CRECIMIENTO ECONÓMICO

SESIÓN: Cambio tecnológico: el modelo de Schumpeter de escalas de calidad

Profesor: Miguel Casares

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

ÍNDICE

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD

En esta sesión se va a estudiar la influencia que genera sobre el crecimiento económico el progreso tecnológico debido a las mejoras de la calidad (o la productividad) de cada tipo de productos ya existentes.

↓

Joseph Schumpeter (1934, "The Theory of Economic Development")

Philippe Aghion and Peter Howitt (1992, *Econometrica*)

Escalas de calidad. Los productos mejorados tienden a desplazar a los antiguos.

Una calidad superior elimina calidades inferiores: "Destrucción creativa"

Este proceso de destrucción creativa implica un efecto de "acaparamiento de negocio" que conlleva que la investigación sea realizada por las empresas.

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

En el modelo existen 3 tipos de agentes:

- Productores de bienes de consumo finales que contratan trabajo y bienes intermedios para producir, en competencia perfecta, bienes que consumen los hogares. **Existe un número de bienes intermedios fijo, aunque su calidad es variable a lo largo del tiempo.**
- Empresas de I+D que deciden la invención en **mejoras a lo largo de una escala de calidad** en productos intermedios que venden en exclusividad a las empresas productoras de bienes finales, fijando un precio óptimo y obteniendo un beneficio empresarial positivo. **El innovador más reciente (líder) elimina el flujo de beneficios del predecesor**.
- Hogares que deciden el consumo y la cantidad de activos financieros que acumulan en el tiempo para maximizar su bienestar de acuerdo a los supuestos establecidos en el modelo de Ramsey.

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

Sector de producto final

Los productores del producto final disponen de una tecnología de producción similar a la del modelo con variedad de bienes intermedios

$$Y_i = AL_i^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{N} \bar{X}_{ij}^{\alpha}$$

donde $A > 0, 0 \leq \alpha \leq 1$ y $\bar{X}_{ij}$ es la cantidad del bien intermedio j , **ajustada a la calidad**, y utilizada por la empresa i . La escala de calidad comienza por la unidad y tiene un factor multiplicativo $q > 1$:

$$1, q, q^2, q^3, \dots, q^{\kappa_j}$$

donde el innovador k-ésimo es el único proveedor de los bienes intermedios de nivel de calidad q^k. La cantidad ajustada por la calidad del bien intermedio j utilizado por la empresa i es

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

$$\bar{X}_{ij} = q^{\kappa_j} X_{ij}$$

quedando la función de producción

$$Y_i = A L_i^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{N} \left(q^{\kappa_j} X_{ij}\right)^{\alpha}$$

Dado el precio de cada bien intermedio, P_j, la empresa representativa i decide cuanto trabajo, L_i, emplear, y cuantos bienes intermedios de cada variedad, X_{ij}, adquirir buscando maximizar su beneficio

$$A L_i^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{N} \left(q^{\kappa_j} X_{ij}\right)^{\alpha} - w L_i - \sum_{j=1}^{N} P_j X_{ij}$$

Las condiciones de primer orden para L_i y X_{ij} son:

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

$$(1-\alpha)AL_i^{-\alpha}\sum_{j=1}^{N}\left(q^{\kappa_j}X_{ij}\right)^{\alpha}-w=0$$

$$AL_i^{1-\alpha}\alpha\left(q^{\kappa_j}X_{ij}\right)^{\alpha-1}-P_j=0$$

De la segunda condición obtenemos la función de demanda óptima del bien intermedio dependiendo inversamente del precio al que lo adquiere

$$X_{ij}=L_i\left(\frac{A\alpha q^{\alpha\kappa_j}}{P_j}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

que aumenta con una mayor escala de calidad del bien intermedio, κ_j. Agregando las cantidades demandadas de todas las empresas obtenemos

$$X_j=L\left(\frac{A\alpha q^{\alpha\kappa_j}}{P_j}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

donde L representa la población activa.

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

Sector de investigación

Precios, bienes y producción (etapa 2)

Teniendo en cuenta que el coste marginal de producción es una unidad del propio producto, la función de beneficio del monopolio de producción del bien intermedio representativo j es:

$$\pi_j(\nu) = \left[P_j(\nu) - 1\right] X_j(\nu)$$

donde $P_j(\nu)$ es el precio de venta y la cantidad demandada de la nueva variedad de bienes intermedios por el conjunto de las empresas productoras de bienes finales es

$$X_j(\nu) = \sum_i X_{ij}\,(\nu) = \left(\frac{A\alpha q^{\alpha\kappa_j}}{P_j(\nu)}\right)^{1/(1-\alpha)} \sum_i L_i = \left(\frac{A\alpha q^{\alpha\kappa_j}}{P_j(\nu)}\right)^{1/(1-\alpha)} L$$

en la que se incluye la población activa $L = \sum_i L_i$. Sustituyendo la expresión de $X_j(\nu)$ en la función de beneficio nos queda la función a maximizar

$$\left[P_j(\nu) - 1\right] L (A\alpha q^{\alpha\kappa_j})^{1/(1-\alpha)} \left(P_j(\nu)\right)^{-1/(1-\alpha)}$$

dependiendo exclusivamente del precio de venta $P_j(\nu)$ y no de la cantidad. La condición de primer orden es:

