



生产企业原材料的订购与转运问题研究

张文博¹, 杨信志¹, 方梓莉¹, 冯晓倩¹, 韩中庚²

(1. 北京邮电大学 理学院, 北京 100876; 2. 解放军信息工程大学 四院, 河南 郑州 450002)

摘 要: 供应商选择和成本控制问题是维系生产企业生存的关键问题. 根据给定的数据, 本文从供应商供货价格、质量、供货及时性及可持续供货特征等方面, 使用熵权法与 TOPSIS 方法相结合的方法对供应商进行了评估. 根据生产企业的的生产需求, 结合罚函数法, 构造了基于两阶段随机规划模型的订购及转运方案, 给出了现有条件下, 生产企业产能进一步提升的估计. 数值仿真表明, 本文给出的方法具有良好的稳定性和可靠性. 此外, 根据 2021 年全国大学生数学建模竞赛 C 题的评阅情况, 本文还给出了一些与竞赛相关的建议.

关键词: 供应商选择; 决策; 产业链管理; 全国大学生数学建模竞赛

中图分类号: O29

文献标志码: A

文章编号: 2095-3070(2022)01-0064-18

DOI: 10.19943/j.2095-3070.jmmia.2022.01.08

0 引言

保证原材料供给的稳定与可靠, 是现代企业参与国际竞争的基础, 对生产企业的生存至关重要^[1]. 对原材料供应商的选择, 是生产企业需要审慎思考的重要问题, 它直接影响着企业的生存和效益^[2]. 原材料供应商之间及它们与生产企业之间的互动关系, 也极大地影响着企业制定订购方案的政策^[3-4]. 这些问题都是产业链研究领域中的重要问题. 多数人认为, 对供应商的评估、选择和订单分配是使供应链中各成员之间相互协调的有效途径^[5].

2021 年全国大学生数学建模竞赛 C 题是对产业链问题的一个简化. 本文针对该问题中的各个子问题, 分 6 个小节进行研究. 第 1—4 节, 分别对问题 1 至问题 4 进行理论分析; 第 5 节设计了数值仿真平台, 对问题 1 至问题 4 进行了数值仿真, 并分析了方法的性能; 第 6 节为本文的主要结论. 此外, 根据 2021 年全国大学生数学建模竞赛全国评阅的情况, 在第 7 节给出了一些与竞赛相关的建议. 表 1 为本文中使用的符号及对它们的简要说明.

表 1 符号及说明表

符号	说明	符号	说明
c_j	供应商 j 提供单位产能时的相对价格	$C_{j, \Delta w}$	供应商 j 在持续供货区间长度为 Δw 时的持续供货特征
$d_{i,j}$	第 i 周第 j 个供应商的订货量	D_j	第 j 个供应商总的订货次数
$g_{i,j}$	第 i 周第 j 个供应商的供货量	\bar{N}_j	供货不足的次数比, 即 \bar{n}_j 与 D_j 的比
l_k	表 6 列出的 8 家转运商损耗率的中位数	α	公式(5)中的常数因子

收稿日期: 2022-02-01

通讯作者: 张文博, E-mail: zhangwb@bupt.edu.cn

引用格式: 张文博, 杨信志, 方梓莉, 等. 生产企业原材料的订购与转运问题研究[J]. 数学建模及其应用, 2022, 11(1): 64-81.

ZHANG W B, YANG X ZH, FANG Z L, et al. The research on method of suppliers and freight forwarders allocation problem(in Chinese)[J]. Mathematical Modeling and Its Applications, 2022, 11(1): 64-81.

续表 1

符号	说明	符号	说明
$\tilde{l}_{i,j,k}$	一个正态分布的随机变量, 其均值和标准差分别为第 k 个转运商转运损耗率的均值和标准差	κ	每家转运商的转运量上限
m_j	供应商 j 的供货能力	λ_j	供应商 j 提供单位产能时消耗的原材料数量
$q_{i,j}$	第 i 周第 j 个供应商的供货完成比, 即 $g_{i,j}$ 与 $d_{i,j}$ 的比	θ_A 、 θ_B 和 θ_C	表示惩罚强度的因子, 其取值越大, 惩罚强度越大
\bar{n}_j	供应商 j 满足 $d_{i,j} > 0$ 且 $q_{i,j} < 1$ 的次数	μ_j	供应商 j 的单位体积原材料与单位体积 C 类原材料的价格比
q_j	$q_{i,j}$ 的中位数	$\tilde{\omega}$	企业的产能需求
$\bar{q}_{i,j}$	第 i 周第 j 个供应商的供货不足比, 即 $\bar{q}_{i,j} = 1 - q_{i,j}$	\mathbf{Z}	整数集合
\bar{q}_j	$\bar{q}_{i,j}$ 的中位数	$f(\cdot)$	公式(8)中的罚函数
$\tilde{q}_{i,j}$	数值仿真中, 对供应商 j , 它是一个均值和标准差分别为 $q_{i,j}$ 的均值和标准差的正态分布随机变量	$g(\cdot)$	公式(4)和公式(5)中的罚函数
s_i	第 i 周开始时生产企业的库存产能	$\max\{\cdot\}$	取最大值的函数
$x_{i,j}$	第 i 周供应商 j 的订货量	$\text{sgn}(\cdot)$	符号函数
$\tilde{x}_{i,j}$	数值仿真中, 随机扰动后的供货量	$\eta_k(\cdot)$	与供货量和转运量都有关的转运损耗量随机函数
$\tilde{\tilde{x}}_{i,j}$	数值仿真中的接收量	$\xi_k(\cdot)$	转运商的转运损耗函数, 它与订购和转运方案都有关
$y_{i,j,k}$	第 i 周转运商 k 从供应商 j 处转运原材料的数量	$\zeta(\cdot)$	与订货量有关的随机函数

1 问题 1：供应商供货特征评价问题

实际生产过程中, 生产企业总是会根据自身的需要, 从原材料供应商处采购原材料. 在有多家供应商可供选择时, 就需根据生产要求选择供应商. 这一问题通常被称为供应商选择(supplier selection)问题. 在解决这类问题时, 如何对供应商进行评估是关键.

用什么指标对供应商进行评估? 1966 年, Dickson^[6]对这一问题进行了研究, 并给出了 23 种比较重要的指标. 1991 年, Weber 等^[7]再次审视了这些指标并指出: 交货的质量(quality)、价格(price)和及时交付性(on-time-delivery)是最为重要的. 2001 年, Narasimhan 等^[8]在他们的工作中使用了 11 个指标, 其中有 6 个与供应商的供货能力有关, 5 个与供应商的供货表现有关. 2016 年, Çebi 和 Otay^[9]进一步指出交付周期(lead time)、灵活性(flexibility)和生产企业与供应商之间的关系(relationship building)也非常重要. 同年, Zimmer 等^[1]还指出了持续供货的重要性. 就赛题而言, 可主要从供货的价格、质量、及时性和可持续性等方面对供应商进行评估.

用什么方法选择供应商? Cai 等^[10]在归纳了 2000—2008 年的研究后, 给出了 26 种可以考虑的方法. 2016 年, Zimmer 等^[1]在研究了 1997—2014 年的部分文献后指出, 层次分析法(analytic hierarchy process, AHP)^[11]是最为常用的方法, 其后是网络分析法(analytic network process, ANP)^[12]. 模糊方法与 AHP^[13-14]和 TOPSIS(technique for order preference by similarity to ideal solution)方法的结合也是比较常见的^[15]. 但 AHP 对研究人员的主观依赖性较强. 2020 年, Chai 和 Ngai^[16]又对 2013—2018 年的论文进行了详细的综述并指出, 人工智能方法已经被越来越多地引入到解决供应商选择的问题中来. 就赛题而言, 可使用熵权法(entropy weight method, EWM)和 TOPSIS 法相结合的方法^[17]对原材料供应商进行评估.

综上, 在选择供应商时, 本文主要关注供应商供货的成本^[7]、质量^[7]、及时性^[7]和可持续供货特征^[1]等方面构造评估指标, 并使用 EWM 和 TOPSIS 方法结合的方法进行量化评估. 下面将首先给出相关的假设, 然后给出评估指标的定义及计算方法, 最后给出评估的部分结果.

1.1 与供应商评估有关的假设

1)不考虑原材料供应商、转运商及它们之间的相互关系. 这些关系会使供应商和转运商的选择问

题变得极为复杂^[3-4], 但必须使用更多的方法去获取更多信息, 才能对它们进行深入研究. 因此, 本文不考虑这些关系.

2) 不考虑原材料供应商的供货延迟. 这一情况是供应商选择问题的难点之一. 但赛题中并未给出与此相关的信息, 因此, 本文不考虑这一情况.

3) 不考虑仓储的约束. 实际情况下, 原材料的仓储成本、容量以及分布方式等都是必须考虑的. 但赛题中并未进行说明. 此外, 因为生产企业总是全部收购供应商提供的原材料, 所以可认为原材料仓储容量足够大且仓储成本足够小, 以致可以忽略有关仓储的约束.

