CRECIMIENTO ECONÓMICO

SESIÓN: Contabilidad del crecimiento

Profesor: Miguel Casares



BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA



ÍNDICE

- 1. Contabilidad estándar del crecimiento y el enfoque dual (431-443)
- 2. Problemas de la contabilidad del crecimiento (443-449)
- 3. Crecimiento de la Productividad Total de los Factores (PTF) y el gasto en I+D (449-455)



CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO

Metodología empírica que tiene en cuenta el reparto del crecimiento observado del PIB en componentes asociados a las variaciones de la cantidad de factores y la tecnología de producción.

No es posible medir el progreso tecnológico directamente porque no se publican oficialmente series temporales de índices tecnológicos. Los investigadores en Economía tienen que obtener la serie como el crecimiento "residual": la mejora tecnológica es aquella parte del crecimiento del output que no queda explicada por el crecimiento de los inputs.

Residuo de Solow E DESARROLLO
DE AMÉRICA LATINA



Con carácter general, la función de producción estándar es

$$Y = F(T, K, L)$$

donde Y representa el PIB, T es el nivel de la tecnología, K es el stock de capital y L es la cantidad de trabajo. Haciendo la derivada en el tiempo y su descomposición correspondiente en derivadas parciales tenemos

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial F(\cdot)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial F(\cdot)}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial F(\cdot)}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial t}$$

Empleando la notación habitual para la variación en el tiempo y las productividades marginales

$$\dot{Y} = F_T \dot{T} + F_K \dot{K} + F_L \dot{L}$$

Dividimos ambos lados entre la producción agregada (PIB), Y

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{F_T}{Y}\dot{T} + \frac{F_K}{Y}\dot{K} + \frac{F_L}{Y}\dot{L}$$

Multiplicando y dividiendo la parte derecha por los respectivos factores:



$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{F_T T \dot{T}}{Y} + \frac{F_K K \dot{K}}{Y} + \frac{F_L L \dot{L}}{Y}$$

con lo que la parte del crecimiento debido al cambio tecnológico (neutral α $l\alpha$ Hicks) es

$$g = \left(\frac{F_T T}{Y}\right) \frac{\dot{T}}{T}$$

Si el factor tecnológico aumentara la eficiencia del trabajo (Harrod) tal y como hemos asumido en nuestros modelos de teóricos de crecimiento económico), F(T,K,L) =

$$\tilde{F}(K,TL)$$
 con lo que $F_TT = F_LL$ y $g = \left(\frac{F_LL}{Y}\right)\frac{\dot{T}}{T}$.

Despejando g de la contabilización del crecimiento y teniendo en cuenta que las tasas de crecimiento de Y, K y L se pueden calcular empíricamente, la contribución del progreso tecnológico al crecimiento puede calcularse como un "residuo" o diferencia:

$$g = \frac{\dot{Y}}{V} - \left(\frac{F_K K}{V}\right) \frac{\dot{K}}{K} - \left(\frac{F_L L}{V}\right) \frac{\dot{L}}{L}$$



Para calcular empíricamente g necesitamos conocer el valor de los productos marginales F_K y F_L , pero sus valores no pueden medirse directamente. En la práctica, los investigadores normalmente aceptan el supuesto de que los precios observados de los factores productivos son una medida de sus productos marginales al ser la condición de equilibrio resultante del comportamiento optimizador de las empresas en competencia perfecta

$$F_K = R$$
; $F_L = w$

Esto nos permite identificar las rentas laborales y del capital como

$$wL = F_L L$$
; $wK = F_K K$

e introducir la participación del capital y la participación del trabajo en la renta total como

$$s_K \equiv \frac{RK}{Y} = \frac{F_K K}{Y}$$
; $s_L \equiv \frac{wL}{Y} = \frac{F_L L}{Y}$

recordando que la renta total se absorbe plenamente con las rentas del trabajo y del capital, Y = wL + RK. Con este supuesto, la estimación de la contribución del progreso tecnológico es:

$$\hat{g} = \dot{Y}/Y - s_K(\dot{K}/K) - s_L(\dot{L}/L)$$



A menudo se utiliza la expresión "residuo de Solow" para referirse a \hat{g} , ya que fue Robert Solow (1957, Review of Economics and Statistics) quien presentó esta formulación por primera vez. También resulta habitual hablar de \hat{g} como la contribución al crecimiento de la **Productividad Total de los Factores (PTF)**. Con una función de producción neoclásica (caracterizada por los rendimientos constantes a escala), se cumple que $s_K + s_L = 1$, con lo cual el cálculo de \hat{g} se simplifica a

