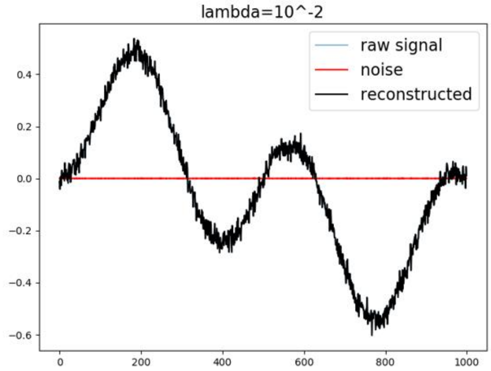
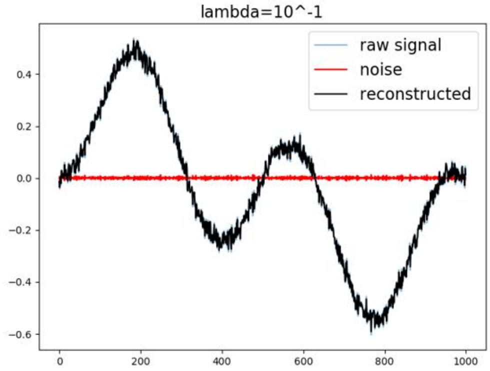
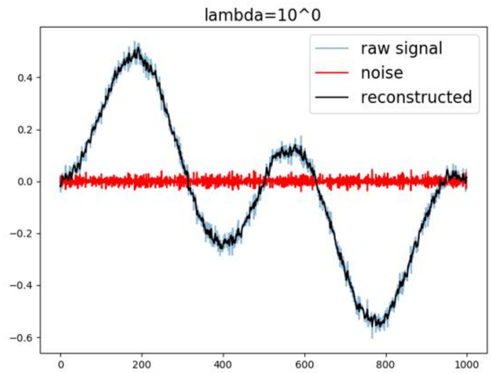
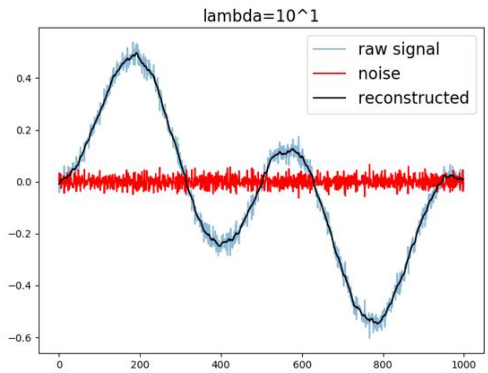
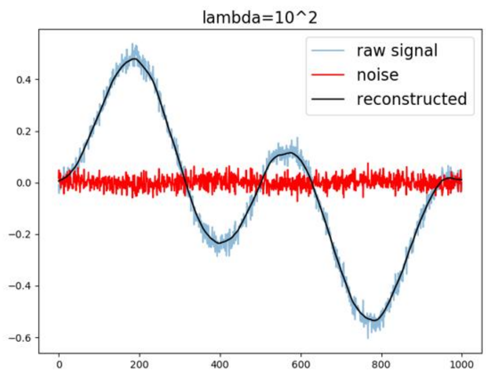
Part I

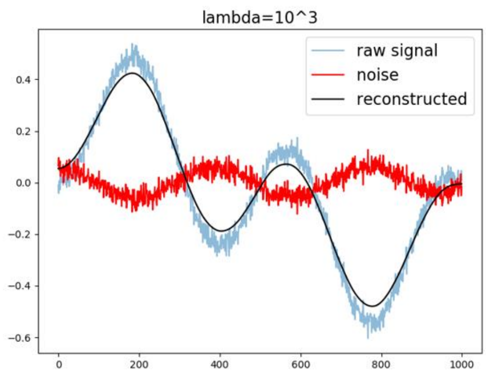

lambda=10^-2
raw signal
noise
reconstructed
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
−0.6
0
200
400
600
800
1000

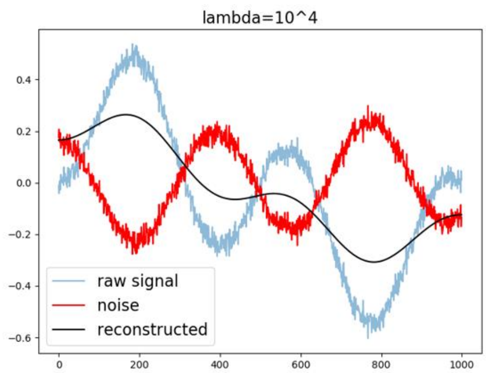

lambda=10^-1
raw signal
noise
reconstructed
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
−0.6
0
200
400
600
800
1000

