

**COLECCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS con soluciones**

**CRECIMIENTO ECONÓMICO**

**MIGUEL CASARES**

Esta colección de ejercicios pretende mostrar las múltiples posibilidades de aplicación de los modelos teóricos de crecimiento económico a casos reales con resultados numéricos. El libro de texto incorpora, al final de cada capítulo, una serie de ejercicios de corte teórico que pueden también plantearse como trabajo a realizar durante el desarrollo del curso. Mi intención, no obstante, es la de proponer ejercicios numéricos que faciliten la comprensión de los modelos teóricos y permitan entender su aplicabilidad a partir del uso de datos reales. El estudiante podría comprobar fácilmente los efectos que tiene una modificación de alguno de los parámetros del modelo sobre el resultado de las variables endógenas en estado estacionario o en su dinámica de corto plazo. Las últimas dos sesiones se dedican al análisis de datos sobre contabilidad del crecimiento y convergencia económica y se proponen sendos ejercicios a partir de datos reales.

**EJERCICIOS - EL MODELO DE RAMSEY**

1. Una economía de Ramsey con mercados competitivos de trabajo, capital y bonos, función de producción Cobb-Douglas con progreso tecnológico potenciador del trabajo,  $Y = K^\alpha (TL)^{1-\alpha}$ , y función de utilidad de elasticidad constante,  $U(c) = \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}$ , con horizonte temporal infinito está caracterizada por los siguientes valores de sus parámetros:  $\alpha = 0,4$ ,  $\delta = 0,14$ ,  $\rho = 0,06$ ,  $n = 0,02$ ,  $x = 0,01$  y  $\theta = 2,0$ .

i) Hallar los valores del capital por unidad de trabajo, y el consumo por unidad de trabajo efectivo del estado estacionario hacia el que se aproxima la única trayectoria óptima. Dibujar el diagrama de fases de esta economía, y describir los elementos que aparecen en él.

ii) En el momento actual, el consumo por unidad de trabajo efectivo  $\hat{c}(0) = 0,4$  y el capital por unidad de trabajo efectivo es  $\hat{k}(0) = 1$ . Hallar los valores para el siguiente periodo,  $\hat{c}(1)$  y  $\hat{k}(1)$ . Representa la evolución de la economía en el diagrama de fases dibujado en el apartado anterior.

iii) Calcular el tipo de interés al que se alquila el capital físico y el tipo de interés de los bonos tanto en el periodo 0 como en el periodo 1. ¿A qué tasas se aproximan a largo plazo?

Soluciones:

- i)  $\hat{k}^* = 2,7085 \quad \hat{c}^* = 1,0292$
- ii)  $\hat{k}(1) = 1,43 \quad \hat{c}(1) = 0,4360$
- iii)  $R(0) = 0,40$  (40%)  $R(1) = 0,3227$  (32,27%)  $r(0) = 0,26$  (26%)  $r(1) = 0,1827$  (18,27%) . Las tasas de rentabilidad de los activos en estado estacionario son  $R^* = f'(\hat{k}^*) = 0,22$  (22%) y  $r^* = f'(\hat{k}^*) - \delta = 0,14$  (14%). Ambas rentabilidades van a ir reduciéndose conforme el capital por unidad de trabajo efectivo va aumentando a lo largo de la trayectoria óptima de aproximación al estado estacionario.

2. Una economía evoluciona de acuerdo al modelo de Ramsey con mercados competitivos de trabajo, capital y bonos, función de utilidad con elasticidad constante  $U(c) = \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}$  y función de producción Cobb-Douglas con progreso tecnológico potenciador del trabajo,  $Y = K^\alpha (TL)^{1-\alpha}$ . En un periodo inicial las cantidades de capital y consumo por unidad de trabajo efectivo se encuentran situadas en estado estacionario. Supongamos que entonces la tasa de preferencia intertemporal de las familias se reduce desde su nivel inicial  $\rho$  hasta otra más baja  $\rho'$  porque tienen una mayor preferencia por el consumo futuro (ahorro) frente al consumo presente.

- i) Representar el diagrama de fase y la trayectoria óptima con la tasa de preferencia intertemporal inicial y con la nueva. Describir los elementos que aparecen en el gráfico.
- ii) Valorar los efectos de la reducción de la tasa de preferencia intertemporal sobre los niveles del capital, consumo y producción en unidades de trabajo efectivo en el nuevo estado estacionario hacia el que se dirige la economía.
- iii) Explicar el efecto que tiene este cambio sobre los tipos de interés a corto plazo y a largo plazo, refiriéndose a los cambios que ocurrirán en los mercados de bonos y capitales. El salario a largo plazo, ¿aumentará o disminuirá con la nueva  $\rho' < \rho$ ?

Soluciones:

- i) El diagrama de fase presenta una recta vertical en la que  $\dot{c} = 0$ , es decir no hay variación para el consumo por unidad de trabajo efectivo. La posición de esta recta vertical está determinada por el valor del capital por unidad de trabajo efectivo en estado estacionario. También aparece una curva que representa las combinaciones de  $\hat{k}$  y  $\hat{c}$  para las que no va a haber ningún cambio en el capital por unidad de trabajo efectivo del siguiente periodo respecto al actual,  $\dot{\hat{k}} = 0$ . La intersección de ambas condiciones es donde se cumplen las condiciones de estado estacionario  $\dot{\hat{k}} = \dot{\hat{c}} = 0$  y determina los niveles fijos (constantes) del capital y el consumo por unidad de trabajo efectiva. La trayectoria óptima con estabilidad en punto de silla determina la dinámica de transición óptima a partir de una dotación inicial. Desde un valor inicial próximo al origen tanto el consumo como el capital van creciendo hacia sus niveles de estado estacionario.
- ii) Con una menor tasa de preferencia intertemporal la recta  $\dot{c} = 0$  se desplaza hacia la derecha. Aparece un nuevo estado estacionario (en la intersección  $\dot{\hat{k}} = 0$  con  $\dot{\hat{c}} = 0$ )

en el que se observa un aumento en los niveles tanto del consumo como el capital por unidad de trabajo efectivo.

- iii) A corto plazo, aumenta el consumo futuro,  $\dot{c} > 0$ , porque los hogares tienen una mayor preferencia del ahorro frente al consumo presente. Este aumento del ahorro se transforma en inversión a través de la acumulación del capital físico. Los rendimientos marginales decrecientes del capital hacen que caiga la productividad marginal del capital y, en equilibrio, las rentabilidades de los activos son menores.