INFOX

educación sin fronteras

MACROEONOMÍA

13: Crecimiento Económico II

Professor Yuliño Anastacio
Department of Economics

OUTLINE

1. INTRODUCCIÓN
2. EL MODELO RAMSEY, CASS Y KOOPMANS
3. CRECIMIENTO ENDÓGENO: EL MODELO AK DE REBELO
4. EL MODELO DE BARRO

INFOX
educación sin fronteras

CRÍTICAS AL MODELO DE SOLOW

#1: Nivel metodológico.

#2: Exogeneidad del crecimiento.

INFOX
educación sin fronteras

LAS DOS SOLUCIONES

#1: Modelo Ramsey, Cass-Koopmans.

#2: Modelo de Romer.

OUTLINE

1. INTRODUCCIÓN

2. EL MODELO RAMSEY, CASS Y KOOPMANS

3. CRECIMIENTO ENDÓGENO: EL MODELO AK DE REBELO

4. EL MODELO DE BARRO

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

- La economía está poblada por un consumidor representativo, que es dueño de una firma representativa. Mercados competitivos (agentes tomadores de precios)
- Los agentes viven para siempre ($t = 0,1,2, \ldots$)
- No hay dinero ni crecimiento tecnológico en esta economía
- La oferta de trabajo es inelástica e igual a 1 (no hay crecimiento del factor trabajo)
- No hay incertidumbre: los agentes tienen perfecto conocimiento del futuro (perfect foresight)
- No hay imperfecciones en el mercado

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

- Los agentes tienen preferencias intertemporales dado por:

$$U = u(c_0) + \beta u(c_1) + \beta^2 u(c_2) + \cdots$$

O más suscintamente:

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

- La tecnología es dado por una función de producción:

$$y_t = A_t F(k_t, h_t)$$

- $F(k_t, h_t)$ es una función con retorno constante a escala, doblemente diferenciable.
- Las condiciones de Inada mantiene:

$$\lim_{k\to 0} F_k(k,h) = \infty \qquad \lim_{k\to\infty} F_k(k,h) = 0$$

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL EQUILIBRIO COMPETITIVO O PROBLEMA DESCENTRALIZADO

- Asumimos muchos consumidores idénticos, muchas firmas idénticas y mercados competitivos.

Consumidores

$$\max_{\{c_t, k_{t+1}^c\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

$$c_t + k_{t+1}^c - (1-\delta)k_t^c = \pi_t + r_t k_t^c + w_t$$

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL EQUILIBRIO COMPETITIVO O PROBLEMA DESCENTRALIZADO

- Implícitamente las condiciones de primer orden (CPO):

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1})(r_{t+1} + 1 - \delta)$$

$$\frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})} = r_{t+1} + 1 - \delta$$

"La RMS entre el consumo presente y futuro iguala a la renta bruta de capital neto de depreciación"

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL EQUILIBRIO COMPETITIVO O PROBLEMA DESCENTRALIZADO

$Firmas$

$$\max_{\{y_t, \pi_t, k_t^f\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \pi_t$$

$s.t$

$$y_t = AF(k_t^f)$$

$$\pi_t = y_t - r_t k_t^f - w_t$$

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL EQUILIBRIO COMPETITIVO O PROBLEMA DESCENTRALIZADO

- Más simplemente:

$$\max_{\{k_t^f\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(AF(k_t^f) - r_t k_t^f - w_t\right)$$

- Note que en verdad este es un problema estático, así que:

$$\max_{k_t^f} \pi = AF(k_t^f) - r_t k_t^f - w_t$$

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL EQUILIBRIO COMPETITIVO O PROBLEMA DESCENTRALIZADO

- La condición de primer orden implica que:

$$\max_{\{k_t^f\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(AF(k_t^f) - r_t k_t^f - w_t\right)$$

- Note que en verdad este es un problema estático, así que:

$$AF'\left(k_t^f\right) - r_t = 0$$

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL EQUILIBRIO COMPETITIVO O PROBLEMA DESCENTRALIZADO

- La condición de cero beneficio:

$$w_t = AF\left(k_t^f\right) - AF'\left(k_t^f\right)k_t^f$$

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL EQUILIBRIO COMPETITIVO O PROBLEMA DESCENTRALIZADO

Condiciones de limpieza de mercado

- Tenemos tres mercados (trabajo, capital y bienes) y se limpian:

$$h_t = 1$$

$$k_t^f = k_{t+1}^c$$

$$y_t = c_t + i_t$$

$$\boxed{i_t = k_{t+1} - (1-\delta)k_t}$$

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL EQUILIBRIO COMPETITIVO O PROBLEMA DESCENTRALIZADO

ECONOMÍA ARTIFICIAL

$$c_t + k_{t+1}^c - (1-\delta)k_t^c = \pi_t + r_t k_t^c + w_t \qquad y_t = AF(k_t^f)$$

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1})(r_{t+1} + 1 - \delta) \quad \pi_t = y_t - r_t k_t^f - w_t$$

$$AF'(k_t^f) - r_t = 0 \qquad w_t = AF(k_t^f) - AF'(k_t^f)k_t^f$$

$$k_t^f = k_{t+1}^c \qquad y_t = c_t + i_t \text{ (redundante)}$$

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL PROBLEMA DEL PLANIFICADOR SOCIAL : SOLUCIÓN CENTRALIZADA

- Introducimos un agente ficticio en el problema denominado el planificador social.

