Apuntes No 5 - Teoria Macroeconomica II- Teoria Q

Rodrigo A. Cerda

Abril 2003

1 Introduccion

La inversion es uno de la variables en que generalmente se centra el debate "macro". La literatura economica presenta distintas explicaciones teoricas que permiten explicar el fenomeno de inversion. Nos centraremos en analizar la inversion agregada a partir de las decisiones de stock de capital de las empresas. Vamos a tratar de responder que determina la inversion de estas corporaciones. Veremos que hay tres determinantes: (1) el valor de la empresa, (2) la politica de impuestos a la inversion y, (3) los costos de ajustes.

Posteriormente revisaremos la evidencia empirica.

2 Los fundamentos Microeconomicos

Vamos a suponer que una empresa debe determinar el tamano de su inversion en capital fijo. La inversion de esta empresa en el momento t definira como I_{it}, donde i indexa empresas.

La empresa tiene un stock de capital, k_{it}, que se utiliza para producir algun producto cuya venta genera un nivel de beneficios operacionales $\pi_{it}(k_{it})$, que es una funcion creciente de este stock de capital, es decir $\pi_{it}'(k_{it}) > 0$.

La empresa paga una fraccion τ_t de estos beneficios como impuestos al gobierno. Este impuesto es el mismo para todas las empresas. El resto de los beneficios se utiliza para realizar nuevas inversiones. El costo de estas inversiones va a depender de la funcion $C(I_{it}, k_{it})$, que asumiremos homegenea de grado uno y $\frac{\partial C}{\partial I}, \frac{\partial^2 C}{\partial^2 I} > 0$, $\frac{\partial C}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial^2 C}{\partial^2 k} > 0$.

La depreciacion del stock de capital puede descontarse de los beneficios antes de impuestos. Definiremos como $D_{it}(s)$ al credito por depreciacion al momento t de una unidad de capital adquirida de edad s -por lo tanto, que fue adquirida en "t-s".

Por lo tanto el valor de la empresa al momento t=0 es:

$$\begin{aligned} V_{i0} &= \max_{I_{it}} \int_0^\infty R_t[\pi(k_{it})(1-\tau_t) - C(I_{it}, k_{it}) + \tau_t \int_0^\infty D_{it}(s)C(I_{i,t-s}, k_{i,t-s})ds]dt \\ s.a & \\ \overset{\bullet}{k}_{it} &= I_{it} - \delta_{it} k_{it} \end{aligned}$$

Donde $R_t = e^{-\int_0^t r_s ds}$ y δ_{it} es la tasa de depreciacion economica del capital, que puede diferir de D_{it}[1]. Para simplificar el problema asumiremos que δ_{it} es constante para cada empresa, es decir $\delta_{it} = \delta_i, \forall t$.

El problema se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} V_{i0} &= \max_{I_{it}} \int_0^\infty R_t[\pi(k_{it})(1-\tau_t) - C(I_{it}, k_{it})]dt + \int_0^\infty R_t \tau_t \int_0^\infty D_{it}(s)C(I_{i,t-s}, k_{i,t-s})dsdt \\ s.a & \\ \overset{\bullet}{k}_{it} &= I_{it} - \delta_i k_{it} \end{aligned}$$

O alternativamente:

$$\begin{aligned} V_{i0} &= \max_{I_{it}} \int_0^\infty R_t[\pi(k_{it})(1-\tau_t) - (1-\sigma_{it})C(I_{it}, k_{it})]dt + \int_0^\infty R_t \tau_t \int_{-\infty}^0 D_{it}(t-s)C(I_{is}, k_{is})dsdt \\ s.a & \\ \overset{\bullet}{k}_{it} &= I_{it} - \delta_i k_{it} \end{aligned}$$

Donde $\sigma_{it} = \int_0^{\infty - t} \frac{R_{t+s}}{R_t} D_{i,t+s}(s)\tau_{t+s} ds$ es la contribucion al valor de la empresa por cada peso ocupado en inversion e incurrido en el momento t, debido a ganacias por futuros creditos por depreciacion.

