CRECIMIENTO ECONÓMICO

SESIÓN: Otras funciones de producción… otras teorías del crecimiento

Profesor: Miguel Casares

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

ÍNDICE

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR

Función de producción de proporciones fijas de Leontief (1941)

$$\boldsymbol{Y = F(K, L) = min\{AK, BL\}}$$

donde las constantes A y B son positivas. Es la función resultante de asumir una elasticidad de sustitución nula ($\psi \rightarrow \infty$) en la función ESC descrita en la sesión anterior.

Los economistas Roy Harrod (1939, *Economic Journal*) y Evsey Domar (1946, *Econometrica*) la utilizaron con anterioridad a la función de producción neoclásica.

La necesidad de mantener una proporción fija entre capital y trabajo para aumentar la producción da lugar a situaciones de equilibrio ineficientes, con recursos productivos ociosos (inutilización de maquinaria o trabajadores desempleados), como ocurre con frecuencia en economías capitalistas modernas y no se observa en el modelo neoclásico.

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR

La proporción entre capital físico y trabajo, K/L, con la que se puede producir es fija en el siguiente ratio

$$\bar{k} = \frac{B}{A}$$

lo cual nos lleva a tres posibles situaciones:

i) Proporción eficiente entre capital y trabajo, $Y = AK = BL$,

$$\frac{K}{L} = \frac{B}{A} \equiv \bar{k} \;\rightarrow\; AK = BL$$

ii) Trabajadores desempleados, $Y = AK$,

$$\frac{K}{L} < \frac{B}{A} \equiv \bar{k} \;\rightarrow\; BL > AK \rightarrow trabajadores\ en\ paro: L - \frac{A}{B}K$$

iii) Capital físico ocioso, $Y = BL$,

$$\frac{K}{L} > \frac{B}{A} \equiv \bar{k} \;\rightarrow\; AK > BL \rightarrow máquinas\ inutilizadas: K - \frac{B}{A}L$$

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR

Vamos a reemplazar la función de producción neoclásica por la de proporciones fijas en el modelo de crecimiento basado en los supuestos asumidos con anterioridad (tasa de ahorro constante, no hay sector público, la población crece a tasa constante, tasa de depreciación del capital constante, etc.). Analizaremos el comportamiento dinámico y la existencia de un EE.

Comenzamos por presentar la función de producción de proporciones fijas en términos per cápita:

$$y = f(k) = min\{Ak, B\}$$

y recordamos los 3 posibles escenarios también en términos per cápita

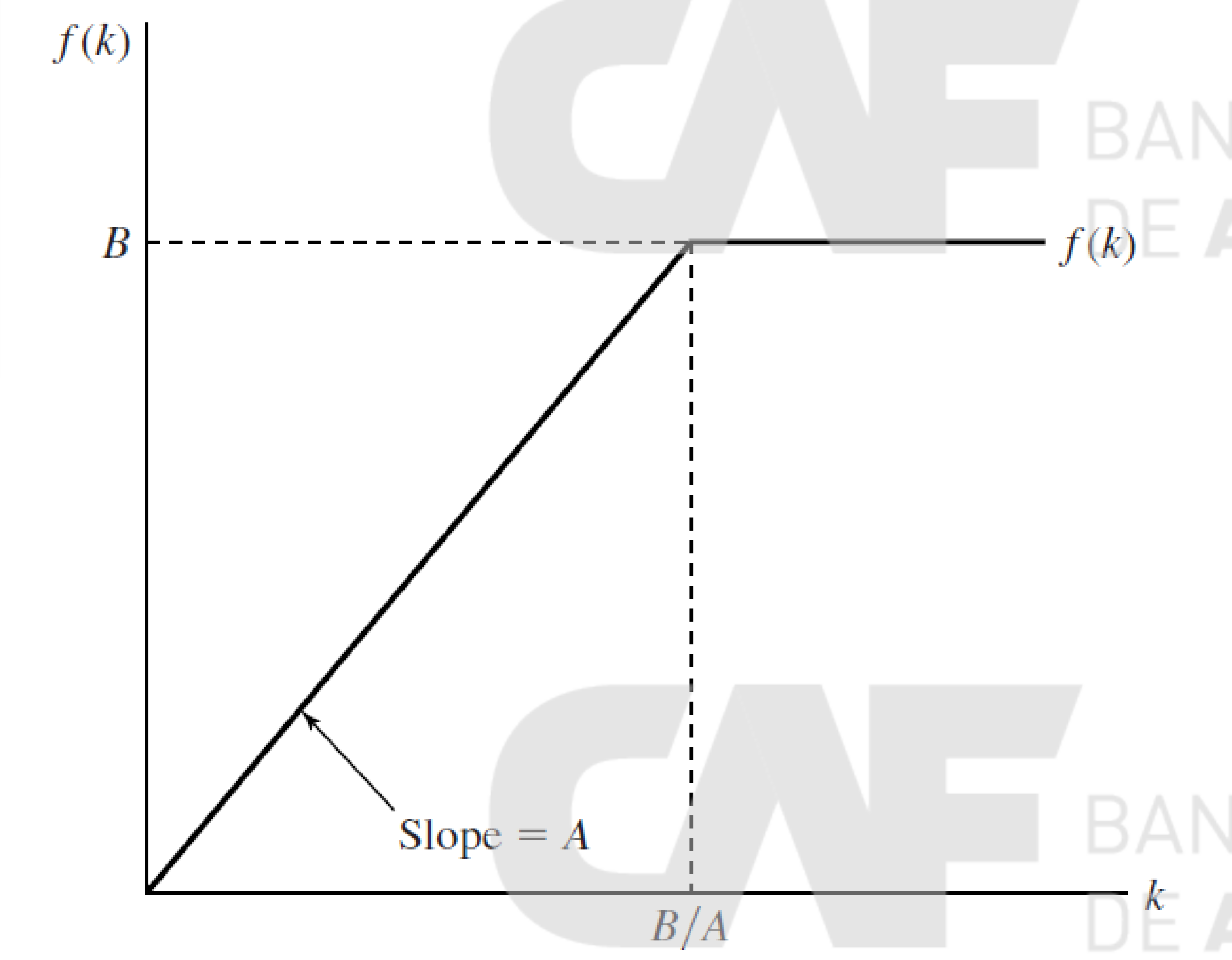
$$\text{Si } k < \bar{k} \ \rightarrow Ak < A\bar{k} < B \ \rightarrow y = Ak$$

