

Intelligence Artificielle



Dorra BEN AYED

Chapitre 2

Résolution de problème en IA Par recherche

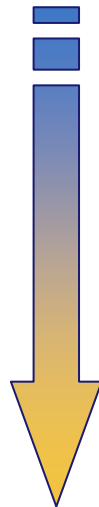




Introduction

- ❖ Résoudre un pb c'est chercher un chemin qui permet d'aller d'une situation initiale à une situation finale (but)

Situation
initiale



? Trouver ce chemin

Situation
Finale



Introduction

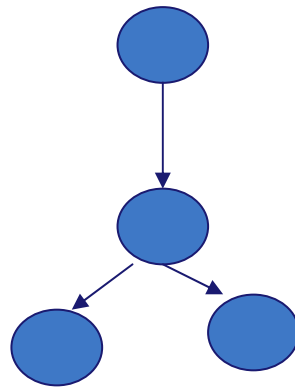
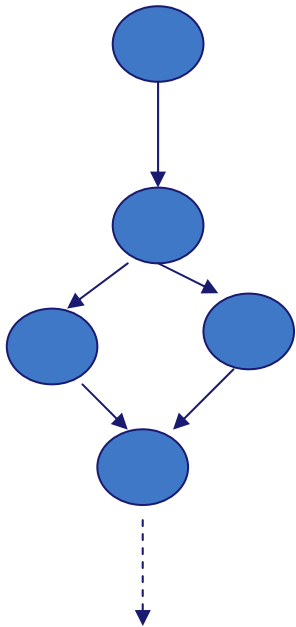
Pour résoudre un problème il arrive qu'on puisse le décomposer en sous-problèmes puis décomposer ceux-ci, etc.,

- jusqu'à n'avoir plus que des problèmes dont la **solution** est considérée comme **immédiatement** accessible sans qu'il soit nécessaire de les décomposer à leur tour.
- ❖ L'ensemble des décompositions possibles peut être représenté par un " graphe des sous-problèmes ".
- La résolution d'un problème est alors ramenée à la recherche d'un certain sous-graphe du graphe des sous-problèmes.

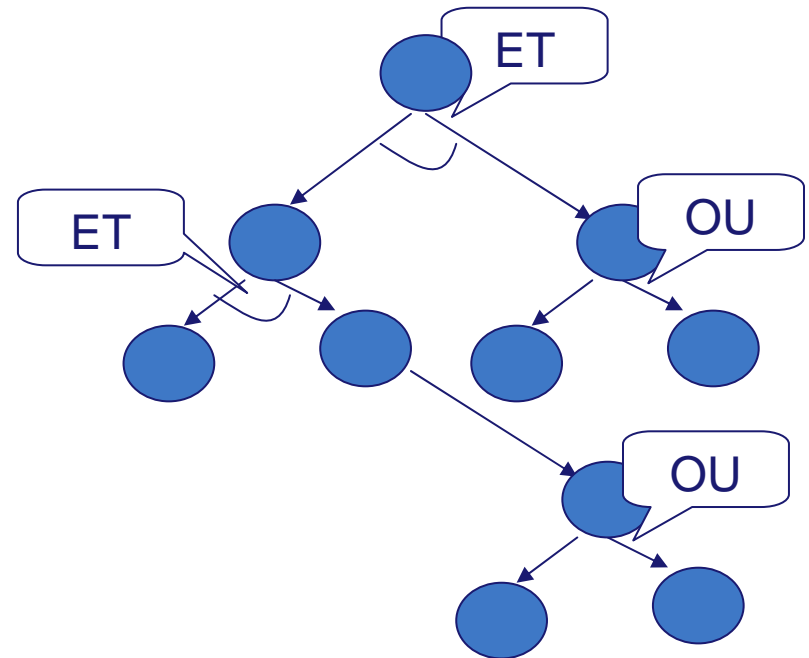


Introduction

Un graphe sans cycle \rightarrow arbre



Arbre ET/OU



Certains sommets marquent une conjonction de sous problèmes dont la résolution implique celle du problème décomposé.

D'autres sommets marquent une disjonction de décompositions possibles.



Exemple

- ❖ un état est une configuration du tableau 4x4

On distingue:

- ❖ **L'état initial**
- ❖ **Un ou plusieurs états finaux**

Etat initial

1	3	14	5
9	11	4	12
6	10	2	8
7		13	15

13	3	5	15
9		4	12
6	10	2	8
7	11	1	14

6	3	14	5
9	12	4	
1	10	2	8
7	11	13	15

	3	14	15
9	11	4	12
6	10	2	1
5	8	13	7

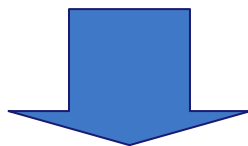


Représenter le problème

Il faut définir:

- Les états du problème (abstrait) = ensemble d'états réels
- L'objectif à atteindre: solution (abstraite) = ensemble de chemins-solutions dans le monde réel
- Les opérateurs de transformations (abstrait) = combinaison d'actions réelles (représentation par graphe)

Le monde réel est excessivement **complexe**



l'espace d'états doit être une **abstraction** de la réalité



Types de problèmes

- ❖ déterministe, accessible → problème à état unique
 - état exact connu
 - effets des actions connus

- ❖ déterministe, inaccessible → problème à états multiples
 - un ensemble parmi plusieurs ensembles d'états
 - effets des actions connus