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

$$\frac{\partial \pi_j(\nu)}{\partial P_j(\nu)} = L(A\alpha q^{\alpha\kappa_j})^{1/(1-\alpha)} \left[\left(P_j(\nu)\right)^{-1/(1-\alpha)} + \left(\frac{-1}{1-\alpha}\right)\left(P_j(\nu)\right)^{\frac{-2+\alpha}{1-\alpha}} [P_j(\nu) - 1] \right] = 0$$

que, igualando a cero el corchete grande y tras unas cuantas simplificaciones, nos lleva al mismo precio óptimo que el obtenido en el modelo con una variedad ampliada de productos

$$P_j(\nu) = \frac{1}{\alpha}$$

con el correspondiente margen positivo para el productor monopolista de innovaciones $\frac{1}{\alpha} - 1 > 1$. El precio óptimo es el mismo para cualquier variedad de bien intermedio. Además la cantidad demandada de cada variedad es la misma

$$X_j(\nu) = L\left(\frac{A\alpha q^{\alpha\kappa_j}}{1/\alpha}\right)^{1/(1-\alpha)} = LA^{1/(1-\alpha)}\alpha^{2/(1-\alpha)}q^{\kappa_j\alpha/(1-\alpha)}$$

y depende positivamente del factor de ajuste de la escala de calidad, q^{κ_j}.
Sustituyendo los valores de $P_j(\nu)$ y $X_j(\nu)$ en la función del beneficio obtenemos:

CAF BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

$$\pi(\kappa_j) = \bar{\pi} q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)}$$

con una parte común $\bar{\pi} = A^{1/(1-\alpha)} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \alpha^{2/(1-\alpha)} L$ y otra parte que depende de la calidad alcanzada por el sector j.

El valor del derecho de monopolio sobre una innovación pasa a ser 0 cuando un competidor logra una mejora de calidad. Por tanto, si t_{κ_j} es el momento en que se produce la mejora de calidad κ_j y $t_{\kappa_{j+1}}$ es el momento en que se produce la mejora de calidad κ_{j+1} el intervalo en el que la innovación es puntera es

$$T(\kappa_j) = t_{\kappa_{j+1}} - t_{\kappa_j}$$

y el valor actual del flujo de beneficios para la innovación de escalad e calidad κ_j es

$$V(\kappa_j) = \int_{t_{\kappa_j}}^{t_{\kappa_{j+1}}} \pi(\kappa_j) e^{-\bar{r}(\nu - t_{\kappa_j})} d\nu$$

donde $\bar{r}$ es el tipo de interés promedio entre los momentos t_{κ_j} y ν. Con tipo de interés constante, r, obtenemos el siguiente valor actual de la innovación:

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

$$V(\kappa_j) = \pi(\kappa_j)\frac{1 - e^{-rT(\kappa_j)}}{r}$$

Por ejemplo, si $\pi(\kappa_j) = 100$ unidades de producto, $T(\kappa_j) = 4$ periodos (años) y $r = 0{,}05$ (5% anual), el valor de mercado actual es $V(\kappa_j) = 362{,}54$.

La cantidad de producción agregada puede obtenerse insertando las demandas de bienes intermedios en la función de producción y sumando todas las producciones de las empresas productoras de bienes de consumo. La producción resultante es:

$$Y = A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{2\alpha/(1-\alpha)}L\sum_{j=1}^{N} q^{\kappa_j\alpha/(1-\alpha)}$$

donde podemos introducir el índice agregado de calidad

$$Q = \sum_{j=1}^{N} q^{\kappa_j\alpha/(1-\alpha)}$$

de manera que obtengamos la relación entre producción agregada y la calidad (progreso tecnológico endógeno)

$$Y = A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{2\alpha/(1-\alpha)}LQ$$

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

La cantidad agregada de producción de bienes intermedios también depende de la calidad de producto

$$X = A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{2/(1-\alpha)}L\sum_{j=1}^{N} q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)}$$

donde nuevamente podemos incluir el índice agregado de calidad

$$X = A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{2/(1-\alpha)}LQ$$

con $Q = \sum_{j=1}^{N} q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)}$, estableciéndose también un efecto positivo de la calidad del producto sobre la producción agregada de bienes intermedios.