$$\hat{g} = \dot{Y}/Y - s_K(\dot{K}/K) - (1 - s_K)(\dot{L}/L)$$

En términos de unidades de trabajo (o en términos per cápita si la población y la población activa coinciden, como habitualmente asumimos por simplicidad en los modelos de crecimiento económico), el residuo de Solow (contribución de PTF al crecimiento) es

$$\hat{g} = \dot{y}/y - s_K(\dot{k}/k)$$

con y=Y/L , k=K/L, y las tasas de crecimiento de los cocientes $\dot{y}/y=\dot{Y}/Y-\dot{L}/L$ y $\dot{k}/k=\dot{K}/K-\dot{L}/L$.



Consideraciones sobre la medición de los factores para el cálculo del residuo de Solow.

- El capital, K, ha de presentar los flujos de servicios del capital físico \Rightarrow "horas máquina" totales, midiendo la intensidad con la que se utiliza el capital físico (maquinaria, equipos, ordenadores, etc.) instalado. Se consigue la serie temporal publicada del gasto en inversión en capital físico, y una vez que se conocen la tasa de depreciación promedio del capital y el stock inicial, la serie de capital se construye de la siguiente manera:

$$K(t+1) = K(t) - \delta K(t) + I(t)$$

- El trabajo, L, se mide como el número de horas trabajadas totales. Por tanto sobre el dato de población activa deben introducirse los ajustes correspondientes a la tasa de participación de la mano de obra, la tasa de desempleo y las horas trabajadas por trabajador.
- La calidad de los factores no tiene porque ser la misma a lo largo del tiempo. Jorgenson y Griliches (1967, *Review of Economic Studies*) demostraron que una fracción considerable del residuo de Solow podía explicarse a través de los cambios en la calidad de los factores. Para incluir mejoras de la calidad en el trabajo suelen ponderarse la horas totales de acuerdo a diferentes...



...categorías de escolarización o de experiencia laboral para que el trabajo efectivo tenga una cantidad mayor de horas equivalentes de trabajo no cualificado.

Las mejoras de calidad en el capital pueden introducirse a través del cálculo de las rentabilidades de la inversión efectuada con distintos tipos y generaciones de capital. En general, se supone que la calidad del capital nuevo es superior a la del capital viejo.

Siguiendo la metodología de Jorgenson y Griliches (es decir, incorporando medidas de

calidad en la contabilización de los factores productivos), el libro de texto recopila

resultados empíricos de la contabilidad del crecimiento para los países más avanzados

(OCDE), los países de América Latina y los países de Asia Oriental.

Las siguientes diapositivas recogen los resultados en unas tablas que constan de 5 columnas: nombre del país, tasa de crecimiento del PIB (\dot{Y}/Y) , contribución del capital $(s_K(\dot{K}/K))$, contribución del trabajo $((1-s_K)(\dot{L}/L))$ y contribución del progreso tecnológico $(\hat{g}, \text{ residuo de Solow})$.



Table 10.1
Growth Accounting for a Sample of Countries

Contabilidad del crecimiento

Países de la OCDE desde 1947 a 1973; Christensen, Cummins y Jorgenson (1980). Japón 4% de crecimiento debido a PTF.

Contribuciones muy relevantes

de PTF.

Países de la OCDE desde 1960 a 1995; Jorgeson y Yip (2001). Menores tasas de crecimiento. Ralentización del crecimiento de la productividad PTF.