$$\text{Si } k > \bar{k} \ \rightarrow Ak > A\bar{k} > B \ \rightarrow y = B$$

$$\text{Si } k = \bar{k} \ \rightarrow Ak = A\bar{k} = B \ \rightarrow y = Ak = B$$

que explican la representación gráfica con los 2 tramos que aparece en la siguiente diapositiva:

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR



$$y = f(k) = min\{Ak, B\}$$

Si $k < \bar{k} \rightarrow y = Ak$

Si $k > \bar{k} \rightarrow y = B$

Si $k = \bar{k} \rightarrow y = Ak = B$

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR

Una vez conocida la función de producción per cápita la vamos a insertar en la ecuación fundamental de acumulación de capital físico del modelo

$$\dot{k} = sf(k) - (n+\delta)k$$

para obtener

$$\dot{k} = s \cdot min\{Ak, B\} - (n+\delta)k$$

o bien recogiendo los 2 tramos de la función de producción per cápita

$$\dot{k} = \begin{Bmatrix} sAk - (n+\delta)k \;\; si\; k \le \bar{k} \equiv B/A \\ sB - (n+\delta)k \;\; si\; k > \bar{k} \equiv B/A \end{Bmatrix}$$

La tasa de crecimiento del capital per cápita quedaría así en ambos tramos

$$\gamma_k \equiv \frac{\dot{k}}{k} = \begin{Bmatrix} sA - (n+\delta) \;\; si\; k \le \bar{k} \equiv B/A \\ \dfrac{sB}{k} - (n+\delta) \;\; si\; k > \bar{k} \equiv B/A \end{Bmatrix}$$

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR

El modelo de Harrod-Domar presenta un comportamiento diferente dependiendo de los valores numéricos que toman sus parámetros. Tenemos tres casos:

Caso 1: $sA < n + \delta$ (tasa de ahorro baja)

Ver representación gráfica de γ_k (o la de $\dot{k}$) y analizar la evolución de la economía.
Resultado: siempre hay un decrecimiento del capital per cápita y la economía se acaba destruyendo a largo plazo con $k = y = c = 0$. Existe un desempleo permanente y creciente.
Situación muy indeseable.

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR

Caso 2: $sA > n + \delta$ (tasa de ahorro alta)
Ver representación gráfica de γ_k (o la de $\dot{k}$) y analizar la evolución de la economía.

