Grupo ARCOS

uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Tema 2 (1/2) Representación de la información

Estructura de Computadores
Grado en Ingeniería Informática

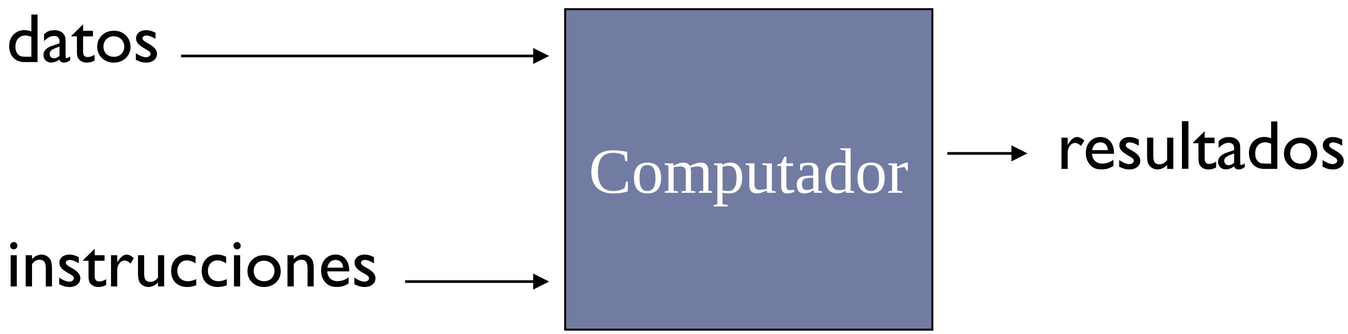
Contenidos

1. Introducción
   1. Motivación y objetivos
   2. Sistemas posicionales

2. Representaciones
   1. Alfanuméricas
      1. Caracteres
      2. Cadenas de caracteres
   2. Numéricas
      1. Naturales y enteras
      2. Coma fija
      3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Introducción: computador

- Un computador es una máquina destinada a procesar datos.

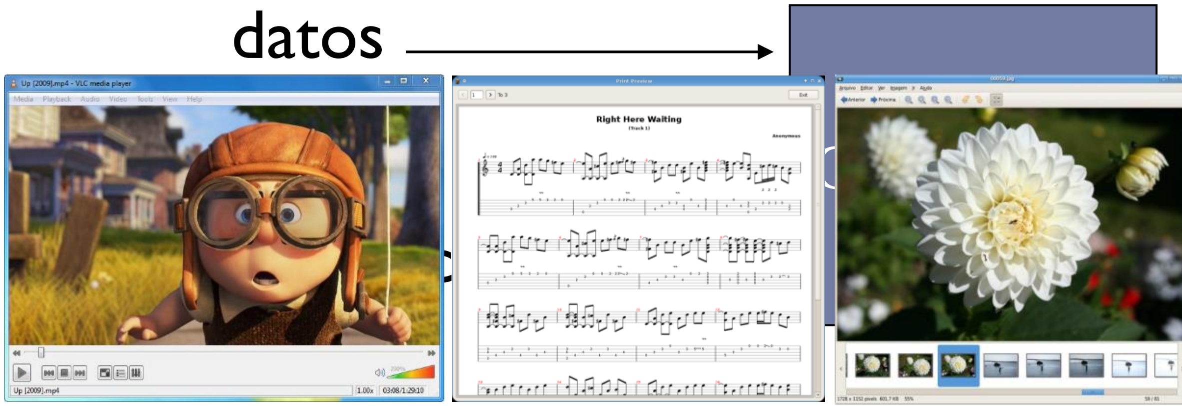


  - Se aplican unas instrucciones y se obtiene unos resultados

Introducción:
computador

- Un computador es una máquina destinada a procesar datos.

datos

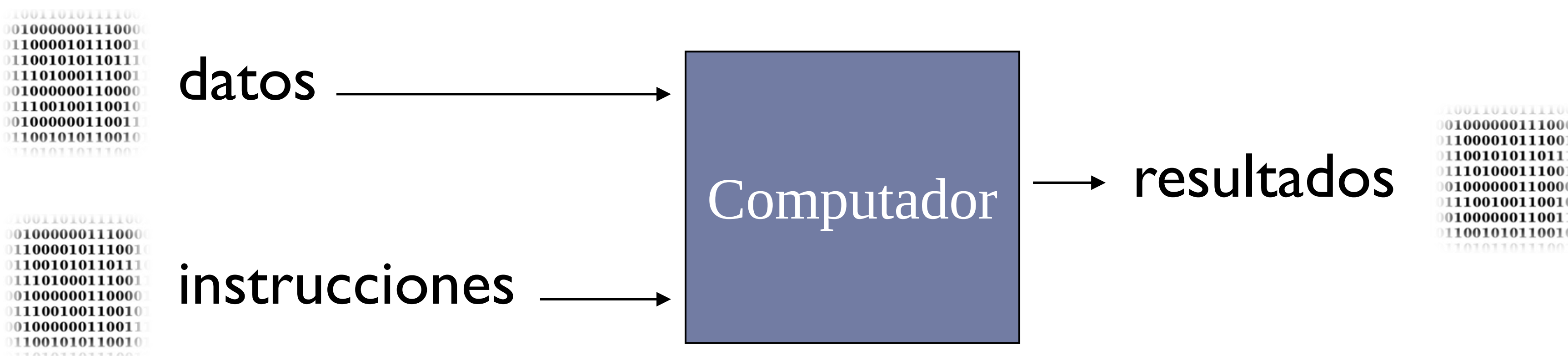


resultados

  - Se aplican unas instrucciones y se obtiene unos resultados
  - Los datos/información pueden ser de distintos tipo

Introducción:
computador

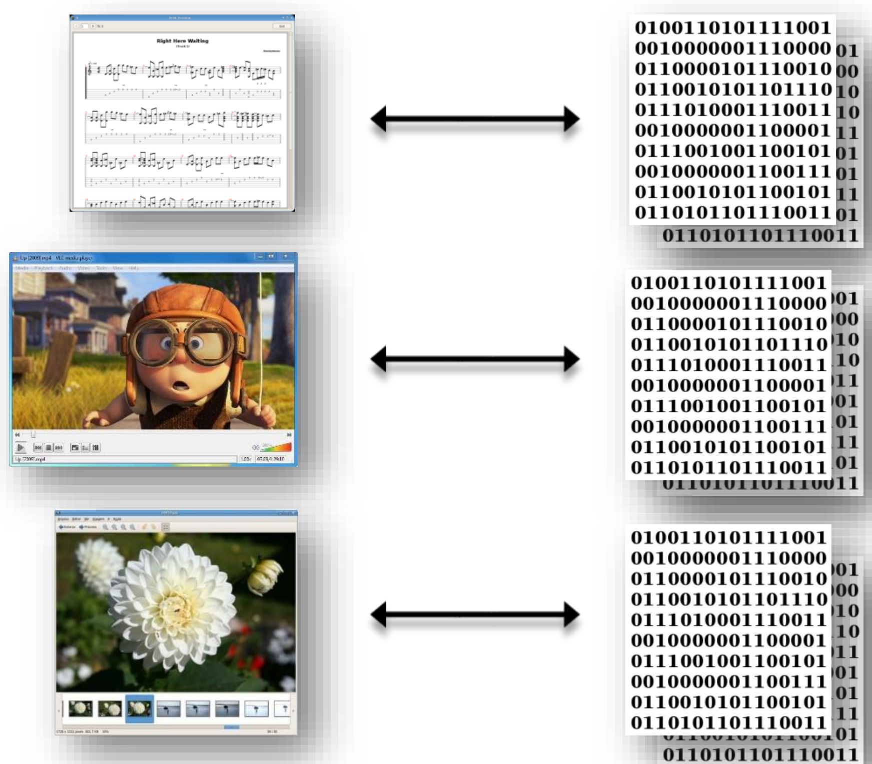
- Un computador es una máquina destinada a procesar datos.



