

Disponible a un clic de distancia y sin publicidad

**Sí este material te es útil,
ayúdanos a mantenerlo online**



Que no se apague



Suscríbete

Comparte



Comenta

**Este material está en línea porque creo que a alguien le puede ayudar.
Lo desarrollo y sostengo con recursos propios.
Ayúdame a continuar en mi locura de compartir el conocimiento.**

Investigación Operativa I

2009

Ejercicios resueltos de Programación Lineal



Mauricio estrella Erika Beatriz

Palacin Palacios Pajuelo Daniel

PREGUNTA 1

3.1.6 la empresa Whitt Windows tiene solo tres empleados que hacen dos tipos de ventanas: con marco de madera y con marco de aluminio, la ganancia es de \$60 por cada ventana con marco de madera y de \$30 por cada una con marco de aluminio. Doug hace marcos de madera, y puede terminar 6 al día, Linda hace 4 marcos de aluminio al día, Bob forma y corta el vidrio y puede hacer 48 pies cuadrados de vidrio por día, cada ventana con marco de madera usa 6 pies cuadrados de vidrio y cada de aluminio usa 8 pies cuadrados de vidrio.

La compañía desea determinar cuántas ventanas de cada tipo producir al día para maximizar la ganancia total.

- Formule el modelo de programación lineal.
- Use el método grafico para resolver el modelo.
- Un nuevo competidor en la ciudad también produce ventanas de madera, esto puede forzar a la compañía a bajar sus precios y por ende la ganancia debida a este tipo de ventanas. ¿Cómo cambiara la solución optima (si cambia) si la ganancia por ventana de madera disminuye de \$ 60 a \$ 40 y de \$ 60 a \$ 20?
- Doug piensa reducir sus horas de trabajo, lo cual reducirá el número de ventanas de madera por día. ¿Cómo cambiara la solución optima si hace solo 5 marcos diarios?

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Marco de madera = x_1

Marco de aluminio = x_2

	Empleado 1	Empleado 2	Vidrio	Ganancia
x_1	6	0	6	60
x_2	0	4	8	30
			48	$60x_1 + 30x_2$

⊕ Función Objetivo $\text{Max (Z)} = 60x_1 + 30x_2$

⊕ Restricciones:

$$\begin{aligned}
 x_1 &\leq 6 \\
 x_2 &\leq 4 \\
 6x_1 + 8x_2 &\leq 48 \\
 x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

⊕ Igualando las restricciones.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 6 \\
 x_2 &= 4 \\
 6x_1 + 8x_2 &= 48
 \end{aligned}$$

Solución (b)

⊕ Tabulando.

R1:

x_1	x_2
0	0
6	0

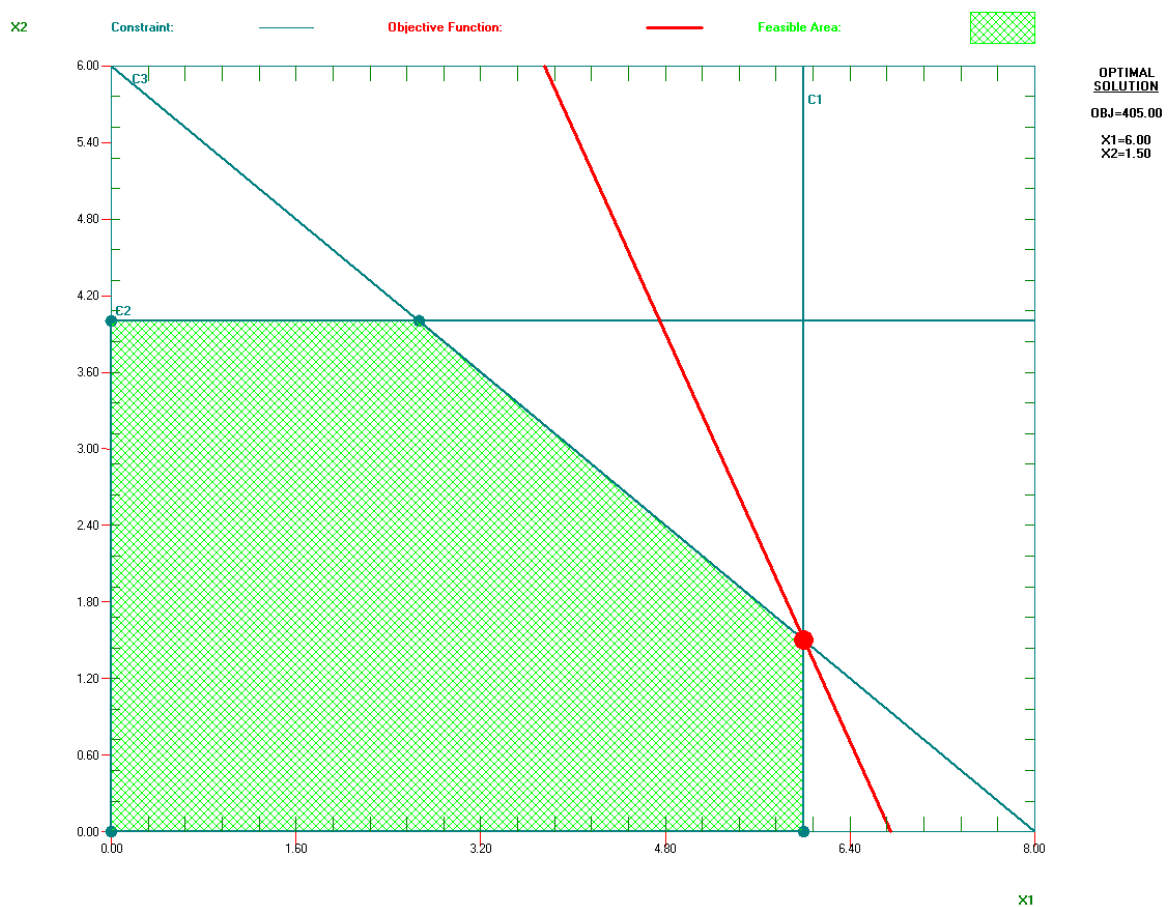
R2:

x_1	x_2
0	4
0	0

R3:

x_1	x_2
0	6
8	0

Hallando la pendiente: $m = -60/30 = -2$ Entonces Angulo $\theta = -63.4349$



⊕ Sacando valores para x_1, x_2 :

$$\begin{aligned} x_1 + 0x_2 &= 6 \\ -6x_1 + 0x_2 &= -36 \\ 6x_1 + 8x_2 &= 48 \\ \hline 8x_2 &= 12 \\ x_2 &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x_1 + 8\left(\frac{3}{2}\right) &= 48 \\ 6x_1 &= 36 \\ x_1 &= 6 \end{aligned}$$

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Max (Z)} = 60x_1 + 30x_2$$

$$\text{Max (Z)} = 60 (6) + 30 (3/2)$$

$$\text{Max (Z)} = 405$$

⊕ Se necesitan, 6 marcos de madera y 1 marco y medio de aluminio, Para maximizar La ganancia y obtener \$ 405.

Solución (c)

⊕ Cuando la Función Objetivo es :

$$\text{Max (Z)} = 60x_1 + 30x_2 = 60 (6) + 30 (3/2) = 405.$$

⊕ Si la ganancia por ventana de madera disminuye de \$ 60 a \$ 40:

$$\text{Max (Z)} = 40x_1 + 30x_2 = 40 (6) + 30 (3/2) = 285.$$

⊕ Si la ganancia por ventana de madera disminuye de \$ 60 a \$ 20:

$$\text{Max (Z)} = 20x_1 + 30x_2 = 20 (6) + 30 (3/2) = 165.$$

Solución (d)

⊕ Cambio de 6 horas a 5 horas.

	Empleado 1	Empleado 2	Vidrio	Ganancia
x_1	5	0	6	60
x_2	0	4	8	30
			48	$60x_1 + 30x_2$

⊕ Función Objetivo $\text{Max (Z)} = 60x_1 + 30x_2$

⊕ Restricciones:

$$x_1 \leq 5$$

$$x_2 \leq 4$$

$$6x_1 + 8x_2 \leq 48$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

⊕ Igualando las restricciones:

$$X_1 = 5$$

$$X_2 = 4$$

$$6X_1 + 8X_2 = 48$$

⊕ Tabulando

R1:

X_1	X_2
0	0
5	0

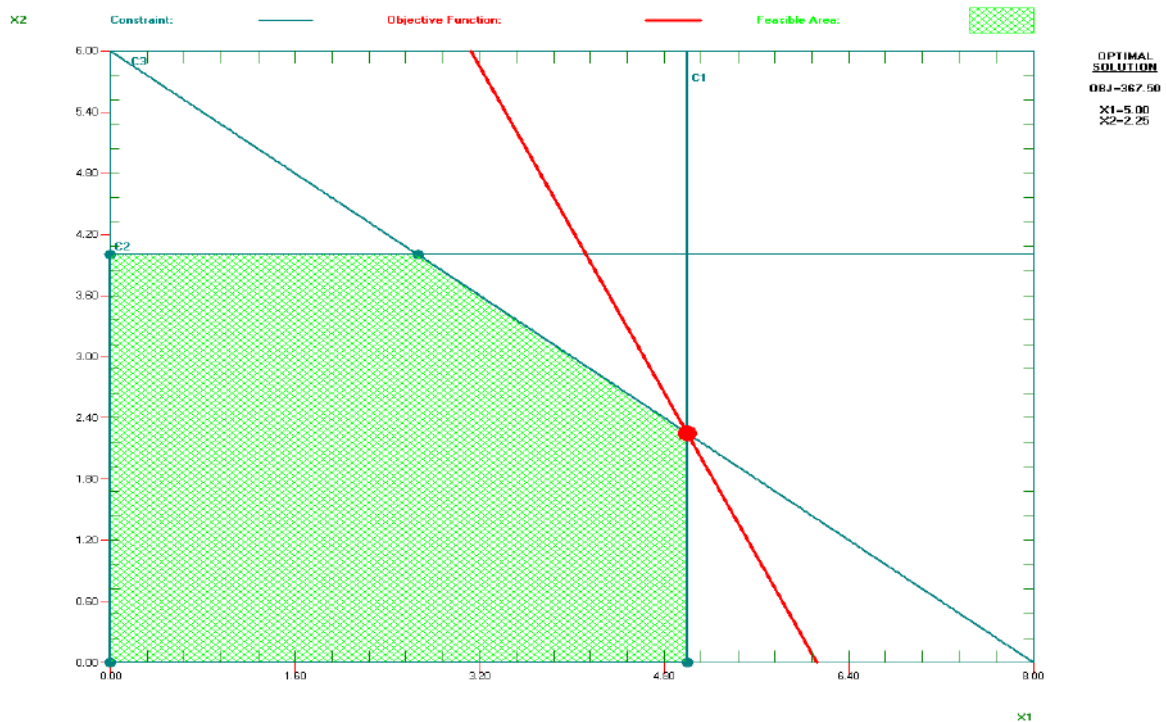
R2:

X_1	X_2
0	4
0	0

R3:

X_1	X_2
0	6
8	0

Hallando al pendiente $m = -60/30 = -2$, Entonces el ángulo $\theta = -63.4349$



⊕ Sacando valores para x_1, x_2 :

$$\begin{array}{rcl}
 x_1 + 0x_2 & = & 5 \\
 -6x_1 + 0x_2 & = & -30 \\
 6x_1 + 8x_2 & = & 48 \\
 \hline
 8x_2 & = & 18 \\
 x_2 & = & \frac{9}{4}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 6x_1 + 8\left(\frac{9}{4}\right) & = & 48 \\
 6x_1 + 18 & = & 48 \\
 6x_1 & = & 30 \\
 x_1 & = & 5
 \end{array}$$

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Max } (Z) = 60x_1 + 30x_2$$

$$\text{Max } (Z) = 60(5) + 30(9/4)$$

$$\text{Max } (Z) = 367.5$$

⊕ Se necesitan, 5 marcos de madera, 2 mas $\frac{1}{4}$ marcos de aluminio, para maximizar la ganancia y obtener \$ 367.5.

PREGUNTA 2

3.1.7 la Ápex Televisión debe decidir el numero de televisores de 27" y 20", producidos en una de sus fabricas, la investigación de mercado indica ventas a lo más 40 televisores de 27" y 10 de 20" cada mes. El número máximo de horas-hombre disponible es de 500 por mes, un televisor de 27" requiere 20 horas-hombre y uno 20" requiere 10 horas-hombre, cada televisor de 27" produce una ganancia de \$ 120 y cada uno de 20" da una ganancia de \$ 80. Un distribuidor está de acuerdo comprar todos los televisores producidos siempre en cuando no exceda el máximo indicado por el estudio de mercado.

- a) formule el modelo de programación lineal.
- b) Use el método grafico para resolver el modelo.

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Televisor 27" = x_1

Televisor 20" = x_2

	Ventas	Horas-Hombre	Ganancia
x_1	40	20	120
x_2	10	10	80
		500	$120x_1 + 80x_2$

⊕ Función Objetivo. $\text{Max } (Z) = 120x_1 + 80x_2$

⊕ Restricciones:

$$\begin{aligned}x_1 &\leq 40 \\x_2 &\leq 10 \\20x_1 + 10x_2 &\leq 500 \\x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0\end{aligned}$$

⊕ Igualando las restricciones:

$$\begin{aligned}x_1 &= 40 \\x_2 &= 10 \\20x_1 + 10x_2 &= 500\end{aligned}$$

Solución (b)

⊕ **Tabulando:**

R1:

x_1	x_2
40	0
0	0

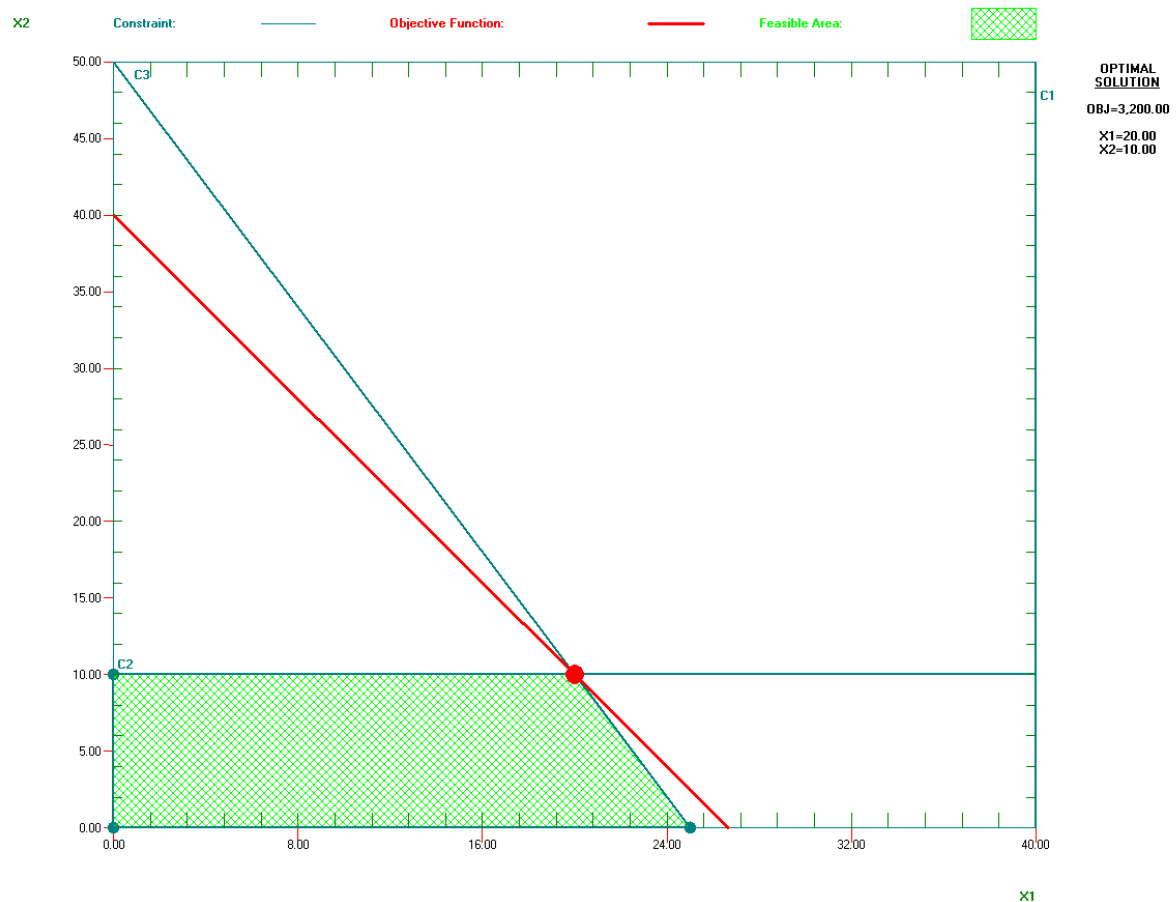
R2:

x_1	x_2
0	10
0	0

R3:

x_1	x_2
0	50
25	0

Hallando la pendiente $m = -120/80 = -1.5$, entonces el ángulo $\theta = -56.3099$



⊕ Sacando valores para x_1, x_2 :

$$\begin{array}{rcl}
 0x_1 + x_2 & = & 10 \\
 0x_1 - 10x_2 & = & -100 \\
 \hline
 20x_1 + 10x_2 & = & 500 \\
 \hline
 20x_1 & = & 400 \\
 x_1 & = & 20
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 20x_1 + 10x_2 & = & 500 \\
 2(20) + 10x_2 & = & 500 \\
 400 + 10x_2 & = & 500 \\
 10x_2 & = & 100 \\
 x_2 & = & 10
 \end{array}$$

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Max (Z)} = 120x_1 + 80x_2$$

$$\text{Max (Z)} = 120 (20) + 80 (10)$$

$$\text{Max (Z)} = 3\,200$$

⊕ Se tiene que vender 20 televisores de 27" y 10 de 20", para obtener la máxima ganancia y obtener \$ 3 200.

PREGUNTA 3

3.1.8 la compañía Word Light produce dos dispositivos para las lámparas (productos 1 y 2) que requieren partes de metal y componentes eléctricas. La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto fabricar para maximizar la ganancia. Por cada unidad del producto 1 se requieren 1 unidad de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricas, por cada unidad del producto 2 se requieren 3 unidades de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricas, la compañía tiene 200 unidades de partes de metal y 300 de componentes eléctricas, cada unidad del producto 1 da una ganancia de \$ 1 y cada unidad de producto 2, hasta 60 unidades da una ganancia de \$ 2, cualquier exceso de 60 unidades no tiene ganancia por lo que fabricar más de 60 está fuera de consideración.

- Formule el modelo de programación lineal.
- Utilice el método gráfico para resolver este modelo, y cuál es la ganancia total que resulta.

