Geometría Analítica I

Guía Para el segundo Examen Parcial

Prof. Alain Antonio Cabrera González

Instituto Tecnológico Autónomo de México
México D.F.

acabreraglz@gmail.com

23 de marzo de 2017

Índice

Índice I

Índice II

Pregunta 1

Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos $A = (2, 3)$ y $B = (-4, 5)$. Hallar la ecuación de la curva.

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $C = (7, -6)$ y que pasa por el punto $A = (2, 2)$.

Pregunta 3

Hallar la ecuación de la circunferencia de centro $C = (2, -4)$ y que es tangente al eje Y.

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro $C = (-4, -1)$ y que es tangente a la recta $3x + 2y - 12 = 0$.

Pregunta 5

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje X y que pasa por los puntos $A = (1, 3)$ y $B = (4, 6)$.

Pregunta 6

Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje Y y que pasa por los puntos $A = (2, 2)$ y $B = (6, -4)$.

Pregunta 7

Una circunferencia pasa por los $A = (-3, 3)$ y $B = (1, 4)$ y su centro está sobre la recta $3x - 2y - 23 = 0$. Hallar su ecuación.

La ecuación de una circunferencia es $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 20$. Hallar la ecuación de la recta tangente a ese círculo en el punto $(6, 7)$.

Pregunta 9

Demostrar que las circunferencia $4x^2 + 4y^2 - 16x + 12y + 13 = 0$ y $12x^2 + 12y^2 - 48x + 36y + 55 = 0$ son concéntricos.

Pregunta 10

Demostrar por dos métodos que las circunferencias $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$ y $4x^2 + 4y^2 - 40x + 8y + 79 = 0$ no se cortan.

Pregunta 11

Determinar la ecuación, centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos $A = (0, 0)$, $B = (3, 6)$ y $C = (7, 0)$

Demostrar que los 4 puntos $A = (-1, -1)$, $B = (2, 8)$, $C = (5, 7)$ y $D = (7, 3)$ son concíclicos.

Pregunta 13

Las ecuaciones de dos circunferencias diferentes son
$x^2 + y^2 + D_1 x + E_1 y + F_1 = 0$ y $x^2 + y^2 + D_2 x + E_2 y + F_2 = 0$.
Hallar las condiciones que deben satisfacer los coeficientes para que sean concéntricas.

Pregunta 14

La ecuación de una circunferencia es $4x^2 + 4y^2 - 16x + 20y + 25 = 0$. Hallar la ecuación de la circunferencia concéntrica que es tangente a la recta $5x - 12y = 1$.

Una circunferencia de radio $\sqrt{13}$ es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 47 = 0$ en $(6, 5)$. Hallar su ecuación. (Dos soluciones).

Pregunta 16

Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(5, 9)$ y es tangente a la recta $x + 2y - 3 = 0$ en el punto $(1, 1)$.

Pregunta 17

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre la recta $7x - 2y - 1 = 0$ y que es tangente a cada una de las rectas $5x - 12y + 5 = 0$ y $4x + 3y - 3 = 0$. (Dos soluciones).

Pregunta 18

Determinar el valor de la constante k para que la recta $2x + 3y + k = 0$ sea tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 + 6x + 4y = 0$.

Pregunta 19

Desde el punto $A = (-2, -1)$ se traza una tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$. Si B es el punto de contacto, hallar la longitud del segmento AB.

Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $A = (-8, 5)$ y por las intersecciones de las circunferencias $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$ y $x^2 + y^2 - 18x - 4y + 67 = 0$.

Índice I

Índice II

Pregunta 1

Hallar las coordenadas del foco, ecuación de la directriz, y la longitud del lado recto de la parábola $x^2 + 2y = 0$.

Pregunta 2

Hallar la ecuación de la parábola de vértice en el origen y foco en el punto $F = (3, 0)$.

Hallar la ecuación de la parábola de vértice en el origen directriz la recta $y - 5 = 0$.

Pregunta 4

Una cuerda de la parábola $y^2 - 4x = 0$ es un segmento de la recta $x - 2y + 3 = 0$. Hallar su longitud.

Pregunta 5

Hallar la longitud de la cuerda focal de la parábola $x^2 + 8y = 0$ que es paralela a la recta $3x + 4y - 7 = 0$.

Pregunta 6

Hallar la ecuación de la parábola con foco en el punto $F = (-1, 1)$ y directriz $x + y - 5 = 0$.

Hallar la ecuación de la parábola con vértice en el origen, eje focal sobre el eje X y pasa por el punto $(-2, 4)$. Decir las coordenadas del foco, la ecuación de la directriz, la longitud del lado recto.

Pregunta 8

Hallar la ecuación de la parábola de vértice y foco son los puntos $(-4, 3)$ y $(-1, 3)$.

Hallar la ecuación de la parábola de vértice y foco son los puntos $(3,3)$ y $(3,1)$. Hallar también la ecuación de la directriz y la longitud de su lado recto.

