Clase 3: Modelo de Hansen

Trabajo Indivisible

Hamilton Galindo

UNMSM

Setiembre 2012

Outline

Crítica al modelo RBC estándar I
Kydland y Prescott, 1982

1. El modelo no explica las principales caracteristicas del mercado de trabajo:
    - No incluye el desempleo
    - No considera las fluctuaciones en la tasa de desempleo
    - Falla en capturar la alta volatilidad del total de horas trabajadas y la baja volatilidad del salario real (productividad: producto/empleo)
2. Elasticidad de sustitución intertemporal: dependencia fuerte de la disposición de los individuos de sustituir ocio a través del tiempo ante movimientos del salario y tasa de interes real. La evidencia empírica sostiene que la ESI_{ocio} es bajo [Atonji, 1984 y MaCurdy, 1981].

Crítica al modelo RBC estándar II
Kydland y Prescott, 1982

3. Intensive margin: el modelo supone que todos trabajan y que el individuo tiene la libertad de ajustar sus horas de trabajo. Por tanto en este modelo las volatilidad del total de horas trabajadas responde al ajuste de horas que hace el individuo.

Motivación I
Observando los datos

1. Sea H_t el número total de horas trabajadas, h_t el número promedio de horas trabajadas por un empleado, y N_t el número de trabajadores en la economía. Entonces:

$$H_t = h_t N_t \tag{1}$$

2. Tomando logaritmos a [1] y luego aplicando el operador varianza se tiene lo siguiente:

$$var(lnH_t) = var(lnh_t) + var(lnN_t) + 2cov(lnh_t, lnN_t) \tag{2}$$

Motivación II
Observando los datos

3. Para la economía de EEUU, Hansen encontro que bajo esta descomposición, el 55 % de la varianza de H_t es explicada por la variación en N_t y solo el 20 % por la variación de h_t, el resto por la covarianza.

Data Post-II guerra mundial para EEUU

Gran parte de la volatilidad del total de horas trabajadas se debe principalmente a la variación de empleados en el mercado de trabajo y una pequeña proporción al ajuste de horas de los trabajadores; además, hay un gran número de individuos que trabajan "full time" o no trabajan.

Principales Caracteristicas I

1. Modelo: modelo de crecimiento económico con [1]choque de productividad, y [2]trabajo indivisible

Trabajo divisible

El trabajador ajusta su número de horas de trabajo. Supuesto del modelo de KP(1982).

2. Principal supuesto: el individuo decide trabajar un número de horas fijas (h_0) o no trabajar; i.e, el trabajo es indivisible.
3. Paper base: Hansen se basa en el paper de Rogerston (1984,1988-JME), en el cual se estudia el trabajo indivisible y se introduce "loterias" para solucionar el problema introducido por esta no-convexidad.

Principales Caracteristicas II

4. Implicancia del supuesto: debido a que las horas de trabajo son transadas, y solo tiene dos valores $\{0, h_0\}$, entonces el "conjunto de posibilidades de consumo" es no convexa.
5. Función de utilidad: en este modelo hay una distinción crucial entre la función de utilidad de la "familia" (individuo) y del "agente representativo".
   - Familia: su función de utilidad es logaritmica en ambos argumentos (c_t, l_t), donde l_t es el ocio.
   - Agente representativo (AR): su función de utilidad es logaritmica en el consumo y lineal en el ocio.

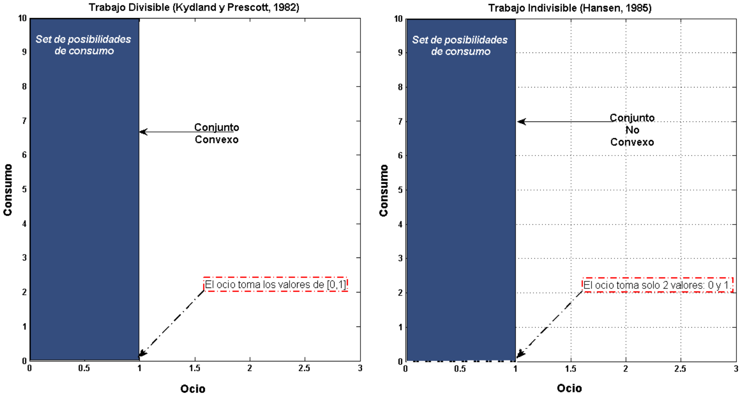
Principales Caracteristicas III

6. Principal resultado: el modelo explica la alta volatitidad del empleo en comparación al salario (productividad) sin necesitar una alta ESI_{ocio}. Este resultado es consistente con los datos [Atonji,1984; MaCurdy,1981].

