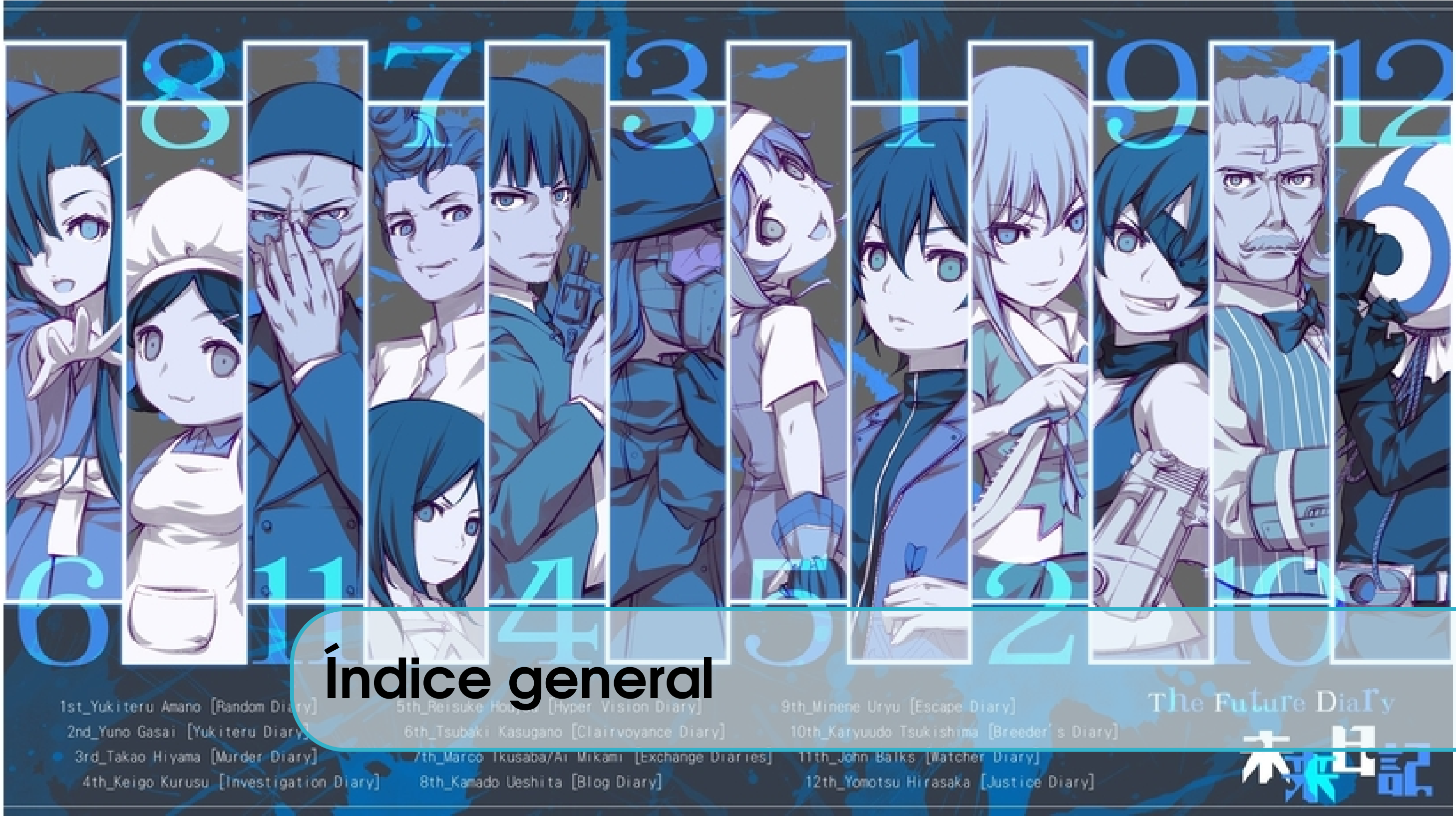
Geometría Analítica I

Notas Primavera 2017

Alain Cabrera

12 de enero de 2017

12 de enero de 2017



Índice general

1. Introducción

Este es un curso de geometría plana, para entender el contenido de estas notas se debe partir del conocimiento de los principios fundamentales de la geometría elemental, trigonometría y álgebra. A continuación se presenta un repaso de lógica matemática y las propiedades de los números reales. El conocimiento de estos temas es menester para el correcto entendimiento del curso.

1.1 Lógica Matemática

La lógica se ocupa de argumentaciones válidas. Utilizaremos la lógica matemática para demostrar todo lo que hagamos.
Una proposición es un enunciado que puede ser o no verdadero.

Ejemplo 1.1.1 "Al profesor le gusta el anime" es un ejemplo de una proposición verdadera.

Ejemplo 1.1.2 "Al profesor le gusta la música banda" es un ejemplo de una proposición falsa.

