

1 Kubikwurzel

1.1 Iterationsvorschrift

nach Newton:

$$x_{t+1} = x_t - \frac{f(x_t)}{f'(x_t)} \quad (1)$$

$$f(x) = x^3 - y \quad (2)$$

$$\Rightarrow x_{t+1} = x_t - \frac{x_t^3 - y}{3x_t^2} = \frac{1}{3} \left(2x_t + \frac{y}{x_t^2} \right) \quad (3)$$

1.2 Abbruchbedingung

da `double` eine 10^{16} Genauigkeit besitzt kann wie bei der Quadratwurzel der Fehler als

$$dx = 10^{-15}|y| \quad (4)$$

und damit ist die Abbruchbedingung

$$|x^3 - y| \leq dx \quad (5)$$

2 Pythagorisches Tripel

2.1 Vereinfachung des Quadratzahltests

$$\text{Ann.: } (n \in \mathbb{N}_0 : \exists m \in \mathbb{Z}, m^2 = n) \Rightarrow (n \bmod 4 \in \{0, 1\}) \quad (6)$$

Bew.:

$$(\text{mit } (m \cdot n) \bmod k = ((m \bmod k)(n \bmod k)) \bmod k) \quad (7)$$

$$m^2 \bmod 4 = (m \bmod 4)^2 \bmod 4 \quad (8)$$

$$\text{also } (m \bmod 4) \in \{0, 1, 2, 3\} \quad (9)$$

$$\Rightarrow (m \bmod 4)^2 \in \{0^2, 1^2, 2^2, 3^2\} \quad (10)$$

$$\Rightarrow \{0^2, 1^2, 2^2, 3^2\} \bmod 4 = \{0, 1\} \quad (11)$$