Teoría del Crecimiento Endógeno

Félix Jiménez

Profesor

ECO 339 Teoría del Crecimiento

Notas de Clase Nº 11

2016

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Temario

1. **Introducción**
2. **Modelo de crecimiento endógeno AK**
3. **Modelo de crecimiento endógeno de Barro**
4. **Un reinterpretación del modelo AK, con control óptimo**

Modelo de Crecimiento Endógeno

Se dice que hay *crecimiento endógeno* cuando el producto per cápita crece sostenidamente con cambio técnico endógeno y no con cambio técnico exógeno como ocurre en el modelo neoclásico.

Según el modelo neoclásico puede haber crecimiento a largo plazo sólo si existen mejoras tecnológicas, pero no hay progreso tecnológico dentro del propio modelo, por esta razón el progreso tecnológico debe suponerse exógeno.

¿Por qué surge esta teoría?.

1.Había que explicar por qué las economías de los países industrializados producen cantidades mucho mayores que las de hace un siglo o más.

Según Romer, el producto por hora trabajada en los EE. UU en los años ochenta es 10 veces que el producto por hora trabajada hace 100 años. La explicación está en el cambio tecnológico.

Modelo de Crecimiento Endógeno

2. *Había que explicar el crecimiento del capital humano,* es decir, el desarrollo de una fuerza de trabajo efectiva, como resultado de las nuevas tecnologías educativas.
3. *Había que explicar la divergencia sistemática en el crecimiento de las economías del mundo*.

Significado de *endogeneidad:*

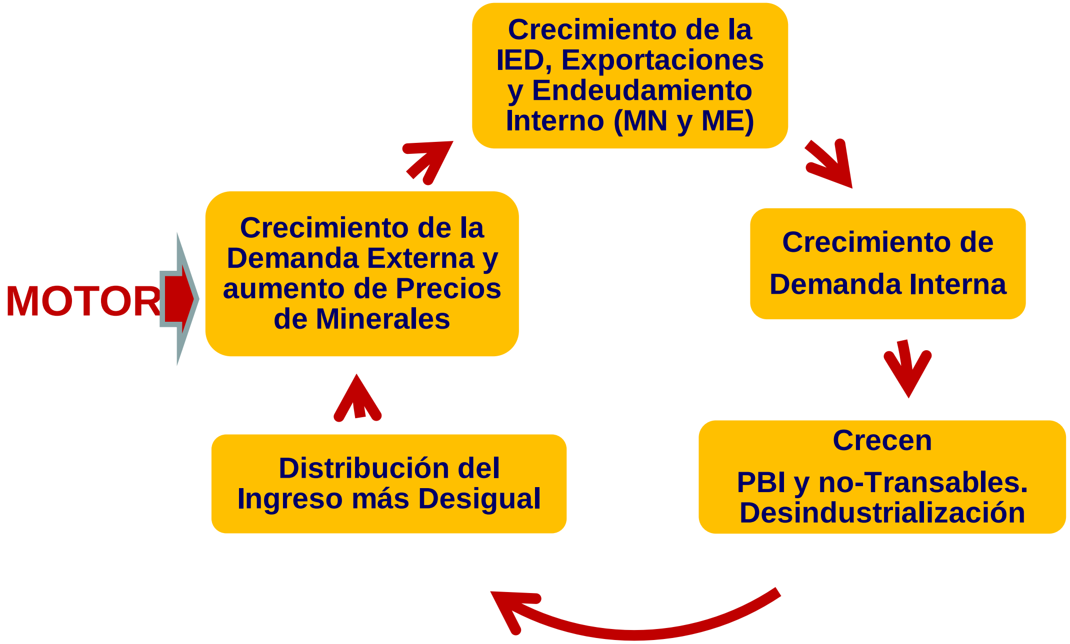
Para los modelo de crecimiento endógeno, *endogeneidad* significa crecimiento económico impulsado por factores existentes dentro de un sistema.

Si nos referimos a la economía de un país, la endogeneidad alude a fuentes del crecimiento que se encuentran dentro del Estado Nación.

Modelo de Crecimiento Endógeno

La teoría de crecimiento endógeno es *útil para los países subdesarrollados, porque ofrece una alternativa de desarrollo sin dependencia del comercio o de los mercados internacionales*.

