Crecimiento Económico y Empleo: keynesianos y neoclásicos

Modelos con ahorro exógeno

Los Modelos Keynesianos de Harrod y Domar

Félix Jiménez

Profesor

ECO 339 Teoría del Crecimiento

Notas de Clase Nº 04

2016

Temario

1. Introducción: Las rutas neoclásica y keynesiana del crecimiento económico
2. El modelo de Harrod
3. El Modelo de Domar
4. Interpretaciones de la inestabilidad del Filo de la Navaja de Harrod
5. Las respuestas a las diferencias entre las tasas garantizada y natural de crecimiento

Introducción: las rutas keynesiana y neoclásica del crecimiento económico

Ambos enfoques parten de la condición de equilibrio **Ahorro=Inversión**, en términos per cápita.

$$(1) \qquad S = sY \qquad \textit{función ahorro}$$

$$(2) \qquad I = dK + \delta K \qquad \textit{definición de inversión bruta}$$

$$(3) \qquad S = I \qquad \textit{condición de equilibrio}$$

$$(3') \qquad sY = dK + \delta K$$

La condición de equilibrio en términos per cápita será igual a:

$$s\frac{Y}{L} = \frac{dK}{L} + \delta \frac{K}{L} \quad \Longrightarrow \quad sy = \frac{dK}{L} + \delta k$$

Introducción: las rutas keynesiana y neoclásica del crecimiento económico

La inversión per cápita no esta completamente explícita.

La depreciación per cápita debe ser acompañada explícitamente por la inversión per cápita que incrementa el stock de capital per cápita y por la inversión que dota de capital a la fuerza laboral nueva que entra al proceso de producción.

Estos dos componentes están contenidos en el término *dK/L*. Para explicitarlos debemos trabajar con la tasa de crecimiento de *k=(K/L)*.

$$\frac{dk}{k} = \frac{dK}{K} - \frac{dL}{L} \Rightarrow dk = \frac{dK}{K}k - \frac{dL}{L}k$$

Si suponemos que *n=(dL/L)*:

$$dk = \frac{dK}{K}\frac{K}{L} - nk \Rightarrow dk = \frac{dK}{L} - nk$$

Por lo tanto:

$$\frac{dK}{L} = dk + nk$$

Introducción: las rutas keynesiana y neoclásica del crecimiento económico

Reemplazamos este resultado en la ecuación del equilibrio ahorro= inversión per cápita:

$$sy = dk + nk + \delta k$$

$$dk = sy - (n+\delta)k$$

La tasa de crecimiento del capital per cápita será entonces igual a:

$$\frac{dk}{k} = \left(s\frac{y}{k} - \delta \right) - n$$

La ruta Keynesiana:

Si la *relación producto-capital está constante*, el capital per cápita crecerá, al igual que el producto per cápita, a la tasa igual al término del lado derecho de la ecuación anterior. Se supone que este término es mayor que cero. Entonces:

$$k_t = k_0 e^{\left(s\frac{y}{k} - \delta - n \right) t} \Rightarrow k_t = k_0 e^{\left(\frac{s}{v} - \delta - n \right) t} \quad donde \quad v = \frac{k}{y} = \frac{K}{Y}$$

Introducción: las rutas keynesiana y neoclásica del crecimiento económico

La tasa de crecimiento del capital agregado (stock de capital) será:

$$\frac{dK}{K} = \frac{dk}{k} + n \quad \Rightarrow \quad \frac{dK}{K} = \frac{s}{v} - \delta$$

Como la relación Y/K está constante:

$$\Rightarrow \quad \frac{dY}{Y} = \frac{s}{v} - \delta$$

$$K_t = K_0 e^{\left(\frac{s}{v} - \delta\right)t} \quad y \quad Y_t = Y_0 e^{\left(\frac{s}{v} - \delta\right)t}$$

Conclusiones:

a. Si la relación producto-capital siempre está constante, entonces:
   (1) Como hay una relación fija de *Y* con *K,* se puede decir que hay una función de producción de coeficientes fijos. 1/
   (2) La relación fija, además, puede implicar que es una relación deseada; es decir, que hay una tasa deseada de utilización del capital que es igual a la inversa de v_d.

b. Si la tasa de crecimiento del capital per cápita no tiende a cero, el producto agregado no crece a la tasa *n.*

1/ Función de producción de coeficientes fijos: Y=min[(K/v), (L/u)]. Si K o L son superiores para a las necesidades de K y L para producir Y, el exceso permanecerá ocioso.