¿A que se debe este resultado?

La función de utilidad del "AR" implica una ESI_{ocio} infinita, resultado que no depende de la ESI_{ocio} implicada de las preferencias de las "familias" quienes poblan la economía.

No Convexidad en el Set de Consumo



Introducción de Loterias I

1. La introducción de "loterias" en el modelo tiene dos implicaciones (Rogerson, 1984):
    - Vuelve convexo el conjunto de posibilidades de consumo, permitiendo el estudio del equilibrio competitivo resolviendo el problema del AR.
    - Permite que las firmas ofrescan un seguro total de desempleo
2. El individuo elige la probabilidad de trabajar (α_t) en "t".

Modelo: Familias I

1. Se supone que la economía esta poblada por un continuo de familias identicas de vida infinita con nombres en el intervalo cerrado [0,1]. De tal forma que la familia j-esima pertence a dicho intervalo. Se denota a la familia como "j".
2. La familia es dueña del stock de capital y la alquila a la firma. El capital se comporta según la siguiente ecuación;

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t, \quad \delta \in [0,1] \tag{3}$$

Modelo: Familias II

3. La restricción presupuestaria de la familia esta representada por:

$$c_t + i_t = w_t h_t + r_t k_t \tag{4}$$

Donde h_t representa el trabajo y l_t el ocio, siendo la dotación temporal normalizada a uno $(h_t + l_t = 1)$.

4. Las preferencias de la familia se representa por la siguiente función de utilidad:

$$u(c_t, l_t) = lnc_t + Alnl_t, \quad A > 0 \tag{5}$$

Modelo: Familias III

5. Se restringe el "**set de consumo**" de tal forma que los individuos deciden trabajar full time (h_0 horas) o no trabajar.

Equilibrio competitivo

Para llegar a un equilibrio competitivo es necesario que el set de posibilidades de consumo sea convexo; no obstante, a causa de que las "**horas trabajadas**" es un *commodity* transado, entonces el **set de consumo** es **no convexo**.

6. Para convertir el conjunto de posibilidades de consumo en un conjunto convexo se requiere la introducción de una **loteria**. Bajo este nuevo esquema, se transa un nuevo bien; "**contrato**" y ya no "**ocio**" (trabajo).

Modelo: Familias IV

- Los hogares venden un **contrato** a las firma, donde se especifica una probabilidad de trabajar (α_t) en un periodo determinado (t).

Probabilidad de trabajar vs. horas de trabajo

En este modelo las familias determinan α_j para $t = 0, 1, 2...$ en lugar de determinar el número de horas de trabajo, y la firma se compromete a pagar un salario (w_t) por el contrato en cada periodo de tiempo.

- Una loteria determina la proporción de familias que trabajan. Se asume que esta proporción también esta representada por α_t.

Modelo: Familias V

- A la familia se le paga de acuerdo a la probabilidad de trabajar (i.e, por el trabajo esperado) y no por el trabajo que realmente hace.

Seguro de desempleo

Esto significa que la firma esta proveyendo un seguro total por desempleo a las familias. Esto se aprecia en que la familia recibirá su salario cada periodo aúnque existan periodos en los cuales no trabaje.

- Una familia determina:

Prob. trabajar/Prob. no trabajar	horas de trabajo	ocio
$\alpha_t \longrightarrow$	$h_0 \longrightarrow$	$1 - h_0$
$1 - \alpha_t \longrightarrow$	$0 \longrightarrow$	1

Modelo: Familias VI

7. Debido a la presencia de la loteria el individuo considera la función de utilidad esperada, tal como se muestra en el siguiente cuadro:

Prob. trabajar	Horas de trabajo	ocio	Func. utilidad
$\alpha_t \longrightarrow$	$h_0 \longrightarrow$	$1-h_0$	$\alpha_t\left[ln(c_t)+Aln(1-h_0)\right]$
Prob. no trabajar			
$1-\alpha_t \longrightarrow$	$0 \longrightarrow$	1	$(1-\alpha_t)\left[ln(c_t)+Aln(1)\right]$