La relación entre producción de bienes finales y producción intermedia es la misma que en el modelo con una variedad ampliada de productos

$$Y = \alpha^2 X$$

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

La innovación (etapa 1)

Sea $p(\kappa_j)$ la probabilidad de que se produzca una innovación exitosa en el sector j cuando la calidad puntera es κ_j. Entonces, el valor **esperado** actual de la innovación de calidad κ_j es

$$E\left[V\left(\kappa_j\right)\right] = \frac{\pi(\kappa_j)}{r + p(\kappa_j)}$$

dado un tipo de interés de equilibrio r. Si sustituimos la expresión que determina el beneficio comprobamos como el valor esperado de la innovación es creciente con la escala de calidad

$$E\left[V\left(\kappa_j\right)\right] = \frac{\bar{\pi} q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)}}{r + p(\kappa_j)}$$

El gasto total de I+D para mejorar el nivel de calidad κ_j del sector j es $Z\left(\kappa_j\right)$. Asumimos que la probabilidad de éxito depende positivamente de la cantidad de inversión en I+D destinada para conseguirla

$$p(\kappa_j) = Z\left(\kappa_j\right) \cdot \phi(\kappa_j)$$

con $\phi\left(\kappa_j\right) > 0$ recogiendo el efecto de la posición actual de la tecnología κ_j. La formulación más sencilla e intuitiva de $\phi(\kappa_j)$ es aquella en la que los éxitos se vuelven cada vez más difíciles a medida que se asciende

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

en la escala de calidad del producto. Así que para conseguir con éxito la innovación de calidad con éxito $\kappa_j + 1$ el valor de la función $\phi(\kappa_j)$ es menor cuanto mayor sea $\kappa_j + 1$ tal y como indica la función escogida

$$\phi(\kappa_j) = (1/\zeta)q^{-(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)}$$

que incluye el parámetro $\zeta > 0$ representando el coste de la investigación. Esta función implica que el coste de I+D aumenta proporcionalmente al nivel de producción previsto.

La ganancia de capital que espera obtener la empresa que decide invertir en I+D para conseguir la mejora de calidad de κ_j a $\kappa_j + 1$ es $p(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)] - Z(\kappa_j)$. Si no hay barreras a la entrada, la condición de libre entrada en el sector de investigación es

$$p(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)] - Z(\kappa_j) = 0$$

Donde sustituyendo la expresión de la probabilidad $p(\kappa_j)$ de la diapositiva anterior tenemos

$$Z(\kappa_j) \cdot \{\phi(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)] - 1\} = 0$$

$$\phi(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)] - 1 = 0$$

e insertando el valor esperado $E[V(\kappa_j + 1)]$ que implicaría reescribir la expresión de $E[V(\kappa_j)]$ para κ_{j+1}

$$\phi(\kappa_j) \cdot \frac{\bar{\pi} q^{\kappa_{j+1}\alpha/(1-\alpha)}}{r + p(\kappa_{j+1})} - 1 = 0$$

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

Ahora buscamos ecuaciones que nos identifiquen a la probabilidad de éxito y al gasto en I+D. La probabilidad de éxito se obtiene combinando la función específica $\phi(\kappa_j) = (1/\zeta)q^{-(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)}$ con la condición de libre entrada $\phi(\kappa_j) \cdot \frac{\bar{\pi} q^{\frac{\kappa_{j+1}\alpha}{1-\alpha}}}{r+p(\kappa_{j+1})} = 1$ para obtener

$$p(\kappa_{j+1}) = p = \frac{\bar{\pi}}{\zeta} - r$$

con lo que si el tipo de interés r es constante en el tiempo la probabilidad de éxito p también lo es. La cantidad de recursos dedicados a la investigación en el sector j se deduce a partir de insertar $p(\kappa_j) = \frac{\bar{\pi}}{\zeta} - r$ y $\phi(\kappa_j) = (1/\zeta)q^{-(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)}$ en $p(\kappa_j) = Z(\kappa_j) \cdot \phi(\kappa_j)$ y despejar $Z(\kappa_j)$ obteniendo

$$Z(\kappa_j) = q^{(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)} \cdot (\bar{\pi} - r\zeta)$$

Sumando los N sectores en los que puede desarrollarse la actividad investigadora y recordando la definición del índice de calidad Q , obtenemos la siguiente expresión del gasto agregado de I+D

$$Z \equiv \sum_{j=1}^{N} Z(\kappa_j) = q^{\alpha/(1-\alpha)} Q \cdot (\bar{\pi} - r\zeta)$$

que crece cuando aumentan la calidad o el beneficio y disminuye con un mayor coste de la investigación o del tipo de interés.

