

FP F44 - Zeeman-Effekt

Patrick Nisble, David Bubeck

Outline

1. Einleitung
2. Versuchsaufbau
3. Bohr'sches Magneton
4. Wellenlänge
5. Zusammenfassung

Outline - Einleitung

1. Einleitung

1.1 Grundlagen

1.2 Auswahlregeln

1.3 Lummer - Gehrcke Platte

1.4 Czerny - Turner Spektrometer

2. Versuchsaufbau

3. Bohr'sches Magneton

4. Wellenlänge

5. Zusammenfassung

Grundlagen

Beschreibung des Zeeman-Effekt in einer Näherung:

- Drehimpuls des Elektrons:

$$\vec{I} = \vec{r} \times \vec{p} = m_e \cdot v \cdot \hat{n}$$

- Elektron kann mit einem Strom I und magnetischen Moment μ_I beschrieben werden.

$$\vec{\mu}_I = \underbrace{I}_{-e \frac{v}{2\pi r}} \cdot \underbrace{\vec{A}}_{\text{Flächenvektor zur Orbitfläche}} = \frac{evr}{2} \hat{n}$$

- Interaktion mit externen Magnetfeld und dem magnetischen Moment ergibt sich Änderung der potentiellen Energie $\Delta E_{pot} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}$
- mit \vec{I} quantisiert (d.h. $I_z = m_I \cdot \hbar$) und $\vec{B} \parallel \vec{I}$ erhält man

$$\Delta E_{pot} = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} \cdot m_I \cdot B = \mu_B \cdot m_I \cdot B$$

μ_B : Bohr'sche Magneton

Grundlagen

Atome mit mehreren Elektronen:

- \vec{LS} - Kopplungsnäherung
- Gesamtdrehimpuls $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

wobei:

- $\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i$
- $\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i$

- $\Delta E_{pot} = \mu_B \cdot B \cdot M_J \cdot g_J$
 - mit dem Landé - Faktor $g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$

$S = 0$ und $g_J = 1 \rightarrow$ **normaler Zeeman - Effekt**

ansonsten \rightarrow **anomaler Zeeman - Effekt**

Auswahlregeln

$$\vec{M}_{ik} = e \int \Psi_i^* \vec{r} \Psi_k dV \neq 0 \quad (1)$$

Auswahlregeln:

- $\Delta M_J = M_{J,i} - M_{J,k} = 0, \pm 1$
- $\Delta L = \pm 1$ und $\Delta S = 0$
- $\Delta M_J = \pm 1 \hat{=} \text{zirkular polarisierendem Licht mit Phasenverschiebung } \frac{\pi}{2}$
(σ - Übergang)
- $\Delta M_J = 0 \hat{=} \text{linear polarisierendem Licht } (\pi - \text{Übergang})$

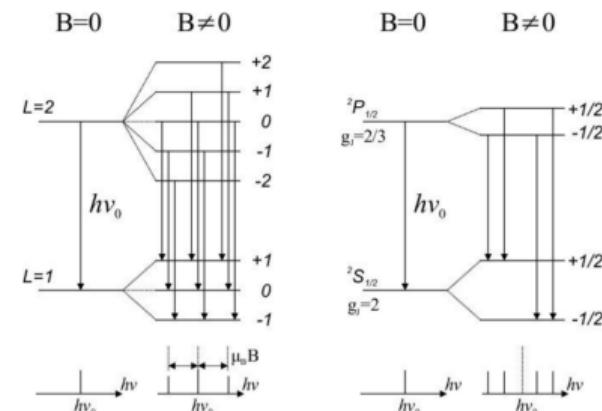


Abbildung 1: Zeeman - Effekt Termschema,
Quelle: FP 44 Versuchsscript

Lummer - Gehrcke Platte

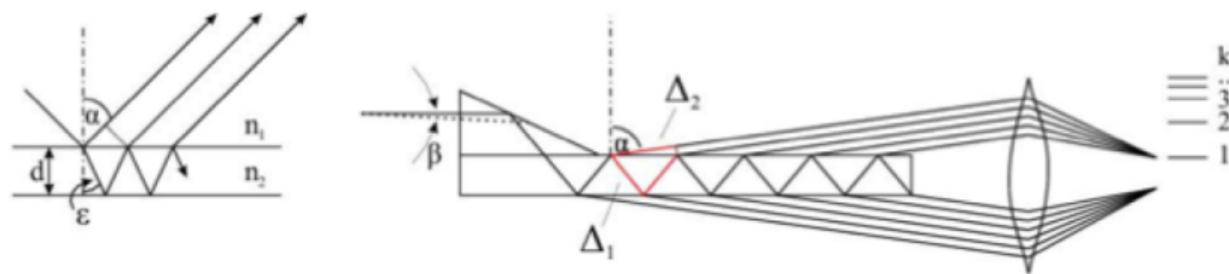


Abbildung 2: Lummer - Gehrcke Platte, Quelle: FP 44 Versuchsscript

- Licht wird nahe der Totalreflexion reflektiert
- Hohe Auflösung durch Interferenz der ausfallenden Lichtstrahlen mit Gangunterschied

$$\Delta \approx 2d \cdot \sqrt{n^2 - 1} = k\lambda, k \in \mathbb{N} \quad \text{für } \alpha \sim 90^\circ$$