4) 如无特殊说明, 本文对供应商的分析均以“周”为时间单位. 在不同的时间尺度下, 供应商的供货特征并不相同. 根据赛题, 以“周”为时间尺度是较为自然的.

5) 不考虑无订货前提的供货. 由于各种原因, 如补充供货等, 供应商可能在没有订货要求的前提下供货. 但赛题中并未对此做进一步阐述, 且数据中也不存在此类情况. 故, 可忽略这一情况.

6) 假设数据记录是准确的. 数据中存在错误是较为常见的, 但很难判断一个数据是否是错误的. 因此, 假设数据表中的数据均是准确的.

1.2 供应商评估的指标及量化方法

在对附件 1 “企业的订货量表”分析时发现, 部分供应商在特定时间的订货量数据与其较常见的其他订货量之间, 有极大差异. 如 ID 为 S348 的供应商, 共有 199 次订货记录, 其在 W139 的订货量为 36 970 m³, 但其订货量不超过 3 000 m³ 的订货次数为 189 次, 约占该供应商总订货次数的 95%. 因此, 为避免极端数据对供应商总体特征的影响, 本文使用中位数 (median) 替代较为常见的平均值 (average). 具体地, 本文以单位产能成本、供货量与订货量数量比的中位数、供货不足的次数比、供货不足数量比的中位数、供货能力和持续供货特征为指标, 对供应商进行量化评估. 下面分别给出它们的具体定义.

单位产能成本 记 λ_j 为供应商 j 提供单位产能时所需的原材料体积, μ_j 为供应商 j 的单位体积原材料与单位体积 C 类原材料的价格比, 则单位产能成本定义为

$$c_j = \lambda_j \mu_j, \quad (1)$$

其中:

$$\lambda_j = \begin{cases} 0.6, & \text{供应商 } j \text{ 提供 A 类原材料,} \\ 0.66, & \text{供应商 } j \text{ 提供 B 类原材料,} \\ 0.72, & \text{供应商 } j \text{ 提供 C 类原材料;} \end{cases} \quad \mu_j = \begin{cases} 1.2, & \text{供应商 } j \text{ 提供 A 类原材料,} \\ 1.1, & \text{供应商 } j \text{ 提供 B 类原材料,} \\ 1, & \text{供应商 } j \text{ 提供 C 类原材料.} \end{cases}$$

表 2 列出了各类原材料的单位产能成本. c_j 为一个负向指标, 即其取值越小越好.

供货量与订货量数量比的中位数 记 $d_{i,j}$ 为第 i 周供应商 j 的订货量; $g_{i,j}$ 为第 i 周供应商 j 的供货量; $g_{i,j}$ 与 $d_{i,j}$ 的比记为 $q_{i,j}$; $q_{i,j}$ 的中位数记为 q_j . q_j 是一个正向指标, 即其取值越大越好.

表 2 单位产能对应的各类原材料成本表

	A 类	B 类	C 类
原材料成本	0.720	0.726	0.720

供货不足的次数比 记 D_j 为供应商 j 满足 $d_{i,j} > 0$ 的次数; \bar{n}_j 为供应商 j 满足 $d_{i,j} > 0$ 且 $q_{i,j} < 1$ 的次数; \bar{n}_j 与 D_j 的比称为供货不足的次数比, 记为 \bar{N}_j . \bar{N}_j 是一个负向指标.

供货不足数量比的中位数 记 $\bar{q} = 1 - q_{i,j}$, 其中位数为供货不足数量比中位数, 记为 \bar{q}_j . \bar{q}_j 也是一个负向指标.

供应商的供货能力 记 m_j 为供应商 j 的供货能力. 本文使用如下的原则对供应商的供货能力进行估计.

原则 A: “最坏情况下的最好结果”原则.

在供应商选择问题中, 供应商未能完成订货量要求也许是“最坏”的情况. 因此, 对供应商 j , 将 $q_{i,j} < 1$ 时, 其最大的供货量作为 m_j . 特别地, 若供应商完成了所有供货量, 如 S053 等, 则将其历史供货量的最大值作为 m_j . m_j 为一个正向指标.

持续供货特征 供应商的可持续供货特征有多种定义^[18-20], 本文采用的方法如下:

设 Δw 为正整数. 对供应商 j , 若其订货量记录中, 存在 Δw 个相邻周的 $d_{i,j}$ 全大于 0, 则将这一连续的时间区间称为连续订货区间, 并称 Δw 为连续订货区间长度. 在每一个连续订货区间内, $q_{i,j} < 1$ 的次数与 Δw 的比值称为连续订货区间上的订单完成率, 并称其均值 $C_{j,\Delta w}$ 为供应商的持续供货特征. $C_{j,\Delta w}$ 是一个正向指标. 图 1 是计算该指标的示意图.



图 1 持续供货特征计算方法示意图

图 1 中第 1 行为某供应商 10 周的订货量记录, 第 2 行为与之对应的供货量记录. 图 1(a)中, $\Delta w = 3$, 此时共有 2 个连续订货区间, 分别称为区间 1 和区间 2. 在区间 1 内, 该供应商的 3 次供货均为供货充足, 因此, 它在区间 1 上的订单完成率为 100%. 在区间 2 内, 该供应商有 2 次供货充足, 1 次供货不足, 因此, 它在区间 2 上的订单完成率约为 66%. 综上, 可得 $C_{j,3} = (100\% + 66\%) / 2 \approx 83\%$.

图 1(b)中, $\Delta w = 2$, 此时共有 4 个连续订货区间, 分别记为区间 1、区间 2、区间 3 和区间 4. 如前所述, 可分别求得连续订货区间上的订单完成率为 50%、100%、100% 和 50%. 故有 $C_{j,2} = (50\% + 100\% + 100\% + 50\%) / 4 = 75\%$. 特别地, 当 $\Delta w = 1$ 时, 有 $C_{j,1} = 1 - \bar{N}_j$.

1.3 供应商评估结果

在对供应商评估前, 还需说明:

1) 若供应商的订货和供货信息过少, 第 1.2 节中的评估指标将产生较大偏差. 因此, 本文将 $D_j \geq 24$ 的供应商称为 I 类供应商, 其他供应商称为 II 类供应商. 经统计, 附件 1 中有 I 类供应商 302 家, 约占供应商总数的 75.12%; II 类供应商 100 家, 约占供应商总数的 24.88%.

2) 在考察供应商的持续供货特征时, 本文使用 $C_{j,2}$.

根据 EWM 和 TOPSIS 方法, 表 3 列出了 EWM 法得到的各指标的权重. 指标后的“+”和“-”号表明该指标是正向指标还是负向指标. 表 4 列出了 EWM 与 TOPSIS 法结合得到的前 50 家供应商.

表 3 熵权法权重表(四舍五入到 3 位小数)

指标名	$c_j(-)$	$q_j(+)$	$\bar{N}_j(-)$	$\bar{q}_j(-)$	$m_j(+)$	$C_{j,2}(+)$
权重 w_j	0.069	0.104	0.027	0.290	0.489	0.021

表 4 供应商评估结果的前 50 家供应商

序号	供应商 ID	材料分类	供应商分级	序号	供应商 ID	材料分类	供应商分级
1	S140	B	I 类	26	S031	B	I 类
2	S229	A	I 类	27	S055	B	I 类
3	S361	C	I 类	28	S294	C	I 类
4	S284	C	I 类	29	S338	B	I 类
5	S282	A	I 类	30	S080	C	I 类
6	S178	A	I 类	31	S218	C	I 类
7	S053	A	I 类	32	S244	C	I 类
8	S275	A	I 类	33	S367	B	I 类
9	S330	B	I 类	34	S346	B	I 类
10	S329	A	I 类	35	S266	A	I 类

续表 4

序号	供应商 ID	材料分类	供应商分级	序号	供应商 ID	材料分类	供应商分级
11	S268	C	I 类	36	S314	C	I 类
12	S306	C	I 类	37	S150	A	I 类
13	S352	A	I 类	38	S003	C	I 类
14	S356	C	I 类	39	S114	A	I 类
15	S365	C	I 类	40	S123	A	I 类
16	S340	B	I 类	41	S139	B	I 类
17	S247	C	I 类	42	S237	A	I 类
18	S194	C	I 类	43	S075	A	I 类
19	S131	B	I 类	44	S078	A	I 类
20	S143	A	I 类	45	S007	A	I 类
21	S086	C	I 类	46	S152	A	I 类
22	S308	B	I 类	47	S037	C	I 类
23	S364	B	I 类	48	S098	B	I 类
24	S108	B	I 类	49	S092	B	I 类
25	S040	B	I 类	50	S189	A	I 类

2 问题 2：制定无偏好原材料订购和转运方案

确定供应商的数量并制定原材料的订购和转运方案，是产业链研究中的重要问题^[21-22]。针对这些问题，Cai 和 Ngai^[16]的综述文章中对较为常见的方法进行了分类，如线性规划(linear programming)、随机规划(stochastic programming)、神经网络(neural network)等方法。根据赛题特点，本文构造基于两阶段随机规划模型的订购和转运方案。