Un axioma es una roposición tan evidente que no requiere demostración.
Un argumento es una lista de proposiciones, en donde el último enunciado es la conclusión del argumento (debe ser consecuencia de las otras) y las otras deben ser verdaderas.

Ejemplo 1.1.3

- El 5 es un número primo,
- Los números primos no son divisibles entre 10
- El 5 no es divisible entre 10.

Debemos tener cuidado de no caer en falacias, no utilizar premisas falsas y no generalizar de manera equivocada.

Ejemplo 1.1.4

- Los franceses son europeos,

- Los italianos son europeos
- los franceses son italianos.

1.1.1 Símbolos matemáticos

- Si...entonces $\Rightarrow$
- Si y sólo si $\Leftrightarrow$
- Por lo tanto $\therefore$

Estos símbolos nos ayudarán a llevar el órden lógico de la argumentación.

Ejemplo 1.1.5
- El 5 $\Rightarrow$ es número primo,
- Los números primos $\Rightarrow$ no son divisibles entre 10
- $\therefore$ El 5 no es divisible entre 10.

- Para todo $\forall$
- Existe $\exists$
- Pertenece $\in$
- Números Reales $\mathbb{R}$
- Números Enteros $\mathbb{Z}$
- Números Naturales $\mathbb{N}$

Ejemplo 1.1.6 $\forall x \in \mathbb{R}$ $\exists y \in \mathbb{R}$ tal que $x+y=0$

1.1.2 Axiomas de los números reales

Los Números Reales con la suma y la multiplicación $(\mathbb{R},+,\times)$ son un Campo, es decir, cumple con los axiomas de Campo.
Suma

- Cerradura Si $x,y \in \mathbb{R} \Rightarrow x+y \in \mathbb{R}$
- Asociatividad Si $x,y,z \in \mathbb{R} \Rightarrow x+(y+z) = (x+y)+z$
- Elemento Neutro $\exists!0 \in \mathbb{R}$ tal que $x+0=x$ $\forall x \in \mathbb{R}$
- Elemento Inverso $\forall x \in \mathbb{R}$ $\exists! -x$ tal que $x+(-x)=0$
- Conmutatividad Si $x,y \in \mathbb{R} \Rightarrow x+y=y+x$

Multiplicación

- Cerradura Si $x,y \in \mathbb{R} \Rightarrow xy \in \mathbb{R}$
- Asociatividad Si $x,y,z \in \mathbb{R} \Rightarrow x(yz) = (xy)z$
- Elemento Neutro $\exists 1 \in \mathbb{R}$ tal que $x1 = x$ $\forall x \in \mathbb{R}$
- Elemento Inverso $\forall x \in \mathbb{R}$ tal que $x \neq 0$ $\exists x^{-1}$ tal que $xx^{-1} = 1$
- Conmutatividad Si $x,y \in \mathbb{R} \Rightarrow xy = yx$

Distributiva

- $x(y+z) = xy+xz$

Proposición 1.1.1 $x,y,z \in \mathbb{R} \Rightarrow (x+y)z = xz+yz$

$\boxed{\text{Demostración}}$ Hipótesis: $x,y,z \in \mathbb{R}$
PD: $(x+y)z = xz+yz$
$(x+y)z = z(x+y)$ Por conmutatividad de la multiplicación

$z(x+y) = zx+zy$ Por distributividad
$zx+zy = xz+yz$ Por conmutatividad de la multip. (dos veces)

$$\therefore (x+y)z = xz+yz$$

■

The different populations of stars in a galaxy carry the record of its past star formation history, and also affect its

1.2 Axiomas de los números reales

2. Vectores en el Plano

2.1 Naturaleza de la Geometría Analítica

Definición 2.1.1 — Producto Cartesiano. El producto cartesiano del conjunto A con el conjunto B es el conjunto de pares ordenados (x,y) tales que x es un elemento de A y la segunda componente es un elemento de B.

$$A \times B = \{(x,y) | x \in A, y \in B\}$$

Ejemplo 2.1.1 Si $A = \{1,2,3\}$ y $B = \{5,6,7\} \Rightarrow A \times B = \{(1,5), (1,6), (1,7), (2,5), (2,6), (2,7), (3,5), (3,6), (3,7)\}$

Definición 2.1.2 — Sistema de coordenadas cartesianas rectangulares.

$$\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x,y) | x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$$

2.2 Vectores y puntos.

2.2.1 Interpretación geométrica

3. Rectas en el Plano

4. Cónicas en el Plano

5. Ecuaciones paramétricas

6. Ecuaciones paramétricas

7. Coordenadas Polares

7.0.1 Links you should check out

Most of them are listed in the useful resourses section of The Caltech-JPL Summer School on Big Data Analytics, the webpage `https://class.coursera.org/bigdataschool-001/wiki/Useful_resources`, you may need to create an account in Coursera and enroll in the course. And the rest of them are located in the References section on my GitHub page, `https://github.com/LaurethTeX/Clustering/blob/master/References.md`.

Wish you all the best, Andrea Hidalgo