PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE ECONOMÍA SEMESTRE 2016-1

CURSO : TEORIA DEL CRECIMIENTO
CODIGO : ECO 339
PROFESOR : Félix Jiménez, Ph. D.

Examen Parcial - Solucionario

PARTE A: Diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Explique su respuesta.

1) La neutralidad del cambio técnico significa que la relación K/L no es constante.

   Falso. La NEUTRALIDAD se refiere a un desplazamiento de la función de producción que no altera la proporción de los ingresos del capital y trabajo empleados. En otras palabras, no inclina la balanza del lado del trabajo ni del capital. En otras palabras, es neutral porque DI se mantiene constante con el tiempo: $DI = \frac{rK/Y}{wL/Y} = \frac{rK}{wL}$

2) En el modelo de Harrod y Domar, la relación K/Y deseada varía porque existe sustitución de factores. En el modelo de Solow-Swan ocurre lo contrario.

   Falso. En este modelo no existe sustitución de factores. Ambos factores son complementarios. Lo contrario ocurre en el modelo de Solow-Swan.

3) En el modelo de Solow-Swan, una disminución de la tasa de depreciación disminuye el capital per cápita y el producto per cápita del estado estacionario. Para responder utilice la ecuación del valor del capital del estado estacionario en términos de los parámetros.

   Falso. Con la disminución de la tasa de depreciación, gráficamente, la recta del break «even investment» gira en el sentido de las agujas del reloj dando lugar a un nuevo equilibrio de estado estacionario que corresponde a un capital y producto per cápita más altos.

   Sabemos además por el valor del capital per cápita del estado estacionario depende inversamente de la tasa de depreciación.

$$k_{ee} = \left[\frac{s}{n+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

   Por lo tanto, si esta tasa disminuye, entonces aumenta el capital per cápita del estado estacionario.

4) El aumento de la tasa de ahorro da lugar a un aumento en la magnitud del producto per cápita del estado estacionario. Para responder utilice la ecuación del valor del capital del estado estacionario en términos de los parámetros.

Verdadero. La magnitud del producto per cápita del estado estacionario depende positivamente de la tasa de ahorro. Véase fórmula:

$$y_{ee} = \left[\frac{s}{n+\delta}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

En consecuencia, un aumento de la tasa de ahorro aumenta el valor del capital del estado estacionario.

Parte B:

5) En 1963 Kaldor (*Capital Accumulation and Economic Growth*) propuso seis hechos estilizados básicos que toda teoría del crecimiento debería tratar de explicar. *¿Cuales son?* Los seis hechos no son independientes entre sí. *¿Cuales son independientes**?***

***Solución*:**

(1). El volumen agregado de producción y la productividad del trabajo han crecido continuamente en las economías occidentales.
(2). La relación capital por trabajador muestra un crecimiento continuo.
(3). La tasa de beneficio del capital ha sido estable a largo plazo.
(4). La relación capital-producto ha permanecido estable por largos periodos.
(5). La participación de los ingresos del trabajo (salarios) y del capital (beneficios) en la producción total también han permanecido relativamente estables.
(6). Se aprecian diferencias sustanciales en las tasas de crecimiento de la producción y de la productividad del trabajo entre los países.

Los seis hechos no son independientes entre sí.
Si (Y/L) crece (Hecho 1) e (Y/K) es constante (Hecho 4), entonces (K/L) debe estar creciendo (Hecho 2). Si (Y/K) es constante (Hecho 4) y (rK/Y) es constante (Hecho 5), entonces r debe de ser constante (Hecho 3). Por lo tanto, H2 y H3 son consecuencia de los demás. Entonces, hay que concentrarse solo en los Hechos 1, 4, 5 y 6. Sigue existiendo un amplio consenso como hechos estilizados de la realidad sobre H1, H4 y H6. La excepción es H5, porque se registra una cierta tendencia a la disminución (aumento) de la participación del capital (trabajo) a lo largo del tiempo.

6) Considere la siguiente función de producción de coeficientes fijos:

$$Y = Min\left[\frac{K}{v}, \frac{L}{u}\right], \quad \textit{donde v y u son constantes}$$

Graficar detalladamente la isocuanta de la función de producción propuesta y las funciones de producción per cápita. Explique.

A este tipo de función se le conoce como de coeficientes fijos, y establece que el nivel de producto obtenido está determinado por el factor productivo utilizado en menor cantidad.