- ❖ non déterministe, inaccessible → problème contingent
(perception limitée, algorithmes plus complexes)
 - besoin de percevoir durant l'exécution
 - solution a une structure d'arbre
 - souvent mélange entre recherche et exécution
 - effet conditionnel des actions

- ❖ espace d'états inconnu → problème d'exploration ("online")
 - exécution révèle les états
 - besoin d'expérimenter pour trouver la solution
 - le plus difficile



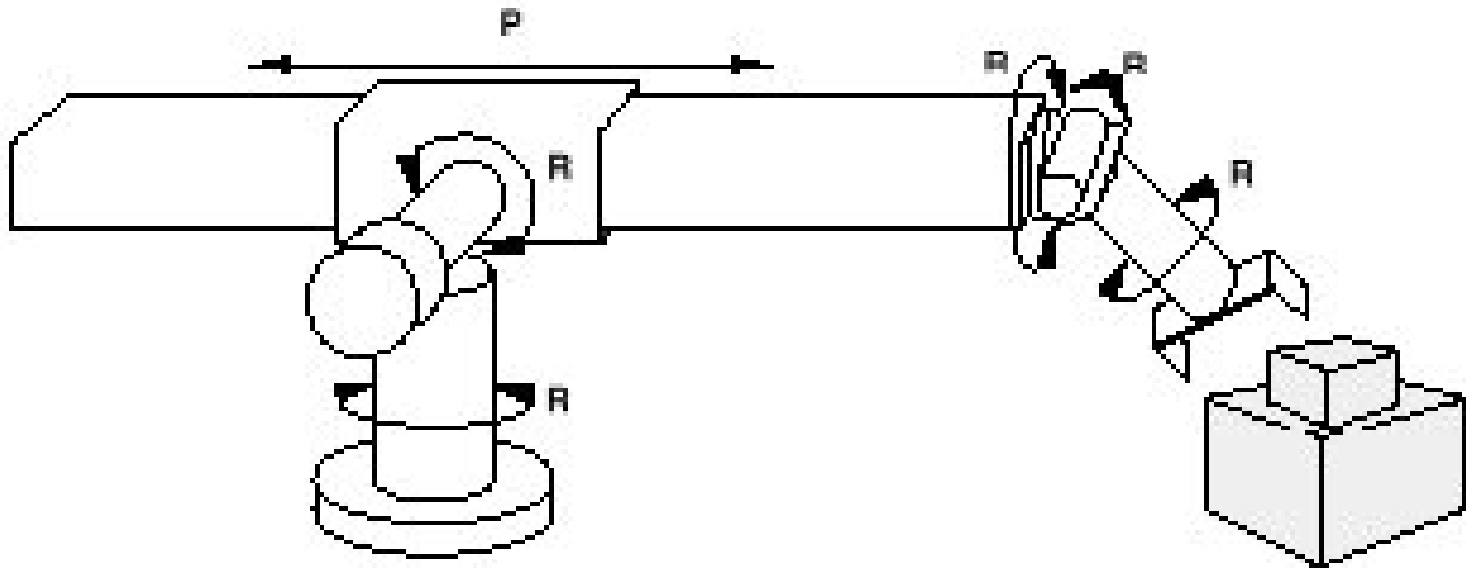
Formulation d'un problème à état unique

Un problème est défini par 4 éléments:

- ❖ **état initial**
- ❖ **opérateurs** (ou fonction successeur $S(x)$)
- ❖ **Test-but**: fonction applicable à un état qui détermine si c'est l'état solution.
- ❖ **Coût-chemin**: permet de déterminer quel est le meilleur chemin menant à la solution si plusieurs chemins existent.

une **solution** est une séquence d'opérateurs menant de l'état initial à l'état final (solution)

Exemple: assemblage automatique



- **état initial:** coordonnées des articulations du robot et pièces à assembler
- **opérateurs:** mouvements continus du bras robotique
- **test-but:** assemblage terminé, robot en position de repos
- **coût-chemin:** temps d'exécution



Exemple : jeu de taquin (puzzle)

5	4	
6	1	8
7	3	2

Configuration initiale
Etat initial

1	2	3
8		4
7	6	5

Configuration finale
Etat final

- état initial: positions des 8 plaquettes dans une des 9 cases
- opérateurs: déplacer la case vide
- test-but: état courant = état final
- coût-chemin: chaque déplacement coûte 1,
coût total = nombre de déplacements



Opérateurs du jeu taquin

- ❖ Un opérateur transforme un état en un autre état.
- ❖ Il existe quatre opérateurs pour le taquin:
 - déplacer la case vide en haut
 - déplacer la case vide en bas
 - déplacer la case vide à gauche
 - déplacer la case vide à droite

