ECT 2 25/11/2024

Exercice 1. Un professeur interroge ses élèves en posant une liste de vingt questions. Pour chaque question, il y a trois réponses possibles, une seule étant la bonne réponse. L'élève A répond au questionnaire. On suppose que :

- L'élève A ne connaît que 60% de son cours. C'est-à-dire que pour chaque question la probabilité qu'il connaisse la réponse est $\frac{60}{100}$.
- Lorsqu'il ne connaît pas une réponse à une question, il répond au hasard.
- Les questions posées sont mutuellement indépendantes.

On considère les événements :

- ullet R: « l'élève A connaît la réponse à la première question. »
- J : « l'élève A répond juste à la première question. »
- 1. Montrer en utilisant la formule des probabilités totales que $\mathbf{P}(J) = \frac{11}{15}$.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de réponses exactes données par l'élève A aux vingt questions.

- **2.** Reconnaître la loi de X. On donnera les valeurs prises par X et pour chacune de ces valeurs k la valeur de $\mathbf{P}(X=k)$.
- **3.** Donner $\mathbf{E}[X]$ et $\mathbf{V}(X)$, l'espérance et la variance de X.
- **4.** Pour sanctionner les choix faits au hasard, le professeur décide d'accorder un point par réponse exacte et retirer deux points par réponse fausse.

Soit N la variable aléatoire égale à la note obtenue par l'élève A.

- a) Justifier l'égalité N = 3X 40.
- **b)** En déduire l'espérance de N ainsi que sa variance.

L'élève B répond lui aussi au questionnaire. On suppose que comme l'élève A, il ne connaît que 60% de son cours. Mais il choisit de ne répondre qu'aux questions dont il connaît la réponse.

- 5. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de bonnes réponses de l'élève B.
 - a) Déterminer la loi de Y.
 - **b)** En déduire la note que l'élève B obtient en moyenne.
- c) En moyenne, entre l'élève A et l'élève B quelle est la meilleure stratégie pour obtenir une bonne note?