PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
Especialidad de Economía
Ciclo 2012 - II

PRACTICA CALIFICADA 1
Econometría I
Profesor: Gabriel Rodríguez
Jefe de Prácticas: Augusto Delgado

---

1. Nivel I (40 puntos)

1. Sea el modelo de regresión lineal clásico de muestras finitas: $y_t = x_t\beta + \epsilon_t$, se sabe que la matríz x_t es una matriz no estocástica. Suponga además que $\epsilon_t \sim iid(k, \sigma^2)$. Demuestre que $\widehat{\beta}$ es sesgado.

2. Defina el error tipo I y tipo II. Indique si existe alguna relación entre ambos.

3. Plantee la forma del t-calculado y grafíque el contraste de hipótesis (indicando las zonas de rechazo y no rechazo al 95 % de confianza) cuando se desea contrastar que: $\widehat{\beta} = a$, siendo a una constante no nula ($a \neq 0$, $a \in \mathbb{R}$).

4. Demuestre que $M = I_T - X(X'X)^{-1}X'$ es simétrica e idempotente.

5. Suponga que tiene dos estimadores insesgados independientes del mismo parámetro θ, digamos $\widehat{\theta}_1$ y $\widehat{\theta}_2$, con diferentes varianzas v_1 y v_2. Diga si el estimador $\widehat{\theta} = c_1\widehat{\theta}_1 + c_2\widehat{\theta}_2$ es el estimador insesgado de mínima varianza de θ.

6. Dada la siguiente ecuación $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$. Demuestre que el estimador $\widehat{\rho}$ hallado mediante MCO es la correlación entre y_t y y_{t-1}.

7. Para el modelo de regresión lineal simple $y_t = \mu + \varepsilon_t$, donde $\varepsilon_t \sim iidN\left(0, \sigma^2\right)$. ¿Es el estimador de μ la media muestral de la variable endógena?. Demuestre.

8. Si el verdadero proceso generador de datos es: $y_t = x_t\beta + z_t\delta + \epsilon_t$. Sin embargo, por error se estima el siguiente proceso: $y_t = x_t\beta + \epsilon_t$. ¿Es el estimador $\widehat{\beta}$ insesgado?

2. Nivel II (40 puntos)

1. Un grupo de alumnos del curso de econometría I necesitar realizar una estimación para la Práctica Calificada 2, para lo cual poseen un conjunto de datos consistente en T observaciones en X_T y Y_T. El estimador resultante por MCO es $b_T = \left(X_T'X_T\right)^{-1} X_T'Y_T$. A pocos días de la entrega del trabajo se percatan que otras observaciones adicionales, x_s y y_s estában disponibles. Muestre que el estimador computado por MCO, usando los datos adicionales, es:

$$b_{T,s} = b_T + \frac{1}{1 + x_s'\left(X_T'X_T\right)^{-1} x_s}\left(X_T'X_T\right)^{-1} x_s \left[y_s - x_s'b_T\right]$$

Note que el último término es e_s, el residuo de la predicción de y_s usando los coeficientes basados en x_s y b_n. [*Ayuda: tenga en cuenta lo siguiente* $[A \pm bb']^{-1} = A^{-1} \mp \left[\frac{1}{1 \pm b'A^{-1}b}\right] A^{-1}bb'A^{-1}$, *note que los signos iniciales se invierten.*]

2. Muestre que si en vez del verdadero modelo:

$$y_t = X\beta + \delta z_t + u_t$$

se especifica el modelo:

$$y_t = X\beta + \gamma s_t + v_t$$

se tiene $E(\widehat{\beta}) = \beta + a\delta$ y $E(\widehat{\gamma}) = b\delta$, donde a (vector con k-1 componentes) y b (escalar) contienen los coeficientes estimados de una regresión de z_t sobre las variables en X junto con la variable s_t.

3. Nivel III (40 puntos)

Asuma que $Y = X\beta + \epsilon$. Todos los supuestos del modelo de regresión lineal múltiple se cumplen a excepción que $Cov(X,\epsilon) = 0$. Asuma que X contiene K variables tales que $Cov(X,\epsilon) \neq 0$ y Z contiene L variables tales que $Cov(Z,\epsilon) = 0$ donde $L \geq K$. Asimismo considere $E[\epsilon_t|x_t] = \eta_t$, $E[\eta_t] = 0$, $Var[\eta_t] = k^2 < \infty$. Finalmente considere los siguientes supuestos: i) $[X_t, Z_t, \epsilon_t]$, $\forall t = 1,2,..,T$ son secuencias de variables aleatorias *i.i.d.*; ii) $E[X_{tk}^2] = Q_{xx,kk} < \infty$, $\forall k = 1,2,..,K$; iii) $E[Z_{tl}^2] = Q_{zz,ll} < \infty$, $\forall l = 1,2,..,L$; iv) $E[Z_{tl}, X_{tk}] = Q_{zx,lk} < \infty$, $\forall l = 1,2,..,L; k = 1,2,..,K$; v) $E[\epsilon_t|Z_t] = 0$. Estos supuestos implican que: i) $P \lim T^{-1} Z'Z = Q_{zz}$; ii) $P \lim T^{-1} Z'X = Q_{zx}$; iii) . $P \lim T^{-1} Z'\epsilon = 0$.

1. Encuentre la distribución asintótica de $\widehat{\beta}_{MCO}$.
2. Asuma el siguiente estimador: $\widehat{\beta}_{IV} = (Z'X)^{-1}(Z'Y)$. En tal sentido encuentre la distribución asintótica de $\widehat{\beta}_{IV}$.