

Análisis de Datos Masivos para el Negocio

---

# Tema 4. Series temporales

# Índice

## Esquema

### Ideas clave

4.1. Introducción y objetivos

4.2. ¿Qué es una serie temporal?

4.3. Métodos de análisis y predicción de series temporales

4.4. Referencias bibliográficas

### A fondo

Timecop: Érase una vez las series temporales

Econometrics Beat: Dave Giles' Blog

### Test

SERIES TEMPORALES	
<ul style="list-style-type: none"><li>- Una serie temporal, no es más que una sucesión de observaciones a lo largo del tiempo, espaciadas en distintos momentos.</li><li>- Las series temporales se aplican no solo al ámbito de la economía, sino también a medicina, astronomía, meteorología, demografía.</li><li>- Tienen como objetivo, <i>predecir, describir o aceptar/rechazar</i> teorías.</li></ul>	
CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DE UNA SERIE TEMPORAL	COMPONENTES DE UNA SERIE TEMPORAL
La modelización y tratamiento de una serie temporal puede ser muy distinta en función de distintos aspectos.	Básicamente, una serie temporal está compuesta por cuatro componentes, ciclo $C_t$ , tendencia $T_t$ , componente estacional $E_t$ , y componente irregular $I_t$ .
<ul style="list-style-type: none"><li>- Naturaleza de las observaciones. Las series pueden ser continuas o discretas. En las primeras, las observaciones son recogidas a lo largo del tiempo, mientras que una serie temporal discreta, solo se recogen en determinados momentos de tiempo.</li><li>- Periodicidad de los datos y ámbito temporal. Las series temporales pueden presentar observaciones de distinta frecuencia o periodicidad, diarias, mensuales, trimestrales.</li><li>- Existencia de comportamientos aleatorios. Si no existieran comportamientos aleatorios, las predicciones serían exactas, mientras que la existencia de estos hace que se necesarió el uso de métodos probabilísticos.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Ciclo. Describe el comportamiento a corto plazo de la serie</li><li>- Tendencia. Refleja el comportamiento a largo plazo de la serie.</li><li>- Componente estacional. Comportamientos que se repiten en determinados momentos del tiempo.</li><li>- Componente irregular. Recoge toda la información que no capturan los restantes componentes</li></ul>
ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE UNA SERIE TEMPORAL	MÉTODOS PARA LA EXTRACCIÓN DE COMPONENTES
Un análisis estadístico descriptivo básico puede mostrar información muy valiosa previa a cualquier transformación o análisis de la serie temporal. Los estadísticos descriptivos más utilizados son principalmente la media, desviación típica y el coeficiente de variación.	Existen multitud de métodos para la extracción de los componentes de la serie temporal, destacando los filtros X11 o X12 para la extracción del componente estacional, el filtro Hodrick-Prescott o las medias móviles, para obtener el ciclo y la tendencia. O el programa Tramo-Seat para la obtención de todos los componentes.
	TRATAMIENTO INICIAL DE UNA SERIE TEMPORAL
	Las series temporales pueden distinguirse en dos tipos, las estacionarias y las no estacionarias. Las primeras presentan una media y varianza constante y finita a lo largo del tiempo y su predicción es muy sencilla. En cambio, las segundas tienen una media variante en el tiempo y una varianza infinitiva. Su predicción requiere de procedimientos más sofisticados.

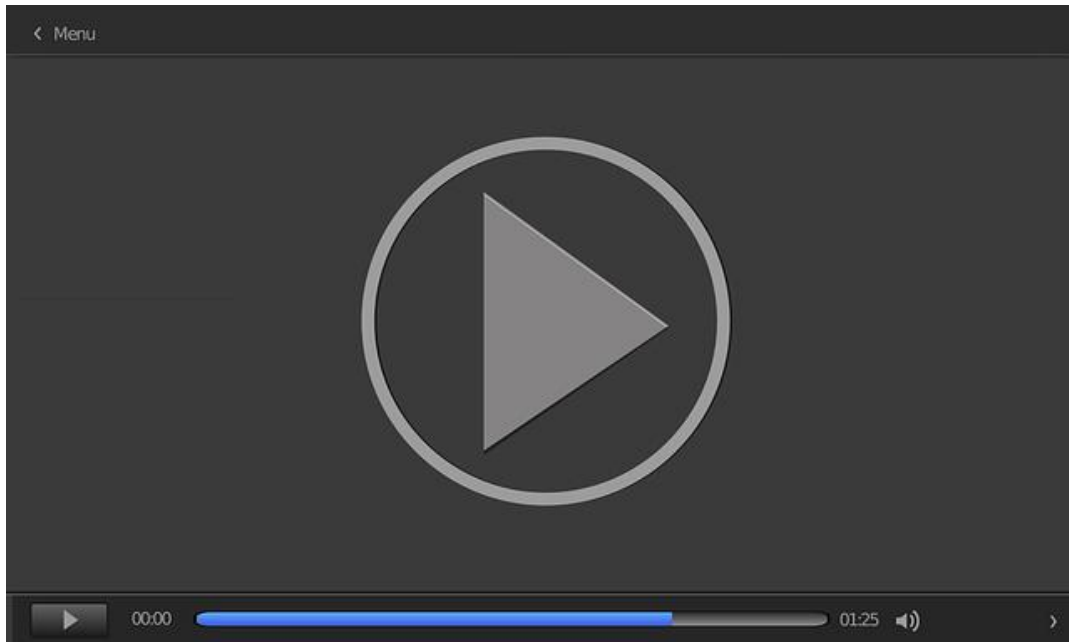
## 4.1. Introducción y objetivos

Cuando el gerente de una empresa desea conocer el estado de determinadas cuestiones de la compañía, en multitud de ocasiones los datos que obtiene cuentan con una dimensión temporal, es decir, es una información periódica equidistante en el tiempo. Por ejemplo, las ventas diarias de un determinado producto conforman una serie temporal, dado que es un dato que se observa con frecuencia diaria.

