CRECIMIENTO ECONÓMICO

SESIÓN: El modelo neoclásico de Solow y Swan (II)

Profesor: Miguel Casares

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

ÍNDICE

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – DINÁMICA DE TRANSICIÓN PARA EL CAPITAL, LA PRODUCCIÓN Y LOS PRECIOS DE LOS FACTORES

La tasa de crecimiento en el tiempo de una variable la denotaremos con la letra griega γ. Por ejemplo, la tasa de crecimiento del capital per cápita es $\gamma_k \equiv \frac{\dot{k}}{k}$

En el EE del modelo Solow-Swan básico, obtenemos los siguientes resultados:

$$\gamma_k = \gamma_y = \gamma_c = 0 \text{ (variables per cápita)}$$

$$\gamma_K = \gamma_Y = \gamma_C = \gamma_L = n \text{ (variables agregadas)}$$

El crecimiento económico a largo plazo es nulo y es independiente de la tasa de ahorro o del nivel tecnológico. Las variables per cápita tienden hacia valores constantes en EE.

¿Cómo es el corto plazo? ¿Cómo es la transición hacia el equilibrio a largo plazo (EE)?

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – DINÁMICA DE TRANSICIÓN PARA EL CAPITAL, LA PRODUCCIÓN Y LOS PRECIOS DE LOS FACTORES

Recordemos la ecuación fundamental del modelo Solow-Swan:

$$\dot{k} = sf(k) - (n+\delta)k$$

La definición de la tasa de crecimiento del capital per cápita, $\gamma_k = \frac{\dot{k}}{k}$, implica que

$$\gamma_k = \underbrace{\frac{sf(k)}{k}}_{\text{Curva de ahorro}} - \underbrace{(n+\delta)}_{\text{Recta de depreciación (mantenimiento) del capital}}$$

Efectuar la representación gráfica de la ecuación anterior

Rendimientos decrecientes del capital provocan que $\frac{sf(k)}{k}$ disminuya con k

Dos conclusiones:

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – DINÁMICA DE TRANSICIÓN PARA EL CAPITAL, LA PRODUCCIÓN Y LOS PRECIOS DE LOS FACTORES

i) El sistema tiene un equilibrio estable
ii) La tasa de crecimiento del capital per cápita es menor cuanto más cerca está la economía del EE→ Economías pobres, con $k(0)$ bajo, tienen mayor crecimiento debido a su elevada productividad → Convergencia

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – DINÁMICA DE TRANSICIÓN PARA EL CAPITAL, LA PRODUCCIÓN Y LOS PRECIOS DE LOS FACTORES

Tasa de crecimiento del producto per cápita. A partir de su definición

$$\gamma_y \equiv \frac{\dot{y}}{y}$$

Podemos desarrollar la derivada del numerador en términos del capital per cápita

$$\dot{y} = f(\dot{k}) = \frac{\partial f(k)}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial t} = f'(k)\dot{k}$$

Y utilizar la ecuación fundamental de modelo en lugar de $\dot{k}$ para obtener

$$\gamma_y = \frac{f'(k)sf(k) - f'(k)(n+\delta)k}{f(k)} = sf'(k) - (n+\delta)\frac{f'(k)\,k}{f(k)}$$

El término $\frac{f'(k)\,k}{f(k)}$ con un mercado competitivo del capital es la fracción (constante) de la renta que reciben los propietarios del capital.

γ_y disminuye a medida que aumenta el capital per cápita k

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – DINÁMICA DE TRANSICIÓN PARA EL CAPITAL, LA PRODUCCIÓN Y LOS PRECIOS DE LOS FACTORES

Tasa de crecimiento del consumo per cápita. A partir de su definición

$$\gamma_c \equiv \frac{\dot{c}}{c}$$

podemos utilizar el supuesto del modelo por el que el consumo es una fracción constante, $1 - s$, de la renta

$$c = (1 - s)y$$

y al tratarse de una función lineal → las tasas de crecimiento del consumo y el producto per cápita coinciden

$$\gamma_c = \gamma_y = sf'(k) - (n + \delta)\frac{f'(k)\,k}{f(k)}$$

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – DINÁMICA DE TRANSICIÓN PARA EL CAPITAL, LA PRODUCCIÓN Y LOS PRECIOS DE LOS FACTORES

El comportamiento de los factores productivos a corto plazo (asumiendo competencia perfecta en los mercados de trabajo y activos).

