COLECCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS con soluciones

CRECIMIENTO ECONÓMICO

MIGUEL CASARES

Esta colección de ejercicios pretende mostrar las múltiples posibilidades de aplicación de los modelos teóricos de crecimiento económico a casos reales con resultados numéricos. El libro de texto incorpora, al final de cada capítulo, una serie de ejercicios de corte teórico que pueden también plantearse como trabajo a realizar durante el desarrollo del curso. Mi intención, no obstante, es la de proponer ejercicios numéricos que faciliten la comprensión de los modelos teóricos y permitan entender su aplicabilidad a partir del uso de datos reales. El estudiante podría comprobar fácilmente los efectos que tiene una modificación de alguno de los parámetros del modelo sobre el resultado de las variables endógenas en estado estacionario o en su dinámica de corto plazo. Las últimas dos sesiones se dedican al análisis de datos sobre contabilidad del crecimiento y convergencia económica y se proponen sendos ejercicios a partir de datos reales.

EJERCICIOS - MODELOS DE CRECIMIENTO ENDÓGENO CON COMPORTAMIENTO OPTIMIZADOR (I)

1. Modelo de crecimiento endógeno el modelo con aprendizaje mediante la experiencia. La función de producción Cobb-Douglas en el modelo con aprendizaje mediante la experiencia es $Y_i = A(K_i)^{\alpha}(KL_i)^{1-\alpha}$ con $0 < \alpha < 1$. En equilibrio ($y_i = y,\ k_i = k = K/L$), la función de producción per cápita es $y = A(k)^{\alpha}(K)^{1-\alpha} = A(k)^{\alpha}(kL)^{1-\alpha} = AkL^{1-\alpha}$ con un producto medio por unidad de capital

$$\frac{y}{k} = AL^{1-\alpha} = f(L)$$

y un producto marginal del capital

$$F_1(k_i, K) = f(L) - f'(L)L = AL^{1-\alpha} - (1-\alpha)AL^{-\alpha}L = \alpha AL^{1-\alpha}$$

que dependen de la cantidad de población activa. El comportamiento de los hogares es el que sigue el comportamiento optimizador descrito en el modelo de Ramsey. Se conocen los siguientes valores de los parámetros del modelo $A = 0{,}25$, $\alpha = 0{,}4$, $\delta = 0{,}08$, $\rho = 0{,}035$ ($3{,}5\%\ anual$),

$\theta = 3$, mientras que la población activa (expresada en millones de trabajadores) está fija en $L = 2$.

i) Hallar la tasa de crecimiento, el tipo de interés de los activos financieros y la rentabilidad del alquiler del capital en equilibrio.

ii) Tal y como se ha explicado en el curso, la solución descentralizada de la economía no es óptima socialmente porque no maximiza el bienestar de los hogares. Diseñar una subvención a la producción de las empresas que consiga que en la economía descentralizada se alcance un equilibrio óptimo para los hogares. Calcular la tasa de crecimiento de la economía y las rentabilidades de los activos en este equilibrio.

Soluciones:

i) $\gamma^* = 0{,}0122\ (1{,}22\%) \quad r^* = 0{,}0716\ (7{,}16\%) \quad R^* = 0{,}1516\ \ (15{,}16\%)$

ii) Se concede una subvención a la producción de las empresas equivalente al 150% de la cantidad producida, financiada con un impuesto que no afecte a las decisiones de las empresas (por ejemplo, un impuesto sobre el consumo). En el equilibrio Pareto óptimo se obtiene crecimiento endógeno con $\gamma^* = 0{,}0880\ (8{,}80\%) \quad r^* = 0{,}2989\ (29{,}89\%) \quad R^* = 0{,}3789\ \ (37{,}89\%)$.

2. Gasto público en la función de producción. En una economía con comportamiento optimizador *a la* Ramsey, la tecnología de producción es tipo Cobb-Douglas que incorpora una cantidad de gasto público G, no rival, generador de mejoras tecnológicas

$$Y_i = A(L_i)^{1-\alpha}(K_i)^{\alpha}G^{1-\alpha}$$

con $0 < \alpha < 1$ que se describe en la sección 4 de la sesión 7. La población activa es constante.

i) Suponiendo que el gobierno decide una cantidad de gasto público proporcional a la producción agregada, $G = \mu \cdot Y$ con $0 < \mu < 1$, hallar la función de producción agregada dependiendo linealmente del capital per cápita.

ii) El gobierno decide siempre una cantidad de gasto público equivalente al 25% de la producción total ($\mu = 0{,}25\ ,\ \ G = 0{,}25 \cdot Y$) y los parámetros que representan las características de esta economía toman los siguientes valores numéricos: $\alpha = 0{,}5\ , A = 1\ , \delta = 0{,}07\ , \rho = 0{,}05\ , L = 2\ y\ \theta = 4$. La población activa L viene expresada en millones de personas y no cambia con el paso del tiempo. Calcular los valores de las tasas de crecimiento endógeno y la rentabilidad de los activos financieros en estado estacionario.

iii) A continuación, consideremos que el gobierno decide que la cantidad de gasto público va a ser la óptima desde el punto de vista social, es decir es aquella que maximiza el bienestar de los hogares. Recalcular el estado estacionario y comentar las diferencias en las tasas de crecimiento endógeno y rentabilidad de los activos respecto a los resultados obtenidos en el apartado anterior. ¿Qué valor de μ implicaría el gasto público óptimo?

Soluciones:

i) La función de producción es $Y = A^{1/\alpha}L^{1/\alpha}\mu^{(1-\alpha)/\alpha}k$ obteniéndose productividades media y marginal del capital constantes.

ii) $\gamma^* = 0{,}0325\ (3{,}25\%)\quad r^* = 0{,}1800\ (18\%)$

iii) Aumentan la tasa de crecimiento económico endógeno a $\gamma^* = 0{,}0950\ (9{,}50\%)$ y el tipo de interés de los activos financieros a $r^* = 0{,}4300\ (43\%)$. El gasto público óptimo ha de ser la mitad de la producción, $\mu = 0{,}5\ (50\%)$, al identificarse con $1-\alpha$.