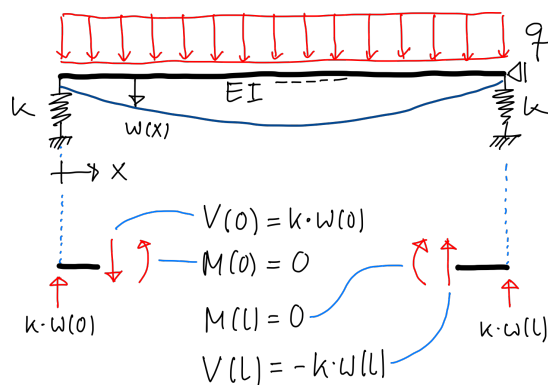


Übungsblatt 1: Variationelle Formulierung von Randwertproblemen

Aufgabe 1: Schreiben Sie die Herleitung der schwachen Form für den Bohrpfahl so auf, dass Sie für sich selber jeden Schritt nachvollziehen können.

Aufgabe 2: Werten Sie die Integralgleichung aus der schwachen Form des Bohrpfahlproblems für $l = 10$, $EA = 1$, $C = 2$, $S = 5$, $n = 1$, $F = 10$ und die Funktionen $u(x) = 10 - x/20$ sowie $\delta u(x) = x$ aus. Was sagt Ihnen das Ergebnis über die Funktion u ?

Aufgabe 3: Gegeben ist der dargestellte Balken, der links und rechts auf Federn gelagert ist.



Durchbiegung und Schnittgrößen

$$M(x) = -EI \cdot w''(x)$$

$$V(x) = -EI \cdot w'''(x)$$

Differentialgleichung

$$EI w^{IV}(x) = q$$

Bearbeiten sie hierzu Aufgaben:

1. Formulieren Sie das zugehörige Randwertproblem. In den Gleichungen soll als Unbekannte nur die Verschiebungsfunktion w auftauchen.
2. Überführen Sie das Randwertproblem in die schwache Formulierung. Sie müssen hierzu zwei mal partiell integrieren.
3. Werten Sie die Integralgleichung der schwachen Form für

$$w(x) = \frac{12 \cdot EI \cdot l \cdot q + k \cdot l^3 \cdot q \cdot x - 2k \cdot l \cdot q \cdot x^3 + k \cdot q \cdot x^4}{24 \cdot EI \cdot k} \quad \text{und} \quad \delta w(x) = 1 + x$$

aus. Was können Sie aus dem Ergebnis schließen?

Aufgabe 4: Funktionale, Linear- und Bilinearformen

Wir betrachten verschiedene Funktionale, die jeweils zwei Funktionen $[0, l] \rightarrow \mathbb{R}$ eine reelle Zahl zuordnen.

$$(a) \quad a(u, v) = \int_0^l u'(x) \cdot v'(x) \, dx + u(0) \cdot v(0)$$

$$(b) \quad a(u, v) = \int_0^l (u(x) + v(x)) \, dx$$

$$(c) \quad a(u, v) = 42$$

$$(d) \quad a(u, v) = \int_0^l u'(x) \cdot v'(x) \, dx$$

$$(e) \quad a(u, v) = u(0) \cdot v(l)$$

Überprüfen Sie, ob es sich um eine Bilinearform oder sogar ein Skalarprodukt handelt. Wenn nicht, dann soll gezeigt werden, welche Eigenschaft fehlt.