La rentabilidad de los activos financieros libre de riesgo (r), en equilibrio de los mercados ha de coincidir con la rentabilidad neta que ofrece el alquiler del capital físico

$$r = R - \delta$$

donde insertando la condición de demanda de capital óptima proveniente del comportamiento optimizador de las empresas, $R = f'(k)$, obtenemos

$$r = f'(k) - \delta$$

Al aumentar k mientras la economía se aproxima al EE:

$$\frac{\partial r}{\partial k} = \frac{\partial f'(k)}{\partial k} = f''(k) < 0$$

$$\uparrow k \rightarrow \downarrow f'(k) \rightarrow \downarrow r$$

El tipo de interés disminuye con el aumento del capital per cápita a corto plazo.

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – DINÁMICA DE TRANSICIÓN PARA EL CAPITAL, LA PRODUCCIÓN Y LOS PRECIOS DE LOS FACTORES

El tipo de interés asociado al alquiler del capital físico es

$$R = f'(k) = r + \delta$$

donde debido a la productividad marginal del capital decreciente, $f''(k) < 0$, el tipo de interés del capital disminuye con un aumento del capital per cápita. Por tanto, al aumentar k mientras la economía se aproxima al EE:

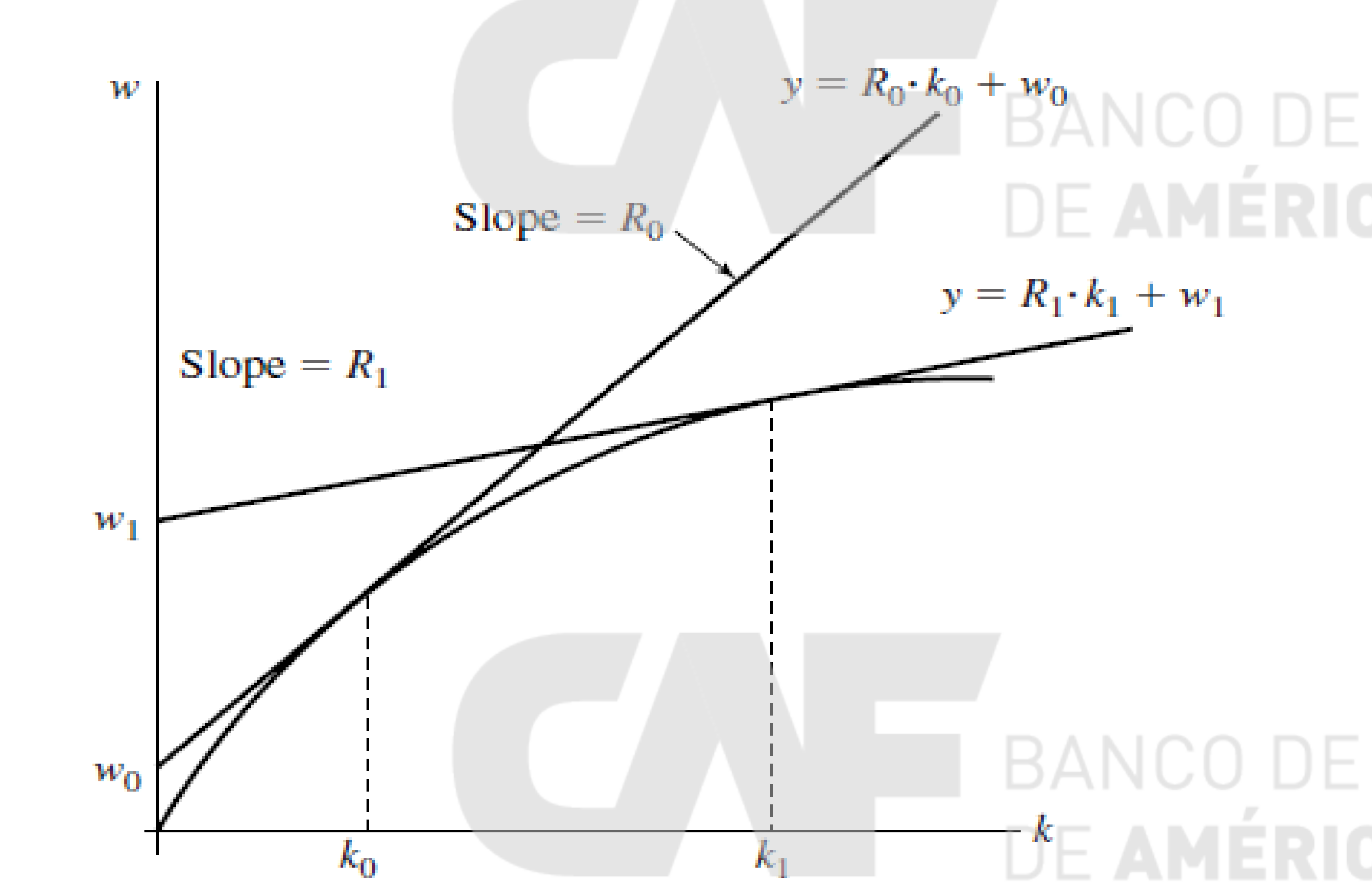
$$\uparrow k \rightarrow \downarrow f'(k) \rightarrow \downarrow R$$