问题 2 可进一步看作两个子问题：(i)如何确定供应商的数量；(ii)如何制定订购和转运方案。下面对这两个子问题逐一解答。

2.1 满足产能需求的供应商数量

要估算供应商的数量，需首先对生产企业的需求和供应商的供货能力进行估计。因为实际接收量对应的产能是生产企业关注的要点，且转运会导致损耗，所以对原材料的转运损耗进行充分估计。根据附件 2，所有转运商转运损耗率的最大值为 5%。因此，保守地说，可假设转运损耗率为 5%。此外，体积相同、种类不同的原材料在损耗率相同时，对产能的影响是不同的。表 5 列出了损耗率为 5%，接收单位产能时，分别需各类原材料的数量。若设原材料均为 C 类，要保证 28 200 m³/周的产能需求，供应商的总供货量应不小于 $0.76 \times 28200 = 21432$ (m³/周)。进一步地，根据附件 1 中的数据可知，若称每周总供货量与该周总订货量的比为每周的订货完成率，则其中位数约为 0.772 9，即实际供货量约为订货量的 77.29%。此时，供应商的总供货量应不小于 $0.76 \times 28200 / 0.7729 \approx 27729$ (m³/周)。

表 5 损耗率为 5% 时接收单位产能需订购各类原材料的数量表(四舍五入到 2 位小数)

原材料种类	A 类	B 类	C 类
订购数量/m ³	0.63	0.69	0.76

根据原则 A，并设附件 1 中均为 C 类原材料，可得供应商供货能力的总和为 67 045 m³/周，可以满足 27 729 m³/周的原材料订购总量要求。

需要多少家供应商就能满足 28 200 m³/周的产能需求呢？若根据第 1 节中的评估结果，优先选择评分较高的供应商，且设原材料均为 C 类，则选择 10 家供应商时，供货能力即可达到 28 238 m³/周，超过了 27 729 m³/周的原材料订购总量要求。若进一步注意到随机因素的存在，应选择更多供应商。根据第 5.2 节中的数值仿真实验，选择 20 家供应商是较为稳妥的。

2 订购和转运方案的制定

赛题中生产企业制定订购和转运方案的过程,可看作是由 24 个以“周”为周期的子过程的循环.图 2 为这一过程的示意图.在每一个子过程中,都需根据前一子过程的执行结果,先制定订购方案,再制定转运方案,然后执行方案,最后对方案的执行情况进行总结.因此,每一个子过程都可看作一个两阶段随机规划(two-stage stochastic programming)问题^[23].下面针对一个子过程中的两个阶段,分别建立数学模型.

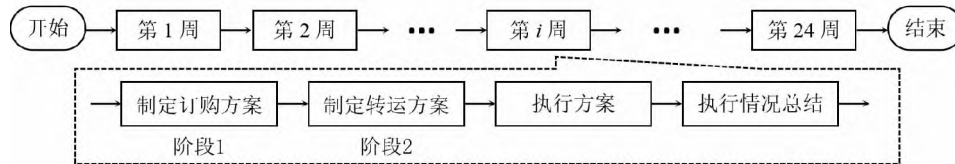


图 2 方案制定流程示意图

阶段 1: 制定订购方案

每家供应商在第 i 周的订购量可由如下非线性随机整数规划问题(模型 I-1)的解给出:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{j=1}^{402} \mu_j \cdot x_{i,j} + \zeta(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,402}) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{402} \frac{1}{\lambda_j} \cdot x_{i,j} - \sum_{k=1}^8 \xi_k(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,402}) + s_i \geq 3\bar{\omega}, \\
 & 0 \leq x_{i,j} \leq m_j, x_{i,j} \in \mathbf{Z}, j = 1, 2, \dots, 402.
 \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $x_{i,j}$ 为第 i 周供应商 j 的订货量; $\zeta(\cdot)$ 为一个与订货量有关的随机函数; $\xi_k(\cdot)$ 为转运商的转运损耗函数,它与订购和转运方案都有关; $\bar{\omega}$ 为企业的产能需求; s_i 为第 i 周开始时生产企业的库存产能; \mathbf{Z} 为整数集合.

模型 I-1 为一个两阶段随机规划模型,其中既包含了与订购方案相关的随机因素 $\zeta(\cdot)$,也包含了与订购和转运方案都相关的随机因素 $\xi_k(\cdot)$.在这些随机因素没有确定前,这一规划问题是很难求解的.一般地,有两类方法可供选择:一类是考虑最坏场景下的结果,另一类是引入表示风险的函数^[24].其中,前者被称为稳健优化(robust optimization)方法^[25].

根据稳健优化的思想,可给出模型 I-1 的一个近似模型.具体地,首先由附件 1 中每周的总订货量和总供货量可知,每周供货完成率的中位数约为 0.772 9,故假设每周供货完成率为 77.29%;其次,在最坏情况下,假设所有转运商的转运损耗率均为 5%.综合这些因素,可假设每周接收量为订货量的 70%.此时,模型 I-1 可改写为如下的整数规划问题(模型 I-1a):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{j=1}^{402} \mu_j \cdot x_{i,j} \\
 \text{s.t.} \quad & 0.7 \cdot \sum_{j=1}^{402} \frac{1}{\lambda_j} \cdot x_{i,j} + s_i \geq 3\bar{\omega}, \\
 & 0 \leq x_{i,j} \leq m_j, x_{i,j} \in \mathbf{Z}, j = 1, 2, \dots, 402.
 \end{aligned} \quad (3)$$

阶段 2: 制定转运方案

根据赛题,当供应商供货量不超过 6 000 m³ 时,应尽可能使用 1 家转运商.为此,可使用罚函数法^[26].在订购方案的基础上,转运方案可由如下的随机整数规划问题(模型 II)的解给出:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k=1}^8 \eta_k(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,402}; y_{i,1,1}, \dots, y_{i,402,8}) \cdot \left(\sum_{j=1}^{402} y_{i,j,k} \right) + \\
 & g(y_{i,1,1}, \dots, y_{i,402,1}, y_{i,1,2}, \dots, y_{i,402,8}) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{k=1}^8 y_{i,j,k} = x_{i,j}, j = 1, 2, \dots, 402, \\
 & \sum_{j=1}^{402} y_{i,j,k} \leq \kappa, k = 1, 2, \dots, 8,
 \end{aligned}$$

$$y_{i,j,k} \geq 0, y_{i,j,k} \in \mathbf{Z}, j=1, 2, \dots, 402; k=1, 2, \dots, 8. \quad (4)$$

其中: $y_{i,j,k}$ 为第 i 周转运商 k 从供应商 j 处转运原材料的数量; $\eta_k(\cdot)$ 为与供货量和转运量都有关的转运损耗量随机函数; $x_{i,j}$ 为订购方案给出的第 i 周供应商 j 的订货量; κ 为每家转运商的转运量上限; $g(\cdot)$ 为如下定义的罚函数:

$$g(y_{i,1,1}, \dots, y_{i,402,1}, y_{i,1,2}, \dots, y_{i,402,8}) = \alpha \sum_{j=1}^{402} \max\{0, \operatorname{sgn}(6\,000 - x_{i,j})\} \cdot \left(\sum_{k=1}^8 \operatorname{sgn}(y_{i,j,k}) \right), \quad (5)$$

其中: $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数; $\max\{\cdot\}$ 为取最大值函数; α 为一个常数因子.

类似对模型 I 的处理, 可将其中的随机函数 $\eta_k(\cdot)$ 用供应商损耗率的中位数替换. 此时, 模型 II 可改写为如下模型 IIa:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k=1}^8 l_k \cdot \left(\sum_{j=1}^{402} y_{i,j,k} \right) + g(y_{i,1,1}, \dots, y_{i,402,1}, y_{i,1,2}, \dots, y_{i,402,8}) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k=1}^8 y_{i,j,k} = x_{i,j}, j=1, 2, \dots, 402, \\ & \sum_{j=1}^{402} y_{i,j,k} \leq \kappa, k=1, 2, \dots, 8, \\ & y_{i,j,k} \geq 0, j=1, 2, \dots, 402; k=1, 2, \dots, 8. \end{aligned} \quad (6)$$

其中, l_k 为表 6 列出的 8 家转运商损耗率的中位数.

表 6 转运商损耗率的中位数表(四舍五入到 2 位小数)

转运商 ID	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
损耗率中位数 $l_k/\%$	1.87	0.89	0.10	0.35	2.61	0.02	1.47	0.68

至此, 就得到了一个子过程中制定订购和转运方案的模型 I-1 和模型 II, 同时也给出了它们的近似模型模型 I-1a 和模型 IIa. 将子过程重复 24 次, 即得到了赛题要求的方案制定方法.