Independencia no es autarquía. Significa que los motores del crecimiento son internos. No es el comercio o en el mercado externo de *commodities* el principal motor del crecimiento.



No genera círculo virtuoso porque es dependiente de los que ocurre en los mercados internacionales ….

Modelo de Crecimiento Endógeno

Hay dos tipos de modelos de crecimiento endógeno:

a. Modelos que abandonan el uso de la función de producción neoclásica. Se debe abandonar algunos de los supuestos neoclásicos, para dar lugar a la teoría del crecimiento endógeno.

b. Modelos que no abandonan el uso de la función de producción neoclásica, pero que incorporan un factor que neutraliza la existencia de rendimientos decrecientes del capital, para generar crecimiento endógeno.

Los modelos de crecimiento endógeno abandonan o cambian los supuestos acerca de la función de la tecnología y estudian sus implicaciones en el crecimiento.

Por ejemplo, la presencia de rendimientos decrecientes puede ser cierto a nivel de una empresa pero a nivel agregado pueden haber otros elementos ajenos a la empresas que alteren el rendimiento del factor capital.

Modelo de Crecimiento Endógeno

Puede haber un factor público (capital público) que de lugar a que la función de producción ya no refleje rendimientos decrecientes del capital privado, sino rendimientos constantes o crecientes. La función de producción puede ya no tener rendimientos constantes a escala, sino rendimientos a escala crecientes.

Romer (1986), Lucas (1988), Barro (1990) y Rebelo (1991) han desarrollado *modelos de crecimiento endógeno con rendimientos constantes o crecientes a factores de producción acumulables*.

Cuando se abandona el supuestos de rendimientos decrecientes del capital se explica en forma endógena las fuentes del crecimiento principalmente en lo que se refiere al progreso tecnológico.

Hay gran cantidad de elementos que pueden dar lugar a crecimiento endógeno. Por ejemplo las actividades de I+D, el capital humano, el capital público, el aprendizaje en la ´práctica, etc.

Modelo de Crecimiento Endógeno

Hay modelos de *crecimiento endógeno que se centran en la educación, en la capacitación en el trabajo y en el desarrollo de nuevas tecnologías para el mercado mundial*. Asimismo, la investigación en ciencia aplicada es fundamental.

Por último, la *teoría el crecimiento económico no es totalmente independiente de la política económica*. Esta tiene efectos permanentes sobre el crecimiento de largo plazo

En los modelos neoclásicos el crecimiento de largo plazo es totalmente independiente de los movimientos de política económica. Sus efectos en el producto per cápita, son temporales.

Félix Jiménez
Departamento de Economía

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Modelo de Crecimiento Endógeno

El modelo con tecnología AK

La tecnología AK supone rendimientos del capital constantes. Se abandona el supuesto neoclásico de que los rendimientos del capital son decre3cientes (Rebelo 1991).

Hay varios elementos que justifican el abandono de este supuesto neoclásico de rendimientos decrecientes:

1. Considerar al factor trabajo como un tipo de capital. Si $K=L$, entonces $Y=AK$
2. Introducir la existencia de capital público, así los rendimientos del capital agregado pueden ser constantes o crecientes. $Y=AK^{\alpha}G^{n}L^{1-\alpha}$, entonces $Y=AK^{\alpha+n}L^{1-\alpha}$
3. Introducir externalidades positivas en los procesos productivos. La producción de una empresa genera efectos positivos sobre las otras empresas, lo que sería equivalente a suponer una mayor de dotación de capital. $Y=AK^{\alpha} L^{1-\alpha}K^{n}= Y=AK^{\alpha+n} L^{1-\alpha}$

Modelo de Crecimiento Endógeno

4. Finalmente, introducir el capital humano como un factor productivo adicional. Su calidad está determinada por un proceso de acumulación similar al proceso de acumulación del stock de capital físico.

   $dK_t + dH_t = AtK_t^{\alpha}H_t^{1-\alpha} - \delta_K K_t - \delta_H H_t - C_t$

   Asumiendo que ambos tipos de capital tienen la misma productividad marginal, se obtiene el modelo $Y_t=A_tK_t$.

