

---

## INVERSIÓN DE MATRICES CON EL MÉTODO DE GAUSS Y JORDAN

---

Sea la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 & 7 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Primero construimos la siguiente matriz aumentada:

$$\begin{array}{cccccc} 6 & 0 & 7 & 1 & 0 & 0 & \leftarrow F1 \\ 4 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 & \leftarrow F2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & \leftarrow F3 \end{array}$$

La idea de este método es trasladar la matriz identidad  $I$  al lado izquierdo de la matriz ampliada mediante operaciones algebraicas.

El elemento pivote es  $a_{11}=6$ . Para que sea 1, hacemos:

$$F1 \leftarrow (1/6) F1$$

$$\begin{array}{cccccc} [1/6] & [6 & 0 & 7 & 1 & 0 & 0] \\ & 1 & 0 & 7/6 & 1/6 & 0 & 0 \end{array} \quad \leftarrow F11$$

El resto de elementos de la columna perteneciente al elemento pivote lo convertimos en cero siguiendo las siguientes operaciones algebraicas:

$$F2 \leftarrow (-4) F1 + F2$$

$$\begin{array}{cccccc} [-4] & [1 & 0 & 7/6 & 1/6 & 0 & 0] + \\ & -4 & 0 & -14/3 & -2/3 & 0 & 0 \\ & [4 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0] \\ \hline & 0 & 0 & 1/3 & -2/3 & 1 & 0 \end{array} \quad \leftarrow F21$$

$$F3 \leftarrow (-1) F1 + F3$$

$$\begin{array}{cccccc} [-1] & [1 & 0 & 7/6 & 1/6 & 0 & 0] + \\ & -1 & 0 & -7/6 & -1/6 & 0 & 0 \\ & [1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1] \\ \hline & 0 & 2 & 11/6 & -1/6 & 0 & 1 \end{array} \quad \leftarrow F31$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 7/6 & 1/6 & 0 & 0 & \leftarrow F11 \\ 0 & 0 & 1/3 & -2/3 & 1 & 0 & \leftarrow F21 \end{array}$$

$$0 \quad 2 \quad 11/6 \quad -1/6 \quad 0 \quad 1 \quad \leftarrow F31$$

El pivote ahora es el elemento  $a_{33}=11/6$ . Para que sea 1 operamos:

$$F32 \leftarrow (6/11) F31$$

$$\begin{array}{cccccc} [6/11] & [0 & 2 & 11/6 & -1/6 & 0 & 1] \\ & 0 & 12/11 & 1 & -1/11 & 0 & 6/11 \end{array} \quad \leftarrow F32$$

El resto de elementos de la columna perteneciente al elemento pivote lo convertimos en cero siguiendo las siguientes operaciones algebraicas:

$$F12 \leftarrow -7/6 F32 + F11$$

$$\begin{array}{cccccc} [-7/6] & [0 & 12/11 & 1 & -1/11 & 0 & 6/11] + \\ & 0 & -14/11 & -7/6 & 7/66 & 0 & -7/11 \\ & 1 & 0 & 7/6 & 1/6 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & -14/11 & 0 & 3/11 & 0 & -7/11 \end{array} \quad \leftarrow F12$$

$$F22 \leftarrow (-1/3) F32 + F21$$

$$\begin{array}{cccccc} [-1/3] & [0 & 12/11 & 1 & -1/11 & 0 & 6/11] + \\ & 0 & -4/11 & -1/3 & 1/33 & 0 & -2/11 \\ & [0 & 0 & 1/3 & -2/3 & 1 & 0] \\ \hline & 0 & -4/11 & 0 & -21/33 & 1 & -2/11 \end{array} \quad \leftarrow F22$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & -14/11 & 0 & 3/11 & 0 & -7/11 & \leftarrow F12 \\ 0 & -4/11 & 0 & -21/33 & 1 & -2/11 & \leftarrow F22 \\ 0 & 12/11 & 1 & -1/11 & 0 & 6/11 & \leftarrow F32 \end{array}$$

El pivote es  $a_{22}$ . Para llevarlo a 1, hacemos:

$$F23 \leftarrow (-11/4) F22$$

$$\begin{array}{cccccc} [-11/4] & [0 & -4/11 & 0 & -21/33 & 1 & -2/11] \\ & 0 & 1 & 0 & 7/4 & -11/4 & 1/2 \end{array} \quad \leftarrow F23$$

El pivote ahora es el elemento  $a_{22}=-11/4$ . Para que sea 1 operamos:

$$F13 \leftarrow (14/11) F23 + F12$$

$$\begin{array}{cccccc}
 [14/11][0 & 1 & 0 & 7/4 & -11/4 & 1/2] + \\
 0 & 14/11 & 0 & 49/22 & -7/2 & 7/11 \\
 [1 & -14/11 & 0 & 3/11 & 0 & -7/11] \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & 5/2 & -7/2 & 0
 \end{array} \quad \leftarrow F13$$

$$F33 \leftarrow (7/8) F23 + F32$$

$$\begin{array}{cccccc}
 [-12/11][0 & 1 & 0 & 7/4 & -11/4 & 1/2] + \\
 0 & -12/11 & 0 & -42/22 & 3 & -6/11 \\
 0 & 12/11 & 1 & -1/11 & 0 & 6/11 \\
 \hline
 0 & 0 & 1 & -2 & 3 & 0
 \end{array} \quad \leftarrow F33$$

$$\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & 5/2 & -7/2 & 0 & \leftarrow F23 \\
 0 & 1 & 0 & 7/4 & -11/4 & 1/2 & \leftarrow F23 \\
 0 & 0 & 1 & -1/2 & 3 & 0 & \leftarrow F23
 \end{array}$$

La matriz cuadrada 3x3 a la derecha de la matriz ampliada es precisamente la matriz inversa de A. Para comprobar si el resultado es correcto, se procede a multiplicar  $AA^{-1}$  y el resultado debe ser la matriz identidad I.