



Exercice 1. On dispose d'un dé cubique classique équilibré et d'une pièce équilibrée. On lance le dé et on observe le résultat :

- si celui-ci est un 6, on lance la pièce deux fois.
- dans tous les autres cas, on lance la pièce une seule fois.

On note X la variable aléatoire égale au résultat du dé.

On note Y la variable aléatoire égale au nombre de Piles apparus au cours de cette expérience.

1. a) Justifier que X suit une loi uniforme que l'on précisera en détail.

b) Donner l'espérance $\mathbf{E}[X]$ et la variance $\mathbf{V}(X)$.

2. Montrer que $\mathbf{P}([Y = 2]) = \mathbf{P}([Y = 2] \cap [X = 6]) = \frac{1}{24}$.

3. a) Montrer que pour $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\mathbf{P}_{[X=k]}([Y = 0]) = \frac{1}{2}$.

b) Que vaut $\mathbf{P}_{[X=6]}([Y = 0])$? En déduire en utilisant la formule des probabilités totales que $\mathbf{P}([Y = 0]) = \frac{11}{24}$.

c) Donner finalement la loi de la variable Y et calculer son espérance.

4. a) Recopier et compléter les cases du tableau suivant afin qu'il fournisse la loi du couple (X, Y) (Aucune justification supplémentaire n'est demandée).

$\begin{array}{c} X \\ \backslash Y \end{array}$	1	2	3	4	5	6
0						
1						
2						

b) Calculer alors la covariance de X et Y .