Crecimiento Económico y Empleo: keynesianos y neoclásicos

Modelos con ahorro exógeno

El Modelo Neoclásico de Dos Sectores

Félix Jiménez

Profesor

ECO 339 Teoría del Crecimiento

Notas de Clase Nº 06

2016

Temario

1. El modelo neoclásico de dos sectores
2. El estado estacionario
3. La relación salario-beneficio
4. La relación capital-trabajo
5. Condición para el estado estacionario

Modelo Neoclásico de Dos Sectores

El modelo de dos sectores *generaliza* el modelo neoclásico de crecimiento al incorporar dos sectores que utilizan diferentes técnicas de producción.

Hay un sector que produce un único bien de consumo homogéneo con capital y trabajo homogéneos. El otro sector es el que produce el bien de capital homogéneo mediante capital y trabajo homogéneos. Es un modelo pequeño walrasiano.

En el equilibrio hay precios de los bienes de capital, P_m, y de los bienes de consumo, P_c, que junto con un salario, w, y un precio por los servicios del capital, r, aseguran que todo el capital y trabajo disponibles se asignan a uno u otro (pleno empleo), con cada sector pagando a sus factores el valor de sus productos marginales (condición de maximización de beneficios), y que el ahorro es igual a la inversión. El equilibrio existe y es único, y el modelo es estable.

Véase H. Uzawa, «*On a two sector model of economic growth*», RES, 1962, pp. 40-7, y «*On a two sector model of economic growth_II*», RES,1963, pp. 105-18

Modelo Neoclásico de Dos Sectores

EL MODELO

Si el producto del sector de bienes de consumo es Y_c y el producto del sector de bienes de capital o de inversión es Y_m , entonces el Producto Nacional Bruto total será igual a:

$$Y = Y_c P_c + P_m Y_m$$

Donde P_c y P_m son los precios de los bienes de consumo y de capital , respectivamente.

Cada sector produce utilizando dos factores de producción, capital y trabajo, mediante funciones de producción neoclásicas. Las funciones de producción no exhiben externalidades, es decir, que la producción de un sector no depende directamente de la producción o de los insumos del otro

Modelo Neoclásico de Dos Sectores

Condiciones de la Producción

Las funciones de producción de los dos sectores, son bien comportadas, y pueden ser expresadas en términos per cápita.

El sector (m) produce máquinas o bien de capital

$$Y_m = F_m(K_m, L_m)$$

$$y_m = f(k_m) \qquad f'(k_m) > 0; \ f''(k_m) < 0$$

$$(1) \qquad Y_m = L_m f(k_m)$$

$$k_m = \frac{K_m}{L_m}$$

El sector (c) produce bienes de consumo

$$Y_c = F_c(K_c, L_c)$$

$$y_c = f(k_c) \qquad f'(k_c) > 0; \ f''(k_c) < 0$$

$$(2) \qquad Y_c = L_c f(k_c)$$

$$k_c = \frac{K_c}{L_c}$$

Las funciones de producción tienen rendimientos constantes a escala.

El que las funciones de producción per cápita no tengan subíndices, no significa que las tecnologías sean idénticas.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores

Restricción de Recursos

$$(3) \qquad K = K_m + K_c$$

$$(4) \qquad L = L_m + L_c$$

En cualquier momento del tiempo hay *un monto dado de capital y trabajo disponible* que son localizados entre los dos sectores de producción. Hay movilidad de factores de un sector a otro, sin costes. Capital es maleable en el sentido que puede utilizarse en cualquier relación capital-trabajo.

La fuerza laboral, L, crece a la tasa exógena n. Se supone que la oferta de trabajo es inelástica al salario real. No es afectada por este. La oferta del factor capital es también inelástica.

También se supone que el stock de capital se deprecia a una tasa constante δ, independientemente de su empleo en cualquier sector.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores

Mercado de Factores

Hay competencia perfecta. Los precios de los factores son iguales en ambos sectores y sus remuneraciones son iguales al valor de sus productos marginales.

Dado el supuesto de competencia perfecta, el equilibrio implica que los factores en ambos sectores son pagados de acuerdo con los valores de sus productos marginales. (Nótese que se trata de la tasa de salario nominal).

$$w_c = P_c \frac{\partial Y_c}{\partial L_c}; \quad w_m = P_m \frac{\partial Y_m}{\partial L_m}; \quad w_c = w_m = w$$

Dado que hay rendimientos constantes a escala, podemos suponer que (1-α) y (1-β) son las participaciones de los salarios totales en la producción total del sector de bienes de consumo y del sector de maquinaria, respectivamente.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores

Entonces, las *condiciones de equilibrio en el mercado de trabajo* serán:

$$1-\alpha = \frac{(PMgL_c)L_c}{Y_c}; \quad 1-\beta = \frac{(PMgL_m)L_m}{Y_m}$$

$$(5) \qquad w = (1-\alpha)\frac{P_c Y_c}{L_c}$$

$$(6) \qquad w = (1-\beta)\frac{P_m Y_m}{L_m}$$

De igual manera, en competencia perfecta la tasa de retorno del capital debe ser igual en ambos sectores. Si definimos $R=rP_m$, entonces:

$$R_c = P_c \frac{\partial Y_c}{\partial K_c}; \quad R_m = P_m \frac{\partial Y_m}{\partial K_m}; \qquad R_c = R_m = R = rP_m$$

Modelo Neoclásico de Dos Sectores

$$r_c = \frac{P_c(PMgK_c)}{P_m}; \qquad r_m = \frac{P_m PMgK_m}{P_m} = PMgK_m; \qquad r_c = r_m = r$$

Las *condiciones de equilibrio en el mercado del factor capital*, serán:

$$\alpha = \frac{(PMgK_c)K_c}{Y_c}; \quad \beta = \frac{(PMgK_m)K_m}{Y_m}$$

$$(7) \qquad r = \alpha \frac{Y_c P_c}{K_c P_m}$$

$$(8) \qquad r = \beta \frac{Y_m P_m}{K_m P_m} = \beta \frac{Y_m}{K_m}$$

Nota :

$$R_c = rP_m = \alpha \frac{Y_c P_c}{K_c}$$

$$R_m = rP_m = \beta \frac{Y_m P_m}{K_m}$$

Modelo Neoclásico de Dos Sectores

El Ingreso o Producto Nacional

$$wL_c = (1-\alpha)Y_c P_c \Leftrightarrow wL_m = (1-\beta)Y_m P_m$$

$$rK_c P_m = \alpha Y_c P_c \Leftrightarrow rK_m P_m = \beta Y_m P_m$$

El producto total de cada sector es la suma de los ingresos totales de los factores trabajo y capital:

$$Y_c P_c = wL_c + rK_c P_m \Leftrightarrow \quad Y_m P_m = wL_m + rK_m P_m$$

Y el producto o ingreso total de la economía, bajo el supuesto de pleno empleo, será:

$$Y = wL_c + wL_m + rK_c P_m + rK_m P_m \Leftrightarrow Y = w(L_c + L_m) + rP_m(K_c + K_m)$$

$$\Rightarrow \quad Y = wL + rKP_m = Y_c P_c + Y_m P_m$$

Modelo Neoclásico de Dos Sectores

La relación ahorro-Inversión

$$\dot{K} = Y_m - \delta K$$ Inversión Neta Total (Real)

Se supone que todos los beneficios son ahorrados y todos los salarios son consumidos.

$$(9a) \qquad wL = P_c Y_c$$ Salarios Totales = Producción total de bienes de consumo

$$(9b) \qquad rP_m K = P_m Y_m$$ Beneficios Totales = Producción total de bienes de capital.