El tipo de interés del capital y de los bonos disminuyen en la misma cuantía con el aumento del capital per cápita a corto plazo.

Gráficamente, el tipo de interés del capital se visualiza como la pendiente de la recta tangente a la función de producción per cápita, $f(k)$, para cada valor del capital per cápita, k.

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – DINÁMICA DE TRANSICIÓN PARA EL CAPITAL, LA PRODUCCIÓN Y LOS PRECIOS DE LOS FACTORES



$$y = w + Rk$$

$$R = f'(k) = r + \delta$$

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – DINÁMICA DE TRANSICIÓN PARA EL CAPITAL, LA PRODUCCIÓN Y LOS PRECIOS DE LOS FACTORES

En el equilibrio competitivo del mercado de trabajo, el salario coincide con la productividad marginal del trabajo:

$$w = f(k) - f'(k)k$$

Al aumentar k mientras la economía se aproxima al EE:

$$\frac{\partial w}{\partial k} = f'(k) - (f'(k) + f''(k)k) = -f''(k)k > 0$$

$$\uparrow k \rightarrow \downarrow f''(k) \rightarrow \uparrow w$$

El salario sube con el aumento del capital per cápita a corto plazo. Gráficamente, se identifica con la altura del punto de corte de la recta tangente a la función de producción per cápita, $f(k)$, con el eje vertical (recordemos que $y = Rk + w$).

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EXPERIMENTOS DE POLÍTICA ECONÓMICA

Supongamos que la economía se encuentra en un equilibrio estable a largo plazo, en EE, y en este momento se llevan a cabo cambios en las políticas económicas.

Analizaremos los efectos de un aumento en la tasa de ahorro, una reducción de la tasa de crecimiento de la población y una mejora tecnológica.

Ver gráficamente los efectos sobre la curva de ahorro y/o la recta de mantenimiento del capital per cápita.

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EXPERIMENTOS DE POLÍTICA ECONÓMICA

Aumento en la tasa de ahorro, $s_2 > s_1$

Causas: los hogares modifican su comportamiento (por ejemplo, tienen una mayor preocupación hacia el futuro) o el Estado aplica una política que favorece el ahorro (fiscalidad, incentivos,...)

Efectos:

$$\uparrow s \;\rightarrow \uparrow sf(k) \;\rightarrow \uparrow \frac{s\,f(k)}{k} \;\rightarrow\; \frac{s\,f(k)}{k} > (n+\delta) \;\rightarrow\; \gamma_k > 0 \;\rightarrow\; \uparrow k, \uparrow y$$

Efecto ambiguo sobre el consumo per cápita, $c = (1-s)y$.

Sin efectos permanentes (en EE) sobre el **crecimiento** de las variables per cápita y agregadas.

Gráficamente, desplazamiento hacia arriba de la curva de ahorro.

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EXPERIMENTOS DE POLÍTICA ECONÓMICA

Disminución permanente de la tasa de crecimiento de la población, $n_2 < n_1$.
Causas: los hogares deciden tener menos hijos o el Estado aplica una política de control de natalidad.
Efectos:

$$\downarrow n \rightarrow \downarrow (n+\delta) \rightarrow \frac{s\,f(k)}{k} > (n+\delta) \rightarrow \gamma_k > 0 \rightarrow \uparrow k, \uparrow y, \uparrow c$$

Sin efecto permanente sobre el **crecimiento** de las variables per cápita. Las variables agregadas crecen a una tasa menor $n_2 < n_1$ en el nuevo EE.