8. Entonces la **utilidad esperada** en t es:

$$U(c_t,\alpha_t)=\alpha_t\left[ln(c_t)+Aln(1-h_0)\right]+(1-\alpha_t)\left[ln(c_t)+Aln(1)\right] \quad (6)$$

Modelo: Familias VII

Utilidad Esperada

$$U^e(c_t, \alpha_t) = ln(c_t) + A\alpha_t ln(1 - h_0)$$

Las variables de control de la familia son: c_t y α_t, debido a que las horas ofrecidas es un parámetro (h_0).

9. Asimismo, el trabajo esperado (h_t^e) en el periodo t sería igual a: $h_t = \alpha_t h_0 + (1 - \alpha_t)0 = \alpha_t h_0$

Modelo: Familias VIII

10. La familia enfrenta el siguiente problema de optimización:

$$\underset{\{c_t,\alpha_t,k_{t+1}\}}{\text{Max}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ln(c_t) + A\alpha_t ln(1-h_0) \right] \tag{7}$$

sujeto a su restricción presupuestaria (donde se ha introducido la LMK):

$$c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t = w_t(\alpha_t h_0) + r_t k_t \tag{8}$$

11. En este escenario, la oferta de trabajo esperada es $h_t^e = \alpha_t h_0$, perfectamente inelastica en el salario; i.e, la $ESI_{trabajo}$ es cero.

Modelo: Familias IX

12. Desde el punto de vista del planificador social (PS), lo que interesa a la economía en su conjunto es el trabajo. Por ello la función de utilidad que máximiza el "PS" es la siguiente:

$$\underset{\{c_t, h_t, k_{t+1}\}}{\text{Max}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ln(c_t) + A \frac{h_t}{h_0} ln(1 - h_0) \right] \qquad (9)$$

- Se ha despejado α_t de $h_t^e = \alpha_t h_0$.
- En el agregado, la economía se comporta como un AR que tienen una función de utilidad lineal en el ocio.
- **El principal resultado:** $ESI_{trabajo}$ será infinita, indicando que la oferta de trabajo es perfectamente elastica (en términos agregados).

Modelo: Familias X

13. Condiciones de optimización:
    - **Oferta de Trabajo:**

$$-B = \frac{w_t}{c_t}, \quad B = \frac{A}{h_0} ln(1 - h_0) \tag{10}$$

    - **Ecuación de Euler:**

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}} [r_{t+1} + (1 - \delta)] \tag{11}$$

Modelo: Familias XI

14. Elasticidad de Sustitución Intertemporal de la Oferta de Trabajo:

Trabajo

1. Sea: $UMgh_t = B$
2. $$TMgSI^h_{t+1,t} = -E_t\left[\frac{Umgh_t}{\beta Umgh_{t+1}}\right] = -E_t\left[\frac{1}{\beta}\right] = -\frac{1}{\beta}$$
3. $$ESI^h_{t+1,t} = \frac{\partial ln(\frac{h_{t+1}}{h_t})}{\partial ln(TMgSI^h_{t+1,t})} = \frac{TMgSI^h_{t+1,t}}{\frac{h_{t+1}}{h_t}} \frac{1}{\frac{\partial TMgSI^h_{t+1,t}}{\partial\left(\frac{h_{t+1}}{h_t}\right)}} = \infty$$

Modelo: Firmas I

1. Se supone una sola firma en la economía, de tal forma que demandará el trabajo y capital en términos agregados.
2. La función de producción es neoclásica Cobb-Douglas:

$$y_t = A_t f(k_t, l_t) = A_t k_t^{\theta} h_t^{1-\theta}$$

3. **Problema de Optimización**

$$\underset{\{k_t, h_t\}}{\text{Max}} \quad \pi_t = y_t - [w_t h_t + r_t k_t] \tag{12}$$

$$y_t = A_t k_t^{\theta} h_t^{1-\theta} \tag{13}$$

Modelo: Firmas II

4. **Condiciones de primer orden**

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial k_t} = 0 \Longrightarrow k_t = \theta \frac{y_t}{r_t} \quad \text{, [Demanda del capital]} \tag{14}$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial h_t} = 0 \Longrightarrow h_t = (1-\theta) \frac{y_t}{w_t} \quad \text{, [Demanda del trabajo]} \tag{15}$$

