

Homework 4

Student Name: ZhangLe(张乐)

Student ID: 201628013229047

Question 1

首先整数规划问题显然可以在多项式时间内完成验证。所以他是NP问题。

下面证明 $3SAT \leq_p IntegerProgramming$

对于任意的3SAT问题，假设其有 n 个变量， m 个子句。对于任意一个子句 C_i ， $\neg x_j$ 变换为 $(1 - x_j)$ ， x_k 变换为 x_k ， $b = 1$

如 $x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3$ 变为 $x_1 + x_2 + (1 - x_3) \geq 1$ 显然，经过这样变换以后整数规划 $Ax \geq b$ 其中 $x_i = 0 \text{ or } 1$ 的解就是原3SAT问题的解。

所以，整数规划问题是NPC问题

Question 3

首先Half 3SAT问题显然可以在多项式时间内完成验证。所以他是NP问题。

下面证明 $3SAT \leq_p Half3SAT$

对于任意的3SAT问题，假设其有 n 个变量， m 个子句。

那么我们可以构造出一个Half 3SAT问题一共有 $4m$ 个子句。前 m 个与原3SAT问题一致，接下来的 m 个子句恒为真。如 $x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3$ 。再接下来的 $2m$ 个子句，要不全为真，要不全为假。如都设置为 $x_1 \vee x_2 \vee x_3$ 。

下面证明这样构造出来的Half 3SAT的解与3SAT的解一致

- 如果某一种赋值是Half 3SAT的解，那么必然有 $2m$ 个子句为假，现在已知其中有 m 个子句恒真，那么只有最后的 $2m$ 个子句为假，所以前 m 个子句为真，所以Half 3SAT的解是3SAT的解
- 如果某一种赋值是3SAT的解，所以 $2m$ 个子句为真，同样就满足Half 3SAT的条件。

所以，Half 3SAT问题是NPC问题