[1] Esta ultima se rige por principios contables, que obviamente pueden ser distintos de los principios economicos

Es interesante escribir el problema de esta forma, porque el ultimo termino -$\int_0^\infty R_t \tau_t \int_{-\infty}^0 D_{it}(t-s) C(I_{is}, k_{is}) ds dt$- representa ganancias por creditos de depreciacion debidos a inversion ocurrida en el pasado. Cuando decidamos sobre futura inversion este ultimo termino es irrelevante y por lo tanto podemos omitirlo de la funcion de utilidad a maximizar.

Integrando la ecuacion (2) con respecto al tiempo, se obtiene:

$$k_{it} \quad = \quad e^{\delta_i t} k_{io} + \int_0^t e^{\delta_i (t-s)} I_{is} ds$$

Por lo tanto, podemos plantear el siguiente lagrangiano[2]:

$$L_i = \int_0^\infty R_t [\pi(k_{it})(1-\tau_t) - (1-\sigma_{it}) C(I_{it}, k_{it}) + \lambda_{it} (e^{\delta_i t} k_{io} + \int_0^t e^{\delta_i (t-s)} I_{is} ds)] dt$$

Donde λ_{it} es el multiplicador de lagrange de la restriccion (3). La condicion de primer orden para la inversion en el momento t es:

$$\begin{aligned} R_t (1-\sigma_{it}) \frac{\partial C(I_{it}, k_{it})}{\partial I_{it}} &= \int_t^\infty R_s \lambda_{is} e^{\delta_i (t-s)} ds \\ \Rightarrow (1-\sigma_{it}) \frac{\partial C(I_{it}, k_{it})}{\partial I_{it}} &= \frac{\int_t^\infty R_s \lambda_{is} e^{\delta_i (t-s)} ds}{R_t} \\ \Rightarrow \frac{\partial C(I_{it}, k_{it})}{\partial I_{it}} &= \frac{q_{it}}{(1-\sigma_{it})} \end{aligned}$$

En la ultima igualdad, se utilizo como definicion: $q_{it} = \frac{\int_t^\infty R_s \lambda_{is} e^{\delta_i (t-s)} ds}{R_t}$. Utilizando las propiedades de la funcion $C(I_{it}, k_{it})$, y realizando estatica comparativa, se obtiene:

$$I_{it} \quad = \quad g(k_{it}, \frac{q_{it}}{(1-\sigma_{it})}), donde..g_1 > 0, g_2 > 0$$

Por lo tanto la inversion depende del tamano de la empresa (k_{it}), la funcion de costos de ajustes que determina la funcion g(.) y la politica de impuestos a la depreciacion de la inversion.

[2]alternativamente podriamos usar un hamiltoniano..la solucion no variara.

3 La intuicion de q

Es importante obtener intuicion para la variable q_{it}. Esta variable la relacionaremos con la q-de tobin. Para obtener esta intuicion, reemplace la ecuacion (3) en (1):

$$V_{0i}^{*} = \int_{0}^{\infty} R_t[\pi(e^{\delta_i t}k_{io} + \int_{0}^{t} e^{\delta_i(t-s)} I_{is}ds))(1-\tau_t) - (1-\sigma_{it})C(I_{it}, e^{\delta_i t}k_{io} + \int_{0}^{t} e^{\delta_i(t-s)} I_{is}ds))]dt$$

Que es V_{0i}^{*}? Esta ultima funcion es similar a una funcion de utilidad indirecta....es decir es la funcion de beneficios de la empresa que incluye el recorrido optimo de inversion -lo que determina la ecuacion (3)-. Derivando esta funcion en relacion a k_{io}, se obtiene:

$$\frac{\partial V_{0i}^{*}}{\partial k_{io}} = \int_{0}^{\infty} R_t e^{\delta_i t}[\pi'(.)(1-\tau_t) - (1-\sigma_{it})\frac{\partial C(I_{it}, k_{it})}{\partial k_{it}}]dt$$

Pero fijense que la condicion de primer orden con respecto a k_t es:

$$\lambda_{it} = \pi'(.)(1-\tau_t) - (1-\sigma_{it})\frac{\partial C(I_{it}, k_{it})}{\partial k_{it}}$$

Por lo tanto de (9) y (10) se obtiene que:

$$\frac{\partial V_{0i}^{*}}{\partial k_{io}} = \int_{0}^{\infty} R_t e^{\delta_i t}\lambda_{it}dt = q_{i0}$$