- Se aplican unas instrucciones y se obtiene unos resultados
- Los datos/información pueden ser de distintos tipo
- Un computador solo usa una representación: binario.

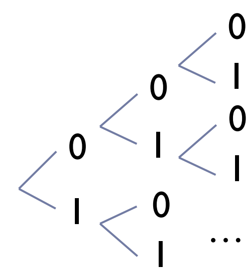
Introducción:
representación de la información

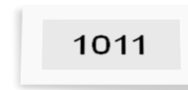
- El uso de una representación permite transformar los distintos tipos de información en binario (y viceversa)



Introducción:
características de la información

- Un computador maneja un conjunto finito de valores
  - Tipo binario (dos estados)
  - Finito (representación acotada)
    - Nº de bits de palabra del computador
      o bit (1), nibble (4), byte (8), half w., double w., …
    - Con **n** bits se pueden codificar **2^n** valores distintos

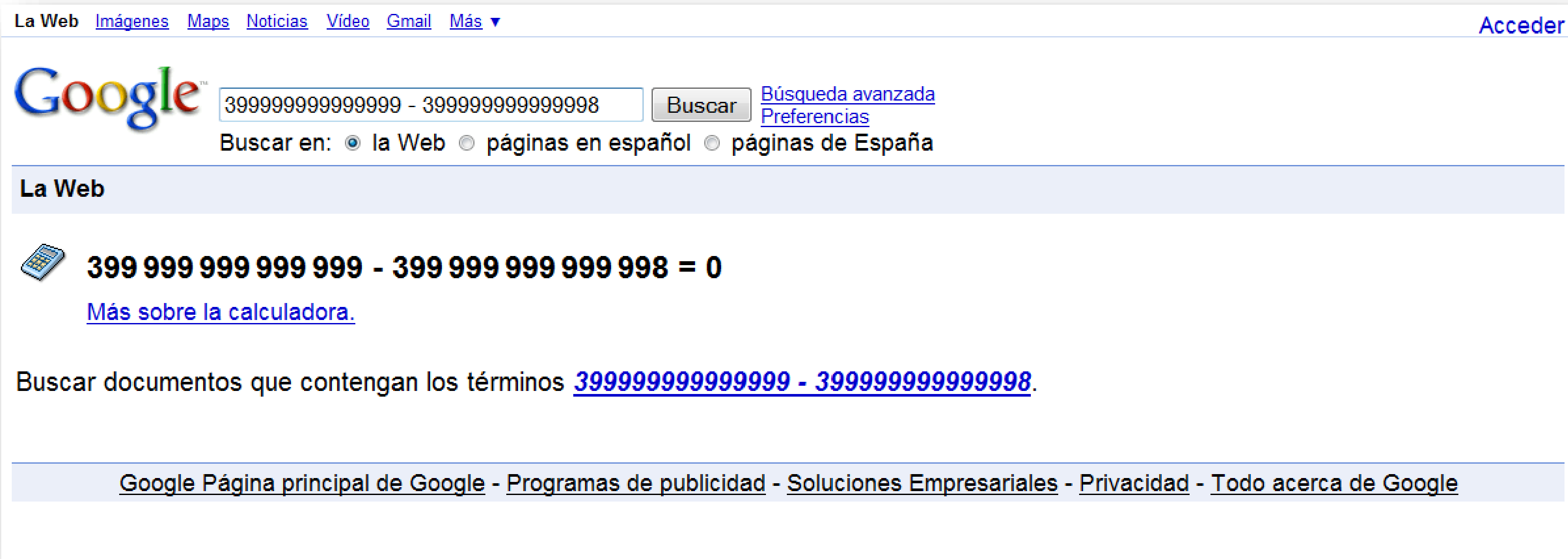




- Hay algunos tipos de información que son infinitos
  - Imposible representar todos los valores de los números naturales, reales, etc.

- La representación elegida tiene limitaciones

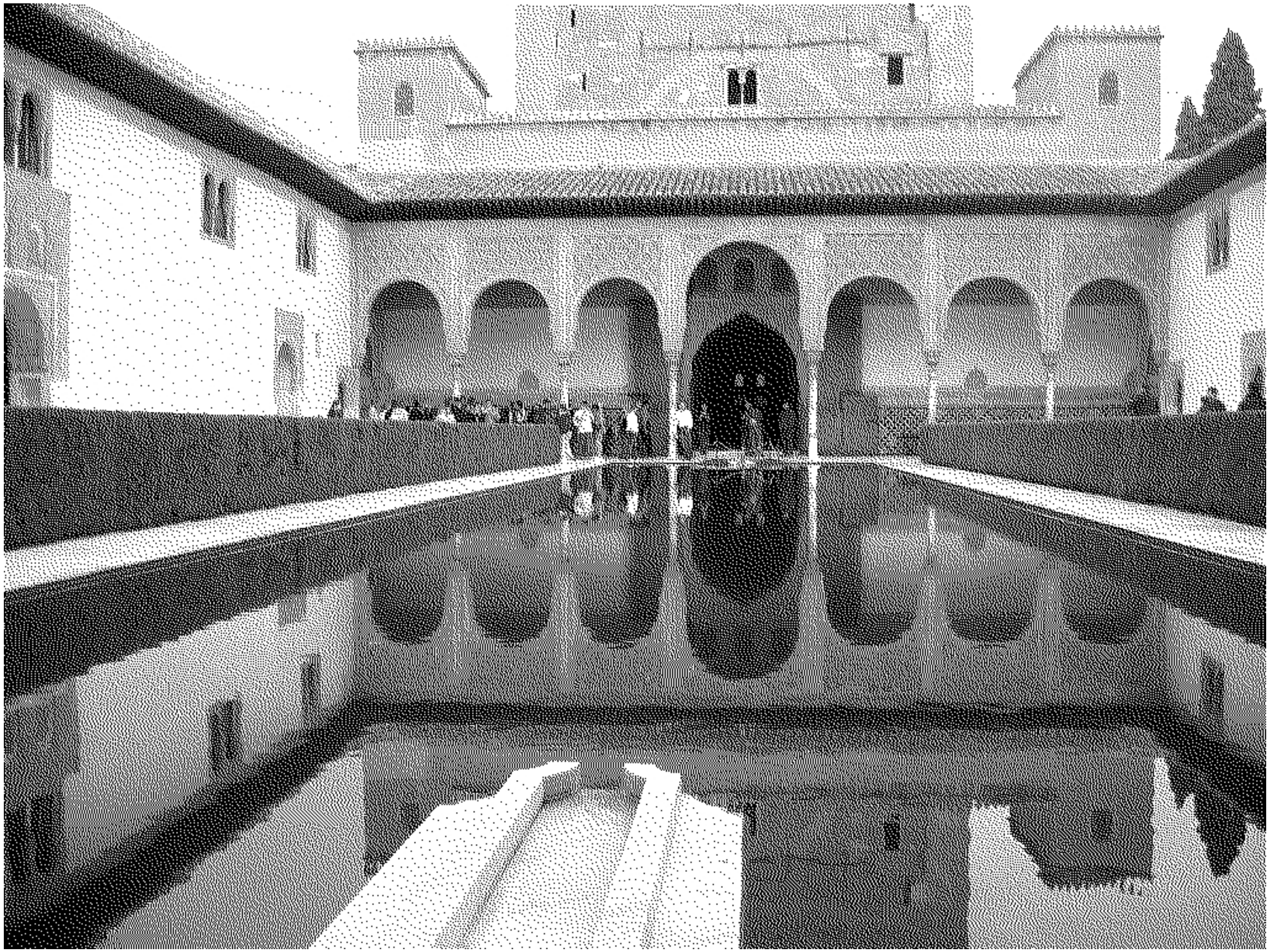
Ejemplo 1:
la calculadora de Google con 15 dígitos…