Country	(1) Growth Rate of GDP	(2) Contribution from Capital	(3) Contribution from Labor	(4) TFP Growth Rate
	Panel	A: OECD Countries, 19	947–73	
Canada	0.0517	0.0254	0.0088	0.0175
$(\alpha = 0.44)$		(49%)	(17%)	(34%)
France	0.0542	0.0225	0.0021	0.0296
$(\alpha = 0.40)$		(42%)	(4%)	(54%)
Germany ^b	0.0661	0.0269	0.0018	0.0374
$(\alpha = 0.39)$		(41%) —	(3%)	(56%)
Italy ^b	0.0527	0.0180	0.0011	0.0337
$(\alpha = 0.39)$		(34%)	(2%)	(64%)
Japan ^b	0.0951	0.0328	0.0221	0.0402
$(\alpha = 0.39)$		(35%)	(23%)	(42%)
Netherlands ^c	0.0536	0.0247	0.0042	0.0248
$(\alpha = 0.45)$		(46%)	(8%)	(46%)
$U.K.^d$	0.0373	0.0176	0.0003	0.0193
$(\alpha = 0.38)$		(47%)	(1%)	(52%)
Ù.S.	0.0402	0.0171	0.0095	0.0135
$(\alpha = 0.40)$		(43%)	(24%)	(34%)
	Panel	B: OECD Countries, 19	60-95	
Canada	0.0369	0.0186	0.0123	0.0057
$(\alpha = 0.42)$		(51%)	(33%)	(16%)
France	0.0358	0.0180	0.0033	0.0130
$(\alpha = 0.41)$		(53%)	(10%)	(38%)
Germany	0.0312	0.0177	0.0014	0.0132
$(\alpha = 0.39)$		(56%)	(4%)	(42%)
Italy	0.0357	0.0182	0.0035	0.0153
$(\alpha = 0.34)$		(51%)	(9%)	(42%)
Japan	0.0566	0.0178	○ ○ 0.0125	0.0265
$(\alpha = 0.43)$		(31%)	(22%)	(47%)
e U.K.	0.0221	0.0124	0.0017	0.0080
$(\alpha = 0.37)$		(56%)	(8%)	(36%)
U.S.	0.0318	0.0117	0.0127	0.0076
$(\alpha = 0.39)$		(37%)	(40%)	(24%)



Contabilidad del crecimiento

Países de América Latina 1940 a 1990; Elías (1990)

Tasas de crecimiento medias con poco aportación del crecimiento tecnológico (PTF).

Países de Asia Oriental desde 1966 a 1990; Young (1995)

¡Sorpresa! Aportación pequeña al milagro económico del crecimiento tecnológico (Singapur). Mayor peso del capital y el trabajo.

Table 10.1	
(Continued)	

Country	(1) Growth Rate of GDP	(2) Contribution from Capital	(3) Contribution from Labor	(4) TFP Growth Rate		
Panel C: Latin American Countries, 1940–90						
			\sim	0.0054		
Argentina	0.0279	0.0128	0.0097	0.0054		
$(\alpha = 0.54)$	0 0 5 5 0 D D D	(46%)	(35%)	(19%)		
Brazil	0.0558	0.0294	0.0150	0.0114		
$(\alpha = 0.45)$		(53%)	(27%)	(20%)		
Chile	0.0362	0.0120	0.0103	0.0138		
$(\alpha = 0.52)$		(33%)	(28%)	(38%)		
Colombia	0.0454	0.0219	0.0152	0.0084		
$(\alpha = 0.63)$		(48%)	(33%)	(19%)		
Mexico	0.0522	0.0259	0.0150	0.0113		
$(\alpha = 0.69)$		(50%)	(29%)	(22%)		
Peru	0.0323	0.0252	0.0134	-0.0062		
$(\alpha = 0.66)$		(78%)	(41%)	(-19%)		
Venezuela	0.0443	0.0254	0.0179	0.0011		
$(\alpha = 0.55)$		(57%)	(40%)	(2%)		
	Panel I	: East Asian Countries,	1966–90			
Hong Kong ^ℓ	0.073	0.030	0.020	0.023		
$(\alpha = 0.37)$	0.073	(41%)	(28%)	(32%)		
	0.097	0.056	0.029	0.002		
Singapore (α = 0.49)	0.087	(65%)	(33%)	(2%)		
	0.102	the state of the s				
South Korea	0.103	0.041	0.045	0.017		
$(\alpha = 0.30)$		(40%)	(44%)	(16%)		
Taiwan	0.094	0.032	0.036	0.026		
$(\alpha = 0.26)$		(34%)	(39%)	(28%)		



Nota. ¿Estimaciones basadas en regresiones?

Para calcular las contribuciones al crecimiento económico de las tablas anteriores se han obtenido los valores promedio a lo largo del periodo de las series de las variables. El residuo de Solow es la parte de la tasa de crecimiento promedio del PIB que no queda explicado por las contribuciones del trabajo y del capital, para un valor fijo estimado de la participación del capital, $s_K = \alpha$.