Esta última es la ecuación de la igualdad ahorro-inversión.

$$P_m Y_m = Inversión \qquad rP_m K = Beneficios = Ahorro$$

Hay nueve (9) ecuaciones y nueve (9) incógnitas: Y_c, Y_m, K_c, K_m, L_m, L_c; w, r, P_m/P_c. Como no hay dinero, no se puede determinar el nivel de los precios absolutos.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: El estado estacionario

De las ecuaciones de la inversión neta, (9a) y (9b), se obtiene la tasa de crecimiento del stock total de capital:

$$\dot{K} = \frac{rP_m K}{P_m} - \delta K \quad \text{puesto que:} \quad Y_m = \frac{rP_m K}{P_m}$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = r - \delta \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{K}}{K} = f'(k_m) - \delta$$

Recuérdese que el valor del producto marginal del capital en el sector de producción de máquinas es:

$$rP_m = P_m \frac{\partial Y_m}{\partial K_m} \quad \Rightarrow \quad r = f'(k_m)$$

La producción del sector de maquinaria se utiliza a) para producir incrementos netos en el stock de capital y b) para reemplazar las máquinas que se han depreciado durante el período de producción.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: El estado estacionario

$$\frac{\dot{K}}{K} = f'(k_m) - \delta \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\partial Y_m}{\partial K_m} - \delta$$

Esta ecuación se reemplaza en la ecuación de la tasa de crecimiento de la intensidad de capital, para obtener la *ecuación fundamental* del modelo de dos sectores:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{(10) \qquad \frac{\dot{k}}{k} = f'(k_m) - (\delta + n)}$$

donde n es la tasa de crecimiento de la fuerza laboral total. $\Rightarrow \frac{\dot{L}}{L} = n$

La tasa de crecimiento proporcional de la relación capital trabajo (intensidad de capital) es del conjunto de la economía. La relación K/L total es una media ponderada de las relaciones capital trabajo de cada sector.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: El estado estacionario

La ecuación (10) se puede escribir también así:

$$(10') \qquad \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\partial Y_m}{\partial K_m} - (\delta + n)$$

Ecuación fundamental

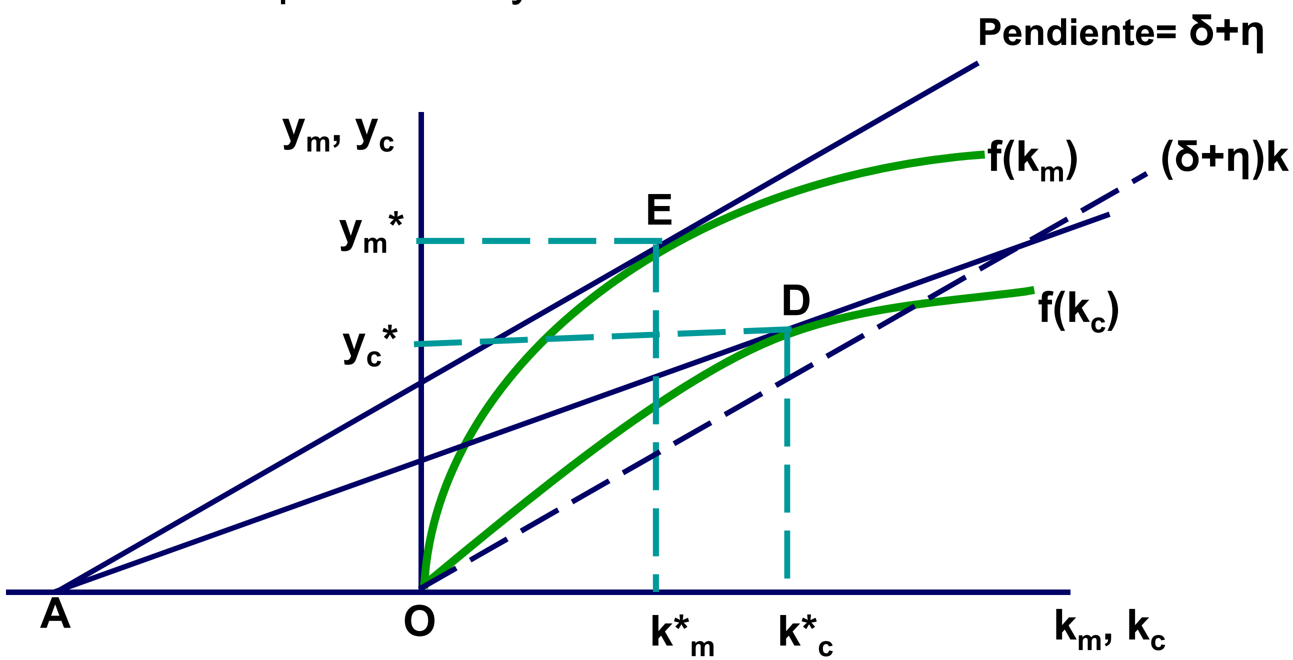
Cuando la economía está en su tasa de crecimiento balanceada, la relación capital trabajo está constante, es decir, k no varía. En consecuencia

$$(11) \qquad \frac{\partial Y_m}{\partial K_m} = (\delta + n) \qquad (11') \qquad f'(k_m) = (\delta + n)$$

Esto ocurre cuando el producto marginal del capital en el sector productor de máquinas o de capital se iguala a la suma de las tasas constantes de depreciación y de crecimiento de la fuerza laboral.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación salario-beneficio

La tangente en E es el producto marginal del capital en el sector productor de máquinas. La pendiente de esta tangente es la suma de las tasas de depreciación y de crecimiento de la fuerza laboral.



El punto E corresponde al capital per cápita y al producto per cápica en el sector productor de máquinas.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación salario-beneficio

De las condiciones de equilibrio en el mercado de factores:

$$1-\alpha = \frac{(PMgL_c)L_c}{Y_c}; \quad 1-\beta = \frac{(PMgL_m)L_m}{Y_m}$$

$$w = (1-\alpha)\frac{P_c Y_c}{L_c}; \qquad w = (1-\beta)\frac{P_m Y_m}{L_m}$$

$$\Rightarrow \boxed{w = (PMgL_c)P_c = (PMgL_m)P_m}$$

$$\alpha = \frac{(PMgK_c)K_c}{Y_c}; \quad \beta = \frac{(PMgK_m)K_m}{Y_m}$$

$$r = \alpha \frac{Y_c P_c}{K_c P_m}; \qquad r = \beta \frac{Y_m P_m}{K_m P_m} = \beta \frac{Y_m}{K_m}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} r &= (PMgK_c)\frac{P_c}{P_m} = (PMgK_m)\frac{P_m}{P_m} \\ rP_m &= (PMgK_c)P_c = (PMgK_m)P_m \end{aligned}}$$

De estas igualdades que se cumplen cuando el mercado de factores está en equilibrio, se obtiene la relación **$w/R=w/rP_m$** que es el mismo para los dos sectores.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación salario-beneficio