Esto quiere decir que $\frac{\partial V_{it}^{*}}{\partial k_{it}} = q_{it}, \forall t$, donde la ultima igualdad utiliza el hecho que $R_0 = 1$. Es decir que esta variacion del stock de capital produce un impacto sobre el valor de la empresa. Este impacto depende de los precios sombras del stock de capital, en el futuro, descontados segun tasa de interes y segun tasa de depreciacion. Porque incluimos los precios sombras? Estos precios sombras representan el valor de rentar el stock de capital en el correspondiente periodo de tiempo. Por lo tanto, si alternativamente a arrendar el capital cada periodo, se invierte en una unidad de capital, este capital se puede utilizar en la empresa hasta infinito (corregido por la depreciacion que va ocurriendo por su uso). Por lo tanto estamos midiendo como valor de la unidad marginal de inversion, la ganancia en recursos no ocupados si se arrienda esa unidad de capital continuamente a traves del tiempo. Notese que si el valor de una unidad de capital adicional en el momento t=0 es 1 -es decir el precio del capital normalizado a uno-, esta derivada mide simplemente el valor de un aumento marginal del stock inicial del stock de capital sobre su costo marginal.

Este concepto se relaciona directamente con la intuicion de la q de tobin. Esta teoria indica que hay incentivos para acumular capital si el costo de reposicion es menor que el valor obtenido del aumento de capital -que es exactamente lo que medimos aqui.

4 La evidencia empirica

Revisaremos dos estudios: Summers (1981) y Fazzari, Hubbard, Peterson (1988). El primero utiliza datos agregados de la economia norteamericana, mientras que el segundo utiliza un panel de empresas.

Suponga que la funcion $C(I_{it}, k_{it}) = -\epsilon_{it} I_{it} + \frac{I_{it}^2}{2k_{it}}$ y por lo tanto el costo marginal de la inversion es creciente con el nivel de inversion. Esta funcion implica que la ecuacion (7) se puede reescribir como:

$$\frac{I_{it}}{k_{it}} = \frac{q_{it}}{1 - \sigma_{it}} + \epsilon_{it}$$

Esta ecuacion (o versiones similares de ella que utilizan logaritmos naturales) son generalmente estimados en la literatura. La ecuacion indica que la tasa de inversion $\frac{I_{it}}{k_{it}}$ depende de la q-corregida por impuestos y de los costos de ajustes que en este caso vienen del shock ϵ_{it}. Este ultimo shock se deriva directamente de la funcion de costos de ajustes aqui utilizada.

Una prediccion de la ecuacion es que si esta ultima se estima, el coeficiente de la q-corregida debe ser uno (si se tiene la tasa de inversion como variable dependiente). Summers (1981) estima lo siguiente:

$$\frac{I_t}{k_t} = \widetilde{\alpha_0} + \widetilde{\alpha_1}\frac{q_t}{1-\sigma_t} + \epsilon_t$$

Donde las variables estan medidas en terminos agregados (es decir son datos "macro") y ϵ_t es el error aleatorio de la ecuacion. Summers (1981) encuentra que $\widetilde{\alpha_1} < 1$, contrariamente a lo predecido por la teoria. Porque se puede obtener este resultado? Posibles explicaciones son:

(1) La teoria se rechaza

(2) Se rechaza la forma cuadratica asumida para $C(I_t, k_t)$

(3) Puede existir correlacion negativa entre q y ϵ

(4) errores de medicion en q

Son centraremos en (3) y (4) porque estos problemas dependen del metodo econometrico utilizado. Una vez descartados estos ultimos deberiamos investigar los primeros dos[3].

5 Problemas econometricos

5.1 La correlacion entre q y ϵ

El hecho que exista una probable correlacion entre q y ϵ puede causar sesgo en el coeficiente $\widetilde{\alpha_1}$. De hecho, si trabajamos en variables medidas en terminos de desviacion con respecto a su media, la estimacion de minimos cuadrados produce:

$$\begin{aligned}
\widetilde{\alpha_1} &= (q'q)^{-1}(q'\frac{I}{k}) = (q'q)^{-1}(q'q\alpha_1 + q'\epsilon) \\
plim_{t\to\infty}\widetilde{\alpha_1} &= \alpha_1 + plim_{t\to\infty}(\frac{q'q}{t})^{-1}plim_{t\to\infty}(\frac{q'\epsilon}{t}) = 1 + plim_{t\to\infty}(\frac{q'q}{t})^{-1}plim_{t\to\infty}(\frac{q'\epsilon}{t})
\end{aligned}$$