Czerny - Turner Spektrometer

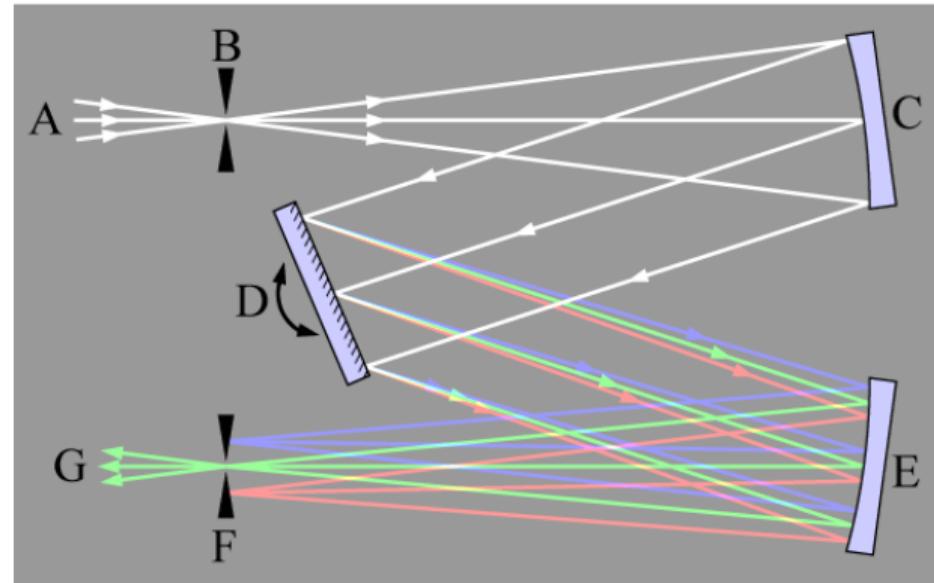


Abbildung 3: Aufbau eines Czerny - Turner Spektrometer,
Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Monochromator>

Outline - Versuchsaufbau

1. Einleitung
2. Versuchsaufbau
 - 2.1 1. Versuchsteil - Spektroskopie des Zeeman — Effekts
 - 2.2 2. Versuchsteil - Wellenlängenbestimmung
3. Bohr'sches Magneton
4. Wellenlänge
5. Zusammenfassung

1. Versuchsteil - Spektroskopie des Zeeman – Effekts

- Verwendung der Lummer – Gehrcke Platte zur Beobachtung des Zeeman – Effekts
- Beobachtung der Polarisationseigenschaften mit Hilfe von Polarisationsfiltern und $\frac{\lambda}{4}$ Filter
- Bestimmung des Bohr'schen Magnetons

1. Versuchsteil - Spektroskopie des Zeeman – Effekts



Abbildung 4: Versuchsaufbau, 1. Versuchsteil

2. Versuchsteil - Wellenlängenbestimmung

- Verwendung des Czerny - Turner Spektrometer um das Spektrum aufzunehmen
- Kalibrierung des Spektrometers mit Hilfe eines Referenzspektrums
- Bestimmung der Wellenlänge der roten Cadmium - Linie und einer unbekannten Linie

2. Versuchsteil - Wellenlängenbestimmung

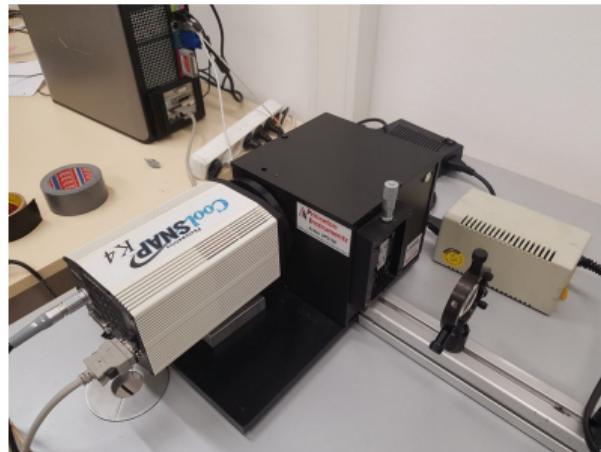


Abbildung 5: Czerny - Turner Spektrometer



Abbildung 6: Versuchsaufbau, 2. Versuchsteil

Outline - Bohr'sches Magneton

1. Einleitung
2. Versuchsaufbau
3. Bohr'sches Magneton
 - 3.1 Hysterese Effekt
 - 3.2 Polarisation
 - 3.3 Bestimmung der Wellenlängenverschiebung
 - 3.4 Bestimmung des Bohr'schen Magneton
4. Wellenlänge
5. Zusammenfassung

Hysterese Effekt

- Magnetfeldmessung bei 6 Stromstärken zwischen 8 und 13A
- für fallende und steigende Stromstärke
- Ermittlung des Zusammenhangs zwischen Stromstärke und Magnetfeld

Resultat:

$$m_u = (39.461 \pm 2.198) \frac{\text{mT}}{\text{A}} \quad (2)$$

$$m_d = (38.874 \pm 2.192) \frac{\text{mT}}{\text{A}} \quad (3)$$

⇒ Abweichung: $< 1\sigma$

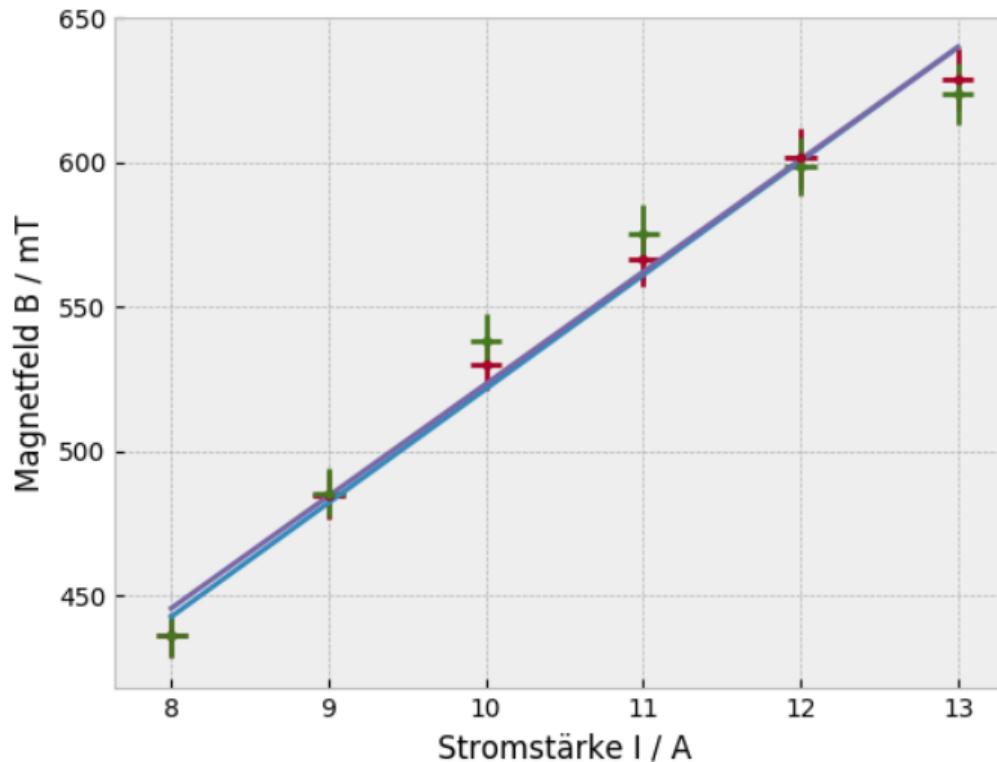


Abbildung 7: Hysterese

Polarisation - longitudinal

- mit und ohne linearem Polarisationsfilter: 2 Linien pro Beugungsordnung
- zirkulär polarisiert

Polarisation - longitudinal

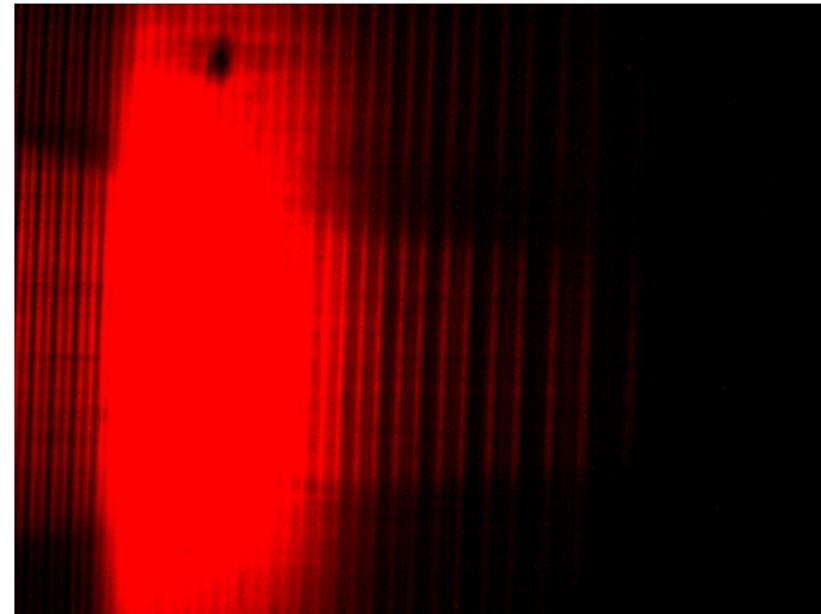


Abbildung 8: longitudinale Polarisation ohne Filter

Polarisation - longitudinal

- mit und ohne linearem Polarisationsfilter: 2 Linien pro Beugungsordnung
→ zirkulär polarisiert
- mit $\lambda/4$ -Filter in linear polarisiertes umwandeln
- jetzt erhält man eine Linie pro Beugungsordnung, nach linearem Polarisationsfilter
→ Rotation des Linearfilters um 90° wechselt zwischen beiden Linien

Polarisation - longitudinal

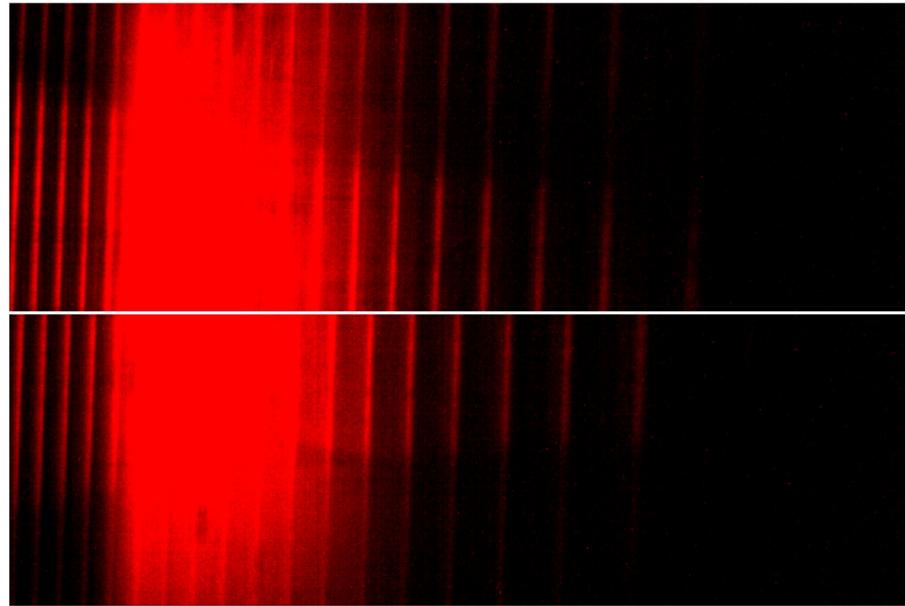


Abbildung 9: Beobachtete Linien in longitudinaler Richtung, mit $\lambda/4$ -Filter und linearem Polarisationsfilter