Si hubiéramos empleado técnicas econométricas para obtener una regresión lineal podríamos disponer de una serie temporal de residuos de Solow como la diferencia entre el valor observado y el valor de predicción de la estimación. Esta técnica tiene una ventaja (no necesita estimar previamente la participación del capital), pero 3 inconvenientes:

- i) No podemos garantizar que las variables independientes, \dot{K}/K y \dot{L}/L sean exógenas en relación a las variaciones de la PTF.
- ii) Los problemas de medición de las variables independientes se arrastrarían a la estimación.
- iii) Las participaciones de los factores o incluso la tasa de crecimiento de PTF pueden variar en el tiempo.

12



El enfoque dual.

Aprovechando la identidad entre producción y renta, y la descomposición de esta última entre rentas del capital y rentas del trabajo

$$Y = RK + wL$$

podemos descomponer la tasa de crecimiento del PIB de la siguiente manera

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = s_K \left(\frac{\dot{R}}{R} + \frac{\dot{K}}{K}\right) + s_L \left(\frac{\dot{w}}{w} + \frac{\dot{L}}{L}\right)$$

Recordando el resultado anterior el estimador de la estimación de la contribución al crecimiento

de TFP, $\hat{g} = \dot{Y}/Y - s_K(\dot{K}/K) - s_L(\dot{L}/L)$, vamos a insertar el valor de $\frac{Y}{v}$ y obtener

$$\hat{g} + s_K(\dot{K}/K) + s_L(\dot{L}/L) = s_K \left(\frac{\dot{R}}{R} + \frac{\dot{K}}{K}\right) + s_L \left(\frac{\dot{w}}{w} + \frac{\dot{L}}{L}\right)$$

$$\hat{g} = s_K \left(\frac{\dot{R}}{R}\right) + s_L \left(\frac{\dot{w}}{w}\right)$$

$$\hat{g} = s_K \left(\frac{R}{R}\right) + s_L \left(\frac{\dot{w}}{w}\right)$$



$$\widehat{g} = s_K \left(\frac{\dot{R}}{R}\right) + s_L \left(\frac{\dot{w}}{w}\right)$$

El enfoque dual determina la estimación del residuo de Solow como una combinación de las variaciones ponderadas de la retribución a los factores productivos (rentabilidad del capital y salario). Este enfoque resulta más sencillo porque únicamente requiere la información sobre las series de salario y rentabilidad del capital que suelen publicarse por las agencias de Estadística oficiales (gubernamentales o internacionales). No obstante, requieren el cumplimiento del resultado de equilibrio en mercado competitivos, el cual puede ser directamente inaceptable porque no incorpora rentas a los propietarios de las empresas (beneficios, dividendos).

Hsieh (2002, American Economic Review) calcula distintas estimaciones de las tasas de crecimiento primarias (contabilidad estándar) y duales (contabilidad basada en los precios de los factores):



Table 10.2
Primal and Dual Estimates of TFP Growth Rates

Country	Primal Estimate	Dual Estimate
Hong Kong, 1966–91	0.023	0.027
Singapore, 1972–90	-0.007	0.022
South Korea, 1966–90	0.017	0.015
Taiwan, 1966–90	0.021	0.037

Hsieh (2002, American Economic Review)

Contabilidad estándar (*Primal Estimate*)

$$\hat{g} = \dot{Y}/Y - s_K(\dot{K}/K) - (1 - s_K)(\dot{L}/L)$$

Contabilidad estándar (*Dual Estimate*)

$$\widehat{g} = s_K \left(\frac{\dot{R}}{R}\right) + s_L \left(\frac{\dot{w}}{w}\right)$$

Notables diferencias → Singapur



Vamos a presentar tres tipos de problemas que pueden surgir en la contabilidad del crecimiento:

- i) Rendimientos crecientes con *spillovers* (ver modelo de aprendizaje a través de la experiencia de Romer, sesión 7).
- ii) Impuestos (ver ampliaciones al modelo de Ramsey extendido con sector público e impuestos, sesión 6).
- iii) Diversos tipos de factores a la Jorgenson y Griliches (1967).

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA



Rendimientos crecientes con spillovers

El aprendizaje a través de la experiencia en el uso y acumulación de capital físico puede mejorar la eficiencia productiva (tecnológica) del trabajo → Modelo de aprendizaje a través de la experiencia (Romer).