El tratamiento de una serie temporal puede aportarnos información muy valiosa para el análisis y toma de decisiones de la empresa, por lo que, con los conocimientos adquiridos en este tema, el alumno será capaz de:

- ▶ Descomponer una serie temporal en función a los elementos que la componen.
- ▶ Analizar y predecir valores futuros de una serie temporal.

Vídeo *Series temporales*.



---

Accede al vídeo:

<https://unir.cloud.panopto.eu/Panopto/Pages/Embed.aspx?id=67138ac2-a0ee-4a77-8909-b15d00aa2658>

---

## 4.2. ¿Qué es una serie temporal?

Una serie temporal, no es más que una sucesión de observaciones a lo largo del tiempo, espaciadas en distintos momentos.

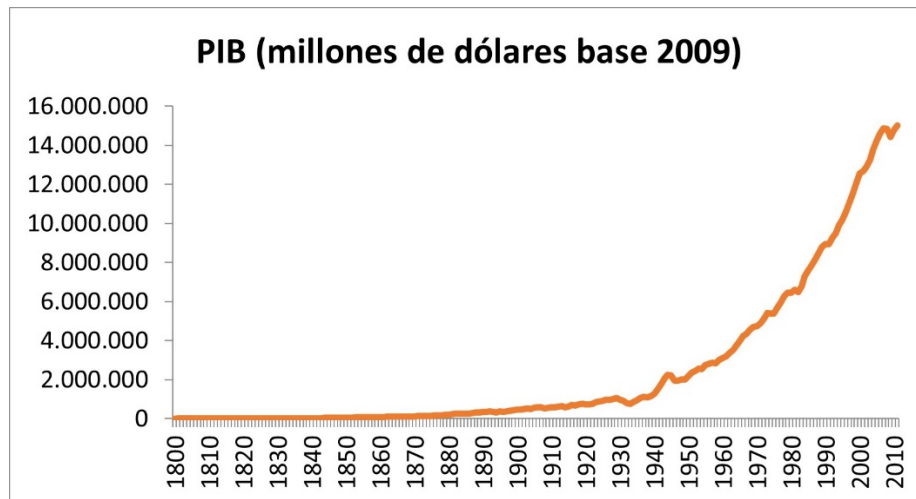


Figura 1. Evolución PIB EEUU.

Las series temporales se aplican no solo al ámbito de la economía, sino también a medicina, astronomía, meteorología, demografía, etc.

- ¿Qué objetivo tiene su estudio?

Pensamos en el gerente de una empresa que se encuentra desarrollando el diseño del plan estratégico, y, entre múltiples cuestiones desearía saber las ventas futuras de la empresa. Este dato, por supuesto, si bien desconocido sí es posible intentar estimarlo/predecirlo a través no solo de otras variables tales como precio del producto, de los competidores, evolución de la propia economía o gasto en publicidad entre otras variables, sino que también tendrá en cuenta la propia evolución histórica de dichas ventas, en otras palabras, estará interesado en el estudio de la serie temporal de las ventas de dicho producto, es decir, el conocimiento del pasado puede servir para predecir el futuro. Por otro lado, para

dicho plan estratégico tendrá que relacionar las ventas históricas con otras variables como las ya enumeradas u otras como número de trabajadores, precio de la materia prima, coste del capital, etc. Resumiendo, las series temporales **sirven tanto para predecir, como fuente de información para la toma de decisiones como herramienta para el análisis.**

Por tanto, el tratamiento de una serie temporal puede aportarnos información muy valiosa para el análisis y toma de decisiones de la empresa. No obstante, debemos de tener en cuenta que la modelización y tratamiento de una serie temporal puede ser muy distinta en función de distintos aspectos:

- ▶ **Existencia de comportamientos aleatorios.** Básicamente la diferencia radica en la existencia de comportamientos aleatorios dentro de la serie temporal, distinguiendo entre variables **estocásticas y determinísticas**. En una **serie temporal determinística**, los valores se pueden predecir exactamente, mientras en una **serie temporal estocástica**, se tiene que hacer uso de funciones de probabilidad condicionadas a valores pasados, por lo que la predicción está sujeta a comportamientos aleatorios, y por tanto a la existencia de errores en la predicción. Pueden existir series temporales mixtas con características aleatorias y estocásticas.
- ▶ **Naturaleza de las observaciones.** Las series pueden ser **continuas o discretas**. Una **serie temporal continua** se caracteriza porque las observaciones son recogidas a lo largo del tiempo, mientras que una **serie temporal discreta**, las observaciones solo se recogen en determinados momentos de tiempo, y, de forma general con una misma distancia temporal entre cada momento.
- ▶ **Periodicidad de los datos y ámbito temporal.** Las series temporales pueden presentar observaciones de distinta frecuencia o periodicidad, diarias, mensuales, trimestrales, etc. o dichas observaciones pueden tener rangos distintos, como, por ejemplo, poseer datos anuales durante un siglo, cotizaciones bursátiles diarias durante un año, etc.

Las series temporales también pueden diferenciarse en **función de cómo se relacionan con el tiempo**, dividiéndose en variables **flujo** y variables **stock**, las primeras son aquellas cuya cantidad se mide por unidad o período determinado de tiempo; por ejemplo, las ventas de una empresa en un trimestre, el PIB, la inflación, etc., mientras que las segundas, se miden en un determinado momento de tiempo, es decir, reflejan la situación en una fecha concreta, carecen, por tanto de dimensión temporal.