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

Consumidores (hogares)

El problema de control óptimo que diseñan y resuelven los hogares es el mismo que se ha planteado en los modelos anteriores y determina la siguiente ecuación del crecimiento del consumo a lo largo del tiempo:

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\theta}(r - \rho)$$

La restricción de recursos agregados de la economía establece una relación lineal entre la producción (Y) y sus tres posibles destinos: la compra de bienes de consumo (C), la compra de bienes intermedios (X) y el gasto en I+D para innovar en mejoras de calidad (Z)

$$Y = C + X + Z$$

En la diapositiva anterior se recoge una relación lineal entre el gasto agregado de I+D (Z) y el índice de calidad (Q). Por lo tanto, las tasas de crecimiento de todas estas variables han de ser iguales en EE y representarán la tasa de crecimiento económico **endógeno** a largo plazo:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{X}}{X} = \frac{\dot{Z}}{Z} = \frac{\dot{Q}}{Q} = \gamma$$

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

Utilizando la relación entre tipo de interés de equilibrio y probabilidad de éxito, $r = \frac{\bar{\pi}}{\zeta} - p$, podemos reescribir la tasa de crecimiento del consumo de la siguiente manera

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\bar{\pi}}{\zeta} - p - \rho\right)$$

donde necesitamos todavía hallar una expresión para la probabilidad de éxito de la inversión en I+D , p , al tratarse de una variable endógena del modelo. Para ello necesitamos desarrollar la relación entre el índice de calidad y dicha probabilidad. Si tenemos en cuenta la definición del índice de calidad $Q = \sum_{j=1}^{N} q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)}$, recordando que la probabilidad de éxito es constante, la variación esperada de Q es

$$E[\Delta Q] = p \sum_{j=1}^{N} \left(q^{(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)} - q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)}\right) = p\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right) \sum_{j=1}^{N} q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)} = p\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right) Q$$

Por tanto la tasa de crecimiento esperada del índice de calidad es función creciente de p y q como sigue

$$E\left[\frac{\Delta Q}{Q}\right] = p\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)$$

La ley de los grandes números (con N suficientemente grande) nos permite identificar la tasa de crecimiento espera (*ex ante*) para Q con su tasa de crecimiento efectiva (*ex post*)

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = p\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)$$

Donde podemos introducir la relación entre tipo probabilidad de éxito y tipo e interés $r = \frac{\bar{\pi}}{\zeta} - p$

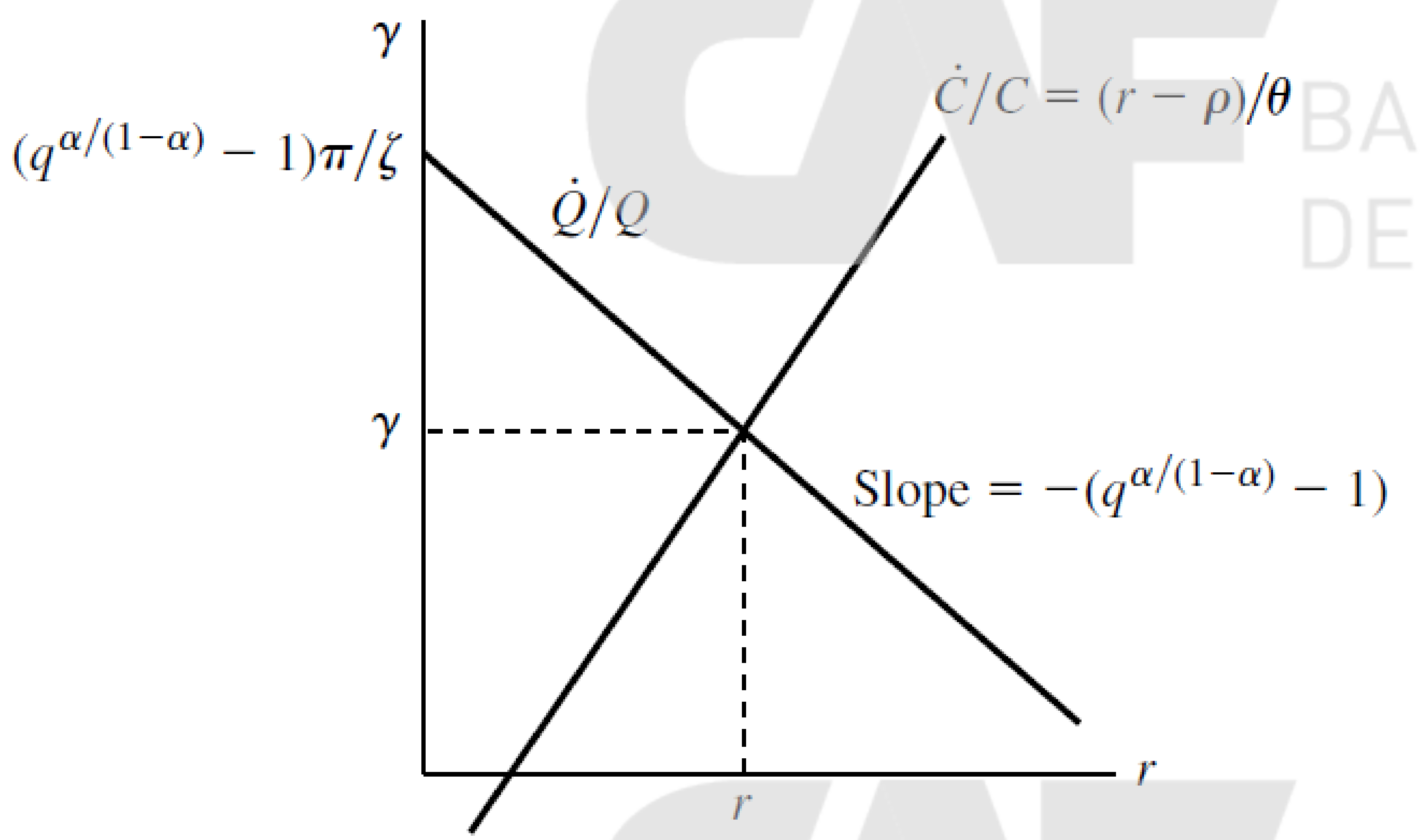
$$\frac{\dot{Q}}{Q} = \left(\frac{\bar{\pi}}{\zeta} - r\right)\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)$$

