

Ejercicio No. 12

Crecimiento Económico 2016-2017

Profesor: Félix Jiménez

1. Considere la siguiente función de producción :

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} + BK$$

Donde Y , K y L respectivamente son el producto, el stock de capital y la fuerza laboral. A , B y α son constantes. Suponga que $0 < \alpha < 1$.

- Grafique la función en el plano (Y, K) . También grafique la recta de 45 grados. Diga si la función tiene rendimientos a escala constante, creciente o decreciente. ¿Bajo qué condiciones la productividad marginal es estrictamente mayor que cero? ¿Qué sucede con la productividad marginal cuando K tiende a infinito?
- Interprete la función de producción como un modelo de crecimiento endógeno. ¿Qué ocurre cuando $B = 0$? ¿Qué ocurre cuando $A = 0$?
- Suponga que $L = 1$. La restricción presupuestaria es $dK = sY - \delta K$. La tasa de ahorro s es exógena. δ es la tasa de depreciación. Reemplace la función de producción en la ecuación de acumulación de capital. Considere que la tasa de crecimiento $g_K = dK/K$ es una función de s, δ, n, A, B, K . Grafique esta tasa en el plano (K, g_K) . Diferencie dos casos cuando la senda de crecimiento de equilibrio está dada por $g_K = 0$ y $g_K > 0$. No se necesita estimar g_K para responder la pregunta.
- ¿Es posible que la economía crezca siempre?. ¿Qué ocurrirá con Y y K si s aumenta? Siga suponiendo que $L=1$.

2. Sea el modelo AK, $Y(t) = AK(t)$ donde $A > 0$

- Dada la función de Utilidad: $\frac{c(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$ con elasticidad de sustitución inter-temporal constante, plantee el problema de optimización del agente o familia representativa. Además, formule el respectivo Hamiltoniano, las condiciones de primer orden y la condición de transversalidad.
- Encuentre la tasa de crecimiento del consumo per cápita
- Encuentre la tasa de crecimiento del capital per cápita y diga que debe ocurrir para que sea también una tasa constante
- Encuentre el ratio c/k y diga por qué debe ser positivo

3. Supongamos una economía donde no crece la población ($n=0$) y donde la tasa de depreciación es cero. Un número elevado de empresas, todas idénticas entre sí. La función de producción de la empresa representativa es:

$$Y(t) = [K(t)]^\alpha [A(t)L]^{1-\alpha}$$

$A(t)$ mide el grado de conocimiento global. La empresa decide sobre $K(t)$ pero toma $A(t)$ como dado. $A(t)$ es común a todas las empresas y representa una medida agregada del estado del conocimiento. Pero $A(t)$ no es exógeno pues evoluciona de manera endógena con la economía; se relaciona con un proceso de aprendizaje vinculado a la inversión agregada de la economía. La inversión es considerada como

un índice de experiencia acumulada de la economía (un proceso de aprendizaje con la práctica)

$$A(t) = B \int_{-\infty}^{\infty} I(s) ds = B\psi(t) = BK(t)$$

$\psi(t) = K(t)$ es el estado de conocimiento de la economía que es exógeno para la empresa. Por esta razón es mejor utilizar solo $\psi(t)$. Por lo tanto:

$$Y(t) = [K(t)]^{\alpha} [B\psi(t)L]^{1-\alpha}$$

- a. Dada la función de Utilidad: $\frac{c(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$ con elasticidad de sustitución inter-temporal constante, plantee el problema de optimización del agente o familia representativa. Además, formule el respectivo Hamiltoniano y las condiciones de primer orden.
- b. Encuentre la tasa de crecimiento del consumo per cápita y del capital per cápita. Diga que debe ocurrir para esta última tasa sea también una tasa constante
- c. ¿Por se dice que el resultado es similar al del modelo AK?