### 4.3. Métodos de análisis y predicción de series temporales

Antes de pasara a analizar los distintos métodos de análisis y predicción de series temporales, es importante señalar cuáles son los componentes de una serie temporal, ciclo  $C_t$ , tendencia  $T_t$ , componente estacional  $E_t$ , y componente irregular  $I_t$ . Por tanto, una serie temporal  $Y_t$  no es más que una función de estos cuatro componentes.

$$Y_t = f(C_t, T_t, E_t, I_t)$$

Pasemos a estudiarlos de forma detallada:

- ▶ **Ciclo.** De forma común se le relaciona con el comportamiento a corto plazo de la serie temporal. Son los movimientos que se repiten de forma continua dentro de un determinado período de tiempo
- ▶ **Tendencia.** Se considera que refleja el comportamiento a largo plazo de la serie. Es la «dirección» de la serie temporal, si es creciente, decreciente o estable.
- ▶ **Componente estacional.** Algunas series presentan patrones o comportamientos que se repiten de forma continua en un determinado período de tiempo. Pensemos en las ventas de una empresa dedicada a la venta de turrónes, si observáramos la serie de ventas mensuales de dicha empresa, se observaría, con casi toda seguridad que, en los últimos meses del año, el nivel de ventas sería muy alto, mientras que en el resto de los meses del año, dichas ventas serían muy pequeñas o inexistentes.
- ▶ **Componente irregular.** Este componente, recoge toda la información que no capturan los restantes componentes anteriormente mencionados. Básicamente es toda la información de carácter aleatorio o anormal. Si, por ejemplo, observáramos la serie temporal mensual de temperatura media de una determinada localidad del sur

de España en los últimos diez años, posiblemente los valores más bajos se encontrarían en los meses de invierno, y los más altos, en los meses de verano. No obstante, pudiera ocurrir que en un determinado año, en el mes de Julio la temperatura fuera muy baja debido a una ola de frío totalmente inusual. El componente irregular recoge todos estos hechos «anormales» o poco comunes, ya sean motivados por cuestiones que sean identificables (ola de frío en verano), o bien simplemente originadas por algo completamente aleatorio (una temperatura más alta de lo normal en verano sin origen identificado).

Existen métodos y filtros para extraer los distintos componentes anteriormente mencionados. Así, podemos extraer el componente estacional de la serie temporal (desestacionalizar la serie en lenguaje técnico) mediante métodos tales como el filtro X11, X12 o Tramo-Seat entre muchos otros. En relación al ciclo y tendencia, este componente puede ser identificado por medio de procedimientos como el filtro Hodrick-Prescott (el más común de la literatura) o técnicas de alisado (métodos de medias móviles o Holt-Winters entre otros).

A continuación, mostramos la serie temporal de la llegada de turistas (expresada en el gráfico en millones de personas) a España desde el año 2000 hasta 2018 en frecuencia mensual. Mediante un simple vistazo podemos observar cómo existe un fuerte componente estacional (los picos se repiten todos los veranos de cada año, mientras que los valles se encuentran en los meses de invierno).



Figura 2. Serie temporal de llegada de turistas a España.

Aplicando el filtro X12, uno de los filtros para desestacionalizar la serie que hemos enunciado anteriormente la serie quedaría ahora como se observa en la figura X.



Figura 3. Serie temporal de llegada de turistas a España sin componente estacional.

La línea naranja corresponde a la serie de llegada de turistas pero con el componente estacional extraído. ¿Por qué hacemos esta operación? Si fuéramos el gerente de un hotel en una costa de la geografía española y comparásemos la llegada de clientes a ese hotel en julio y en diciembre, claramente en julio (temporada alta) la ocupación sería mucho mayor que en diciembre (temporada baja). Llegados a este punto deberíamos preguntarnos, ¿tiene sentido esta comparación? Claramente la respuesta es negativa, son datos que no son comparables, debido al componente estacional siempre el mes de julio presentará mayor ocupación que en diciembre. Esta comparación solo es viable si extraemos el componente estacional que, como hemos señalado, distorsiona profundamente el análisis. Una vez desestacionalizada la serie podríamos extraer el componente ciclo y tendencia. Para ello, utilizaremos el procedimiento de Hodrick-Prescott (este filtro se encuentra implementado en cualquier programa informático de series temporales, e incluso existen varias macro para Excel). Este filtro nos permite «separar» de la serie temporal, el componente tendencial, y, como ya veremos más tarde, identificar también el componente cíclico. Esta operación (extracción del componente cíclico y

tendencial) puede también ser realizada mediante medias móviles.



Figura 4. Serie temporal de Llegada de turistas a España con tendencia.

La nueva línea (verde) es el componente tendencial de la serie sin las fluctuaciones a corto plazo (ciclo). Con el componente tendencial podemos observar el comportamiento a largo plazo de la serie. Se observa cómo este era creciente hasta el año 2008, para sufrir un bache durante este año, y a partir del año creciente, la serie temporal sigue presentando una tendencia creciente sostenida. Finalmente, la simple diferencia entre la serie desestacionalizada (naranja) y la tendencia (verde) nos permite identificar el componente cíclico, que como ya hemos hecho referencia en este mismo párrafo, señala el comportamiento de la serie a corto plazo. Una simple mirada a dicho componente nos informa, como, por ejemplo, a principios del año 2008 hay un pico, indicador de la caída que sufrió el turismo hacia España en ese período.