Función de producción neoclásica con progreso tecnológico potenciador del trabajo para la empresa representativa \boldsymbol{i}

$$Y_i = F(K_i, A_i L_i)$$

con tecnología tipo Cobb-Douglas

$$Y_i = K_i^{\alpha} (A_i L_i)^{1-\alpha}$$

La variable del conocimiento la determina el stock de capital agregado (resultado del aprendizaje obtenido con **todas** las inversiones pasadas de **todas** las empresas)

$$A_i = AK^{\beta/(1-\alpha)}$$

con $\beta > 0$ (en la sesión 7 se consideró el caso particular $\beta = 1 - \alpha$). Insertando $A_i = K^{\beta}$ en la función de producción:



$$Y_i = AK_i^{\alpha}K^{\beta}L_i^{1-\alpha}$$

El capital por trabajador es $k\equiv K/L$ para el conjunto de la economía y $k_i\equiv K_i/L_i$, que podemos sustituirlo en la función de producción para obtener

$$Y_i = A(k_i L_i)^{\alpha} K_i^{\alpha} (kL)^{\beta} L_i^{1-\alpha} = A k_i^{\alpha} k^{\beta} L_i L^{\beta}$$

Todas las empresas son idénticos por lo que en equilibrio $k_i=k$, dejando la función de producción individual

$$Y_i = Ak^{\alpha+\beta}L_iL^{\beta}$$

que puede sumarse para todas las empresas y obtener la función de producción del conjunto de la economía (PIB)

$$Y = Ak^{\alpha+\beta}L^{1+\beta}$$

$$con L = \sum_{i} L_{i}$$
.

Si tomamos logaritmos naturales (neperianos) en la función de producción agregada

$$logY = logA + (\alpha + \beta)logk + (1 + \beta)logL$$

y efectuamos la derivada en el tiempo:



$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + (\alpha + \beta)\frac{\dot{k}}{k} + (1 + \beta)\frac{\dot{L}}{L}$$

recordando que $\frac{\partial log X}{\partial t} = \frac{\partial log X}{\partial X} \frac{\partial log X}{\partial t} = \frac{1}{X} \dot{X} = \frac{\dot{X}}{X}$ para cualquier variable temporal X. Vamos a reutilizar la notación de la estimación del residuo de Solow como la tasa de crecimiento de

la variable tecnológica como $\hat{g}=\frac{\dot{A}}{A}$ y notando que $\frac{\dot{k}}{k}=\frac{\dot{K}}{K}-\frac{\dot{L}}{L'}$ obtenemos

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \hat{g} + (\alpha + \beta) \left(\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}\right) + (1 + \beta) \frac{\dot{L}}{L} = \hat{g} + (\alpha + \beta) \left(\frac{\dot{K}}{K}\right) + (1 - \alpha) \frac{\dot{L}}{L}$$

y despejamos el residuo de Solow para este modelo con spillovers de conocimiento

$$\hat{g} = \frac{\dot{Y}}{Y} - (\alpha + \beta) \left(\frac{\dot{K}}{K}\right) - (1 - \alpha) \frac{\dot{L}}{L}$$

En comparación con el coeficiente de la participación del capital $s_K = \alpha$, los progresos tecnológicos endógenos aumentan la contribución del crecimiento del capital físico al



crecimiento económico, con un coeficiente $\alpha + \beta > \alpha$. De hecho parece más lógico vincular esta contribución del capital al propio progreso tecnológico y calcular el residuo de Solow cuando existen *spillovers* del conocimiento de la siguiente manera

$$\hat{g} = \frac{\dot{A}}{A} + \beta \left(\frac{\dot{K}}{K}\right) = \frac{\dot{Y}}{Y} - \alpha \left(\frac{\dot{K}}{K}\right) - (1 - \alpha) \frac{\dot{L}}{L}$$

que incluye el crecimiento exógenos de la variable tecnológica y la contribución endógena por el aprendizaje en el uso e instalación del capital. Previsiblemente la valoración empírica de este residuo de Solow es mayor y supondrá una contribución más significativa a la contabilidad del crecimiento económico. Un problema añadido (y habitual en todas las estimaciones empíricas de la contabilidad del crecimiento) es la posible simultaneidad en la variabilidad del crecimiento tecnológico exógeno y endógeno (un $\dot{A}>0$ podría explicar un $\dot{K}>0$ por la mayor productividad marginal del capital).



Impuestos

En la mayoría de los casos, los impuestos no afectan a los cálculos del crecimiento de PTF:

- → si los ingresos netos de las empresas están sujetos a impuestos (es decir, tanto los salarios como el gasto en adquisición del capital son deducibles para la cuota de imposición tributaria)
- → si los salarios y las rentras del capital están sujetos a imposición a nivel de los hogares Veremos dos casos en los que sí hay un efecto en la contabilidad del crecimiento a tener en cuenta por la imposición.