La relación salario - beneficio puede expresarse como sigue, utilizando las ecuaciones anteriores:

$$\frac{w}{rP_m}=\frac{\frac{\partial Y_m}{\partial L_m}}{\frac{\partial Y_m}{\partial K_m}}=\frac{P_m\frac{\partial Y_m}{\partial L_m}}{P_m\frac{\partial Y_m}{\partial K_m}}; \qquad \frac{w}{rP_m}=\frac{\frac{\partial Y_c}{\partial L_c}}{\frac{\partial Y_c}{\partial K_c}}=\frac{P_c\frac{\partial Y_c}{\partial L_c}}{P_c\frac{\partial Y_c}{\partial K_c}}$$

Así la relación w/R en cada sector viene dada por la relación entre los productos marginales físicos del trabajo y del capital

El equilibrio en el mercado de factores una relación w/R común.

$$\boxed{\frac{w}{rP_m}=\frac{(PMgL_c)P_c}{(PMgK_c)P_c}=\frac{(PMgL_m)P_m}{(PMgK_m)P_m}}$$

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación salario-beneficio

Distribución del Ingreso y relación Salario/Beneficio

Como se cumple el Teorema de Euler, en cada sector el salario debe ser igual a:

$$w = P_m y_m - k_m P_m f'(k_m); \quad w = P_c y_c - k_c P_c f'(k_c)$$

En consecuencia, la relación salario-beneficio será igual a:

$$\frac{w}{rP_m} = \frac{P_m y_m - k_m P_m f'(k_m)}{P_m f'(k_m)} \Leftrightarrow \frac{w}{rP_m} = \frac{P_c y_c - k_c P_c f'(k_c)}{P_c f'(k_c)}$$

Puede simplificarse de la siguiente manera:

$$\frac{w}{rP_m} = \frac{y_m}{f'(k_m)} - k_m \qquad \frac{w}{rP_m} = \frac{y_c}{f'(k_c)} - k_c$$

Llamando z a la relación Salario/Beneficio, en el estado estacionario:

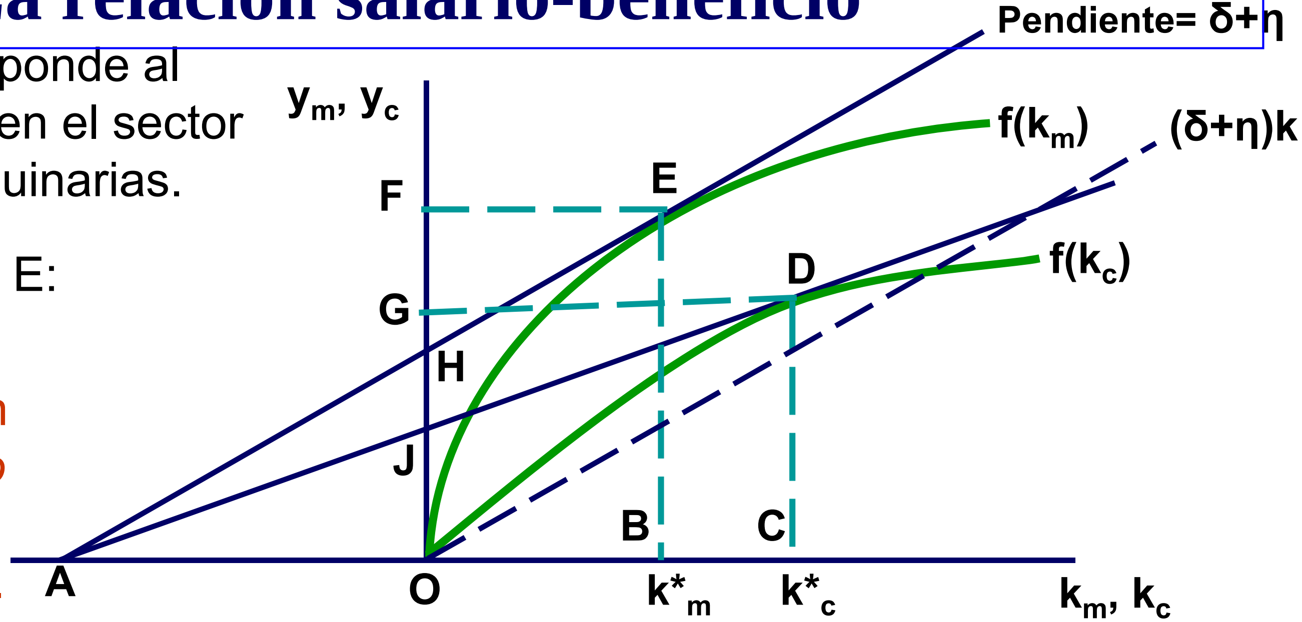
$$z = \frac{y_j}{f'(k_j)} - k_j$$

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación salario-beneficio

El punto E corresponde al estado estacionario en el sector productor de maquinarias.

Por lo tanto, en E:
$f'(k_m) = n + \delta$.

OA es la relación *Salario/Beneficio* que es común a los dos sectores.



El D --que es la tangente de la función de producción del sector de bienes de consumo que parte del punto A--, corresponde al estado estacionario del sector productor de bienes de consumo.

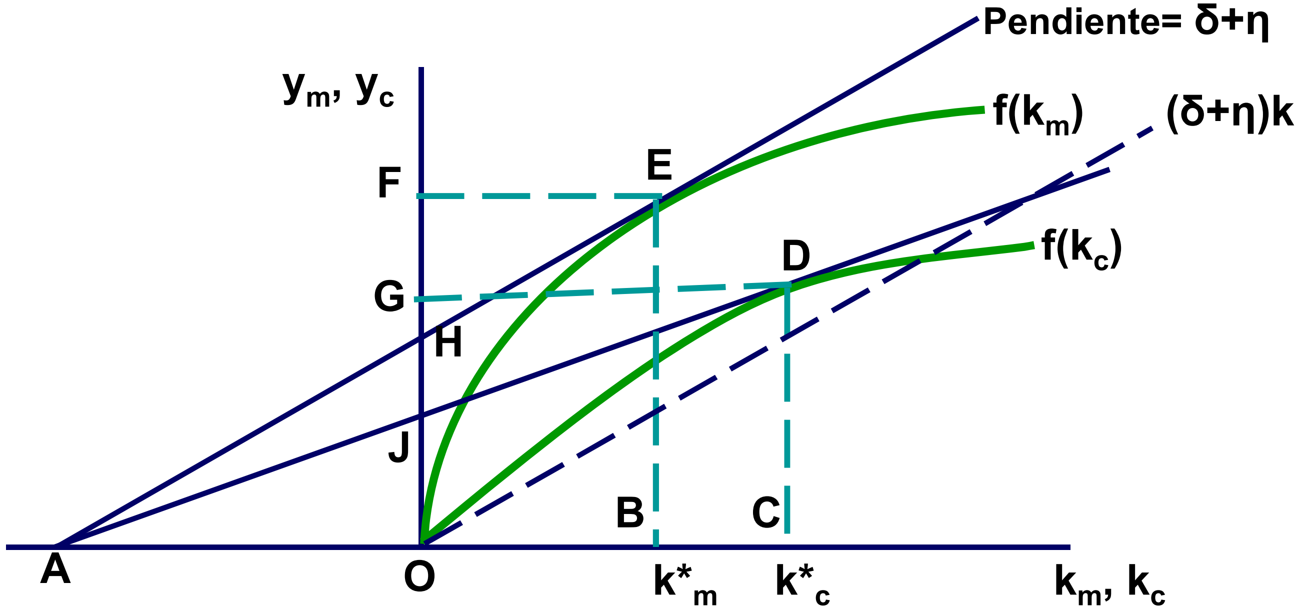
HF representa los beneficios per cápita en el sector productor de maquinarias :

$$r = \frac{\partial Y_m}{\partial K_m} = n + \delta \quad \Rightarrow \quad r = \frac{HF}{FE} \quad \Rightarrow \quad rk_m = k_m \frac{HF}{FE} = FE \frac{HF}{FE} = HF$$

