COLECCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS con soluciones

CRECIMIENTO ECONÓMICO

MIGUEL CASARES

Esta colección de ejercicios pretende mostrar las múltiples posibilidades de aplicación de los modelos teóricos de crecimiento económico a casos reales con resultados numéricos. El libro de texto incorpora, al final de cada capítulo, una serie de ejercicios de corte teórico que pueden también plantearse como trabajo a realizar durante el desarrollo del curso. Mi intención, no obstante, es la de proponer ejercicios numéricos que faciliten la comprensión de los modelos teóricos y permitan entender su aplicabilidad a partir del uso de datos reales. El estudiante podría comprobar fácilmente los efectos que tiene una modificación de alguno de los parámetros del modelo sobre el resultado de las variables endógenas en estado estacionario o en su dinámica de corto plazo. Las últimas dos sesiones se dedican al análisis de datos sobre contabilidad del crecimiento y convergencia económica y se proponen sendos ejercicios a partir de datos reales.

EJERCICIOS - EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (I)

1. Existen dos variables A(t) y B(t) que están creciendo con el paso del tiempo t. Los procesos de crecimiento que describen son, respectivamente,

$A(t) = e^{xt} A(0)$

$B(t) = (1+x)^t B(0)$

i) Calcular las tasas de crecimiento instantáneas de las dos variables A(t) y B(t). ¿Son idénticas?

ii) Supongamos que A(0)=B(0)=1 y x=0,02. Calcula los valores de A(10) y B(10). ¿Cuánto han crecido estas variables en el transcurso de los 10 periodos considerados? Ahora, calcula los valores de A(100) y B(100). Comenta los resultados.

Soluciones:

i) $\gamma_{A(t)} \equiv \frac{\dot{A(t)}}{A(t)} = x \ , \ \gamma_{B(t)} \equiv \frac{\dot{B(t)}}{B(t)} = \log(1+x) \ , \ \log(1+x) \approx x \quad cuando\ x \approx 0$

ii) $A(10) = 1{,}2214 \ , \ B(10) = 1{,}2190 \ , \ A(100) = 7{,}3890 \ , \ B(100) = 7{,}2446$

2. Hallar la tasa de crecimiento instantánea de la siguiente serie temporal

$Y(t) = (1+t)^2 Y(0)$

¿Existe un estado estacionario para la variable Y? Describirlo si la respuesta es afirmativa y razonar por qué no existe si la respuesta es negativa.

Soluciones:

$$\gamma_{Y(t)} \equiv \frac{\dot{Y(t)}}{Y(t)} = \frac{2}{1+t}$$

Existe un estado estacionario $\gamma_{Y(t)} = 0$ que se alcanza asintóticamente conforme el tiempo t se aproxima a infinito.

3. La función de producción de una economía es $F(L,K) = \sqrt{LK}$. La tasa de ahorro de sus familias es constante e igual a s. Del mismo modo el capital se deprecia a una tasa constante δ y la población (que coincide con la población activa) crece también a una tasa constante e igual a n. Se trata, además, de una economía cerrada sin sector público.

i) Tras un análisis estadístico se conoce que la tasa de ahorro es s=0,25, la tasa de depreciación del capital es del 10% (δ=0,10), y la población crece al 2,5% (n=0,025). Suponiendo que en este momento inicial $k(0) = 1$ determinar el capital per cápita del siguiente periodo, $k(1)$.

i) ¿Qué va a ocurrir con el capital per cápita desde el momento actual hasta que se alcance una situación de equilibrio a largo plazo (estado estacionario)? Calcular el valor numérico del capital per cápita, el producto per cápita, y el consumo per cápita en el estado estacionario. ¿A qué tasa estarán creciendo estas tres variables en el estado estacionario? ¿A qué tasa lo harán el capital agregado, el producto agregado y el consumo agregado?

Soluciones:

i) $k(1) = 1{,}125$ tras un aumento del capital per cápita en 0,125 unidades.
ii) Las variables per cápita tendrán un aumento continuado, a tasas decrecientes, hasta alcanzar un valor constante en estado estacionario e igual a $k^* = 4$ $y^* = 2$, $c^* = 3$.

4. Con los datos del ejercicio anterior,

i) calcule el capital per cápita de la regla de oro.

ii) Obtenga la tasa de ahorro con la que se alcanzaría el nivel de capital per cápita de la regla de oro en estado estacionario. Represente gráficamente el resultado obtenido.

iii) ¿Podría sugerir alguna medida de política económica encaminada a la consecución de la regla de oro?

Soluciones:

i) $k_{oro} = 16$
ii) $s_{oro} = 0{,}5$
iii) Incentivos fiscales al ahorro de los hogares