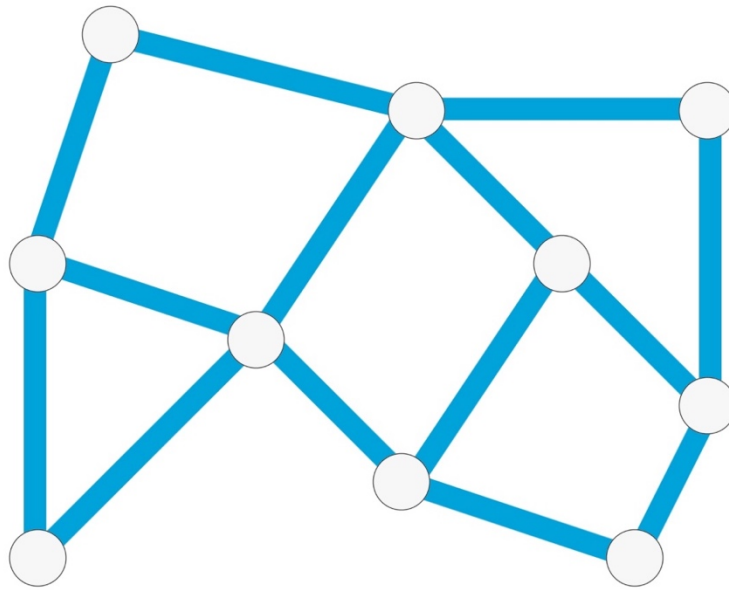


## Pronto soccorso

Il servizio sanitario dei castori sta discutendo su dove allestire i tre presidi di pronto soccorso previsti dal piano nazionale della "Buona Salute". Deve essere possibile raggiungere un pronto soccorso nuotando al massimo per un tratto di canale.

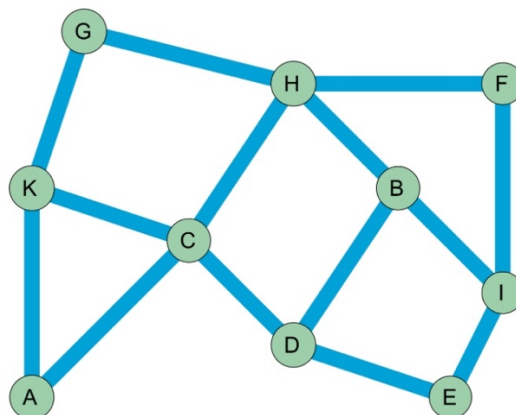


Selezionate tre punti in cui posizionare i presidi.



### - Spiegazione -

Nominiamo i dieci punti con altrettante lettere dell'alfabeto, ad esempio come mostrato in figura.



Una possibile soluzione è data dall'insieme di punti  $\{C, I, G\}$ . Per trovarla, si può iniziare considerando i punti ai quali giungono più canali, nel nostro caso C e H. Proviamo a partire con C. Scartiamo

quindi i punti ad esso collegati (A, D, H e K), poiché da questi si può arrivare a C percorrendo appunto un solo canale, e volendo anche tutti i canali collegati a tali punti, poiché non sono più rilevanti. Dovremo poi includere I (che permette di essere raggiunto da B, E ed F) e infine G (rimasto isolato).

Analogamente, se partiamo con H e scartiamo i punti ad esso collegati (B, C, F e G), nonché i canali che in questi hanno un estremo, dovremo includere E (collegato a D e I) e infine o A o K. Pertanto, altre due soluzioni sono  $\{H, E, A\}$  e  $\{H, E, K\}$ .

Se partissimo con entrambi i punti C e H, scartando i nodi collegati all'uno o all'altro (A, B, D, F, G e K) e includendo uno dei due rimanenti (E e I), troveremmo ancora due soluzioni:  $\{C, H, E\}$  e  $\{C, H, I\}$ . Da queste si capisce che possono esservi delle soluzioni che presentano due punti collegati da un canale!

Ci sono anche altre tre soluzioni possibili:  $\{D, F, K\}$ ,  $\{C, I, K\}$  e  $\{B, I, K\}$ , di cui le ultime due contengono due punti collegati da un arco. Per trovarle, è stato necessario esaminare tutte (o quasi) le combinazioni!

- Anche questa è informatica -

La rete di canali raffigurata può essere rappresentata da un **grafo**, in cui i tratti di canale sono gli **archi** (non orientati, cioè percorribili in entrambi i sensi) e i punti dove essi si incontrano sono i **nodi**.

Il quesito proposto è un esemplare del **problema dell'insieme dominante** nella sua versione in cui si tratta di decidere se un insieme dominante esiste. Il problema è il seguente: dato un grafo non orientato  $G$  e dato un numero intero positivo  $k$ , si deve stabilire se esiste un insieme  $S$ , costituito da al più  $k$  nodi di  $G$ , tale che ciascun altro nodo di  $G$  sia collegato con un arco ad almeno uno dei nodi di  $S$ . Esso appartiene alla famosa classe dei problemi NP-completi (e il corrispondente problema di ottimizzazione, che consiste nel determinare una soluzione  $S$  col minimo numero di nodi, appartiene alla classe dei problemi NP-difficili), per i quali non si conosce e non si sa neppure se esista un algoritmo risolutivo efficiente, vale a dire uno che non rischi, nel peggiore dei casi, di dover tentare con tutte (o quasi) le combinazioni!

In questo caso  $k$  vale 3 e le possibili combinazioni di tre nodi sono 120 (il coefficiente binomiale 10 su 3), ma per fortuna non abbiamo

dovuto esaminarle tutte per ottenere una soluzione! Considerare dapprima i nodi di **grado** maggiore (quelli collegati con il maggior numero di nodi) è una **regola euristica**, ovvero una regola di decisione dettata dal buon senso, che questa volta è servita ma non basta, in generale, a trovare una soluzione, ammesso che vi sia.

**Parole chiave:** grafo, problema dell'insieme dominante, regola euristica, problema NP-completo.

- Informazioni sul quesito -

Il quesito è stato proposto dal gruppo Bebras Svizzera (id: 2016-CH-03)