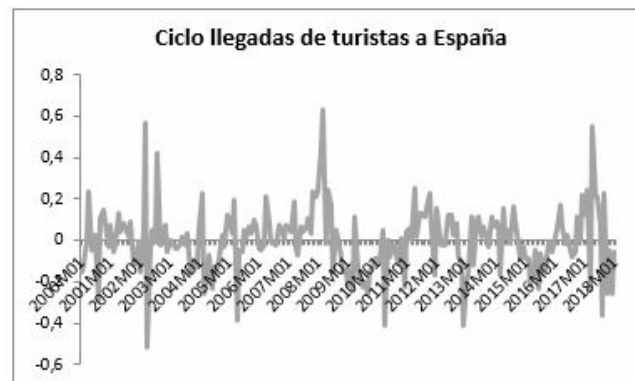


Figura 5. Ciclo de la serie temporal de llegada de turistas a España.

Esta serie temporal ha puesto de manifiesto, entre otras cuestiones, la necesidad de desestacionalizar las series ya que si no tenemos en cuenta el problema de la estacionalidad, es muy posible que los análisis realizados sean erróneos. Es por ello, que, multitud de veces, para analizar una serie temporal se utiliza las «tasas de crecimiento» entre dos momentos del tiempo. Es muy común escuchar que las ventas en el último mes han subido, por ejemplo, un 5 %. El presentar este dato en porcentaje o valores relativos es muy importante, si el dato se representara en valores absolutos, se perdería muchísima información. Pensemos, por ejemplo, en una empresa dedicada a la venta de turrónes, si comparase las ventas de un mes a otro y afirmara que dichas ventas han subido unas 10 000 tabletas de turrón, claramente dicha información sería del todo insuficiente, ya que, si las ventas del mes anterior eran de 20 000 tabletas, el incremento habría sido de un 50 %, mientras que si dichas ventas en el mes anterior hubieran ascendido a 100 000 tabletas, el crecimiento solo ascendería a un 10 %. Por tanto, la información, en general siempre ha de presentarse en términos relativos. Por otro lado, el comparar distintos períodos puede distorsionar los resultados como ya hemos visto. Sigamos pensando en la empresa de turrónes, y estudiemos la evolución de las ventas de diciembre con las de noviembre, al 100 % de confianza podemos afirmar que dichas ventas habrán crecido notablemente. El lector, en este momento pensará que esta información es incorrecta por el mencionado problema de la estacionalidad (el turrón es el producto

más tradicional de las navidades en España), para poder realizar un buen análisis, podrá desestacionalizar la serie de ventas como hemos visto anteriormente, o puede optar por calcular la tasa de crecimiento de dichas ventas, pero cambiando el mes de referencia, en otras palabras, podría calcular la variación de las ventas de ese mes de diciembre con el mes de diciembre del año pasado. El resultado si será más correcto, ya que automáticamente hemos eliminado el problema de la estacionalidad, ya que comparamos dos meses (diciembre del presente año y del anterior) con un comportamiento similar. Sin darnos cuenta, hemos calculado dos tipos de tasas, la tasa mensual  $T_1$ , o tasa de crecimiento de un mes con respecto al mes anterior, cuya fórmula sería la siguiente  $T_1 = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$ , y la tasa interanual, o tasa de crecimiento de un mes sobre el mismo mes del año anterior, que mide el crecimiento acumulado durante todo el año (12 meses o 4 trimestres), siendo su fórmula la siguiente:  $T_4 = \frac{Y_t - Y_{t-4}}{Y_{t-4}}$ , para datos trimestrales o  $T_{12} = \frac{Y_t - Y_{t-12}}{Y_{t-12}}$ , para datos mensuales, donde  $Y_t$  es el valor de la serie temporal en el momento  $t$ . Señalar, finalmente que la tasa interanual es aproximadamente igual a la suma de las tasas mensuales.

Sin embargo, antes de analizar cualquier serie temporal, resulta interesante realizar un análisis estadístico descriptivo básico que puede darnos información muy valiosa previa a cualquier transformación o análisis de la serie temporal. Los estadísticos descriptivos más utilizados son principalmente la **media**, **desviación típica** y el **coeficiente de variación**.

La **media** es el promedio aritmético de las observaciones. Es muy simple de calcular ya que resulta de la división entre la suma del valor de todas las observaciones y el número total de observaciones. Este estadístico, si bien, bastante simple, ya nos ofrece una panorámica interesante sobre los datos que estemos estudiando. Si nos fijamos en la serie temporal de llegada de turistas, la media en ese período asciende a 4 848 379,83 turistas por mes. Fijémonos que, mediante este simple número, ya sabemos que, en términos generales, el número de turistas al año que llegan a España es de 58 189 557,94. Por supuesto, esta información es muy básica y

claramente insuficiente, pero es ampliamente utilizada en reportes, informaciones diversas, noticias, etc. Pensemos, por ejemplo, en la renta per cápita de un país, generalmente, este indicador se calcula como el cociente entre el PIB de un país, y el número de habitantes de dicho país, es decir, una simple media aritmética.

La **desviación típica** es la raíz positiva de la varianza. Pero ¿qué es la varianza? Es una medida de dispersión, que mide la distancia de una observación en relación a la media del total de observaciones. Su cálculo, si bien sencillo, es un poco más complicado que el de la media, ya que es la esperanza del cuadrado de la desviación entre cada observación y la media aritmética del conjunto de observaciones. La varianza mide las distancias de cada observación sobre la media del total de las observaciones al cuadrado debido a que esas distancias serán positivas, cuando el valor de cada observación sea superior a la media global, y negativas, cuando dicho valor sea inferior. Si no se elevase al cuadrado, dichas distancias podrían compensarse entre ellos pudiendo ser el resultado 0. Dado que la varianza mide las distancias al cuadrado, la desviación típica no es más que la raíz positiva de la varianza, garantizando mayor operatividad y además su interpretación resulta más sencilla ya que se expresa en las mismas unidades que los datos que utiliza. Este estadístico, resulta muy interesante, no solo porque mide la dispersión de los datos, que como veremos es muy importante, sino que además sirve como complemento a la media. En el caso de las llegadas de turistas a España, la desviación típica es igual a 1.877.777,307. Si utilizáramos este dato con el de la media, se puede advertir que los datos son muy dispersos (recordemos la estacionalidad de la serie), ya que la desviación típica es casi un tercio que la media.