En este caso, un proceso productivo eficiente será aquel que no utiliza factores de manera ociosa. Por lo tanto, siendo eficientes se cumple que:

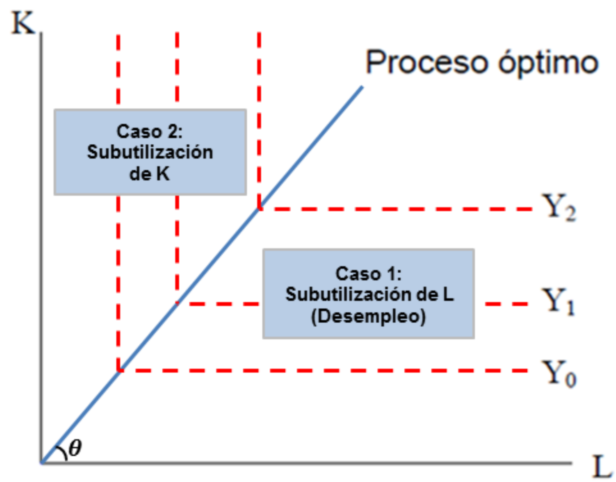
$$\frac{K}{v} = \frac{L}{u}$$

Esta última relación define el Proceso Técnico Óptimo, y con fines de graficarlo, puede ser expresado de la siguiente manera:

$$K = \frac{v}{u} L$$

La representación gráfica es la siguiente:

Mapa de isocuantas de la función de producción de coeficientes fijos 1/



Del gráfico anterior se pueden considerar dos casos distintos de producción bajo utilización plena o eficiente de los factores.

$$Y = Min\left[\frac{1}{v}K, \frac{1}{u}L\right] = \begin{cases} \frac{1}{v}K & , \; si \; \frac{K}{L} < \frac{v}{u} \quad \text{(Subutilización de L)} \\ \frac{1}{u}L & , \; si \; \frac{K}{L} > \frac{v}{u} \quad \text{(Subutilización de K)} \end{cases}$$

Para poder graficar la función, es necesario expresarlo en términos per cápita. Para esto, dividimos ambos lados de la función de producción entre L:

$$Y = Min\left[\frac{1}{v}K, \frac{1}{u}L\right]$$

$$\frac{Y}{L} = \frac{1}{L} Min\left[\frac{1}{v}K, \frac{1}{u}L\right]$$

Dado que la función mínimo es homogénea de grado 1, es posible introducir el factor $\frac{1}{L}$ *dentro de la función sin ningún problema:*

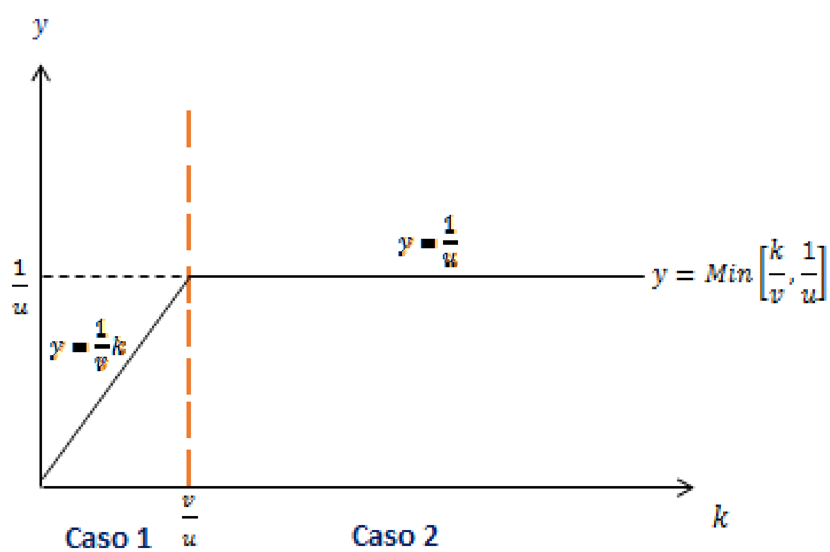
$$y = Min\left[\frac{1}{v}\frac{K}{L}, \frac{1}{u}\frac{L}{L}\right]$$

$$y = Min\left[\frac{1}{v}k, \frac{1}{u}\right]$$

De esta manera, tenemos los dos casos previamente mencionados:

$$y = Min\left[\frac{1}{v}k, \frac{1}{u}\right] = \begin{cases} \frac{1}{v}k & , \; si\; k < \frac{v}{u} \quad (Subutilización\ de\ L) \\ \frac{1}{u} & , \; si\; k > \frac{v}{u} \quad (Subutilización\ de\ K) \end{cases}$$

Función de producción de coeficientes fijos
(En términos per cápita)



Caso 1: Subutilización de L

Este caso ocurre en el tramo horizontal de la isocuanta. Aquí se da que la cantidad de trabajo (factor L) es mayor que bajo un nivel de producción eficiente, mientras que el nivel de capital (factor K) permanece constante. De esta manera, la intensidad del capital (el ratio K/L) se reduce, lo cual implica que, en términos relativos, existe menos capital para la cantidad de mano de obra existente.