Se abandona la función de producción neoclásica:

$$Y_t = AK_t$$

Esta es una función lineal en el stock de capital, donde A es una constante. Se denomina Función de producción tecnología AK. En K se incorpora el Capital Humano.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Modelo de Crecimiento Endógeno

La función de producción ignora la existencia de trabajo y todos sabemos que se necesitan trabajadores para producir bienes y servicios. Sin embargo si se toma el concepto del capital humano esto no debe sorprender.

Se invierte recursos (en forma de alimentación, medicamentos, educación, etc.) para formar trabajadores calificados. El factor trabajo *necesita inversión*. El supuesto de que el trabajo crece a una tasa *n* considera que ello ocurre de manera gratuita, sin gasto de recursos.

El factor trabajo –se dice-- aumenta de manera parecida a como aumenta el capital: sacrificando consumo actual. Por lo tanto, el capital y el trabajo son en realidad dos tipos de capital diferentes, físico y humano, es decir, ambos son capital. Si todos los inputs de la función de producción son capital y existen rendimientos constantes a escala, la función de producción debe tener la forma AK.

Modelo de Crecimiento Endógeno

1) La función AK exhibe rendimientos constantes a escala

$$Y_o = AK_0 \Longrightarrow Y_1 = A\lambda K_0 = \lambda Y_0$$

2) Exhibe rendimientos positivos pero no decrecientes

$$\frac{\partial Y}{\partial K} > 0, \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = 0$$

3) No satisface las condiciones de INADA dado que la productividad marginal del capital siempre es igual a *A*

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = A$$

$$\lim_{K \to 0} Pmg(K) = \underset{K \to 0}{Limite} \quad A = A \quad \neq 0$$

$$\lim_{K \to \infty} Pmg(K) = \underset{K \to \infty}{Limite} \quad A = A \quad \neq 0$$

Modelo de Crecimiento Endógeno

Producto por trabajador o productividad media del trabajo:

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{AK}{L} = Ak$$

Variación de la relación capital trabajo

$$\dot{k} = sAk - (\delta + n)k$$

Crecimiento del Producto per cápita

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = sA - (n + \delta)$$

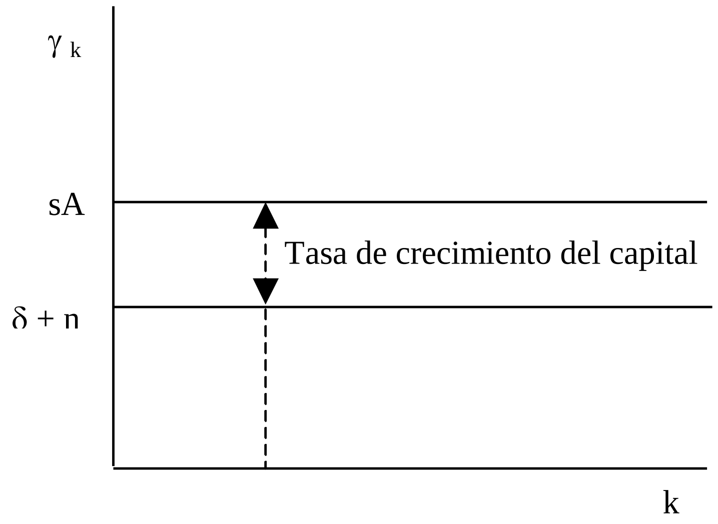
El producto per cápita crece a una tasa constante, pues la diferencia es igual a una constante mayor que cero

$sA > (n + \delta)$ Tasa de crecimiento constante y positiva

El residuo de Solow se encuentra determinado dentro de la ecuación del crecimiento.

Modelo de Crecimiento Endógeno

La tasa de crecimiento del capital per cápita, y del producto per cápita, es constante. En este modelo la producción y el consumo per cápita crecen todos a la misma tasa que el stock de capital per cápita:



Diferencias con el modelo neoclásico

1. Tasa de crecimiento del producto por trabajador es positiva sin necesidad de suponer que alguna variable crece continua y exógenamente. Por eso se llama crecimiento endógeno.

