

**COLECCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS con soluciones**

**CRECIMIENTO ECONÓMICO**

**MIGUEL CASARES**

Esta colección de ejercicios pretende mostrar las múltiples posibilidades de aplicación de los modelos teóricos de crecimiento económico a casos reales con resultados numéricos. El libro de texto incorpora, al final de cada capítulo, una serie de ejercicios de corte teórico que pueden también plantearse como trabajo a realizar durante el desarrollo del curso. Mi intención, no obstante, es la de proponer ejercicios numéricos que faciliten la comprensión de los modelos teóricos y permitan entender su aplicabilidad a partir del uso de datos reales. El estudiante podría comprobar fácilmente los efectos que tiene una modificación de alguno de los parámetros del modelo sobre el resultado de las variables endógenas en estado estacionario o en su dinámica de corto plazo. Las últimas dos sesiones se dedican al análisis de datos sobre contabilidad del crecimiento y convergencia económica y se proponen sendos ejercicios a partir de datos reales.

**EJERCICIOS - CAMBIO TECNOLÓGICO: MODELOS CON UNA VARIEDAD AMPLIADA DE PRODUCTOS**

1. Modelo con una variedad ampliada de productos y coste de I+D variable. Una economía se comporta de acuerdo al modelo con una variedad ampliada de productos en el que las empresas innovadoras asumen que el coste de I+D requerido para la creación de un nuevo bien intermedio es creciente con el número de variedades de bienes intermedios existente:

$$\eta(N) = \phi N^\sigma$$

con  $\phi > 0$  y  $\sigma > 0$ . El comportamiento competitivo de las empresas productoras de bienes de consumo y el comportamiento (con poder de monopolio) de las empresas de I+D coincide con el explicado en la sección 1 de la sesión 9 de este curso. La población activa está fija en  $L = 6$  millones de trabajadores y los valores numéricos de los parámetros son  $\alpha = 0,4$ ,  $A = 1$ ,  $\theta = 2$ ,  $\rho = 0,05$ ,  $\phi = 1$  y  $\sigma = 0,5$ .

- i) Hallar los valores del estado estacionario para el consumo (en millones), la producción de bienes finales (en millones), la producción de bienes intermedios (en millones), la rentabilidad de las empresas de I+D (tipo de interés), el valor de mercado de la empresa de I+D, y el número de variedades de bienes intermedios. Representar el diagrama de fase y la trayectoria óptima de aproximación al estado estacionario.
- ii) Si en el momento actual el consumo es  $C(0) = 60$  millones de unidades y el número de variedades es  $N(0) = 45$ . Calcular  $C(1)$  y  $N(1)$ . ¿Es posible que la dotación inicial se encuentre sobre la trayectoria óptima de aproximación al estado estacionario? ¿Por qué?
- iii) Supongamos que el coste de la innovación disminuye, de tal forma que el parámetro  $\phi$  pasa a ser  $\phi = 0,95$ . Hallar los nuevos valores numéricos del estado estacionario. Representar gráficamente el efecto sobre el diagrama de fase partiendo del estado estacionario inicial obtenido en i).

**Soluciones:**

- i)  $C^* = 107,0177$  millones,  $Y^* = 127,4020$  millones,  $X^* = 20,3843$  millones,  $r^* = 0,05$  (5%),  $V^* = 8,4880$ , y  $N^* = 72,0463$ .
- ii) Utilizando las ecuaciones dinámicas del modelo y la calibración de sus parámetros obtenemos los valores del periodo 1:  $C(1) = 60,7380$  (aumento del 1,23%) y  $N(1) = 46,0201$  (aumento del 2,27%). Ambas variables aumentan y se van acercando al estado estacionario por lo que podrían estar situadas en la trayectoria óptima (por debajo de la recta  $\dot{N} = 0$  en el diagrama de fase).
- iii)  $C^* = 118,5791$  millones,  $Y^* = 141,1656$  millones,  $X^* = 22,5865$  millones,  $r^* = 0,05$  (5%),  $V^* = 8,4880$ , y  $N^* = 79,8297$ . Todas las variables aumentan en estado estacionario excepto el valor de la empresa de I+D y su rentabilidad ( $r^*$  ha de coincidir con la tasa de preferencia intertemporal  $\rho$  que no ha cambiado del 5%). En el diagrama de fase, la recta  $\dot{N} = 0$  no se mueve (su posición no depende de  $\phi$ ) mientras que la curva  $\dot{C} = 0$  se desplaza hacia arriba como consecuencia de la disminución de  $\phi$ . El nuevo estado estacionario muestra un aumento de  $N^*$  medido sobre el eje horizontal y de  $C^*$  medido sobre el eje vertical.

2. Modelo de Romer. Una economía evoluciona siguiendo las características del modelo de Romer descrito en la sección 3 de la sesión 9. La población está fija en  $L = 8$  millones de trabajadores y los valores numéricos de los parámetros que describen la economía son:  $A = 1$ ,  $\alpha = 0,38$ ,  $\eta = 20$ ,  $\theta = 2,5$  y  $\rho = 0,06$  (6% anual).

- i) En el equilibrio descentralizado, hallar la fracción de población que trabaja en actividades de innovación,  $1 - \lambda$ , y los valores numéricos de la tasa de rentabilidad de la inversión en I+D y la tasa de crecimiento endógeno del consumo.
- ii) Si un planificador central benevolente pudiera decidir la proporción de la población activa que trabaja en I+D buscando maximizar el bienestar de los hogares, ¿cuáles serían los valores resultantes para esta proporción y el resto de variables obtenidas en el apartado i)? ¿Mejoraría el bienestar de las familias?

**Soluciones:**

- i)  $1 - \lambda = 0,0799$  (7,99%)  $r = 0,1399$  (13,99%)  $\gamma = 0,0319$  (3,19%)
- ii)  $1 - \lambda = 0,66$  (66%)  $r = 0,4$  (40%)  $\gamma = 0,1360$  (13,60%). El bienestar de las familias mejoraría porque estarían aumentando el consumo a una tasa del 13,60%, muy superior al 3,19% que se obtiene en la economía descentralizada. La utilidad (bienestar) de los hogares es función creciente de la cantidad del consumo.