3 问题 3: 制定有偏好的订购和转运方案

为使订购方案中尽可能选择材料 A, 可将图 2 中每一子过程的模型 I-1 修正为模型 I-2:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^{402} (\mu_j \cdot x_{i,j} + f(x_{i,j})) + \zeta(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,402}) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{402} \frac{1}{\lambda_j} \cdot x_{i,j} - \sum_{k=1}^8 \xi_k(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,402}) + s_i \geq 3\bar{\omega}, \\ & 0 \leq x_{i,j} \leq m_j, x_{i,j} \in \mathbf{Z}, j=1, 2, \dots, 402. \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $f(x_{i,j})$ 为罚函数, 定义为:

$$f(x_{i,j}) = \begin{cases} \theta_A \cdot x_{i,j}, & \text{供应商 } j \text{ 提供 A 类原材料,} \\ \theta_B \cdot x_{i,j}, & \text{供应商 } j \text{ 提供 B 类原材料,} \\ \theta_C \cdot x_{i,j}, & \text{供应商 } j \text{ 提供 C 类原材料.} \end{cases} \quad (8)$$

其中, θ_A 、 θ_B 和 θ_C 表示惩罚强度的因子, 其取值越大, 惩罚就越大. 本文选择的惩罚因子为:

$$\theta_A = 0, \theta_B = 1/2, \theta_C = 1. \quad (9)$$

类似对模型 I-1 的处理, 模型 I-2 的近似模型为如下模型 I-2a:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^{402} (\mu_j \cdot x_{i,j} + f(x_{i,j})) \\ \text{s.t.} \quad & 0.7 \cdot \sum_{j=1}^{402} \frac{1}{\lambda_j} \cdot x_{i,j} + s_{i-1} \geq 3\bar{\omega}, \\ & 0 \leq x_{i,j} \leq m_j, x_{i,j} \in \mathbf{Z}, j=1, 2, \dots, 402. \end{aligned} \quad (10)$$

由于转运方案仅与订购方案有关, 所以制定转运方案仍可使用模型 II 及模型 IIa.

4 问题 4: 企业产能增长的潜力

根据赛题, 在不考虑技术、设备水平等其他制约时, 限制企业产能增长的主要因素是供应商的总供货能力和转运商的总转运能力. 从稳健的角度出发, 下面对这两个能力进行粗略估计. 在第 5 节中, 将使用数值仿真的方法对这一问题进行进一步讨论.

1) 在第 1.2 节原则 A 下, 所有供应商的总供货能力为 $67\ 045\ \text{m}^3/\text{周}$. 若设原材料均为 C 类, 且供货完成率为 77.29% , 则约可提供总产能 $67\ 045/0.72 \times 0.772\ 9 \approx 71\ 971(\text{m}^3/\text{周})$.

2) 由于每家转运商的转运能力不超过 $6\ 000\ \text{m}^3/\text{周}$, 所以 8 家转运商的最大转运能力为 $48\ 000\ \text{m}^3/\text{周}$. 若设转运商的转运损耗率均为 5% , 供应商每周的供货完成率均为 77.29% , 则企业的原材料接收量不超过 $48\ 000 \times (1-0.05) \times 0.772\ 9 \approx 35\ 244(\text{m}^3/\text{周})$. 若设所有原材料均为 C 类, 则企业产能将可提升至 $35\ 244/0.72 = 48\ 950(\text{m}^3/\text{周})$ 左右.

对比 1) 和 2) 的结果可知, 企业的产能将可提升至 $48\ 950\ \text{m}^3/\text{周}$, 约为当前产能 $28\ 200\ \text{m}^3/\text{周}$ 的 1.74 倍. 若根据第 1 节中给出的排序结果, 并优先选择评估值较高的原材料供应商, 约需 40 家即可达到订购要求.

5 数值仿真及结果分析

为对前述的结果进行进一步验证, 下面给出数值仿真平台, 并对仿真结果进行讨论.

5.1 数值仿真平台及仿真方法

图 3 为仿真平台的示意图. 仿真过程以按周迭代的方式进行. 一般地, 对第 i 周, 首先根据库存产能 s_i 制定订购方案; 然后, 根据订购方案制定转运方案; 接下来, 模拟采购量和损耗率的随机变化; 最后, 根据模拟结果计算 s_{i+1} . 特别地, 对第 1 周, 假设 $s_1 = 2\omega$.

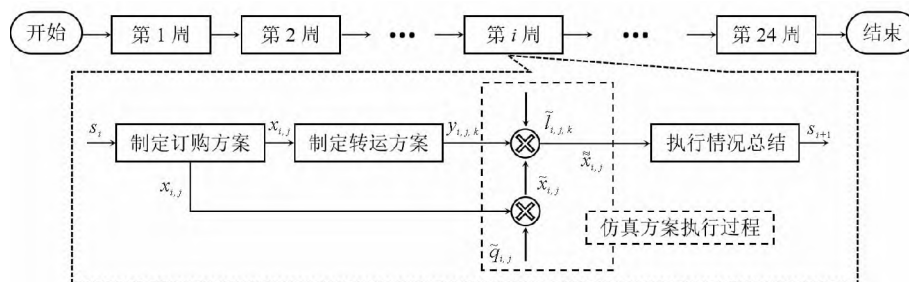


图 3 数值仿真实验平台示意图

进一步地, 还需说明如下:

- $\tilde{x}_{i,j}$ 为随机扰动后的供货量, $\tilde{\tilde{x}}_{i,j}$ 为接收量;
- 用随机变量 $\tilde{q}_{i,j}$ 模拟供应商的实际供货量与订货量的比值, 对供应商 j , 它是一个均值和标准差分别为 $q_{i,j}$ 的均值和标准差的正态分布随机变量;
- 用随机变量 $\tilde{l}_{i,j,k}$ 模拟第 k 个转运商的转运损耗率, 它是一个均值和标准差分别为第 k 个转运商转运损耗率的均值和标准差的正态分布随机变量;
- 转运商的实际转运量为转运方案中的转运量和原材料供应商实际供货量中较小的值, 超出转运方案的供货量将被忽略;
- 当制定订购方案的数学模型无解时, 使用企业的供货能力作为订购量;
- 当制定转运方案的数学模型无解时, 超过转运最大能力的供货量将被忽略.

5.2 对问题 2 的数值仿真

问题 2 需回答两个子问题: (i) 供货商的数目问题; (ii) 指定供应商时, 制定 24 周订购和转运方案

的问题.

对于问题(i), 可根据第 1 节的排序结果求解模型 I-1a, 并考察解的存在性. 表 7 列出了模型 I-1a 是否有解的情况. 由表 7 可以看出, 当供应商不少于 9 家时, 模型 I-1a 是有解的. 但由于随机因素的存在, 应适当增加供应商的数量.

表 7 模型 I-1a 的有解情况(初始库存产能为产能要求的两倍)

企业数量	6	7	8	9	10	11	12	13
是否有解	无解	无解	无解	有解	有解	有解	有解	有解

对于问题(ii), 若上一周的供货量出现较大减少, 则可能导致本周的订货量大大增加. 此时, 模型 I-1a 可能无解, 订购量将采用 m_j . 表 8 列出了供应商数量变化时, 每 100 次随机仿真中, 模型 I-1a 失败的次数及其在总制定次数中所占的比例. 在 100 次仿真实验中, 需求解模型 I-1a 共 2 400 次. 因此, 若按第 5.1 节中的仿真设置, 选择 20 家供应商应是比较稳妥的.

表 8 订购方案制定失败的次数与供应商数量的关系(每 100 次仿真)

供应商数量	模型 I-1a 无解次数	模型 I-1a 无解比例/%	模型 IIa 无解次数	模型 IIa 无解比例/%	供应商数量	模型 I-1a 无解次数	模型 I-1a 无解比例/%	模型 IIa 无解次数	模型 IIa 无解比例/%
9	21	0.88	0	0.00	15	0	0.00	0	0.00
10	8	0.33	0	0.00	16	0	0.00	0	0.00
11	6	0.25	0	0.00	17	0	0.00	0	0.00
12	4	0.17	0	0.00	18	0	0.00	0	0.00
13	1	0.04	0	0.00	19	0	0.00	0	0.00
14	2	0.08	0	0.00	20	0	0.00	0	0.00

图 4 给出了使用 6 家供应商的一次仿真中, 总订货产能、总到货产能和库存产能的变化. 其中在第 1、13 和 20 周, 模型 I-1a 无解, 总订货产能为 6 家供应商的最大总供货产能 37 627.78 $\text{m}^3/\text{周}$. 在标记 1 处, 虽然模型 I-1a 无解, 但由于模型为一个保守估计, 故其第 2 周的初始库存产能仍能达到两倍产能的要求. 在标记 2 处, 由于第 12 周到货总产能不足, 导致第 13 周初始库存产能低于两倍生产能力的要求, 同时导致第 13 周模型 I-1a 无解. 在标记 3 处, 由于第 18 和 19 周连续供货不足, 导致第 20 周初始库存产能接近库存原材料产能要求, 且模型 I-1a 在第 20 周无解. 在供货稳定区域(第 3—10 周), 库存产能也比较稳定.