Introducción: las rutas keynesiana y neoclásica del crecimiento económico

La ruta Neoclásica:

La relación producto-capital puede variar hasta que la tasa de crecimiento del capital per cápita se hace igual a cero.

Como el stock de capital está creciendo y también esta creciendo el producto agregado. Pero para que disminuya Y/K el crecimiento del producto por unidad de incremento del stock de capital debe decrecer en el tiempo; es decir, el capital tendrá rendimientos marginales decrecientes.

Cuando el crecimiento del cápita per cápita *se hace cero*, la relación producto-capital (Y/K) permanecerá constante.

En esta situación el producto agregado y el stock de capital crecerán a la tasa *n*:

$$Y_t = Y_0 e^{\left(s\frac{y}{k}-\delta\right)t} = Y_0 e^{nt} \Rightarrow K_t = K_0 e^{\left(s\frac{y}{k}-\delta\right)t} = K_0 e^{nt}$$

Introducción: las rutas keynesiana y neoclásica del crecimiento económico

Conclusiones:

a. Si la relación producto-capital disminuye porque el capital tiene rendimientos marginales decrecientes, entonces:
   (1) Se puede decir que hay una función de producción con factores de producción con rendimientos marginales decrecientes y que son sustitutos perfectos.
   (2) La ecuación $dk = sy - (n+\delta)k$ será entonces una ecuación diferencial con una solución de estado estacionario. En el estado estacionario no crecen el ni el producto per cápita *(y)* ni el capital per cápita *(k).*

b. Si la tasa de crecimiento del capital per cápita es igual a cero en el estado estacionario, el producto agregado, al igual que el capital agregado, crecerá a la tasa n que es la tasa a la que crece la fuerza laboral.

El Modelo de Harrod

Harrod (*An Essay in Dinamic Theory, 1939*) extiende el análisis del equilibrio ahorro-inversión estático de la Teoría General de Keynes.

Condición para el equilibrio estático: Planes de inversión deben ser iguales a planes de ahorro. Harrod se pregunta: ¿*cuál debe ser la tasa de crecimiento del producto para que esta condición de equilibrio se cumpla a través a través del tiempo*?.

Harrod introdujo tres conceptos de crecimiento diferentes:

1) tasa de crecimiento observada o efectiva: no asegura el equilibrio con una inversión suficiente para igualar el ahorro planeado
2) tasa de crecimiento garantizada: mantiene el pleno empleo del capital, pero no asegura el pleno empleo del trabajo que depende de la tasa de crecimiento natural.
3) tasa de crecimiento natural.: es igual al crecimiento de la fuerza de trabajo y de la productividad.

El Modelo de Harrod

Propósito:

Revelar las condiciones necesarias para el equilibrio entre el ahorro agregado y la inversión agregada en una economía en crecimiento, considerando a esta última en su doble papel: como determinante de la utilización corriente de la capacidad productiva y como factor que crea capacidad de producción.

Hipótesis fundamental:

los capitalistas o inversionistas tienen un stock de capital deseado en relación a la demanda de sus mercancías. Es decir, tienen una tasa deseada de utilización de su stock de capital.

Si su stock es sobre utilizado, desearán invertir más, buscando lograr el nivel deseado del stock de capital; pero si es subutilizado disminuirán sus inversiones.

Cuando hay plena utilización del capital, no hay sobreproducción ni subproducción, por tanto los productores desean hacer inversiones en el futuro a la misma tasa que en el pasado.

El Modelo de Harrod

El modelo de Harrod:

Se supone una función de producción de coeficientes fijos: Y=K/v. La inversa del parámetro "v" representa una relación producto capital constante.