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Producto 1 = x_1

Producto 2 = x_2

	Metal	Eléctrico	Ganancia
x_1	1	2	1
x_2	3	2	2
	200	300	$x_1 + 2x_2$

⊕ Función Objetivo. $\text{Max (Z)} = x_1 + 2x_2$

⊕ Restricciones:

$$x_1 + 3x_2 \leq 200$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 300$$

$$x_2 \leq 60$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

⊕ Igualando las restricciones:

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 &= 200 \\2x_1 + 2x_2 &= 300 \\x_2 &= 60\end{aligned}$$

Solución (b)

⊕ **Tabulando:**

R1:

X_1	X_2
0	66.66
200	0

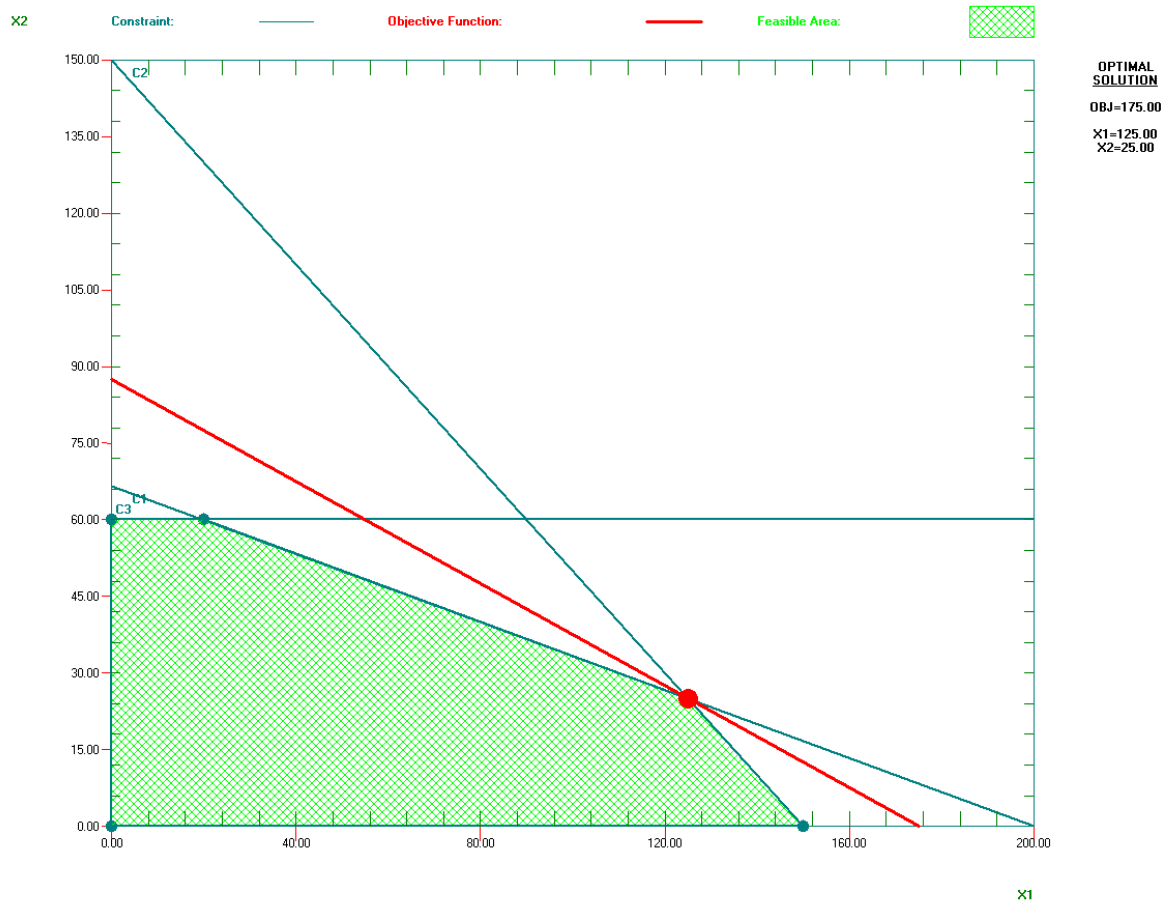
R2:

X_1	X_2
0	150
150	0

R3:

X_1	X_2
0	60
0	0

Hallamos la pendiente $m = -1/2 = -0.5$, entonces el ángulo $\theta = -26.5650$



⊕ Sacando valores para x_1, x_2 :

$$\begin{array}{rcl}
 x_1 + 3x_2 & = & 200 \\
 -2x_1 - 6x_2 & = & -400 \\
 \hline
 2x_1 + 2x_2 & = & 300 \\
 -4x_2 & = & -100 \\
 x_2 & = & 25 \\
 \hline
 2x_1 + 2(25) & = & 300 \\
 2x_1 + 50 & = & 300 \\
 2x_1 & = & 250 \\
 x_1 & = & 125
 \end{array}$$

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Max (Z)} = x_1 + 2x_2$$

$$\text{Max (Z)} = 1(125) + 2(25)$$

$$\text{Max (Z)} = 175$$

⊕ Se debe fabricar 125 unidades de Producto 1 y 25 unidades del Producto 2 para tener un máximo de ganancia y obtener \$ 175.

PREGUNTA 4

3.1.9 la compañía de seguros primo está en proceso de introducir dos nuevas líneas de productos: seguro de riesgo especial e hipotecas, la ganancia esperada es de \$ 5 por el seguro de riesgo especial y \$ 2 por unidad de hipoteca. La administración desea establecer las cuotas de venta de las nuevas líneas para maximizar la ganancia total. Los requerimientos de trabajo son los siguientes.

Departamento.	Horas hombre por unidad	Horas - hombre disponibles
	Riesgo Especial	
Suscripciones	3	2400
Administración	0	800
Reclamaciones	2	1200

- Formule el modelo de programación lineal.
- Use el método grafico para resolver el modelo.
- Verifique el resultado de la solución óptima en el inciso b con la solución algebraica de las dos ecuaciones simultáneas relevantes.

SOLUCION AL PROBLEMA.

Solución (a)

Seguro 1 = x_1

Hipoteca 2 = x_2

	Suscripciones	Administración	Reclamaciones	Ganancia
x_1	3	0	2	5
x_2	2	1	0	2
	2400	800	1200	$5x_1 + 2x_2$

⊕ Función Objetivo $\text{Max } (Z) = 5x_1 + 2x_2$

⊕ Restricciones:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 2400$$

$$0x_1 + x_2 \leq 800 \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$2x_1 + 0x_2 \leq 1200$$

⊕ Igualando las restricciones:

$$3x_1 + 2x_2 = 2400$$

$$0x_1 + x_2 = 800$$

$$2x_1 + 0x_2 = 1200$$

Solución (b)

⊕ Tabulando:

R1:

R2:

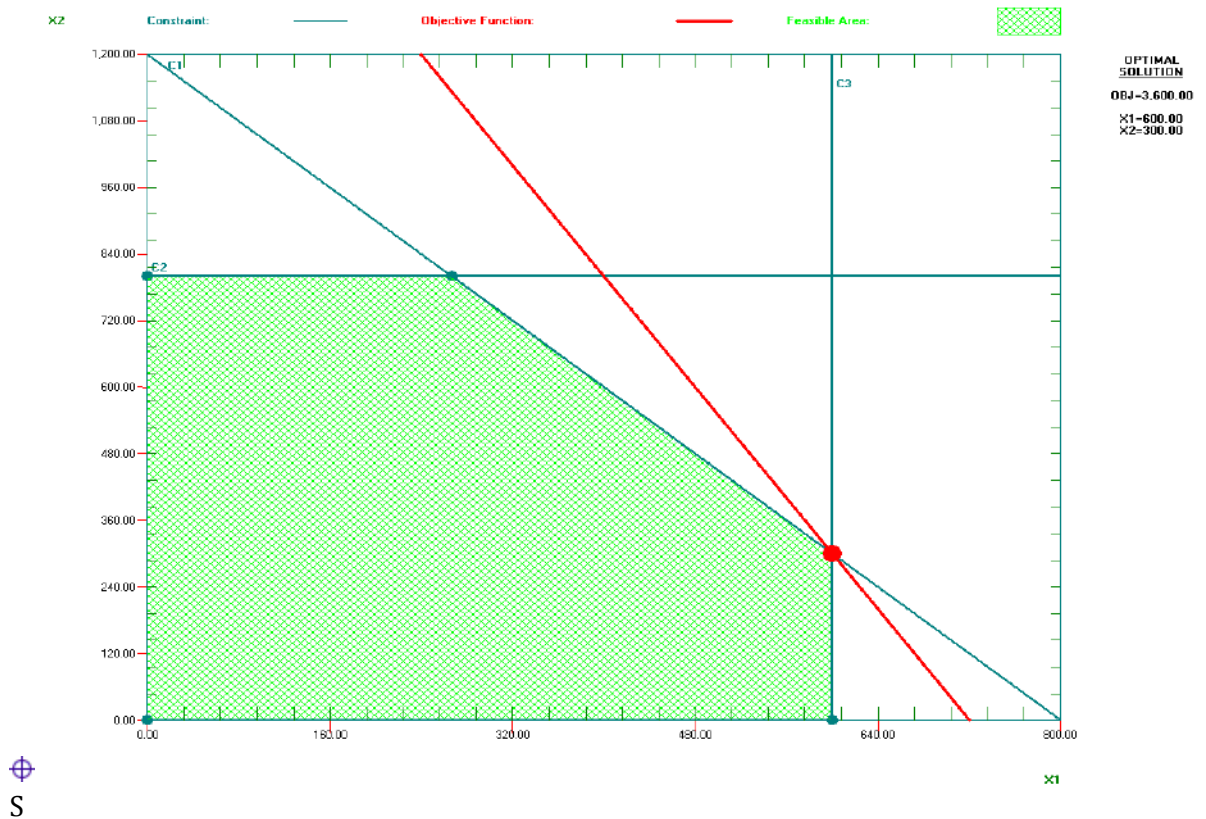
R3:

x_1	x_2
0	1200
800	0

x_1	x_2
0	800
0	0

x_1	x_2
0	0
600	0

Hallamos la pendiente $m = -5/2 = -2.5$, entonces el ángulo $\theta = -68.1985$



acando valores para x_1, x_2 :

$$\begin{aligned}
 3x_1 + 2x_2 &= 2400 \\
 2x_1 + 0x_2 &= 1200 \\
 6x_1 + 4x_2 &= 4800 \\
 -6x_1 + 0x_2 &= -3600 \\
 \hline
 4x_2 &= 1200 \\
 x_2 &= 300
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3x_1 + 2x_2 &= 2400 \\
 3x_1 + 2(300) &= 2400 \\
 3x_1 &= 1800 \\
 x_1 &= 600
 \end{aligned}$$

Reemplazando en:

$$\text{Max } (Z) = 5x_1 + 2x_2$$

$$\text{Max } (Z) = 5(600) + 2(300)$$

$$\text{Max } (Z) = 3600$$

⊕ Se requiere 600 de seguro y 300 de hipoteca, para tener la máxima ganancia total y obtener \$ 3 600.

PREGUNTA 5.

3.1.10 Weenis and Buns es una planta procesadora de alimentos que fabrica hotdogs, muelen su propia harina para el pan a una tasa máxima de 200 libras por semana. Cada pan requiere 0.1 libras. Tienen un contrato con Pigland, Inc., que especifica la entrega de 800 libras de productos de puerco cada lunes. Cada hotdog requiere $\frac{1}{4}$ de libra de producto de puerco, se cuenta con suficiente cantidad del resto de los ingredientes de ambos productos, por último la mano de obra consiste en 5 empleados de tiempo completo (40 horas por semana), a cada hotdog requiere 3 minutos de mano de obra y cada pan 2 minutos de mano de obra cada hotdog proporciona una ganancia de \$ 0,20 y cada pan \$ 0.10, Weenis and Buns desea saber cuantos hotdog y cuantos panes debe producir cada semana para lograr la ganancia más alta posible.