Gráficamente, desplazamiento hacia debajo de la recta de depreciación (mantenimiento) del capital.

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EXPERIMENTOS DE POLÍTICA ECONÓMICA

Mejora permanente del nivel tecnológico, $A_2 > A_1$.

Causas: las empresas aumentan inversión en I+D o políticas públicas que lo favorezcan (reducir impuestos sobre el beneficio, mejora protección propiedad intelectual y patentes, etc.).

Efectos:

$$\uparrow A \rightarrow \uparrow f(k) \rightarrow \frac{s\, f(k)}{k} > (n+\delta) \rightarrow \gamma_k > 0 \rightarrow \uparrow k, \uparrow y, \uparrow c$$

Sin efecto permanente (EE) sobre el **crecimiento** de las variables per cápita y variables agregadas. Pero el progreso tecnológico no tiene ningún límite formal.

Gráficamente, desplazamiento hacia arriba de la curva de ahorro.

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – LA TECNOLOGÍA COBB-DOUGLAS

Producción agregada:

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \quad con\ 0 < \alpha < 1$$

Producción por trabajador (per cápita):

$$y = Ak^{\alpha} \quad con \quad y = \frac{Y}{L}, k = \frac{K}{L}$$

Ecuación fundamental del modelo Solow-Swan:

$$\dot{k} = sAk^{\alpha} - (n+\delta)k$$

Condición de EE ($\dot{k} = 0$) :

$$sAk^{\alpha} = (n+\delta)k \quad \rightarrow \quad k^{*} = \left(\frac{sA}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – LA TECNOLOGÍA COBB-DOUGLAS

Producción per cápita en el EE:

$$y^* = A(k^*)^\alpha = A\left(\frac{sA}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = A^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Consumo per cápita en el EE:

$$c^* = (1-s)y^* = (1-s)A^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Efecto ambiguo de la tasa de ahorro sobre el consumo. Se puede comprobar que la condición de máximo c^* implica $s_{oro} = \alpha$ resolviendo $\frac{\partial c^*}{\partial s} = 0$.

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – LA TECNOLOGÍA COBB-DOUGLAS

Tasas de crecimiento a corto plazo (dinámica de transición). A partir de la ecuación fundamental, se obtiene la tasa de crecimiento del capital per cápita:

$$\gamma_k \equiv \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sAk^{\alpha}}{k} - (n+\delta) = \frac{sA}{k^{1-\alpha}} - (n+\delta)$$

Si $k(0) < k^*$ → $\gamma_k > 0$

Si $k(0) > k^*$ → $\gamma_k < 0$

La economía siempre se aproxima al EE (equilibrio estable a largo plazo)

Si aumenta k disminuye γ_k. Las economías pobres tienen mayor crecimiento de su capital per cápita que las ricas.

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – LA TECNOLOGÍA COBB-DOUGLAS

Tasas de crecimiento a corto plazo (dinámica de transición). Tasa de crecimiento del producto per cápita:

$$\gamma_y \equiv \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{f(k)}}{f(k)} = \frac{\frac{\partial f(k)}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial t}}{f(k)} = \frac{f'(k)\dot{k}}{f(k)} = \frac{f'(k)k}{f(k)}\frac{\dot{k}}{k} = \alpha\gamma_k$$

donde hemos utilizado el hecho de que, con función de producción neoclásica y mercados competitivos, la participación de las rentas del capital, $\frac{f'(k)k}{f(k)}$ en la renta total es siempre igual a la constante $0 < \alpha < 1$. La tasa de crecimiento del producto per cápita es una proporción α de la tasa de crecimiento del capital per cápita. Siempre el producto per cápita crece a menor tasa que el capital per cápita.

Si sustituimos γ_k por su expresión en la ecuación anterior, obtenemos:

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – LA TECNOLOGÍA COBB-DOUGLAS

$$\gamma_y = \alpha\left(\frac{sAk^{\alpha}}{k} - (n+\delta)\right)$$

Teniendo en cuenta la función de producción Cobb-Douglas per cápita, $y = Ak^{\alpha}$

$$\gamma_y = \alpha\left(\frac{sy}{\left(\frac{y}{A}\right)^{1/\alpha}} - (n+\delta)\right)$$

que es equivalente a

$$\gamma_y = \alpha\left(\frac{sA^{\frac{1}{\alpha}}}{y^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}} - (n+\delta)\right)$$

Lo cual implica que a menor renta per cápita mayor crecimiento de la renta per cápita: RENDIMIENTOS MARGINALES DECRECIENTES → CONVERGENCIA

BANCO DE DESARROLLO
DE AMÉRICA LATINA

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

El nivel de la tecnología no es constante en el tiempo. Es evidente que la tecnología mejora con el paso del tiempo

Progreso tecnológico → Crecimiento económico

Vamos a modificar el modelo básico (manteniendo la función de producción neoclásica con rendimientos marginales decrecientes) PARA INCORPORAR EL AVANCE TECNOLÓGICO.

