

# Geometría Analítica I

## Guía Para el segundo Examen Parcial

Prof. Alain Antonio Cabrera González

Instituto Tecnológico Autónomo de México  
México D.F.

[acabreraglz@gmail.com](mailto:acabreraglz@gmail.com)

18 de enero de 2017

1 Circunferencia

2 Parábola

3 Elipse

4 Hipérbola

## 1 Circunferencia

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7
- Pregunta 8
- Pregunta 9
- Pregunta 10
- Pregunta 11
- Pregunta 12
- Pregunta 13
- Pregunta 14

# Índice II

- Pregunta 15
- Pregunta 16
- Pregunta 17
- Pregunta 18
- Pregunta 19
- Pregunta 20

## 2 Parábola

## 3 Elipse

## 4 Hipérbola

# Pregunta 1

Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos  $A = (2, 3)$  y  $B = (-4, 5)$ . Hallar la ecuación de la curva.

## Pregunta 2

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto  $C = (7, -6)$  y que pasa por el punto  $A = (2, 2)$ .

## Pregunta 3

Hallar la ecuación de la circunferencia de centro  $C = (2, -4)$  y que es tangente al eje  $Y$ .

## Pregunta 4

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro  $C = (-4, -1)$  y que es tangente a la recta  $3x + 2y - 12 = 0$ .



## Pregunta 5

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje  $X$  y que pasa por los puntos  $A = (1, 3)$  y  $B = (4, 6)$ .

## Pregunta 6

Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje  $Y$  y que pasa por los puntos  $A = (2, 2)$  y  $B = (6, -4)$ .

## Pregunta 7

Una circunferencia pasa por los  $A = (-3, 3)$  y  $B = (1, 4)$  y su centro está sobre la recta  $3x - 2y - 23 = 0$ . Hallar su ecuación.

## Pregunta 8

La ecuación de una circunferencia es  $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 20$ .  
Hallar la ecuación de la recta tangente a ese círculo en el punto  $(6, 7)$ .

## Pregunta 9

Demostrar que las circunferencia  $4x^2 + 4y^2 - 16 + 12y + 13 = 0$  y  $12x^2 + 12y^2 - 48x + 36y + 55 = 0$  son concéntricos.

## Pregunta 10

Demostrar por dos métodos que las circunferencias

$x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$  y  $4x^2 + 4y^2 - 40x + 8y + 79 = 0$  no se cortan.

## Pregunta 11

Determinar la ecuación, centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos  $A = (0, 0)$ ,  $B = (3, 6)$  y  $C = (7, 0)$

## Pregunta 12

Demostrar que los 4 puntos  $A = (-1, -1)$ ,  $B = (2, 8)$ ,  $C = (5, 7)$  y  $D = (7, 3)$  son concíclicos.



## Pregunta 13

Las ecuaciones de dos circunferencias diferentes son

$$x^2 + y^2 + D_1x + E_1y + F_1 = 0 \text{ y } x^2 + y^2 + D_2x + E_2y + F_2 = 0.$$

Hallar las condiciones que deben satisfacer los coeficientes para que sean concéntricas.

## Pregunta 14

La ecuación de una circunferencia es

$4x^2 + 4y^2 - 16x + 20y + 25 = 0$ . Hallar la ecuación de la circunferencia concéntrica que es tangente a la recta  $5x - 12y = 1$ .

## Pregunta 15

Una circunferencia de radio  $\sqrt{13}$  es tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 47 = 0$  en  $(6, 5)$ . Hallar su ecuación. (Dos soluciones).

## Pregunta 16

Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto  $(5, 9)$  y es tangente a la recta  $x + 2y - 3 = 0$  en el punto  $(1, 1)$ .

## Pregunta 17

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre la recta  $7x - 2y - 1 = 0$  y que es tangente a cada una de las rectas  $5x - 12y + 5 = 0$  y  $4x + 3y - 3 = 0$ . (Dos soluciones).

## Pregunta 18

Determinar el valor de la constante  $k$  para que la recta  $2x + 3y + k = 0$  sea tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 + 6x + 4y = 0$ .

## Pregunta 19

Desde el punto  $A = (-2, -1)$  se traza una tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$ . Si  $B$  es el punto de contacto, hallar la longitud del segmento  $AB$ .

## Pregunta 20

Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto  $A = (-8, 5)$  y por las intersecciones de las circunferencias  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$  y  $x^2 + y^2 - 18x - 4y + 67 = 0$ .