Donde se utilizo el hecho que la teoria indica que $\alpha_1 = 1$. De la definicion de plim se tiene:

[3]el segundo problema puede tambien cuasar un problema de especificaion econometrica

$$plim_{t\rightarrow\infty}(\frac{q'q}{t})^{-1}plim_{t\rightarrow\infty}(\frac{q'\epsilon}{t}) = \frac{cov(q,\epsilon)}{\sigma_q^2}$$

Donde cov(.) es covarianza y σ_q^2 es la varianza poblacional de la variable q. Dado que $\sigma_q^2 > 0$ por definicion, si $cov(q,\epsilon) < 0$ el coeficiente que se estima es menor a uno, aunque realmente el coeficiente sea uno.

Al final de este documento, se anexa la serie de tasas de inversion y q de tobin usada por Summers. Lo que se observa es que ambas variables se mueven de forma muy similar por lo que esperar un coeficiente uno como lo indicaria la teoria no seria sorprendente. Pero los residuos, es decir la simple resta entre ambas e.g $\frac{I}{k} - \frac{q}{1-\sigma}$, muestra que los residuos estan negativamente correlacionados con la q-corregida, por lo que sesgamos el parametro hacia cero y se obtiene $\widetilde{\alpha_1} < 1$.

Fazzari, Hubbard y Peterson (1988) usan un panel de datos de empresas, lo que les permire controlar adicionalmente por flujos de caja..es decir incluyen en la regresion los flujos de cajha de las empresas. La idea es que si hay restricciones de liquidez (la empresas no pueden obtener creditos bancarios), los flujos de caja se utilizan para invertir. El incluir variables adicionales permite controlar por variables omitidas que puedan estar correlacionadas con nuestra variable de interes, q. Estas variables se encuentran generalmente en bases de datos microeconomicas, sin embargo es bastante mas dificil encontrarlas en bases macro.

5.2 Errores de medicion en q

El medir q no es trivial. Tal como vimos con anterioridad q esta directamente relacionada con el valor optimo de la empresa medido por la ecuacion (8). Tal como se observa en esta ecuacion, quisieramos medir el valor de la empresa descontando el termino $\int_0^\infty R_t\tau_t \int_{-\infty}^0 D_{it}(t-s)C(I_{is},k_{is})dsdt$. Este termino debe restarse porque corresponde a ganancias por depreciacion ocurridas por inversiones realizadas con anterioridad y que por lo tanto no afectan la decision actual de inversion. Un segundo problema al medir q es que, tal como lo indica la ecuacion (8), necesitamos calcular $\int_0^t e^{\delta_i(t-s)}I_{is}ds)$ para conocer el costo de reemplazar el stock de capital.

Estos problemas de medicion no son triviales. Suponga que observamos la variable q medida con error:

$$\frac{q*}{1-\sigma} = \frac{q}{1-\sigma} + u$$

Donde u es un error aleatorio al medir q. Por lo tanto la ecuacion que se estima es:

$$\frac{I_{it}}{k_{it}} = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{q^*_{it}}{1-\sigma_{it}} + w_{it}$$

Donde $w_{it} = [\epsilon_{it} - \alpha_1 u_{it}] = \epsilon_{it} - u_{it}$. Estimando por minimos cuadrados se obtiene (si se trabaja en desvios):

$$\widetilde{\alpha_1} = (q*' \, q*)^{-1}(q*' \, \frac{I}{k}) = 1 + (q*' \, q*)^{-1}(q*' \, w)$$
$$plim_{t\to\infty}\widetilde{\alpha_1} = 1 + plim_{t\to\infty}(\frac{q*' \, q*}{t})^{-1} plim_{t\to\infty}(\frac{q*' \, w}{t})$$

Notese que:

$$\begin{aligned} plim_{t\to\infty}(\frac{q*' \, q*}{t}) &= plim_{t\to\infty}(\frac{(q+u)'(q+u)}{t}) = \sigma_q^2 + \sigma_u^2 \\ plim_{t\to\infty}(\frac{q*' \, w}{t}) &= plim_{t\to\infty}(\frac{(q+u)'(\epsilon - \alpha_1 u)}{t}) = -\sigma_u^2 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$plim_{t\to\infty}\widetilde{\alpha_1} = 1 + \frac{-\sigma_u^2}{\sigma_q^2 + \sigma_u^2} = \frac{\sigma_q^2}{\sigma_q^2 + \sigma_u^2} < 1$$

Obviamente solo cuando $\sigma_u^2 = 0$[4], el coeficiente no es sesgado.