Félix Jiménez
Departamento de Economía

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

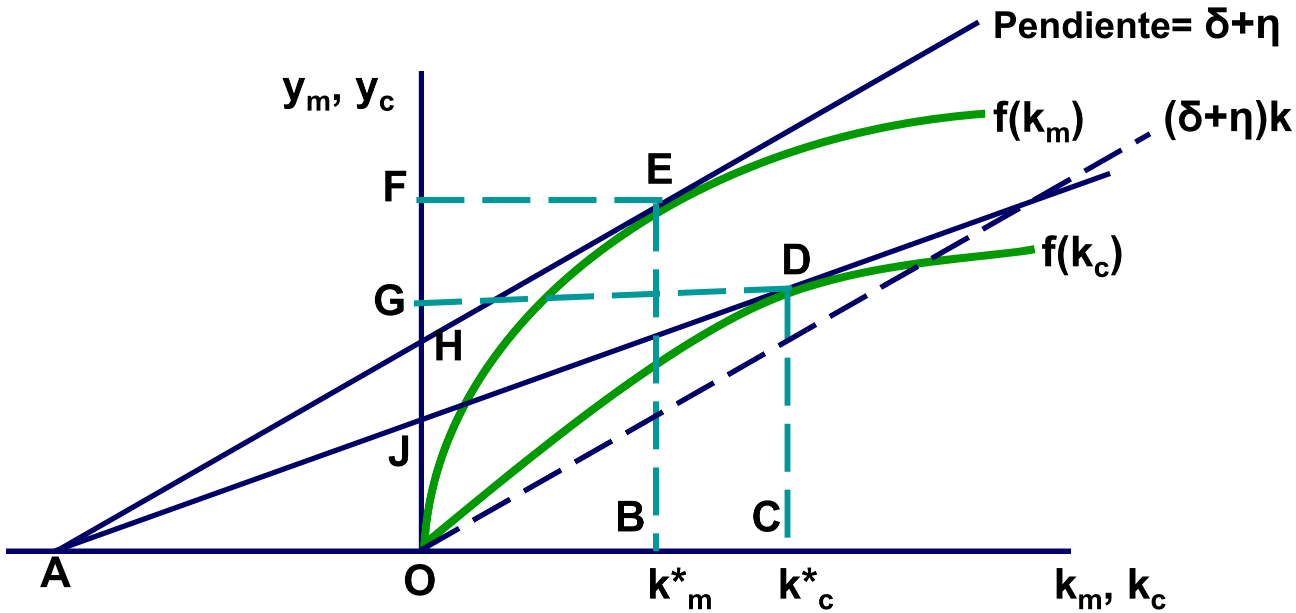
Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación salario-beneficio



El producto per cápita nominal en el sector de maquinarias es $P_m OF$; por lo tanto, el salario se obtiene restando a este producto los beneficios obtenidos en el sector.

$$w = P_m OF - P_m FH \quad \Rightarrow \quad w = P_m (OF - HF) = P_m OH$$

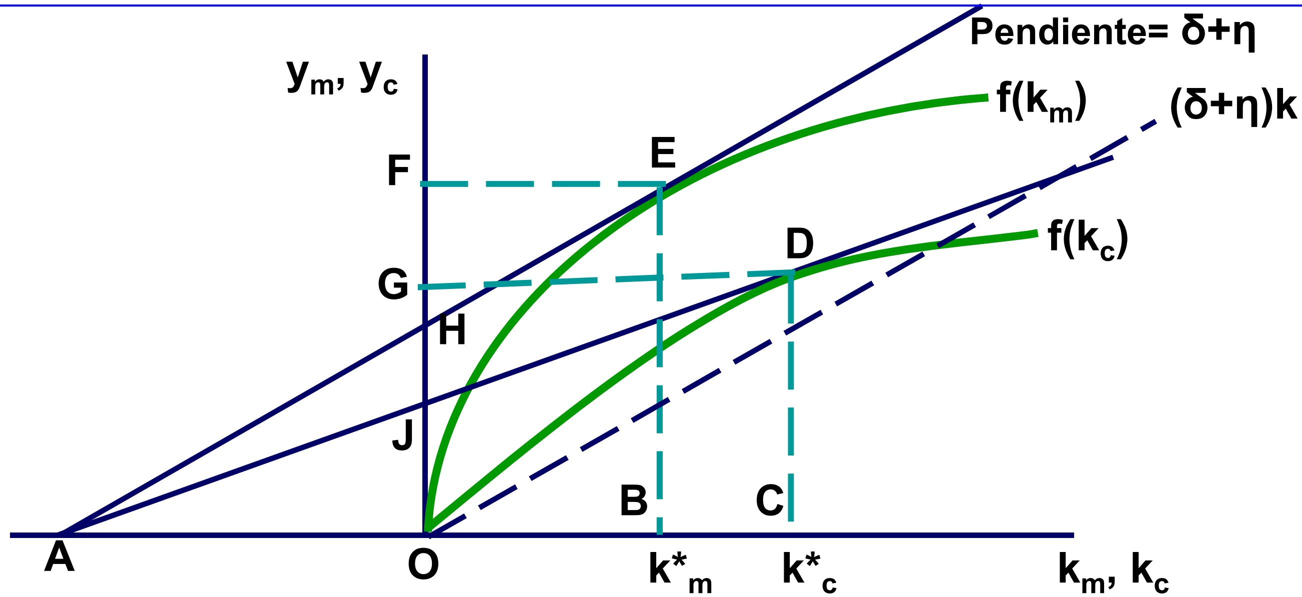
Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación salario-beneficio



Se puede mostrar fácilmente que el segmento OA es igual a la relación w/rP_m.