## 1 Circunferencia

## 2 Parábola

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7
- Pregunta 8
- Pregunta 9
- Pregunta 10
- Pregunta 11
- Pregunta 12

- Pregunta 13
- Pregunta 14
- Pregunta 15
- Pregunta 16
- Pregunta 17
- Pregunta 18
- Pregunta 19
- Pregunta 20

## 3 Elipse

## 4 Hipérbola

# Pregunta 1

Hallar las coordenadas del foco, ecuación de la directriz, y la longitud del lado recto de la parábola  $x^2 + 2y = 0$ .

## Pregunta 2

Hallar la ecuación de la parábola de vértice en el origen y foco en el punto  $F = (3, 0)$ .

## Pregunta 3

Hallar la ecuación de la parábola de vértice en el origen directriz la recta  $y - 5 = 0$ .

## Pregunta 4

Una cuerda de la parábola  $y^2 - 4x = 0$  es un segmento de la recta  $x - 2y + 3 = 0$ . Hallar su longitud.

## Pregunta 5

Hallar la longitud de la cuerda focal de la parábola  $x^2 + 8y = 0$  que es paralela a la recta  $3x + 4y - 7 = 0$ .

## Pregunta 6

Hallar la ecuación de la parábola con foco en el punto  $F = (-1, 1)$  y directriz  $x + y - 5 = 0$ .



## Pregunta 7

Hallar la ecuación de la parábola con vértice en el origen, eje focal sobre el eje  $X$  y pasa por el punto  $(-2, 4)$ . Decir las coordenadas del foco, la ecuación de la directriz, la longitud del lado recto.

## Pregunta 8

Hallar la ecuación de la parábola de vértice y foco son los puntos  $(-4, 3)$  y  $(-1, 3)$ .

## Pregunta 9

Hallar la ecuación de la parábola de vértice y foco son los puntos  $(3, 3)$  y  $(3, 1)$ . Hallar también la ecuación de la directriz y la longitud de su lado recto.

## Pregunta 10

La directriz de una parábola es la recta  $y - 1 = 0$ , y su foco es el punto  $(4, -2)$ . Hallar la ecuación de la parábola por los dos métodos.

## Pregunta 11

La directriz de una parábola es la recta  $x + 5 = 0$ , y su vértice es el punto  $(0, 3)$ . Hallar la ecuación de la parábola por los dos métodos.

## Pregunta 12

Reducir la ecuación de la parábola  $y^2 + 4x = 7$  a su forma ordinaria. Hallar las coordenadas del vértice, el foco, la ecuación de la directriz y la longitud de su lado recto.

## Pregunta 13

Hallar la ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al eje  $X$  y que pasa por los puntos  $(0, 0)$ ,  $(8, -4)$  y  $(3, 1)$ .

## Pregunta 14

Hallar la ecuación de la parábola de vértice  $(4, -1)$ , eje la recta  $y + 1 = 0$  y que pasa por el punto  $(3, -3)$ .



## Pregunta 15

Hallar el lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de la recta  $x + 3 = 0$  es siempre dos unidades mayor que su distancia del punto  $(1, 1)$ .

## Pregunta 16

Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola  $y^2 - 4x = 0$  y pasa por el punto  $(1, 2)$ .

## Pregunta 17

Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola  $x^2 - 6x + 5y - 11 = 0$  y pasa por el punto  $(-2, -1)$ .

## Pregunta 18

Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola  $y^2 - 8x = 0$  y que tiene pendiente  $-1$ .

## Pregunta 19

Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola  $x^2 + 4x + 12y - 8 = 0$  y que es paralela a la recta  $3x + 9y - 11 = 0$ .

## Pregunta 20

Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola  $y^2 + 3x - 6y + 9 = 0$  y que pasa por el punto  $(1, 4)$ .

## 1 Circunferencia

## 2 Parábola

## 3 Elipse

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7
- Pregunta 8
- Pregunta 9
- Pregunta 10

- Pregunta 11
- Pregunta 12
- Pregunta 13
- Pregunta 14
- Pregunta 15
- Pregunta 16
- Pregunta 17
- Pregunta 18
- Pregunta 19
- Pregunta 20

## 4 Hipérbola



Hallar la ecuación de la elipse cuyos vértices son  $(4, 0)$ ,  $(-4, 0)$  y cuyos focos son los puntos  $(-3, 0)$  y  $(3, 0)$ .