En el caso de que únicamente la depreciación del capital y el pago de salarios fueran deducibles para las empresas, como vimos en la sesión 6, la demanda de capital óptima de la empresa maximizadora del beneficio en competencia perfecta implica que en equilibrio

$$F_K = \frac{r}{1 - \tau} + \delta$$

donde au>0 es el tipo impositivo. La expresión de la contabilidad del crecimiento implica esta contribución del progreso tecnológico:



$$g = \dot{Y}/Y - \left[\left(\frac{r}{1-\tau} + \delta \right) \frac{K}{Y} \right] (\dot{K}/K) - s_L(\dot{L}/L)$$

que coincidiría con la de la contabilidad estándar si $\left[\left(\frac{r}{1-\tau} + \delta\right)\frac{K}{Y}\right] = s_K = \frac{RK}{Y}$. Podríamos asumir que la renta del capital incluye los rendimientos brutos (antes de impuestos) y la depreciación del capital para hacer ambas metodologías equivalentes.

En el caso de un tipo impositivo único $\tau > 0$ sobre la cantidad producida (o las ventas), las empresas deciden sus demandas de capital y trabajo óptimas cumpliendo con las condiciones:

$$F_K = \frac{R}{1-\tau}$$
 ; $F_L = \frac{w}{1-\tau}$

y la expresión de la contabilidad del crecimiento queda de la siguiente manera

$$g = \dot{Y}/Y - \left[\left(\frac{R}{1 - \tau} \right) \frac{K}{Y} \right] (\dot{K}/K) - \left[\left(\frac{w}{1 - \tau} \right) \frac{L}{Y} \right] (\dot{L}/L)$$

La producción vía renta se obtiene sumando las retribuciones a los factores y el pago de impuestos $Y = RK + wL + \tau Y$, con lo que los términos en corchetes coinciden, respectivamente, con s_K y s_L resultando exactamente la misma expresión que la de la contabilidad estándar.



Si el tipo impositivo fuera diferente para cada factor productivo (en el mundo real la imposición sobre el capital τ_K suele ser más gravosa que la que se efectúa al trabajo τ_L), las condiciones de equilibrio son

$$F_K = \frac{R}{1 - \tau_K} \quad ; F_L = \frac{w}{1 - \tau_L}$$

y la expresión de la contabilidad del crecimiento queda así

$$g = \dot{Y}/Y - \left(\frac{1+\tau_K}{1+\tau}\right) s_K(\dot{K}/K) - \left(\frac{1+\tau_L}{1+\tau}\right) s_L(\dot{L}/L)$$

donde au es ahora el promedio de los tipos impositivos calculado así

$$\tau = s_K \tau_K + s_L \tau_L$$

En este caso, la ponderación que se le da a cada factor ha de ser mayor que su participación si está sujeto a una imposición superior al tipo impositivo promedio.



Diversos tipos de factores

En el mundo real pueden observarse diferentes tipos o calidades de factores productivos, tanto en el caso del capital físico como en el caso del trabajo (podría ser una diferenciación simplemente sectorial). Al incorporarlos a la metodología de la contabilidad del crecimiento la función de producción puede recoger contribuciones específicas para esta variedad de factores. En el caso más sencillo con 2 tipos de trabajo y capital tendríamos

$$Y = F(A, K_1, K_2, L_1, L_2)$$

La tasa de crecimiento estimada correctamente para PTF en este caso es

$$g = \frac{\dot{Y}}{Y} - \left(\frac{R_1 K_1}{Y}\right) \left(\frac{\dot{K_1}}{K_1}\right) - \left(\frac{R_2 K_2}{Y}\right) \left(\frac{\dot{K_2}}{K_2}\right) - \left(\frac{w_1 L_1}{Y}\right) \left(\frac{\dot{L_1}}{L_1}\right) - \left(\frac{w_2 L_2}{Y}\right) \left(\frac{\dot{L_2}}{L_2}\right)$$

Se requiere un mayor esfuerzo para la obtención de los datos necesarios pero puede incorporar los cambios en la composición sectorial de la economía u otras cuestiones relevantes como el éxodo rural.



Las teorías del crecimiento endógeno de las sesiones 9, 10 y 11 otorgan un papel clave a la decisión de inversión en I+D como factor determinante del crecimiento económico.