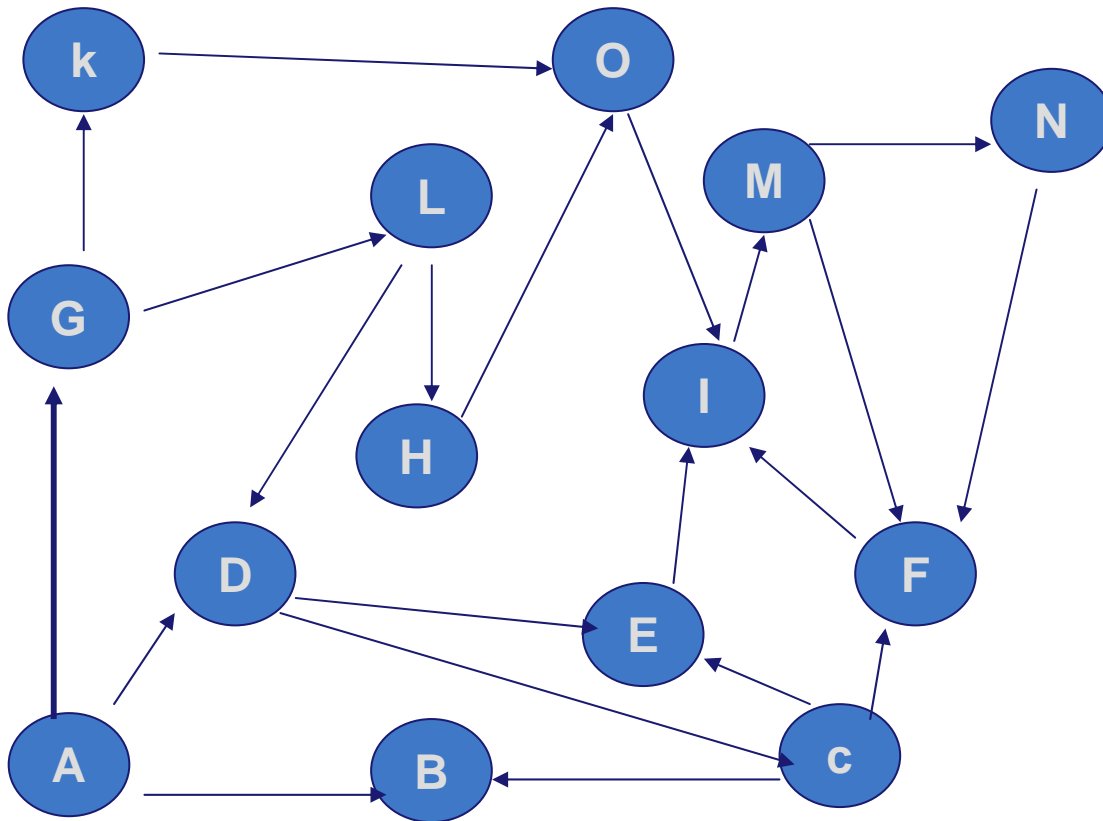


Représentation par graphes d'états

L'application des opérateurs sur les états en démarrant de l'état initial conduit à la construction d'une **arborescence**



Problème général de recherche



Graphe d'état général

?

Représentation
par un arbre



États vs. noeuds

- Un état est une représentation d'une configuration physique
- un noeud est un élément d'une structure de donnée constitutive d'un arbre de recherche; il possède les informations de:
 - parent, enfants, profondeur, coût de chemin $g(x)$



Méthodes de recherche

Stratégies d'exploration

- Méthodes de recherche « aveugles » = Explorations non informées
 - recherche en largeur
 - recherche en profondeur
 - recherche en profondeur limitée
 - recherche par approfondissement itératif
- Méthodes de recherche heuristiques = Explorations informées



Critères d'évaluation

Les différentes **méthodes de recherche** sont **évaluées** selon les critères suivants:

- **Complétude**: est-ce que la méthode garantit de trouver une solution si elle existe?
 - **Complexité en temps**: combien de temps faut-il pour trouver la solution?
 - **Complexité en espace**: quel espace mémoire faut-il pour effectuer la recherche?
 - **Optimalité**: est-ce que la méthode trouve la meilleure solution s'il en existe plusieurs?
-
- Les complexités en temps et en espace sont mesurée en fonction de:
 - **b** = facteur de branchement maximum de l'arbre de recherche
 - **d** = profondeur à laquelle se trouve le (meilleur) noeud-solution
 - **m** = profondeur maximum de l'espace de recherche (espace d'états ou arbre de recherche) - peut être infini



Exercice 1: problème du fermier

- ❖ quatre acteurs le fermier(f), le loup(l), la chèvre (c) et le chou (C) se trouvent sur la rive gauche d'une rivière.
- ❖ On considère:
 - Un bateau qui peut transporter le fermier seul ou avec un des trois acteurs restants de gauche à droite
 - Un bateau qui peut transporter le fermier seul ou avec un des trois acteurs restants de droite à gauche
 - Le loup peut manger la chèvre sans présence du fermier
 - La chèvre peut manger le chou sans présence du fermier

Pb?

Comment faire pour passer les 4 acteurs à l'autre rive



Algorithme de recherche

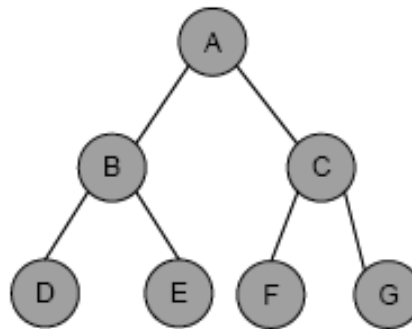
Largeur d'abord
(breadth-first-search)

Principe de la recherche en largeur

- ❖ L'expansion des noeuds les moins récemment engendrés s'effectue en premier
- ❖ L'arborescence est construite niveau après niveau et donc de manière horizontale

Exemple largeur d'abord

- ❖ **Stratégie:** étend le noeud le moins profond
- ❖ **Implémentation:**
- ❖ insertion des successeurs à la fin de la file d'attente