El progreso tecnológico surge como consecuencia de las actividades de investigación → La inversión en I+D determina el progreso tecnológico a partir de la cantidad y calidad de innovaciones que surgen. Las sesiones 9, 10 y 11 se dedican a analizar esta cuestión con detalle (capítulos 6, 7 y 8 del libro de Barro y Sala-i-Martin)

De momento, analizamos un caso más sencillo: la tecnología mejora exógenamente.

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

Tres formas de introducir el progreso tecnológico, $\dot{T} > 0$, en la función de producción:

1) Progreso tecnológico neutral (Hicks,1932):

$$Y = T \cdot F(K, L)$$

El cociente entre los productos marginales, F_K/F_L, no varía para un ratio capital-trabajo, K/L, dado. $(F_K = \partial F/\partial K)$

2) Progreso tecnológico ahorrador del trabajo (Harrod,1942):

$$Y = F(K, T \cdot L)$$

El cociente entre las retribuciones a los factores, $(KF_K)/(LF_L)$, no varía para un capital-producto , K/Y, dado.

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

3) Progreso tecnológico ahorrador de capital (Solow,1969):

$$Y = F(T \cdot K, L)$$

El cociente entre las retribuciones a los factores, $(KF_K)/(LF_L)$, no varía para un trabajo-producto , L/Y, dado.

Requisito técnico para la existencia de EE (tasa de crecimiento constante para todas las variables del modelo):

“El progreso tecnológico debe aumentar la eficiencia del trabajo” → neutral según Harrod (demostración en páginas 78-80 del libro)

$$Y = F(K, T \cdot L)$$

Modelo Solow-Swan con progreso tecnológico que aumenta la eficiencia del trabajo

Supuestos:

- La variable tecnológica crece a una tasa constante y exógena, $x > 0$

$$\gamma_{T(t)} \equiv \frac{\dot{T(t)}}{T(t)} = x$$

- El progreso tecnológico aumenta la eficiencia del trabajo en la tecnología de producción

$$Y = F(K, T(t) \cdot L)$$

La función de producción se desplaza continuamente hacia arriba.

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

La ecuación de inversión neta queda así

$$\dot{K} = sF(K, T(t) \cdot L) - \delta K$$

Dividiendo ambos lados por L, y utilizando la propiedad de rendimientos constantes a escala de la función de producción, obtenemos

$$\frac{\dot{K}}{L} = sF\big(k, T(t)\big) - \delta \frac{K}{L}$$

Recordemos que la deriva del capital per cápita, k, en el tiempo es

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}L - \dot{L}K}{L^2} = \frac{\dot{K}}{L} - nk$$

Combinando las dos últimas expresiones nos lleva a la siguiente ecuación fundamental

$$\dot{k} = sF\big(k, T(t)\big) - (n + \delta)k$$

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

La tasa de crecimiento del capital per cápita queda así

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{sF\big(k, T(t)\big)}{k} - (n + \delta)$$

en la que el producto per cápita va aumentando debido a la aportación de las mejoras de la tecnología.

La condición de EE obliga a que $\frac{\dot{k}}{k}$ sea constante con lo que la parte derecha de la ecuación ha de ser constante y por tanto $\frac{F(k,T(t))}{k}$ tiene que permanecer invariante en el tiempo (s, n, δ son constantes). Fijando la escala $\lambda = 1/k$, los rendimientos constantes a escala de la función de producción implican que

$$\frac{F\big(k, T(t)\big)}{k} = F\left(\frac{k}{k}, \frac{T(t)}{k}\right) = F\left(1, \frac{T(t)}{k}\right)$$

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

Si la producción por unidad de capital, $F\left(1, \frac{T(t)}{k}\right)$, da valores constantes, el término $\frac{T(t)}{k}$ no puede cambiar y tanto el numerador como el denominador se tienen que mover proporcionalmente. Así que en EE:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{T(t)}}{T(t)} = x$$

Conclusión: "el capital per cápita crece a la misma tasa que la tecnología en EE".

