



**PUCP**

Práctica Calificada 1

Profesor: Gabriel Rodríguez (gabriel.rodriguez@pucp.edu.pe)  
Jefe de Práctica: Carlos Enrique Guevara (enrique.guevara@pucp.pe)  
Jefferson Martinez (jjmartinezs@pucp.pe)

El puntaje de cada sub pregunta es igual para cada tema

1 Conceptos (30 puntos)

- Defina cuales son los supuestos del modelo de Regresión Múltiple Lineal Clásico (MRLC)
- Defina insesgadez, eficiencia y consistencia.
- Un estimador sesgado no puede ser consistente. ¿Este enunciado es Verdadero o Falso? Argumente su respuesta.
- Argumente por qué el problema de Omisión de Variable Relevante puede ser más grave que el problema de Inclusión de Variable Irrelevante.
- Cuando los regresores son estocásticos, el Teorema de Gauss-Markov no se cumple. ¿Este enunciado es verdadero o Falso? Argumente su respuesta.
- Definir el tamaño de un test ( $\alpha$ ).

2 Estimación Modelo Bivariado (50 puntos)

Un economista esta interesado en calcular el impacto del tipo de cambio real ( $TCR_t$ ) sobre el producto ( $PBI_t$ ). La teoría dice que en una economía pequeña y abierta, puede existir efectos hoja de balance o efectos competitividad. En el primer caso, un aumento del tipo de cambio deprime el producto. En el segundo caso, aumenta la producción. La data disponible es:

$$PBI_t = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 8 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}; \quad TCR_t = \begin{bmatrix} 2.4 \\ 3.0 \\ 4.4 \\ 0.1 \\ 2.1 \end{bmatrix}$$

Sobre esta información, el investigador busca estimar la siguiente regresión:

$$PBI_t = \beta_0 + \beta_1 TCR_t + \epsilon_t$$

donde  $E(\epsilon) = 0$  y  $E(\epsilon^2) = \sigma^2$ .  
Entonces, se pide lo siguiente:

- Calcular los estimadores  $\hat{\beta}_0$  y  $\hat{\beta}_1$  (No tomar logaritmo para la estimación).
- Calcular el estimador insesgado de  $\sigma^2$ . Asimismo, calcular las varianzas de los estimadores, i.e  $Var(\hat{\beta}_0)$  y  $Var(\hat{\beta}_1)$ .
- Calcular la  $SST$ ,  $SSE$  y  $SSR$ . A continuación calcular el  $R^2$  y el  $\bar{R}^2$ .
- Realizar un test de significancia individual para  $\hat{\beta}_1$  para el 90%, 95% y 99% de confianza. Los valores críticos de la tabla  $t$ -student son

$$t_{0.95}(T-2) = 2.35; \quad t_{0.975}(T-2) = 3.18; \quad t_{0.995}(T-2) = 5.84$$

Y realizar un test de significancia conjunta con el estadístico  $F$  de Fisher. Emplear los valores críticos provistos de la distribución  $t$ .

- Empleando la siguientes regresiones auxiliares, calcule el valor de  $\hat{\beta}_1$  y compare dicho valor con el estimador calculado en el punto (1). Asimismo, explique el teorema de Frisch-Waugh.

$$Plum \hat{\beta} = \hat{\beta}$$

$$\alpha = 10\%$$

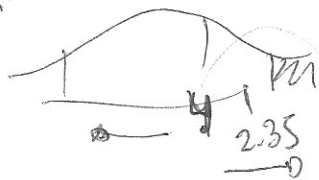
tamaño del test.  $\alpha$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 8 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2.4 \\ 1 & 3.0 \\ 1 & 4.4 \\ 1 & 0.1 \\ 1 & 2.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

$$SSR = \frac{SSR}{T-k} = \frac{SSR}{T-2}$$

Falso



$$S/2 = 2.5$$

$$0.975$$

$$10/2$$

$$0.9$$

$$0.95$$

### 3 Matrices Particionadas (20 puntos)

Se tiene un conjunto de datos con  $T$  observaciones de las variables  $X_T$  y  $Y_T$ . El estimador MCO para estas observaciones es:

$$\hat{\beta}_T = (X_T' X_T)^{-1} X_T' Y_T$$

Sin embargo luego se encuentra que una observación adicional, con lo cual la nueva matriz de regresoras  $X = \begin{bmatrix} X_T \\ x_s' \end{bmatrix}$  donde  $X_T$  es una matriz de  $N \times K$  y  $x_s'$  es un vector  $1 \times K$ . Muestre que el estimador MCO utilizando esta nueva observación tiene la siguiente forma:

$$\hat{\beta}_{T,s} = \hat{\beta}_T + \frac{1}{1 + x_s' (X_T' X_T)^{-1} x_s} (X_T' X_T)^{-1} x_s [y_s - x_s' \hat{\beta}_T]$$

Note que el último término  $y_s - x_s' \hat{\beta}_T$  es  $\hat{e}_s$ , el residuo estimado de la predicción de  $y_s$  usando los coeficientes originales  $x_T$  y  $\hat{\beta}_T$ . Ayuda: tenga en cuenta lo siguiente  $[A \pm bb']^{-1} = A^{-1} \mp \left[ \frac{1}{1 \pm b' A^{-1} b} \right] A^{-1} b b' A^{-1}$ , note que los signos iniciales se invierten.

### 4 Teoría Asintótica (20 puntos)

Dado los siguientes procesos generadores de datos,

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 t^2 + \epsilon_t$$

Se pide lo siguiente

1. Hallar la matriz  $(X'X)$  de manera explícita.
2. Calcular la matriz estandarizadora  $(J_T)$  tal que  $(X'X)$  converja a una matriz definida positiva  $\tilde{Q}$ .
3. Calcular los valores de la matriz  $\tilde{Q}$ . Esta debe ser una matriz es definida positiva, tal que  $\text{Plim}[J_T(X'X)J_T] = \tilde{Q}$ .
4. ¿Cual es la velocidad de convergencia de  $(\hat{\beta}_1 - \beta_1)$ ,  $(\hat{\beta}_2 - \beta_2)$ ,  $(\hat{\beta}_3 - \beta_3)$ ?

Ayuda:

$$\sum_{t=1}^T t = \frac{T(T+1)}{2}; \quad \sum_{t=1}^T t^2 = \frac{T(T+1)(2T+1)}{6};$$

$$\sum_{t=1}^T t^3 = \left[ \frac{T(T+1)}{2} \right]^2; \quad \sum_{t=1}^T t^4 = \frac{T(T+1)(2T+1)(3T^2+3T-1)}{30}.$$

San Miguel, viernes 15 de setiembre del 2017

$$\left( \frac{T^2 + T}{6} \right)^2$$

$$T^4 + T^2 + 2T^3$$

$$6T$$

$$\frac{(T^2 + T)(2T + 1)}{6} = \frac{2T^3 + T^2 + 2T^2 + T}{6}$$

$$\frac{(2T^3 + 3T^2 + T)(3T^2 + 3T - 1)}{30}$$