STANISLAS Colles

# Colle n° 17

PSI

Réduction des endomorphismes

2021-2022

31/01/2022 - 05/02/2022

Diagonalisation.

## I. Valeurs propres, Vecteurs propres

## I.1 Spectre

Droite stable, Valeur / Vecteur propre, Spectre.

Diagonalisation & Base de vep.

En dim. finie, inversibilité de  $\lambda \operatorname{Id}_E - f$ .

### I.2 Polynôme caractéristique

Polynôme caractéristique (unitaire), degré, coefficient constant, coefficient d'ordre n-1.

Polynôme caractéristique & Spectre.

Ordre de multiplicité.

Endomorphisme induit & Divisibilité des polynômes caractéristiques.

### I.3 Sous-espaces propres

Dimension & Ordre de multiplicité.

vap deux à deux distinctes & Sommes directes.

## II. Caractérisation des endomorphismes diagonalisables

#### II.1 Caractérisation

Diagonalisabilité & Somme directe des sous-espaces propres

& Sommes des dimensions des sous-espaces propres

& Polynôme caractéristique.

Condition suffisante sur polynôme caractéristique scindé à racines simples.

## II.2 Diagonalisation & Polynômes annulateurs

Polynôme annulateur & Valeurs propres.

Théorème de Cayley-Hamilton

Diagonalisation & Polynôme annulateur scindé à racines simples.

### III. Trigonalisation

Trigonalisable.

Caractérisation avec le polynôme caractéristique.

Cas de  $\mathbb{C}$ .

Programme à venir (07/02/2022 - 12/02/2022):

Réduction des endomorphismes