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

El producto per cápita que determina la función de producción es

$$y = F(k, T(t))$$

Replicando el ajuste de escala anterior tenemos que

$$\frac{y}{k} = F\left(1, \frac{T(t)}{k}\right) \quad \rightarrow \quad y = kF\left(1, \frac{T(t)}{k}\right)$$

Como $F\left(1, \frac{T(t)}{k}\right)$ es constante en EE, el producto per cápita ha de crecer a la misma tasa que el capital per cápita en EE, $\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{T(t)}}{T(t)} = x$.

Por último, el consumo per cápita es proporcional a la renta (producción) per cápita

$$c = (1 - s)y$$

lo cual conlleva la misma tasa de crecimiento en EE, $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{T(t)}}{T(t)} = x$.

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

Las variables agregadas son $K = kL$, $Y = yL$, $C = cL$. La población crece siempre a tasa constante $\frac{\dot{L}}{L} = n$. Por tanto, en EE las tasas de crecimiento de las variables agregadas son

$$\gamma_K = \gamma_Y = \gamma_C = n + x \quad ; \quad \gamma_L = n$$

Mientras que recordamos que las variables per cápita crecen en EE siempre a la misma tasa que el crecimiento de la tecnología

$$\gamma_k = \gamma_y = \gamma_c = \gamma_{T(t)} = x$$

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

¿Cómo es la dinámica de transición hacia el equilibrio a largo plazo (EE)? ¿Cómo se comporta a corto plazo la economía de Solow-Swan con progreso tecnológico exógeno?

Definimos las cantidades de capital y producción por unidad de trabajo efectivo (aumentado por la mejora tecnológica) con la siguiente notación

$$\hat{k} = \frac{K}{T(t) \cdot L} \qquad ; \qquad \hat{y} = \frac{Y}{T(t) \cdot L}$$

La función de producción agregada $Y = F(K, T(t) \cdot L)$ puede dividirse entre el trabajo efectivo para aplicando los rendimientos constantes a escala obtener

$$\hat{y} = F(\hat{k}, 1) = f(\hat{k})$$

Vamos a recordar, una vez más, la ecuación de inversión neta:

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

$$\dot{K} = sF(K, T(t)L) - \delta K$$

donde dividiendo entre trabajo efectivo y utilizando el resultado anterior se obtiene

$$\frac{\dot{K}}{T(t)L} = sf(\hat{k}) - \delta\hat{k}$$

La variación de capital por unidad de trabajo efectivo (a partir de su definición $\hat{k} = \frac{K}{T(t)L}$ y las reglas de derivación) es

$$\dot{\hat{k}} = \frac{\dot{K}T(t)L - \left(\dot{T(t)}L + \dot{L}T(t)\right)K}{T(t)^2L^2}$$

donde agrupando términos y usando los supuestos del modelo $\frac{\dot{L}}{L} = n$, $\frac{\dot{T(t)}}{T(t)} = x$, $\dot{\hat{k}}$ es

$$\dot{\hat{k}} = \frac{\dot{K}}{T(t)L} - (x+n)\hat{k}$$

Insertando el valor de $\frac{\dot{K}}{T(t)L}$ de la ecuación de la inversión nos lleva a la ecuación fundamental:

EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II) – EL PROGRESO TECNOLÓGICO

$$\dot{\hat{k}} = sf(\hat{k}) - (x + n + \delta)\hat{k}$$

que recoge la variación del capital por unidad de trabajo efectivo a corto plazo (ecuación fundamental).

Representar gráficamente la ecuación fundamental y comprobar como la economía tiende desde cualquier dotación positiva inicial al EE que se alcanza en el momento en el que la inversión (ahorro) por unidad de trabajo efectivo se iguala al coste de mantenimiento del capital por unidad de trabajo efectivo.

Formalmente, la condición de EE $\left(\dot{\hat{k}} = 0\right)$ implica:

$$sf(\hat{k}) = (x + n + \delta)\hat{k} \quad \rightarrow \quad \hat{k}^* \quad \text{constante}$$

por lo que el producto por unidad de trabajo efectivo es también constante en EE

$$\hat{y}^* = f(\hat{k}^*)$$

lo mismo que el consumo por unidad de trabajo efectivo

$$\hat{c}^* = (1 - s)\hat{y}^*$$