(1) $$v_d = \left(\frac{K_t}{Y_t}\right)_d = \left(\frac{\Delta K_{t+1}}{\Delta Y_{t+1}}\right)_d = \left(\frac{\Delta K_t}{\Delta Y_t}\right)_d$$ Coeficiente capital producto deseado

(2) $$I_t = \Delta K_{t+1} + \delta K_1$$ Inversión (definición)

De (1) y (2), se obtiene:

(3) $$v_d = \frac{I_t - \delta K_t}{\Delta Y_{t+1}}$$

Se supone que la relación capital-producto deseado (v_d) permanece constante.

(4) $$I_t = v_d \Delta Y_{t+1} + \delta K_t$$ Función de Inversión

El Modelo de Harrod

(5) $S_t = sY_t$ Función Ahorro, donde 0<s<1 es la propensión a ahorrar

(6) $I_t = S_t$ Condición de equilibrio

De (6), haciendo reemplazos, se obtiene:

(7) $v_d \Delta Y_{t+1} = sY_t - \delta K_t \Rightarrow v_d \Delta Y_{t+1} = sY_t - \delta v_d Y_t$

(8) $g_w = \dfrac{dY_{t+1}}{Y_t} = \dfrac{s}{v_d} - \delta$ Tasa Garantizada de Crecimiento

Esta es la ecuación fundamental del modelo. Se define como la *tasa garantizada o deseada de crecimiento del producto.*

Es la tasa que mantiene el pleno empleo del capital.

No hay sobreproducción ni subproducción.

El Modelo de Harrod

La ***tasa garantizada o deseada de crecimiento*** *del producto* indica que *Y* y *K* deben crecer a la misma tasa.

El equilibrio macroeconómico implica que la tasa efectica de crecimiento del producto (*g*) sea igual a la tasa granatizada de crecimiento del producto (g_w).

La trayectoria de crecimiento del producto que satisface a los inversionistas, es como sigue:

$$Y_t = Y_0(1+g_w)^t = Y_0\left(1+(\frac{s}{v_d}-\delta)\right)^t$$

De la ecuación (7) se tiene: $v_d(Y_{t+1}-Y_t)+\delta v_d Y_t = sY_t$

$$Y_{t+1}-\left(\frac{v_d+s}{v_d}-\delta\right)Y_t = 0_t \Longrightarrow Y_{t+1}-bY_t=0 \Longleftrightarrow Y_t - bY_{t-1} = 0$$

Solución homogénea: $Y_t = Ab^t \Longrightarrow Y_t = Y_0\left(1+\frac{s}{v_d}-\delta\right)^t$

El Modelo de Harrod

Para determinar la **tasa de crecimiento efectiva** (*g*), definimos el coeficiente técnico determinado por las características de la función de producción:

(9) $$v = \frac{K}{Y}$$ Coeficiente capital-producto observado o efectivo

En consecuencia, la tasa observada o efectiva de crecimiento será:

(10) $$g = \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{s}{v} - \delta$$ Esta ecuación expresa la igualdad *ex-post* entre el ahorro y la inversión en las cuentas nacionales

La trayectoria del crecimiento de la producción efectiva es:

$$Y_t = Y_0 \left(1 + \frac{s}{v} - \delta \right)^t$$

El Modelo de Harrod

La tasa de crecimiento de una país es por definición igual a su ratio de ahorro dividido por el ratio de nueva inversión a incremento en el producto (ΔI/ΔY), menos la depreciación.

La tasa natural de crecimiento es definida por:

$$(11) \qquad g_n = n + \rho$$

n es la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo y ρ es la tasa de crecimiento de la productividad del trabajo determinado por el progreso técnico. Con progreso técnico a la Harrod:

$$12) \qquad \frac{d(EL)}{EL} = n + p$$

Esta es la máxima tasa de crecimiento alcanzable o la tasa de crecimiento que Harrod denominaba socialmente óptima.

En los países subdesarrollados la tasa natural es mayor que la tasa garantizada: la tasa de ahorro es baja y la relación capital producto es alta (la productividad de la inversión es baja).

El Modelo de Harrod

Si todo el trabajo fuera empleado, la tasa de crecimiento observada (g) sería igual a la tasa de crecimiento natural (g_n).

Si la primera fuera menor, aumentaría el desempleo estructural.

