

Circuits eulériens

Parcourir un graphe de manière économique



CM2

$3 \times 45'$ +

Prérequis

- * Matériel : plots et foulards pour la partie cours, impression des graphes pour la partie en classe (et éventuellement planche à clous).

Apports

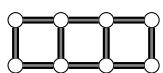
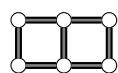
- * Expérimentation et recherche.
- * Travail d'abstraction.

Déroulement

1. Dans la **cour de récréation**, installation de plots avec des bandes entre chacun des plots. Deux règles du jeu :
 - * toujours aller d'un plot à un autre s'il y a une bande entre les deux plots,
 - * ramasser la bande si on passe dessus.L'objectif est d'essayer de ramasser toutes les bandes.



On pourra essayer les graphes suivants :



2. Mise en commun des expérimentations :

- * Parfois un parcours est possible, parfois il ne l'est pas.
- * Parfois on peut réaliser un tel parcours en démarrant de n'importe lequel des plots, parfois cela ne fonctionne qu'avec 2 plots en particulier.
- * Les symétries des figures permettent de ne pas tout tester.

3. Exposé sur Leonhard Euler :

- * le situer dans le temps, dans l'espace et dans un réseau de scientifiques.
- * présenter le problème des ponts de Konigsberg et faire le lien avec l'expérimentation dans la cour : ramasser la bande assure qu'on est passé entre les deux plots, puis qu'on n'y repassera pas 2 fois puisque la bande a été enlevée.
- * présentation de la notion de graphe.

4. Expérimentation

avec des planches à clous. On travaille en îlots et on colorie en même temps la fiche élève. En l'absence de planches à clous, on peut tracer des chemins avec un crayon et gommer les tentatives infructueuses !



5. Mise en commun

des réflexions :

- * quand il y a des symétries, exploitation des symétries,
- * en suivant la feuille, rechercher la caractérisation pour déterminer l'existence d'un circuit eulérien, puis d'un chemin eulérien,
- * on constate **éventuellement** qu'on ne parvient à justifier qu'une seule implication : si un chemin / circuit existe, alors il est nécessaire que les nombre d'arêtes soient... Montrer la réciproque est plus difficile, mais il suffit d'exhiber un tel chemin / circuit pour prouver son existence.

6. Jeu

de construction de graphes à présenter à ses camarades de classe !

Références

- * IREM de Grenoble : <https://iso.gricad-pages.univ-grenoble-alpes.fr/ISO/>