Caso 2: Subutilización de K

Este caso ocurre en el tramo vertical de la isocuanta. Aquí se da que la cantidad de capital (factor K) es mayor que bajo un nivel de producción eficiente, mientras que el nivel de trabajo (factor L) permanece constante. De esta manera, la intensidad del capital (el ratio $\frac{K}{L}$*) se* *incrementa, lo cual implica que, en términos relativos, existe más capital para la cantidad de mano de obra existente.*

PARTE C:

7) Evalúe las diferencias de los efectos en el equilibrio de largo plazo en una economía descrita por el modelo de Solow-Swan, de un gobierno benevolente y un gobierno corrupto. La economía tiene una tasa de ahorro *s*, una tasa de depreciación δ, una fuerza de trabajo que crece a la tasa *n* y una función de producción en su forma intensiva igual a:

$$y = Bk^{\alpha}$$

Suponga que el gobierno aplica una tasa de impuestos al sector privado igual a *t*. Esto implica que el ingreso disponible del sector privado es igual a:

$$y_d = (1-t)Bk^{\alpha}$$

a. Suponga que hay un gobierno benevolente porque sus ingresos por impuestos lo dedica a inversión productiva. Suponga que su gasto per cápita es igual a:

$$g = tk^{\alpha} \text{ y que } B = g^{\beta}$$

La segunda ecuación india que lo que el gobierno gasta genera una externalidad sobre la producción privada. Derive la ecuación de movimiento del capital (equilibrio ahorro=inversión) y analice con detalle el crecimiento de largo plazo del capital per cápita.

Analice los casos siguientes: $\beta = \frac{1-\alpha}{\alpha}$; y, $\beta < \frac{1-\alpha}{\alpha}$

Solución:

$$\dot{k} = s(1-t)Bk^{\alpha} - (n+\delta)k$$

$$\dot{k} = s(1-t)(tk^{\alpha})^{\beta}k^{\alpha} - (n+\delta)k$$

$$\dot{k} = s(1-t)t^{\beta}k^{\alpha\beta}k^{\alpha} - (n+\delta)k$$

$$\dot{k} = s(1-t)t^{\beta}k^{\alpha(1+\beta)} - (n+\delta)k$$

De aquí se deduce la tasa de crecimiento del capital per cápita:

$$\frac{\dot{k}}{k} = s(1-t)t^{\beta}k^{\alpha(1+\beta)-1} - (n+\delta)$$

El crecimiento de largo plazo dependerá de si $\alpha(1+\beta)$ *es igual a uno, mayor que uno o menor que uno; o, de otra manera, si* β *es igual, mayor o menor que* $\frac{1-\alpha}{\alpha}$.

Si $\alpha(1+\beta) > 1$ *hay un producto marginal del capital creciente y la tasa de crecimiento aumenta período tras período. El crecimiento es explosivo.*

Si $\alpha(1+\beta) < 1$ *hay un producto marginal del capital decreciente y la economía convergerá a una situación de estado estacionario.*

Si $\alpha(1+\beta) = 1$ *entonces la economía crece a una tasa constante igual a:.*

$$\frac{\dot{k}}{k} = s(1-t)t^{\beta} - (n+\delta)$$

b. Cuál es la tasa de impuestos *t* que maximiza que maximiza la tasa de crecimiento. Analice los dos efectos del impuesto en la economía, para responder por qué el «cobro» de impuestos no afecta a la economía.

Solución

Cuando $\alpha(1+\beta)=1$ *la tasa de crecimiento del capital per cápita es igual a:*

$$\frac{\dot{k}}{k}=s(1-t)t^{\beta}-(n+\delta)$$

Maximizamos esta ecuación con respecto a t:

$$\frac{\dot{k}}{k}=st^{\beta}-st^{\beta+1}-(n+\delta)$$

Derivando e igualando a cero:

$$\beta st^{\beta-1}-(1+\beta)st^{\beta}=0$$

$$\beta st^{\beta-1}-st^{\beta}-\beta st^{\beta}=0$$

$$\beta t^{-1}-1-\beta=0$$

$$\beta t^{-1}=1+\beta$$

$$t=\frac{\beta}{1+\beta}$$

Esta es la tasa que maximiza la tasa de crecimiento del capital per cápita. Esta tasa tiene dos efectos: a) extrae recursos de la economía privada, lo que reduce la tasa de crecimiento. b) pero el gobierno usa los recursos para producir bienes (infraestructura) que generan una externalidad para la producción privada y esto aumenta el crecimiento.

Cuanto más alto sea β *más productivo será el gobierno en relación al sector privado y más alta será la tasa de impuestos.*

c. Suponga que el gobierno es corrupto y dilapida sus ingresos tributarios. Específicamente asuma que $\beta=0$. Diga ahora qué ocurre con la tasa de crecimiento y el equilibrio de largo plazo del capital per cápita (su valor en el estado estacionario).

Solución

En este caso la ecuación de equilibrio inversión ahorro per cápita será igual a:

$$\dot{k}=s(1-t)k^{\alpha}-(n+\delta)k$$

Puesto que cuando $\beta=0$*, entonces B=1.*

En este caso solo tenemos el efecto negativo sobre el crecimiento del cobro de impuestos. El gobierno solo extrae recursos de la economía privada. Lo dilapida. No contribuye con el crecimiento. Es más, en el estado estacionario la magnitud del capital per cápita será menor que en el caso en que no hay «cobro» de impuestos.