

COLECCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS con soluciones

CRECIMIENTO ECONÓMICO

MIGUEL CASARES

Esta colección de ejercicios pretende mostrar las múltiples posibilidades de aplicación de los modelos teóricos de crecimiento económico a casos reales con resultados numéricos. El libro de texto incorpora, al final de cada capítulo, una serie de ejercicios de corte teórico que pueden también plantearse como trabajo a realizar durante el desarrollo del curso. Mi intención, no obstante, es la de proponer ejercicios numéricos que faciliten la comprensión de los modelos teóricos y permitan entender su aplicabilidad a partir del uso de datos reales. El estudiante podría comprobar fácilmente los efectos que tiene una modificación de alguno de los parámetros del modelo sobre el resultado de las variables endógenas en estado estacionario o en su dinámica de corto plazo. Las últimas dos sesiones se dedican al análisis de datos sobre contabilidad del crecimiento y convergencia económica y se proponen sendos ejercicios a partir de datos reales.

EJERCICIO - LA DIFUSIÓN DE LA TECNOLOGÍA

1. Modelo con difusión de la tecnología. Dos economías se comportan de acuerdo al modelo de difusión de la tecnología, siendo la economía 1 la que lidera los procesos de innovación mientras que la economía 2 se comporta como imitadora y copia la tecnología desarrollada por la economía 1. Ambas economías comparten los siguientes valores numéricos para los parámetros que definen la tecnología de producción y las preferencias de los hogares:

$$\alpha = 0,35, \theta = 2, \rho = 0,05 \text{ (5\% anual)}$$

La población activa de la economía 1 es $L_1 = 15$ millones y mientras que en la economía 2 es $L_2 = 18$ millones, siendo ambas cantidades fijas en el tiempo. El parámetro que mide la capacidad tecnológica es $A_1 = 1,25$ en la economía 1 y $A_2 = 1$ en la economía 2. El gasto requerido de I+D para llevar a cabo una innovación en la economía 1 que permita crear un nuevo bien intermedio es de cuantía fija $\eta_1 = 16$.

- i) Hallar la tasa de crecimiento de la producción y la rentabilidad de las empresas de I+D de la economía 1.

La economía 2 tiene un número de variedades de bienes intermedios inferior al de la economía 1 y va aumentando este número a partir de la absorción por imitación de los bienes intermedios ya inventados en la economía 1. El coste de imitación v_2 es función creciente del ratio del número de bienes intermedios copiados en el país 2 sobre el total de bienes intermedios ya inventados en el país 1

$$v_2 = \eta_2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^\sigma \text{ con } \eta_2 = 16 \text{ y } \sigma = 1$$

- ii) Hallar el valor del ratio entre el número de variedades, $\frac{N_2}{N_1}$, y entre el producto por trabajador de las dos economías, $\frac{y_2}{y_1}$, en el estado estacionario.
- iii) Escribir las ecuaciones dinámicas que representan la variación a lo largo del tiempo del ratio entre el consumo y el número de variedades en la economía 2, $\chi_2 = C_2/N_2$ y del ratio entre el número de variedades de ambas economías $\hat{N} = N_2/N_1$. Hallar los valores de $\hat{N}(1)$ y $\chi_2(1)$ si en el momento actual se sabe que $\hat{N}(0) = 0,5$ y $\chi_2(0) = 4,5$.
- iv) Dibujar el diagrama de fase y explicar la evolución de la economía 2 a partir de su dotación inicial de \hat{N} y χ_2 .

Soluciones:

- i) $\gamma_1 = \gamma^* = 0,0235$ (2,35%) $r_1 = r^* = 0,0971$ (9,71%)
- ii) $\hat{N}^* = \frac{N_2^*}{N_1^*} = 0,8513$ $\frac{y_2^*}{y_1^*} = 0,6039$
- iii) La ecuación dinámica que determina la tasa de crecimiento del ratio entre consumo y número de variedades de bienes intermedios en el país 2 es:

$$\frac{\dot{\chi}_2}{\chi_2} = \frac{1}{\theta \eta_2 \hat{N}^\sigma} \left(\pi_2 + (\theta - \sigma) \left[\chi_2 - \pi_2 \left(\frac{1 + \alpha}{\alpha} \right) \right] \right) - \frac{1}{\theta} (\sigma \gamma_1 + \rho)$$

donde insertamos los valores de los parámetros para obtener:

$$\frac{\dot{\chi}_2}{\chi_2} = \frac{1}{32 \hat{N}^\sigma} (1,3221 + 1[\chi_2 - 1,3221 \cdot 3,8557]) - \frac{1}{2} (1 \cdot 0,0235 + 0,05)$$

$$\frac{\dot{\chi}_2}{\chi_2} = \frac{1}{32 \hat{N}^\sigma} (1,3221 + [\chi_2 - 5,0976]) - 0,03675$$

Respecto al ratio de números de variedades de bienes intermedios para los dos países, $\hat{N} = N_2/N_1$, su tasa de crecimiento es

$$\frac{\dot{\hat{N}}}{\hat{N}} = \frac{1}{\eta_2 \hat{N}^\sigma} \left[\pi_2 \left(\frac{1 + \alpha}{\alpha} \right) - \chi_2 \right] - \gamma_1$$

donde insertamos los valores de los parámetros para obtener:

$$\frac{\dot{\hat{N}}}{\hat{N}} = \frac{1}{16 \hat{N}^\sigma} [5,0976 - \chi_2] - 0,0235$$

A partir de la notación inicial propuesta, los valores obtenidos para el siguiente periodo son

$$\hat{N}(1) = \hat{N}(0) \left(1 + \frac{\dot{\hat{N}}(0)}{\hat{N}(0)} \right) = 0,5(1 + 0,0514) = 0,5257$$

$$\chi_2(1) = \chi_2(0) \left(1 + \frac{\dot{\chi}_2(0)}{\chi_2(0)} \right) = 4,5(1 + 0,0084) = 4,5378$$

- iv) El diagrama de fase se corresponde a la ilustración 8.2 que aparece en la página 361 del libro. La función $\dot{\hat{N}} = 0$ (decreciente en \hat{N}) y la función $\dot{\chi}_2 = 0$ (creciente en \hat{N} puesto que $\theta > \sigma$), se cortan en los valores de estado estacionario $\hat{N}^* = 0,8513$ y $\chi_2^* = 4,7789$. Los valores de la dotación del periodo 0 implican un crecimiento positivo para el siguiente periodo tanto de \hat{N} como de χ_2 , con lo que podrían encontrarse en la trayectoria óptima de aproximación al estado estacionario desde un valor inicial de \hat{N} inferior a $\hat{N}^* = 0,8513$.