UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

COBRAC 2018

Distribuição Lognormal:

Propriedades e aplicações na Engenharia de Avaliações

Autores:Luiz F. P. Droubi | SPU/SC | lfpdroubi@gmail.com
Willian Zonato | SPU/SC | will.zonato@gmail.com
Norberto Hoccheim | UFSC | hochheim@gmail.com

1) INTRODUÇÃO

Certas amostras de dados apresentam distribuição consideravelmente diferente da distribuição normal. Um dos pressupostos da inferência estatística clássica é o da normalidade dos resíduos. Outro é a homoscedasticidade dos mesmos. Estas duas hipóteses dificilmente são atingidos se a distribuição da variável dependente não for ao menos próximada distribuição normal.Para contornar este problema, pode-se:

a)Transformar a variável resposta de maneira que a sua distribuição torne- se aproximadamente normal

b)Utilizar o método dos mínimos quadrados ponderados, de forma a remover a heteroscedasticidade do modelo

c) Calcular erros heteroscedásticos consistentes, com o método de Eicker-White, por exemplo.

2) DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL

Características

Na distribuição lognormal, diferentemente do que ocorre nas distribuições simétricas, como a distribuição normal, moda, média e mediana tem valores distintos, o que pode ser observado na figura 1.

Na figura 2 observa-se o efeito do desvio-padrão sobre a forma da distribuição.

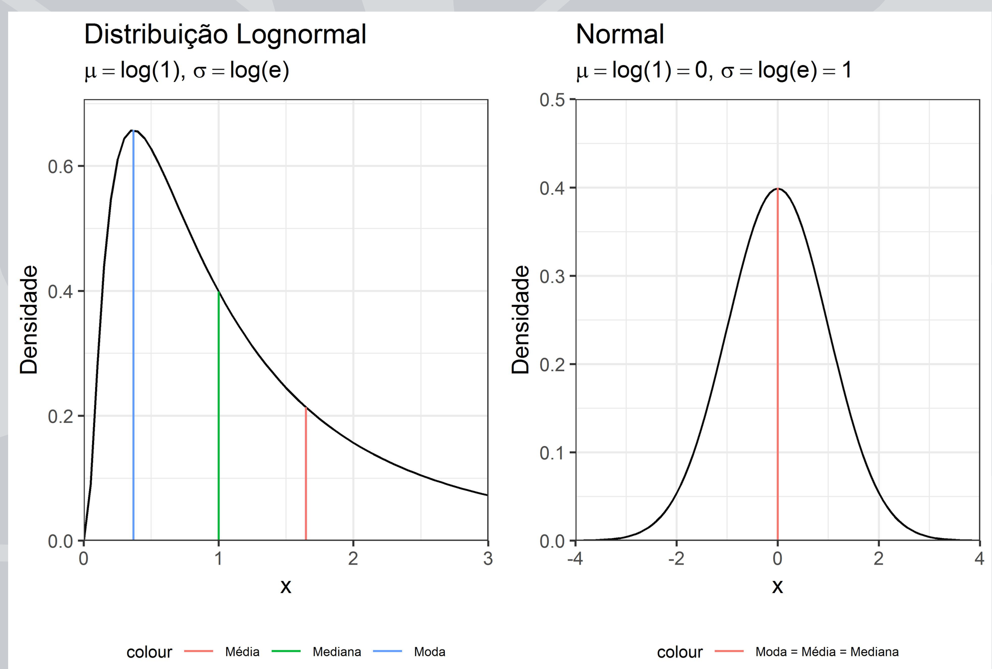

Figura 1: Medidas de tendência central. FONTE: Autor.

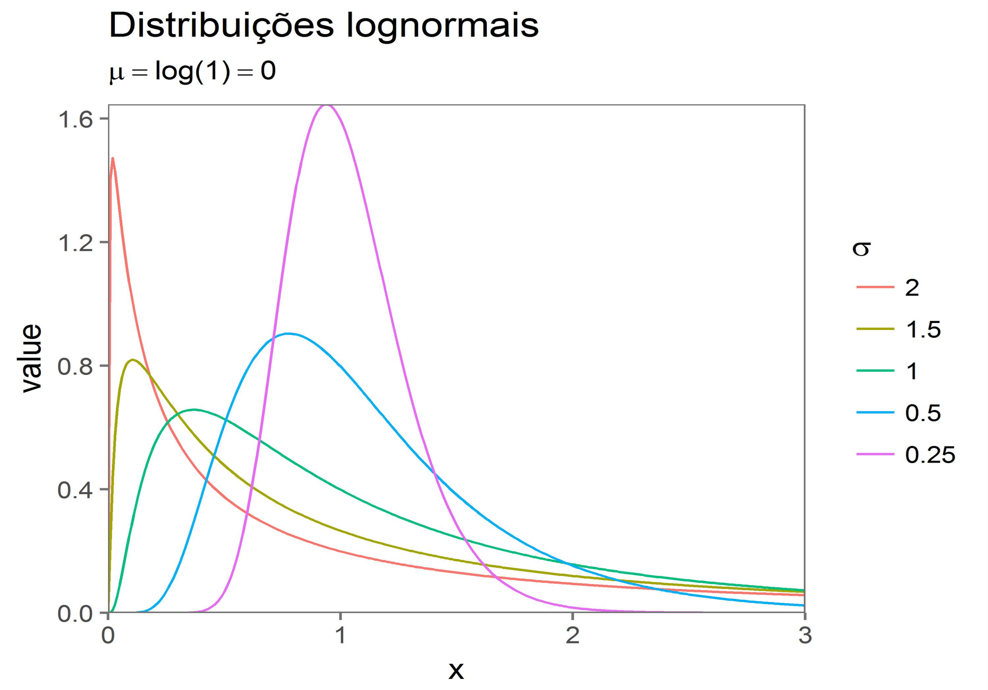

Figura 2: Diversas distribuições com μ=0. FONTE: Autor.