La tasa de crecimiento natural es exógena al modelo. ***Esta tasa es una restricción al equilibrio:*** la tasa efectiva de crecimiento no puede ser superior a la tasa de crecimiento natural, debido al carácter fijo del coeficiente de utilización de la mano de obra (principio de complementariedad de los factores de producción).

Crecimiento equilibrado con pleno empleo (*edad de oro*):

Las tasas de crecimiento efectiva, garantizada y natural (g_n), coinciden, al igual que las relaciones capital producto, efectiva y deseada.

$$g = g_w = g_n \qquad y \qquad v = v_d$$

El Modelo de Harrod

Cuando la tasa de crecimiento efectiva y la tasa garantizada son iguales, es decir, *cuando hay equilibrio macroeconómico*, la propensión a ahorrar es igual a:

$$s = gv = g_w v_d$$

Si la capacidad de producción que los empresarios han construido con sus inversiones se utiliza a tasa que ellos desean, entonces la demanda agregada es igual a la oferta agregada y la economía crece a su tasa garantizada.

$$\left(\mathrm{DA} = \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{s}}\right) = \left(\mathrm{OA} = \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{v_d}}\right)$$

Alcanzar la «edad de oro» es difícil debido a:

- (s) depende de las preferencias y comportamiento de las familias;
- (n) es exógena al modelo y está determinada por la dinámica demográfica;
- (v) depende del nivel tecnológico asimilado por la economía; y,
- (v_d) depende de las expectativas de los capitalistas. No existe ningún mecanismo que asegure la igualdad .

El Modelo de Harrod

Hay, por lo tanto, dos problemas:

1) la improbabilidad de que la economía crezca a su tasa garantizada y con pleno empleo. Hay desempleo involuntario en un contexto de crecimiento económico.
2) la inestabilidad de la economía capitalista. No existe en ella convergencia al equilibrio.

Si $g > g_w$ **entonces** $v < v_d$

La demanda agregada (*I/s*) es mayor que la oferta agregada (*K/v*$_d$).

En este caso, los capitalistas aumentarán sus inversiones para acrecentar la capacidad productiva y alcanzar la demanda.

Esto acelerará el crecimiento aumentando la diferencia entre las tasas efectiva y garantizada. Empeora el exceso de demanda.

La situación describe un crecimiento económico acumulativo.

El Modelo de Harrod

Si $g < g_w$ **entonces** $v > v_d$

La demanda agregada (*I/s*) es menor que la oferta agregada (*K/v$_d$*)

*L*os capitalistas disminuyen sus inversiones porque hay un stock de capital excesivo. Se desacelera el crecimiento que empeora la recesión y el desempleo. Es una típica situación de insuficiencia de demanda efectiva, de recesión acumulativa.

El problema de corto plazo (Ciclo Económico) es la relación entre g y g_w.
El problema en el largo plazo es la relación entre g_n y g_w
o la relación entre el crecimiento de la fuerza de trabajo en términos de unidades de eficiencia y el crecimiento del capital.

Si $g_n > g_w$, como hay coeficientes de producción fijos habrá desempleo estructural.

El Modelo de Harrod

La tarea de política es igualar g_n y g_w. Reducir g_n e incrementar g_w.

a) Control de la natalidad o disminución de progreso técnico (pero esto afecta nivel de vida);

a) Incrementar g_w con reforma y liberalización financiera, o reducción de K/Y mediante la utilización de técnicas de producción más intensivas en trabajo.

El Modelo de Domar

El economista norteamericano Evsey Domar (*Capital expansion rate of growth and employment*, 1946) arribó a la conclusión fundamental de Harrod trabajando independientemente de él.

El Modelo de Domar

Domar explícitamente señala que la inversión aumenta tanto la demanda a través del multiplicador keynesiano como la oferta al expandir capacidad. Se planteó responder a la pregunta: ¿cuál es la tasa de crecimiento de la inversión que garantiza que la demanda se iguale con la oferta.

$$Incremento\ \ de\ la\ demanda\ \rightarrow dY_d = \frac{dI}{s}$$

$$Incremento\ \ de\ \ la\ \ oferta\ \rightarrow dY_s = I_n\sigma \quad donde\ : I_n = I - \delta K$$

$$dY_d = dY_s \rightarrow \frac{dI}{s} = I_n\sigma \quad \Rightarrow \quad dY_d = dY_s \rightarrow \frac{dI}{s} = (I - \delta K)\sigma$$

σ es la productividad del capital $(dY/I_n)=(Y/K)$.