Modelo: Equilibrio y Choque I

1. **Choque a la productividad:**

$$lnA_{t+1} = \gamma lnA_t + \epsilon_t, \quad \gamma \quad \text{mide la persistencia} \tag{16}$$

2. **Equilibrio en el mercado de bienes:**

$$y_t = c_t + i_t \tag{17}$$

Modelo: Calibración

Parámetro	Valor	Nombre
θ	0.36	participación del capital en la producción
δ	0.025	tasa de depreciación
β	0.99	factor de descuento
A	2	es el ratio entre el tiempo que el individuo gasta en actividades no-market (2/3) con el tiempo que destina a actividades de market (1/3)
h_0	0.53	número de horas fijas ofrecida por la familia (steady-state del trabajo)
γ	0.95	coeficiente del choque de productividad AR(1)
σ_ϵ	0.00712	desviación estandar del choque a la productividad

θ, δ y β son tomados de Kydland y Prescott (1982).

Modelo: Estado Estacionario I

A continuación se mencionan las principales ecuaciones del modelo y sus estados estacionarios, los cuales se introducirá en Dynare :

1. **Oferta de trabajo:**

$$-B = \frac{w_t}{c_t} \qquad (18)$$

$$-B = \frac{w_{ss}}{c_{ss}}, \quad \text{steady state}$$

2. **Ecuación de Euler:**

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}}[r_t + (1-\delta)] \qquad (19)$$

$$r_{ss} = \frac{1}{\beta} - (1-\delta), \quad \text{steady state}$$

Modelo: Estado Estacionario II

3. **Ecuación de movimiento del capital:**

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= (1-\delta)k_t + i_t \qquad (20) \\ i_{ss} &= \delta k_{ss}, \quad \text{steady state} \end{aligned}$$

4. **Función de producción:**

$$\begin{aligned} y_t &= A_t k_t^{\theta} h_t^{1-\theta} \qquad (21) \\ y_{ss} &= A_{ss} k_{ss}^{\theta} h_{ss}^{1-\theta}, \quad \text{steady state} \end{aligned}$$

Modelo: Estado Estacionario III

5. **Demanda de capital:**

$$\begin{aligned} k_t &= \theta \frac{y_t}{r_t} \\ k_{ss} &= \theta \frac{y_{ss}}{r_{ss}}, \quad \text{steady state} \end{aligned} \tag{22}$$

6. **Demanda de trabajo:**

$$\begin{aligned} h_t &= (1-\theta) \frac{y_t}{w_t} \\ h_{ss} &= (1-\theta) \frac{y_{ss}}{w_{ss}}, \quad \text{steady state} \end{aligned} \tag{23}$$

Modelo: Estado Estacionario IV

7. **Equilibrio en el mercado de bienes:**

$$\begin{aligned} y_t &= c_t + i_t \qquad (24) \\ y_{ss} &= c_{ss} + i_{ss}, \quad \text{steady state} \end{aligned}$$

8. **Choque de productividad:**

$$\begin{aligned} lnA_{t+1} &= \gamma lnA_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \text{iid} N(0, \sigma_\epsilon) \qquad (25) \\ \epsilon_{ss} &= 0, \quad \text{en SS toma su media} \qquad (26) \\ A_{ss} &= 1, \quad \text{steady state} \end{aligned}$$

Modelo: Loglinearización I

Suponemos que deseamos expresar una variable en función de su desviación con respecto a su estado estacionario de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \hat{x}_t &= ln(x_t) - ln(x_{ss}) \\ \hat{x}_t &= ln\left[\frac{x_t}{x_{ss}}\right] \\ e^{\hat{x}_t} &= \frac{x_t}{x_{ss}} \\ x_t &= x_{ss}e^{\hat{x}_t} \end{aligned} \tag{27}$$

Para log-linearizar cada ecuación del modelo, sustituiremos las variables en niveles por esta última expresión.

