

L'albero di Natale

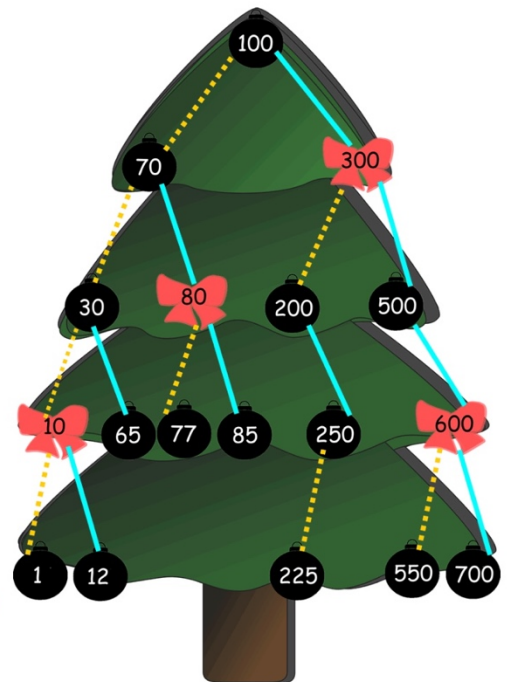
Ci avviciniamo a Natale e il castoro Lucia decora l'albero con 4 fiocchi rossi e 14 palline nere. Fiocchi e palline sono collegati fra loro con fili di lucine gialle e nastri azzurri, come nella figura, che mostra anche il costo in casteuro di ciascuna decorazione. I collegamenti possono essere seguiti a partire dall'alto verso il basso.

Quest'anno la rivista "Feste eleganti" dice che un albero di Natale è *magnifico* solo se per ogni decorazione:

- seguendo il filo di lucine collegato alla decorazione, e poi eventualmente altri collegamenti, si trovano sempre decorazioni meno costose di quella di partenza;
- seguendo il nastro azzurro collegato alla decorazione, e poi eventualmente altri collegamenti, si trovano sempre decorazioni più costose di quella di partenza.

Un *percorso* è formato da una sequenza di collegamenti: per esempio è un percorso quello che parte dalla cima, passa per la pallina da 70, quella da 30, il fiocco da 10 e la pallina da 12.

Per "Feste eleganti" un albero è *vivace* se è magnifico, e inoltre la decorazione più in alto è una pallina, ogni fiocco ha due palline immediatamente sotto di sé e ogni percorso dalla cima alla base passa per 4 palline.



Quale affermazione è vera?

- | | |
|-----------------------|--|
| <input type="radio"/> | L'albero di Lucia è magnifico e vivace |
| <input type="radio"/> | L'albero di Lucia è magnifico ma non vivace |
| <input type="radio"/> | L'albero di Lucia non è magnifico, ma è vivace |
| <input type="radio"/> | L'albero di Lucia non è magnifico né vivace |

- Spiegazione -

L'albero di Lucia è magnifico ma non vivace. Infatti, è magnifico in quanto, per ogni decorazione, sono soddisfatti entrambi i requisiti specificati nel testo, mentre non è vivace poiché non è rispettato l'ultimo requisito ("ogni percorso dalla cima alla base passa per 4 palline") a causa dei due percorsi più a destra (che dalla cima dell'albero portano alla pallina di costo 550 e alla pallina di costo 700, rispettivamente), i quali passano per tre palline soltanto.

Per inciso, notiamo che quanto affermato nella terza risposta è impossibile, perché per essere vivace l'albero deve necessariamente essere magnifico: infatti, dalla definizione data, è proprio questo il primo requisito di "vivacità"!

- Anche questa è informatica -

Le decorazioni dell'albero di Natale preparato da Lucia costituiscono un... **albero (binario) di ricerca**; così sono dette in informatica quelle strutture ad albero binario (cioè con al massimo due sotto-alberi, uno a sinistra e uno a destra) che presentano questa caratteristica proprietà, per ciascuno dei suoi nodi (fiocco o pallina che sia): tutti i nodi del sotto-albero sinistro (la parte di albero che si trova sotto il filo di lucine gialle che scende a sinistra del nodo considerato) portano un numero minore di quello scritto nel nodo considerato, mentre tutti i nodi del sotto-albero destro (la parte sotto il nastro azzurro) portano un numero maggiore. Ciò corrisponde proprio alla definizione di albero "magnifico" data nel testo del quesito.

Queste strutture servono per rappresentare insiemi di dati (nell'esempio, l'insieme dei numeri che esprimono i costi delle decorazioni) mantenuti ordinati. Per stabilire se un certo dato appartiene all'insieme, si parte dalla cima (la **radice** dell'albero, sebbene si trovi in alto!) e si confronta tale dato con quello scritto nel nodo; se sono uguali la ricerca termina con successo, se il dato cercato precede quello scritto nel nodo si scende a sinistra, altrimenti a destra, e così via.

Per garantire la massima efficienza nell'operazione di ricerca, l'albero deve essere il più possibile **bilanciato** (vale a dire che possono mancare nodi soltanto sull'ultimo livello, quello alla base dell'albero); in tal caso, per una ricerca si faranno al più circa $\log_2(N)$ confronti, se l'albero ha N nodi. Per inciso, l'albero di Lucia non è perfettamente bilanciato, perché il penultimo livello è incompleto (vi mancano due nodi).

Tuttavia, a causa di inserimenti e cancellazioni di dati, anche un albero bilanciato può sbilanciarsi. Addirittura, in casi estremamente sfavorevoli, l'albero si riduce ad un solo percorso e dunque la ricerca di un dato risulta sequenziale, esattamente come in una semplice lista.

Sono state studiate particolari varianti dell'albero binario di ricerca, proprio per limitare lo sbilanciamento; una di queste è nota come **albero rosso-nero** (*red-black tree*) e a questa si ispira la definizione di "vivacità" del quesito.

Parole chiave: albero binario di ricerca, albero bilanciato, albero rosso-nero

- [Informazioni sul quesito](#) -

Il quesito è stato proposto dal gruppo Bebras Canada (id: 2016-CA-05)