- a) Formule u modelo e programación lineal.
- b) Use el método grafico para resolver el modelo.

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Hotdogs = x_1

Pan = x_2

	Harina	Puerco	Mano	Ganancia
x_1	0	$\frac{1}{4}$	3 min.	0.20
x_2	0.1	0	2 min.	0.10
	200	800	2400 min.	$0.20x_1 + 0.10x_2$

⊕ Función Objetivo Max (Z) = $0.20x_1 + 0.10x_2$

⊕ Restricciones:

$$0.1x_2 \leq 200$$

$$\frac{1}{4}x_1 \leq 800 \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 12000$$

⊕ Igualando las restricciones:

$$0.1x_2 = 200$$

$$\frac{1}{4}x_1 = 800$$

$$3x_1 + 2x_2 = 12000$$

Solución (b)

⊕ Tabulando:

R1:

x_1	x_2
0	2000
0	0

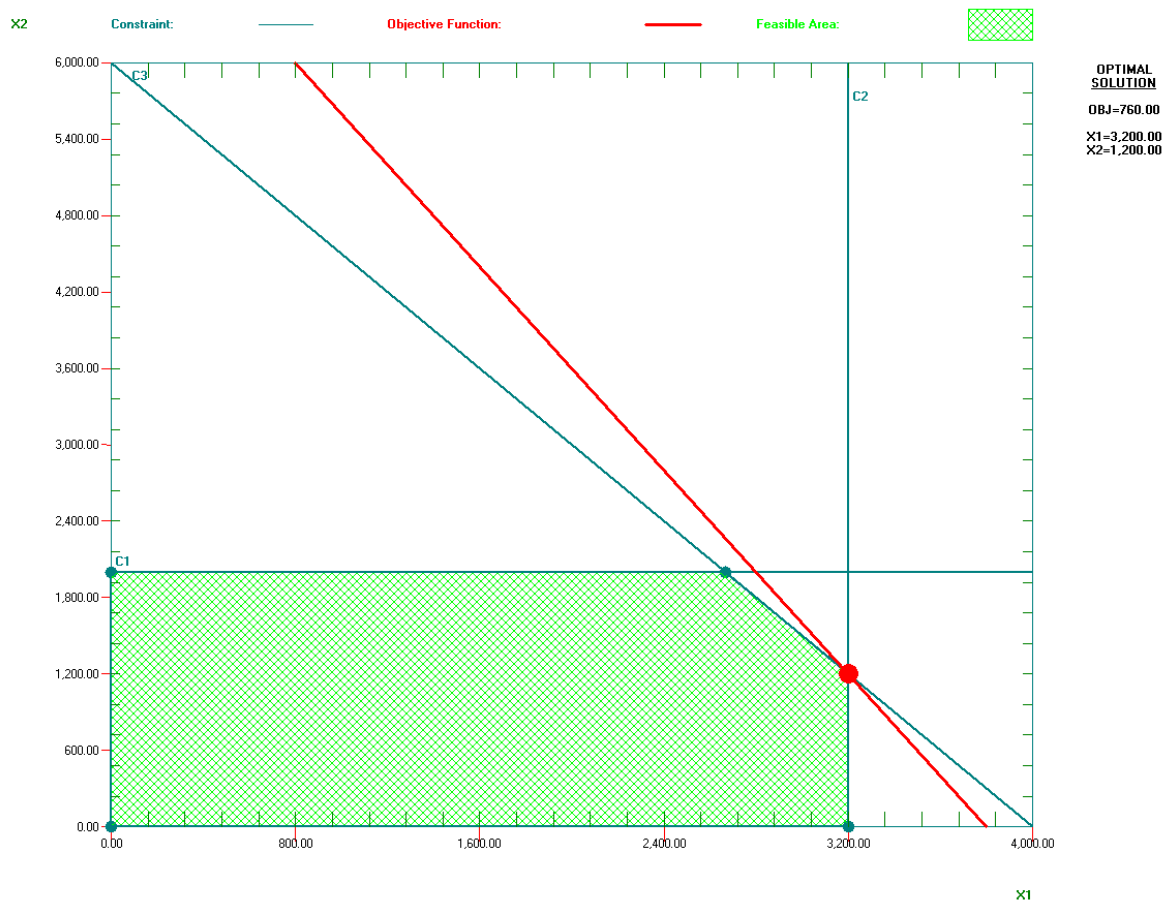
R2:

x_1	x_2
0	0
3200	0

R3:

x_1	x_2
0	1200
800	0

Hallando la pendiente $m = -0.20/0.10 = -2$, entonces el ángulo $\theta = -63.4349$



⊕ Sacando valores para x_1, x_2 :

$$\frac{1}{4}x_1 = 800$$

$$3x_1 + 2x_2 = 12000$$

$$3x_1 + 2x_2 = 12000$$

$$3x_1 + 2(1200) = 12000$$

$$-3x_1 + 0x_2 = -9600$$

$$3x_1 = 9600$$

$$2x_2 = 2400$$

$$x_1 = 3200$$

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Max (Z)} = 0.20x_1 + 0.10x_2$$

$$\text{Max (Z)} = 0.20 (3200) + 0.10 (1200)$$

$$\text{Max (Z)} = 760$$

⊕ Se requiere 3200 hotdogs y 1200 panes, para tener la ganancia más alta posible y obtener \$760.

PREGUNTA 6.

3.1.11 La compañía manufacturera Omega discontinuó la producción de cierta línea de productos no redituable. Esto creó un exceso considerable en la capacidad de producción. La gerencia quiere dedicar esta capacidad a uno o más de tres productos, llamados productos 1, 2, y 3. En la siguiente tabla se resume la capacidad disponible de cada máquina que puede limitar la producción.

Tipo de Maquina	Tiempo Disponible(en horas-maquina por semana) Riesgo Especial
Fresadora	500
Torno	350
Rectificadora	150

El número de horas-maquina requerida para cada unidad de los productos respectivos es:

Coefficiente de productividad (en horas –maquina por unidad).

Tipo de Maquina	Producto 1	Producto 2	Producto 3
Fresadora	9	3	5
Torno	5	4	0
Rectificadora	3	0	2

El departamento de ventas indica que las ventas potenciales para los productos 1 y 2 exceden la tasa máxima de producción y que las ventas potenciales del producto 3 son 20

unidades por semana, la ganancia unitaria respectiva sería de \$ 50, \$20 y \$25 para los productos 1, 2 y 3, el objetivo es determinar cuántos productos de cada tipo debe producir la compañía para maximizar la ganancia.

- a) **Formule un modelo de programación lineal.**
- b) **Utilice una computadora para resolver este modelo con el método simplex.**

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Televisor 27" = x_1

Televisor 20" = x_2

	Fresadora	Torno	Rectificadora	Ganancia
x_1	9	5	3	50
x_2	3	4	0	20
x_3	5	0	2	25
	500	350	150	$50x_1 + 20x_2 + 25x_3$

⊕ Función Objetivo. $\text{Max } (Z) = 50x_1 + 20x_2 + 25x_3$

⊕ Restricciones:

$$9x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 500$$

$$5x_1 + 4x_2 + 0x_3 \leq 350 \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

$$3x_1 + 0x_2 + 2x_3 \leq 150$$

Solución (b)

⊕ Igualando valores de x_1, x_2, x_3 y aumentando sus valores de Holgura:

$$9x_1 + 3x_2 + 5x_3 + S_1 = 500$$

$$5x_1 + 4x_2 + 0x_3 + S_2 = 350$$

$$3x_1 + 0x_2 + 2x_3 + S_3 = 150$$

⊕ Igualando la Función Objetivo a 0:

$$Z - 50x_1 - 20x_2 - 25x_3 = 0$$

⊕ Resolviendo el método simplex por computadora.

⊕ Primera Iteración:

Variable →	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	50	20	25		
C1	9	3	5	<=	500
C2	5	4	0	<=	350
C3	3	0	2	<=	150
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

⊕ Segunda Iteración:

		X1	X2	X3	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	50.0000	20.0000	25.0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	9.0000	3.0000	5.0000	1.0000	0	0	500.0000	55.5556
Slack_C2	0	5.0000	4.0000	0	0	1.0000	0	350.0000	70.0000
Slack_C3	0	3.0000	0	2.0000	0	0	1.0000	150.0000	50.0000
	C(j)-Z(j)	50.0000	20.0000	25.0000	0	0	0	0	

⊕ Tercera Iteración:

		X1	X2	X3	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	50.0000	20.0000	25.0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	0	3.0000	-1.0000	1.0000	0	-3.0000	50.0000	16.6667
Slack_C2	0	0	4.0000	-3.3333	0	1.0000	-1.6667	100.0000	25.0000
X1	50.0000	1.0000	0	0.6667	0	0	0.3333	50.0000	M
	C(j)-Z(j)	0	20.0000	-8.3333	0	0	-16.6667	2,500.0000	

⊕ Cuarta Iteración:

		X1	X2	X3	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	50.0000	20.0000	25.0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	20.0000	0	1.0000	-0.3333	0.3333	0	-1.0000	16.6667	M
Slack_C3	0	0	0	-2.0000	-1.3333	1.0000	2.3333	33.3333	14.2857
X1	50.0000	1.0000	0	0.6667	0	0	0.3333	50.0000	150.0000
	C(j)-Z(j)	0	0	-1.6667	-6.6667	0	3.3333	2,833.3330	

⊕ Quinta Iteración:

		X1	X2	X3	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	50.0000	20.0000	25.0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	20.0000	0.0000	1.0000	-1.1905	-0.2381	0.4286	0	30.9524	M
Slack_C3	0	0	0.0000	-0.8571	-0.5714	0.4286	1.0000	14.2857	M
X1	50.0000	1.0000	0.0000	0.9524	0.1905	-0.1429	0	45.2381	47.5000
	C(j)-Z(j)	0	0	1.1905	-4.7619	-1.4286	0	2,880.9520	

⊕ Sexta Iteración:

		X1	X2	X3	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(i)	50.0000	20.0000	25.0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	20.0000	1.2500	1.0000	0	0	0.2500	0	87.5000	
Slack_C3	0	0.9000	0.0000	0	-0.4000	0.3000	1.0000	55.0000	
X3	25.0000	1.0500	0.0000	1.0000	0.2000	-0.1500	0	47.5000	
	C(i)-Z(i)	-1.2500	0	0	-5.0000	-1.2500	0	2,937.5000	

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Max } (Z) = 50x_1 + 20x_2 + 25x_3$$

$$\text{Max } (Z) = 50(0) + 20(87.50) + 25(47.50)$$

$$\text{Max } (Z) = 2937.50$$

⊕ La compañía debe producir 0 de Producto 1, 87 y medio de Producto 2 y 47 y medio Producto 3.