Modelo de Crecimiento Endógeno

2. Tasa de crecimiento está determinada por factores visibles: economías con tasas de ahorro grandes crecen mucho.

3. No hay transición hacia el estado estacionario. Siempre se crece a una tasa constante ($sA - n - \delta$), con independencia del valor que adopta el stock de capital

4. No hay relación entre la tasa de crecimiento y el nivel alcanzado por el ingreso nacional. No predice convergencia ni condicional ni absoluta.

5. Los efectos de una recesión temporal, son permanentes. Si K disminuye por una catástrofe, la tasa de crecimiento continuará siendo la misma y por tanto la pérdida sufrida se hará permanente.

6. La economía con tecnología AK no puede ser dinámicamente ineficiente. Hay ineficiencia cuando la tasa de interés en el estado estacionario es inferior a la tasa de crecimiento agregada (ver Notas de Clase Nº 5).

Modelo de Crecimiento Endógeno

Podemos afirmar, en general, que el residuo de Solow es determinada dentro de la ecuación de crecimiento a través de diversas formas: capital humano, provisión de infraestructura pública (gasto público), investigación y desarrollo, inversión extranjera, entre otras determinantes.

Modelo de Crecimiento Endógeno con Gasto Público

(Barro, *Government spending in a simple model of endogenous growth*, 1990)

$Y = AK^{\alpha}G^{1-\alpha}$ Función de producción ($0<\alpha<1$). El gasto público se introduce como una externalidad

$y = Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}$ Función de producción en términos per cápita.

Note que $L=L^{\alpha}L^{1-\alpha}$

Suponiendo que hay presupuesto equilibrado, la restricción presupuestaria del gobierno está dad por:

$y^{d} = (1-\tau)y = y - \tau y$ τ es un impuesto sobre la renta

Modelo de Crecimiento Endógeno

$$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{s(1-\tau)y}{k}-(n+\delta)$$ Tasa de crecimiento de la intensidad de capital

$$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{s(1-\tau)Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}}{k}-(n+\delta)$$

Considerando la restricción presupuestaria del gobierno

$$\tau Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}=g \quad \Rightarrow \quad g=\left(\tau Ak^{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{k}}{k}=\frac{s(1-\tau)Ak^{\alpha}\left(\tau^{\frac{1}{\alpha}}A^{\frac{1}{\alpha}}k\right)^{1-\alpha}}{k}-(n+\delta)$$

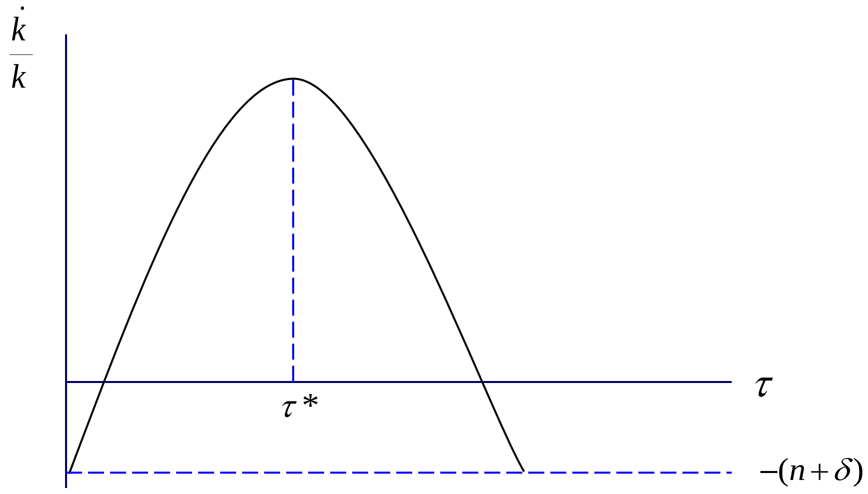
$$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{s(1-\tau)Ak^{\alpha}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}A^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}k^{1-\alpha}}{k}-(n+\delta) \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{k}}{k}=s(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}-(n+\delta)$$

Si la tasa de impuestos es cero o uno, la tasa decrecimiento es negativa. Por lo tanto, la tasa tiene que estar entre cero y uno. ¿Cual es la tasa que maximiza el crecimiento de la intensidad de capital? ¿Cuál es la tasa de crecimiento del producto per cápita?

