STANISLAS Colles

Colle n° 11

PSI

Variables aléatoires discrètes

2021-2022

13/12/2021 - 18/12/2021

Reprise du programme précédent. Mesures de probabilités.

I. Variables aléatoires

I.1 Loi d'une variable aléatoire

Variable aléatoire discrète, Loi.

I.2 Exemples

Lois uniforme, de Bernoulli, binomiale (nombre de succès). Loi géométrique (instant de premier succès), Absence de mémoire. Loi de Poisson, Approximation par une loi binomiale.

I.3 Fonctions de répartition d'une variable aléatoire réelle

Fonction de répartition, Monotonie, Limites en $-\infty$ et $+\infty$.

II. Loi conjointe, Indépendance

II.1 Loi conjointe

Loi conjointe, Marginales. Loi conditionnelle.

II.2 Indépendance

Indépendance.

Indépendance mutuelle.

III. Moments d'une variable aléatoire réelle

III.1 Espérance

Espérance.

Si $X(\Omega) \subset \mathbb{N}$, expression en fonction de $\mathbb{P}(X \ge n)$.

Probabilité & Espérance.

Théorème de transfert.

Inégalité de Markov.

Espérance & Indépendance.

III.2 Variance

Moment, Variance, Écart-type. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

III.3 Lois conjointes

Inégalité de Cauchy-Schwarz. Covariance.

III.4 Somme de variables aléatoires

Variance d'une somme de v.a., puis variance d'une somme de v.a. indépendantes.

Loi faible des grands nombres.

Programme à venir (20/12/2021 - 25/12/2021):

Variables aléatoires.

12