http://www.20minutos.es/noticia/415383/0/google/restar/error/

Ejemplo 2:
la profundidad de color…

1 bit	2 colores
4 bits	16 colores
8 bits	256 colores



http://platea.pntic.mec.es/~lgonzale/tic/imagen/conceptos.html

Ejemplo 2: la profundidad de color…

1 bit	2 colores
4 bits	16 colores
8 bits	256 colores

http://platea.pntic.mec.es/~lgonzale/tic/imagen/conceptos.html

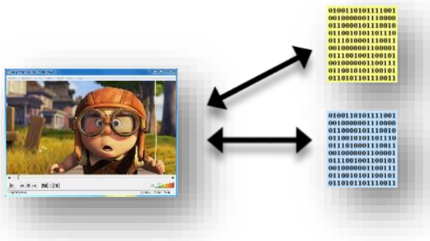
Ejemplo 2: la profundidad de color…

1 bit	2 colores
4 bits	16 colores
8 bits	256 colores

http://platea.pntic.mec.es/~lgonzale/tic/imagen/conceptos.html

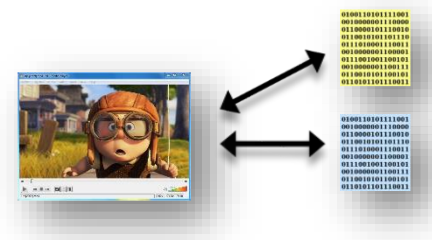
Necesitaremos…

- Conocer posibles representaciones:

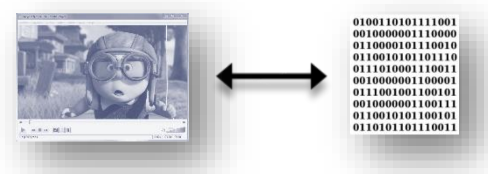


Necesitaremos…

- Conocer posibles representaciones:

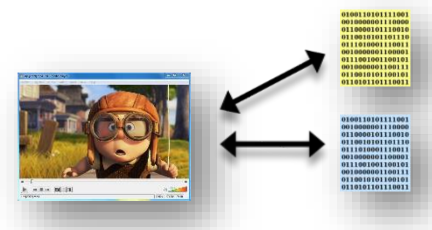


- Conocer las características de las mismas:
  - Limitaciones

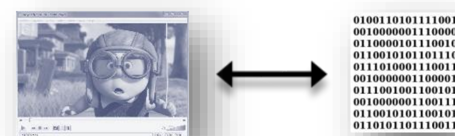


Necesitaremos…

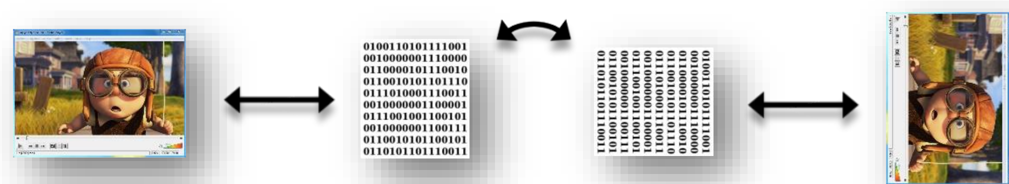
- Conocer posibles representaciones:



- Conocer las características de las mismas:
  - Limitaciones



- Conocer cómo operar con la representación:



Contenidos

1. **Introducción**
   1. Motivación y objetivos
   2. **Sistemas posicionales**

2. Representaciones
   1. Alfanuméricas
      1. Caracteres
      2. Cadenas de caracteres
   2. Numéricas
      1. Naturales y enteras
      2. Coma fija
      3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Sistemas de representación posicionales

- Un número se define por una cadena de dígitos, estando afectado cada uno de ellos por un factor de escala que depende de la posición que ocupa en la cadena.

- Dada una base de numeración b, un número X se define como la cadena de dígitos:
  $X = (\ldots\ x_2\ x_1\ x_0\ ,\ x_{-1}\ x_{-2}\ \ldots)_b$ Con $0 \leq x_i < b$
  con una lista de pesos asociados:
  $P = (\ldots\ b^2\ b^1\ b^0\ \ b^{-1}\ b^{-2}\ \ldots)_b$

- Su valor es:

$$V(X) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} b^i \cdot x_i = \cdots b^2 \cdot x_2 + b^1 \cdot x_1 + b^0 \cdot x_0 + b^{-1} \cdot x_{-1} + b^{-2} \cdot x_{-2} \cdots$$

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Sistemas de representación posicionales

- Decimal

  X = 9 7 3 1

  ... 10^3 10^2 10^1 10^0

- Binario

  X = 0 1 0 1

  ... 2^3 2^2 2^1 2^0

- Hexadecimal

  X = 1 F A 8

  ... 16^3 16^2 16^1 16^0

Sistemas de representación posicionales

- Decimal

  X = 9 7 3 1

  … 10^3 10^2 10^1 10^0

- Binario

  X = 0 1 0 1

  … 2^3 2^2 2^1 2^0

- Hexadecimal

  X = 1 F A 8

  … 16^3 16^2 16^1 16^0

Paso de binario a hexadecimal:

- Agrupar de 4 en 4 bits, de derecha a izquierda
- Cada 4 bits es el valor del dígito hexadecimal
- Ej.: $\underbrace{1\ 0\ 1\ 0}_{A}\ \underbrace{0\ 1\ 0\ 1}_{5}$

  0x A 5

Sistemas de representación posicionales

- Decimal

  X = 9 7 3 1

  … 10^3 10^2 10^1 10^0

¿?

- Binario

  X = 0 1 0 1

  … 2^3 2^2 2^1 2^0

- Hexadecimal

  X = 1 F A 8

  … 16^3 16^2 16^1 16^0

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Ejercicio

- Representar 342 en binario:

256	128	64	32	16	8	4	2	1
?	?	?	?	?	?	?	?	?

Ejercicio (solución)

- Representar 342 en binario:

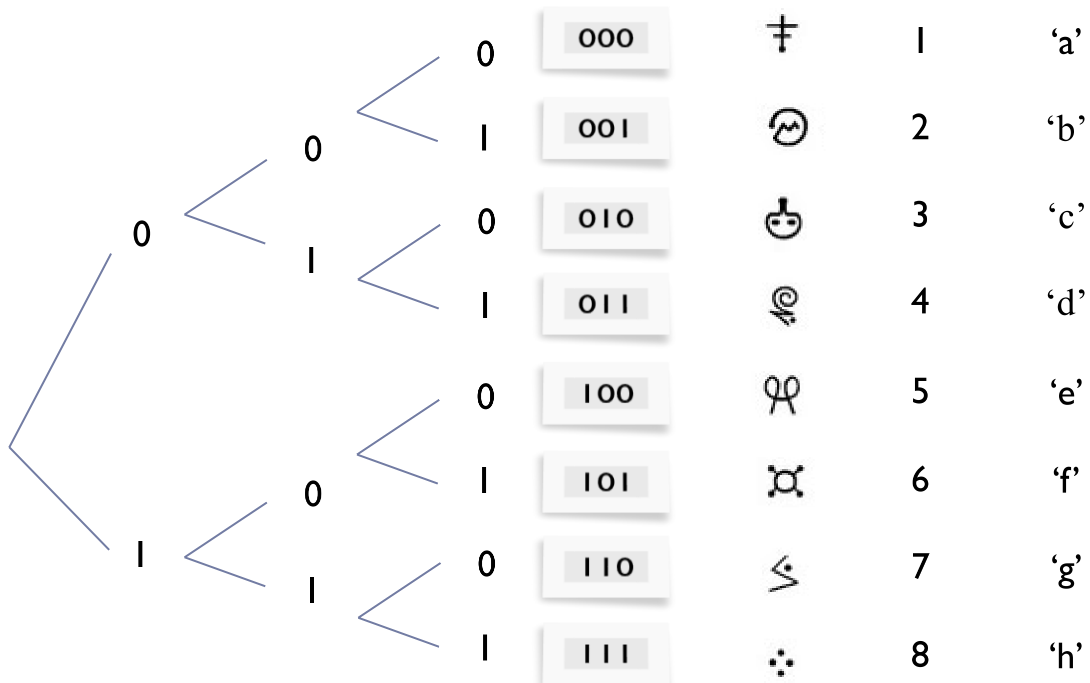
256	128	64	32	16	8	4	2	1
1	0	1	0	1	0	1	1	0

342-256=86 86-64=22 22-16=6 6-4=2 2-2=0

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Sistemas de representación posicionales

- Con 3 dígitos binarios, se pueden representar 8 símbolos:



Sistemas de representación posicionales

- ¿Cuántos valores se pueden representar con n bits?

- ¿Cuántos bits se necesitan para representar m 'valores'?

- Con n bits,
  si el valor mínimo representable corresponde al número 0,
  ¿Cuál es el máximo valor numérico representable?

Sistemas de representación posicionales

- ¿Cuántos valores se pueden representar con n bits?
  - **2^n**

  - Ej.: con 4 bits se pueden representar 16 valores

- ¿Cuántos bits se necesitan para representar m ‘valores’?
  - $\lceil$ **Log2(n)** $\rceil$ ($Log_2(n)$ por exceso)
  - Ej.: para representar 35 valores se necesitan 6 bits

- Con n bits,
  si el valor mínimo representable corresponde al número 0,
  ¿Cuál es el máximo valor numérico representable?
  - **2^n-1**

Ejercicio

- Calcular el valor de (23 unos):

$$11111111111111111111111_2$$

Ejercicio (solución)

- Calcular el valor de (23 unos):

$$11111111111111111111111_2$$

$$\mathbf{X = 2^{23} - 1}$$

Truco:

$$
\begin{array}{rl}
11111111111111111111_2 & = X \\
+ \ \ 00000000000000000001_2 & = 1 \\
\hline
100000000000000000000_2 & = 2^{23}
\end{array}
$$

$$X = 2^{23} - 1$$

Ejemplo: operaciones

- Sumar en binario:

1		1		1		
		1	0	1	0	0
+		1	1	1	1	0
	1	1	0	0	1	0

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Ejemplo: operaciones

- **Sumar** en binario:

	1	1	1			
		1	0	1	0	0
+		1	1	1	1	0
	1	1	0	0	1	0

- **Restar** en binario:

			1 →	1 →	
	0	1	1	0	0
-	0	1	0	1	1
	0	0	0	0	1

Contenidos

Representación alfanumérica

- Cada carácter se codifica con un byte.
- Para n bits ⇒ 2^n caracteres representables:

# bits	# caracteres	Incluye…	Ejemplo
6	64	• 26 letras: a...z • 10 números: 0...9 • Puntuación: . , ; : ... • Especiales: + - [...	***BCDIC***
7	128	• añade mayúsculas y caracteres de control	***ASCII***
8	256	• añade letras acentuadas, ñ, caracteres semigráficos	***EBCDIC*** ***ASCII extendido***
16	34.168	• Añade distintos idiomas (chino, árabe,...)	***UNICODE***

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Ejemplo: tabla ASCII (7 bits)

ASCII value	Character	Control character	ASCII value	Character	ASCII value	Character	ASCII value	Character
000	(null)	NUL	032	(space)	064	@	096	
001	☺	SOH	033	!	065	A	097	a
002	☻	STX	034	"	066	B	098	b
003	♥	ETX	035	#	067	C	099	c
004	♦	EOT	036	$	068	D	100	d
005	♣	ENQ	037	%	069	E	101	e
006	♠	ACK	038	&	070	F	102	f
007	(beep)	BEL	039	'	071	G	103	g
008	◘	BS	040	(	072	H	104	h
009	(tab)	HT	041	)	073	I	105	i
010	(line feed)	LF	042	*	074	J	106	j
011	(home)	VT	043	+	075	K	107	k
012	(form feed)	FF	044	,	076	L	108	l
013	(carriage return)	CR	045	-	077	M	109	m
014	♫	SO	046	.	078	N	110	n
015	☼	SI	047	/	079	O	111	o
016	►	DLE	048	0	080	P	112	p
017	◄	DC1	049	1	081	Q	113	q
018	↕	DC2	050	2	082	R	114	r
019	‼	DC3	051	3	083	S	115	s
020	π	DC4	052	4	084	T	116	t
021	§	NAK	053	5	085	U	117	u
022	▬	SYN	054	6	086	V	118	v
023	↨	ETB	055	7	087	W	119	w
024	↑	CAN	056	8	088	X	120	x
025	↓	EM	057	9	089	Y	121	y
026	→	SUB	058	:	090	Z	122	z
027	←	ESC	059	;	091	[	123	{
028	(cursor right)	FS	060	<	092	\	124	¦
029	(cursor left)	GS	061	=	093	]	125	}
030	(cursor up)	RS	062	>	094	^	126	~
031	(cursor down)	US	063	?	095	_	127	⌂

Ejemplo: tabla ASCII (7 bits)

caracteres de control

ASCII value	Character	Control character	ASCII value	Character	ASCII value	Character	ASCII value	Character
000	(null)	NUL	032	(space)	064	@	096	
001	☺	SOH	033	!	065	A	097	a
002	☻	STX	034	"	066	B	098	b
003	♥	ETX	035	#	067	C	099	c
004	♦	EOT	036	$	068	D	100	d
005	♣	ENQ	037	%	069	E	101	e
006	♠	ACK	038	&	070	F	102	f
007	(beep)	BEL	039	'	071	G	103	g
008	◘	BS	040	(	072	H	104	h
009	(tab)	HT	041	)	073	I	105	i
010	(line feed)	LF	042	*	074	J	106	j
011	(home)	VT	043	+	075	K	107	k
012	(form feed)	FF	044	,	076	L	108	l
013	(carriage return)	CR	045	-	077	M	109	m
014	♫	SO	046	.	078	N	110	n
015	☼	SI	047	/	079	O	111	o
016	►	DLE	048	0	080	P	112	p
017	◄	DC1	049	1	081	Q	113	q
018	↕	DC2	050	2	082	R	114	r
019	‼	DC3	051	3	083	S	115	s
020	π	DC4	052	4	084	T	116	t
021	§	NAK	053	5	085	U	117	u
022	▬	SYN	054	6	086	V	118	v
023	↨	ETB	055	7	087	W	119	w
024	↑	CAN	056	8	088	X	120	x
025	↓	EM	057	9	089	Y	121	y
026	→	SUB	058	:	090	Z	122	z
027	←	ESC	059	;	091	[	123	{
028	(cursor right)	FS	060	<	092	\	124	¦
029	(cursor left)	GS	061	=	093	]	125	}
030	(cursor up)	RS	062	>	094	^	126	~
031	(cursor down)	US	063	?	095	_	127	⌂