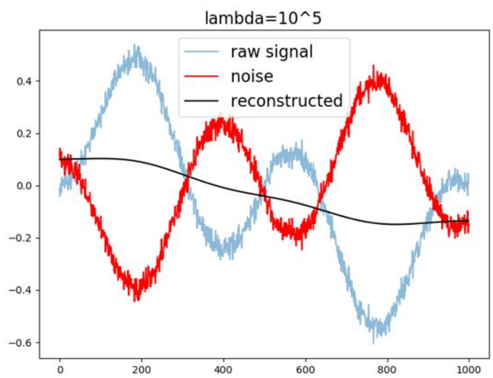

lambda=10^0
raw signal
noise
reconstructed
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
−0.6
0
200
400
600
800
1000


lambda=10^1
raw signal
noise
reconstructed
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
−0.6
0
200
400
600
800
1000


lambda=10^2
raw signal
noise
reconstructed
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
−0.6
0
200
400
600
800
1000


lambda=10^3
raw signal
noise
reconstructed
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
−0.6
0
200
400
600
800
1000


lambda=10^4
raw signal
noise
reconstructed
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
−0.6
0
200
400
600
800
1000


lambda=10^5
raw signal
noise
reconstructed
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
−0.6
0
200
400
600
800
1000

因為給出的 objective function 為(1)

$$\text{Minimize}\ \ \|Ax-b\|^2 \tag{1}$$

其中

$$A=\begin{bmatrix} I \\ \sqrt{\lambda}D \end{bmatrix},\ \ b=\begin{bmatrix} x_{cor} \\ 0 \end{bmatrix}$$

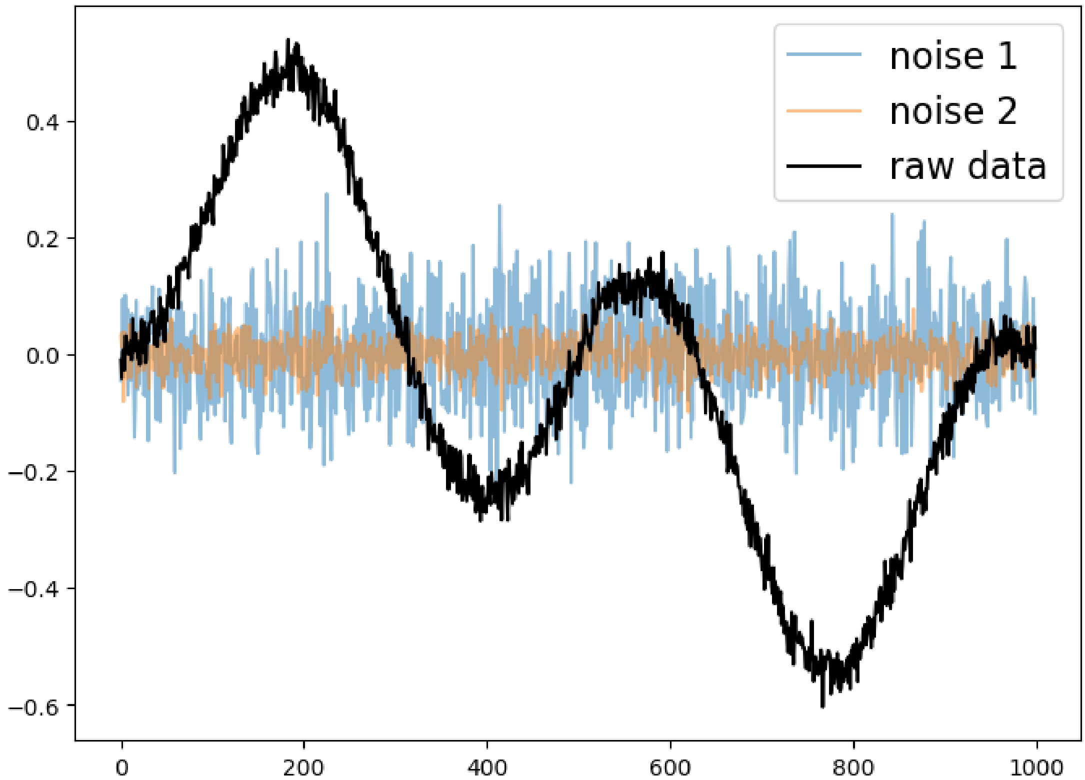
I 則是描述 fitting 出來的 curve 與 raw data 之間的差距，而 D 舉證則是給出了對 1 階連續性的 loss function. 所以調整 lambda 項則會直接影響到函數要顧及連續性，或是與原始數據的位置差。