Estos problemas econometricos podrian solucionarse con el uso de apropiadas variables intrumentales sin embargo, estas no son facilmente obtenibles.

[4] no hay error

References

[1] Chirinko, R. (1993), "Business fixed investment spending: modelling strategies, empirical results, and policy implications", Journal of Economic Literature, 31(4), Dec: 1875-1911.

[2] Fazzari, S., R.G. Hubbard and B. C. Peterson (1988), "Financial constraints and corporate investments", Brookings Papers on Economic Activity, I:141-95.

[3] Summers, L. (1981), "Taxation and corporate investment: a q-theory approach", Brookings Papers on Economic Activity, I:67-127.

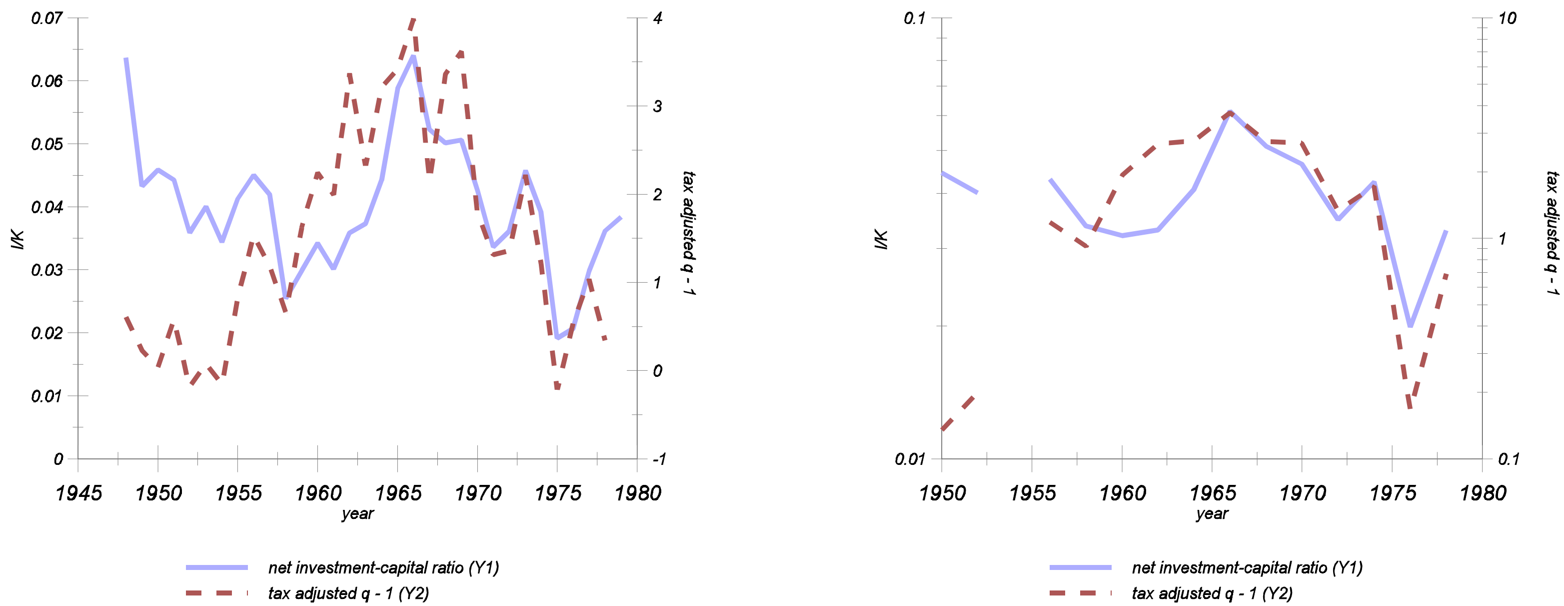

Figure Summers (1981) Investment and q data, level and log scales