

### **COLECCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS con soluciones**

#### CRECIMIENTO ECONÓMICO

#### MIGUEL CASARES

### BANCO DE DESARROLLO

Esta colección de ejercicios pretende mostrar las múltiples posibilidades de aplicación de los modelos teóricos de crecimiento económico a casos reales con resultados numéricos. El libro de texto incorpora, al final de cada capítulo, una serie de ejercicios de corte teórico que pueden también plantearse como trabajo a realizar durante el desarrollo del curso. Mi intención, no obstante, es la de proponer ejercicios numéricos que faciliten la comprensión de los modelos teóricos y permitan entender su aplicabilidad a partir del uso de datos reales. El estudiante podría comprobar fácilmente los efectos que tiene una modificación de alguno de los parámetros del modelo sobre el resultado de las variables endógenas en estado estacionario o en su dinámica de corto plazo. Las últimas dos sesiones se dedican al análisis de datos sobre contabilidad del crecimiento y convergencia económica y se proponen sendos ejercicios a partir de datos reales.

### DE AMÉRICA LATINA

# EJERCICIOS - CAMBIO TECNOLÓGICO: EL MODELO DE SCHUMPETER DE ESCALAS DE CALIDAD

- 1. Modelo de Schumpeter de escalas de calidad. Una economía que tiene crecimiento económico endógeno de acuerdo al modelo con empresas de I+D que mejoran la calidad de los productos de acuerdo a los supuestos establecidos en la sección 1 de la sesión 9 aparece caracterizada por los siguientes valores de los parámetros: q=1,2,  $\zeta=3$ , A=1,L=15 millones,  $\alpha=0.5$ ,  $\theta=2$  y  $\rho=0.04$  (4% anual).
  - i) Hallar el precio óptimo de venta del bien intermedio ajustado por la calidad, el beneficio de la empresa líder en un sector donde se han llevado a cabo 3 mejoras de calidad  $\kappa_j=3$ , la probabilidad de éxito, la tasa de crecimiento esperada del índice de calidad, la tasa de rentabilidad de la inversión en I+D y la tasa de crecimiento del consumo.
  - ii) Representar gráficamente el equilibrio en un diagrama con la tasa de rentabilidad en el eje horizontal y la tasa de crecimiento del consumo en el eje vertical.

# CRECIMIENTO ECONÓMICO MIGUEL CASARES



#### **Soluciones:**

- El precio de venta óptimo del bien intermedio que inventan las empresas de I+D es  $1/\alpha=2$ . La parte común del beneficio para todas las empresas de I+D es  $\bar{\pi}=A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{2/(1-\alpha)}L=0,9375$ , con lo que el beneficio que obtiene el sector que lleva 3 mejoras de calidad es  $\pi(\kappa_j=3)=\bar{\pi}q^{\frac{3\alpha}{1-\alpha}}=1,6200$ . La probabilidad de éxito es p=0,1946 (19,46%), la tasa de crecimiento del índice de calidad es  $\frac{\dot{\varrho}}{\varrho}=0,0389$  (3,89%), la tasa de rentabilidad de la inversión en I+D es r=0,1179 (11,79%) y la tasa de crecimiento del consumo coincide con la del índice de calidad, la de la producción de bienes finales y la de la producción de bienes intermedios en  $\gamma=0,0389$  (3,89%).
- ii) Tal y como muestra la ilustración 7.3 en la página 330 del libro, la tasa de crecimiento del consumo presenta una relación lineal de signo positivo con la tasa de rentabilidad (con pendiente  $1/\theta$ ) y una relación lineal de signo negativo entre la tasa de crecimiento del índice de calidad agregado y el tipo de interés (con pendiente negativa  $q^{\alpha/(1-\alpha)}-1$ ). Dado que el consumo C y el índice de calidad Q han de crecer a la misma tasa en equilibrio, podemos hallar los valores de equilibrio reportados en el apartado anterior en la intersección entre ambas funciones lineales.

### DE AMERICA LATINA

- 2. Supongamos que con los datos del ejercicio anterior, modificamos las condiciones en las que operan las empresas de I+D para que exista un equilibrio tipo Stackelberg en el que las empresas líderes con las únicas invierten recursos a actividades de I+D que permitan mejoras de calidad. La función de transformación de estas empresas es  $\phi^l(\kappa_j) = (1/\zeta_l)q^{-(\kappa_j+1)\alpha/(1-\alpha)}$  con un parámetro que mide el coste de la investigación  $\zeta_l=1,5$  inferior al asumido en el ejercicio 1 en el que las empresas innovadoras eran agentes externos.
  - i) Hallar el precio óptimo de venta del bien intermedio ajustado por la calidad, la tasa de rentabilidad de la inversión en I+D y la tasa de crecimiento del consumo.
  - ii) Comparar los resultados con los obtenidos en el ejercicio 1.

### **Soluciones:**

- i)  $1/\alpha = 2 r_l = 0.1042 (10.42\%) \gamma_l = 0.0321 (3.21\%).$
- ii) El precio de venta de los bienes intermedios sobre los que se genera la innovación no cambia. La rentabilidad y la tasa de crecimiento se ven afectadas porque se reduce el coste de la innovación (medidos por el parámetro  $\zeta_l$ ) y por el factor reductor  $1-q^{-\alpha/(1-\alpha)}$  sobre la rentabilidad de la empresa innovadora líder al asumirse que los beneficios pasarán a ser nulos cuando se alcance una

# CRECIMIENTO ECONÓMICO MIGUEL CASARES



escala de calidad superior. En este ejemplo  $r_l$  es 10,42%, inferior al valor r=11,79% con agentes externos. El motivo es que, a pesar de tener un coste de innovación menor, el efecto de la pérdida del beneficio eterno por la explotación de la I+D domina sobre el anterior.