Ordre de visite: A – B – C – D – E – F – G



Algorithme

- 1-Insérer le noeud initial s dans une liste appelée OPEN
- 2-Si OPEN est vide alors échec sinon continuer
- 3-Retirer le premier noeud de OPEN et l'insérer dans une liste appelée CLOSED. Soit n ce noeud.
- 4-S'il n'existe pas de successeur alors aller à 2. Engendrer les successeurs de n et les insérer à la queue de OPEN. Créer un chaînage de ces noeuds vers n
- 5-Si parmi les successeurs, il existe un état final alors succès: la solution est obtenue en suivant le chaînage arrière de ce noeud vers la racine, sinon aller à 2



Propriétés de la recherche en largeur

- **Complétude** Oui (si b est fini)
- **Complexité en temps**
 $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d = O(b^d)$ (exponentiel en d)
- **Complexité en espace** $O(b^d)$ (il faut garder chaque noeud en mémoire)
- **Optimalité** Oui (si coût = 1 par étape)
en général pas optimal

Exercice 2 : taquin 3x3

- ❖ Appliquer la recherche en largeur d'abord sur la donnée suivante:

1	2	3
8	6	
7	5	4

Configuration initiale
Etat initial

1	2	3
8		4
7	6	5

Configuration finale
Etat final

Solution Exercice 2



1	2	3
8	6	
7	5	4

Etat initial
(0)

(1)

1	2	
8	6	3
7	5	4

(2)

1	2	3
8	6	4
7	5	

(3)

1	2	3
8		6
7	5	4

(4)

1		2
8	6	3
7	5	4

(5)

1	2	2
8	6	4
7		5

(6)

1		3
8	2	6
7	5	4

(7)

1	2	2
8	5	6
7		4

(8)

1	2	2
	8	6
7	5	4

(9)

1	6	2
8		3
7	5	4

(10)

	1	2
8	6	3
7	5	4

(11)

1	2	3
8		4
7	6	5

Etat But

(): numéro donnant l'ordre de développement



Algorithme de recherche

profondeur d'abord
(depth-first-search)

Principe de recherche en profondeur

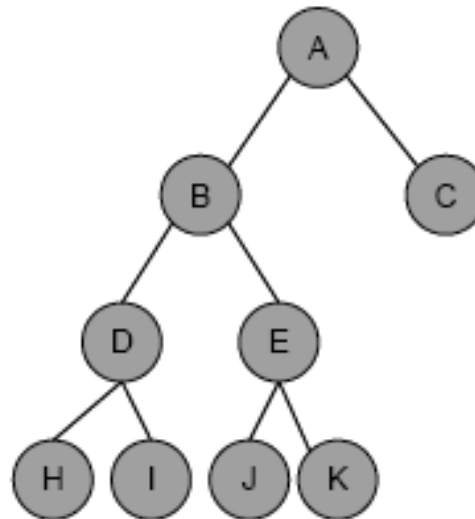
- ❖ **Stratégie:** étend le noeud le plus profond
- ❖ **Implémentation:** insertion des successeurs en tête de la file d'attente

Exemple profondeur d'abord

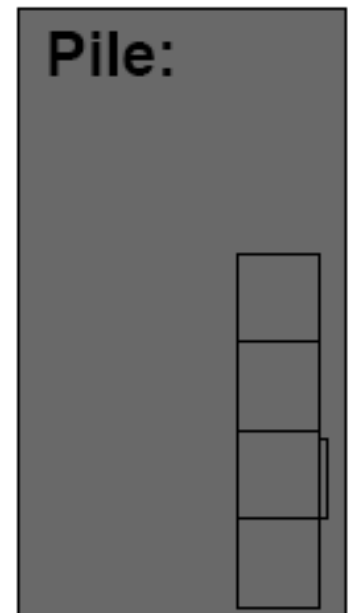
Attention aux cycles infinis !

Il faut un espace de recherche fini et sans cycle,

nécessité d'éliminer les nœuds déjà rencontrés.