Vamos a estudiar como incorporar el gasto en I+D a la contabilidad del crecimiento a través de su influencia en la tasa de crecimiento de la tecnología.

Recordaremos el modelo que permite incrementar el número de bienes intermedios utilizados en la producción del bien final (sesión 9) y el modelo en el que se puede mejorar la calidad (eficiencia tecnológica) de los bienes intermedios existente (sesión 10), en ambos casos a través de destinar recursos a la inversión en I+D.

BANCO DE DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA



Modelo con variedades de productos

La función de producción agregada resultante en el modelo con innovación para crear nuevos productos intermedios es

$$Y = TL^{1-\alpha}N^{1-\alpha}X^{\alpha}$$

En la sesión 9 obtuvimos esta expresión con notación para la variable tecnológica como A. Este modelo no considera la utilización de capital físico, K, en la función de producción aunque se podrán identificar como los bienes intermedios para los procesos productivos, X. Los productores del bien final demandan trabajo hasta que la productividad marginal se iguala con el salario

$$\frac{(1-\alpha)Y}{L} = w$$

por lo que la participación de la renta de trabajo es la habitual

$$s_L = \frac{wL}{Y} = 1 - \alpha$$



Los productores de los bienes finales en competencia perfecta demandan una cantidad que maximiza su beneficio, igualando el producto marginal de cada bien intermedio ($\alpha Y/X$) a su precio ($1/\alpha$)

$$\frac{\alpha Y}{X} = 1/\alpha$$

Por lo tanto la participación de la renta gastada en la adquisición de bienes intermedios es

$$s_X = \frac{(1/\alpha)X}{Y} = \alpha$$

La tasa de crecimiento de la producción agregada (tomando logaritmos en $Y = TL^{1-\alpha}N^{1-\alpha}X^{\alpha}$ para luego hacer la derivada en el tiempo) queda así

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{T}}{T} + (1 - \alpha)\frac{\dot{L}}{L} + (1 - \alpha)\frac{\dot{N}}{N} + \alpha\frac{\dot{X}}{X}$$

Vamos a considerar que la estimación de la contribución al crecimiento del progreso tecnológico incluye tanto su componente exógeno como su componente endógeno $g = \frac{\dot{T}}{T} + (1-\alpha)\frac{\dot{N}}{N}$

$$g = \frac{\dot{T}}{T} + (1 - \alpha) \frac{\dot{N}}{N}$$



Combinando las dos expresiones anteriores, obtenemos

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = g + (1 - \alpha)\frac{\dot{L}}{L} + \alpha\frac{\dot{X}}{X}$$

Y siguiendo el enfoque habitual del residuo de Solow la estimación de la tasa de crecimiento de PTF es

$$\hat{g} = \dot{Y}/Y - s_L(\dot{L}/L) - s_X(\dot{X}/X)$$

En el modelo del capítulo 6 la cantidad de recursos gastados en I+D para crear una nueva variedad es $\eta > 0$. Si el gasto total en I+D lo denotamos directamente como I + D, el número de variedades creadas (es decir, la variación en el número de bienes intermedios) es

$$\dot{N} = \frac{I + D}{\eta}$$

La tasa de crecimiento del número de variedades es

$$\frac{\dot{N}}{N} = \frac{I + D}{\eta N}$$

En equilibrio, la libre entrada de empresas innovadoras garantiza que el valor de mercado de dichas empresas coincide con su coste de entrada η .



El valor de mercado de todas las empresas será $N\eta$ con lo que la expresión anterior puede reescribirse como

$$\frac{\dot{N}}{N} = \frac{I + D}{Valor \ de \ mercado \ de \ las \ empresas \ de \ I + D}$$

Griliches (1988) encuentra que en Estados Unidos las tasas de rendimiento de la inversión en I+D están entre el 20% y el 40%. Coe y Helpman(1995) aplican este enfoque a datos de países de la OCDE y hallan retornos sorprendentemente elevados, próximos e incluso superiores al 100%.

