$\Delta : V_{\theta 1} - V_{\theta 2}$

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

Examen Parcial

Especialidad de Economía
Econometría 1
2011-I
Profesor: Gabriel Rodríguez

Indicaciones: Todas las secciones son obligatorias. El número de puntos que aparece entre paréntesis corresponde al número de minutos que Ud. debería asignar a la sección respectiva. En consecuencia, la duración del examen es de 2 horas (120 puntos). Ningún material de consulta del curso es permitido.

1 Sección 1 (40 puntos)

Defina (brevemente) los siguientes conceptos:

1. Los supuestos del modelo clásico de regresión múltiple.
2. Consistencia de un estimador $\widehat{\theta}$. $E(\hat\theta) \to \theta \quad n \to \infty$; $Var(\hat\theta) \to 0 \quad n \to \infty$
3. Eficiencia asintótica. y varianza asintótica? / $VarAs[\bar\theta_N] - VarAs[\hat\theta_N]$ es semidefinida positiva
4. Dos ejemplos de variables ficticias (en series de tiempo y en corte transversal).
5. Matriz M_Z en el modelo $\boxed{Y = Z\gamma + \epsilon.}$ $M_Z = (I - Z(Z'Z)^{-1}Z') = M_Z$
6. Test de especificación de Hausman.
7. Teorema de Slutsky.
8. Test de Wald con restricciones no lineales $c(\beta) = q$.

2 Sección 2 (80 puntos)

1. (20 puntos) Sea el Modelo $Y = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \epsilon$ donde X_1 y X_2 son matrices de orden $T \times k_1$ y $T \times k_2$, respectivamente y donde $k_1 + k_2 = k$. Utilice la fórmula de matrices

$YZ' = Z'Z\gamma + \epsilon Z' \qquad e = Y - \hat{Y} = Y$

$\gamma = YZ'(Z'Z)^{-1}$

particionadas para encontrar β_1 y β_2. Use sus resultados para explicar el Teorema de Frisch-Waugh. Ayuda: la fórmula de matrices particionadas es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11}^{-1}(I + A_{12}F_2A_{21}A_{11}^{-1}) & -A_{11}^{-1}A_{12}F_2 \\ -F_2A_{21}A_{11}^{-1} & F_2 \end{bmatrix}$$

donde $F_2 = (A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})$.

2. (30 puntos) Considere el modelo $Y = X\beta + \epsilon$. Si se tiene el caso que $Plim(T^{-1}X'\epsilon) \neq 0$, explique en qué consiste ~~el estimador~~ $\widehat{\beta}_{IV}$. Muestre que dicho estimador es consistente. Cuál es la distribución ~~límite~~ (asintótica) de $\widehat{\beta}_{IV}$? Use la siguiente notación y supuestos: ~~$Plim(T^{-1}Z'Z) = Q_{ZZ}$, $Plim(T^{-1}Z'X) = Q_{ZX}$~~, $Plim(T^{-1}X'X) = Q_{XX}$, $Plim(T^{-1}Z'\epsilon) = 0$.

$N(0, \sigma^2)$

3. (30 puntos) Asuma el modelo $Y = X\beta + \epsilon$ y el conjunto de restricciones $R\beta^* = q$. Es decir β^* es el estimador de mínimos cuadrados restringidos. Halle la expresión para β^* (en función de $\widehat{\beta}$, X, R y q (Ayuda: comience por construir el Lagrangiano para minimizar la sumatoria de residuos al cuadrado sujeto a las restricciones ya mencionadas). Muestre que el estimador β^* es insesgado. Halle la matriz de varianzas y covarianzas de β^*. Muestre que la $Var(\widehat{\beta}) - Var(\beta^*) = \sigma^2\Delta$ donde $\Delta = (X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']R(X'X)^{-1}$ es una matriz cuadrada, simétrica y de rango completo, es decir una matrix semi definida positiva. Explique.

Lima, 7 de Mayo 2011

$Plim(T^{-1}Z'Z) = Q_{ZZ}$
$Plim(T^{-1}Z'X) = Q_{ZX}$
$\longrightarrow Plim(T^{-1}X'\epsilon) = 0$

$\widehat{\beta}_{IV} = (Z'X)^{-1}Z'Y$

$\widehat{\beta}_{IV} = (Z'X)^{-1}Z'(X\beta + \epsilon)$

$\widehat{\beta}_{IV} = \beta + (Z'X)^{-1}Z'\epsilon$

$Plim\ \widehat{\beta}_{IV} = \beta + (T^{-1}Z'X)^{-1}T^{-1}Z'\epsilon$

$Plim\ \widehat{\beta}_{IV} = \beta + Q_{ZX}^{-1}0$ consiste.

$T^{1/2}(\widehat{\beta}_{IV} - \beta) = (Z'X)^{-1}Z'\epsilon$

$var[(T^{-1}Z'X)^{-1}T^{-1/2}Z'\epsilon]$

$Q_{Z'X}^{-1}$

$\sigma^2 Q_{Z'X}^{-1} Q_{ZZ} Q_{Z'X}$

$T^{-1}Z'\sigma Z$
$\sigma^2 T^{-1}Z'Z$
$\sigma^2 Q_{ZZ}$

$Var\ T^{1/2}(\widehat{\beta} - \beta) =$
$T^{1/2}(X'X)^{-1}X'\epsilon$
$T^{1/2}(T^{-1}X'X)^{-1}T^{-1}X'\epsilon$

$var(\epsilon)$ $\sigma^2 I$

$M_2Y = M_2X_1\widehat{\beta}_1 + M_2X_2\widehat{\beta}_2 + M_2\widehat{\epsilon}$

$M_1Y = M_1X_2\widehat{\beta}_2 + \widehat{\epsilon}$

$\widehat{\beta}_2 = [(M_1X_2)'(M_1X_2)]^{-1}(M_1X_2)'M_1Y$
$(X_2'M_1X_2)^{-1}X_2'M_1Y$