El coeficiente de variación precisamente lo que analiza es la relación (ratio) entre la desviación típica y la media aritmética. Mide la dispersión relativa. Ya hemos visto que la media es un buen indicador, pero oculta información que puede ser muy valiosa, esa información oculta puede ser descubierta gracias a la desviación típica.

Vamos a utilizar un sencillo **ejemplo** para ayudarnos en su interpretación, pensemos en dos empresas que operan en un mismo sector, ambas empresas tienen 20 clientes, la empresa A vende a 10 clientes 90 unidades a cada uno, y a los otros diez, solo 10 unidades por cliente, mientras que la empresa B vende 60 unidades a cada uno 10 clientes, y al resto (los otros diez) un total de 40 unidades por cliente. Si quisiéramos saber las ventas medias de cada uno, la operación resultaría muy sencilla, en el caso de la empresa A, vende un total de 1000 unidades (10 clientes por 90 unidades a cada uno, más, 10 clientes por 10 unidades), si posee 20 clientes, las ventas medias (simple media aritmética) ascendería a 50 unidades (1000 dividido entre 20). En el caso de la empresa B, el resultado también es igual a 50 unidades (10 clientes a 60 unidades por cliente, y los otros 10 clientes a 40 unidades, es decir, unas ventas totales de 1000 unidades para un total de 20 clientes). La pregunta sería ¿tienen las empresas un comportamiento similar dado que ambas tienen unas ventas medias de 50 unidades? Sin duda, la respuesta es negativa, dado que la empresa A concentra casi el total de sus ventas (el 90 %) en 10 clientes, mientras que la empresa B mantiene sus ventas mucho más repartidas. Es aquí donde entra en juego la desviación típica, que mide precisamente esa dispersión, en el caso de la empresa A (donde las ventas están más dispersas), la desviación típica es igual a 41,04 unidades, mientras que en la empresa B asciende a 10,26 unidades. El coeficiente de variación es la medida que relaciona ambos estadísticos, siendo para la empresa A igual a 82,08 % y para la empresa B, 20,52 %. Es fácil suponer, por tanto, que cuanto mayor sea el coeficiente de variación, menor será la dispersión de las observaciones incluidas en la muestra.

Las series temporales pueden clasificarse en estacionarias y no estacionarias. La diferencia entre ambas radica en que, en el primer caso, la media y la varianza son constantes a lo largo del tiempo, mientras que, en el segundo caso, ninguna de ellas lo es.

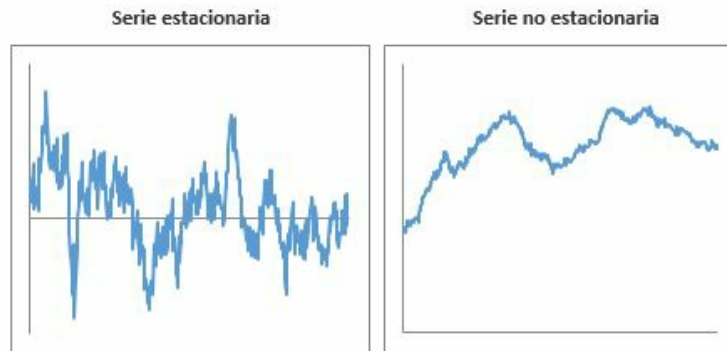


Figura 6. Serie estacionaria y no estacionaria.

Esta diferenciación, por un lado, es básica para el tratamiento de series temporales de carácter económico, ya que según sean de un tipo u otro, el tratamiento será distinto, y por otro lado, muestran características muy interesantes para el análisis. Una serie temporal estacionaria, al presentar una varianza finita y constante implica que cualquier shock (o choque) que sufra tendrá un carácter meramente transitorio, ya que la serie, al ser estacionaria revierte siempre a su media, por tanto, el choque se diluirá en el tiempo, sin embargo, si es no estacionaria, dicho shock tendrá una naturaleza permanente, ya que al ser la varianza infinita, el efecto será permanente. Para poder clasificar el carácter de estacionariedad/no estacionariedad, si bien el análisis gráfico puede ayudarnos, es necesario realizar contrastes estadísticos. Estos contrastes, llamados de raíz unitaria, son necesarios para poder distinguir si una serie es estacionaria o no. Existen multitud de contrastes, pero el más común es el contraste de raíz unitaria de Dickey-Fuller Aumentado, este contraste, tiene como hipótesis nula la existencia de raíz unitaria (o, generalmente, no estacionariedad), frente a la alternativa de no existencia de raíz unitaria (o estacionariedad). Una serie que presenta una raíz unitaria también se denomina paseo aleatorio.

Recordemos que si la serie es no estacionaria (o presenta raíz unitaria), la varianza de la serie temporal será infinita, y, por tanto, no cumpliría las propiedades básicas, por lo que, en principio, debería de transformarse la serie temporal, para hacerla

estacionaria (varianza constante y finita) que ya sería válida para trabajar con ella. Es importante señalar que la mayor parte de las series temporales económicas presentan raíz unitaria, son por tanto, no estacionarias. Por tanto, están sujetas a problemas de especificación (varianzas infinitas, recordemos). Pensemos en una regresión simple del siguiente tipo:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t$$

donde tanto  $y_t$  como  $x_t$  son variables (series temporales) no estacionarias. En ese caso, es muy fácil presumir, que  $\varepsilon_t$ , el residuo de la estimación también será no estacionaria, ya que este no es más que una combinación lineal  $\varepsilon_t = y_t - \alpha - \beta x_t$ . En este caso, la estimación por MCO no sería consistente, ya que incumpliría la hipótesis básica de varianza constante y finita necesaria para una estimación MCO. Sin embargo, existe un caso de excepción, que resultaría de que dicho residuo fuera estacionario. En este caso, estaríamos ante un caso llamado de **cointegración**, donde las series temporales se dicen cointegradas. Esta situación, además de excepcional, implica que la estimación es superconsistente.