Polarisation - transversal

- Beobachtung von 3 Linien
- Rotation des Linearfilters um 90° wechselt zwischen den σ -Linien und der π -Linie
- linear polarisiert

Polarisation - transversal

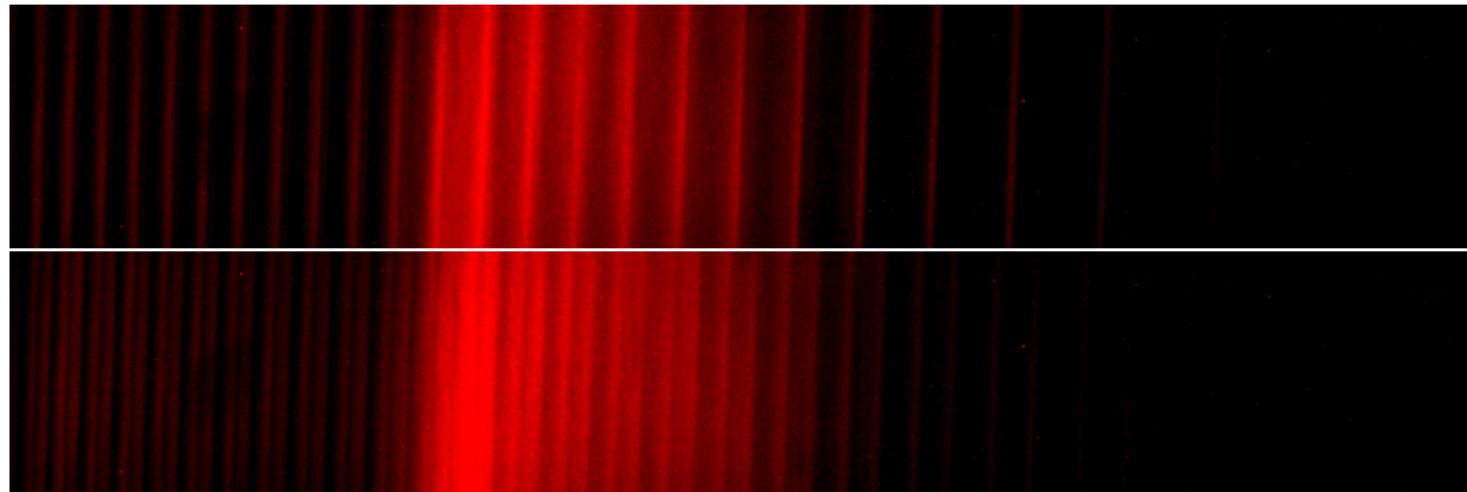


Abbildung 10: Beobachtete Linien in transversaler Ausrichtung, mit linearem Polarisationsfilter

Bestimmung der Wellenlängenverschiebung - Positionsbestimmung

- Bestimmung der px-Position von σ - und π -Linien
- 5 Ordungen
- Fit der Peaks für Position und Fehler