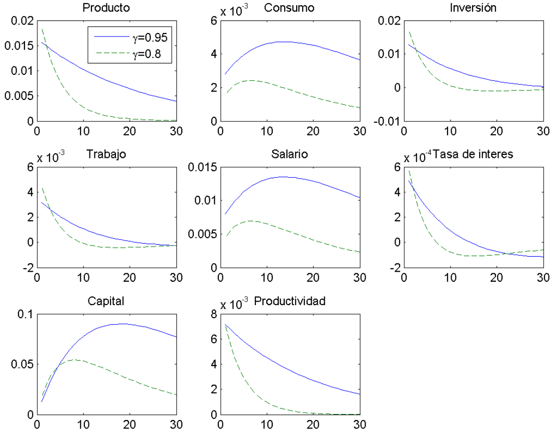
Modelo: Loglinearización II

1. $\hat{c}_t = \hat{w}_t$
2. $\hat{c}_t = \beta r_{ss} E_t \hat{r}_{t+1} - E_t \hat{c}_{t+1}$
3. $\hat{k}_{t+1} = (1-\delta)\hat{k}_t + \delta \hat{i}_t$
4. $\hat{y}_t = \hat{A}_t + \theta \hat{k}_t + (1-\theta)\hat{h}_t$
5. $\hat{y}_t - \hat{h}_t = \hat{w}_t$
6. $\hat{y}_t - \hat{k}_t = \hat{r}_t$
7. $\frac{c_{ss}}{y_{ss}} \hat{c}_t + \frac{i_{ss}}{y_{ss}} \hat{i}_t = \hat{y}_t$
8. $\hat{A}_{t+1} = \gamma \hat{A}_t + \epsilon_t$

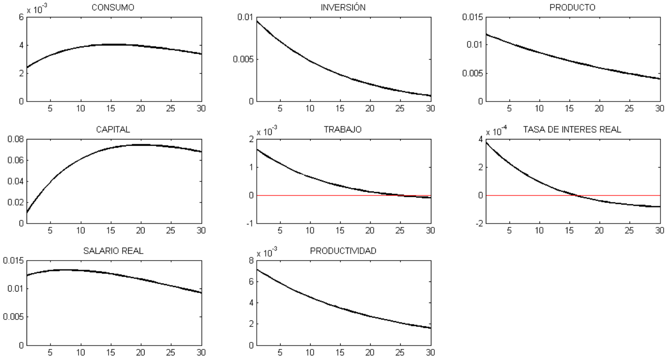
Tratamiento de los datos

- Datos: datos trimestrales 1955.3 - 1984.1 (115 datos)
- Variables reales: en dolares de 1972
- Todas las series son desestacionalizadas, rezagadas y se le aplicó el fitro HP (componente cíclico)

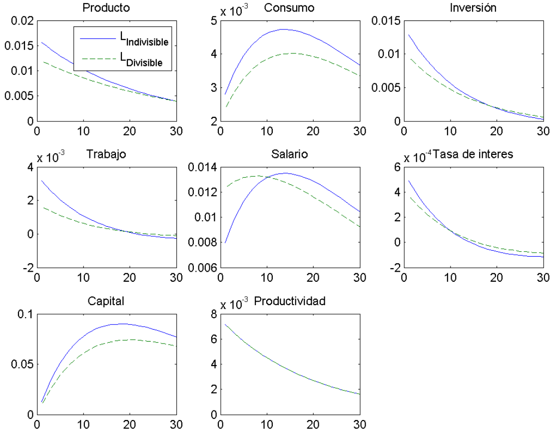
Modelo: IRFs
Modelo con trabajo indivisible



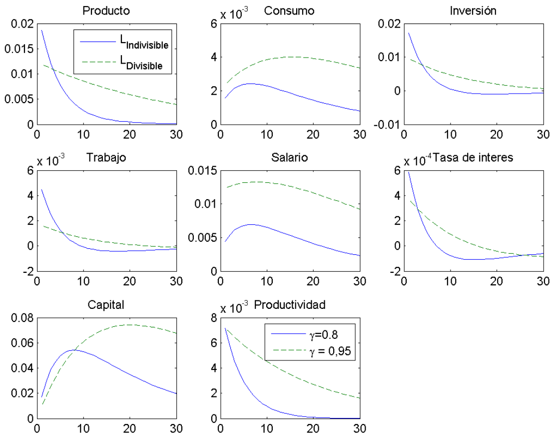
Modelo: IRFs
Modelo con trabajo divisible