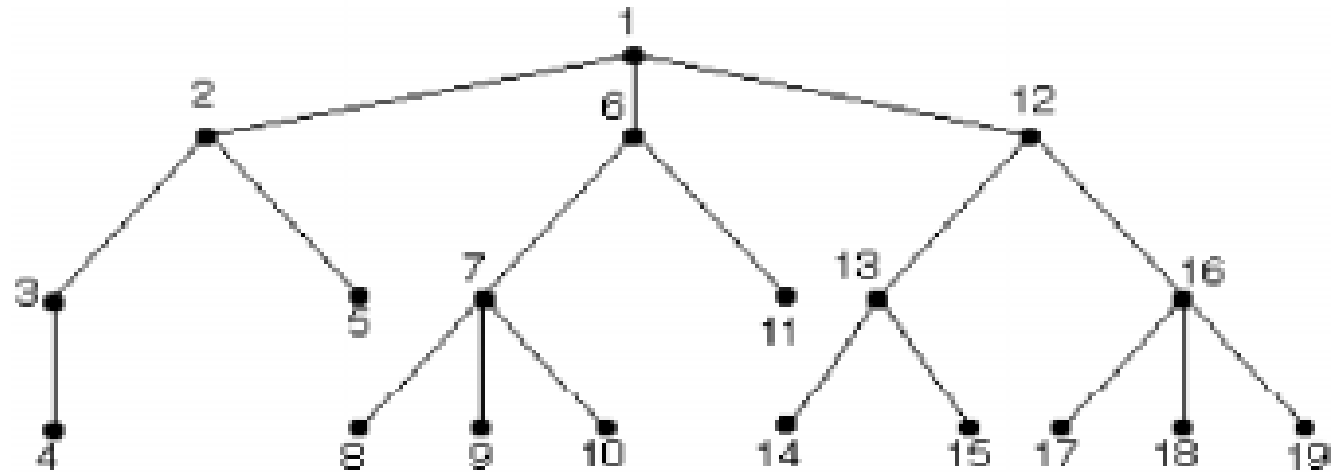


Ordre de visite: A – B – D – H – I – E – J – K – C





Algorithme de recherche en profondeur



Les nœuds sont numérotés dans l'ordre de leur exploration



Propriétés de la recherche en profondeur

- **Complétude** : Non
échoue dans les espaces infinis ou avec cycle
→ complet dans les espaces finis acycliques
- **Complexité en temps** :
 $O(b^m)$ = terrible si m est beaucoup plus grand que d
- **Complexité en espace**: $O(b * m)$ linéaire!
- **Optimalité** : Non
- **discussion**: besoins modestes en espace
 - pour $b = 10$, $d = 12$ et 100 octets/noeud:
 - recherche en profondeur a besoin de 12 Koctets
 - recherche en largeur a besoin de 111 Tera-octets

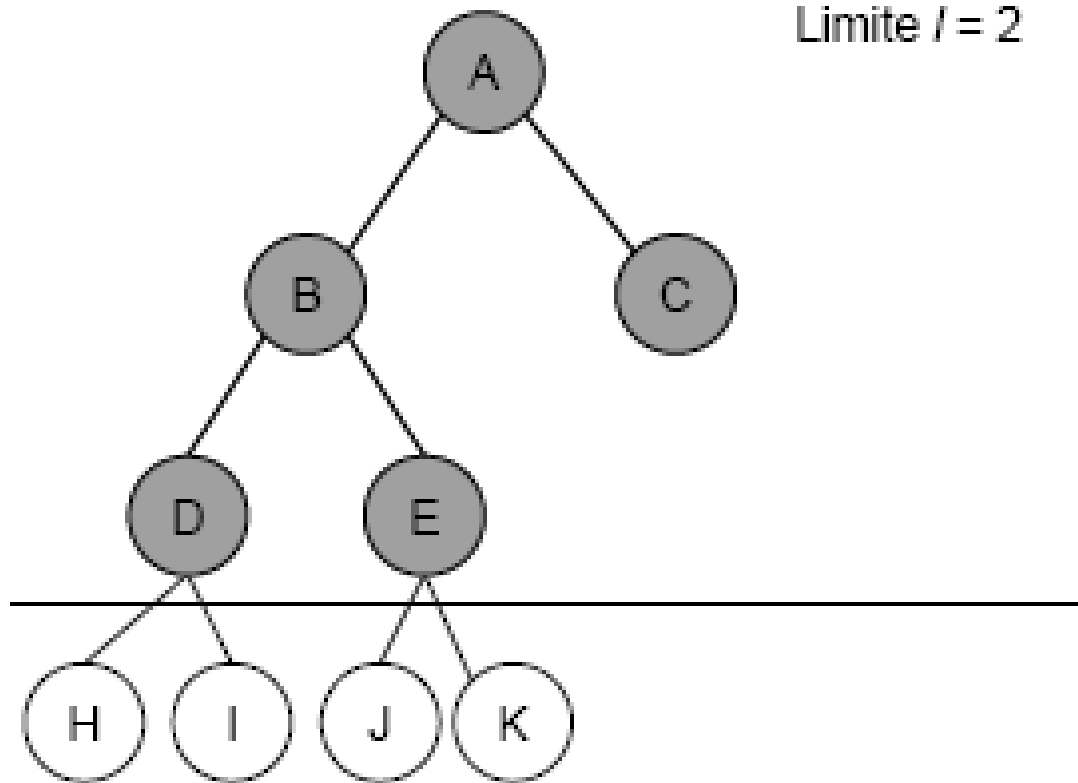
↩ * 10^{10} !!!



Algorithme de recherche profondeur limitée

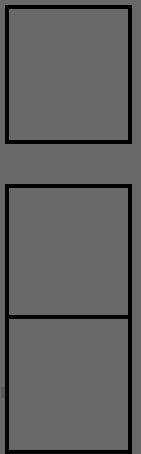


Principe de la recherche en profondeur limitée



Ordre de visite: A – B – D – E – C

Pile:



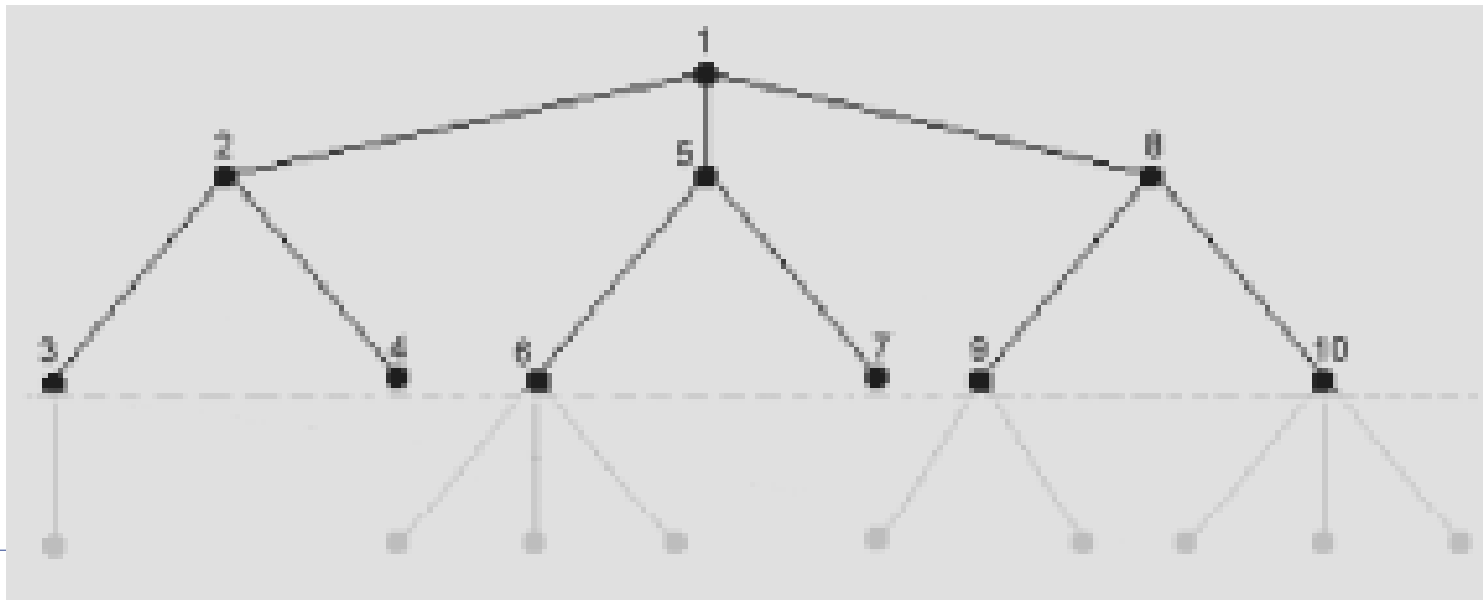


Principe de la recherche en profondeur limitée

- ❖ algorithme de recherche en profondeur avec une limite de profondeur d'exploration L

Implémentation

- ❖ les noeuds de profondeur L n'ont pas de successeurs
- ❖ exemple avec $L = 2$





Propriétés de la recherche en profondeur limitée

- ❖ **Complétude:** Oui si $L \geq d$
- ❖ **Complexité en temps:** $O(b^L)$
- ❖ **Complexité en espace:** $O(b * L)$
- ❖ **Optimalité:** Non

Exercice 3 : taquin 3x3

- ❖ Reprendre l'exercice 2 en appliquant la recherche en profondeur limitée à 3 sur la donnée suivante:

1	2	3
8	6	
7	5	4

Configuration initiale
Etat initial

1	2	3
8		4
7	6	5

Configuration finale
Etat final



Algorithme de recherche

approfondissement itératif

=

Itérative en profondeur



Principe de la recherche itérative en profondeur

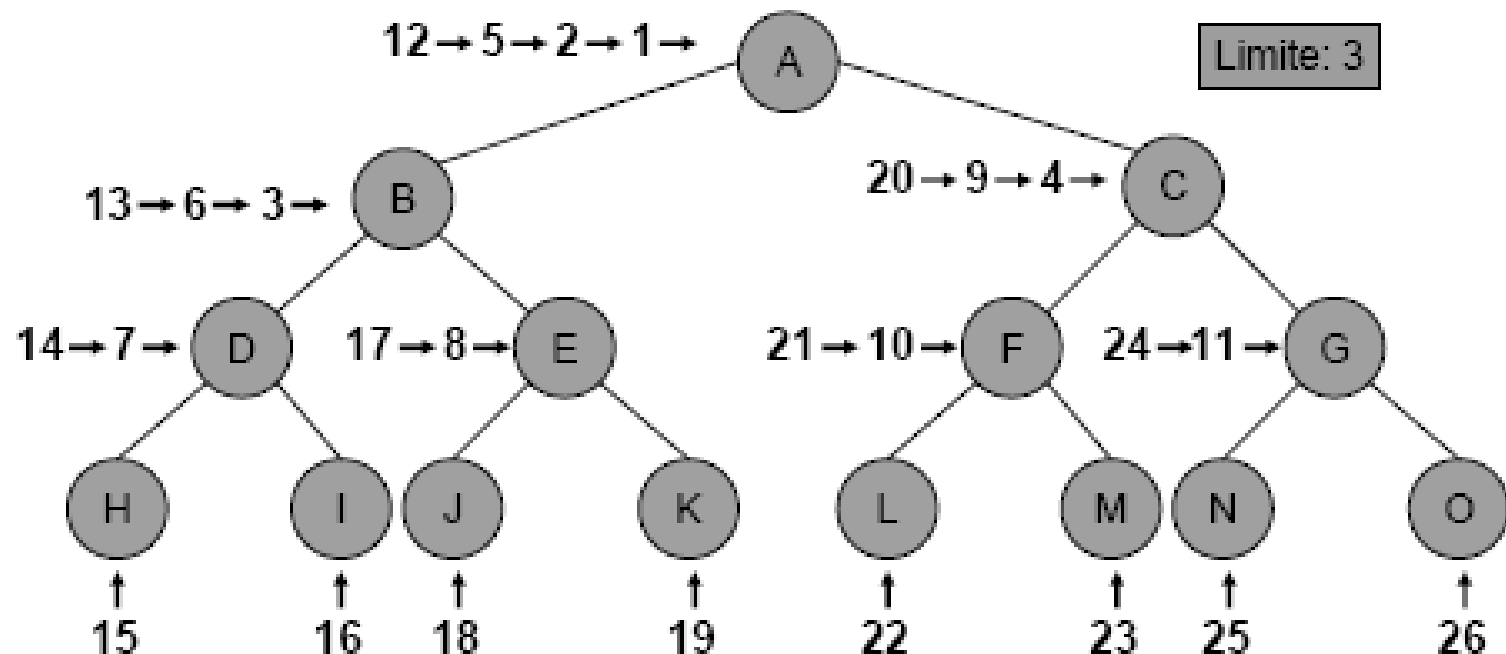
→ Le problème avec la recherche en profondeur limitée est de fixer la bonne valeur de L