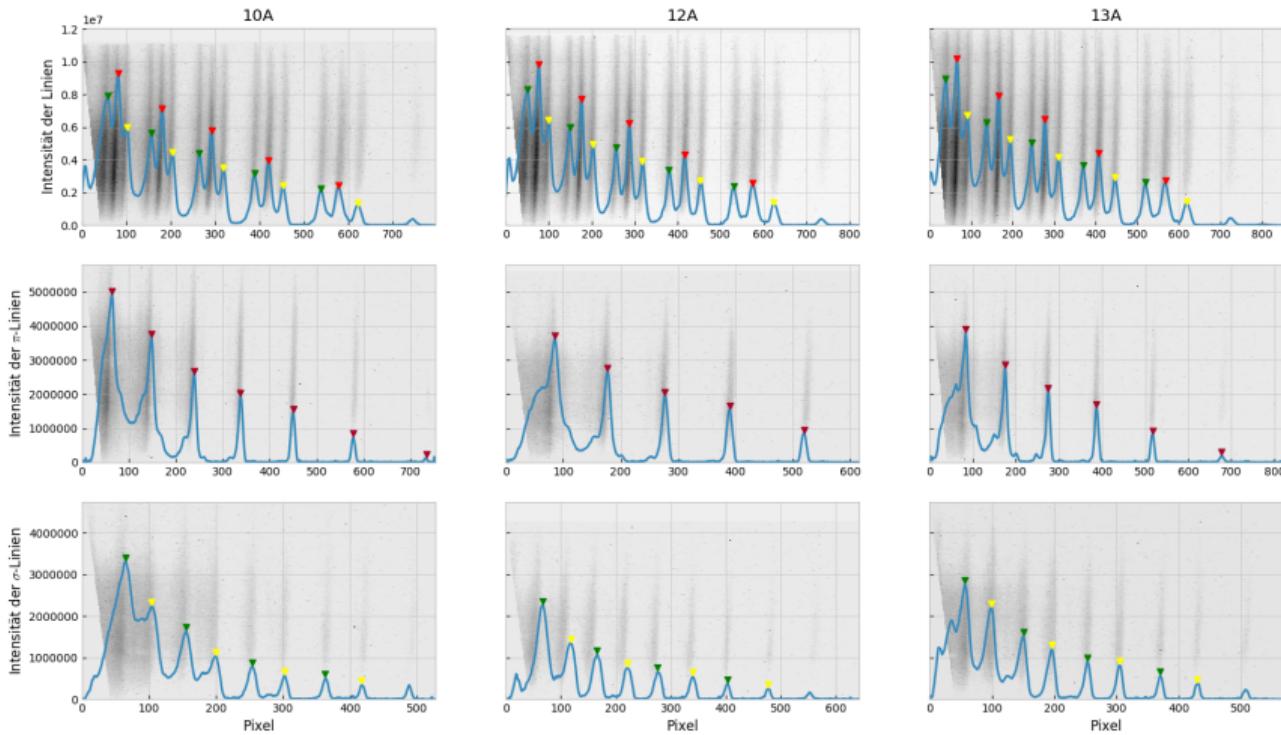


Abbildung 11: Gefittete Positionen der Peaks

Bestimmung der Wellenlängenverschiebung - Ordnungsverschiebung

Zuordnung

- (theoretische) ganzzahligen Ordnung $\rightarrow \pi$ -linien
 - Ordnungszahl aus kontinuierlichem
Polynomfit $\rightarrow \sigma$ -Linien
- \Rightarrow