Pregunta 10

La directriz de una parábola es la recta $y - 1 = 0$, y su foco es el punto $(4, -2)$. Hallar la ecuación de la parábola por los dos métodos.

Pregunta 11

La directriz de una parábola es la recta $x + 5 = 0$, y su vértice es el punto $(0, 3)$. Hallar la ecuación de la parábola por los dos métodos.

Pregunta 12

Reducir la ecuación de la parábola $y^2 + 4x = 7$ a su forma ordinaria. Hallar las coordenadas del vértice, el foco, la ecuación de la directriz y la longitud de su lado recto.

Pregunta 13

Hallar la ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al eje X y que pasa por los puntos $(0,0), (8,-4)$ y $(3,1)$.

Pregunta 14

Hallar la ecuación de la parábola de vértice $(4, -1)$, eje la recta $y + 1 = 0$ y que pasa por el punto $(3, -3)$.

Pregunta 15

Hallar el lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de la recta $x + 3 = 0$ es siempre dos unidades mayor que su distancia del punto $(1, 1)$.

Pregunta 16

Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $y^2 - 4x = 0$ y pasa por el punto $(1, 2)$.

Pregunta 17

Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $x^2 - 6x + 5y - 11 = 0$ y pasa por el punto $(-2, -1)$.

Pregunta 18

Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $y^2 - 8x = 0$ y que tiene pendiente -1.

Pregunta 19

Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $x^2 + 4x + 12y - 8 = 0$ y que es paralela a la recta $3x + 9y - 11 = 0$.

Pregunta 20

Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola $y^2 + 3x - 6y + 9 = 0$ y que pasa por el punto $(1, 4)$.

Índice I

Índice II

Hallar la ecuación de la elipse cuyos vértices son $(4, 0)$, $(-4, 0)$ y cuyos focos son los puntos $(-3, 0)$ y $(3, 0)$.

Hallar la ecuación de la elipse cuyos vértices son $(4, 0)$, $(-4, 0)$ y cuyos focos son los puntos $(-3, 0)$ y $(3, 0)$.

Los focos de una elipse son los puntos $(-3, 0)$ y $(3, 0)$ y la longitud de cualquiera de sus lados rectos es igual a 9. Hallar la ecuación de la elipse

Hallar la ecuación y excentricidad de la elipse que tiene su centro en el origen, un vértice en el punto $(0, -7)$ y pasa por el punto $(\sqrt{5}, \frac{14}{3})$.

Los focos de una elipse son los puntos $(-4, -2)$ y $(-4, -6)$, y la longitud de un lado recto es 6. Hallar la ecuación de la elipse y su excentricidad.

Los vértices de una elipse son los puntos $(1, -6)$ y $(9, -6)$, y la longitud de un lado recto es 6. Hallar la ecuación de la elipse, las coordenadas de sus focos y su excentricidad

Los focos de una elipse son los puntos $(3, 8)$ y $(3, 2)$, y la longitud de su eje menor es 6. Hallar la ecuación de la elipse, las coordenadas de sus vértices y su excentricidad

El centro de una elipse es el punto $(2, -4)$ y el vértice y el foco del mismo lado son los puntos $(-2, -4)$, $(-1, -4)$, respectivamente. Hallar la ecuación de la elipse, la longitud del eje mejor, la longitud del lado recto y su excentricidad

Hallar la ecuación de la elipse que pasa por los puntos $(1,3)$,$(-1,4)$,$(0,3-\frac{\sqrt{3}}{2})$ y $(-3,3)$ y tiene sus ejes paralelos a los ejes coordenados.

Pregunta 10

Demostrar que si dos elipses tienen la misma excentricidad, las longitudes de sus semiejes mayor y menor son proporcionales.

Pregunta 11

Hallar la ecuación de la elipse que pasa por el punto $(\frac{\sqrt{7}}{2}, 3)$, tiene su centro en el origen, su eje menor coincide con el eje X y la longitud de su eje mayor es el doble de la de su eje menor.

Pregunta 12

Una elipse tiene centro en el origen y su eje mayor coincide con el eje X. Hallar su ecuación sabiendo que pasa por los puntos $(\sqrt{6}, -1)$ y $(2, \sqrt{2})$

Pregunta 13

Hallar la ecuación de la elipse con centro $(0, 0)$, ejes sobre los ejes coordenados y que pasa por los puntos $(1, 3)$ y $(4, 2)$.

Hallar las coordenadas de los focos, vértices, las longitudes de los ejes menor y mayor, la excentricidad y la longitud de cada uno de los lados rectos de la elipse $x^2 + 3y^2 = 6$.

Pregunta 15

Hallar la ecuación de la elipse con vértices $(2, 6)$, $(2, -2)$ y su longitud de un lado recto es 2

Pregunta 16

Hallar la ecuación de la elipse cuyos vértices son $(0, 4)$, $(0, -4)$ y cuyos focos son los puntos $(0, -3)$ y $(0, 3)$.