Consumidores

$$\max_{\{c_t, y_t, i_t, k_{t+1},\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

$s.t$

$$y_t = c_t + i_t \qquad k_{t+1} = i_t + (1-\delta)k_t$$

$$y_t = AF(k_t)$$

INFOX educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL PROBLEMA DEL PLANIFICADOR SOCIAL : SOLUCIÓN CENTRALIZADA

- Condición de transversalidad (CT):

$$\lim_{T\to\infty} \beta^T u'(c_t)k_{T+1} = 0$$

"El stock de capital no debería crecer más rapido que la utilidad marginal del consumo. De otra manera, el individuo debería ahorrar demasiado (consume mucho menos) y eso no es óptimo".

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

EL PROBLEMA DEL PLANIFICADOR SOCIAL : SOLUCIÓN CENTRALIZADA

- Más simplemente,

$$\underset{\{c_t,k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}}{máx} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

$$s.t \qquad k_{t+1} = AF(k_t) + (1-\delta)k_t - c_t$$

INFOX educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

OPTIMALIDAD DE PARETO (EL CRITERIO DE EFICIENCIA)

- Una asignación es Pareto óptimo si no hay manera de reasignar la producción o los bienes tal que alguien está mejor sin empeorar a otra persona.

$$\max_{\{k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u[AF(k_t) + (1-\delta)k_t - k_{t+1}]$$

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

OPTIMALIDAD DE PARETO (EL CRITERIO DE EFICIENCIA)

or

$$\max_{\{k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \left\{ \begin{array}{c} \ldots + \beta^{t-1} u[AF(k_{t-1}) + (1-\delta)k_{t-1} - k_t] \\ + \beta^{t} u[AF(k_{t}) + (1-\delta)k_{t} - k_{t+1}] \\ + \beta^{t+1} u[AF(k_{t+1}) + (1-\delta)k_{t+1} - k_{t+2}] \\ + \beta^{t+2} u[AF(k_{t+2}) + (1-\delta)k_{t+2} - k_{t+3}] + \cdots \end{array} \right\}$$

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

OPTIMALIDAD DE PARETO (EL CRITERIO DE EFICIENCIA)

$Diferenciando\ con\ respecto\ a\ k_{t+1}$:

$$-\beta^t u'[AF(k_t) + (1-\delta)k_t - k_{t+1}] + \beta^{t+1}u'[AF(k_{t+1}) + (1-\delta)k_{t+1} - k_{t+2}] = 0$$

or

$$\beta^t u'(c_t) = \beta^{t+1}u'(c_{t+1})[AF'(k_{t+1}) + 1 - \delta]$$

INFOX educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

OPTIMALIDAD DE PARETO (EL CRITERIO DE EFICIENCIA)

La CPO:

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1})[AF'(k_{t+1}) + 1 - \delta]$$

Podemos escribir:

$$\frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})} = [AF'(k_{t+1}) + 1 - \delta]$$

$$\text{"La RMS entre } c_t \text{ y } c_{t+1} \text{ debería ser igual a la RMT entre } c_t \text{ y } c_{t+1}\text{"}$$

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE RAMSEY-CASS Y KOOPMANS

TEOREMAS DEL BIENESTAR

$1TFB$:

"Bajo ciertas condiciones, un equilibrio competitivo es Pareto de óptimo"

$2TFB$:

"Bajo ciertas condiciones, un Pareto de óptimo es un equilibrio competitivo"

INFOX educación sin fronteras

OUTLINE

1. INTRODUCCIÓN

2. EL MODELO RAMSEY, CASS Y KOOPMANS

3. CRECIMIENTO ENDÓGENO: EL MODELO AK DE REBELO

4. EL MODELO DE BARRO

CRECIMIENTO ENDÓGENO: EL MODELO AK DE REBELO

SUPUESTOS Y CARACTERÍSTICAS:

En el modelo Solow-Swan obtuvimos:

$$g_k \equiv \frac{\Delta k_t}{k_t} = \frac{sAf(k_t)}{k_t} - (n+\delta)$$

Asumimos:

1. $sA > (n+\delta)$
2. $Af(k_t) = Ak_t$

¡Sin rendimientos decrecientes pero constantes!

