulai dari $P = B_0$ hingga $C = B_n$. Sehingga, kita akan punya nilai konstan pada kolom penyesuaian pokok,

$$P_t = \frac{P - C}{n}, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

dan juga pada kolom bunga yang diperoleh,

$$I_t = Fr - P_t, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Kita akan punya $P_t > 0$ untuk obligasi premi dan $P_t < 0$ untuk obligasi diskonto.

7.2. Analisis Cash Flow

- Cash Flow atau Aliran Dana atau Arus Kas adalah gambaran mengenai jumlah uang yang masuk (*cash inflow*) dan jumlah uang yang keluar (*cash outflow*) dalam keuangan investor/perusahaan/negara.
- Seorang investor melakukan deposito atau kontribusi dalam sebuah investasi dengan $C_0, C_1, C_2, \dots, C_n$ pada waktu-waktu $0, 1, 2, \dots, n$. Kita asumsikan bahwa setiap waktu ini berjarak sama. Jika $C_t > 0$, maka ada cash outflow dari investor terhadap investasi pada waktu t dan jika $C_t < 0$, maka ada cash inflow dari investasi terhadap investor.
- Akan lebih mudah untuk menganalisis sebuah transaksi keuangan dalam hal pengembalian daripada deposito atau kontribusi. Kita notasikan $R_0, R_1, R_2, \dots, R_n$ pada waktu-waktu $0, 1, 2, \dots, n$. Jika $R_t > 0$, maka ada cash inflow dari investasi terhadap investor dan jika $R_t < 0$, maka ada cash outflow dari investor terhadap investasi.
- Net Cash Flow (NCF) didefinisikan sebagai offset dari kontribusi dan pengembalian pada suatu waktu sama. Kita dapat mengukur NCF secara R_t maupun secara C_t , namun kita akan gunakan NCF secara R_t . Misal kita punya kontribusi 5000 pada waktu 5 dan pengembalian 1000 pada waktu 5, maka NCF R_t pada waktu 5 adalah -4000 .

- Net Present Value (NPV) atau Nilai Sekarang Bersih adalah nilai sekarang dari NCF. Misal i adalah tingkat bunga per periode dan R_t adalah nilai pengembalian dari investor atau NCF pada waktu t , maka NPVnya diberikan oleh:

$$NPV = P(i) = \sum_{t=0}^n v^t R_t$$

- Nilai NPV dapat digunakan sebagai dasar untuk menentukan apakah suatu investasi menguntungkan atau merugikan investor.
 - Bila $NPV > 0$ maka investasi yang dilakukan memberi keuntungan bagi investor. Sehingga proyek dijalankan.
 - Bila $NPV < 0$ maka investasi yang dilakukan memberi kerugian bagi investor. Sehingga proyek ditolak.
 - Bila $NPV = 0$ maka investasi tidak memberikan keuntungan atau kerugian. Proyek harus diputuskan dengan kriteria lain.

e.g.:

Suatu pengusaha sedang mempertimbangkan investasi usaha rumah makan dengan investasi di awal sebesar Rp. 80 juta dalam jangka waktu 5 tahun. Tingkat pengembalian yang disyaratkan 10%, perkiraan arus kas per tahunnya adalah untuk akhir tahun pertama Rp. 10 juta, akhir tahun kedua Rp. 15 juta, akhir tahun ketiga Rp. 20 juta, akhir tahun keempat Rp. 30 juta, dan akhir tahun kelima Rp. 35 juta. Tentukan NPV dari proyek tersebut dan tentukan apakah proyek ini sebaiknya diterima atau ditolak.

Jawab:

Pertama, mari kita buat tabel arus kasnya terlebih dahulu.

Periode	Kontribusi	Pengembalian	Net Cash Flow R_t
0	80000000	0	-80000000
1	0	10000000	10000000
2	0	15000000	15000000
3	0	20000000	20000000
4	0	30000000	30000000
5	0	35000000	35000000

Sehingga:

$$\begin{aligned}
 NPV = P(0.1) &= \sum_{t=0}^5 v^t R_t \\
 &= 10000000(-80 + 10v + 15v^2 + 20v^3 + 30v^4 + 35v^5) \\
 &= -1260000
 \end{aligned}$$

Karena $NPV < 0$, maka sebaiknya proyek ini ditolak.

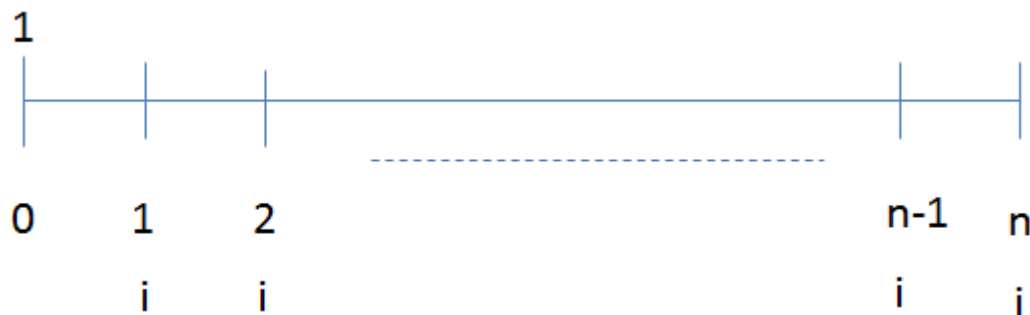
- Perhatikan kembali rumus NPV, yakni:

$$NPV = P(i) = \sum_{t=0}^n v^t R_t$$

- Kita bisa temukan $i \ni NPV = P(i) = 0$.
Tingkat bunga investasi i yang memenuhi ini kita namakan Tingkat Imbal Hasil atau Interval Rate of Return (IRR). IRR adalah tingkat bunga dimana nilai sekarang dari semua cash outflow sama dengan nilai sekarang dari semua cash inflow.
- Seperti halnya NPV, IRR juga dapat digunakan sebagai indeks untuk mengukur peluang apakah transaksi menguntungkan atau tidak.
- Dari sudut pandang investor, makin tinggi IRR maka transaksi akan lebih menguntungkan sedangkan dari sudut pandang peminjam maka transaksi akan lebih merugikan.
- Bila $IRR = 0$ maka investor tidak menerima pengembalian investasi.
- Bila IRR negatif maka investor kehilangan uang investasinya.

7.4. Tingkat Reinvestasi

- Sebelum membahas bagian ini, perlu dipahami bahwa selama ini kita selalu mengasumsikan bahwa bunga yang diperoleh ditanamkan kembali dalam tabungan seakan sebagai nilai pokok. Ini dikenal sebagai reinvestasi. Sebelumnya, kita selalu mengasumsikan bahwa reinvestasi memperoleh bunga yang sama dengan investasi pokok. Dalam bagian ini, kedua konsep itu akan dipisahkan karena kita akan megonsiderasikan tingkat reinvestasi yang berbeda dengan tingkat bunga investasi.
- Reinvestasi adalah penanaman modal kembali dari bunga/dana/pembayaran hutang yang diperoleh dari investasi terdahulu.
- Perhatikan ilustrasi berikut.



Misal investasi tersebut adalah sebesar 1 di awal periode untuk n tahun dengan tingkat bunga i dan kemudian bunga diinvestasikan kembali dengan tingkat bunga j .

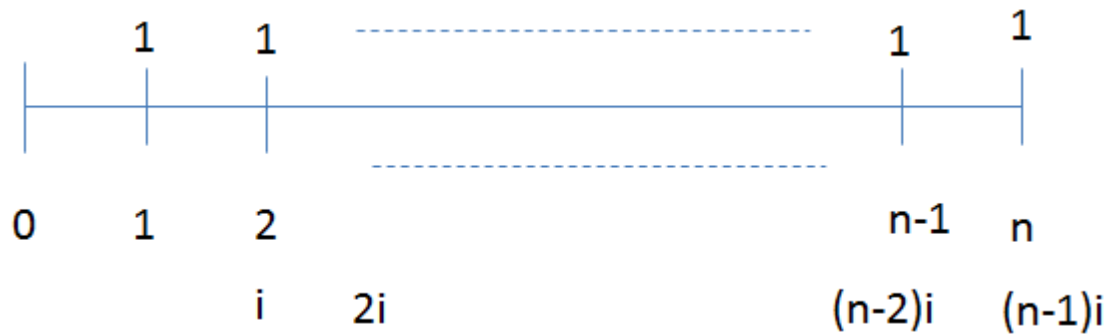
Maka nilai akumulasi pada akhir n tahun adalah nilai pokok + nilai akumulasi bunga, yaitu:

$$AV = 1 + i s_{\overline{n}|j}$$

Bila $i = j$, maka:

$$AV = (1 + i)^n$$

- Perhatikan ilustrasi berikut.



Misal investasi tersebut adalah sebesar 1 pada setiap akhir tahun selama n tahun dengan tingkat bunga sebesar i dan bunga diinvestasikan kembali dengan tingkat bunga efektif j .

Maka nilai akumulasi dari anuitas pada akhir n tahun adalah jumlah pembayaran anuitas dengan akumulasi bunga, yaitu:

$$\begin{aligned} AV &= n + i(Is)_{\overline{n-1}|j} \\ &= n + i \frac{\ddot{s}_{\overline{n-1}|j} - (n-1)}{j} \\ &= n + i \frac{s_{\overline{n}|j} - n}{j} \end{aligned}$$

Bila $i = j$, maka:

$$AV = s_{\overline{n}|i}$$

- Misal sebuah hutang sebesar L dibayarkan dengan pembayaran sebesar R selama n periode dimana hutangnya memperoleh tingkat bunga i per periode. Persamaan dasarnya pada $t = 0$ diberikan oleh:

$$L = Ra_{\overline{n}|i}$$

- Jika kita mengondiserasikan tingkat reinvestasi j untuk pinjaman tersebut, maka kita akan punya:

$$L(1+i')^n = Rs_{\overline{n}|j}$$

- Misal sebuah obligasi dibeli seharga P dengan kupon Fr yang dibayarkan tiap periode untuk n periode, obligasi tersebut ditebus seharga C pada akhir n periode, dan kupon direinvestasikan pada tingkat bunga j . Maka kita akan punya:

$$P(1+i')^n = Frs_{\overline{n}|j} + C$$

Daftar Referensi (Bukan Daftar Pustaka)

1. Kellison, Stephen G. 2009. *The Theory of Interest 3rd edition*.
2. Malik, Maulana. 2018. *Amortisasi dan Sinking Fund*.
3. Malik, Maulana. 2018. *Bond (obligasi) dan Surat Berharga (securities) Lainnya*.
4. Malik, Maulana. 2018. *Yield Rates*.