beobachtete Verschiebung der Beugungsordnung zwischen drei Peaks

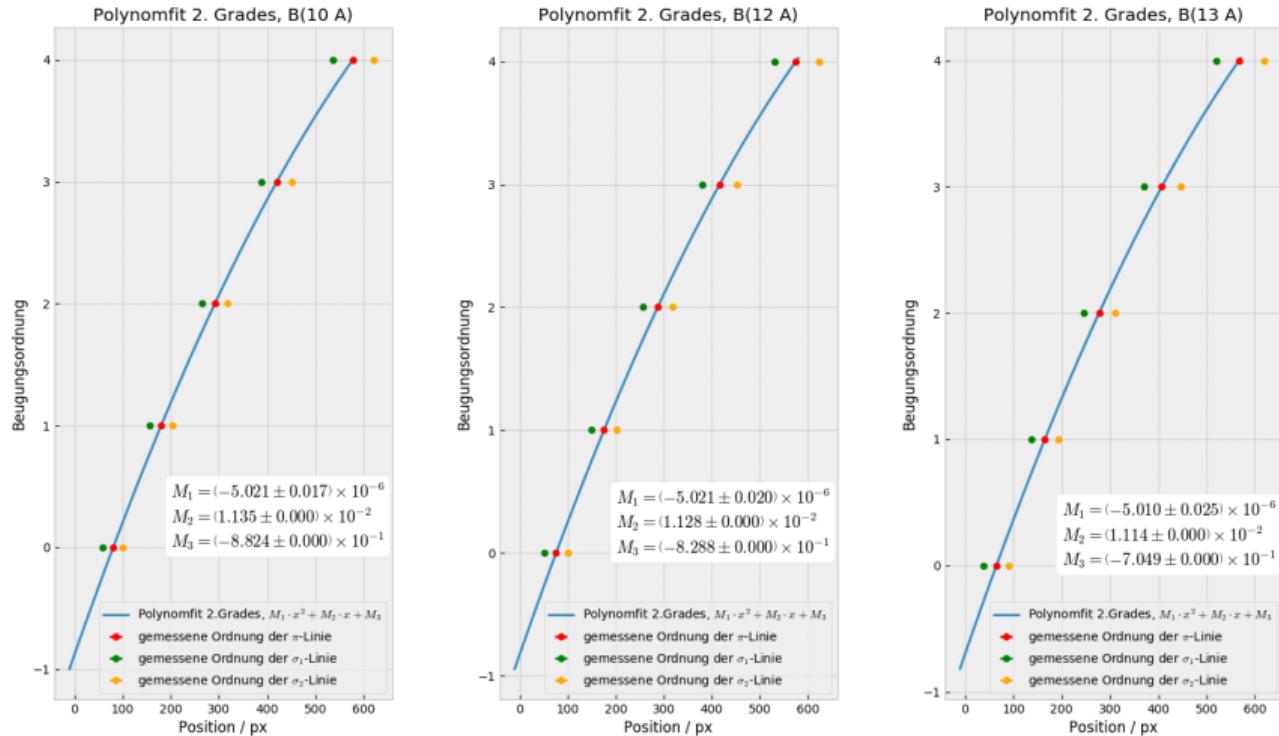


Abbildung 12: Polynomfits für die drei Stromstärken

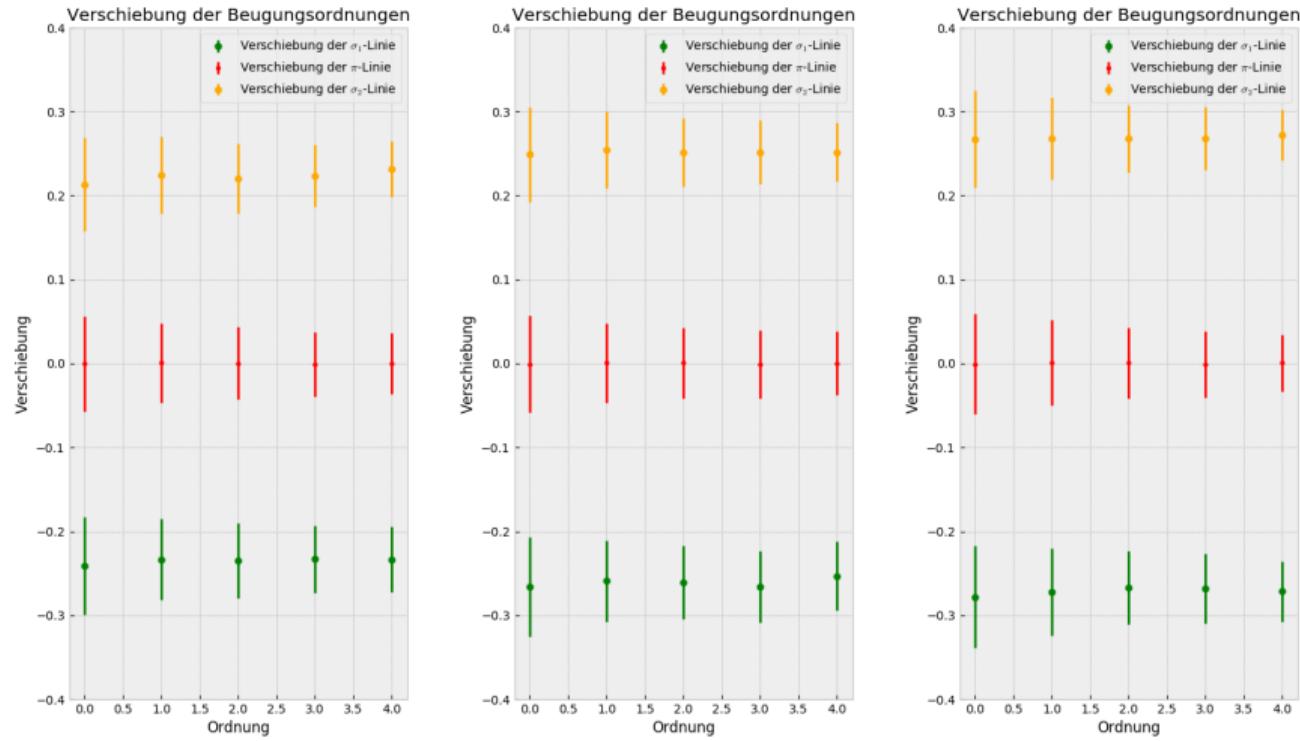


Abbildung 13: Verschiebung der Beugungsordnung

Bestimmung der Wellenlängenverschiebung - Wellenlängenverschiebung

für kleine Verschiebungen gilt:

$$\delta\lambda = \frac{\delta a}{\Delta a} \cdot \Delta\lambda \approx \delta k \cdot \lambda k, \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d \cdot \sqrt{n^2 - 1}} \quad (4)$$

(5)

(n = 1.4567, d=4.04 · 10⁻³ m)

Bestimmung der Wellenlängenverschiebung - Wellenlängenverschiebung

mit der von uns später bestimmten Wellenlänge von Cadmium

$$\lambda_{Cd} = (643.927 \pm 0.571) \text{ nm} \quad (6)$$

ergeben sich folgende Wellenlängenverschiebungen

I/A	$\delta\lambda_1/\text{pm}$	$\delta\lambda_2/\text{pm}$
10	-11.394 ± 0.140	10.788 ± 0.294
12	-12.656 ± 0.239	12.197 ± 0.087
13	-13.153 ± 0.187	13.019 ± 0.093

Tabelle 1: $\delta\lambda$ für die drei beobachteten Stromstärken, sowie für beide σ -Linien

Bestimmung des Bohr'schen Magneton -

Methode 1: statistisches Mittel

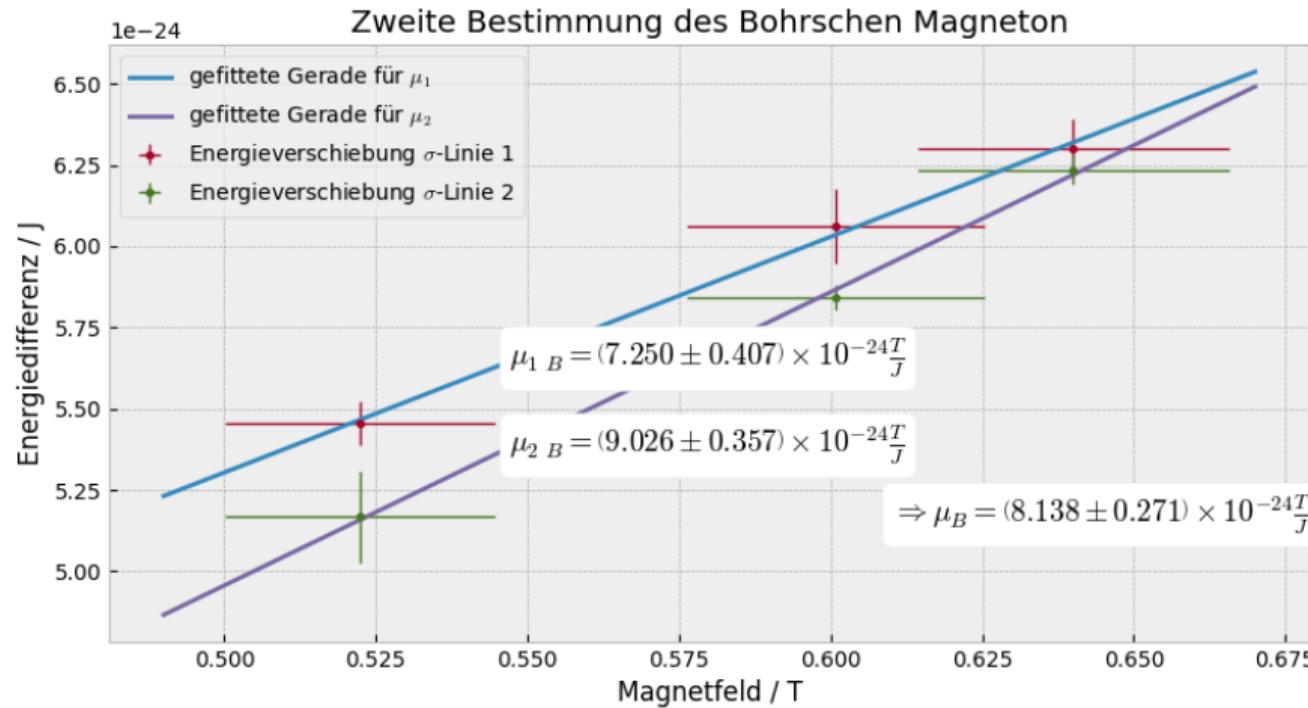
$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \delta\lambda} \quad \Delta(\Delta E) = \frac{hc}{(\lambda + \delta\lambda)^2} \cdot \Delta(\delta\lambda) \quad (7)$$

