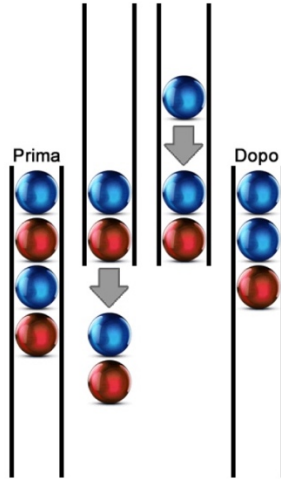


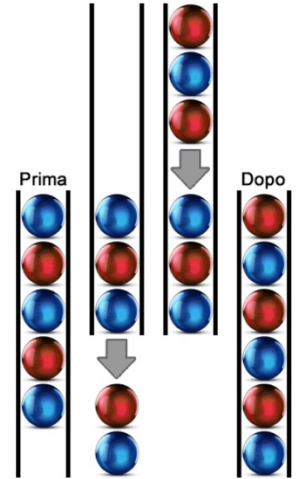
# Biglie

Il castoro Emil sta provando un nuovo solitario sul suo computer. Deve scegliere almeno tre biglie, rosse o blu, e deve metterle in un cilindro. Il computer modifica ripetutamente il contenuto del cilindro: ad ogni secondo, le due biglie in fondo alla colonna escono dal fondo del cilindro e, a seconda del colore della prima biglia che esce, succede una di queste due cose.

Se la biglia che esce per prima è rossa, viene aggiunta una nuova biglia blu in cima al cilindro, ad esempio:



Se la biglia che esce per prima è blu, in cima al cilindro vengono aggiunte tre nuove biglie: nell'ordine una rossa, poi una blu e infine una rossa.









Il gioco finisce quando nel cilindro rimangono meno di tre biglie. Se per esempio Emil inserisce nel cilindro cinque biglie, come nella figura a destra, il computer modifica il cilindro 5 volte, dopodiché nel cilindro rimangono solo due biglie blu e il gioco finisce.