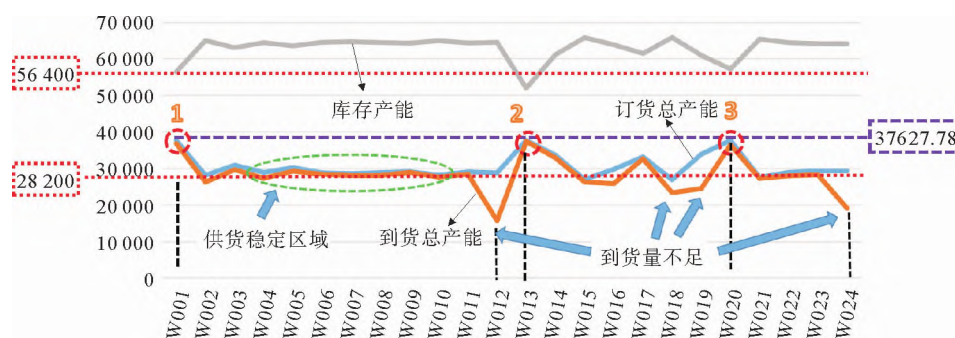


图 4 总订货产能、总到货产能和库存产能的变化(6 家供应商)

图 5 和图 6 分别给出了使用 10 家和 20 家供应商的一次仿真中, 总订货产能、总到货产能和库存产能的变化. 可以看出, 随着供应商数量的增加, 供货的稳定性有所改善, 且由于 20 家供应商能提供的总产能 53 141.44 $\text{m}^3/\text{周}$ 较大, 显著降低了模型 I-1a 无解的可能, 使库存产能较为稳定. 图 5 标记 1 和 2 处, 模型 I-1a 也无解.

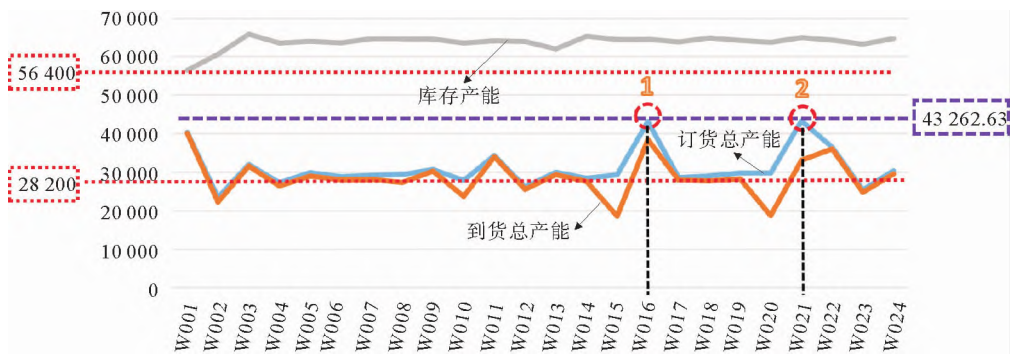


图 5 总订货产能、总到货产能和库存产能的变化(10 家供应商)

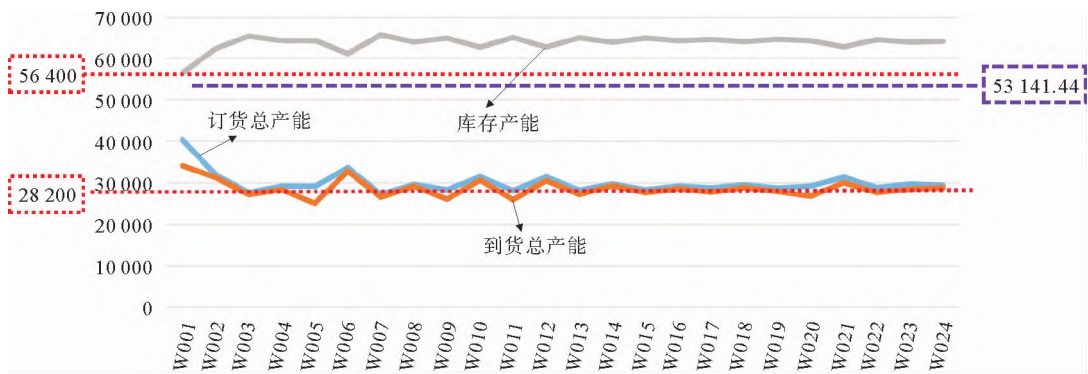


图 6 总订货产能、总到货产能和库存产能的变化(20 家供应商)

表 9 列出了供应商数量从 15 到 22 变化时, 100 次仿真中, 24 周每周库存产能均值和标准差的中位数. 此外, 也列出了 100 次仿真中, 24 周中每周的订货完成率均值和标准差的中位数.

表 9 每周库存产能均值和标准差及每周转运损耗率均值和标准差的中位数表

供应商数量	库存产能均值 的中位数/(m ³ /周)	库存产能标准差 的中位数/(m ³ /周)	订货完成率均值 的中位数/%	订货完成率标准差 的中位数/%
15	63 993.96	1 554.28	95.40	4.35
16	63 998.90	1 419.51	95.53	4.13
17	64 013.94	1 409.53	95.53	3.97
18	64 043.11	1 353.69	95.66	3.89
19	64 050.13	1 326.55	95.71	3.65
20	64 064.91	1 212.26	95.74	3.30
21	64 064.63	966.09	95.75	2.48
22	64 068.06	1 025.09	95.78	2.41

- 由表 9 可得:
- 1)当原材料供应商数量超过 15 家时, 根据模型 I-1a 和模型 IIa 制定的订购和转运方案, 都能满足企业对每周库存产能大于两倍产能的要求;
 - 2)随着供应商数量的增加, 库存产能标准差的中位数也呈下降趋势, 即供应商数量的增加可增强订购和转运方案的稳定性;
 - 3)订货完成率均值稳定在 95%附近, 优于附件 1 中每周供货完成率约 77.29%的结论, 这表明问题 1 中的评估是有效的.
- 附录表 A1 和 A2 分别给出了选择 20 家供应商时, 仿真得到的一个订购方案及其对应的转运方案.

5.3 对问题 3 的数值仿真

仍假设初始库存产能 $s_1 = 2\omega$, 但供应商可从附件 1 中任意选取. 表 10 列出了不使用罚函数和使用罚函数时, 用模型 I-1a 和模型 I-2a 求解一次得到的各类供应商数量, 具体结果可见附录 A 和附录 B. 可以看出, 罚函数使订购方案优先选择了 A 类原材料.

表 10 不使用罚函数和使用罚函数时的供应商的数量表

	A 类原材料供应商数量	B 类原材料供应商数量	C 类原材料供应商数量
不使用罚函数(模型 I-1a)	22	0	27
使用罚函数(模型 I-2a)	133	1	0

图 7 给出了一次仿真中, 总订货产能、总到货产能和库存产能的变化. 表 11 列出了该次仿真的订购方案中, 各类原材料供应商的数量. 由此可知, 订购和转运方案能够保持库存产能为两倍产能的要求, 且能够使订购方案优先选择提供 A 类原材料的供应商. 这表明罚函数是有效的. 表 12 列出了 100 次仿真中, 每周库存产能均值和标准差及每周订货完成率均值和标准差的中位数. 由此可见, 本文给出的方法有较强的稳定性.

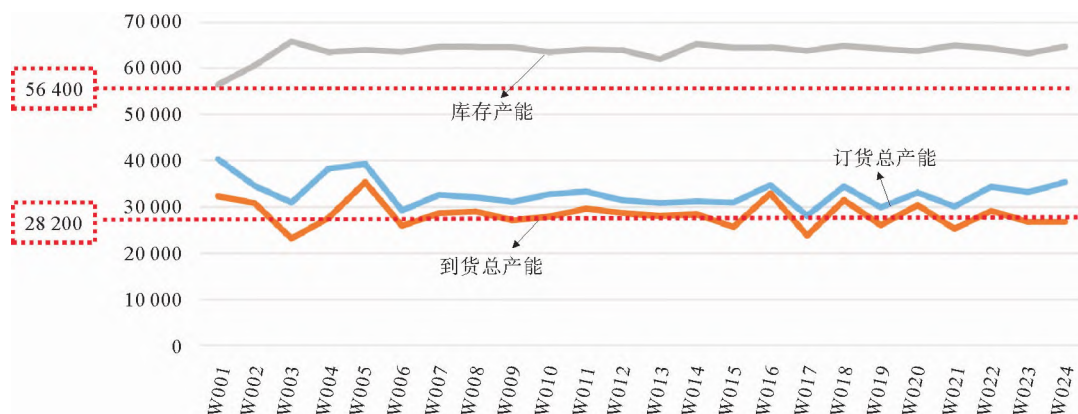


图 7 总订货产能、总到货产能和库存产能的变化图(模型 I-2a)

表 11 订购方案中各类原材料供应商的数量及比例表(模型 I-2a)