$$\mu_B = \left| \frac{\Delta E}{B} \right| \quad (8)$$

$$\Rightarrow \mu_B = (9.956 \pm 0.414) \cdot 10^{-24} \frac{J}{T} \quad (9)$$

$$\mu_{B,\text{theo}} = 9.274 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T} \rightarrow 1.6 \sigma \quad (10)$$

Methode 2: linearer Fit



Outline - Wellenlänge

1. Einleitung
2. Versuchsaufbau
3. Bohr'sches Magneton
4. Wellenlänge
 - 4.1 Cadmium-Linie
 - 4.2 unbekannte Linie
5. Zusammenfassung

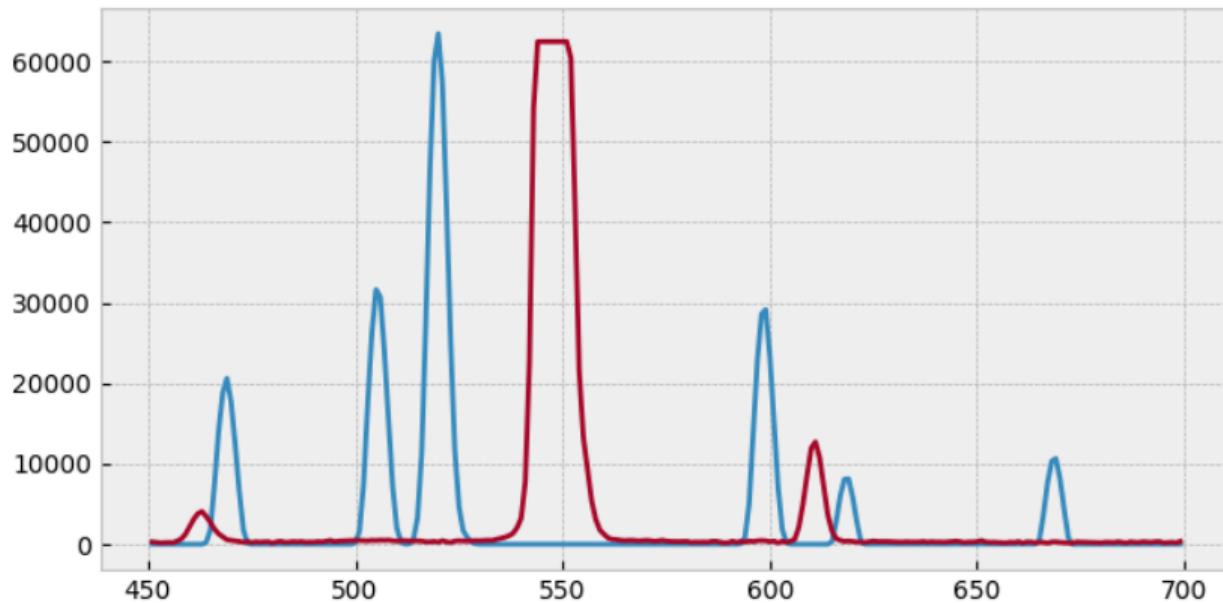


Abbildung 15: Cadmium- (Rot) und Neon- (Blau) Linien (y: Int arbiträr, x: pos in px)