(Domar lo denomina «*potential social average productivity of investment*»)

El Modelo de Domar

Dado que σ =1/v_d en el nivel de pleno empleo, entonces el resultado de Harrod y Domar para el crecimiento con equilibrio es el mismo.

$$\frac{dI}{s} = (I - \delta K)\frac{Y}{K} \Rightarrow \frac{dI}{s} = (I - \delta\frac{K}{Y}Y)\frac{Y}{K} \Rightarrow \frac{dI}{s} = (I - \delta v_d Y)\frac{1}{v_d}$$

$$\frac{1}{s}dI = (I - \delta v_d \frac{I}{s})\frac{1}{v_d} = I(1 - \delta v_d \frac{1}{s})\frac{1}{v_d} \Rightarrow \frac{dI}{I} = s(1 - \delta v_d \frac{1}{s})\frac{1}{v_d} = (s - \delta v_d)\frac{1}{v_d}$$

$$\frac{dI}{I} = \frac{s}{v_d} - \delta$$

Si se diera el caso que las tasas de crecimiento observada y garantizada sean iguales, asegurando la plena utilización de capital, esto no garantiza la plena utilización del trabajo que depende de la tasa de crecimiento natural.

El Modelo de Domar

Si se emplea todo el trabajo, la tasa de crecimiento observada se aproximaría a la tasa de crecimiento natural.

Si la tasa decrecimiento observada se situara por debajo de la natural, el desempleo estructural aumentaría.

La edad de oro de pleno empleo del capital y del trabajo implica la igualdad de las tres tasas de crecimiento: natural, observada y garantizada.

Resumen

Modelo de Harrod

$$I = v_d \, dY + \delta K$$

$$S = sY$$

$$S = I$$

$$sY = v_d \, dY + \delta K$$

$$\frac{dY}{Y} = \frac{s}{v_d} - \delta$$

Modelo de Domar

$$dY_d = \frac{1}{s} dI$$

$$dY_s = I\sigma$$

$$dY_d = dY_s$$

$$\frac{1}{s} dI = (I - \delta K)\sigma = I(\sigma - \frac{\delta}{s})$$

$$\frac{dI}{I} = s\sigma - \delta = \frac{s}{v_d} - \delta$$

El Modelo de Domar

Recuérdese que σ es la productividad del capital o la inversa de la relación capital producto, v. Su valor deseado será v_d, por lo tanto:

Modelo de Harrod

$$\frac{dY}{Y} = \frac{s}{v_d} - \delta$$

$$Y_t = Y_0 e^{(\frac{s}{v_d} - \delta)t}$$

Modelo de Domar

$$\frac{dI}{I} = \frac{s}{v_d} - \delta$$

$$I_t = I_0 e^{(\frac{s}{v_d} - \delta)t}$$

Es fácil mostrar que también en el modelo de Domar el crecimiento del producto crece a la misma tasa que crece la inversión:

$$Y_t = \frac{1}{s} I_t$$

$$Y_t = \frac{1}{s} I_0 e^{(\frac{s}{v_d} - \delta)t}$$

$$Y_t = Y_0 e^{(\frac{s}{v_d} - \delta)t}$$

Interpretaciones de la inestabilidad del Filo de la Navaja de Harrod

Una interpretación: *desvío del crecimiento de la demanda respecto del crecimiento de la oferta*. Según Harrod, esta desviación se refleja en la discrepancia entre las tasas efectiva y garantizada de crecimiento. La tasa garantizada es la tasa de crecimiento de la inversión que mantiene el equilibrio entre el crecimiento de la demanda (del producto efectivo) y de la oferta (producto potencial).

Otra interpretación: *discrepancia entra la tasa garantizada y la tasa de crecimiento natural.* Esta tasa natural es igual a las tasas exógenas de crecimiento de la fuerza de trabajo y de la productividad del trabajo. Esta segunda interpretación ignora las posibles desviaciones del crecimiento de la demanda respecto del crecimiento de la oferta. En otras palabras, el producto efectivo y el potencial no pueden diferir, y las variaciones en la tasa de utilización de la capacidad son eliminadas. Esta es la manera como Solow entiende la inestabilidad de Harrod.