Igualando las tasas de crecimiento del consumo y del índice de calidad nos queda un sistema lineal sencillo de dos ecuaciones que podemos resolver para γ y r

$$\gamma = \frac{1}{\theta}(r - \rho)$$

$$\gamma = \frac{\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)\bar{\pi}}{\zeta} - \left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)r$$

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO



$$\gamma = \frac{1}{\theta}(r-\rho)$$

$$\gamma = \frac{\left(q^{\alpha/(1-\alpha)}-1\right)\bar{\pi}}{\zeta} - \left(q^{\alpha/(1-\alpha)}-1\right)r$$

En la intersección entre ambas rectas obtenemos la solución del sistema

$$\gamma = \frac{\left(q^{\alpha/(1-\alpha)}-1\right)(\bar{\pi}/\zeta-\rho)}{1+\theta(q^{\alpha/(1-\alpha)}-1)}$$

$$r = \frac{\rho+\theta\left(q^{\alpha/(1-\alpha)}-1\right)(\bar{\pi}/\zeta)}{1+\theta(q^{\alpha/(1-\alpha)}-1)}$$

El resultado obtenido para r implica una probabilidad de éxito en equilibrio

$$p = \frac{\bar{\pi}}{\zeta} - r = \frac{(\bar{\pi}/\zeta)-\rho}{1+\theta(q^{\alpha/(1-\alpha)}-1)}$$

CAF BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL MODELO

$$\gamma = \frac{\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)(\bar{\pi}/\zeta - \rho)}{1+\theta\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)} = \frac{\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)\left(A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{2/(1-\alpha)}\left(\frac{L}{\zeta}\right) - \rho\right)}{1+\theta\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)}$$

recordando que $\bar{\pi} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)X = A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{2/(1-\alpha)}L.$

Factores determinantes del crecimiento económico endógeno en el modelo de Schumpeter:

- Preferencias de los hogares. Si las familias tienen propensión al ahorro (bajo ρ , bajo θ), se fomenta el crecimiento económico.
- Tecnología de producción de bienes finales. Un aumento en el parámetro de la productividad en la obtención de bienes de consumo (alto A) favorece el crecimiento económico
- Tecnología de innovación a través de la inversión en I+D. Si el coste de desarrollar las actividades de I+D se reduce (bajo ζ) o el factor multiplicativo con el que cambian las escalas de calidad aumenta (alto q) se observará una mayor tasa de crecimiento.
- Efecto escala. Un aumento de la población activa (alto L) incrementa el beneficio de las empresas de I+D y favorece el crecimiento económico.

