

APTITUD MATEMÁTICA

TEMA: SUMATORIAS

Propiedades de las sumatorias

- ✓ La suma del producto de una constante por una variable, es igual a k veces la sumatoria de la variable.

$$\sum_{i=1}^n K X_i = K \sum_{i=1}^n X_i$$

- ✓ La sumatoria hasta N de una constante, es igual a N veces la constante.

$$\sum_{i=1}^n K = NK$$

- ✓ La sumatoria de una suma es igual a la suma de las sumatorias de cada término.

$$\sum (X_i + Y_i) = \sum X_i + \sum Y_i$$

- ✓ La sumatoria de un producto no es igual al producto de las sumatorias de cada término.

$$\sum X_i \cdot Y_i \neq \sum X_i \cdot \sum Y_i$$

- ✓ La sumatoria de los cuadrados de los valores de una variable no es igual a la sumatoria de la variable elevado al cuadrado.

$$\sum X_i^2 \neq \left(\sum X_i \right)^2$$

2.4. Fórmulas de Sumas especiales

Al calcular las áreas de regiones con frecuencia necesitamos considerar la suma de los primeros n enteros positivos, así como las sumas de sus cuadrados, cubos, etc. Estas fórmulas se estudian a continuación.

1. Suma de los primeros números naturales positivos:

$$1+2+3+4+5+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

2. Suma de los primeros números pares positivos:

$$2+4+6+8+\dots+2n = n(n+1)$$

3. Suma de los primeros números impares positivos:

$$\underbrace{1+3+5+7+9+\dots+(2n-1)}_{\text{"n" sumandos}} = n^2$$

En cada una de las sumas notables "n" representa el número de términos

4. Suma de los primeros números naturales positivos al cuadrado:

$$1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

5. Suma de los primeros números naturales positivos al cubo:

$$1^3+2^3+3^3+4^3+\dots+n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

6. Suma de los primeros productos binarios:

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

7. Suma de los primeros productos ternarios:

$$1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

Otras sumas notables

1. Suma de potencias consecutivas de un número:

$$a^1+a^2+a^3+a^4+\dots+a^n = \frac{a(a^n-1)}{a-1}$$

2. Suma de las inversas de los productos de números consecutivos de 2 en 2:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

3. Suma de las inversas de los productos de números consecutivos de 3 en 3:

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

EJERCICIOS

1. Resolver:

$$\sum_{p=1}^{30} (6p+2)$$

- a) 1425 b) 2850 c) 1750
d) 3500 e) 2760

2. Efectuar:

$$\sum_{k=8}^{17} \frac{5}{2} + \sum_{m=5}^{20} \frac{15}{4} + \sum_{n=3}^8 \frac{10}{3}$$

- a) 85 b) 96 c) 105 d) 210 e) 120

3. Simplificar:

$$\frac{\sum_{x=30}^{100} 9(x^3 + 4) - 4 \sum_{k=30}^{100} (x^3 + 4)}{7 \sum_{x=30}^{100} (x^3 + 4) - \sum_{x=30}^{100} (3x^3 + 12)}$$

- a) 0,75 b) 0,80 c) 1,20
d) 1,25 e) 1,50

4. Dar el valor de:

$$N = \sum_{e=5}^{200} (8e - 3) - \sum_{e=21}^{200} (8e - 3)$$

- a) 850 b) 210 c) 960
d) 1200 e) 1552

5. Calcular la suma de los 41 términos de la siguiente sucesión:

1; 1,2; 3; 3; 6; 4; 10; 5; 15; 6; ...

- a) 1770 b) 1771 c) 1760
d) 1870 e) 1880

6. La suma de los 81 números pares consecutivos es igual a 171 veces el primer número. Hallar la suma de las cifras del término central.

- a) 8 b) 12 c) 14 d) 10 e) 16

7. Hallar el valor de:

$$S = \underbrace{1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots}_{20 \text{ terminos}}$$

- a) 10660 b) 11200 c) 12300
d) 10000 e) 12500

8. Indicar el valor más simple de:

$$E = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - 20^2$$

- a) -200 b) -210 c) -180
d) -190 e) -220

9. Indicar la suma total del siguiente arreglo triangular, sabiendo que en total tiene 20 filas:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 10 & & & \\ & & 10 & & 10 & & \\ & 10 & & 4 & & 10 & \\ 10 & & 4 & & 4 & & 10 \\ & 10 & 4 & 4 & 4 & 10 & \end{array}$$

- a) 876 b) 944 c) 1028
d) 1074 e) 1110

10. Hallar el valor de la suma total del siguiente arreglo, si tiene 22 filas.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 2 & & 3 & & \\ & 3 & & 1 & & 5 & \\ & 4 & 3 & & 5 & 7 & \\ 5 & & 7 & 9 & 11 & & 9 \end{array}$$

- a) 66400 b) 65251 c) 64745
d) 68500 e) 44836

11. Hallar la suma de las cifras del resultado de sumar las 32 filas del siguiente arreglo.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 3 & & \\ & & & 3 & & 3 & \\ & & 3 & & 2 & & 3 \\ & 3 & & 4 & & 6 & 3 \\ 3 & & 8 & & 10 & & 12 & 3 \end{array}$$

- a) 36 b) 35 c) 31 d) 32 e) 33

12. Lucy resuelve 66 problemas cada día, mientras su hermana Nelly resuelve dos el primer día, cuatro el segundo, seis el tercero y así sucesivamente. Si empezaron el mismo día. ¿después de cuantos días habrán resuelto el mismo número de problemas?

- a) 32 b) 63 c) 65 d) 64 e) 66

13. Sea:

$$f(n) = \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \dots}_{n \text{ sumandos}}$$

Hallar el valor de z en: $f(z + 1) = \frac{4}{9}$

- a) 1 b) 3 c) 4 d) 5 e) 2

14. Indicar la suma de la serie infinita:

$$S = \frac{1}{4x5} + \frac{17}{8x25} + \frac{109}{16x125} + \frac{593}{32x625} + \dots \infty$$

- a) 1/2 b) 1/4 c) 1/9 d) 1/3 e) 1/5

15. Calcular:

$$S = \underbrace{\frac{1}{4x5} + \frac{2}{5x7} + \frac{3}{7x10} + \dots}_{40 \text{ sumandos}}$$

- a) $\frac{205}{824}$ b) $\frac{210}{821}$ c) $\frac{215}{824}$ d) $\frac{204}{825}$ e) $\frac{211}{824}$

16. Hallar el valor de:

$$S = \underbrace{14 + 20 + 36 + 62 + \dots}_{30 \text{ sumandos}}$$

- a) 43630 b) 43530 c) 43650
d) 43560 e) 43470

17. Hallar el valor de:

$$N = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{2}{3^4} + \frac{1}{3^5} + \frac{2}{3^6} + \dots$$

- a) 5/8 b) 3/8 c) 11/8 d) 13/9 e) 13/8

18. Hallar el resultado de:

$$F = \underbrace{1x2x3 + 2x3x4 + 3x4x5 + \dots + 30x31x32}_{45 \text{ sumandos}}$$

- a) 5600 b) 5456 c) 5200
d) 5150 e) 5000