Mediante la cointegración, es posible analizar el comportamiento a corto y largo plazo de la relación entre dos (o más) variables. Es lo que se denomina el **mecanismo de corrección del error**. Finalmente, esta metodología, puede indicar la existencia de una relación causa-efecto entre las variables, es decir, qué variable causa a la otra, esta información puede resultar muy valiosa si fuéramos capaces de distinguir la dirección de dicha causalidad. Para analizar la presencia de cointegración entre variables existen varias metodologías para contrastar tanto su existencia como su posterior estimación, las dos más comunes son el procedimiento de Engle y Granger (1987), y la metodología de Vectores Autoregresivos de Johansen (1995, 1998). Ambos autores, R. Engle y C. Granger recibieron el premio Nobel de Economía en el año 2003 por sus trabajos acerca de la teoría de la Cointegración.

Las series temporales, generalmente presentan relaciones unas con otras. Así, por ejemplo, es sencillo pensar que las ventas de un bien, dependerán del precio de ese bien, de la renta, del precio de otros bienes, etc.

Pensemos por ejemplo, en la relación existente entre las ventas de cajetillas de tabaco y el precio de una cajetilla (en términos medios). La especificación sería la siguiente:

$$Q_t = \alpha + \beta P_t$$

donde  $Q_t$  sería el número total de ventas de cajetillas de tabaco per cápita en España, mientras que  $P_t$  denotaría el precio medio de una cajetilla de tabaco (en términos reales). A priori, el valor de  $\beta$  sería negativo, ya que un incremento en el precio, debería llevar a una reducción en las ventas.

Podemos observar gráficamente la evolución histórica de ambas variables desde 1957 hasta 2016.

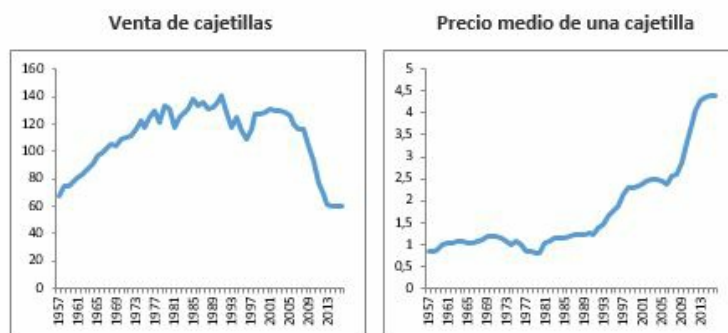


Figura 7. Series no estacionarias.

Como puede observarse, en ambos casos, las series presentan una media que no es constante en el tiempo, siendo distinta en función del período estudiado, este hecho puede indicar la existencia de problemas de estacionariedad, por lo que una regresión por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO a partir de ahora) puede presentar problemas de especificación.

Si hiciéramos la regresión  $Q_t = \alpha + \beta P_t$ , dado que  $\beta$  es la pendiente de la recta, podemos interpretarla como la relación entre las ventas medias y el precio. El resultado de la regresión es la siguiente  $Q_t = 127,24 - 9,92P_t$ , es decir, por cada euro que se incrementa el precio de la cajetilla, el número de cajetillas vendidas per cápita se reducirá en prácticamente 10 unidades. Este es un resultado interesante, pensemos, por ejemplo, desde el punto de vista del Gobierno, que, gracias a este resultado, se puede asumir que el precio es una vía para la reducción del consumo de tabaco, sin embargo, este resultado es insuficiente, ya que podemos preguntarnos ¿10 cajetillas es una gran reducción o poca? Si el consumo per cápita es de 200 cajetillas anuales, una reducción de 10 cajetillas supone apenas un 5%, pero si el consumo fuera de 50 cajetillas, esta reducción supondría un 20%. Este problema puede ser solucionado con una simple transformación tomando logaritmos neperianos en ambas variables, es decir, la regresión ahora sería la siguiente:  $\ln Q_t = \alpha + \beta \ln P_t$ , en este caso es fácilmente demostrable que ahora indica la elasticidad precio. La elasticidad es un concepto ampliamente utilizado en economía, indica la relación existente entre ambas variables en términos porcentuales o relativos. Al tomar logaritmos, la estimación por MCO sería la siguiente  $\ln Q_t = 4,74 - 0,16 \ln P_t$ , es decir, si el precio de una cajetilla de tabaco se incrementara un 10%, las ventas de cajetillas per cápita caería alrededor de un 1,6%, esta información es mucho más completa que la anterior. La elasticidad además presenta la ventaja de que es una media adimensional ya que es independiente de la naturaleza de las observaciones (precio y ventas per cápita en nuestro caso). Es importante resaltar cómo con la misma información se ha podido extraer dos informaciones distintas, aunque complementarias.