PREGUNTA 7.

3.1.12 Considere el siguiente problema donde el valor de C1 todavía no ha sido establecido.

Maximizar: $Z = C_1 x_1 + x_2$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

Use el método grafico para determinar la solución optima para X1 y X2, para los diferentes valores posibles de C1 ($-\infty < C1 < \infty$).

SOLUCION AL PROBLEMA:

⊕ Igualando las ecuaciones:

$$x_1 + x_2 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 = 10$$

⊕ Tabulando.

R1

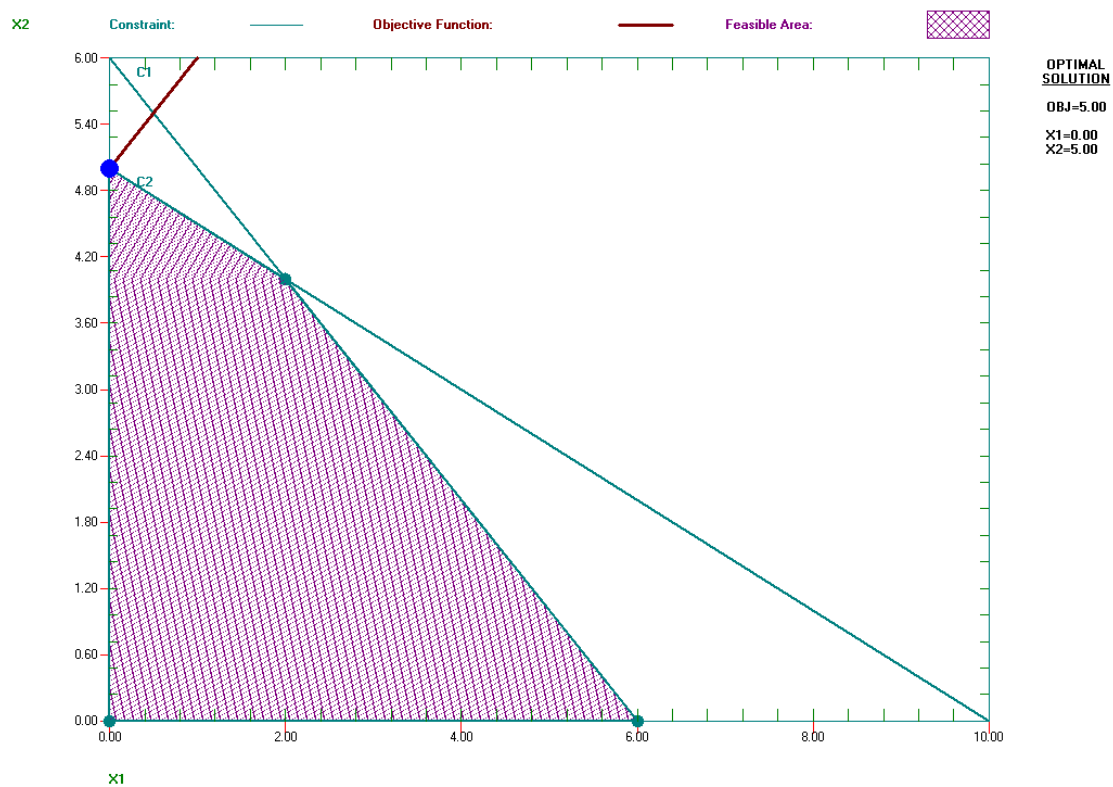
x_1	x_2
0	6
6	0

R2

x_1	x_2
0	5
10	0

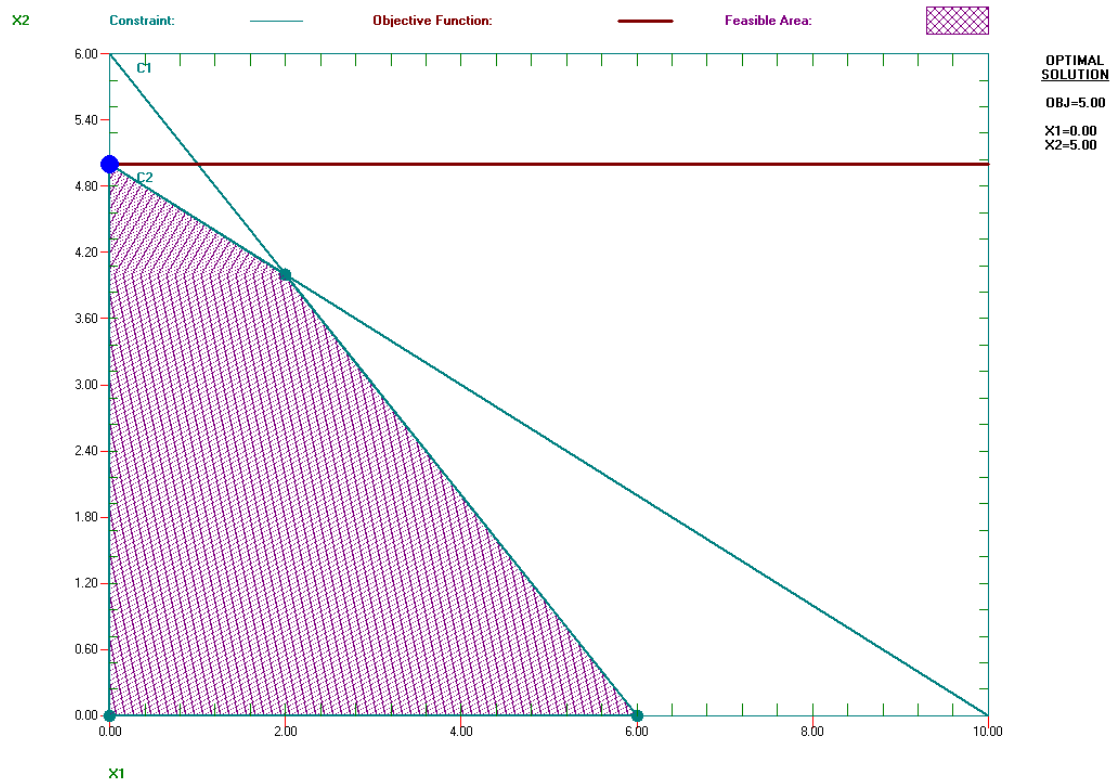
⊕ Como el valor de C_1 ha sido establecido tomamos los negativos, positivos, es decir $C_1 \leq 0$, $C_1 \geq 0$.

⊕ Tomando Función Objetivo. $Z = -1x_1 + x_2$, Entonces Hallando la pendiente $m = -1/1 = -1$, entonces el ángulo $\theta = -45^\circ$.



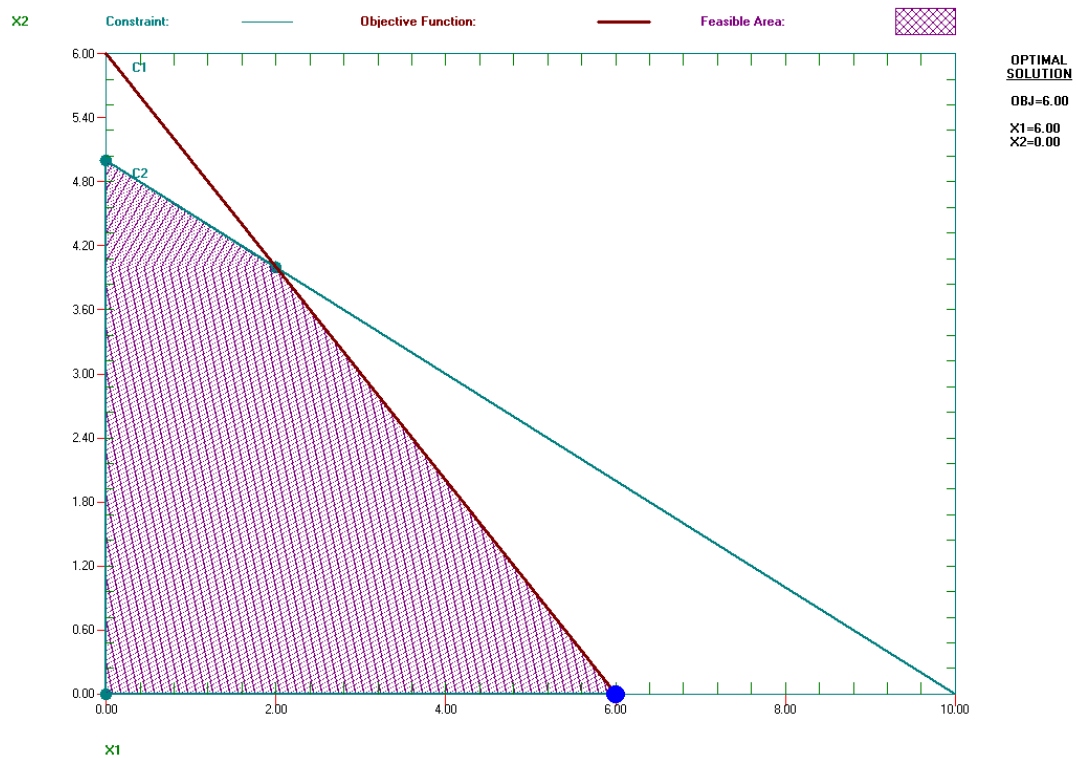
⊕ \therefore Solución Optima es $Z = 5 = -1(0) + 1(5)$.