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – LA INNOVACIÓN DEL LÍDER

El modelo de cambio de calidad descrito con anterioridad tiene dos aspectos criticables desde el punto de vista empírico:

- Efecto escala. Los datos no muestran una relación positiva entre tamaño de la población y crecimiento económico. Este efecto puede eliminarse si la función $\phi(\kappa_j)$ varía en función inversa del nivel absoluto de la producción. Se neutralizaría el efecto escala y la tasa de crecimiento sería $\gamma = \frac{(q^{\alpha/(1-\alpha)}-1)\left(\left(\frac{\alpha(1-\alpha)}{\zeta}\right)-\rho\right)}{1+\theta(q^{\alpha/(1-\alpha)}-1)}$. Pero se perdería el efecto de la productividad en la producción de bienes finales (A).
- Todo el esfuerzo en I+D provenía de agentes externos, es decir, de empresas que no habían llevado a cabo la mejora de calidad más reciente. En el mundo real es muy habitual que sea la empresa *líder* la que desarrolle una nueva innovación de la calidad.

Vamos a explicar con detalle el segundo aspecto criticable y a desarrollar una respuesta incorporando una distinción entre la inversión en I+D de la empresa líder y de los agentes externos.

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – LA INNOVACIÓN DEL LÍDER

Comenzamos diferenciando las probabilidades de éxito:

$$p^o(\kappa_j) = Z^o(\kappa_j) \cdot \phi(\kappa_j) \rightarrow agentes\ externos$$
$$p^l(\kappa_j) = Z^l(\kappa_j) \cdot \phi(\kappa_j) \rightarrow \quad líder$$

con una cantidad total de gasto en I+D y una probabilidad de éxito para que alguna de las empresas de innovación mejoren la calidad de producto

$$Z(\kappa_j) = Z^o(\kappa_j) + Z^l(\kappa_j)$$
$$p(\kappa_j) = p^o(\kappa_j) + p^l(\kappa_j)$$

Los rendimientos netos esperados, respectivamente, para los agentes externos y el líder son

$$p^o(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)] - Z^o(\kappa_j) = Z^o(\kappa_j)\{\phi(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)] - 1\}$$
$$p^l(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)] - Z^o(\kappa_j) - p(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j)] = Z^l(\kappa_j)\{\phi(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)] - 1\} - Z(\kappa_j) \cdot \phi(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j)]$$

observando que el éxito de la I+D de los agentes externos o del líder provoca la pérdida del valor actual de los beneficios del líder $E[V(\kappa_j)]$.

La condición de libre entrada para los agentes externos junto con un gasto positivo (por muy pequeño que sea) en I+D, $Z^o(\kappa_j) > 0$, implican que $\phi(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)] = 1$ y que el líder tienen un rendimiento esperado negativo y su mejor respuesta es no invertir en I+D → $Z^l(\kappa_j) = 0$

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – LA INNOVACIÓN DEL LÍDER

Problema!

El equilibrio de tipo Cournot-Nash del modelo predice un gasto en I+D para las empresas externas positivo y nulo para la empresa líder → Todas las mejoras de calidad se conseguirán a partir de la innovación de agentes externos y ninguna de la empresa líder. Hay un continuo cambio de liderazgo en la industria de la innovación.

Esta predicción no se ve corroborada por las tendencias del mundo real en el que la mayoría de las mejoras de calidad de los productos suelen ser realizadas por los líderes de los distintos sectores industriales.

Dos modificaciones para corregir los continuos cambios de liderazgo

i) Equilibrio de tipo Stackelberg

- El líder es el primero en reaccionar y definir su gasto en I+D → $Z^l(\kappa_j)$
- Los agentes externos sólo pueden decidir su gasto en I+D una vez anunciada la decisión del líder → $Z^o(\kappa_j)$ dado $Z^l(\kappa_j)$

ii) Funciones de transformación del gasto en I+D a la probabilidad de éxito diferenciadas

- $\phi^l(\kappa_j)$ empresa líder
- $\phi^o(\kappa_j)$ agentes externos
- $\phi^l(\kappa_j) > \phi^o(\kappa_j)$ ventaja del líder por su mayor información y conocimiento de la tecnología de innovación

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – LA INNOVACIÓN DEL LÍDER

Una vez aplicadas las modificaciones las condiciones de libre entrada para agentes externos y el líder quedan así:

$$Z^o(\kappa_j)\{\phi^o(\kappa_j)\cdot E[V(\kappa_j+1)]-1\}$$

$$Z^l(\kappa_j)\{\phi^l(\kappa_j)\cdot E[V(\kappa_j+1)]-1\}-p(\kappa_j)\cdot E[V(\kappa_j)]$$

El término $\phi^l(\kappa_j)\cdot E[V(\kappa_j+1)]-1$ es ahora positivo y la empresa líder determinará una cantidad de gasto $Z^l(\kappa_j)$ suficientemente alta para eliminar a los agentes externos de la investigación pero que le permita mantener una ganancia esperada elevada al aumentar $p(\kappa_j)$. Es decir, si bien el líder desarrolla la totalidad de la I+D, $Z(\kappa_j)=Z^l(\kappa_j)$, la probabilidad de éxito de la investigación está también determinada por la posible competencia externa.