< 32

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Ejemplo: tabla ASCII (7 bits)

distancia mayúsculas-minúsculas

ASCII value	Character	Control character	ASCII value	Character	ASCII value	Character	ASCII value	Character
000	(null)	NUL	032	(space)	064	@	096	
001	☺	SOH	033	!	065	A	097	a
002	☻	STX	034	"	066	B	098	b
003	♥	ETX	035	#	067	C	099	c
004	♦	EOT	036	$	068	D	100	d
005	♣	ENQ	037	%	069	E	101	e
006	♠	ACK	038	&	070	F	102	f
007	(beep)	BEL	039	'	071	G	103	g
008	◘	BS	040	(	072	H	104	h
009	(tab)	HT	041	)	073	I	105	i
010	(line feed)	LF	042	*	074	J	106	j
011	(home)	VT	043	+	075	K	107	k
012	(form feed)	FF	044	,	076	L	108	l
013	(carriage return)	CR	045	-	077	M	109	m
014	♫	SO	046	.	078	N	110	n
015	☼	SI	047	/	079	O	111	o
016	►	DLE	048	0	080	P	112	p
017	◄	DC1	049	1	081	Q	113	q
018	↕	DC2	050	2	082	R	114	r
019	!!	DC3	051	3	083	S	115	s
020	π	DC4	052	4	084	T	116	t
021	§	NAK	053	5	085	U	117	u
022	▬	SYN	054	6	086	V	118	v
023	↨	ETB	055	7	087	W	119	w
024	↑	CAN	056	8	088	X	120	x
025	↓	EM	057	9	089	Y	121	y
026	→	SUB	058	:	090	Z	122	z
027	←	ESC	059	;	091	[	123	{
028	(cursor right)	FS	060	<	092	\	124	¦
029	(cursor left)	GS	061	=	093	]	125	}
030	(cursor up)	RS	062	>	094	^	126	~
031	(cursor down)	US	063	?	095	_	127	⌂

97-65=32

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Ejemplo: tabla ASCII (7 bits)

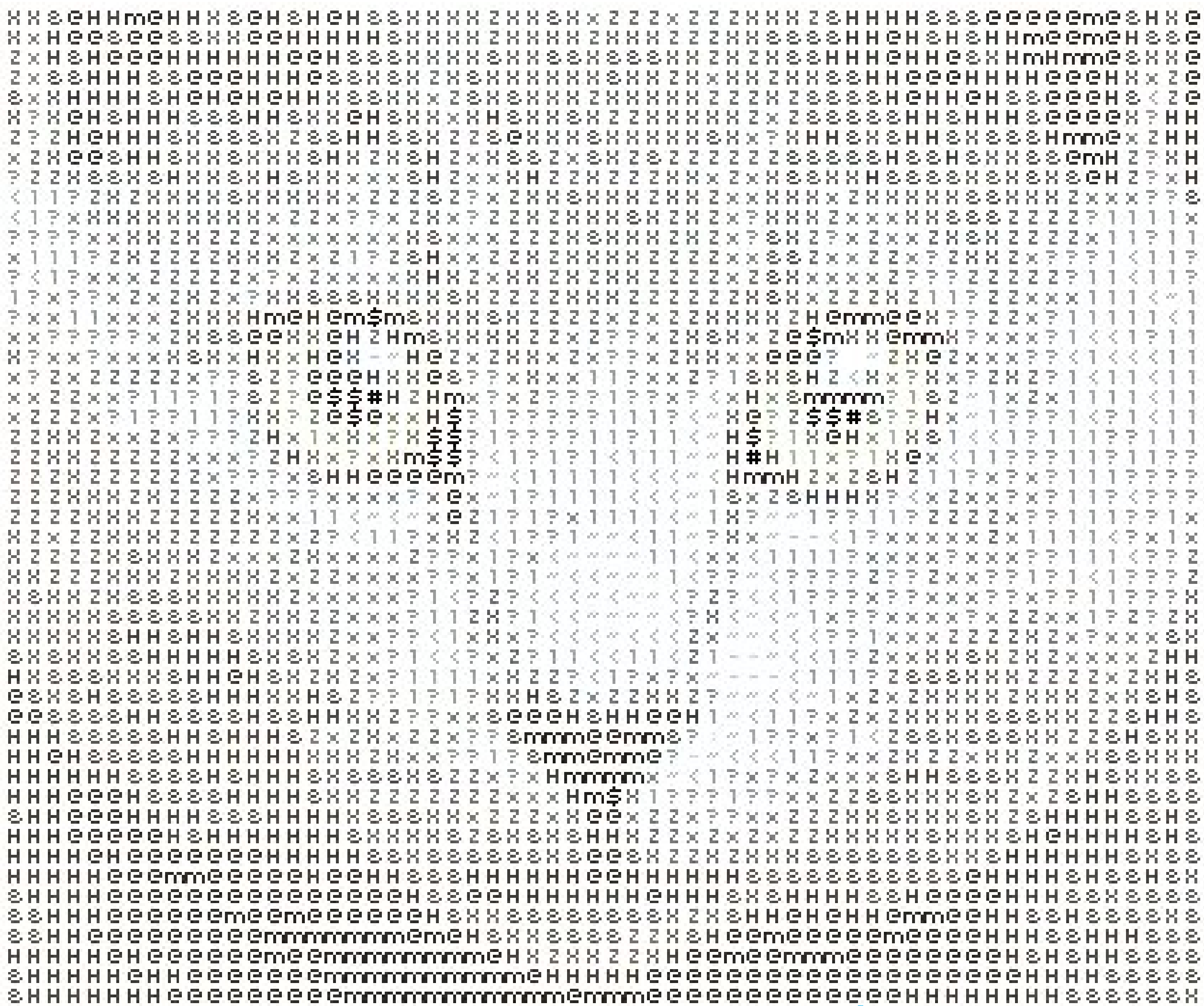
conversión de un número a carácter

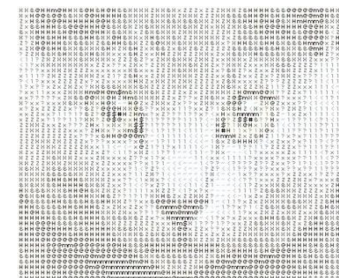
ASCII value	Character	Control character	ASCII value	Character	ASCII value	Character	ASCII value	Character
000	(null)	NUL	032	(space)	064	@	096	
001	☺	SOH	033	!	065	A	097	a
002	☻	STX	034	"	066	B	098	b
003	♥	ETX	035	#	067	C	099	c
004	♦	EOT	036	$	068	D	100	d
005	♣	ENQ	037	%	069	E	101	e
006	♠	ACK	038	&	070	F	102	f
007	(beep)	BEL	039	'	071	G	103	g
008	◘	BS	040	(	072	H	104	h
009	(tab)	HT	041	)	073	I	105	i
010	(line feed)	LF	042	*	074	J	106	j
011	(home)	VT	043	+	075	K	107	k
012	(form feed)	FF	044	,	076	L	108	l
013	(carriage return)	CR	045	-	077	M	109	m
014	♫	SO	046	.	078	N	110	n
015	☼	SI	047	/	079	O	111	o
016	►	DLE	048	0	080	P	112	p
017	◄	DC1	049	1	081	Q	113	q
018	↕	DC2	050	2	082	R	114	r
019	!!	DC3	051	3	083	S	115	s
020	π	DC4	052	4	084	T	116	t
021	§	NAK	053	5	085	U	117	u
022	▬	SYN	054	6	086	V	118	v
023	↨	ETB	055	7	087	W	119	w
024	↑	CAN	056	8	088	X	120	x
025	↓	EM	057	9	089	Y	121	y
026	→	SUB	058	:	090	Z	122	z
027	←	ESC	059	;	091	[	123	{
028	(cursor right)	FS	060	<	092	\	124	¦
029	(cursor left)	GS	061	=	093	]	125	}
030	(cursor up)	RS	062	>	094	^	126	~
031	(cursor down)	US	063	?	095	_	127	⌂