Divisible vs. Indivisible
Igual persistencia (0.95)



Divisible vs. Indivisible
Diferente persistencia: indivisible(0.8) - divisible(0.95)



Modelo: Simulaciones

Economía artificial

1. Los estadísticos de las distribuciones muestrales que describen el comportamiento de la economía artificial fue derivado de "Simulaciones de Monte Carlo"
2. Se hizo 100 simulaciones del modelo con 115 periodos en cada simulación (misma longitud temporal de la datos reales). En cada simulación se obtuvo la senda temporal de las variables endógenas (datos artificiales).
3. Las variables simuladas fueron rezagadas y filtradas (HP)
4. A estas últimas variables se le calcula los estadísticos para cada simulación (100) y luego se toma la media de cada estadístico.

Modelo: Momentos Teóricos vs. Empíricos

Standard deviations in percent (a) and correlations with output (b) for U.S. and artificial economies.

	Quarterly U.S. time series[a] (55,3–84,1)		Economy with divisible labor[b]		Economy with indivisible labor[b]	
Series	(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)
Output	1.76	1.00	1.35 (0.16)	1.00 (0.00)	1.76 (0.21)	1.00 (0.00)
Consumption	1.29	0.85	0.42 (0.06)	0.89 (0.03)	0.51 (0.08)	0.87 (0.04)
Investment	8.60	0.92	4.24 (0.51)	0.99 (0.00)	5.71 (0.70)	0.99 (0.00)
Capital stock	0.63	0.04	0.36 (0.07)	0.06 (0.07)	0.47 (0.10)	0.05 (0.07)
Hours	1.66	0.76	0.70 (0.08)	0.98 (0.01)	1.35 (0.16)	0.98 (0.01)
Productivity	1.18	0.42	0.68 (0.08)	0.98 (0.01)	0.50 (0.07)	0.87 (0.03)

[a]The U.S. time series used are real GNP, total consumption expenditures, and gross private domestic investment (all in 1972 dollars). The capital stock series includes nonresidential equipment and structures. The hours series includes total hours for persons at work in non-agricultural industries as derived from the *Current Population Survey*. Productivity is output divided by hours. All series are seasonally adjusted, logged and detrended.

[b]The standard deviations and correlations with output are sample means of statistics computed for each of 100 simulations. Each simulation consists of 115 periods, which is the same number of periods as the U.S. sample. The numbers in parentheses are sample standard deviations of these statistics. Before computing any statistics each simulated time series was logged and detrended using the same procedure used for the U.S. time series.

Modelo: Momentos Teóricos vs. Empíricos

Estadisticos de los ciclos según el modelo artificial

VARIABLE	Des.Stan	Corr. con y
c	0.5238	0.8690
i	5.7537	0.9914
y	1.8019	1.0000
k	0.5010	0.3546
h	1.3731	0.9820
r	1.8374	0.9622
w	0.5238	0.8690
a	0.9278	0.9999

Código en Dynare-Matlab I

Archivos .mod y m-files

- **modelo_Hansen.mod:** es el modelo de Hansen(1985) de esta clase evaluado para dos valores de la persistencia del choque ($\gamma = 0.95$ y $\gamma = 0.8$). Los resultados de cada simulación se guardan en el archivo "oo1" y "oo2" respectivamente. Tambien se usa el comando de matlab "subplot"
- **modelo_trabajo_Divisible.mod:** modelo RBC estándar manteniendo las mismas caracteristicas y parámetros del modelo de Hansen con la única diferencia en la función de utilidad:
  - **Hansen:** $u(c_t, h_t) = lnc_t + Bh_t$
  - **RBC_estándar:** $u(c_t, h_t) = lnc_t + Aln(1 - h_t)$

Código en Dynare-Matlab II

Archivos .mod y m-files

- **modelo_Hansen_hp_filter.mod:** es el modelo de Hansen(1985) pero aplicando el filtro HP a las variables endógenas simuladas. Se considera data trimestral por lo cual se aplica un $\lambda = 1600$. Los resultados se guardan en el archivo "oohp" del cual se extraen los principales estadisticos de las variables simuladas.
- **grafico_compa_hansen.m:** compara los IRFs del modelo de Hansen (oo1) y del modelo con trabajo divisible (oo3) bajo una misma persistencia ($\gamma = 0.95$)