

Variables aléatoires à densité

Fonction de répartition F de X ?

densité f de X connue

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

f est définie par morceaux :
Chasles pour calculer
l'intégrale selon les morceaux

$X = g(Y)$
 F_Y connue
 $F(x) = \mathbf{P}(g(Y) \leq x)$

Inverser la relation :
 $[g(Y) \leq x] \rightsquigarrow [Y \leq \dots]$
 F_Y définie par morceaux :
distinguer les cas

$\mathbf{E}[X] = ?$, $\mathbf{V}(X) = ?$

X loi usuelle

$X \hookrightarrow \mathcal{U}([a, b]) : \mathbf{E}[X] = \frac{a+b}{2}, \mathbf{V}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$
 $X \hookrightarrow \mathcal{E}(\lambda) : \mathbf{E}[X] = \frac{1}{\lambda}, \mathbf{V}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
 $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2) : \mathbf{E}[X] = m, \mathbf{V}(X) = \sigma^2$

X de densité f connue

$$\mathbf{E}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t) dt \text{ (si converge)}$$

$$\mathbf{V}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t) dt - \mathbf{E}[X]^2$$

si $\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t) dt$ converge

$X = Y + Z$
 $\mathbf{E}[Y]$ et $\mathbf{E}[Z]$ connues

$$\mathbf{E}[X] = \mathbf{E}[Y] + \mathbf{E}[Z]$$

SI Y et Z sont indépendantes
 $\mathbf{V}(X) = \mathbf{V}(Y) + \mathbf{V}(Z)$