6+48=54

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Curiosidad: Visualización ‘gráfica’ con caracteres





http://www.typorganism.com/asciiomatic/

1000	00110011
1001	01101100
	...
1008	10100011

Cadenas de caracteres

1. Cadenas de longitud fija:

h	o	l	a				
1	2	3	4	5	6	7	8

2. Cadenas de longitud variable con separador:

h	o	l	a	\0			
1	2	3	4	5	6	7	8

3. Cadenas de longitud variable con longitud en cabecera:

4	h	o	l	a			
1	2	3	4	5	6	7	8

Contenidos

1. Introducción
   1. Motivación y objetivos
   2. Sistemas posicionales

2. Representaciones
   1. Alfanuméricas
      1. Caracteres
      2. Cadenas de caracteres
   2. **Numéricas**
      1. **Naturales y enteras**
      2. Coma fija
      3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Representación numérica

- Clasificación de números reales:
  - Naturales: 0, 1, 2, 3, ...
  - Enteros: ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
  - Racionales: fracciones (5/2 = 2,5)
  - Irracionales: $2^{1/2}$, π, e, ...

- Conjuntos infinitos y espacio de representación finito:
  - Imposible representar todos

- Características de la representación usada:
  - Elemento representado:
    Natural, entero, . . .
  - Rango de representación:
    Intervalo entre el menor y mayor nº representable
  - Resolución de representación:
    Diferencia entre un nº representable y el siguiente.
    Representa el máximo error cometido. Puede ser cte. o variable.

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Sistemas de representación binarios más usados

A. Coma fija sin signo o binario puro — naturales

B. Signo magnitud

C. Complemento a uno (Ca 1)

D. Complemento a dos (Ca 2)

E. Exceso $2^{n-1}-1$

— enteros

F. Coma flotante: Estándar IEEE 754 — reales

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Coma fija sin signo o binario puro [naturales]

- Sistema posicional con base 2 y sin parte fraccionaria.

n-1 0

n bits

$$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i$$

- Rango de representación: $[0, 2^n - 1]$
- Resolución: 1 unidad

Ejemplo comparativo (3 bits)

Decimal	Binario Puro
+7	111
+6	110
+5	101
+4	100
+3	011
+2	010
+1	001
+0	000
-0	N.D.
-1	N.D.
-2	N.D.
-3	N.D.
-4	N.D.
-5	N.D.
-6	N.D.
-7	N.D.

Coma fija con signo o signo magnitud [enteros]

- Se reserva un bit (S) para el signo ($0 \Rightarrow +$; $1 \Rightarrow -$)

n-1	n-2 … 0
S	Magnitud (n-1 bits)

Si $x_{n-1} = 0$ $\quad V(X) = \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$

Si $x_{n-1} = 1$ $\quad V(X) = -\sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$

$$\Rightarrow V(X) = (1 - 2 \cdot x_{n-1}) \cdot \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$$

- Rango de representación: $[-2^{n-1}+1,\ 2^{n-1}-1]$
- Resolución: 1 unidad
- Ambigüedad del 0

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Ejemplo comparativo (3 bits)

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud
+7	111	N.D.
+6	110	N.D.
+5	101	N.D.
+4	100	N.D.
+3	011	011
+2	010	010
+1	001	001
+0	000	000
-0	N.D.	100
-1	N.D.	101
-2	N.D.	110
-3	N.D.	111
-4	N.D.	N.D.
-5	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.

Ejemplo

- ¿Se puede representar 745_{10} en signo magnitude con 10 bits?

Ejemplo (solución)

- ¿Se puede representar 745_{10} en signo magnitude con 10 bits?

- Con 10 bits el rango en signo magnitude es: $[-2^9+1, \ldots, -0, +0, \ldots, 2^9-1] \Rightarrow [-511, 511]$ y por tanto, **no podemos representar** 745

Complemento a uno (a la base menos uno) [enteros] (1/3)

- **Número positivo**:
  se representa en binario puro con n-1 bits

n-1	n-2 ... 0
0	Magnitud (n-1 bits)

$$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i = \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$$

- Rango de representación (+): $[0, 2^{n-1} - 1]$
- Resolución: 1 unidad

Complemento a uno (a la base menos uno) [enteros] (2/3)

- **Número negativo**:
  - Se complementa a la base menos uno
  - El número X < 0 se representa como $2^n - X - 1$ con n bits

n-1	n-2 0
1	C a 1 de la Magnitud (n-1 bits)

$$V(X) = -2^n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot y_i + 1$$

- Rango de representación (-): $[-(2^{n-1}-1), -0]$
- Resolución: 1 unidad

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Complemento a uno (a la base menos uno) [enteros] (3/3)

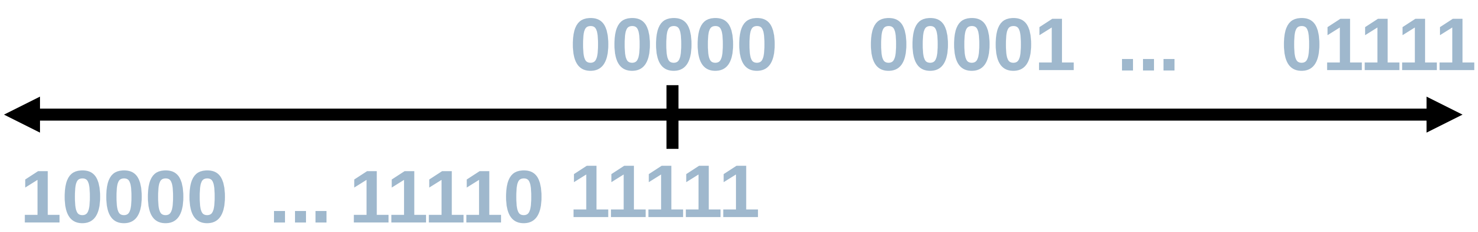
Truco: C a 1 (X) = X
C a 1 (-X) = cambiar los 1 por 0 y los 0 por 1

- Ejemplo: Para n=4 $\Rightarrow$ el valor $+3_{10} = 0011_2$
- Ejemplo: Para n=4 $\Rightarrow$ el valor $-3_{10} = 1100_2$
  - \- $\Rightarrow$ 1 (bit signo y también parte de magnitud)
  - C a 1(3) $\Rightarrow 2^4 - 0011_2 - 1 = 2^4 - 3 - 1 = 12 \Rightarrow 1100_2$

- Rango de representación: $[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$
- Resolución: 1 unidad
- El 0 tiene doble representación (+0 y -0)
- Rango simétrico

Complemento a uno

- Los números positivos tienen un 0 en el bit más signficativo



- Los números negativos tienen un 1 en el bit más significativo

Ejemplo comparativo (3 bits)

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno
+7	111	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.
+3	011	011	011
+2	010	010	010
+1	001	001	001
+0	000	000	000
-0	N.D.	100	111
-1	N.D.	101	110
-2	N.D.	110	101
-3	N.D.	111	100
-4	N.D.	N.D.	N.D.
-5	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.

