

# Modélisation d'une PSP

Julien Guépet

Une centrale de stockage par pompage (ou PSP pour *Pump Storage Powerplant*) est une centrale hydroélectrique permettant de stocker de l'énergie électrique sous forme d'énergie potentielle de pesanteur de l'eau. Une PSP est composée de deux réservoirs situés à des altitudes différentes, le réservoir supérieur et inférieur, ainsi que d'une ou plusieurs machines, appelées pompe-turbines, qui peuvent fonctionner comme pompe ou comme turbine. Lorsque qu'une pompe-turbine marche en mode pompe, de l'énergie est consommée pour déplacer de l'eau du réservoir inférieur au réservoir supérieur. Lorsque qu'une pompe-turbine marche en mode turbine, de l'énergie est produite par le déplacement de l'eau du réservoir supérieur au réservoir inférieur. De par ces deux processus, de l'énergie peut être stockée en pompant puis redistribuée plus tard en turbinant. La Figure 1 schématise une PSP.

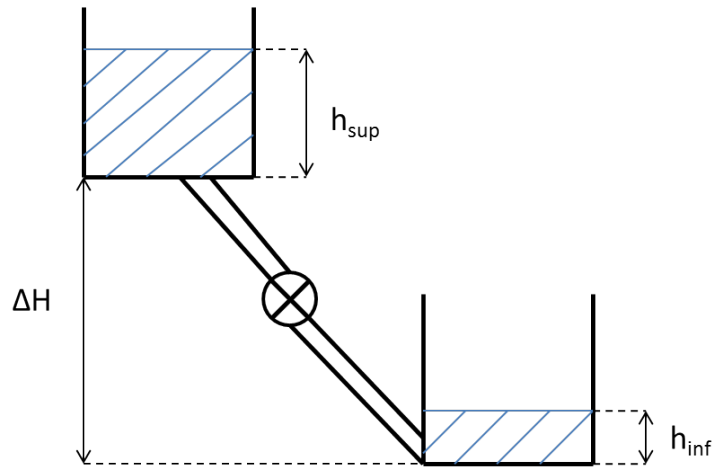


FIGURE 1 – Schéma d'une PSP

Sachant que le prix de l'électricité varie au cours du temps, il est possible de faire un bénéfice en stockant de l'énergie au moment où elle est peu coûteuse et en la restituant quand elle est coûteuse.

Le prix de l'électricité varie par heure, ce qui signifie qu'il est constant sur une heure et change généralement d'une heure à l'autre. Ainsi, le fonctionnement d'une machine en mode turbine à une puissance de  $100MW$  pendant une heure rapporte  $1000\text{€}$  si le prix de l'électricité est de  $10\text{€/MWh}$ .

Le but de cette étude est de proposer un modèle d'optimisation du fonctionnement d'une PSP tout en respectant les contraintes du système. Ce modèle sera résolu avec **Cplex** par une implémentation en Java avec l'API **Concert**.

## Pompe-turbine

Le fonctionnement d'une pompe-turbine est caractérisé par la puissance de fonctionnement. Par

convention, la puissance est positive si la machine est en mode turbine (puissance fournie), négative si elle est en mode pompe (puissance consommée). En mode turbine, une machine peut fonctionner sur une gamme de puissance comprise entre  $P_{min}^T$  et  $P_{max}^T$  ( $0 < P_{min}^T \leq P_{max}^T$ ). De même en mode pompe, la gamme de puissance de fonctionnement possible est comprise entre  $P_{max}^P$  et  $P_{min}^P$  ( $P_{max}^P \leq P_{min}^P < 0$ ). Le fonctionnement d'une machine est donc décrit par la puissance

$$p \in [P_{max}^P, P_{min}^P] \cup \{0\} \cup [P_{min}^T, P_{max}^T]$$

La puissance de fonctionnement d'une pompe-turbine ne peut pas être changée au cours d'une heure afin de ne pas abimer excessivement les pâles de la machine.