周	A 类供应商 数量	B 类供应商 数量	C 类供应商 数量	A 类供应商 比例/%	B 类供应商 比例/%	C 类供应商 比例/%
W001	133	1	0	99.25	0.75	0
W002	133	1	0	99.25	0.75	0
W003	133	1	0	99.25	0.75	0
W004	133	1	0	99.25	0.75	0
W005	133	1	0	99.25	0.75	0
W006	66	0	0	100.00	0.00	0
W007	133	1	0	99.25	0.75	0
W008	133	1	0	99.25	0.75	0
W009	133	1	0	99.25	0.75	0
W010	133	1	0	99.25	0.75	0
W011	133	1	0	99.25	0.75	0
W012	133	1	0	99.25	0.75	0
W013	133	1	0	99.25	0.75	0
W014	133	1	0	99.25	0.75	0
W015	133	1	0	99.25	0.75	0
W016	133	1	0	99.25	0.75	0
W017	35	0	0	100.00	0.00	0

续表 11

周	A 类供应商	B 类供应商	C 类供应商	A 类供应商	B 类供应商	C 类供应商
	数量	数量	数量	比例/%	比例/%	比例/%
W018	133	1	0	99.25	0.75	0
W019	113	0	0	100.00	0.00	0
W020	133	1	0	99.25	0.75	0
W021	133	1	0	99.25	0.75	0
W022	133	1	0	99.25	0.75	0
W023	133	1	0	99.25	0.75	0
W024	133	1	0	99.25	0.75	0

表 12 每周库存产能均值和标准差及每周订货完成率均值和标准差的中位数表

402 家供应商	最小值	最大值	中位数
库存产能均值/(m³/周)	61 046.78	62 616.25	61 785.91
库存产能标准差/(m³/周)	985.26	2 777.06	1 907.36
订货完成率均值/%	83.86	89.55	86.42
订货完成率标准差/%	2.89	8.17	5.45

5.4 对问题 4 的数值仿真

表 13 列出了产能 $\bar{\omega}$ 从 45 000 m³/周到 59 000 m³/周变化时, 100 次数值仿真后, 模型 I-1a 和模型 IIa 无解的次数及比例. 其中, 48 950 m³/周为第 4 节的保守估计结果.

表 13 订购方案与转运方案在 100 次仿真中失败的次数和比例与产能需求的关系

产能要求	模型 I-1a	模型 II	模型 I-1a	模型 IIa	产能要求	模型 I-1a	模型 II	模型 I-1a	模型 IIa
	无解次数	无解次数	无解比例	无解比例/%		无解次数	无解次数	无解比例	无解比例/%
45 000	0	0	0	0.00	53 000	0	101	0	4.21
47 000	0	0	0	0.00	55 000	0	102	0	4.25
48 950*	0	0	0	0.00	57 000	0	126	0	5.25
49 000	0	0	0	0.00	59 000	0	191	0	7.96
51 000	0	0	0	0.00					

注: 字体加粗行中的数据为第 4 节中的估计结果

由表 13 可得到如下结论:

- 1)在现有条件下, 402 家供应商能满足直到 48 950 m³/周的产能要求;
- 2)随企业产能的增长, 模型 IIa 无解的比例逐渐上升, 这表明转运商数量不足是制约企业产能进一步增长的主要因素;
- 3)在当前仿真条件下, 产能提升至 50 000 m³/周应是较为可靠的.

图 8 为产能 50 000 m³/周时的一次仿真结果. 可以看出, 本文给出的方案仍能使库存产能满足两倍产能的要求. 表 14 列出了 100 次仿真中, 库存产能均值和标准差及每周供货完成率的均值和标准差的中位数. 由此可见, 本文给出的方法也有较强的稳定性.

表 14 每周库存产能均值和标准差及每周订货完成率均值和标准差的中位数表

402 家供应商	最小值	最大值	中位数
库存产能均值/(m³/周)	109 372.54	110 927.80	110 280.80
库存产能标准差/(m³/周)	1 496.06	3 701.05	2 273.85
订货完成率均值/%	86.32	89.48	88.03
订货完成率标准差/%	2.38	5.82	3.55

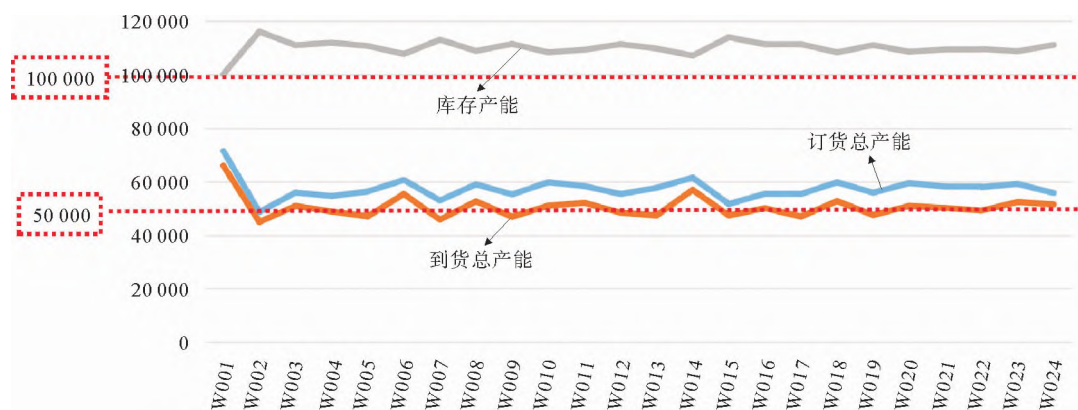


图 8 总订货产能、总到货产能和库存产能的变化图

6 结论

针对 2021 年全国大学生数学建模竞赛 C 题, 本文根据赛题附件 1 和附件 2 中的数据, 对赛题中的各问题进行了回答, 得到的主要结论如下:

1) 从原材料供应商的供货价格、质量、及时性和可持续供货特征等方面, 以单位产能成本、供货量与订货数量比的中位数、供货不足的次数比、供货不足数量比的中位数、供货能力和持续供货特征为指标, 使用 EWM 与 TOPSIS 相结合的方法, 对原材料供应商进行了评估, 并给出了部分评估结果(表 4);

2) 为制定原材料订购和转运方案, 构造了两阶段随机规划模型(模型 I-1 和模型 II)及其近似模型(模型 I-1a 和模型 IIa), 并用数值仿真实验得到选择 20 家以上原材料供应商是较为稳妥的结论;

3) 为使订购方案能优先选择 A 类原材料, 使用罚函数法, 构造了有偏好两阶段随机规划模型(模型 I-2 和模型 II)及其近似模型(模型 I-2a 和模型 IIa), 并验证了罚函数的有效性(表 10、表 11、表 12、附录 A 和附录 B);

4) 分析了企业产能提升潜力的问题, 并用数值仿真实验得到产能提升至 50 000 $\text{m}^3/\text{周}$ 较为稳妥的结论. 此外, 转运商数量的不足是制约企业产能进一步提升的主要因素(表 13).

7 竞赛论文的综合评述

7.1 总体情况

2021 年全国大学生数学建模竞赛 C 题是根据一家生产装饰板企业的实际情况和实际数据加工而成的. 该企业所用原材料主要是废旧木板、树干、树枝和锯末等. 原材料分为 A、B、C 三类, 不同类型原材料加工生产的利用率、采购价格等都是不同的. 正是这些原材料的特殊性, 使其采购和运输的相关数据不同于通常产品原材料采购与运输的一般规律. 问题所提供的数据涉及到近 5 年 402 家原材料供应商的实际订货量、供货量和 8 家转运商的运输损耗量等. 虽然数据的时间周期相同, 但对不同的供货商和转运商的相关数据量不尽相同, 即数据具有稀疏性和不完备性, 同时数据涉及到诸多不确定因素, 这也给数据的处理和利用带来了困难和问题. 如何充分合理地利用这些实际数据, 通过数学建模解决好这个实际问题, 对参赛同学是一个很有挑战性的问题.

该问题文字表述简单、易读易懂, 但真正从实际出发, 通过数学模型来研究问题, 给出问题的一个合理解决方案, 并非易事. 同时, 现有与该问题相似或相关、真正有参考价值的文献资料很少. 从全国实际参赛选题情况来看, 虽然选 C 题的队数很多, 但真正针对实际问题自主做深入研究的并不多, 完成质量高的更少. 因此, 在送全国评阅的论文中, 获得全国一等和二等奖的比率仅为 12.76% 和 51.68%, 远低于 A 题和 B 题的获奖率.

从报送全国评阅的论文来看, 大多数的参赛队对问题的理解是正确的, 能够抓住问题的核心和实际的要求, 对实际数据做了适当的处理, 并结合实际问题做了相应的机理分析, 按问题的要求建立了

相应数学模型,给出了相应的求解结果.总体看主要有以下特点:

1)一部分参赛论文能够从问题的实际出发,对问题的数据做了较深入的分析,挖掘出了符合实际的特征和指标,自主地分析问题、研究问题、建立数学模型,并较好地解决了问题,给出了合理结果.