Hallar la ecuación de la recta tangente a la elipse $2x^2 + 3y^2 = 5$ en el punto $(1, -1)$.

Pregunta 18

Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes con pendiente igual a 2 a la elipse $4x^2 + 5y^2 = 8$.

Pregunta 19

Hallar las ecuaciones de las rectas tangente a la elipse $3x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$ que son perpendiculares a la recta $x + y = 5$.

Pregunta 20

Por el punto $(2, 7)$ se trazan tangentes a la elipse $2x^2 + y^2 + 2x - 3y - 2 = 0$. Hallar las coordenadas de los puntos de contacto.

Índice I

Índice II

Hallar las coordenadas de los vértices, los focos, las longitudes de los ejes transverso y conjugado,la excentricidad y la longitud de cada lado recto de la hipérbola $9y^2 - 4x^2 = 36$.

Hallar las coordenadas de los vértices, los focos, las longitudes de los ejes transverso y conjugado,la excentricidad y la longitud de cada lado recto de la hipérbola $-4y^2 + x^2 = 4$.

Pregunta 3

Los vértices de una hipérbola son los puntos $V = (2, 0)$, $V = (-2, 0)$ y sus focos $F = (3, 0)$, $F' = (-3, 0)$. Hallar su ecuación y su excentricidad.

El centro de una hipérbola está en el origen, su eje transverso está sobre el eje Y. Si un foco es el punto $(0, 5)$ y la excentricidad es igual a 3, hallar la ecuación de la hipérbola y la longitud de cada lado recto.

Pregunta 5

Los extremos del eje conjugado de una hipérbola son los puntos $(0, 3)$ y $(0, -3)$, y la longitud de cada lado recto es 6. Hallar la ecuación de la hipérbola y su excentricidad.

Pregunta 6

Los vértices de una hipérbola son $(0, 4)$, $(0, -4)$, y su excentricidad es igual a $\frac{3}{2}$. Hallar la ecuación de la hipérbola y las coordenadas de sus focos.

Pregunta 7

Una hipérbola tiene su centro en el origen y su eje transverso sobre el eje X. Hallar su ecuación sabiendo que su excentricidad es $\frac{\sqrt{6}}{2}$ y que la curva pasa por el punto $(2, 1)$.

Una hipérbola tiene su centro en el origen y su eje conjugado está sobre el eje X. La longitud de cada lado recto es $\frac{2}{3}$, y la hipérbola pasa por el punto $(-1, 2)$. Hallar su ecuación.

Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por los puntos $(3, -2)$ y $(7, 6)$, tiene su centro en el origen y el eje transverso coincide con el eje X.

Pregunta 10

Hallar e identificar el lugar geométrico de un punto que se mueve de manera que su distancia del punto $(6, 0)$ es siempre igual al doble de su distancia de la recta $2x - 3 = 0$.

Hallar los puntos de intersección de la recta $2x - 9y + 12 = 0$ con las asíntotas de la hipérbola $4x^2 - 9y^2 = 11$.

Pregunta 12

Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto $(2, 3)$, tiene su centro en el origen, su eje transverso está sobre el eje X y una de sus asíntotas es la recta $2x + 3\sqrt{2}y = 0$.

Demostrar que las asíntotas de una hipérbola equilátera son perpendiculares.

Pregunta 14

Demostrar que la excentricidad de toda hipérbola equilátera es igual a $\sqrt{2}$.

Pregunta 15

Demostrar que el producto de las distancias de cualquier punto de una hipérbola equilátera a sus asíntotas es constante.

Pregunta 16

Los vértices de una hipérbola son los puntos $(-1, 3)$ y $(3, 3)$ y su excentricidad es $\frac{3}{2}$. Hallar la ecuación de la hipérbola, las coordenadas de sus focos, y las longitudes de sus ejes transverso y conjugado y sus lados rectos.

Pregunta 17

Los vértices de una hipérbola son los puntos $(-2, 2)$ y $(-2, -4)$ y la longitud de sus lados rectos es 2. Hallar la ecuación de la hipérbola, las coordenadas de sus focos, y las longitudes de sus ejes transverso y conjugado y su excentricidad.

El centro de una hipérbola es es el punto $(2,-2)$ y uno de sus vértices es el punto $(0,-2)$. Si la longitud del lado recto es 8, hallar la ecuación de la curva, la longitud de su eje conjugado y su excentricidad.

Pregunta 19

El centro de una hipérbola es es el punto $(4, 5)$ y uno de sus focos es el punto $(8, 5)$. Si la excentricidad de la hipérbola es 2, hallar su ecuación y la longitud de su eje conjugado y su eje transverso.

Pregunta 20

Los vértices de una hipérbola son los puntos $(-3, 2)$ y $(-3, -2)$, la longitud de su eje conjugado es 6. Hallar la ecuación de la hipérbola, las coordenadas de sus focos y su excentricidad.