- approfondissement itératif = essayer toutes les valeurs possibles de L à partir de $L = 0$ (en incrémentant la limite)
- combine les avantages de la recherche en largeur et en profondeur
 - optimal et complet comme la recherche en largeur
 - économe en espace comme la recherche en profondeur
- c'est l'algorithme de choix si l'espace de recherche est grand et si la profondeur de la solution est inconnue



Exemple de la recherche itérative en profondeur

Exemple - itérative en profondeur



Ordre de visite: A – A – B – C – A – B – D – E – C – F – G – A – B – D – H – I – E – J – K – C – F – L – M – G – N – O



Propriétés de la recherche itérative en profondeur

❖ **Complétude** Oui

❖ **Complexité en temps**

$$(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$$

❖ **Complexité en espace** $O(b * d)$

❖ **Optimalité** Oui si coût = 1 par étape



Les méthodes heuristiques (exploration informée)



Introduction aux heuristiques

- ❖ Les méthodes **aveugles** (**non informées**) sont des méthodes systématiques peu efficaces
- ❖ Il existe des limites pratiques sur le temps d'exécution et l'espace mémoire pour appliquer ces méthodes sur une grande catégorie de problèmes
- ❖ Toute technique visant à accélérer la recherche est basée sur une information appelée **heuristique**
- ❖ Une heuristique signifie '**aider à découvrir**'
- ❖ Ils utilisent des sources d'information supplémentaires. Ces algorithmes parviennent ainsi à des performances meilleures
- ❖ Les méthodes utilisant des heuristiques sont dites méthodes de recherche heuristiques



Implémentation des méthodes heuristiques

- ❖ Utiliser un critère pour réordonner tous les nœuds qui sont explorés (au lieu d'être mis dans une pile ou file)
 - ❖ Une certaine mesure doit être établie pour évaluer « la promesse » d'un nœud.
- Cette mesure est appelée **fonction d'évaluation** ou **d'adéquation** ou **objective**



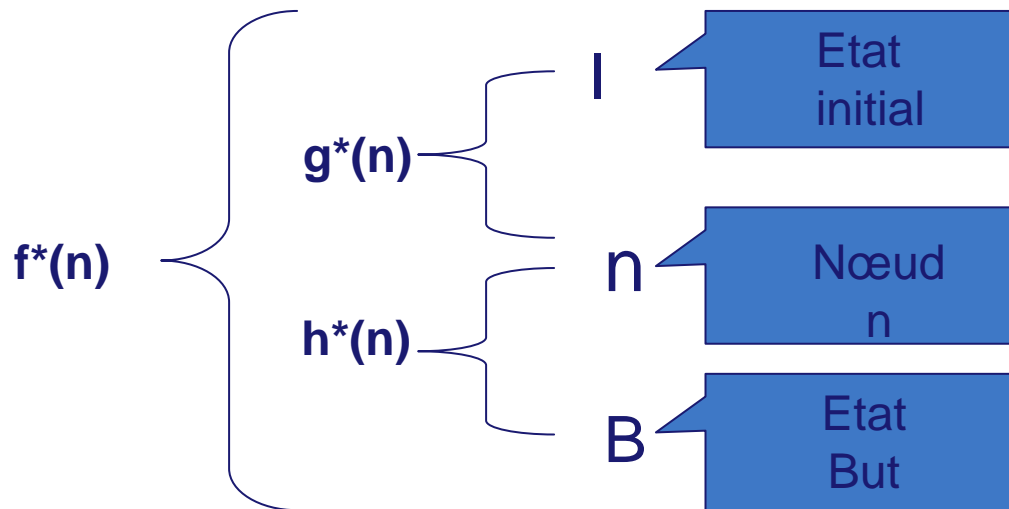
Fonction d'évaluation

- ❖ La recherche ordonnée revient à choisir à développer le meilleur nœud au sens d'un certain critère
→ centrée sur le nœud ayant les meilleures chances de mener au but
- ❖ L'utilisation d'une **heuristique** est basée sur une **fonction d'évaluation** pour **ordonner la recherche** appelée **fonction heuristique** nommée **$h(u)$**
- ❖ **h** est la fonction heuristique qui estime le coût du passage de l'état u à l'état final.