⊕ Tomando Función Objetivo. $z = 0x_1 + x_2$, Entonces Hallando la pendiente $m = -0/1 = 0$, entonces el ángulo $\theta = 0^\circ$.



∅ ∴ Solución Optima es $Z = 5 = 0(0) + 1(5)$

∅ Tomando Función Objetivo. $z = x_1 + x_2$, Entonces Hallando la pendiente $m = -1/1 = -1$, entonces el ángulo $\theta = -45^\circ$.



⊕ ∴ Solución Óptima es $Z = 6 = 1(6) + 1(0)$

⊕ Sacando valores para x_1 , x_2 :

$$\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 = 6 & (-) & \\ -x_1 - x_2 = -6 & & \\ \hline x_1 + 2x_2 = 10 & & \\ \hline X_2 = 4 & & \end{array} \quad \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 = 10 \\ x_1 + 2(4) = 10 \\ x_1 = 2 \end{array}$$

⊕ Reemplazando en $C1 = -1$:

$$\text{Max. (Z)} = C_1 x_1 + x_2$$

$$\text{Max. (Z)} = -1(2) + 1(4)$$

$$\text{Max. (Z)} = 2$$

⊕ Reemplazando en $C1 = 0$:

$$\text{Max. (Z)} = C_1 x_1 + x_2$$

$$\text{Max. (Z)} = 0(2) + 1(4)$$

$$\text{Max. (Z)} = 4$$

⊕ Reemplazando en $C1 = 1$:

$$\text{Max. (Z)} = C_1 x_1 + x_2$$

$$\text{Max. (Z)} = 1(2) + 1(4)$$

$$\text{Max. (Z)} = 6$$

PREGUNTA 8.

3.1.13 Considere el siguiente problema donde el valor de k todavía no ha sido establecido.

Maximizar: $Z = x_1 + 2x_2$

Sujeto a:

$$-x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_2 \leq 3$$

$$kx_1 + x_2 \leq 2k + 3$$

$$\text{Donde } k \geq 0$$

y

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

La solución que se usa por ahora es $X_1 = 2$, $X_2 = 3$. Use el análisis gráfico para determinar los valores de k tales que esta solución sea de hecho óptimo.

SOLUCION AL PROBLEMA:

⊕ Igualando las ecuaciones:

$$-x_1 + x_2 = 2$$

$$x_2 = 3$$

$$kx_1 + x_2 = 2k + 3$$

⊕ Como el valor de k todavía no ha sido establecido tomamos los positivos incluyendo el Cero, es decir $k \geq 0$.

⊕ Tomando Función Objetivo. $Z = X_1 + 2X_2$ y hallando la pendiente $m = -1/2 = -0.5$, entonces el ángulo $\theta = -26.5650$.

⊕ Tabulando tomando $k = 0$:

R1:

x_1	x_2
0	2
-2	0

R2:

x_1	x_2
0	3
0	0

R3:

x_1	x_2
0	3
0	0



⊕ Tabulando tomando $k = 1$:

R1:

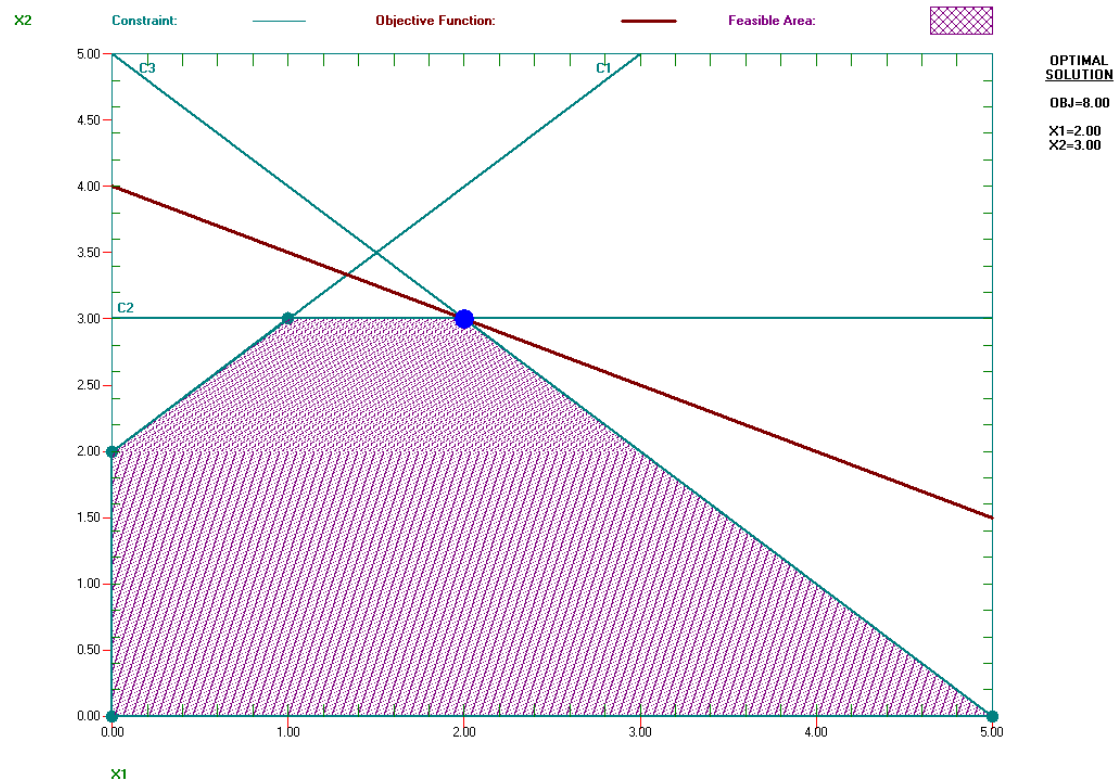
x_1	x_2
0	2
-2	0

R2:

x_1	x_2
0	3
0	0

R3:

x_1	x_2
0	5
5	0



⊕ Tabulando tomando $k = 2$:

R1:

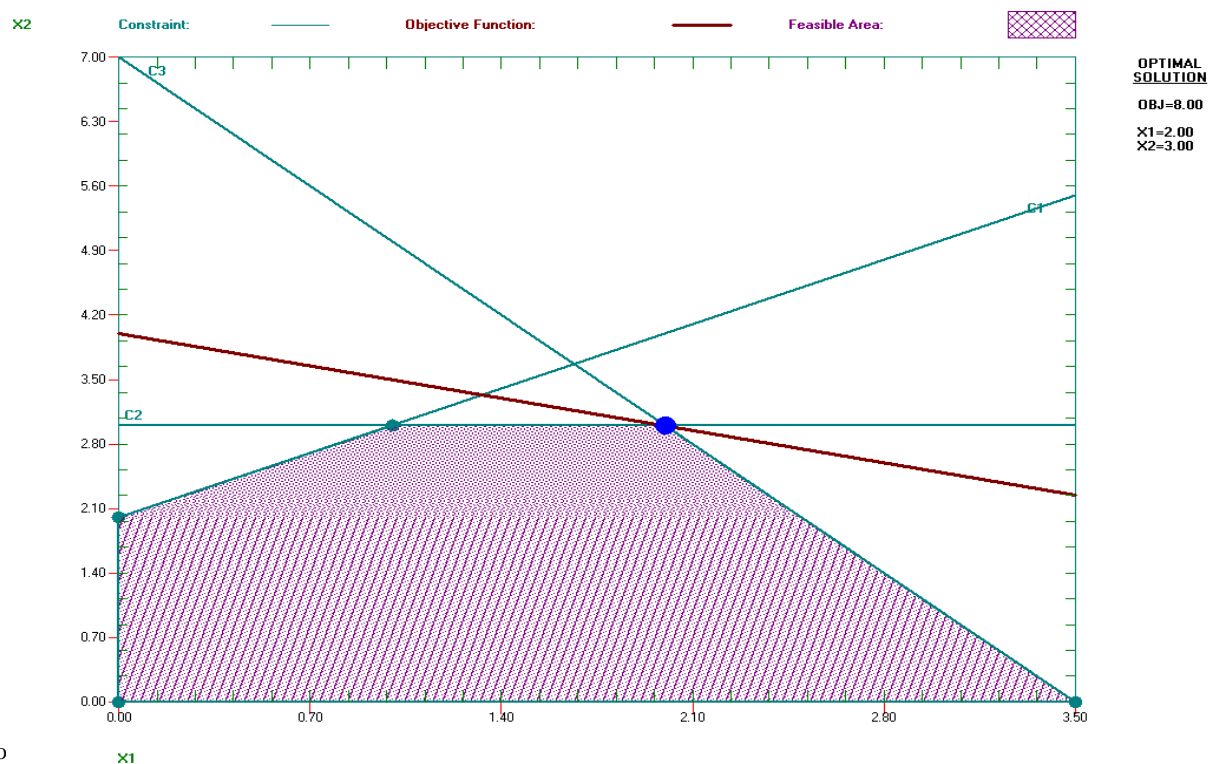
x_1	x_2
0	2
-2	0

R2:

x_1	x_2
0	3
0	0

R3:

x_1	x_2
0	7
3.5	0



⊕ Soluciones Óptimas cuando $k \geq 0$:

Cuando $k=0 \rightarrow$ No existe una solución óptima.

Cuando $k=1 \rightarrow$ Si $x_1 = 2$ y $x_2 = 3$, la solución óptima es $= 8$.

Cuando $k=2 \rightarrow$ Si $x_1 = 2$ y $x_2 = 3$, la solución óptima es $= 8$.

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Max (Z)} = x_1 + 2x_2$$

$$\text{Max (Z)} = 1(2) + 2(3)$$

$$\text{Max (Z)} = 8$$

⊕ \therefore Si k toma valor de 0 no existe una solución óptima, si k toma valores mayores a 1 con $x_1 = 2$ y $x_2 = 3$, la solución óptima siempre será $Z = 8 = 1(2) + 2(3)$.

PREGUNTA 9.

3.1.14 Considere el siguiente problema para el que no se han determinado valores de C1 y C2.

Maximizar: $Z = C_1x_1 + C_2x_2$

Sujeto a: $2x_1 + x_2 \leq 11$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 2$$

Utilice el método grafico para determinar las soluciones optimas para X1 y X2 para los diferentes valores posibles de C1 y C2 (Sugerencia: Separe los casos en los cuales $C2 = 0$, $C2 > 0$, $C2 < 0$ para los dos últimos casos centre su atención en la razón C1 entre C2).