Asumiendo que la función de transformación del gasto en probabilidad para el líder sigue dependiendo inversamente de la escala de calidad más reciente

$$\phi^l(\kappa_j)=(1/\zeta_l)q^{-(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)}$$

con un parámetro que mide el coste de la investigación $\zeta_l>0$ específico para el líder. La probabilidad de éxito de la investigación es:

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – LA INNOVACIÓN DEL LÍDER

$$p(\kappa_j) = \phi^l(\kappa_j) \cdot Z(\kappa_j) = \frac{Z(\kappa_j)}{\zeta_l q^{(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)}}$$

El valor actual esperado de la inversión en I+D se descompone en dos partes. La primera parte es el valor actual de los ingresos netos, $\pi(\kappa_j) - Z(\kappa_j)$, acumulados hasta la fecha esperada de la siguiente mejora de calidad y descontados por el factor $e^{-r \cdot T(\kappa_j)}$)

$$\frac{\pi(\kappa_j) - Z(\kappa_j)}{r + p(\kappa_j)}$$

La segunda parte es el valor actual esperado de la suma de todos los retornos tras la próxima mejora de calidad

$$\frac{p(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)]}{r + p(\kappa_j)}$$

El valor esperado total resultante es

$$E[V(\kappa_j)] = \frac{\pi(\kappa_j) - Z(\kappa_j) + p(\kappa_j) \cdot E[V(\kappa_j + 1)]}{r + p(\kappa_j)}$$

Despejando el tipo de interés de equilibrio se obtiene la siguiente condición de arbitraje:

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – LA INNOVACIÓN DEL LÍDER

$$r = \frac{\pi(\kappa_j) - Z(\kappa_j) + p(\kappa_j) \cdot \{E[V(\kappa_j + 1)] - E[V(\kappa_j)]\}}{E[V(\kappa_j)]}$$

que explica una rentabilidad de los activos libres de riesgo equivalente la tasa de rentabilidad de la explotación de la innovación actual y a la tasa de ganancia de capital esperada con la futura innovación. En este modelo no hay entrada efectiva de empresas porque la empresa líder es siempre la que mantiene la inversión en I+D necesaria para asegurarse la próxima innovación. La forma de determinar la cantidad óptima de gasto en I+D es haciendo la derivada sobre el valor esperado de la inversión e igualándola a cero (condición de primer orden). El resultado es:

$$p(\kappa_j) \cdot \{E[V(\kappa_j + 1)] - E[V(\kappa_j)]\} = Z(\kappa_j)$$

Obviamente, si la parte izquierda diera un valor mayor que la derecha se aumentaría el gasto en I+D. Y si la parte derecha fuera superior a la izquierda se disminuiría.

Si recordamos las ecuaciones de la probabilidad de éxito y el valor esperado de la inversión en I+D tenemos

$$E[V(\kappa_j)] = \pi(\kappa_j)/r$$

que puede interpretarse como una renta de beneficios perpetua para la empresa líder en innovación. La rentabilidad obtenida, teniendo en cuenta que $\pi(\kappa_j) = \bar{\pi} q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)}$, es

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – LA INNOVACIÓN DEL LÍDER

$$r_l = \frac{\bar{\pi}}{\zeta_l}\left[1 - q^{\alpha/(1-\alpha)}\right]$$

que, como es habitual, tiene un efecto determinante sobre la tasa de crecimiento del consumo (y el resto de variables):

$$\gamma_l = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\bar{\pi}}{\zeta_l}\left[1 - q^{\alpha/(1-\alpha)}\right] - \rho\right)$$

Conviene detenerse a comparar los dos últimos resultados con los que se obtienen en el caso en el que la empresa líder no tenga ninguna ventaja respecto a los agentes externos

$$r = \frac{\bar{\pi}}{\zeta} - p$$

$$\gamma = \frac{\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)\left((\bar{\pi}/\zeta) - \rho\right)}{1 + \theta\left(q^{\alpha/(1-\alpha)} - 1\right)}$$

Las diferencias se explican en los distintos costes de I+D, en el efecto reductor de la probabilidad de éxito que aparece sólo cuando todas las empresas compiten por igual y en el factor reductor asociado a la calidad $1 - q^{\alpha/(1-\alpha)} < 1$ que reduce r_l porque la empresa líder ya ha descontado que siempre protagonizará las innovaciones en el futuro.

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL ÓPTIMO DE PARETO

Para evaluar si los equilibrios descentralizados son óptimos de Pareto tenemos que hallar la solución al problema de planificador social benevolente.