如果 lambda 過小($<10^0$)則幾乎不會使原數據平滑化，進而消去 noise。

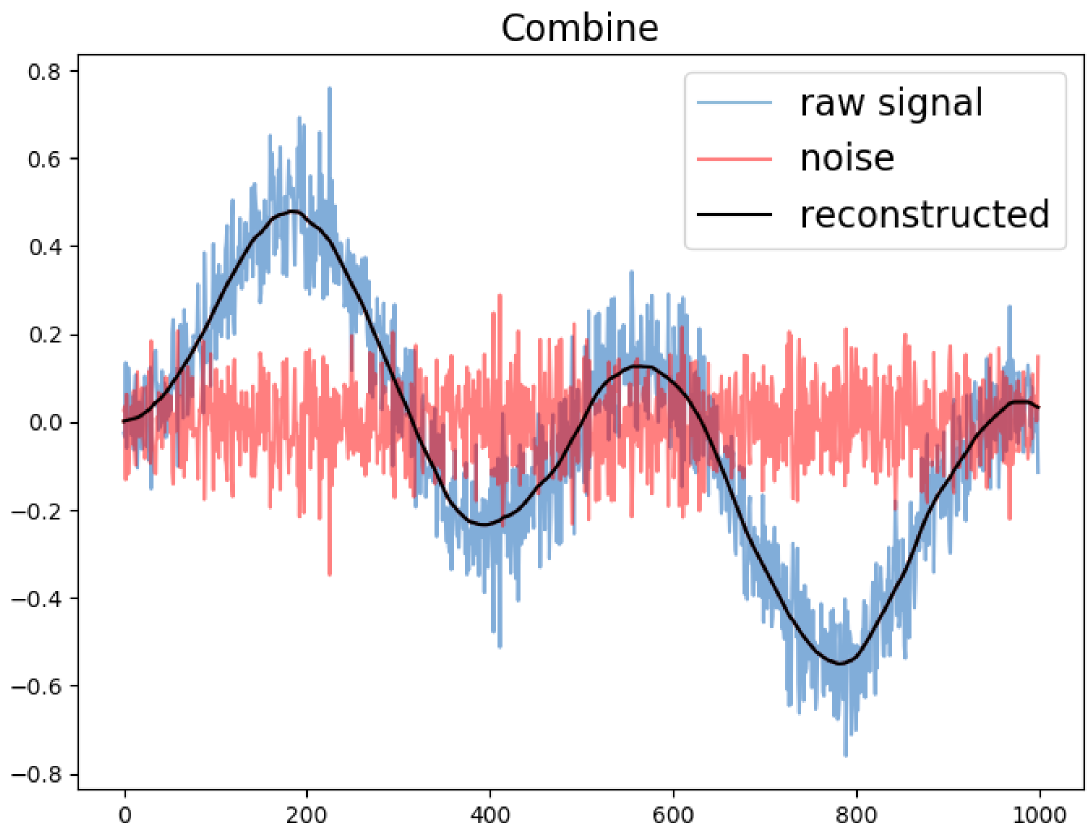
如果 lambda 適中($>10^0$&$<10^3$)則能很好的平衡能還原原始數據，同時使 1 階性質連續，使得 noise 被平滑掉。

如果 lambda 過大($>10^3$)則數據會被過度平滑化，而無法表先出原使用數據的特徵，使得原訊號部分被當成 noise 平滑掉。

Part II



為能模擬多種雜號去影響原數據特徵，我手動添加了 2 種高斯雜訊(mean=0,var=0.3 and 0.1 origin signal varinace)並形成下圖的 raw signal。



分別建立 D 舉證，來確保 1 階連續性 (X_{i+1}-X_i),2 階連續性 (dX_{i+1}-dX_i) ,和 3 階連續性 (dX^2_{i+1}-dX^2_i)別且用不同的 lambda 來確保之間的權重是否符合預測，並將 3 者結合後平均即可得到上圖 reconstructed 的結果。