2)多数参赛论文能够正确利用实际订购量与供货量数据,提取出了相应供应商的供货特征,并给出了相应的量化指标与标准化处理结果.

3)有些参赛论文没有针对实际问题 and 实际数据,没有考虑诸如订购完成率、供货率、供货稳定性和连续性等这些重要的供货特征,仅考虑与订购量和供货量直接相关的特征,也没有考虑单个供应商的供货量在所有供应商供货量中占比的影响.

4)部分参赛论文考虑到了实际中不确定因素的影响(如供货率、实际供货量和损耗率的不确定性),针对问题建立了随机规划模型,并给出了相应的求解算法,得到了合理的数值结果.

5)不少的参赛论文考虑到了每周原材料库存量的动态变化对订购方案的影响,而实际供货量和转运方案又影响到接收量和库存量,这是一个动态变化的过程.

6)有些参赛论文将 A、B、C 三类原材料分别考虑,先确定每一类原材料的订购量,再分配给相关的供应商.看似是对问题的简化,但实际上增加了不少处理的过程和复杂的计算.

7)对问题 2,即确定供应商数量问题,很多论文都用了 0-1 规划模型,实际上是不必要的.问题的关键是给出各供应商的供货能力,按均值、最大值都是不合适的.在合理地确定供货能力后,只要在问题 1 确定的重要供应商中依次选择,保证满足生产需求即可.

7.2 存在的主要问题

1)问题 1 是一个典型的多因素决策(综合排序)问题.大部分参赛论文都没有分析各特征指标间的相关性,简单地将其视为一个综合评价问题,把所有相关指标简单地用综合加权构成一个综合指标,其含义是什么不得而知.

2)有些参赛论文发现个别供应商的供货量好像有一定的周期性,就将其认为是普遍规律,利用时间序列预测未来的供应量.还有部分论文根据 5 年的供货量,利用时间序列、多元回归、灰色预测等方法预测未来的供货量.它们都是不合理的.

3)很多参赛论文没有考虑到供应商在没有订货时就不会供货的实际情况,在计算 5 年的供货量均值、方差等指标时,按 240 周计算是不合适的.因为各供应商的订货次数不同,所以应按实际订货次数计算.

4)很多参赛论文都没有弄清楚订货量与供货量的关系和差异性,供货量与转运量、转运量与接收量、库存量与订货量等相互影响的关系以及随机因素的影响和动态变化过程.认为“订购量=供货量(即转运量)”,库存量为常数.

5)有些参赛论文在订购方案的规划模型中,仅考虑了原材料的订购成本,没有考虑因三类原材料生产单位产品的利用率不同,导致转运成本和存储成本的差异性.

6)有些参赛论文没有考虑到某些供应商供货量的异常情况,仅用历史最大供货量作为供应商的供货上界或最大供货能力,这是不合理的;有的仅用均值,也不尽合理,这对供应商的选择、订购方案的确定和增加产能的核算都产生了重大影响.

7)有的参赛论文将每个转运商每周的转运能力 $6\,000\text{ m}^3/\text{周}$ 加到了订购方案模型的约束中,即要求每个供应商的订购量不超过 $6\,000\text{ m}^3/\text{周}$,从而将转运方案的确定变为一个简单的装箱问题,这也是不合理的.

8)有些参赛论文因没有考虑随机因素的影响和库存量动态变化的过程,把问题变为完全确定的问题,导致给出的每周订购和转运方案的数值结果均相同.另外,有的结果为非整数,有的供货总量与转运总量不相等情况,都是不尽合理的.

参考文献

[1] Zimmer K, Fröhling M, Schultmann F. Sustainable supplier management—a review of models supporting

- sustainable supplier selection, monitoring and development[J]. *International Journal of Production Research*, 2016, 54(5): 1412-1442. DOI: 10.1080/00207543.2015.1079340.
- [2] Kannan V R, Tan K C. Supplier selection and assessment; their impact on business performance[J]. *Journal of Supply Chain Management*, 2002, 38(4): 11-21. DOI: 10.1111/j.1745-493x.2002.tb00139.x.
- [3] Choi T, Cheng T C E. *Supply chain coordination under uncertainty*[M]. 1st Ed. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011: 654. DOI: 10.1007/978-3-642-19257-9.
- [4] Kasirian M N, Yusuff R M. An integration of a hybrid modified TOPSIS with a PGP model for the supplier selection with interdependent criteria[J]. *International Journal of Production Research*, 2013, 51(4): 1037-1054. DOI: 10.1080/00207543.2012.663107.
- [5] Yousefi S, Rezaee M J, Solimanpur M. Supplier selection and order allocation using two-stage hybrid supply chain model and game-based order price[J]. *Operational Research*, 2021, 21(1): 553-588. DOI: 10.1007/s12351-019-00456-6.
- [6] Dickson G W. An analysis of vendor selection systems and decisions[J]. *Journal of Supply Chain Management*, 1966, 2(1): 28-41. DOI: 10.1111/j.1745-493X.1966.tb00818.x.
- [7] Weber C A, Current J R, Benton W C. Vendor selection criteria and methods[J]. *European Journal of Operational Research*, 1991, 50(1): 2-18. DOI: 10.1016/0377-2217(91)90033-r.
- [8] Narasimhan R, Talluri S, Mendez D. Supplier evaluation and rationalization via data envelopment analysis: an empirical examination[J]. *Journal of Supply Chain Management*, 2001, 37(3): 28-37. DOI: 10.1111/j.1745-493x.2001.tb00103.x.
- [9] Çebi F, Otay İ. A two-stage fuzzy approach for supplier evaluation and order allocation problem with quantity discounts and lead time[J]. *Information Sciences*, 2016, 339: 143-157. DOI: 10.1016/j.ins.2015.12.032.
- [10] Chai J, Liu J N K, Ngai E W T. Application of decision-making techniques in supplier selection: a systematic review of literature[J]. *Expert Systems with Applications*, 2013, 40(10): 3872-3885. DOI: 10.1016/j.eswa.2012.12.040.
- [11] Ho W. Integrated analytic hierarchy process and its applications—a literature review[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 186(1): 211-228. DOI: 10.1016/j.ejor.2007.01.004.
- [12] Saaty T L. *Decision making with dependence and feedback: the analytic network process*[M]. 2nd Ed. Pittsburgh: RWS Publications, 2001.
- [13] Narasimhan R. An analytical approach to supplier selection[J]. *Journal of Purchasing and Materials Management*, 1983, 19(4): 27-32. DOI: 10.1111/j.1745-493X.1983.tb00092.x.
- [14] Yahya S, Kingsman B. Vendor rating for an entrepreneur development programme: a case study using the analytic hierarchy process method[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1999, 50(9): 916-930. DOI: 10.2307/3010189.
- [15] Roshandel J, Miri-Nargesi S S, Hatami-Shirkouhi L. Evaluating and selecting the supplier in detergent production industry using hierarchical fuzzy TOPSIS[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37(24): 10170-10181. DOI: 10.1016/j.apm.2013.05.043.
- [16] Chai J, Ngai E W T. Decision-making techniques in supplier selection: recent accomplishments and what lies ahead[J]. *Expert Systems with Applications*, 2020, 140: 112903. DOI: 10.1016/j.eswa.2019.112903.
- [17] Li Z, Luo Z, Wang Y, et al. Suitability evaluation system for the shallow geothermal energy implementation in region by entropy weight method and TOPSIS method[J]. *Renewable Energy*, 2022, 184: 564-576. DOI: 10.1016/j.renene.2021.11.112.
- [18] Amindoust A, Ahmed S, Saghafeinia A, et al. Sustainable supplier selection: a ranking model based on fuzzy inference system[J]. *Applied Soft Computing*, 2012, 12(6): 1668-1677. DOI: 10.1016/j.asoc.2012.01.023.
- [19] Khan Mohammadi E, Talaie H, Safari H, et al. Supplier evaluation and selection for sustainable supply chain management under uncertainty conditions[J]. *International Journal of Sustainable Engineering*, 2018, 11(6): 382-396. DOI: 10.1080/19397038.2017.1421277.
- [20] Awasthi A, Govindan K, Gold S. Multi-tier sustainable global supplier selection using a fuzzy AHP-VIKOR based approach[J]. *International Journal of Production Economics*, 2018, 195: 106-117. DOI: 10.1016/j.ijpe.2017.10.013.
- [21] Wetzstein A, Hartmann E, Benton W C, et al. A systematic assessment of supplier selection literature-state-of-the-

- art and future scope[J]. International Journal of Production Economics, 2016, 182: 304-323. DOI: 10.1016/j.ijpe.2016.06.022.
- [22] Ventura J A, Bunn K A, Venegas B B, et al. A coordination mechanism for supplier selection and order quantity allocation with price-sensitive demand and finite production rates[J]. International Journal of Production Economics, 2021, 233: 108007. DOI: 10.1016/j.ijpe.2020.108007.
- [23] Mohammadivojdan R, Merzifonluoglu Y, Geunes J. Procurement portfolio planning for a newsvendor with supplier delivery uncertainty[J]. European Journal of Operational Research, 2022, 297(3): 917-929. DOI: 10.1016/j.ejor.2021.05.026.
- [24] Minguez R, van Ackooij W, García-Bertrand R. Constraint generation for risk averse two-stage stochastic programs [J]. European Journal of Operational Research, 2021, 288(1): 194-206. DOI: 10.1016/j.ejor.2020.05.064.
- [25] Fu Y, Lai K K, Liang L. A robust optimisation approach to the problem of supplier selection and allocation in outsourcing[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(4): 913-918. DOI: 10.1080/00207721.2014.907970.
- [26] Sharma D K, Ghosh D, Mattison D M. An application of goal programming with penalty functions to transshipment problems[J]. International Journal of Logistics Research and Applications, 2003, 6(3): 125-136. DOI: 10.1080/1367556031000123089.

