

Fecha de entrega: 9 de mayo de 2017

Las preguntas deben ir en color rojo, las respuestas tienen que ser de color azul. Se deben utilizar hojas blancas (sólo escribir de un lado de la hoja). El documento debe estar engardolado con su respectiva portada.

La calificación constará de tres partes:

- Entrega de los ejercicios: 40 %
- Control oral individual: 40 %
- Control oral del equipo: 20 %

**Preguntas:**

1. Trazar las curvas correspondientes partiendo de las ecuaciones paramétricas. De ser posible, obtener la ecuación rectangular.

a)  $x = 2(1 + \cos\theta)$ ,  $y = 2\sin\theta$

b)  $x = 2t + 2$ ,  $y = 2t^2 + 4t$

c)  $x = \frac{3at}{1+t^3}$ ,  $y = \frac{3at^2}{1+t^3}$

d)  $x = \sin\frac{\theta}{2}$ ,  $y = \cos\theta$

e)  $x = t + \sin t$ ,  $y = 1 - \cos t$

f)  $x = 4\sin\theta$ ,  $y = 2\csc\theta$

g)  $x = \tan\frac{\theta}{2}$ ,  $y = \sin\theta$

h)  $x = \cos\theta$ ,  $y = \sin\theta - \cos\theta$

i)  $x = bt^2$ ,  $y = bt^3$

j)  $x = (1 + \cos\theta)\cos\theta$ ,  $y = (1 + \cos\theta)\sin\theta$  con  $t \in [0, 2\pi]$

2. Deducir las ecuaciones paramétricas de la *trocoide* (Lugar geométrico descrito por un punto de un radio fijo de una circunferencia que rueda, sin resbalar, sobre una recta. Si el punto generador  $P = (x, y)$  está a una distancia  $b$  del centro del círculo rodante de radio  $a$ . La posición del radio fijo es a lo largo del eje  $Y$ , y se toma al eje  $X$  como la recta fija.)
3. Trazar la trocoide cuando  $a = 2$  y  $b = 3$ .
4. Deducir las ecuaciones paramétricas de la *cardioide* directamente a partir de una figura. (Anexar la figura)
5. Si un hilo enrollado alrededor de una circunferencia fija se desenrolla manteniéndolo tirante en el plano de la circunferencia, cualquier punto fijo del hilo traza una curva llamada *evolvente de la circunferencia*. Hallar las ecuaciones paramétricas de la evolvente de la circunferencia  $x^2 + y^2 = a^2$  bajo las siguientes condiciones: Si  $P$  es un punto cualquiera del lugar geométrico, sea el punto  $A = (a, 0)$  su posición inicial, y para cualquiera otra posición, sea  $T$  el punto de contacto con la tangente  $PT$  a la circunferencia. Tómese el ángulo  $AOT = \theta$  como parámetro.

6. Deducir las ecuaciones paramétricas de una elipse con centro en  $(10, 11)$ , longitud del eje mayor igual a 20 y longitud del eje menor igual a 15.  
(15 puntos)

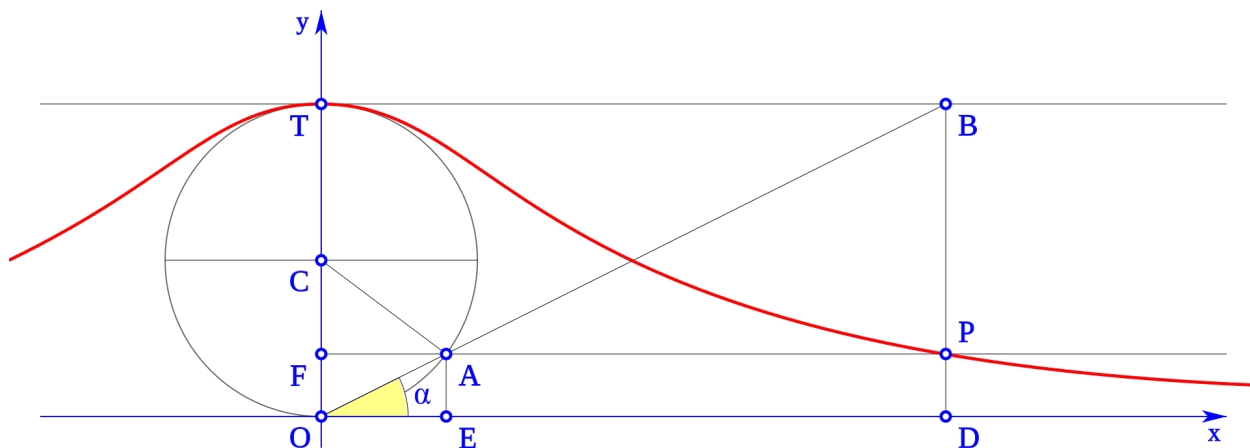
7. Graficar la curva de Steiner que tiene como ecuaciones paramétricas

$$x = 2\cos(t) + \cos(2t)$$

$$y = 2\sin(t) - \sin(2t)$$

con  $t \in [0, 2\pi]$ . Utilice al menos 10 puntos.

8. A partir de una circunferencia, y un punto cualquiera  $O$  de la circunferencia, siendo  $T$  el punto diametralmente opuesto a  $O$ . Para cualquier otro punto  $A$  de la circunferencia, la prolongación de la línea secante  $OA$  corta a la perpendicular a  $OT$  que pasa por  $T$  en  $B$ . La línea paralela a  $OT$  que pasa por  $B$ , y la línea perpendicular a  $OT$  que pasa por  $A$  se cortan en  $P$ . Tomando como variable el punto  $A$  se define a la bruja de Agnesi a la curva de los puntos  $P$ .



Encuentre las ecuaciones paramétricas de la curva utilizando como parámetro el ángulo  $\alpha$ .  
Encuentre las ecuaciones paramétricas de la curva utilizando como parámetro  $t = \frac{1}{\tan \alpha}$ .  
Encuentre la ecuación cartesiana de la bruja de Agnesi.

9. Hallar la ecuación cartesiana de la curva de Steiner.
10. ¿Qué es una Ruleta?
11. ¿Qué es una Cicloide?
12. ¿Qué es una Epicloide?
13. ¿Qué es una Hipocicloide?
14. ¿Qué es una Cardioide?