La solución que Solow propone al problema de la inestabilidad es, entonces, el ajuste de la tasa de crecimiento del producto potencial hacia una tasa de crecimiento natural exógenamente dada.

Interpretaciones de la inestabilidad del Filo de la Navaja de Harrod

La tasa garantizada mantiene la tasa de utilización de la capacidad igual a la unidad: la tasa de crecimiento del producto efectivo es igual a la tasa de crecimiento del producto potencial.

Con una función de producción de coeficientes fijos y rendimientos constantes a escala, podemos definir el producto potencial como: $Y_p = \sigma K$

La tasa de crecimiento efectiva, según el enfoque keynesiano, está determinada por la demanda, es decir: $Y = I / s$

La tasa de utilización de la capacidad será, entonces, igual:

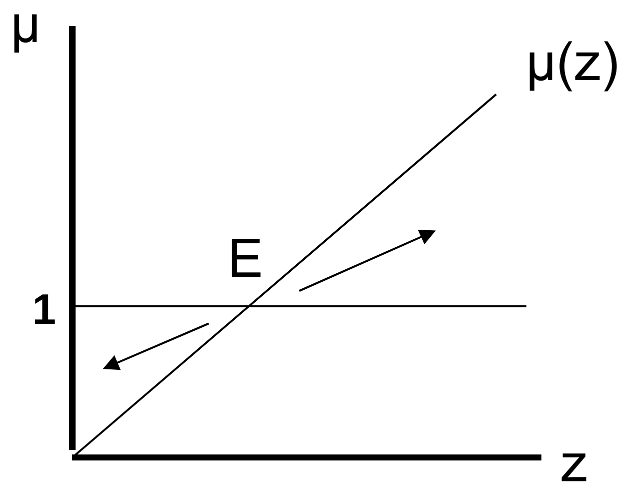
$$u = \frac{Y}{Y_p} = \frac{1}{s\sigma}\frac{I}{K}$$

Cuando la tasa de utilización de la capacidad es igual a uno, el producto efectivo es igual al potencial o la tasa de crecimiento del producto efectivo es igual a la tasa de crecimiento garantizada. En otras palabras, la tasa de acumulación de capital es igual a la tasa garantizada.

Interpretaciones de la inestabilidad del Filo de la Navaja de Harrod

La tasa de acumulación de capital responde a cualquier desplazamiento de la tasa de utilización de la capacidad provocando que esta última se desvíe de la unidad. Si definimos la tasa de acumulación como: $z = I/K$

Entonces: $\dot{z} = \alpha\left[\mu(z) - 1\right]$ donde α es el coeficiente de velocidad de ajuste. Cuando esta ecuación es mayor que cero, la tasa de acumulación está por encima de la tasa garantizada, y viceversa. Cuando es igual a cero, la tasa de utilización de la capacidad es igual a la unidad.



Respuestas a las diferencias entre las tasas garantizada y natural de crecimiento

Dos casos, cuatro respuestas:

Caso1:

$g_w = (s/v)-\delta > g_n = n+\rho$

1. Ajuste Neoclásico

Suben los salarios relativos y, como los factores de producción son sustitutos perfectos, disminuye la demanda de trabajo y aumenta la demanda de capital, los que aumenta la relación capital-producto.

2. Ajuste Shumpeteriano

Aumentan los salarios. Este aumento es enfrentado por las empresas innovando. Aumenta la productividad. Esta es una respuesta emparentada con la teoría de la plusvalía relativa de Marx.

Respuestas a las diferencias entre las tasas garantizada y natural de crecimiento

Caso 2:

$g_w = (s/v)-\delta < g_n = n+\rho$

3. Ajuste Clásico (Ricardo) o Kaldor-Pasinetti

Caen los salarios y baja la participación de los salarios en el ingreso o producto. Sube la participación de los beneficios en el Ingreso o producto. Aumenta la tasa de ahorro.

4. Ajuste Malthusiano

Caen los salarios. Disminuye la tasa de crecimiento de la población.