Resultado: en el primer tramo de la función de producción hay crecimiento a tasa constante del capital per cápita y al entrar la economía en el segundo tramo el crecimiento disminuye hasta alcanzar un EE con $\gamma_k = 0$. En este EE tenemos:

$$k^* = \frac{sB}{n+\delta} \quad ; \quad y^* = B \quad ; \quad c^* = (1-s)B$$

$$\gamma_k = \gamma_y = \gamma_c = 0 \quad ; \quad \gamma_K = \gamma_Y = \gamma_C = \gamma_L = n$$

Existe un número de máquinas ociosas por trabajador $k^* - \bar{k} = \frac{sB}{n+\delta} - \frac{B}{A} > 0$

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR

Caso 3: $sA = n + \delta$ (¡coincidencia!)

Ver representación gráfica de γ_k (o la de $\dot{k}$) y analizar la evolución de la economía.

Resultado (dual):

Si en el momento inicial la economía está en el primer tramo de la función de producción, $k(0) < \bar{k}$, se queda estancada con $\gamma_k = 0$.

Si $k(0) > \bar{k}$, la economía retrocede con $\gamma_k < 0$ hasta alcanzar un EE **caracterizado por:**

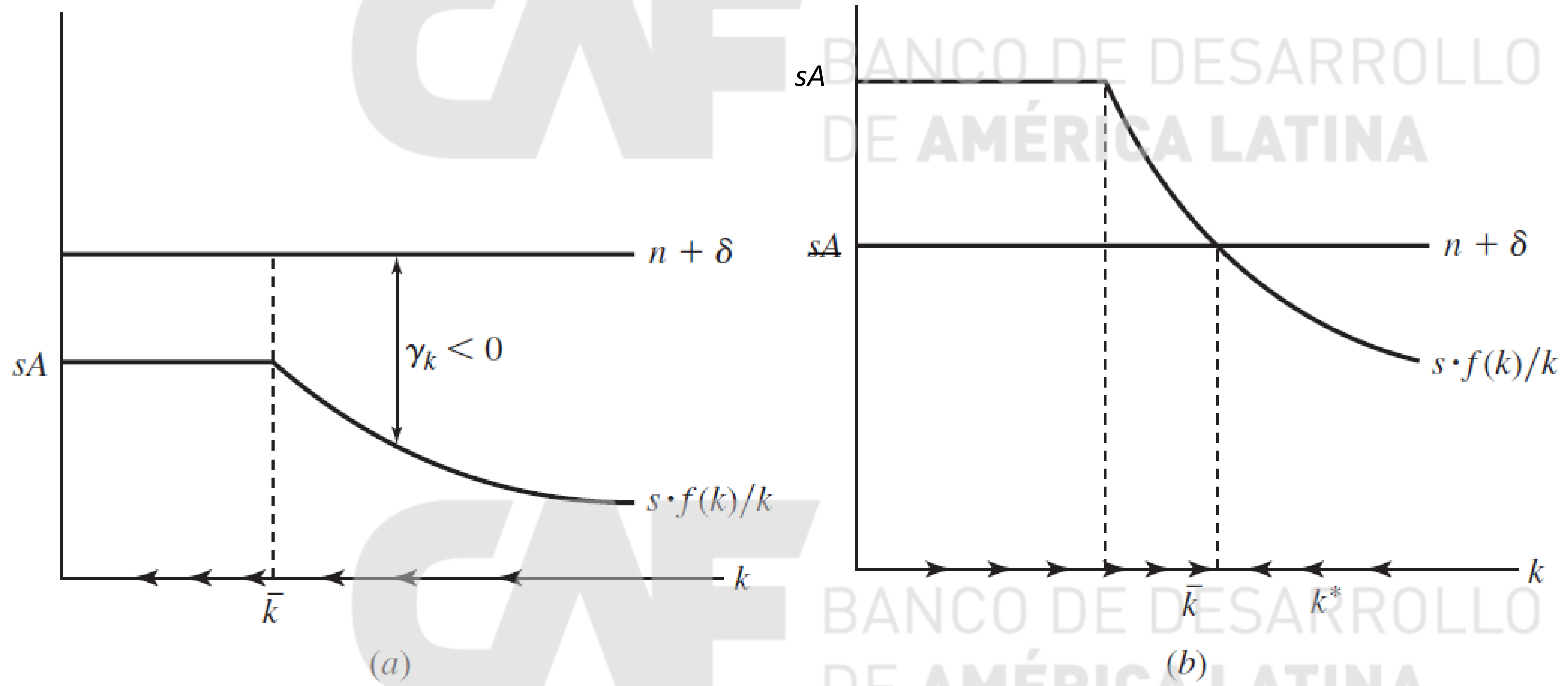
$$k^* = \frac{B}{A} \quad ; \quad y^* = B \quad ; \quad c^* = (1 - s)B$$

$$\gamma_k = \gamma_y = \gamma_c = 0 \quad ; \quad \gamma_K = \gamma_Y = \gamma_C = \gamma_L = n$$

No hay máquinas ociosas $k^* = \bar{k} = \frac{B}{A}$

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR



$sA < n + \delta$ (tasa de ahorro baja) $sA > n + \delta$ (tasa de ahorro alta)

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – EL MODELO DE HARROD - DOMAR

Supuestos y resultados no verosímiles del modelo Harrod-Domar:

→ Producto medio y marginal del capital constante: $\frac{f(k)}{k} = f'(k) = A$, cuando el capital físico es un factor que permite aumentar la producción. Existe evidencia de rendimientos marginales del capital, al menos para un k suficientemente grande.