SOLUCION AL PROBLEMA:

⊕ Igualando las ecuaciones:

$$2x_1 + x_2 = 11$$

$$-x_1 + 2x_2 = 2$$

⊕ Tabulando.

R1

x_1	x_2
0	11
5.5	0

R2

x_1	x_2
0	1
-2	0

- ⊕ Como el valor de C2 todavía no ha sido establecido tomamos los positivos incluyendo el Cero, es decir $C2 = 0$, $C2 > 0$, $C2 < 0$.

PREGUNTA 10.

3.2.1 La siguiente tabla resume los siguientes hechos sobre dos productos A y B, y los recursos Q, R, S requeridos para producirlos.

Recurso	Recursos utilizados por unidad de producto		Cantidad de recursos disponibles
	Producto A	Producto B	
Q	2	1	2
R	1	2	2
S	3	3	4
Ganancia/unidad	3	2	

Todas las suposiciones de programación lineal se cumplen.

- Formule un modelo de programación lineal.
- Resuelva este modelo en un grafica.
- Verifique el valor exacto de la solución óptima en b con la solución algebraica de las dos ecuaciones relevantes.

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Producto A = x_1

Producto B = x_2

	Q	R	S	Ganancia
x_1	2	1	3	3
x_2	1	2	3	2
	2	2	4	$3x_1 + 2x_2$

⊕ Función Objetivo $\text{Max } (Z) = 3x_1 + 2x_2$

⊕ Restricciones:

$$2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 2 \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$3x_1 + 3x_2 \leq 4$$

⊕ Igualando las restricciones:

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 + 2x_2 = 2$$

$$3x_1 + 3x_2 = 4$$

Solución (b)

⊕ Tabulando:

R1:

x_1	x_2
0	2
1	0

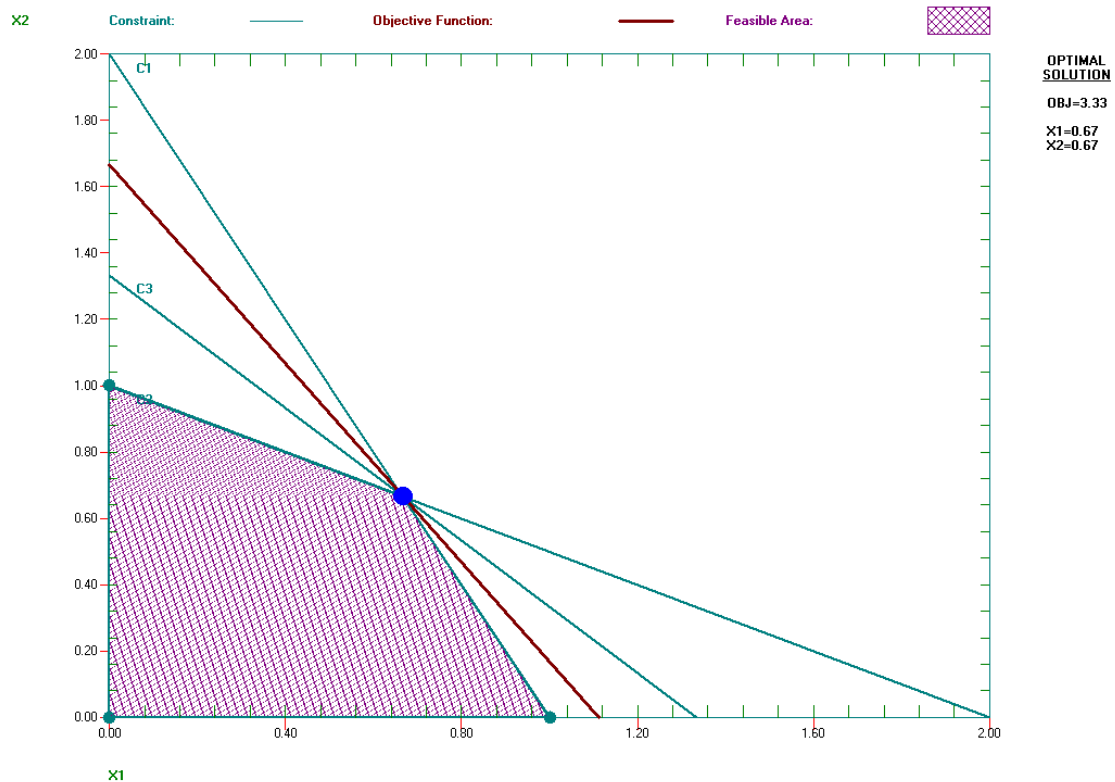
R2:

x_1	x_2
0	1
2	0

R3:

x_1	x_2
0	$4/3$
$4/3$	0

Hallando la pendiente: $m = -3/2 = -1.5$ Entonces Angulo $\theta = -56.3099$



⊕ Sacando valores para x_1, x_2 :

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 & = & 2(-2) \\ -2x_1 - 4x_2 & = & -4 \\ \hline 2x_1 + x_2 & = & 2 \\ -3x_2 & = & -2 \\ x_2 & = & \frac{2}{3} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x_1 + x_2 & = & 2 \\ 2x_1 + \left(\frac{2}{3}\right) & = & 2 \\ \hline 6x_1 & = & 4 \\ x_1 & = & \frac{2}{3} \end{array}$$

Solución (c)

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Max (Z)} = 3x_1 + 2x_2$$

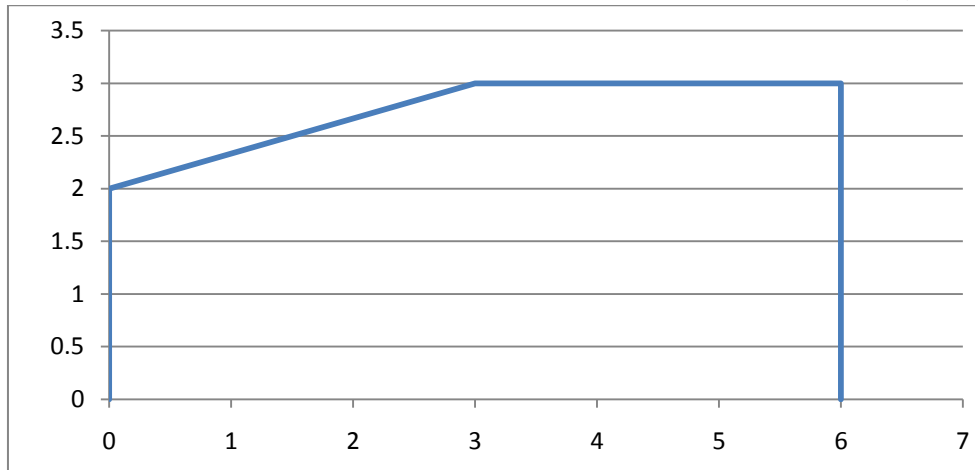
$$\text{Max (Z)} = 3 \left(\frac{2}{3}\right) + 2 \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\text{Max (Z)} = 3.3333$$

⊕ Se necesitan los $\frac{2}{3}$ del Producto 1 y $\frac{2}{3}$ del Producto 2, para tener una ganancia de \$ 3.333333.

PREGUNTA 11.

3.2.2 El área sombreada de la siguiente grafica representa la región factible de un problema de programación lineal cuya función objetivo debe maximizarse.



Diga si cada una de las siguientes afirmaciones es falsa o verdadera y después justifique su respuesta con base al método grafico. En cada caso de un ejemplo de una función objetivo que ilustre su respuesta.

- Si (3,3) produce un valor más grande de la función objetivo que (0,2) y (6,3) entonces (3,3) debe ser una solución optima.
- Si (3,3) es una solución optima existen soluciones optimas múltiples entonces uno de los dos (0,2) o (6,3) también deben ser una solución optima.
- El punto (0,0) no puede ser una solución optima.

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Función Objetivo $\text{Max } (Z) = X_1 + X_2$

Si (3,3) $\rightarrow 3 + 3 = 6$

Si (0,2) $\rightarrow 0 + 2 = 2$

Si (6,3) $\rightarrow 6 + 3 = 9$

El punto (3,3) no puede ser una solución optima .

Solución (b)

Si (3,3) $\rightarrow 3 + 3 = 6$

Si (0,2) $\rightarrow 0 + 2 = 2$

Si (6,3) $\rightarrow 6 + 3 = 9$

Solución (c)

Si (3,3) $\rightarrow 3 + 3 = 6$

Si (0,2) $\rightarrow 0 + 2 = 2$

Si (6,3) $\rightarrow 6 + 3 = 9$

PREGUNTA 12.

3.2.3 Hoy es su día de suerte acaba de ganarse un premio de \$ 10 000 dedicara \$ 4 000 a impuestos y diversiones, pero ha decidido invertir los otros \$ 6 000, al oír las nuevas, dos amigos le han ofrecido una oportunidad de convertirse en socio en dos empresas distintas cada uno planeada por uno de ellos, en ambos caso la inversión incluye dedicar parte de su tiempo el siguiente verano y dinero en

efectivo. Para ser un socio completo en caso del primer amigo debe invertir \$ 5 000 y 400 horas, y su ganancia estimada (sin tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo) sería \$ 4 500. Las cifras correspondientes para el segundo caso son \$ 4 000 y 500 horas con una ganancia estimada de \$ 4 500, sin embargo ambos amigos son flexibles y le permiten participar con cualquier fracción de participación que quiera. Si elige una participación parcial todas las cifras dadas para la sociedad completa (inversión de dinero y tiempo, y la ganancia) se puede multiplicar por esa fracción. Como de todas formas usted busca en trabajo de verano interesante (máximo 600 horas), ha decidido participar en una o ambas empresas en alguna combinación que maximice su ganancia total estimada. Usted debe resolver el problema de encontrar la mejor combinación.

- Formule el modelo de programación lineal.
- Use el método gráfico para resolver en modelo, ¿Cuál es su ganancia total estimada?