Recordando que $g=\frac{\dot{T}}{T}+s_L\frac{\dot{N}}{N}$ tendríamos un aporte al crecimiento tecnológico muy relevante a través de su componente endógeno. Aunque puede haber problemas de simultaneidad (causalidad invertida) que generen resultados erróneos en el análisis econométrico \rightarrow el gasto en I+D puede estar respondiendo a un alto crecimiento tecnológico debido a factores exógenos. En este caso sería necesario introducir variables instrumentales que no estuvieran correlacionadas ni

$$\operatorname{con} \frac{\dot{T}}{T} \operatorname{ni} \operatorname{con} \frac{I+D}{Valor \ de \ mercado \ de \ las \ empresas \ de \ I+D}.$$



Modelos de escalas de calidad

Del modelo desarrollado en la sesión 10, en el que la innovación permitía mejorar la calidad de los bienes intermedios existentes, obtuvimos la función de producción agregada

$$Y = TL^{1-\alpha}X^{\alpha}Q^{1-\alpha}$$

donde nuevamente el factor tecnológico externo aparece con notación T en lugar de A. La variable Q es un índice agregado de calidad

$$Q = \sum_{j=1}^{N} q^{\kappa_j \alpha/(1-\alpha)}$$

donde κ_j es la escala más elevada de calidad alcanzada en el momento actual en el sector j, el número de bienes intermedios sujetos a mejoras de calidad es fijo e igual a N y el coeficiente técnico q>1 representa el factor de ajuste aplicado a cada mejora de calidad. Tomando logaritmos y la derivada en el tiempo en la función de producción obtenemos la siguiente descomposición para la tasa de crecimiento de la producción agregada (PIB):



$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{T}}{T} + (1 - \alpha)\frac{\dot{L}}{L} + \alpha\frac{\dot{X}}{X} + (1 - \alpha)\frac{\dot{Q}}{Q}$$

Como ya hemos explicado para el modelo con variedades de productos, la participación de las rentas del trabajo en la renta total es

$$s_L = \frac{wL}{Y} = 1 - \alpha$$

mientras que la participación en la renta que supone el gasto en bienes intermedios es

$$s_X = \frac{(1/\alpha)X}{Y} = \alpha$$

Aplicando el enfoque habitual de la contabilidad del crecimiento llegamos a la siguiente estimación de la tasa de crecimiento de la tecnología (y del residuo de Solow)

$$\hat{g} = \frac{\dot{T}}{T} + s_L \frac{\dot{Q}}{Q} = \dot{Y}/Y - s_L(\dot{L}/L) - s_X(\dot{X}/X)$$



$$\hat{g} = \frac{\dot{T}}{T} + s_L \frac{\dot{Q}}{Q}$$

La tasa de crecimiento del indicador de calidad, \dot{Q}/Q , depende del ratio del gasto total en I+D sobre el valor de mercado de las empresas de I+D (de manera similar aunque no idéntica a como ocurría en el modelo de variedades)

$$\dot{Q}/Q = \left[1 - q^{-\alpha/(1-\alpha)}\right] \frac{(I+D)}{Valor\ de\ mercado\ de\ las\ empresas\ de\ I+D}$$

donde podemos observar que un valor mayor para el factor de ajuste de calidad con cada innovación, q>1, aumenta la rentabilidad de la inversión en I+D y su efecto sobre el \dot{Q}/Q . Al término $\left[1-q^{-\alpha/(1-\alpha)}\right]$ se le conoce como el coeficiente de obsolescencia y su efecto es reductor sobre la tasa de crecimiento de la calidad de la tecnología de producción. La estimación directa de la contribución del progreso tecnológico al crecimiento económico (con sus componentes exógeno y endógeno) queda así:



$$\hat{g} = \frac{\dot{T}}{T} + s_L \frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{\dot{T}}{T} + s_L \left[1 - q^{-\alpha/(1-\alpha)}\right] \frac{(I+D)}{Valor\ de\ mercado\ de\ las\ empresas\ de\ I+D}$$

Dado que el término $\left[1-q^{-\alpha/(1-\alpha)}\right]$ es estrictamente inferior a la unidad, podemos observar un efecto menor de la tasa de rentabilidad del gasto en I+D al crecimiento tecnológico endógeno y al crecimiento estimado de la PTF que el que se deduce del modelo con variedades de productos.

Esta reducción del impacto de la I+D puede ser muy significativa. A modo de ejemplo numérico, si q=1.25 (25% mejora de calidad en cada salto de escala) y $\alpha=0.40$ el factor reductor que supone el coeficiente de obsolescencia es $1-1.25^{-\frac{.4}{1-.6}}=1-1.25^{-\frac{.4}{.4}}=1-1.25^{-1}=1-0.8=0.2$

$$1 - 1.25^{-\frac{.4}{1-.6}} = 1 - 1.25^{-\frac{.4}{.4}} = 1 - 1.25^{-1} = 1 - 0.8 = 0.2$$