→ Si $sA < n + \delta$ (tasa de ahorro baja) el modelo predice un decrecimiento continuado e inexorable. El sentido común nos indica que los hogares deberían de reaccionar en algún momento y aumentar la tasa de ahorro para revertir la situación.

→ En el EE más probable del modelo (Caso 2, $sA > n + \delta$), hay infrautilización de capital físico, $k^* > \bar{k}$. Además, el número total de máquinas ociosas es creciente. El sentido común nos indica que las empresas deberían de reaccionar en algún momento e invertir en alguna tecnología que tenga un cierto grado de sustituibilidad entre factores productivos y se puedan aprovechar las máquinas inutilizadas.

Estas deficiencias del modelo favorecieron la aparición de la función de producción neoclásica.

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – MODELOS DE CRECIMIENTO CON TRAMPAS DE LA POBREZA

Desarrollo Económico:
Área de conocimiento de la Economía, próxima al Crecimiento Económico, que se ocupa de analizar las causas y posibles soluciones a la pobreza. Además, estudia los determinantes del bienestar colectivo y proponiendo indicadores de calidad de vida que combinan muchos elementos más que la producción (renta) per cápita.

Como un ejemplo de la intersección entre la metodología de Crecimiento Económico y Desarrollo Económico, vamos a conocer el "Modelo de crecimiento con trampas de pobreza", basado en el trabajo seminal de Arthur Lewis (1954) - Premio Nobel 1979- y, más recientemente, el modelo *Big Push* de Murphy, Schleifer y Vishney (1989, *Quarterly Journal of Economics*).

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – MODELOS DE CRECIMIENTO CON TRAMPAS DE LA POBREZA

En nuestra aproximación al modelo de crecimiento con trampas de pobreza vamos a asumir que la actividad económica puede oscilar entre dos funciones de producción diferentes:

- Una tecnología tradicional neoclásica (Cobb-Douglas):

$$Y_A = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \qquad con\ 0 < \alpha < 1\ , A > 0$$

- Una tecnología moderna, más productiva que la tradicional y que tiene un coste de implantación (compra patente o licencia de uso, infraestructura, instalación,…) proporcional al empleo de trabajadores:

$$Y_B = BK^{\alpha}L^{1-\alpha} - bL \qquad con\ 0 < \alpha < 1\ , B > A > 0\ , b > 0$$

Dividiendo entre la población (número de trabajadores) obtenemos las siguientes funciones de producción per cápita:

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – MODELOS DE CRECIMIENTO CON TRAMPAS DE LA POBREZA

$$y_A = Ak^{\alpha}$$
$$y_B = Bk^{\alpha} - b$$

El producto per cápita con la tecnología tradicional es mayor que con la tecnología moderna para niveles bajos de capital per cápita, debido al coste de instalación (comprobar como queda el producto medio por unidad de capital $f(k)/k$).

A partir de un determinado nivel de capital per cápita la nueva tecnología es más productiva.

Existe un stock de capital per cápita crítico, $\bar{k}$, para el que las dos tecnologías dan la misma cantidad de producción. Resolviendo la igualdad $y_A = y_B$, obtenemos

$$Ak^{\alpha} = Bk^{\alpha} - b \quad \rightarrow \bar{k} = \left(\frac{b}{B - A}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – MODELOS DE CRECIMIENTO CON TRAMPAS DE LA POBREZA

Representar gráficamente la producción per cápita con las 2 tecnologías.

Marcar el stock de capital per cápita crítico, $\bar{k}$.

Comprobar que:

$$
\begin{aligned}
Si\ k < \bar{k} \quad &\rightarrow \quad y_A > y_B \\
Si\ k > \bar{k} \quad &\rightarrow \quad y_A < y_B \\
Si\ k = \bar{k} \quad &\rightarrow \quad y_A = y_B
\end{aligned}
$$

¿Quién financia el coste de instalación de la tecnología moderna? Las empresas no pueden asumirlo si operan en mercados competitivos de bienes y factores porque su beneficio es cero. El Estado lo podría financiar cobrando un impuesto equivalente al coste por trabajador. Asumiendo un comportamiento sensato del Estado, el cambio tecnológico lo financiará cuando genere un aumento de producción, es decir, con un capital per cápita superior al capital crítico, $k > \bar{k}$.