Como hemos visto, no solo resulta interesante describir la relación existente entre dos variables, sino que, además, es posible mediante metodologías brevemente reseñadas anteriormente extraer información que puede ser muy útil. Lo que se ha presentado anteriormente simplemente describe la relación a largo plazo existente

entre dos variables, sin embargo, esta relación, puede ser, por un lado, distinta en el corto plazo, y, por otro lado, no indica una relación causa-efecto, es decir, qué variable causa a la otra, esta información puede resultar muy valiosa si fuéramos capaces de distinguir dicha relación de causalidad entre ambas variables. Es fácil suponer (aunque es necesario contrastarlo) que cambios en el precio van a implicar cambios en las ventas (parece que existe una relación de causalidad aparente entre el precio y el consumo per cápita, siendo el precio «causa» y el segundo «efecto»), pero también pudiera ocurrir que cambios en las ventas implicara/causara variaciones en el precio. Mediante la teoría de la cointegración podemos ser capaces de poder dar respuesta a todas estas preguntas. Para ello, haremos uso de la metodología de Johansen. Dado que el objetivo de este capítulo no es el aprendizaje de la metodología, pero si la existencia y la información que puede aportar dicha técnica, se han obviado todos los contrastes y cálculos necesarios.

Como ya hemos reseñado anteriormente, la cointegración implica que las series sean no estacionarias, realizando la prueba de Dickey-Fuller Aumentado, se puede asumir que tanto  $Q_t$  como  $P_t$ , son no estacionarias, por tanto, a priori, una regresión por MCO pudiera ser no consistente. Asumiendo que existe cointegración entre ambas variables (no se presentan los resultados dado que no es el objetivo del capítulo), la relación entre ambas variables puede representarse mediante un mecanismo de corrección del error, mostrando, por tanto, la relación tanto a largo plazo como a corto plazo entre ellas. De forma teórica, la relación a largo plazo sería la siguiente (en ambas variables se han tomado logaritmos neperianos):

$$Q_t = \alpha + \beta P_t + \varepsilon_t$$

Mientras que la relación a corto plazo:

$$\Delta Q_t = \mu + \theta_1 Q_{t-1} + \theta_2 Q_{t-2} + \theta_3 Q_{t-3} + \varphi_1 P_{t-1} + \varphi_2 P_{t-2} + \varphi_3 P_{t-3} + \delta \varepsilon_{t-1}$$

$$\Delta P_t = \mu + \theta'_1 Q_{t-1} + \theta'_2 Q_{t-2} + \theta'_3 Q_{t-3} + \varphi'_1 P_{t-1} + \varphi'_2 P_{t-2} + \varphi'_3 P_{t-3} + \delta' \varepsilon_{t-1}$$

Es el operador diferencias, es decir,  $\Delta Q_t = Q_t - Q_{t-1}$  y  $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$  y, es por ello que la relación tiene carácter de corto plazo, ya que está conformada por variables en primeras diferencias. Resulta fundamental el coeficiente asociado con el término de error  $\varepsilon_{(t-1)}$  ya que mide la respuesta de cada variable a una variación en este.

En nuestro ejercicio, los resultados serían los siguientes:

$$\ln Q_t = 6,35 - 0,43 \ln P_t$$

Nótese que las ecuaciones están formadas por variables en primeras diferencias, por tanto, estacionarias, mientras que el error  $\varepsilon_{(t-1)}$  es estacionario ya que las variables están cointegradas, por lo que una estimación por MCO es consistente.

Fijémonos cómo el resultado es distinto a una regresión simple por MCO, pero acorde con el resultado inicial, siendo la elasticidad igual a -0.43. La relación a corto plazo, que se presenta mediante un mecanismo de corrección del error es:

$$\begin{aligned} \Delta P_t &= -0.13 - 0.14 \\ \Delta Q_{t-1} &+ 0.05 \\ \Delta Q_{t-2} &- 0.11 \\ \Delta Q_{t-3} &+ 0.20 \\ \Delta P_{t-1} &+ 0.08 \\ \Delta P_{t-2} &+ 0.06 \\ \Delta P_{t-3} &+ 0,03 \varepsilon_{t-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_t &= 0.32 + 0.32'_1 \\ \Delta Q_{t-1} &- 0.04 \\ \Delta Q_{t-2} &+ 0.34 \\ \Delta Q_{t-3} &+ 0.13 \\ \Delta P_{t-1} &- 0.07 \\ \Delta P_{t-2} &+ 0.05 \\ \Delta P_{t-3} &- 0.06 \varepsilon_{t-1}\end{aligned}$$

Antes de analizar los resultados, es importante realizar un análisis de significatividad de cada estadístico, es decir, ver si cada uno de ellos es estadísticamente igual o distinto de cero. Este contraste se hace mediante un simple test de Wald, donde la hipótesis nula es que cualquier parámetro asociado a cada variable sea igual a 0. Si no se pudiera rechazar dicha hipótesis, entonces esa variable no aportaría información. Realizando dicho contraste para cada parámetro obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}\Delta P_t &= -0.13 - 0.14 \Delta Q_{t-1} + 0.05 \Delta Q_{t-2} - 0.11 \\ &\Delta Q_{t-3} + 0.20 \\ \Delta P_{t-1} &+ 0.08 \Delta P_{t-2} + 0.06 \Delta P_{t-3} + 0.03 \varepsilon_{t-1} \\ \Delta Q_t &= 0.32 + 0.32'_1 \Delta Q_{t-1} - 0.04 \Delta Q_{t-2} + 0.34 \\ &\Delta Q_{t-3} + 0.13 \Delta P_{t-1} - 0.07 \\ &\Delta P_{t-2} + 0.05 \Delta P_{t-3} - 0.06 \varepsilon_{t-1}\end{aligned}$$

Hemos señalado en **negrita** los valores significativos, es decir, aquellos que son distintos de cero. Como se puede observar, son pocos aquellos que sí aportan información en el sistema a corto plazo. Pero ¿qué información podemos extraer de estos resultados? En primer lugar, sería interesante observar cómo influyen los retardos de una variable en la otra, es decir, en la primera ecuación, cómo influyen

los retardos de las variaciones de  $Q$  sobre  $P$  y en la segunda ecuación, las variaciones de  $P$  sobre  $Q$ . Se puede observar que, en ningún caso, las variaciones de uno influyen en las otras, por lo que no se observa «causalidad» entre ellas. Por otro lado, es interesante señalar cómo en la segunda ecuación, el término asociado al coeficiente del error es significativo, es decir, distinto de cero. Dado que el error no es más que una combinación lineal de las dos variables midiendo la «distancia entre ellas». Es decir, solo  $Q$  y no  $P$  depende a variaciones en el error. Por tanto, ante cualquier desequilibrio en el mercado de tabaco, solo reaccionará las ventas de cajetillas, siendo el precio indiferente a estos cambios. Esta información es muy interesante ya que indica la gran sensibilidad de las ventas ante cualquier cambio en dicho mercado.