Ejemplo

Para n = 5 bits y usando complemento a uno:

- ¿Cómo se representa X = 5?
- ¿Cómo se representa X = -5?
- ¿Cuál es el valor de 00111 en complemento a 1?
- ¿Cuál es el valor de 11000 en complemento a 1?

Ejemplo (solución)

Para n = 5 bits y usando complemento a uno:

- ¿Cómo se representa X = 5?
  - Como es positivo, en binario puro
    - 00101
- ¿Cómo se representa X = -5?
  - Como es negativo, se complementa el valor 5 (00101)
    - 11010
- ¿Cuál es el valor de 00111 en complemento a 1?
  - Como es positivo, su valor es directamente 7
- ¿Cuál es el valor de 11000 en complemento a 1?
  - Como es negativo, se complementa y se obtiene 00111 (7)
    - El valor es -7

Complemento a dos (complemento a la base) [enteros] (1/3)

- **Número positivo**:
  se representa en binario puro con n-1 bits

n-1	n-2 0
0	Magnitud (n-1 bits)

$$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i = \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$$

- Rango de representación (+): $[0, 2^{n-1} - 1]$
- Resolución: 1 unidad

Complemento a dos (complemento a la base) [enteros] (2/3)

- **Número negativo**:
  - Se complementa a la base
  - El número X< 0 se representa como $2^n - X$ con n bits

n-1	n-2 0
1	C a 2 de la Magnitud (n-1 bits)

$$V(X) = -2^n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot y_i$$

- Rango de representación (-): $[-2^{n-1}, -1]$
- Resolución: 1 unidad

Complemento a dos (complemento a la base) [enteros] (3/3)

Truco: C a 2 (X) = X
C a 2 (-X) = C a 1 (X) + 1

- Ejemplo: Para n=4 $\Rightarrow$ + 3 = 0011_2
- Ejemplo: Para n=4 $\Rightarrow$ -3 = 1101_2
  - 1 $\Rightarrow$ - (bit signo y también parte de magnitud)
  - C a 2 (3) = C a 2(0011_2) = $2^4 - 3 = 13 \Rightarrow 1101_2$

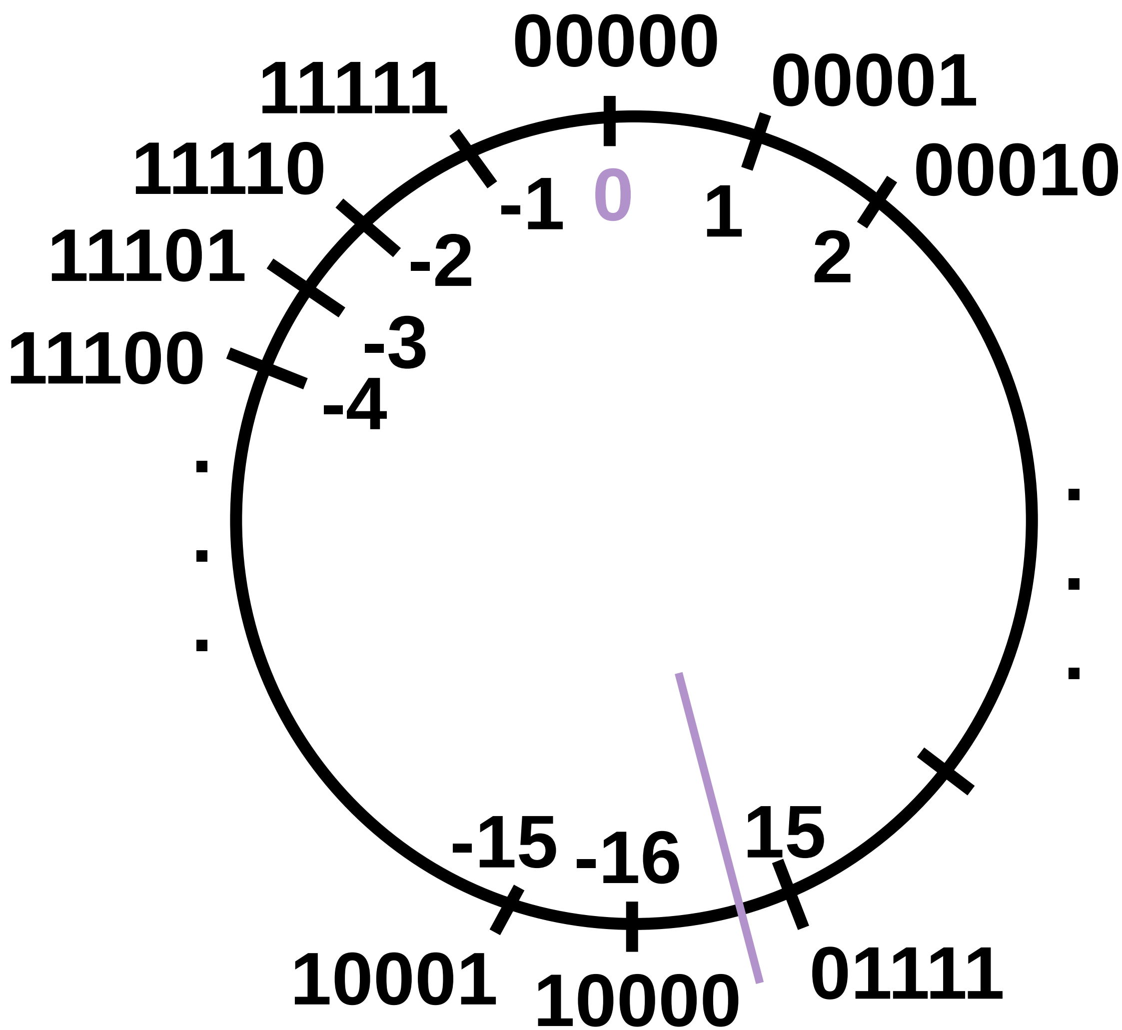
- Rango de representación: $[-2^{n-1}, 2^{n-1}-1]$
- Resolución: 1 unidad
- El 0 tiene una única representación (No $\exists$ -0)
- Rango asimétrico

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Ejemplo comparativo (3 bits)

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno	Complemento a dos
+7	111	N.D.	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.	N.D.
+3	011	011	011	011
+2	010	010	010	010
+1	001	001	001	001
+0	000	000	000	000
-0	N.D.	100	111	N.D.
-1	N.D.	101	110	111
-2	N.D.	110	101	110
-3	N.D.	111	100	101
-4	N.D.	N.D.	N.D.	100
-5	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.

