**Ejercicios No. 4**

**Crecimiento Económico 2016-2017**
**Profesor: Félix Jiménez**

1. Dada la siguiente función de producción:

$$Y = \min\left[\frac{K}{v}, \frac{L}{u}\right], \quad donde\ v, u > 0.$$

Se le pide resolver las siguientes preguntas:

a) Grafique las isocuantas de la función de producción propuesta.
b) Obtenga $\frac{Y}{K}, \frac{Y}{L}\ y\ \frac{K}{L}$ asumiendo que ambos factores son "plenamente utilizados". ¿Qué sucede cuando $\frac{K}{L}$ es menor o mayor a $\frac{v}{u}$?

2. Suponga la siguiente función de producción:

$$Yt\ =\ F(Kt; Lt) =\ Min(4K_t, 3L_t)$$

¿Cuál es la función de producción per cápita, $y_t = f(y_t)$?

3. Desarrolle el modelo de Harrod – Domar para las siguientes dos economías:

**Economía 1:**

Función de producción: $Y_t^1 = \min\left[\frac{K_t^1}{v_1}, \frac{L_t^1}{u_1}\right], \quad donde\ v, u > 0$

Inversión: $I_t^1 = \Delta K_{t+1}^1 + \delta_1 K_t^1$

Equilibrio: $I_t^1 = S_t^1 = s_1 Y_t^1$

**Economía 2:**

Función de producción: $Y_t^2 = \min\left[\frac{K_t^2}{v_2}, \frac{L_t^2}{u_2}\right], \quad donde\ v, u > 0$

Inversión: $I_t^2 = \Delta K_{t+1}^2 + \delta_2 K_t^2$

Equilibrio: $I_t^2 = S_t^2 = s_1 Y_t^2$

Se tiene la siguiente información sobre los parámetros de cada una de las economías:

| **Parámetros \ Economías** | **Economía 1** | **Economía 2** |
|---|---|---|
| Tasa de ahorro (s) | 25% | 22% |
| Ratio capital – producto (v) | 3.0 | 2.5 |

| | | |
|---|---|---|
| Tasa de depreciación (δ) | 5% | 5% |
| Stock de capital inicial (Ko)[1] | 240 | 240 |
| Población inicial (Lo)[2] | 10000 | 10000 |
| Ratio trabajo – producto (u) | 1 | 1 |
| Crecimiento de la población (n) | 3% | 3% |

1 Capital medido en millones de dólares. 2 Población medida en número de personas.

Se le pide encontrar:

- **a.** Encuentre la ecuación fundamental de acumulación de capital. ¿Cuál de las dos economías tiene un mayor crecimiento económico, por qué?
- **b.** Resuelva la ecuación de acumulación del capital $(K_t)$ para cada economía. Encuentre la ecuación $K_t$ , $Y_t$ y el ratio $\frac{y_t}{k_t}$.
- **c.** Encontrar el nivel de producto per cápita y capital per cápita en el período inicial, en el período 20 y en el período 50 para ambas economías. Responda si las economías están creciendo o decreciendo. A su vez, en el largo plazo, ¿esta economía crecerá con pleno empleo?
- **d.** Qué sucede con la tasa de crecimiento y el nivel de producto per cápita si la tasa de ahorro en ambas economías sube 5%. Muestre sus respuestas en el período 20 y 50.
- **e.** Qué sucede con la tasa de crecimiento y el nivel de producto per cápita si la relación capital producto de ambas economías se reduce en 5%. Muestre sus respuestas en el período 10, 20 y 50.

4. Se tiene la siguiente función de producción *Cobb-Douglas* con retornos constantes a escala:

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

- **a.** Demuestre que dicha función de producción cumple las condiciones de INADA.
- **b.** Expresar la función de producción en su forma intensiva, a partir de la función de *Cobb-Douglas* mencionada.
- **c.** A partir de la función de producción *Cobb-Douglas* muestre que se cumple el Teorema de Euler.
- **d.** Muestre que $\alpha$ y $1-\alpha$ son las participaciones del ingreso de los factores $K$ (capital) y $L$ (trabajo) en $Y$ (el producto), respectivamente.

5. Desarrolle el modelo de Solow-Swan para una economía como la descrita a continuación:

Función de producción: $Y_t = K_t^{0.5}(L_t)^{0.5}$

Inversión: $I_t = \dot{K}_t + \delta K$

Equilibrio: $I_t = S_t = sY_t$

Además se sabe que la tasa de ahorro de esta economía es de 40%, la tasa de depreciación es 5% y que la población crece a un tasa de 5%.

a) Encuentre la ecuación fundamental de acumulación de capital per cápita.
b) Encuentre el nivel de capital per cápita de estado estacionario. También encuentre el nivel de producto per cápita, consumo per cápita e inversión per cápita de estado estacionario.