Como paso preliminar obtenemos las cantidades de producción de bien intermedio y producción agregada consistentes con la maximización del bienestar de los hogares. Aunque no se muestre aquí, resulta sencillo comprobar que la condición de primer orden que determina la cantidad de X_j que maximiza la utilidad intertemporal de las familias implica que

$$X_j = LA^{1/(1-\alpha)}\alpha^{1/(1-\alpha)}q^{\kappa_j\alpha/(1-\alpha)}$$

superior a $X_j = LA^{1/(1-\alpha)}\alpha^{2/(1-\alpha)}q^{\kappa_j\alpha/(1-\alpha)}$ obtenido del comportamiento optimizador de las empresas de la economía descentralizada. Sustituyendo los X_j y agregando en la función de producción de bienes finales tenemos

$$Y = A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{1/(1-\alpha)}LQ$$

que incluye el índice agregado de calidad Q, ya definido con anterioridad. En este caso, la producción agregada de bienes intermedios sigue siendo la misma proporción α^2 de la producción agregada de bienes finales (de consumo)

$$X = \alpha^2 Y$$

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL ÓPTIMO DE PARETO

Tal y como lo desarrollamos para la economía descentralizada, la variación esperada del índice de calidad Q es

$$E[\Delta Q] = p(\kappa_j) \sum_{j=1}^{N} \left(q^{(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)} - q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)}\right)$$

donde sustituyendo el valor de la probabilidad de éxito, $p(\kappa_j) = \frac{Z}{\zeta_l q^{(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)}}$, tenemos

$$E[\Delta Q] = \frac{Z\left[1 - q^{-\alpha/(1-\alpha)}\right]}{\zeta_l}$$

y para un número de sectores N suficientemente grande $E[\Delta Q] = \dot{Q}$.

Ahora ya podemos escribir el problema de control óptimo que maximiza la utilidad intertemporal de los hogares bajo la condición de cumplir con la restricción de recursos agregados de la economía, $Y = C + X + Z$, y a la tecnología de innovación de calidad, $\dot{Q} = \frac{Z\left[1-q^{-\alpha/(1-\alpha)}\right]}{\zeta_l}$.

Veámoslo en la siguiente diapositiva:

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL ÓPTIMO DE PARETO

$$Max \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{C^{1-\theta} - 1}{1-\theta} dt$$

sujeto a

$$A^{1/(1-\alpha)} \alpha^{1/(1-\alpha)} LQ = C + \alpha^2 A^{1/(1-\alpha)} \alpha^{1/(1-\alpha)} LQ + Z$$

$$\dot{Q} = \frac{Z\left[1 - q^{-\alpha/(1-\alpha)}\right]}{\zeta_l}$$

Estableciendo el consumo, C, y el gasto en I+D, Z, como las variables de control mientras que el índice de calidad Q es la variable de estado, la mecánica de solución habitual puede emplearse para alcanzar la tasa de crecimiento del consumo (y del resto de variables) como solución de la planificación central que aparece en la siguiente tabla (columna de la derecha):

CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD – EL ÓPTIMO DE PARETO

	Economía descentralizada con empresa líder desarrollando I+D		Planificación central
Tasa de rentabilidad	$\frac{1}{\zeta_l}A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{2/(1-\alpha)}L\left[1-q^{\alpha/(1-\alpha)}\right]$	<	$\frac{1}{\zeta_l}A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{1/(1-\alpha)}L\left[1-q^{\alpha/(1-\alpha)}\right]$
Tasa de crecimiento	$\frac{1}{\theta}\left(\frac{1}{\zeta_l}A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{2/(1-\alpha)}L\left[1-q^{\alpha/(1-\alpha)}\right]-\rho\right)$	<	$\frac{1}{\theta}\left(\frac{1}{\zeta_l}A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{1/(1-\alpha)}L\left[1-q^{\alpha/(1-\alpha)}\right]-\rho\right)$

- El planificador social alcanza una tasa mayor de rentabilidad y de crecimiento porque consigue neutralizar el efecto que tiene el poder de monopolio en la venta de bienes intermedios que pueden tener mejoras de calidad.
- En una economía descentralizada el escenario más previsible es el de empresas líderes llevando a cabo toda la actividad de I+D (cuando se cumple la condición $\phi^l(\kappa_j) > \frac{\phi^o(\kappa_j)}{1-q^{-\alpha/(1-\alpha)}}$). Si se diera el caso contrario, la fuerte competencia entre empresas provocarían una tasa de rentabilidad y una tasa de crecimiento superiores incluso a las socialmente óptimas (el exceso de investigación podría ser corregido si se exigiera a los innovadores que compensaran a un inmediato predecesor por la pérdida de ingresos).