Méthode d'évaluation

- ❖ Soit **f** une **fonction d'évaluation**, **f(n)** exprime la valeur de cette fonction pour le noeud n
- ❖ **f*(n)** représente le coût idéal du chemin passant par un nœud n pour arriver au but

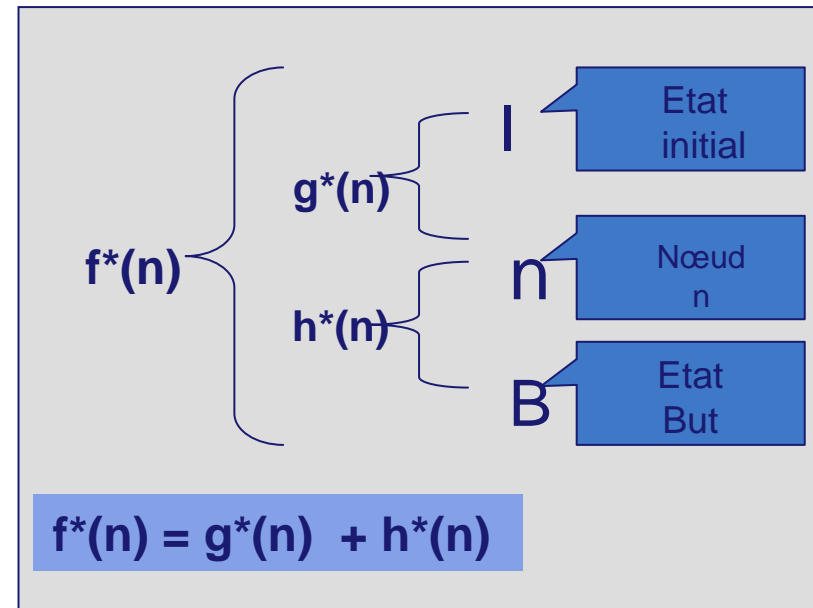


$$f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$$

Méthode d'évaluation

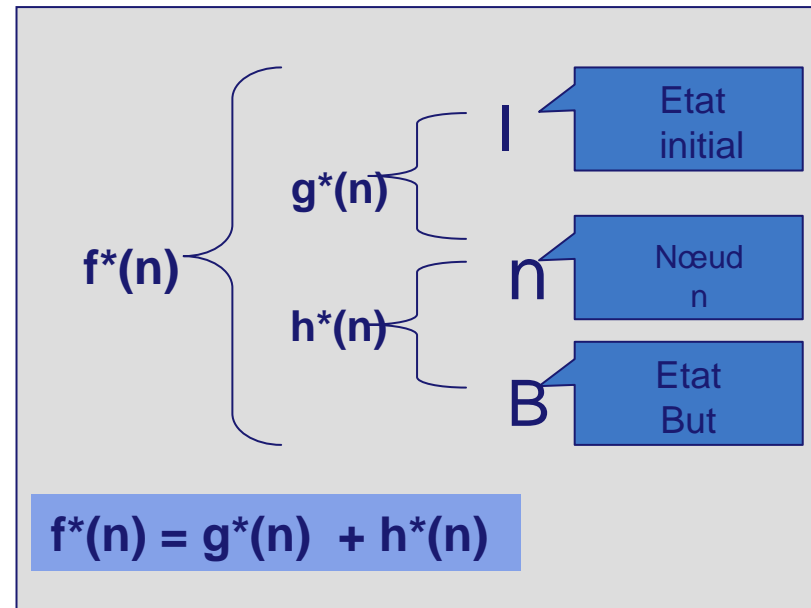
❖ Estimation de g^*

- ❖ g^* peut être le coût du meilleur Chemin déjà rencontré de I à n
- ❖ Soit g cette fonction du coût on a $g(n) \geq g^*(n)$
 - Le choix de g est très dépendant du domaine traité
 - Exemple pour le jeu de taquin $g(n)$ le nombre de jeton déplacé (la longueur de la chaîne entre la racine et n)



Méthode d'évaluation

- ❖ Estimation de h^*
- ❖ **plus difficile car on connaît pas de chemin de $n \rightarrow \text{But}$**
- ❖ Il faut se référer à des informations heuristiques sur le domaine
- ❖ \rightarrow l'algorithme se fondant sur $f(n)$ pour ordonner les nœud est nommé **l'Algorithme A**



- **L'algorithme A*** est une stratégie **du meilleur en premier** dans le cadre des graphes OU et des problèmes de minimisation des coûts additifs.
- L'algorithme A* est chargé de calculer le plus court chemin menant de l'état initial à l'état final.



Exercice 4: Recherche heuristique avec A*

❖ $f(n) = g(n) + h(n)$

avec

❖ g : nombre de jetons déplacés

❖ h : nombre de jetons mal placés

1	2	3
8	6	
7	5	4

Configuration initiale

Etat initial

1	2	3
8		4
7	6	5

Configuration finale

Etat final



Exercice 5: recherche avec algorithme A*

2	8	3
1	6	4
7		5

Configuration initiale
Etat initial

1	2	3
8		4
7	6	5

Configuration finale
Etat final

Rappel

Mouvements légaux: Déplace le <blanc> vers:

- le haut
- la droite
- le bas
- la gauche

Contraintes: Les mouvements en diagonal sont interdits



Votre tour..!

- ❖ Dans la vie réelle on utilise aussi l'heuristique:
- ❖ Exemple: Au supermarché, on choisit la queue la moins longue ou alors on choisit la queue dans laquelle les clients ont le plus petit nombre d'objets dans leur panier.
- ❖ Avez-vous d'autres exemples?



Votre tour..!

- ❖ Allez: et jouer et commenter
- ❖ <http://www.dc.fi.udc.es/lidia/mariano/demos/8puzzle/EightPuzzle.htm>



Résumé

- ❖ Les algorithmes de recherche sont une technologie de base importante en Intelligence Artificielle.
- ❖ Recherche d'arbres en profondeur d'abord: utilise peu de mémoire, mais peut rater la solution optimale.
- ❖ Recherche d'arbres en largeur d'abord: gourmande en mémoire, mais trouve toujours la solution optimale.
- ❖ Recherche heuristique: A^* peut trouver la solution optimale de manière efficace.

Question?