CRECIMIENTO ENDÓGENO: EL MODELO AK DE REBELO

PREDICCIONES:

Note que:

$$g_k \equiv sA - (n + \delta)$$

"Debido a que esta tasa es una función de las variables exógenas (*fundamentals*) s, A, n, δ, tenemos el caso de crecimiento endógeno"

INFOX
educación sin fronteras

OUTLINE

1. INTRODUCCIÓN

2. EL MODELO RAMSEY, CASS Y KOOPMANS

3. CRECIMIENTO ENDÓGENO: EL MODELO AK DE REBELO

4. EL MODELO DE BARRO

INFOX educación sin fronteras

EL MODELO DE BARRO (1990)

CARACTERÍSTICAS

Función de producción: $Y = AK^{\alpha}G^{1-\alpha}$ $\Longrightarrow$ $y = Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}$

Inversión: $I = \dot{K} + \delta K$

Consumo: $C = c(Y - T)$

Gasto: $G = T = tY$

Economía cerrada: $Y = C + I + G$

$$\dot{k} = s(1-t)A^{1/\alpha}t^{(1-\alpha)/\alpha}k - (n+\delta)k$$

INFOX educación sin fronteras

EL MODELO DE BARRO (1990)

IMPUESTO ÓPTIMO:

Caso 1: $t = 0$

$$\frac{\dot{k}}{k} \equiv -(n + \delta)$$

"La explicación radica que, en ausencia del Estado, el sector privado no tiene las garantías para operar y llevar a cabo el proceso productivo. Nos encontraríamos en una economía anárquica similar a la descrita por Hobbes".

INFOX educación sin fronteras

EL MODELO DE BARRO (1990)

IMPUESTO ÓPTIMO:

Caso 1: $t = 1$

$$\frac{\dot{k}}{k} \equiv -(n + \delta)$$

"La explicación ahora está relacionada a que en la economía todo el ingreso es apropiado por el Estado, por ello no existe ni consumo ni ahorro. Si no existe ahorro, entonces no existe inversión privada y, en consecuencia, toda la inversión es llevada a cabo por el Estado. Si esto sucede no habría stock de capital y dada la función de producción no se obtendría producción alguna".

EL MODELO DE BARRO (1990)

IMPUESTO ÓPTIMO:

Caso 1: $t = 1$

$$\frac{\dot{k}}{k} \equiv -(n + \delta)$$

"La explicación ahora está relacionada a que en la economía todo el ingreso es apropiado por el Estado, por ello no existe ni consumo ni ahorro. Si no existe ahorro, entonces no existe inversión privada y, en consecuencia, toda la inversión es llevada a cabo por el Estado. Si esto sucede no habría stock de capital y dada la función de producción no se obtendría producción alguna".

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE BARRO (1990)

¿Cuál es la tasa óptima que maximiza el crecimiento del capital per-cápita y el producto per-cápita?

$$\frac{\partial\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)}{\partial t}=\frac{(1-\alpha)}{\alpha}sA^{\frac{1}{\alpha}}(1-t)t^{(1-2\alpha)/\alpha}-sA^{\frac{1}{\alpha}}t^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}=0$$

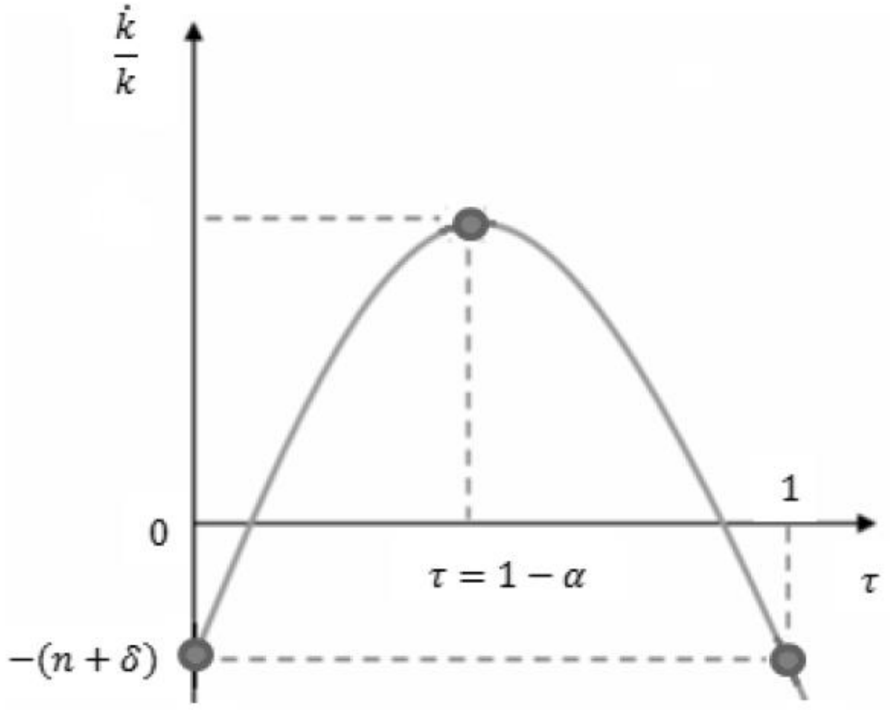
$$\frac{(1-\alpha)}{\alpha}(1-t)t^{(1-2\alpha)/\alpha}=t^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \Rightarrow \frac{(1-\alpha)}{\alpha}(1-t)=t$$

$$t=1-\alpha$$

INFOX
educación sin fronteras

EL MODELO DE BARRO (1990)

¿Cuál es la tasa óptima que maximiza el crecimiento del capital per-cápita y el producto per-cápita?



¡GRACIAS!

MACRO LOVERS

INFOX
educación sin fronteras