Como $w = P_m OH$ y $r = \dfrac{OH}{OA}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{w}{rP_m} = \dfrac{OH}{\dfrac{OH}{OA}} = OA \rightarrow \dfrac{w}{rP_m} = OA$

Modelo Neoclásico de Dos Sectores:
La relación salario-beneficio

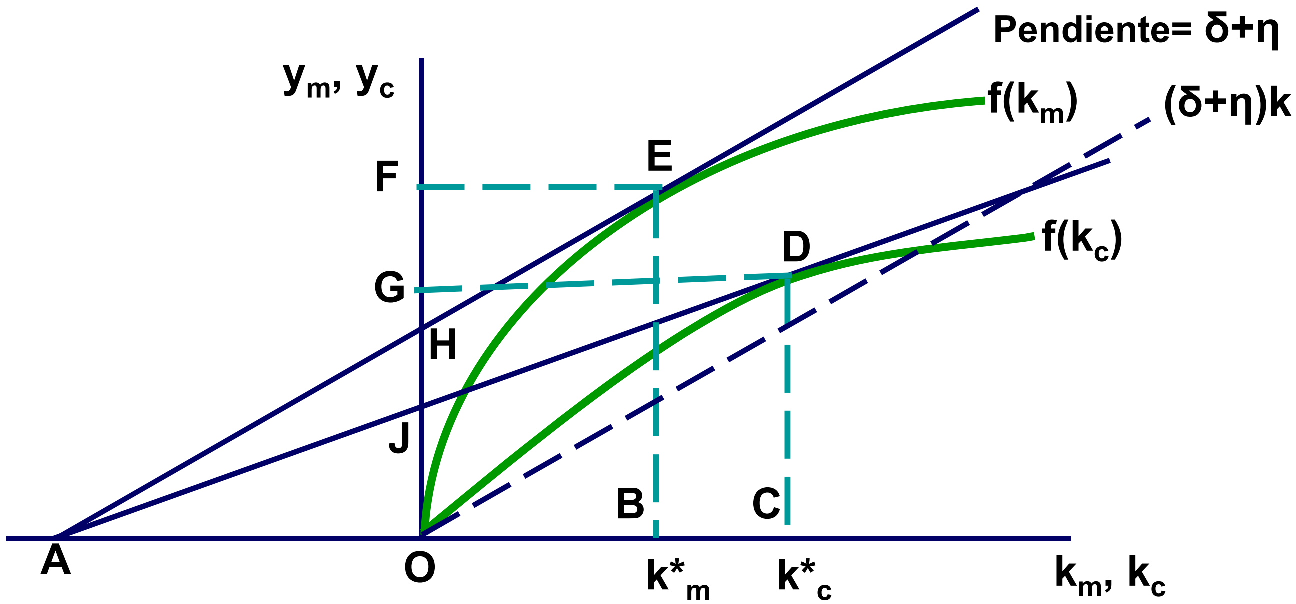


Podemos aplicar el mismo procedimiento para identificar la *distribución del ingreso en el sector de bienes de consumo*. Recuérdese que el crecimiento es balanceado y hay competencia perfecta.

$$k_c f'(k_c) = JG \quad \Rightarrow \quad k_c P_c f'(k_c) = P_c \; JG \Rightarrow R_c k_c = P_c \; JG$$

$$rP_m k_c = P_c JG \quad \Rightarrow \quad rP_m = P_c \frac{JG}{OC} = P_c \frac{OJ}{OA}$$

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación salario-beneficio

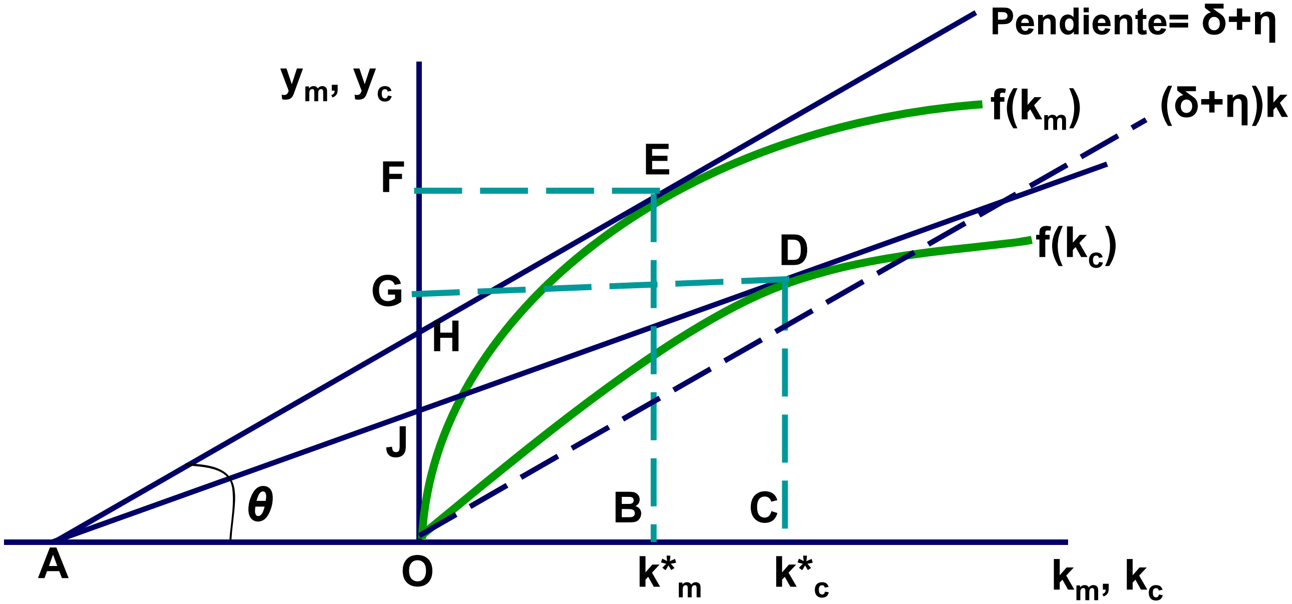


El salario en el sector de bienes de consumo y la relación salario-beneficio serán:

$$w = P_c OJ \quad \text{y como} \quad rP_m = P_c \frac{OJ}{OA} \Rightarrow \frac{w}{rP_m} = \frac{P_c OJ}{P_c \frac{OJ}{OA}} = \frac{P_c}{P_c} OA \rightarrow \frac{w}{rP_m} = OA$$

La relación Salario/Beneficio real es la misma para ambos sectores como resultado de la competencia.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación salario-beneficio



También se puede mostrar que la relación salario-beneficios (z), es igual a:

$$z = \frac{f(k_m)}{f'(k_m)} - k_m$$

$$Tan\,\theta = f'(k_m) = \frac{BE}{AB} \Rightarrow BE = y_m = f(k_m) \Rightarrow AB = AO + OB = z + k_m$$