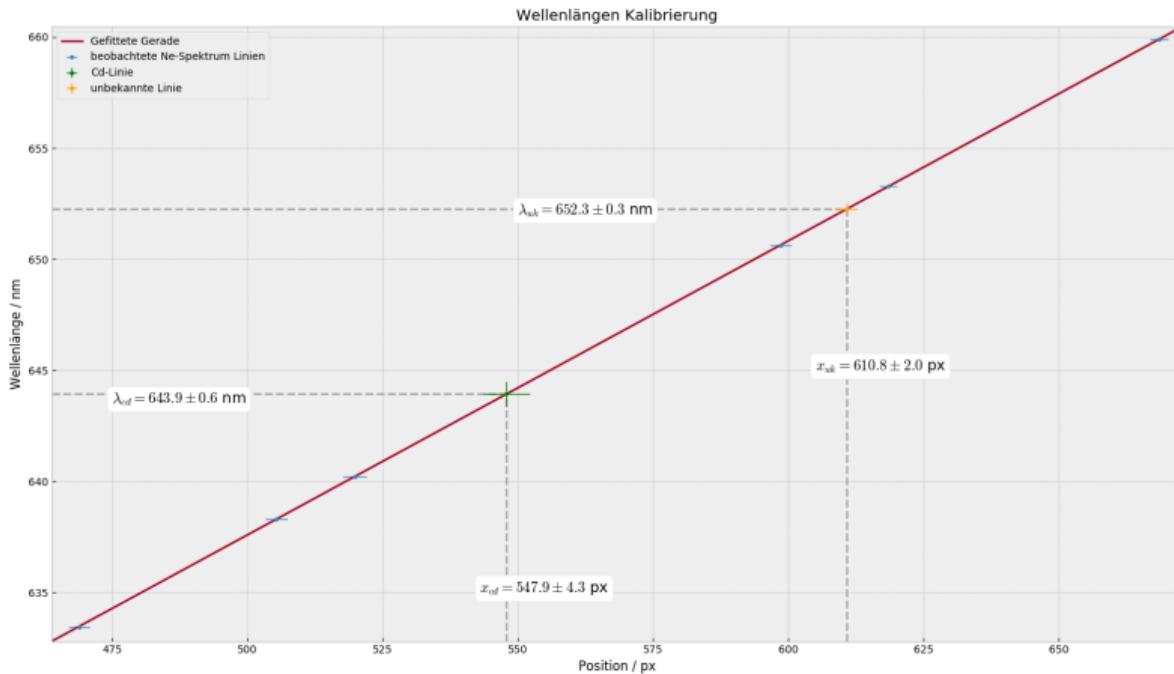


Abbildung 16: Zusammenhang zwischen Position und Wellenlänge in unseren Beobachtungen

Wellenlänge

Cadmium-Linie

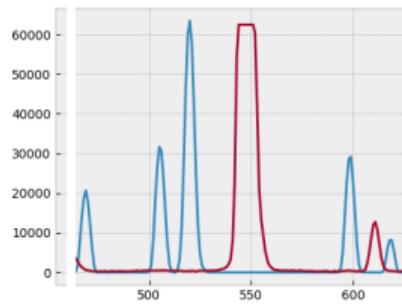
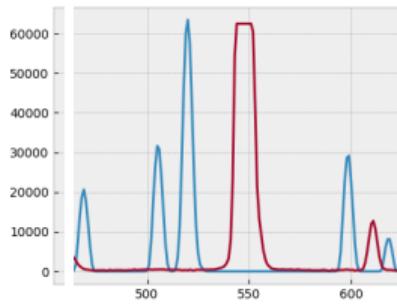


Abbildung 17:
Intensitätsspektrum, um die
Cd-Linie

Cadmium-Linie



$$a_{Cd} = (547.945 \pm 4.310) \text{ px} \quad (11)$$

$$\lambda_{Cd} = (643.927 \pm 0.571) \text{ nm} \quad (12)$$

Abbildung 17:
Intensitätsspektrum, um die
Cd-Linie

$$\lambda_{Cd,\text{theo}} = 643.847 \text{ nm} \quad \rightarrow 0.14 \sigma \quad (13)$$

Wellenlänge

unbekannte Linie

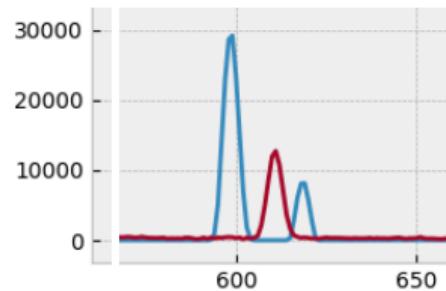
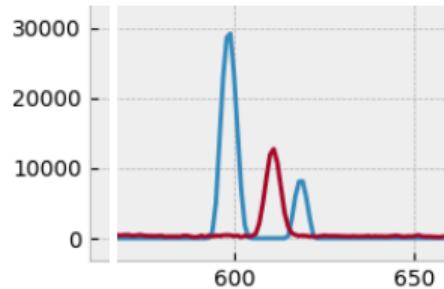


Abbildung 18:
Intensitätsspektrum, um die
unbekannte Linie

Wellenlänge

unbekannte Linie



$$a_{uk} = (610.8 \pm 4.0) \text{ px} \quad (14)$$

$$\lambda_{uk} = (652.253 \pm 0.269) \text{ nm} \quad (15)$$

Abbildung 18:
Intensitätsspektrum, um die
unbekannte Linie

$$\lambda_{Th\ I} = 652.250 \text{ nm} \quad (16)$$

$$\lambda_{Xe\ I} = 652.151 \text{ nm} \rightarrow 0.38 \sigma \quad (17)$$

Outline - Zusammenfassung

1. Einleitung
2. Versuchsaufbau
3. Bohr'sches Magneton
4. Wellenlänge
5. Zusammenfassung

Zusammenfassung

	Theorie	Methode 1	Abw	Methode 2	Abw
$\mu_B / (10^{-24} \frac{J}{T})$	9.274	(9.956 ± 0.414)	1.6 σ	(8.138 ± 0.271)	4.2 σ
$\lambda_{Cd} / (\text{nm})$	643.847	(643.927 ± 0.571)	0.14 σ		
$\lambda_{uk} / (\text{nm})$	652.151	(652.253 ± 0.269)	0.38 σ		