**Question 1** *Proposer une modélisation en programmation linéaire en nombres entiers d'une PSP avec  $N \geq 0$  pompe-turbines sur un horizon de temps d'une semaine ( $t = 1, 2..T$  avec  $T = 168$ ). On ne tiendra compte dans un premier temps que des contraintes de fonctionnement des pompe-turbines.*

**Question 2** *Quelle est la politique de gestion optimale dans ce cas particulier ?*

### Réservoirs

Dans toute la suite, nous supposerons que les deux réservoirs sont des pavés droits identiques de dimension  $L \times l \times H$  supposés sans fuite. Pour ne pas causer d'inondation, les réservoirs supérieur et inférieur ne doivent jamais déborder. Sous cette contrainte, on peut remarquer que la répartition de l'eau dans les réservoirs est entièrement décrite par la hauteur de chute

$$h = h_{sup} - h_{inf} + \Delta h$$

Le débit d'eau mise en mouvement est liée à la puissance par les équations dites de fonctionnement suivantes :

- $P = \alpha_P Q$  en mode pompe
- $P = \alpha_T Q$  en mode turbine
- $P = Q = 0$  à l'arrêt

où  $P$  est la puissance en MW et  $Q$  le débit d'eau en  $m^3.s^{-1}$ . Les constantes  $\alpha_t, \alpha_p \in \mathbb{R}^+$  sont liées à l'efficacité de la machine (rendement) et à des constantes physiques. La convention de signe sur les puissances impose que le débit d'eau est positif si l'eau descend, négatif si elle monte.

### Question 3

- (a) *Calculer la variation de la hauteur de chute entre l'heure  $t$  et  $t + 1$  sachant que la pompe-turbine fonctionne à la puissance  $P$ .*
- (b) *Écrire cette équation en fonction des variables précédemment définies dans le modèle.*
- (c) *Inclure les réservoirs dans votre modèle, en sachant qu'à l'instant 0 le réservoir supérieur est vide et que le réservoir inférieur est plein.*

### Coût de changement de mode de fonctionnement

Changer le mode de fonctionnement d'une pompe-turbine nécessite une manipulation ayant un certain coût dépendant du mode de fonctionnement initial et final. On notera  $c_{AT}$  et  $c_{AP}$  le coût induit par le passage du mode arrêt  $A$  au mode turbine  $T$  et pompe  $P$ . On définit de la même façon  $c_{TA}$  et  $c_{PA}$  les coûts induits par le processus inverse. Bien que ces changements soit complexes (réamorçage), nous supposerons qu'ils sont instantanés.

**Question 4** *Introduire les coûts de mise en marche et d'arrêt des pompe-turbines dans votre modèle.*

## Refroidissement des pompes-turbines

Comme tout appareil électrique, une pompe-turbine chauffe lorsqu'elle est en marche. Pour éviter la surchauffe et ne pas endommager les composants, il est nécessaire qu'elle ne fonctionne jamais plus de 12 heures à la suite. Ainsi sur tout intervalle de 12h, une pompe-turbine doit passer au moins une heure à l'arrêt.

**Question 5** *Introduire les contraintes de refroidissement dans votre modèle.*

**Régulation primaire de puissance** Nous avons vu qu'il est possible de faire des bénéfices en utilisant la fluctuation du prix de l'électricité. Une PSP a l'avantage d'offrir une très grande flexibilité, par exemple, lorsque qu'une pompe-turbine marche en mode turbine à une puissance de 150MW, elle peut passer quasi instantanément à une puissance de 180MW. Ces centrales sont donc utilisées en pratique pour réguler le réseau, c.-à-d. faire coïncider la production et la consommation à tout instant, ce que ne peut pas faire une centrale nucléaire.

Cette flexibilité peut être rémunérée par le gestionnaire du réseau à condition qu'elle soit garantie. En pratique, la centrale signe un contrat de flexibilité avec le gestionnaire du réseau stipulant qu'à chaque instant, la centrale s'engage à pouvoir changer la puissance de fonctionnement dans une certaine mesure. La régulation n'est utile que si elle est instantané. Or le changement de mode de fonctionnement d'une pompe turbine n'est pas instantané, même si nous avons supposer le contraire pour simplifier le modèle. Il n'est donc pas possible d'offrir de la régulation en changeant le mode de fonctionnement d'une pompe-turbine.

**Question 6** *Comment garantir à tout instant que la puissance puisse être augmentée ou diminuée de 5MW sans changer le mode de fonctionnement d'une pompe-turbine ?*

## Résolution

### Question 7

- (a) *Proposer un (ou des) algorithme glouton<sup>1</sup> pour résoudre ce problème. Est-il optimal ?*
- (b) *Proposer une (ou des) heuristiques permettant d'améliorer la solution précédente.*

---

1. Un algorithme glouton est un algorithme qui suit le principe de faire, étape par étape, un choix optimum local, dans l'espoir d'obtenir un résultat optimum global. [[http://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme\\_glouton](http://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_glouton)]