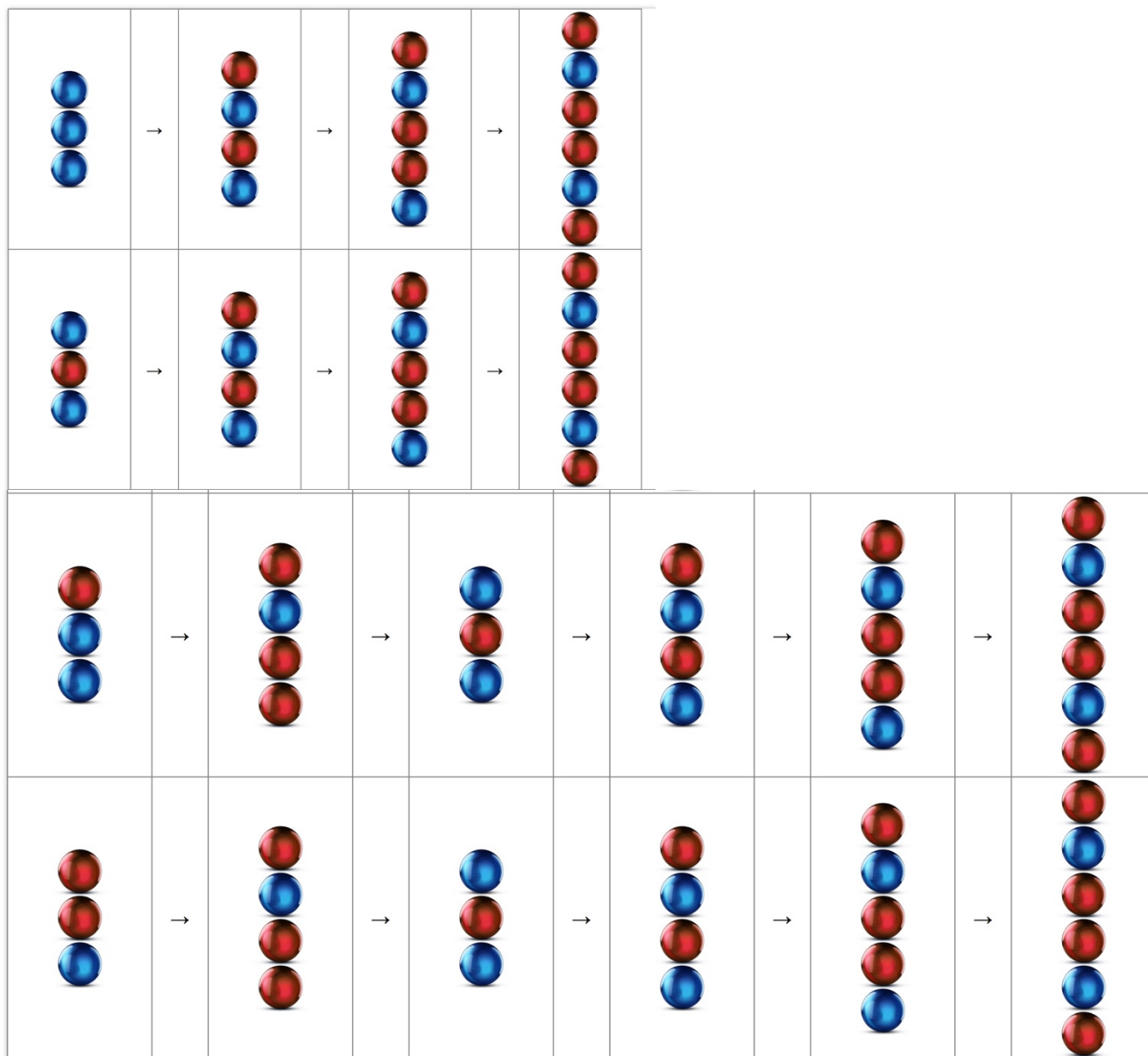








Sapete suggerire a Emil una colonna iniziale di tre biglie che permetterebbe di non terminare mai il gioco?



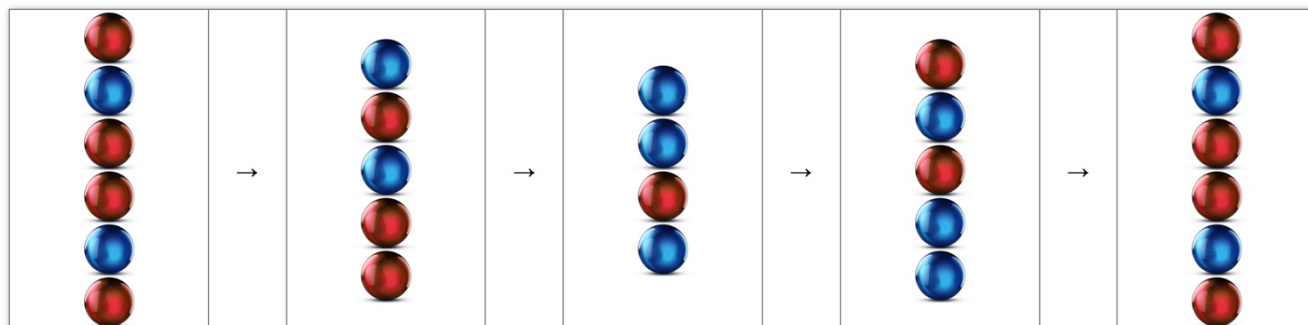
## - Spiegazione -

Il gioco non terminerà mai se la colonna iniziale contiene tre biglie e quella più in basso è blu. Infatti, se si parte da una colonna di tre biglie e quella più in basso è rossa, il gioco terminerà subito dopo il primo passo, poiché nel cilindro rimarranno soltanto due biglie. Se invece la biglia più in basso è blu, allora dopo al più cinque passi nel cilindro ci sarà la colonna       (elencando i colori dall'alto al basso), come si può vedere analizzando i casi possibili:



(Si può osservare che il colore della biglia centrale è indifferente, e quindi i casi da distinguere di fatto si riducono a due:    e    )

A partire da questo punto il gioco non terminerà mai perché dopo quattro passi nel cilindro ci sarà di nuovo la stessa colonna:



- Anche questa è informatica -

Il gioco proposto è un esempio di **sistema di produzioni di Post**, un modello di calcolo basato sulla riscrittura di **stringhe**, intese come sequenze finite di lettere o, più in generale, di simboli.

Un **sistema di riscrittura** di stringhe è costituito da un insieme finito di simboli e da un insieme finito di regole che descrivono tutte le ammissibili trasformazioni di sequenze finite di simboli. Per fare un semplice esempio, di certo familiare agli studenti, consideriamo le espressioni aritmetiche da "ridurre" a un singolo numero, proposte in tanti esercizi alle scuole medie. Ad ogni passo di riscrittura, una sotto-espressione è sostituita con un'altra (più semplice) ad essa equivalente, sicché il valore (ossia il significato) dell'intera espressione rimane lo stesso; e il processo continua finché si può applicare qualche regola di riscrittura.

Il matematico e logico americano, di origine polacca, Emil Leon Post (1897-1954) - il quale diede notevoli contributi all'informatica teorica - ideò questi particolari sistemi di riscrittura negli anni '20 del Novecento, pubblicando i risultati ottenuti soltanto nel 1943.

Il sistema con due sole regole presentato nel nostro gioco è stato provato **Turing-completo**: ciò significa che ha la stessa capacità di calcolo di una **macchina di Turing universale**; si ritiene che quest'ultima (di cui i nostri computer costituiscono una realizzazione, con memoria però limitata) sia in grado di calcolare tutto quanto è, in

linea di principio, calcolabile!

In effetti, un sistema di Post, esattamente come una macchina di Turing, costituisce una possibile definizione di un certo **algoritmo**, inteso come procedimento di calcolo per ottenere un risultato a partire da un dato rappresentato dalla stringa iniziale.

**Parole chiave:** modelli computazionali, linguaggi formali, regole di produzione, macchine di Turing, sistemi di riscrittura

- Informazioni sul quesito -

Il quesito è stato proposto dal gruppo Bebras Italia (id: 2016-IT-02b)