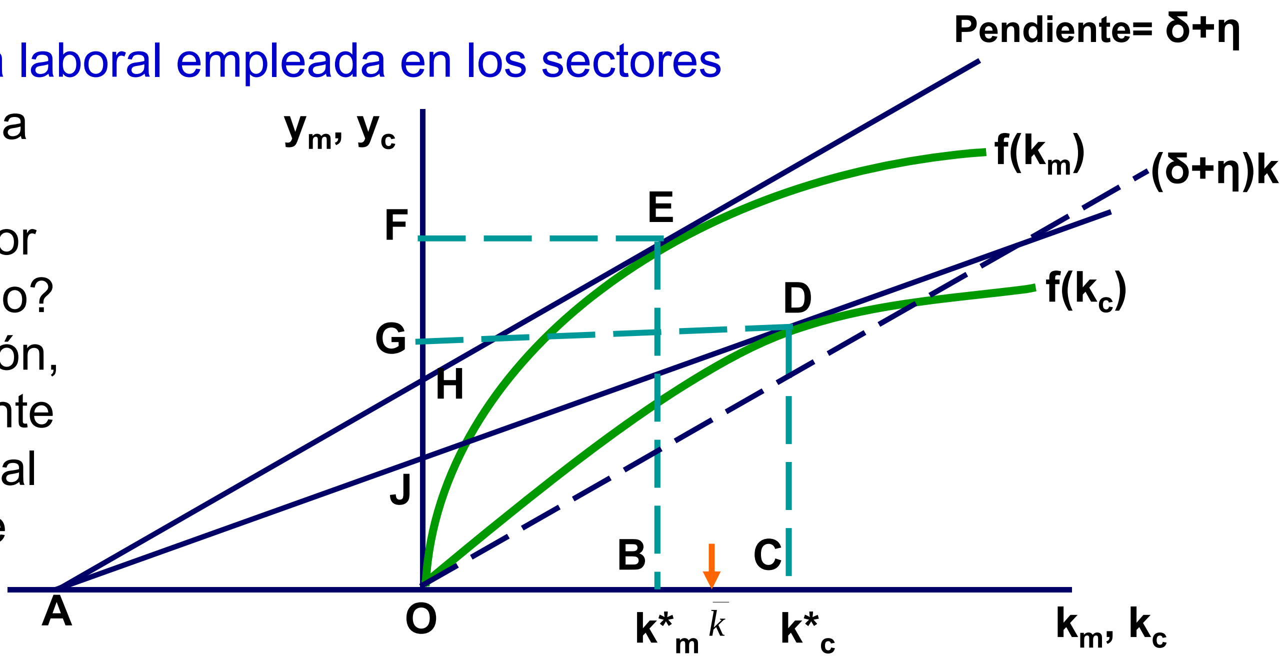
$$\Rightarrow f'(k_m) = \frac{y_m}{z + k_m} \Rightarrow z = \frac{f(k_m)}{f'(k_m)} - k_m$$

La relación Salario/Beneficio real es la misma para ambos sectores como resultado de la competencia.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación capital trabajo

Proporción de la fuerza laboral empleada en los sectores

¿Qué proporción de la fuerza laboral está empleada en el sector de bienes de consumo? Hallada esta proporción, se encuentra fácilmente la que corresponde al sector productor de maquinarias.



$$wL = P_c L_c OG \Rightarrow wL_c = P_c L_c OJ \Rightarrow \frac{wL_c}{wL} = \frac{P_c L_c OJ}{P_c L_c OG} \Rightarrow \frac{L_c}{L} = \frac{OJ}{OG} \Rightarrow \frac{L_c}{L} = \frac{w}{P_c y_c}$$

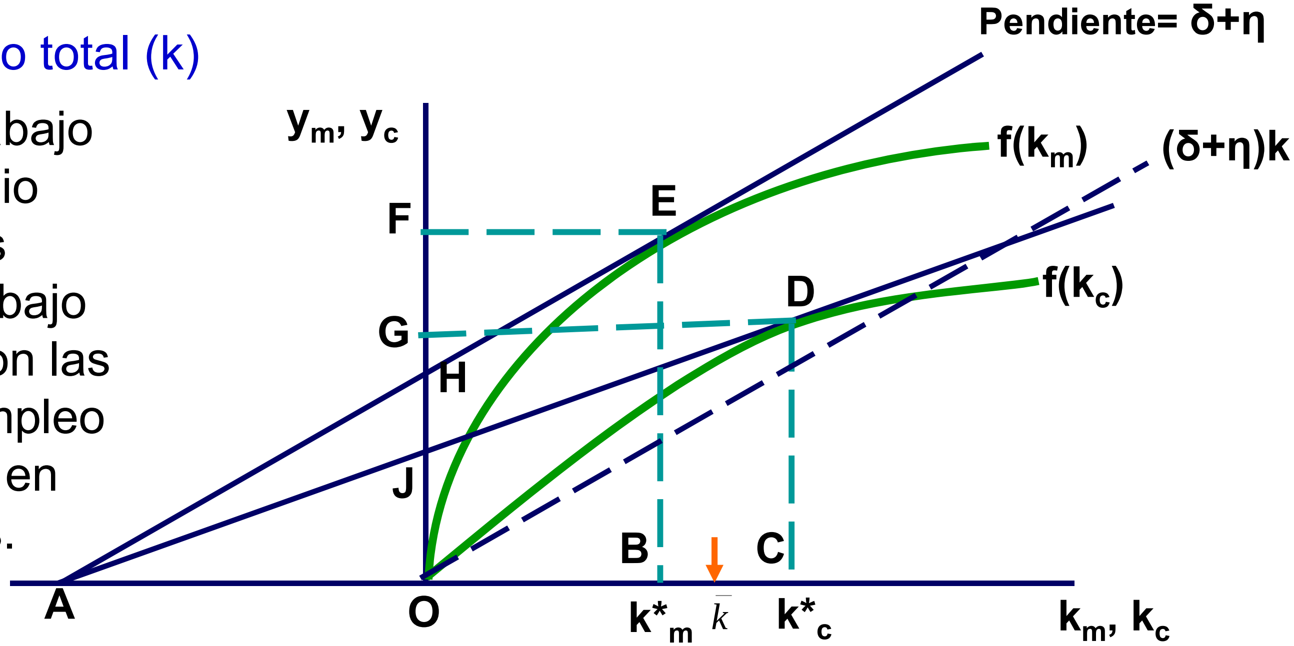
$$\frac{L_m}{L} = \frac{JG}{OG} = \frac{rP_m k_c}{P_c y_c}$$

En equilibrio, L_c/L es igual a la participación de los salarios en la producción total del sector de bienes de consumo y L_m/L es igual a la participación de los beneficios en dicha producción total.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación capital trabajo

Relación capital/trabajo total (k)

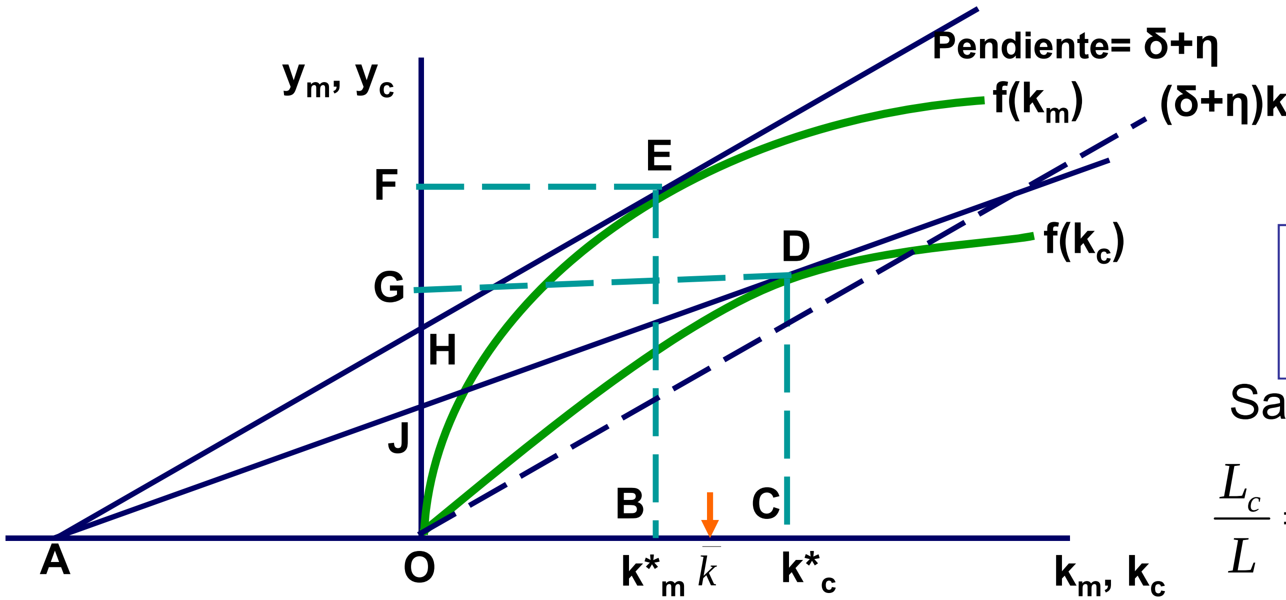
La relación capital/trabajo total es un promedio ponderado de las relaciones capital/trabajo de los dos sectores con las participaciones del empleo de la fuerza laboral en cada uno de ellos.