Podemos terminar enunciando que existen varios procedimientos para la predicción de una variable en el ámbito de las series temporales. Pero para ello, generalmente, en primer lugar se requiere aislar el componente irregular de la serie temporal. Como hemos visto, una opción es identificar cada componente de la serie y, por tanto, mediante una simple resta, eliminar el componente irregular, o bien, mediante métodos estadísticos haciendo uso de filtros se estima el componente con métodos paramétricos. La metodología más común desde este punto de vista es **ARIMA** (Acrónimo de **A**uto **R**egresive, **I**ntegrated, **M**oving **A**verage). Esta técnica originada por los trabajos de Box-Jenkins de 1972 permite la realización de una predicción a corto plazo de cualquier variable. Existen otras metodologías como los métodos de media móvil o de suavizado o alisado exponencial como el método de HoltWinters.

Como ya hemos visto anteriormente, las series pueden ser estacionarias o no estacionarias, las primeras son bastante sencillas de predecir, ya pasan de forma frecuente por su media (revierten a la media). Sin embargo, las series no estacionarias sí requieren de tratamientos más sofisticados para la predicción.

Las series estacionarias son sencillas de predecir, mientras que las no

estacionarias requieren de tratamientos estadísticos para la predicción.

## 4.4. Referencias bibliográficas

Box, G. E. P., Jenkins, G. M. y Reinsel, G. (1994). *Time series analysis: forecasting and control*. Englewood Cliff, New Jersey: Prentice-Hall.

Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Lütkepohl, H., Krätzig, M. y Phillips, P. C. (Eds.). (2004). *Applied time series econometrics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Novales, A. (1993). *Econometría* (2ª ed.). Madrid: McGraw-Hil.

### Timecop: Érase una vez las series temporales

Iglesias, S. (s. f.). Timecop: Érase una vez las series temporales. *BBVA Labs*.

En esta página podemos encontrar un software para buscar anomalías o predecir series temporales de manera fácil y sencilla. Además de encontrarnos una breve definición de qué es una serie temporal, utiliza algoritmos ya enunciados en este capítulo como ARIMA, Alisados o Vectores Autoregresivos.

Accede al documento a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web : <https://www.bbva.com/es/innovacion/timecop-erase-una-vez-las-series-temporales/>

### Econometrics Beat: Dave Giles' Blog

Giles, D. Econometrics Beat: Dave Giles' Blog.

Este es un blog del profesor australiano Dave Giles. Con muchos contenidos y actualización constante.

Accede al documento a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web: <https://davegiles.blogspot.com>

1. Una serie es estacionaria cuando:
  - A. Su media es constante y finita a lo largo del tiempo.
  - B. Su varianza es constante y finita a lo largo del tiempo.
  - C. Su media y varianza son constantes y finitas a lo largo del tiempo.
  - D. Ninguna de las anteriores.
  
2. El comportamiento a largo plazo de una serie temporal se denomina:
  - A. Ciclo.
  - B. Tendencia.
  - C. Componente estacional.
  - D. Ninguna de las anteriores.
  
3. Un shock o choque permanente implica que la serie es:
  - A. No estacionaria.
  - B. Tiene una raíz unitaria.
  - C. Tiene varianza infinita.
  - D. Todas las anteriores.
  
4. La elasticidad mide la relación de las variaciones entre dos variables en términos:
  - A. Absolutos.
  - B. Relativos o porcentuales.
  - C. No mide la relación entre dos variables.
  - D. Ninguna de las anteriores.

5. La causalidad entre dos variables indica:
  - A. Que una variable contiene información que puede ayudar a predecir a la otra.
  - B. Puede ser bidireccional, de una variable a otra y viceversa.
  - C. Si las variables son no estacionarias para su tratamiento es necesario contrastar la cointegración.
  - D. Todas las anteriores.
  
6. ¿Cuál de los siguientes componentes de una serie temporal recoge eventos imprevistos o aleatorios?
  - A. Tendencia.
  - B. Ciclo.
  - C. Estacionalidad.
  - D. Componente irregular.
  
7. ¿Qué procedimiento se utiliza comúnmente para desestacionalizar una serie temporal?
  - A. ARIMA.
  - B. Test Dickey-Fuller.
  - C. Filtro X12.
  - D. Cointegración de Engle-Granger.
  
8. ¿Qué mide el coeficiente de variación en el análisis de una serie temporal?
  - A. El crecimiento acumulado.
  - B. El promedio de la serie.
  - C. La dispersión relativa respecto a la media.
  - D. La pendiente de la tendencia.

9. ¿Qué significa que dos variables estén cointegradas?
- A. Son independientes entre sí.
  - B. Tienen una relación estable de largo plazo pese a ser no estacionarias.
  - C. Son estacionarias por separado.
  - D. La correlación entre ellas es 0.
10. ¿Cuál de los siguientes modelos es apropiado para predecir una serie no estacionaria con comportamiento autoregresivo?
- A. Media móvil simple.
  - B. Filtro de Hodrick-Prescott.
  - C. ARIMA.
  - D. Test de raíz unitaria.