The Research on Method of Suppliers and Freight Forwarders Allocation Problem

ZHANG Wenbo¹, YANG Xinzhi¹, FANG Zili¹, FENG Xiaoqian¹, HAN Zhonggeng²

(1. School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;

2. Fourth School, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou, Henan 450001, China)

Abstract: Supplier selection and cost control are key issues related to the market competition of a company. Based on the given data, suppliers are evaluated by using criteria such as order price, quality, on-time-delivery and sustainability. The weights are calculated by entropy weight and TOPSIS method. Comprehensive models are proposed to make decisions of supplier and freight forwarder selection. Penalty functions are introduced to management of decision-making. Numerical simulations show that the architecture presented in this paper has good stability and reliability. In addition, some suggestions are also provided according to 2021 Contemporary Undergraduate Mathematical Contest in Modeling (CUMCM).

Key words: supplier selection; decision making; supply chain management; Contemporary Undergraduate Mathematical Contest in Modeling (CUMCM)

作者简介

张文博(1974—),男,理学博士研究生,副教授,主要研究方向为光纤通信系统中的损伤均衡与补偿算法、人工智能及大数据方法和理论。

杨信志(1996—),男,硕士研究生,主要研究方向为智能信息处理与最优化方法。

方梓莉(1999—),女,博士研究生,主要研究方向为非线性基础研究及应用。

冯晓倩(1999—),女,硕士研究生,主要研究方向为智能信息处理与最优化方法。

韩中庚(1958—),男,硕士研究生,教授,主要研究方向为函数论。

附录 A

表 A1 不使用罚函数时问题 3 的分配方案表

序号	供应商 ID	材料分类	分级	订购量	序号	供应商 ID	材料分类	分级	订购量
1	S229	A	I 类	3147	26	S114	A	I 类	444
2	S361	C	I 类	2269	27	S123	A	I 类	87
3	S284	C	I 类	2005	28	S237	A	I 类	4
4	S282	A	I 类	1724	29	S075	A	I 类	30
5	S178	A	I 类	14	30	S078	A	I 类	144
6	S053	A	I 类	7	31	S007	A	I 类	132
7	S275	A	I 类	941	32	S152	A	I 类	10
8	S329	A	I 类	882	33	S037	C	I 类	1485
9	S268	C	I 类	589	34	S189	A	I 类	83
10	S306	C	I 类	771	35	S291	A	I 类	346
11	S352	A	I 类	541	36	S067	C	I 类	2
12	S356	C	I 类	994	37	S076	C	I 类	5
13	S365	C	I 类	363	38	S074	C	I 类	1043
14	S247	C	I 类	298	39	S066	A	I 类	8
15	S194	C	I 类	526	40	S113	C	I 类	6
16	S143	A	I 类	760	41	S025	C	I 类	5
17	S086	C	I 类	1241	42	S129	C	I 类	143
18	S294	C	I 类	105	43	S374	C	I 类	1
19	S080	C	I 类	186	44	S213	C	I 类	2
20	S218	C	I 类	140	45	S245	C	I 类	3
21	S244	C	I 类	119	46	S046	A	I 类	3
22	S266	A	I 类	34	47	S395	A	I 类	4125
23	S314	C	I 类	40	48	S239	C	I 类	5
24	S150	A	I 类	10	49	S151	C	I 类	102
25	S003	C	I 类	387					

表 A2 使用罚函数时问题 3 的分配方案表

序号	供应商 ID	材料分类	分级	订购量	序号	供应商 ID	材料分类	分级	订购量
1	S140	B	I 类	6789	68	S295	A	I 类	1
2	S229	A	I 类	3147	69	S312	A	I 类	3
3	S282	A	I 类	1724	70	S102	A	I 类	12
4	S178	A	I 类	14	71	S163	A	I 类	17
5	S053	A	I 类	7	72	S096	A	I 类	8
6	S275	A	I 类	941	73	S159	A	I 类	26
7	S329	A	I 类	882	74	S226	A	I 类	41
8	S352	A	I 类	541	75	S209	A	I 类	44
9	S143	A	I 类	760	76	S035	A	I 类	10
10	S266	A	I 类	34	77	S255	A	I 类	3
11	S150	A	I 类	10	78	S370	A	I 类	2
12	S114	A	I 类	444	79	S121	A	I 类	4
13	S123	A	I 类	87	80	S217	A	I 类	12
14	S237	A	I 类	4	81	S042	A	I 类	24
15	S075	A	I 类	30	82	S083	A	I 类	3
16	S078	A	I 类	144	83	S242	A	I 类	7
17	S007	A	I 类	132	84	S184	A	I 类	6
18	S152	A	I 类	10	85	S363	A	I 类	4
19	S189	A	I 类	83	86	S195	A	I 类	6

续表 A2

序号	供应商 ID	材料分类	分级	订购量	序号	供应商 ID	材料分类	分级	订购量
20	S291	A	I 类	346	87	S127	A	I 类	3
21	S066	A	I 类	8	88	S017	A	I 类	4
22	S046	A	I 类	3	89	S288	A	I 类	2
23	S395	A	I 类	4125	90	S281	A	I 类	2
24	S064	A	I 类	4	91	S341	A	I 类	2
25	S157	A	I 类	7	92	S097	A	I 类	3
26	S348	A	I 类	883	93	S158	A	I 类	3
27	S115	A	I 类	9	94	S167	A	I 类	23
28	S381	A	I 类	1	95	S155	A	I 类	7
29	S201	A	I 类	951	96	S062	A	II 类	3
30	S300	A	II 类	96	97	S145	A	I 类	8
31	S307	A	I 类	379	98	S299	A	I 类	1
32	S005	A	I 类	115	99	S072	A	I 类	5
33	S273	A	I 类	185	100	S056	A	I 类	2
34	S227	A	I 类	2	101	S109	A	I 类	1
35	S208	A	I 类	561	102	S205	A	I 类	3
36	S154	A	I 类	393	103	S354	A	I 类	5
37	S106	A	I 类	2	104	S022	A	I 类	39
38	S318	A	I 类	2	105	S101	A	I 类	7
39	S269	A	I 类	3	106	S082	A	I 类	9
40	S292	A	I 类	277	107	S187	A	I 类	10
41	S211	A	I 类	2	108	S350	A	I 类	4
42	S304	A	I 类	3	109	S104	A	I 类	6
43	S016	A	II 类	4	110	S185	A	I 类	4
44	S337	A	I 类	1	111	S243	A	I 类	6
45	S128	A	I 类	2	112	S051	A	I 类	5
46	S250	A	II 类	4	113	S093	A	I 类	4
47	S336	A	I 类	1	114	S278	A	I 类	4
48	S087	A	I 类	1	115	S043	A	I 类	3
49	S002	A	I 类	14	116	S396	A	I 类	2
50	S021	A	I 类	2	117	S156	A	I 类	4
51	S122	A	I 类	5	118	S289	A	I 类	5
52	S219	A	I 类	1	119	S119	A	I 类	2
53	S089	A	I 类	5	120	S012	A	I 类	3
54	S309	A	I 类	4	121	S148	A	I 类	9
55	S116	A	I 类	6	122	S285	A	I 类	5
56	S027	A	I 类	2	123	S130	A	I 类	4
57	S274	A	I 类	3	124	S373	A	I 类	4
58	S170	A	I 类	19	125	S317	A	I 类	4
59	S296	A	I 类	2	126	S038	A	I 类	3
60	S091	A	I 类	2	127	S181	A	I 类	3
61	S065	A	I 类	18	128	S302	A	I 类	5
62	S254	A	I 类	15	129	S198	A	I 类	6
63	S165	A	I 类	3	130	S204	A	I 类	2
64	S099	A	I 类	6	131	S394	A	I 类	12
65	S052	A	I 类	3	132	S251	A	I 类	1
66	S132	A	I 类	1	133	S071	A	I 类	25
67	S265	A	I 类	9	134	S283	A	I 类	6