Modelo de Crecimiento Endógeno

El modelo de Barro (1990) predice que existe un efecto negativo en países donde el tamaño del gobierno excede ciertos límites óptimos y ocurriría de igual forma en el caso de una ausencia total de gobierno.

Hay una relación no lineal entre la tasa de crecimiento de k y el gasto público como proporción del producto. En consecuencia, hay valor de la tasa de tributación que maximiza la tasa de crecimiento económico. Mostrar que t*=(1-α).



Modelo de Crecimiento Endógeno

Una reinterpretación del modelo AK:

Incorporar explícitamente el capital humano en la función de producción.

$$Y(t) = A[K(t)]^{\alpha}[H(t)]^{1-\alpha}$$

Donde: $H(t) = h(t)L(t)$

H(t) corresponde al trabajo efectivo del conjunto de la mano de obra de la economía. Es el número de unidades de eficiencia totales. La fracción h(t) representa las unidades de trabajo efectivo (el capital humano) del individuo representativo (número de unidades de eficiencia que aporta cada trabajador).

$$Y(t) = A[K(t)]^{\alpha}[h(t)L(t)]^{1-\alpha}$$

La función de producción en términos per cápita (Simplificamos asumiendo que n=0 (crecimiento de L):

$$y(t) = A[k(t)]^{\alpha}[h(t)]^{1-\alpha}$$

Modelo de Crecimiento Endógeno

Vamos a suponer que el proceso de acumulación de capital humano es el mismo que el del capital físico. También suponemos que las tasas de depreciación son iguales.

$$\dot{h}(t) = i_h(t) - \delta h(t)$$

El problema de la familia productora es:

$$\underset{c(t)}{Max} \int_0^{\infty} \left[\frac{c(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] e^{-\rho t}$$

Sujeto a: $\dot{k}(t) = A[k(t)]^{\alpha}[h(t)]^{1-\alpha} - c(t) - \delta k(t) - i_h(t)$

$$\dot{h}(t) = i_h(t) - \delta h(t)$$

$$k(0), h(0) > 0$$

Modelo de Crecimiento Endógeno

El Hamiltoniano de este problema es:

$$H(t)=\frac{c(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}+\mu_K(t)\left\{A[k(t)]^{\alpha}[h(t)]^{1-\alpha}-c(t)-\delta k(t)-i_h(t)\right\}+\mu_h(t)\{i_h(t)-\delta h(t)\}$$

Este Hamiltoniano tiene dos multiplicadores dinámicos, uno asociado a la acumulación del capital físico, u_k(t), y el otro asociado a la acumulación del capital humano, u_h(t).

Hay dos variables de control, c(t) y i_h(t) y dos variables de estado, k(t) y h(t).

Las condiciones de primer orden son:

1) $$\frac{dH(t)}{dc(t)}=0\Leftrightarrow e^{-\rho t}c^{-\sigma}=\mu_k(t)$$

2) $$\frac{dH(t)}{di_h(t)}=0\Leftrightarrow \mu_k(t)=\mu_h(t)$$

Modelo de Crecimiento Endógeno

$$3)\quad \frac{dH(t)}{dk(t)} = -\dot{\mu}_k(t) \Leftrightarrow \mu_k(t)\left\{\alpha A[k(t)]^{\alpha-1}[h(t)]^{1-\alpha} - \delta\right\} = -\dot{\mu}_k(t)$$

$$4)\quad \frac{dH(t)}{dh(t)} = -\dot{\mu}_h(t) \Leftrightarrow \mu_k(t)(1-\alpha)A[k(t)]^{\alpha}[h(t)]^{-\alpha} - \mu_h(t)\delta = -\dot{\mu}_h(t)$$

$$5)\quad \frac{dH(t)}{d\mu_k(t)} = \dot{k}(t) \Leftrightarrow A[k(t)]^{\alpha}[h(t)]^{1-\alpha} - c(t) - \delta k(t) - i_h(t) = \dot{k}(t)$$

$$6)\quad \frac{dH(t)}{d\mu_h(t)} = \dot{h}(t) \Leftrightarrow i_h(t) - \delta h(t) = \dot{h}(t)$$