Complemento a dos



2^{N-1}	no negativos
2^{N-1}	negativos
1	cero

Complemento a dos para 32 bits

$0000 \ldots 0000\ 0000\ 0000\ 0000_{dos} = 0_{(10}$
$0000 \ldots 0000\ 0000\ 0000\ 0001_{dos} = 1_{(10}$
$0000 \ldots 0000\ 0000\ 0000\ 0010_{dos} = 2_{(10}$
. . .
$0111 \ldots 1111\ 1111\ 1111\ 1101_{dos} = 2{,}147{,}483{,}645_{(10}$
$0111 \ldots 1111\ 1111\ 1111\ 1110_{dos} = 2{,}147{,}483{,}646_{(10}$
$0111 \ldots 1111\ 1111\ 1111\ 1111_{dos} = 2{,}147{,}483{,}647_{(10}$

$1000 \ldots 0000\ 0000\ 0000\ 0000_{dos} = -2{,}147{,}483{,}648_{(10}$
$1000 \ldots 0000\ 0000\ 0000\ 0001_{dos} = -2{,}147{,}483{,}647_{(10}$
$1000 \ldots 0000\ 0000\ 0000\ 0010_{dos} = -2{,}147{,}483{,}646_{(10}$
. . .
$1111 \ldots 1111\ 1111\ 1111\ 1101_{dos} = -3_{(10}$
$1111 \ldots 1111\ 1111\ 1111\ 1110_{dos} = -2_{(10}$
$1111 \ldots 1111\ 1111\ 1111\ 1111_{dos} = -1_{(10}$

Representación en Exceso $2^{n-1}-1$ [enteros]

- El valor X con n bits se reprsenta como $X + 2^{n-1}-1$
- Se denomina sesgo a la cantidad $2^{n-1}-1$

n-1 ... 0

n bits

$$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i - (2^{n-1} - 1)$$

- Rango de representación: $[-(2^{n-1}-1), 2^{n-1}]$
- Resolución: 1 unidad
- No existe ambigüedad con el 0

Ejemplo comparativo (3 bits)

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno	Complemento a dos	Exceso 3
+7	111	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.	N.D.	111
+3	011	011	011	011	110
+2	010	010	010	010	101
+1	001	001	001	001	100
+0	000	000	000	000	011
-0	N.D.	100	111	N.D.	N.D.
-1	N.D.	101	110	111	010
-2	N.D.	110	101	110	001
-3	N.D.	111	100	101	000
-4	N.D.	N.D.	N.D.	100	N.D.
-5	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Representaciones
resumen

Nombre	Binario puro	Signo-magnitud	Ca1	Ca2	Exceso 2^{n-1}-1
Representa	Natural	Entero	Entero	Entero	Entero
Signo	Todos los bits son magnitud, no hay signo	MSB es el signo (0 ⇒ + y 1 ⇒ -)	MSB es signo **y magnitud** (0 ⇒ + y 1 ⇒ -)	MSB es signo **y magnitud** (0 ⇒ + y 1 ⇒ -)	
Rango	$[0, 2^n - 1]$	$[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$	$[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$	$[-2^{n-1}, 2^{n-1}-1]$	$[-(2^{n-1}-1), 2^{n-1}]$
Resolución	1 unidad	1 unidad	1 unidad	1 unidad	1 unidad
Inconveniente	No negativos	+0 y -0	+0 y -0	Rango asimétrico	Rango asimétrico
Ventaja		Rango simétrico	Rango simétrico	(No ∃ -0)	(No ∃ -0)
Truco		Quitar primer bit y con el resto es igual que binario	+: = binario -: cambiar 1 por 0 y 0 por 1	+: = binario -: Ca1 + 1	Restar siempre el sesgo (2^{n-1}-1)
Valor		$V(X) = (1 - 2 \cdot x_{n-1}) \cdot \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$	+: $V(X) = \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$ -: $V(X) = -2^n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot X_i + 1$	+: $V(X) = \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$ -: $V(X) = -2^n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot X_i$	$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i - (2^{n-1} - 1)$

Ejemplo comparativo (3 bits)

resumen

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno	Complemento a dos	Exceso 3
+7	111	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.	N.D.	111
+3	011	011	011	011	110
+2	010	010	010	010	101
+1	001	001	001	001	100
+0	000	000	000	000	011
-0	N.D.	100	111	N.D.	N.D.
-1	N.D.	101	110	111	010
-2	N.D.	110	101	110	001
-3	N.D.	111	100	101	000
-4	N.D.	N.D.	N.D.	100	N.D.
-5	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Ejercicio

Indique la representación de los siguientes números, razonando brevemente su respuesta:

1. **-32** en complemento a uno con **6 bits**
2. **-32** en complemento a dos con **6 bits**
3. **-10** en signo magnitud con **5 bits**
4. **+14** en complemento a dos con **5 bits**

Ejercicio (solución)

1. Con 6 bits **no es representable** en C1:
   $[-2^{6-1}+1, \ldots, -0, +0, \ldots\ 2^{6-1}-1]$

2. C1 + 1 -> **100000**

3. Signo=1, magnitud=1010 -> **11010**

4. Positivo -> C1=C2=SM -> **01110**

Contenidos

1. Introducción
   1. Motivación y objetivos
   2. Sistemas posicionales

2. Representaciones
   1. Alfanuméricas
      1. Caracteres
      2. Cadenas de caracteres
   2. **Numéricas**
      1. **Naturales y enteras**
         1. **Operaciones aritméticas**
      2. Coma fija
      3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Comparación de aritmética en BP, C1 y C2

	Binario puro	Complemento a 1	Complemento a 2
Suma	10110 01100 ---------- 100010	igual que B.P.	igual que B.P.
Resta	10110 01100 ---------- 01010	sumar y si hay Cn-1 entonces sumar Cn-1 al total	sumar y si hay Cn-1 entonces descartarlo

En hardware, es más fácil operar con complemento

Comparación de aritmética en BP, C1 y C2

por qué sumar el acarreo en Ca1

	Binari…		…a 2
Suma			
Resta	10110 01100 ---------- 01010	sumar y si hay Cn-1 entonces sumar Cn-1 al total	sumar y si hay Cn-1 entonces descartarlo

- $-X$ se representa como $2^n - X - 1$
- $-Y$ se representa como $2^n - Y - 1$
- $-(X + Y)$ se representa como $2^n - (X+Y) - 1$

- $-(X + Y)$ operando resulta $2^n + 2^n - (X + Y) - 2$ $\boxed{+1}$

Corrección de resultado sumando el acarreo…

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Comparación de aritmética en BP, C1 y C2

por qué descartar el acarreo en Ca2

	Binari		a 2
Suma			
Resta	10110 01100 ---------- 01010	sumar y si hay Cn-1 entonces sumar Cn-1 al total	sumar y si hay Cn-1 entonces descartarlo

- -X se representa como $2^n - X$
- -Y se representa como $2^n - Y$
- -(X + Y) se representa como $2^n - (X+Y)$

- -(X + Y) operando resulta $2^n + 2^n - (X + Y)$

Corrección de resultado descartando el acarreo…

Comparación de aritmética en BP, C1 y C2

	Binario puro	Complemento a 1	Complemento a 2
Detectar desbordamiento	El resultado necesita 1 bit más Hay Cn	Suma de + + es –, Suma de – – es + Cn <> Cn-1	Suma de + + es –, Suma de – – es + Cn <> Cn-1
Extensión de signo	0…0 10110	1…1 10110 0…0 00110	1…1 10110 0…0 00110
…	…	…	…

Félix García-Carballeira, Alejandro Calderón Mateos

Extensión de signo en complemento a dos

- ¿Cómo pasar de n bits a m bits, siendo n < m?

- Ejemplo:
  - n = 4, m = 8
  - Si X = 0110 con 4 bits ⇒ X = 00000110 con 8 bits
  - Si X = 1011 con 4 bits ⇒ X = 11111011 con 8 bits

Ejercicio

- Usando 5 bits para representarlo, haga las siguientes sumas en complemento a uno:
  a) 4 +12
  b) 4 -12
  c) -4 -12

Ejercicio (Solución Ca1 con 5 bits)

a) 4 +12

```
 00100
 01100
 --------
 10000
```
10000 ⇒ se obtiene un negativo ⇒ -15 ⇒ overflow

b) 4 - 12

```
 00100
 10011
 --------
 10111
```
10111 ⇒ -8

c) -4 - 12

```
  11011
  10011
  --------
 101110
```
101110 ⇒ negativo con 6 bits ⇒ overflow

Grupo ARCOS

uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Tema 2 (1/2)
Representación de la información

Estructura de Computadores

Grado en Ingeniería Informática