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – MODELOS DE CRECIMIENTO CON TRAMPAS DE LA POBREZA

A continuación, vamos a examinar la evolución del capital per cápita de esta economía y los posibles EE que puede llegar a alcanzar.

La ecuación que determina la variación del capital per cápita es:

$$\dot{k} = sf(k) - (n+\delta)k$$

donde

$$f(k) = \begin{Bmatrix} Ak^{\alpha} & si\ k \leq \bar{k} \\ Bk^{\alpha} - b & si\ k > \bar{k} \end{Bmatrix}$$

La comparación entre el ahorro per cápita y los costes de mantenimiento del capital per cápita da lugar a 2 tramos en la respuesta de $\dot{k}$, separados por $\bar{k}$,

$$\dot{k} = \begin{Bmatrix} sAk^{\alpha} - (n+\delta)k & si\ k \leq \bar{k} \\ sBk^{\alpha} - sb - (n+\delta)k & si\ k > \bar{k} \end{Bmatrix}$$

Representar gráficamente la función que determina $\dot{k}$ comparando el ahorro per cápita con los costes del mantenimiento del capital per cápita y prestando especial atención a los casos en los que $\dot{k} = 0$ como candidatos a EE.

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – MODELOS DE CRECIMIENTO CON TRAMPAS DE LA POBREZA

Si estudiamos la dinámica de transición a partir de un capital per cápita inicial ($\dot{k}$ respondiendo a un $k(0)$ inicial), se observan 3 posibles EE con una tasa de crecimiento del capital per cápita constante e igual a 0 :

- k^*_{bajo}. Se encuentra en el primer tramo de la función $\dot{k}$. EE con tecnología tradicional poco productiva. **Estable**. El Estado no financia el cambio tecnológico porque disminuiría la producción per cápita. Las empresas no pueden invertir en el cambio tecnológico porque no disponen de recursos (beneficio nulo en libre competencia). TRAMPA DE LA POBREZA.
- k^*_{medio}. Se encuentra en el segundo tramo de la función $\dot{k}$. EE con tecnología moderna productiva. **Inestable**. El Estado ha financiado el cambio tecnológico porque el stock de capital per cápita es suficientemente alto como para que la producción per cápita aumente con el cambio. Riesgo de caer en la TRAMPA DE LA POBREZA si disminuye marginalmente el capital per cápita.

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – MODELOS DE CRECIMIENTO CON TRAMPAS DE LA POBREZA

- k^*_{alto}. "Big Push". Se encuentra en el segundo tramo de la función $\dot{k}$ con un valor muy superior al capital crítico, $\bar{k}$. EE con tecnología moderna productiva. **Estable**. El Estado ha financiado el cambio tecnológico. No hay riesgo de caer en la TRAMPA DE LA POBREZA. Es el EE deseable para esta economía.

¿Cómo se puede conseguir el "Big Push" para poder alcanzar el EE estable con k^*_{alto}? Controversia.

OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN… OTRAS TEORÍAS DEL CRECIMIENTO – MODELOS DE CRECIMIENTO CON TRAMPAS DE LA POBREZA

• Reducir el valor del capital crítico, $\bar{k}$, de tal forma que el primer tramo sea más corto y se necesite un menor capital per cápita para que el Estado financie el cambio tecnológico.

Dado que $\bar{k} = \left(\frac{b}{B-A}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$

Tanto una reducción en el coste de implantación ($\downarrow b$) como una mayor calidad en la tecnología moderna ($\uparrow B$) conllevarían un $\bar{k}$ menor.

• Aumentar la tasa de ahorro, $\uparrow s$, desplazando las curvas de ahorro per cápita hacia arriba. Gráficamente se aprecia como tanto el k^*_{bajo} como el k^*_{medio} se acercan a $\bar{k}$, mientras que el k^*_{alto} aumenta. En el límite existe una alta tasa de ahorro que hace que $k^*_{bajo} = k^*_{medio} = \bar{k}$. Un "little push" sería suficiente.

• Disminuir el coste de mantenimiento del capital, $\downarrow (\delta + n)$, desplazando hacia abajo su recta de depreciación. Gráficamente se aprecian los mismos efectos que el caso de un aumento en la tasa de ahorro.