La suma de los ponderadores debe ser igual a la unidad. ¿Por qué?

$$k = \frac{K}{L} = \frac{K_m + K_c}{L} \Rightarrow k = \frac{K}{L} = k_m \frac{L_m}{L} + k_c \frac{L_c}{L}$$

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: La relación capital trabajo



Se puede mostrar que el promedio ponderado k es igual a:

$$k = \frac{z + k_m}{z + k_c} k_c \quad donde \ z = \frac{w}{rP_m}$$

Sabemos que:

$$\frac{L_c}{L} = \frac{OJ}{OG} \quad y \quad \frac{L_m}{L} = \frac{JG}{OG}$$

Por triángulos semejantes:

$$\frac{L_c}{L} = \frac{OJ}{CD} = \frac{OA}{AC} \quad y \quad \frac{L_m}{L} = 1 - \frac{OA}{AC} = \frac{AC - OA}{AC} = \frac{OC}{AC}$$

$$k = k_c \frac{L_c}{L} + k_m \frac{L_m}{L}$$

$$k = OC \frac{OA}{AC} + OB \frac{OC}{AC} = \frac{OA + OB}{OA + OC} OC = \frac{z + k_m}{z + k_c} k_c$$

Si $k_c > k_m$, para todo *z*, el modelo tiende a su senda de *steady state*.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: condición para el estado estacionario

Si $k_c > k_m$, para todo *z*, el modelo tiende a su senda de *steady state*.

En otras palabras. si la relación capital-trabajo en el sector de bienes de consumo es mayor que la relación capital trabajo del sector de maquinarias, es decir, si $k_c > k_m$ existe el equilibrio y es estable.

La ecuación fundamental nos dice cuándo crece o decrece la relación capital trabajo total.

$$\boxed{\frac{\dot{k}}{k} = f'(k_m) - (\delta + n)}$$

a) Para probar la estabilidad del modelo debemos mostrar que *k y* k_m *varían en la misma dirección.*

Si $f'(k_m) > (n + \delta) \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} > 0$ Relación capital/trabajo total aumenta

Si $f'(k_m) < (n + \delta) \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} < 0$ Relación capital/trabajo total disminuye

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: Condición para el estado estacionario

Para que haya estabilidad en el modelo, ambos lados de la *ecuación fundamental* deben tender a cero, es decir, deben tender a una relación capital trabajo constante, tanto a nivel agregado como en el sector productor de maquinaria (y, por consecuencia, en el sector de bienes de consumo). Cuando se logra k^*_m del estado estacionario del sector productor de máquinas, se logra k* del estado estacionario a nivel agregado.

$$\frac{\dot{k}}{k} = f'(k_m) - (\delta + n)$$

Si k esta creciendo, entonces $f'(k_m)$ debe disminuir. Esto significa que k_m debe aumentar hasta que su productividad marginal se iguale a la constante $n+\delta$.

Si k esta disminuyendo, entonces $f'(k_m)$ debe aumentar. Esto significa que k_m debe disminuir hasta que su productividad marginal se iguale a la constante $n+\delta$.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: Condición para el estado estacionario

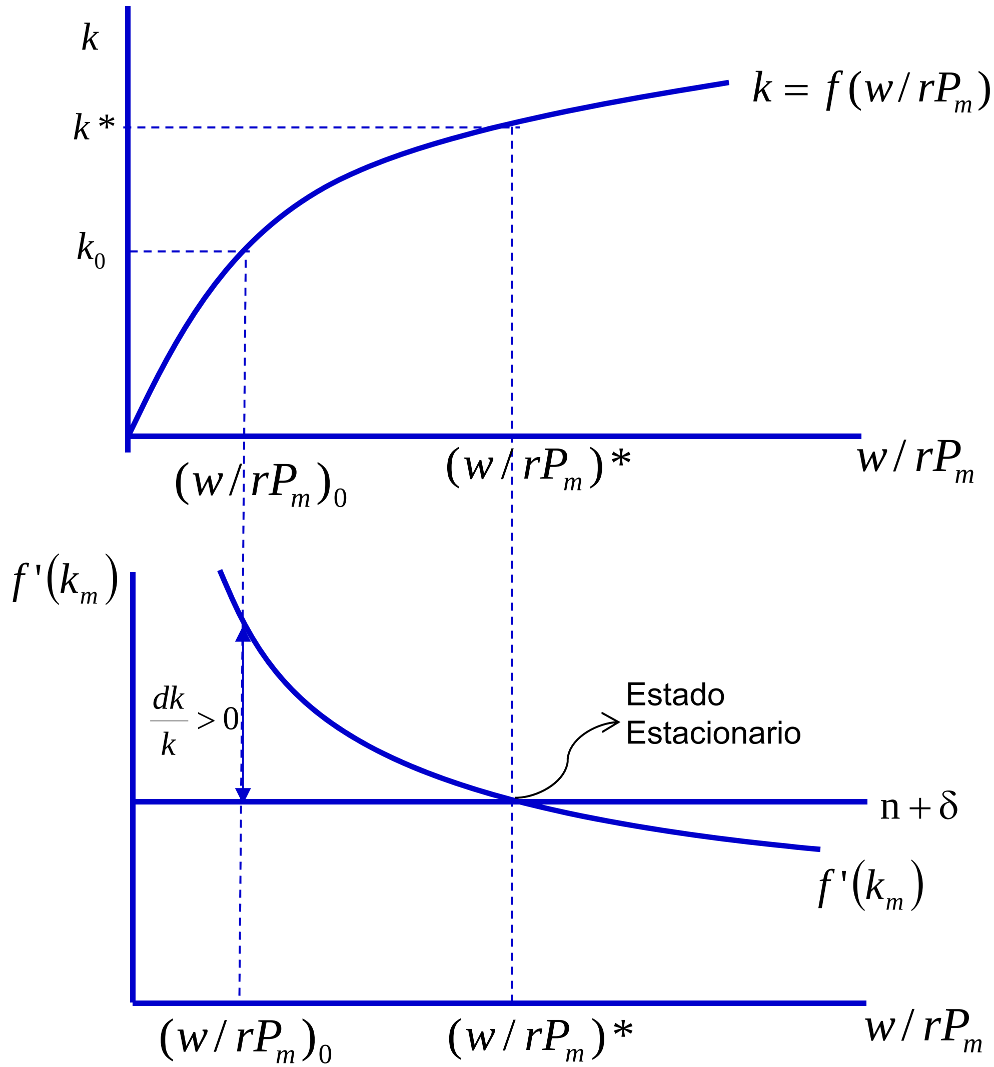
b) Si una relación k mayor es acompañada de una relación z (tasa de salario-tasa de beneficio) mayor, entonces k y k_m varían en el mismo sentido.