Hallar la ecuación de la elipse cuyos vértices son  $(4, 0)$ ,  $(-4, 0)$  y cuyos focos son los puntos  $(-3, 0)$  y  $(3, 0)$ .

Los focos de una elipse son los puntos  $(-3, 0)$  y  $(3, 0)$  y la longitud de cualquiera de sus lados rectos es igual a 9. Hallar la ecuación de la elipse

## Pregunta 4

Hallar la ecuación y excentricidad de la elipse que tiene su centro en el origen, un vértice en el punto  $(0, -7)$  y pasa por el punto  $(\sqrt{5}, \frac{14}{3})$ .

Los focos de una elipse son los puntos  $(-4, -2)$  y  $(-4, -6)$ , y la longitud de un lado recto es 6. Hallar la ecuación de la elipse y su excentricidad.

Los vértices de una elipse son los puntos  $(1, -6)$  y  $(9, -6)$ , y la longitud de un lado recto es 6. Hallar la ecuación de la elipse, las coordenadas de sus focos y su excentricidad

Los focos de una elipse son los puntos  $(3, 8)$  y  $(3, 2)$ , y la longitud de su eje menor es 6. Hallar la ecuación de la elipse, las coordenadas de sus vértices y su excentricidad

El centro de una elipse es el punto  $(2, -4)$  y el vértice y el foco del mismo lado son los puntos  $(-2, -4)$ ,  $(-1, -4)$ , respectivamente. Hallar la ecuación de la elipse, la longitud del eje mayor, la longitud del lado recto y su excentricidad



## Pregunta 9

Hallar la ecuación de la elipse que pasa por los puntos  $(1, 3)$ ,  $(-1, 4)$ ,  $(0, 3 - \frac{\sqrt{3}}{2})$  y  $(-3, 3)$  y tiene sus ejes paralelos a los ejes coordenados.

## Pregunta 10

Demostrar que si dos elipses tienen la misma excentricidad, las longitudes de sus semiejes mayor y menor son proporcionales.

## Pregunta 11

Hallar la ecuación de la elipse que pasa por el punto  $(\frac{\sqrt{7}}{2}, 3)$ , tiene su centro en el origen, su eje menor coincide con el eje  $X$  y la longitud de su eje mayor es el doble de la de su eje menor.

## Pregunta 12

Una elipse tiene centro en el origen y su eje mayor coincide con el eje X. Hallar su ecuación sabiendo que pasa por los puntos  $(\sqrt{6}, -1)$  y  $(2, \sqrt{2})$

## Pregunta 13

Hallar la ecuación de la elipse con centro  $(0,0)$ , ejes sobre los ejes coordenados y que pasa por los puntos  $(1,3)$  y  $(4,2)$ .

## Pregunta 14

Hallar las coordenadas de los focos, vértices, las longitudes de los ejes menor y mayor, la excentricidad y la longitud de cada uno de los lados rectos de la elipse  $x^2 + 3y^2 = 6$ .

## Pregunta 15

Hallar la ecuación de la elipse con vértices  $(2, 6)$ ,  $(2, -2)$  y su longitud de un lado recto es 2

## Pregunta 16

Hallar la ecuación de la elipse cuyos vértices son  $(0, 4)$ ,  $(0, -4)$  y cuyos focos son los puntos  $(0, -3)$  y  $(0, 3)$ .



## Pregunta 17

Hallar la ecuación de la recta tangente a la elipse  $2x^2 + 3y^2 = 5$  en el punto  $(1, -1)$ .

## Pregunta 18

Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes con pendiente igual a 2 a la elipse  $4x^2 + 5y^2 = 8$ .

## Pregunta 19

Hallar las ecuaciones de las rectas tangente a la elipse  $3x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$  que son perpendiculares a la recta  $x + y = 5$ .

## Pregunta 20

Por el punto  $(2, 7)$  se trazan tangentes a la elipse  $2x^2 + y^2 + 2x - 3y - 2 = 0$ . Hallar las coordenadas de los puntos de contacto.

## 1 Circunferencia

## 2 Parábola

## 3 Elipse

## 4 Hipérbola

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

- Pregunta 8
- Pregunta 9
- Pregunta 10
- Pregunta 11
- Pregunta 12
- Pregunta 13
- Pregunta 14
- Pregunta 15
- Pregunta 16
- Pregunta 17
- Pregunta 18
- Pregunta 19
- Pregunta 20

# Pregunta 1

Hallar las coordenadas de los vértices, los focos, las longitudes de los ejes transverso y conjugado, la excentricidad y la longitud de cada lado recto de la hipérbola  $9y^2 - 4x^2 = 36$ .

