COLECCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS con soluciones

CRECIMIENTO ECONÓMICO

MIGUEL CASARES

Esta colección de ejercicios pretende mostrar las múltiples posibilidades de aplicación de los modelos teóricos de crecimiento económico a casos reales con resultados numéricos. El libro de texto incorpora, al final de cada capítulo, una serie de ejercicios de corte teórico que pueden también plantearse como trabajo a realizar durante el desarrollo del curso. Mi intención, no obstante, es la de proponer ejercicios numéricos que faciliten la comprensión de los modelos teóricos y permitan entender su aplicabilidad a partir del uso de datos reales. El estudiante podría comprobar fácilmente los efectos que tiene una modificación de alguno de los parámetros del modelo sobre el resultado de las variables endógenas en estado estacionario o en su dinámica de corto plazo. Las últimas dos sesiones se dedican al análisis de datos sobre contabilidad del crecimiento y convergencia económica y se proponen sendos ejercicios a partir de datos reales.

EJERCICIOS - EL MODELO NEOCLÁSICO DE SOLOW Y SWAN (II)

1. Existe una economía caracterizada por el modelo de Solow-Swan con progreso tecnológico potenciador del trabajo. Su función de producción es $Y = K^{\alpha}(TL)^{1-\alpha}$. En esta economía sabemos que la tasa de ahorro es del 15% (s=0,15), la depreciación del capital es del 4% por periodo (δ=0,04) y la población crece a un ritmo constante del 2% en cada periodo (n=0,02). En la función de producción, se conoce que α=0,5. En cuanto a la tecnología, crece a una tasa constante del 1,5% por periodo (x=0,015).

i) Calcular el capital por unidad de trabajo efectivo en el estado estacionario. Representa gráficamente el estado estacionario.

ii) Hallar el valor numérico de las tasas de crecimiento en el estado estacionario del capital por unidad de trabajo efectivo, del capital per cápita y del capital agregado.

iii) Si en el momento actual el capital per cápita es k(0)=3 y la variable que mide la tecnología es T(0)=1,5, ¿Qué valor tendrá el capital por unidad de trabajo efectivo del periodo siguiente, $\hat{k}(1)$? ¿Y el capital per cápita del periodo siguiente, k(1)? ¿Qué valores toman sus tasas de crecimiento?

Soluciones:

i) $\hat{k}^* = 4$. La representación gráfica del estado estacionario puede efectuarse a partir de la ecuación fundamental en la intersección entre la curva de ahorro y la recta (con pendiente constante y positiva) que mide los costes de mantenimiento del capital por unidad de trabajo efectivo, o bien a partir de la tasa de crecimiento del capital por unidad de trabajo efectivo en la intersección entre la curva de ahorro y la recta horizontal que mide los costes marginales del mantenimiento del capital.

ii) $\gamma_{\hat{k}^*} = 0 \quad \gamma_{k^*} = x = 0{,}015\ (1{,}5\%) \quad \gamma_{K^*} = x + n = 0{,}035\ (3{,}5\%)$

iii) $\hat{k}(1) = 2{,}0621 \quad k(1) = 3{,}1399 \quad \gamma_{\hat{k}(0)} = \frac{\dot{\hat{k}}(0)}{\hat{k}(0)} = 0{,}0311\ (3{,}11\%) \quad \gamma_{k(0)} = \frac{\dot{k}(0)}{k(0)} = 0{,}0466\ (4{,}66\%)$

2. Una economía evoluciona según establece el modelo Solow-Swan con una función de producción Cobb-Douglas a la que se le incorpora progreso tecnológico potenciador del trabajo y está caracterizada por los siguientes valores numéricos de sus parámetros: α=0,5, s=0,25, δ=0,05, n=0,03 y x=0,02. En el momento actual, se conoce que esta economía tiene 8 millones de habitantes, un consumo agregado de 16 millones de unidades y su variable tecnológica tiene un valor igual a 1,5.

i) Escribir la ecuación fundamental y hallar la variación del capital por unidad de trabajo efectivo para el siguiente periodo.

ii) Calcular el consumo agregado para el periodo siguiente y su tasa de crecimiento.

iii) Hallar el capital por unidad de trabajo efectivo en el estado estacionario. ¿Se encuentra esta economía en estado estacionario? Representar gráficamente la situación actual y describir la evolución que tendrá esta economía en el futuro. ¿A qué tasa crecerá el consumo agregado en el estado estacionario?

Soluciones:

i) $\dot{\hat{k}}(0) = 0{,}25\sqrt{\hat{k}(0)} - 0{,}1 \cdot \hat{k}(0) = 0{,}25\sqrt{3{,}1605} - 0{,}1 \cdot (3{,}1605) = 0{,}1284$

ii) $C(1) = 17{,}158\ millones \quad , \quad \gamma_{C(0)} = \frac{\dot{C}(0)}{C(0)} = \frac{17{,}158-16}{16} = 0{,}0724\ (7{,}24\%)$

iii) $\hat{k}^* = 6{,}25$, la economía no está en el momento actual en estado estacionario, $\gamma_{C^*} = x + n = 0{,}05\ (5\%)$

3. Una economía se comporta de acuerdo al modelo Solow-Swan con progreso tecnológico potenciador del trabajo recogido por la función de producción Cobb-Douglas $Y = K^{\alpha}(TL)^{1-\alpha}$ con α=0,5. Se conoce que la población crece un 2% por periodo (n=0,02), el capital se deprecia un 8% cada periodo (δ=0,08) y la variable tecnológica mejora crece un 2% por periodo (x=0,02). También se conoce que en el estado estacionario de esta economía el producto por unidad de trabajo efectivo es $\hat{y}^* = 1{,}5$.

i) Hallar la tasa de ahorro, s.

ii) En la actualidad, cada trabajador dispone de una unidad de capital físico, k(0)=1, mientras que la variable tecnológica toma un valor T(0)=2. Hallar la variación del capital por unidad de trabajo efectivo y mostrarla gráficamente comparándola con la obtenida en el estado estacionario. ¿Qué evolución de esta variable cabría esperar a corto y largo plazo?

iii) Calcular la tasa de crecimiento del producto per cápita entre el periodo 0 y el periodo 1 y compararla con la del estado estacionario.

Soluciones:

i) $s = 0{,}18$

ii) $\dot{\hat{k}}(0) = 0{,}0673$, dado el valor inicial del capital por unidad de trabajo efectivo $\hat{k}(0) = 0{,}5$ la ecuación fundamental indica un incremento para los futuros periodos hasta que se alcance el estado estacionario con $\hat{k}^* = 2{,}25$

iii) $\gamma_{y(0)} \equiv \frac{\dot{y}(0)}{y(0)} = \frac{y(1)-y(0)}{y(0)} = \frac{1{,}5368-1{,}4142}{1{,}4142} = 0{,}0867\ (8{,}67\%)$

$\gamma_{y(0)} = 0{,}0867 > \gamma_{y^*} = 0{,}02$