Si z=OA (véase gráfico) aumenta, es claro que tanto k_m como k_c crecen o aumentan. Entonces, también aumenta la relación capital-trabajo promedio, k.

Teóricamente, si aumenta $z=(w/rP_m)$ el trabajo se hace más caro y se le sustituye por capital; por lo tanto, las relaciones k_m y k_c de ambos sectores aumentan.

Entonces, como una relación capital/trabajo k mayor es acompañada de una w/rP_m mayor, entonces k y k_m se mueven en el mismo sentido y el modelo es estable.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: Condición para el estado estacionario



Dado el supuesto de sustitución perfecta de factores, cuando aumenta el precio relativo del factor trabajo, se sustituye trabajo por capital.

A medida que aumenta el precio relativo del trabajo, las relaciones capital/trabajo de los dos sectores y del conjunto de la economía, aumentan.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: Condición para el estado estacionario

La relación positiva entre k, k_m y k_c, por un lado, y la relación salario-beneficio (z), por otro, se puede mostrar matemáticamente del siguiente modo. Partiendo de:

$$z = \frac{f(k_j)}{f'(k_j)} - k_j \quad donde \quad j = c, m$$

La derivada de z con respecto a k_j, es:

$$\frac{dz}{dk_j} = \frac{f'(k_j)}{f'(k_j)} - \frac{f(k_j)f''(k_j)}{[f'(k_j)]^2} - 1 > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dz}{dk_j} = -\frac{f(k_j)f''(k_j)}{[f'(k_j)]^2} > 0$$

La inversa de esta derivada también es mayor que cero:

$$\frac{dk_j}{dz} = -\frac{[f'(k_j)]^2}{f(k_j)f''(k_j)} > 0$$

Por lo tanto, la intensidad de capital aumenta en ambos sectores y en el agregado cuando el trabajo se hace relativamente más caro.

Félix Jiménez
Departamento de Economía

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: Condición para el estado estacionario

¿Por qué $k_c>k_m$? $k_c>k_m$ es la condición suficiente para que haya estabilidad.

De las ecuaciones 9a y 9b se obtiene:

$$\frac{rP_mK}{wL}=\frac{P_mY_m}{P_cY_c} \Rightarrow \frac{K}{L}=\frac{wP_mY_m}{rP_mP_cY_c} \Rightarrow k=z\frac{P_mY_m}{P_cY_c}$$

Un incremento de z debe elevar P_m/P_c, si $k_c>k_m$. Como z es la misma para ambos sectores, bajo condiciones de competencia perfecta y rendimientos constantes a escala, un incremento de esta relación, si $k_c>k_m$, aumentará P_m/P_c.

Del supuesto de competitividad:

$$r_c=\frac{P_c(PMgK_c)}{P_m}; \quad r_m=\frac{P_mPMgK_m}{P_m}=PMgK_m; \quad r_c=r_m=r$$

Se obtiene la siguiente relación de precios: $$p=\frac{P_m}{P_c}=\frac{PMgK_c}{PMgK_m}=\frac{f'(k_c)}{f'(k_m)}$$

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: Condición para el estado estacionario

¿Por qué $k_c > k_m$?

$k_c > k_m$ es la condición suficiente para que haya estabilidad.

Tomando logaritmos a *p* y derivando con respecto a z, se obtiene:

$$\ln p = \ln f'(k_c) - \ln f'(k_m) \Rightarrow \frac{d\ln p}{dz} = \frac{d\ln f'(k_c)}{dz} - \frac{d\ln f'(k_m)}{dz}$$

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dz} = \frac{1}{f'(k_c)}\frac{df'(k_c)}{dz} - \frac{1}{f'(k_m)}\frac{df'(k_m)}{dz} \Rightarrow \frac{1}{p}\frac{dp}{dz} = \frac{1}{f'(k_c)}\frac{df'(k_c)}{dk_c}\frac{dk_c}{dz} - \frac{1}{f'(k_m)}\frac{df'(k_m)}{dk_m}\frac{dk_m}{dz}$$

Dado que: $\frac{dk_j}{dz} = -\frac{[f'(k_j)]^2}{f(k_j)f''(k_j)} > 0 \Rightarrow \frac{1}{p}\frac{dp}{dz} = -\frac{f''(k_c)}{f'(k_c)}\frac{[f'(k_c)]^2}{f(k_c)f''(k_c)} + \frac{f''(k_m)}{f'(k_m)}\frac{[f'(k_m)]^2}{f(k_m)f''(k_m)}$

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dz} = -\frac{f'(k_c)}{f(k_c)} + \frac{f'(k_m)}{f(k_m)} \Rightarrow \frac{1}{p}\frac{dp}{dz} = \frac{f'(k_m)}{f(k_m)} - \frac{f'(k_c)}{f(k_c)}$$

Cuando aumentan k_m y k_c, el precio relativo aumentaría siempre que la diferencia entre el producto marginal de k_m (como porcentaje del producto del sector de maquinaria) y el producto marginal de k_c (como porcentaje del producto del sector de bienes de consumo), sea mayor que cero.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: Condición para el estado estacionario

De la relación salarios-beneficios (z): $z = \frac{f(k_c)}{f'(k_c)} - k_c = \frac{f(k_m)}{f'(k_m)} - k_m$

Se obtiene que: $\frac{f(k_c)}{f'(k_c)} = z + k_c \qquad \frac{f(k_m)}{f'(k_m)} = z + k_m$

Por lo tanto: $\frac{1}{p}\frac{dp}{dz} = \frac{1}{z+k_m} - \frac{1}{z+k_c}$

La relación de precios aumentará, o su tasa de variación será mayor que cero ($\frac{1}{p}\frac{dp}{dz} > 0$), si $k_c > k_m$.

Además, en este caso la diferencia entre producto marginal de k_m (como porcentaje del producto del sector de maquinaria) y el producto marginal de k_c (como porcentaje del producto del sector de bienes de consumo), también será mayor que cero. Esto será así, siempre que $k_c > k_m$.

El salario es parte importante del costo unitario en el sector de maquinaria que en el sector de bienes de consumo, precisamente porque es más intensivo en trabajo y menos intensivo en capital.

Modelo Neoclásico de Dos Sectores: Condición para el estado estacionario

Cuando z y P_m/P_c aumentan, la relación k (y k_m) aumentan, siempre que Y_m/Y_c no disminuya de forma tal que deje inalterado k. Si Y_m/Y_c disminuye, la producción del sector de bienes de consumo aumenta en relación a la producción del sector de maquinarias.

Sabemos que cuando z aumenta, k_m y k_c también aumentan; por lo tanto, el producto de ambos sectores aumenta. *Cuando aumenta el precio relativo p, dado $k_c > k_m$, la producción del sector de maquinarias aumenta más rápido que el del sector de bienes de consumo*. De aquí se deduce que también aumenta Y_m/Y_c.

Conclusión:

La solución del modelo es estable cuando el sector de bienes de consumo se encuentra más mecanizado o tiene mayor acumulación de factores que el de bienes de capital o de producción de maquinaria.