Según la condición 2) los precios sombra de ambos tipos de capital deben ser iguales en equilibrio: $u_k(t) = u_h(t)$. Esto es así porque ambos tipos de capital afectan similarmente a la función de producción y siguen el mismo proceso de acumulación.

$$\mu_k(t) = \mu_h(t) = \mu(t) \quad \text{y} \quad \dot{\mu}_k(t) = \dot{\mu}_h(t) = \dot{\mu}(t)$$

Modelo de Crecimiento Endógeno

Con esta condición podemos combinar las condiciones 3) y 4), obteniendo una condición de arbitraje entre ambos tipos de capital: en equilibrio la productividad marginal del capital físico (neta de depreciación) es igual a la del capital humano (neta de su propia depreciación).

$$\alpha A[k(t)]^{\alpha-1}[h(t)]^{1-\alpha}-\delta=(1-\alpha)A[k(t)]^{\alpha}[h(t)]^{-\alpha}-\delta$$

De esta condición obtenemos el ratio k/h en equilibrio. Este ratio será usado para obtener la tasa de crecimiento.

$$\alpha A\left[\frac{k(t)}{h(t)}\right]^{\alpha-1}=(1-\alpha)A\left[\frac{k(t)}{h(t)}\right]^{\alpha}$$

$$\frac{k(t)}{h(t)}=\frac{\alpha}{1-\alpha}$$

Este ratio k/h es el ratio de sus elasticidades.

Modelo de Crecimiento Endógeno

La tasa de crecimiento la obtenemos de las condiciones 1) y 3), (o también utilizando la condición 4). Nota: se toma logaritmos a 1), luego se diferencia con respecto al tiempo y el resultado se reemplaza en la condición 3).

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\sigma}\left\{\alpha A\left[\frac{k(h)}{h(t)}\right]^{\alpha-1} - \delta - \rho\right\}$$

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\sigma}\left\{\alpha A\left[\frac{\alpha}{1-\alpha}\right]^{\alpha-1} - \delta - \rho\right\}$$

La tasa de crecimiento de las variables per cápita es constante. A pesar de que ambos tipos de capital (factores que se acumulan) presentan rendimientos decrecientes, muestran rendimientos constantes en el agregado. La economía crece a esta tasa constante.

Política Económica para el Crecimiento a Largo Plazo

- Aumentar el ahorro privado, para incrementar la inversión. En el largo plazo, cambios en el ahorro conducen a cambios equivalentes en el gasto de inversión. A mayor inversión, mayor stock de capital, y un mayor stock de capital implica, a través de la función de producción, mayor producción.

- Reducir el déficit gubernamental o aumentar el ahorro del gobierno: esto disminuye las tasas de interés, aumenta la inversión y, por lo tanto, acrecienta el crecimiento económico.

- Si las compras del gobierno consiste en gasto en infraestructura, la disminución de la inversión pública puede contraer la inversión privada.

- Fomentar la inversión con incentivos tributarios orientados a disminuir su costo. Por ejemplo los créditos tributarios o devolución de impuestos a las empresas por sus inversiones.

Política Económica para el Crecimiento a Largo Plazo

- Fomentar el avance tecnológico. Economías con altos niveles de capital y tecnología, con una fuerza laboral educada y con instituciones que impulsen las innovaciones, crecerán más rápido que otras.

- Fomentar la investigación en ciencias aplicadas y desarrollo. Generar fuentes de financiamiento e instituciones con este fin.

- Invertir en educación , en salud y nutrición, para ampliar su cobertura y mejorar su calidad.
-
- Establecer derechos de propiedad bien definidos, leyes que protejan estos derechos y combatir la corrupción.

- Establecer un sistema de patentes y de propiedad intelectual para estimular la investigación.

- Incentivar la investigación por parte de las empresas.

Política Económica para el Crecimiento a Largo Plazo

- Mejorar la educación y la capacitación de científicos e ingenieros.

- Fomentar la estabilidad macroeconómica y la estabilidad política.

- En economías como la peruana la inversión nacional enfrenta restricciones de financiamiento y de mercado. Para superarlas se debe fomentar el desarrollo del mercado de capitales y el desarrollo de la infraestructura a nivel nacional.