## Pregunta 2

Hallar las coordenadas de los vértices, los focos, las longitudes de los ejes transverso y conjugado, la excentricidad y la longitud de cada lado recto de la hipérbola  $-4y^2 + x^2 = 4$ .



## Pregunta 3

Los vértices de una hipérbola son los puntos  $V = (2, 0)$ ,  $V = (-2, 0)$  y sus focos  $F = (3, 0)$ ,  $F' = (-3, 0)$ . Hallar su ecuación y su excentricidad.

## Pregunta 4

El centro de una hipérbola está en el origen, su eje transversal está sobre el eje  $Y$ . Si un foco es el punto  $(0, 5)$  y la excentricidad es igual a 3, hallar la ecuación de la hipérbola y la longitud de cada lado recto.

## Pregunta 5

Los extremos del eje conjugado de una hipérbola son los puntos  $(0, 3)$  y  $(0, -3)$ , y la longitud de cada lado recto es 6. Hallar la ecuación de la hipérbola y su excentricidad.

## Pregunta 6

Los vértices de una hipérbola son  $(0, 4)$  ,  $(0, -4)$ , y su excentricidad es igual a  $\frac{3}{2}$ . Hallar la ecuación de la hipérbola y las coordenadas de sus focos.

## Pregunta 7

Una hipérbola tiene su centro en el origen y su eje transversal sobre el eje  $X$ . Hallar su ecuación sabiendo que su excentricidad es  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  y que la curva pasa por el punto  $(2, 1)$ .

## Pregunta 8

Una hipérbola tiene su centro en el origen y su eje conjugado está sobre el eje  $X$ . La longitud de cada lado recto es  $\frac{2}{3}$ , y la hipérbola pasa por el punto  $(-1, 2)$ . Hallar su ecuación.

## Pregunta 9

Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por los puntos  $(3, -2)$  y  $(7, 6)$ , tiene su centro en el origen y el eje transversal coincide con el eje  $X$ .

## Pregunta 10

Hallar e identificar el lugar geométrico de un punto que se mueve de manera que su distancia del punto  $(6, 0)$  es siempre igual al doble de su distancia de la recta  $2x - 3 = 0$ .



## Pregunta 11

Hallar los puntos de intersección de la recta  $2x - 9y + 12 = 0$  con las asíntotas de la hipérbola  $4x^2 - 9y^2 = 11$ .

## Pregunta 12

Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto  $(2, 3)$  , tiene su centro en el origen, su eje transversal está sobre el eje  $X$  y una de sus asíntotas es la recta  $2x + 3\sqrt{2}y = 0$ .

## Pregunta 13

Demostrar que las asíntotas de una hipérbola equilátera son perpendiculares.

## Pregunta 14

Demostrar que la excentricidad de toda hipérbola equilátera es igual a  $\sqrt{2}$ .

## Pregunta 15

Demostrar que el producto de las distancias de cualquier punto de una hipérbola equilátera a sus asíntotas es constante.

## Pregunta 16

Los vértices de una hipérbola son los puntos  $(-1, 3)$  y  $(3, 3)$  y su excentricidad es  $\frac{3}{2}$ . Hallar la ecuación de la hipérbola, las coordenadas de sus focos, y las longitudes de sus ejes transverso y conjugado y sus lados rectos.

## Pregunta 17

Los vértices de una hipérbola son los puntos  $(-2, 2)$  y  $(-2, -4)$  y la longitud de sus lados rectos es 2. Hallar la ecuación de la hipérbola, las coordenadas de sus focos, y las longitudes de sus ejes transverso y conjugado y su excentricidad.

## Pregunta 18

El centro de una hipérbola es el punto  $(2, -2)$  y uno de sus vértices es el punto  $(0, -2)$ . Si la longitud del lado recto es 8, hallar la ecuación de la curva, la longitud de su eje conjugado y su excentricidad.



## Pregunta 19

El centro de una hipérbola es el punto  $(4, 5)$  y uno de sus focos es el punto  $(8, 5)$ . Si la excentricidad de la hipérbola es 2, hallar su ecuación y la longitud de su eje conjugado y su eje transversal.

## Pregunta 20

Los vértices de una hipérbola son los puntos  $(-3, 2)$  y  $(-3, -2)$ , la longitud de su eje conjugado es 6. Hallar la ecuación de la hipérbola, las coordenadas de sus focos y su excentricidad.