Formulação

Função Densidade de Probabilidade

$$\begin{cases} f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(log(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) & \forall x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Valor Esperado (média)

$$\mathbb{E}(X) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)$$

Moda

$$Mo = \exp\left(\mu - \sigma^2\right)$$

Mediana

$$\nu = \exp\left(\mu\right)$$

Variância

$$\mathrm{Var}(X) = \exp(2\mu + \sigma^2)(\exp(\sigma^2) - 1)$$

$$\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}^2(X)(\exp(\sigma^2) - 1$$

Coeficiente de Variação

$$CV = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}$$

Parâmetros na escala anti-logarítmica

$$\mu^* = e^{\mu}$$

$$\sigma^* = e^{\sigma}$$

Estimação dos Parâmetros

A melhor maneira de estimar os parâmetros de dados lognormais é através do cálculo dos parâmetros na escala logarítmica.
Por exemplo, seja X uma variável aleatória com distribuição aproximadamente lognormal.Para estimar o parâmetro μ(X), primeiro estima-se o valor da média da variável x¯ = ln(X), e depois retorna-se para a estimava do parâmetro μ na escala original através da transformação inversa (μ = exp(x¯)).

3) RESULTADOS

No que tange à Engenharia de Avaliações, um dos aspectos mais importantes é o de qual seria a melhor medida de tendência central a se adotar para estimar o valor do bem.
Na tabela 1 mostramos que a adoção da média, moda ou mediana é praticamente irrelevante quando o erro-padrão (σ) da regressão é pequeno. Porém, para altos valores de σ, percebe-se uma discrepância muito grande entre os valores obtidos com a média, moda ou mediana.Para efeito de comparação, a tabela 1 mostra os valores da moda e da média em função do desvio-padrão σ, quando a mediana da distribuição tem valor fixado em μ∗ = 1.000.000.
Em suma, como pode ser visto na figura 3, fixado μ∗ , à medida que o desvio-padrão aumenta, a moda da distribuição tende a zero, enquanto a média da distribuição tende a +∞.

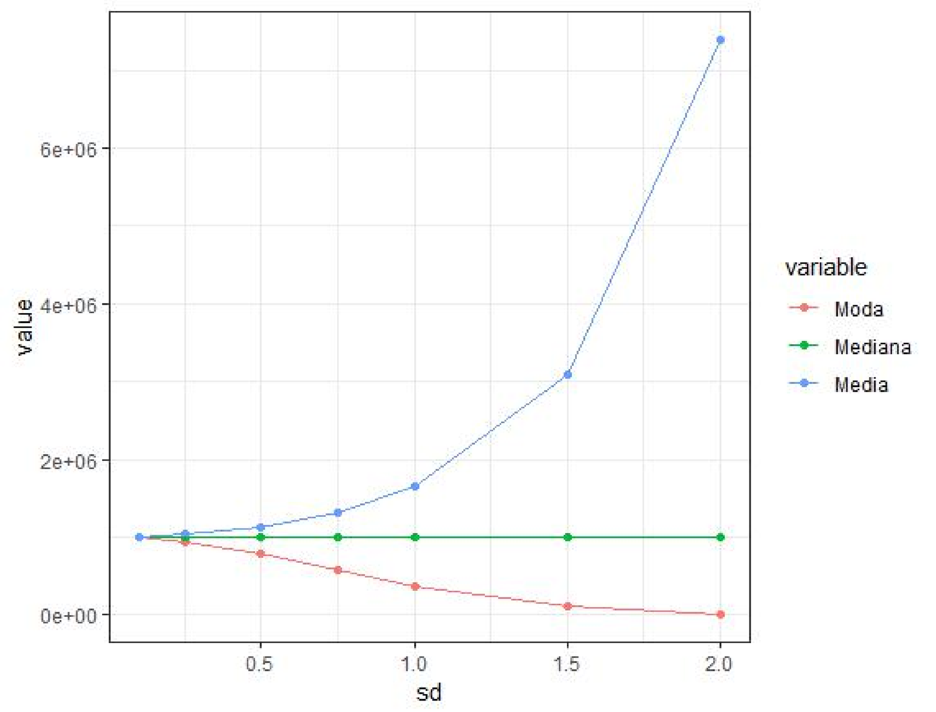

Figura 3: Variação das tendências centrais. FONTE: Autor.

Medida / σ	0,1	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2
Moda	990.050	939.413	778.801	569.783	367.879	105.399	18.316
%	-1,0%	-6,1%	-22,1%	-43,0%	-63,2%	-89,5%	-98,2%
Média	1.005.013	1.031.743	1.133.148	1.324.785	1.648.721	3.080.217	7.389.056
%	+0,5%	+3,2%	+13,3%	+32,5%	+64,9%	+208,0%	+638,9%

Tabela 1: Moda e Média em função do desvio-padrão, quando μ=1.000.000. FONTE: Autor.

Créditos, órgãos de fomento, colaboradores, marcas, siglas de apoios, patrocinadores, parceiros