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Empresa 1 = x_1

Empresa 2 = x_2

	Invertir		Ganancia
	Dinero	Horas	
x_1	5000	400	4500
x_2	4000	500	4500
	6000	600	$4500x_1 + 4500x_2$

⊕ Función Objetivo $\text{Max } (Z) = 4500x_1 + 4500x_2$

⊕ Restricciones:

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 1$$

$$5000x_1 + 4000x_2 \leq 6000$$

$$400x_1 + 500x_2 \leq 600$$

y

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Solución (b)

⊕ Igualando las restricciones.

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 1$$

$$5000x_1 + 4000x_2 = 6000$$

$$400x_1 + 500x_2 = 600$$

⊕ Tabulando.

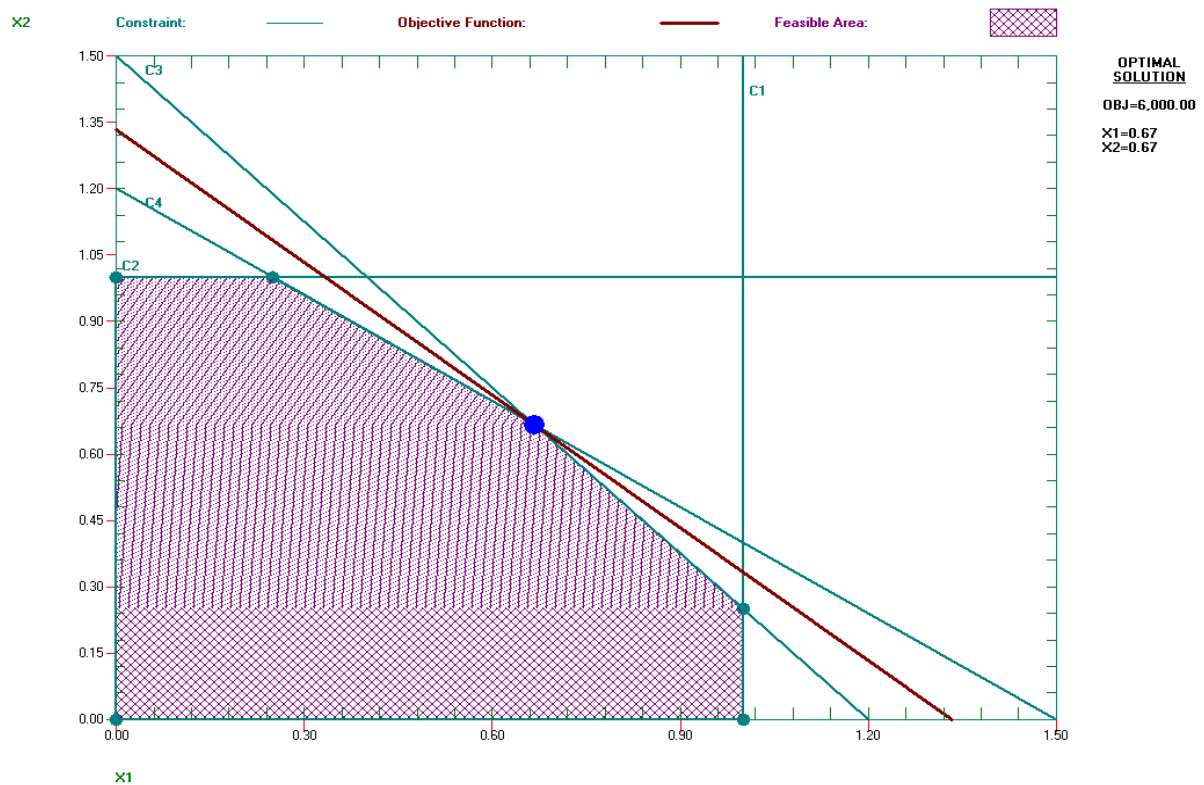
R1:

X_1	X_2
0	$3/2$
$6/5$	0

R2:

X_1	X_2
0	$6/5$
$3/2$	0

Hallando la pendiente: $m = -4500/4500 = -1$ Entonces Angulo $\theta = -45$



⊕ Sacando valores para x_1, x_2 :

$$\begin{aligned}
 400x_1 + 500x_2 &= 600(-8) \\
 -3200x_1 - 4000x_2 &= -4800 \\
 \hline
 5000x_1 + 4000x_2 &= 6000 \\
 \hline
 1800x_1 &= 1200 \\
 x_1 &= \frac{1200}{1800} \\
 x_1 &= \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5000x_1 + 4000x_2 &= 6000 \\
 5000\left(\frac{2}{3}\right) + 4000x_2 &= 6000 \\
 \frac{10000}{3} + 4000x_2 &= 6000 \\
 12000x_2 &= 8000 \\
 x_2 &= \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Max (Z)} = 4500x_1 + 4500x_2$$

$$\text{Max (Z)} = 4500 (2/3) + 4500 (2/3)$$

$$\text{Max (Z)} = 6\,000$$

⊕ La mejor combinación es con 2/3 de participación en la empresa 1, y 2/3 en la Empresa 2 y para tener una ganancia total es de \$ 6 000.

PREGUNTA 13.

3.2.4 Use el método grafico para encontrar todas las soluciones óptimas del siguiente modelo.

Maximizar: $Z = 500x_1 + 300x_2$

Sujeto a:

$$15x_1 + 5x_2 \leq 300$$

$$10x_1 + 6x_2 \leq 240 \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

$$8x_1 + 12x_2 \leq 450$$

SOLUCION AL PROBLEMA:

⊕ Igualando las Restricciones.

$$15x_1 + 5x_2 = 300$$

$$10x_1 + 6x_2 = 240$$

$$8x_1 + 12x_2 = 450$$

⊕ Sacando las restricciones:

R1:

X_1	X_2
0	60
20	0

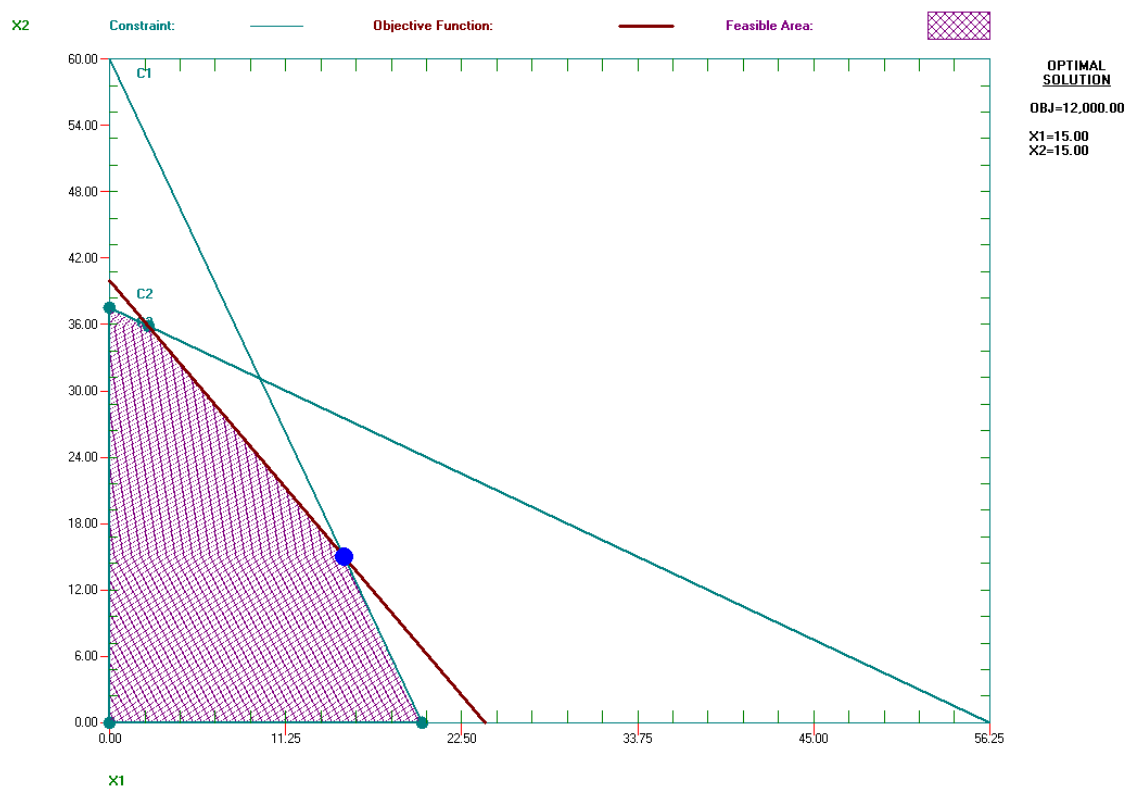
R2:

X_1	X_2
0	40
24	0

R3:

X_1	X_2
0	75/2
225/4	0

Hallando la pendiente: $m = -500/300 = -1.66667$ Entonces Angulo $\theta = -59.0362$



⊕ Sacando valores para x_1, x_2 :

$$\begin{array}{rcl}
 15x_1 + 5x_2 & = & 300 \quad (6) \\
 10x_1 + 6x_2 & = & 240 \quad (-5) \\
 90x_1 + 30x_2 & = & 1800 \\
 -50x_1 - 30x_2 & = & -1200 \\
 \hline
 40x_1 & = & 600 \\
 x_1 & = & 15
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 15x_1 + 5x_2 & = & 300 \\
 15(15) + 5x_2 & = & 300 \\
 5x_2 & = & 75 \\
 x_2 & = & 15
 \end{array}$$

⊕ Reemplazando en:

$$\begin{aligned}
 \text{Max (Z)} &= 500x_1 + 300x_2 \\
 \text{Max (Z)} &= 500(15) + 300(15) \\
 \text{Max (Z)} &= 12\,000
 \end{aligned}$$

⊕ La solución óptima es 12 000.

PREGUNTA 14.

3.2.5 Use el método grafico para demostrar que el siguiente modelo no tiene soluciones factibles.

Maximizar: $Z = 5x_1 + 7x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 2x_1 - x_2 &\leq -1 \\
 -x_1 + 2x_2 &\leq -1 \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

SOLUCION AL PROBLEMA:

⊕ Igualando valores de x_1, x_2 :

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= -1 \\ -x_1 + 2x_2 &= -1 \end{aligned}$$

⊕ Sacando las restricciones:

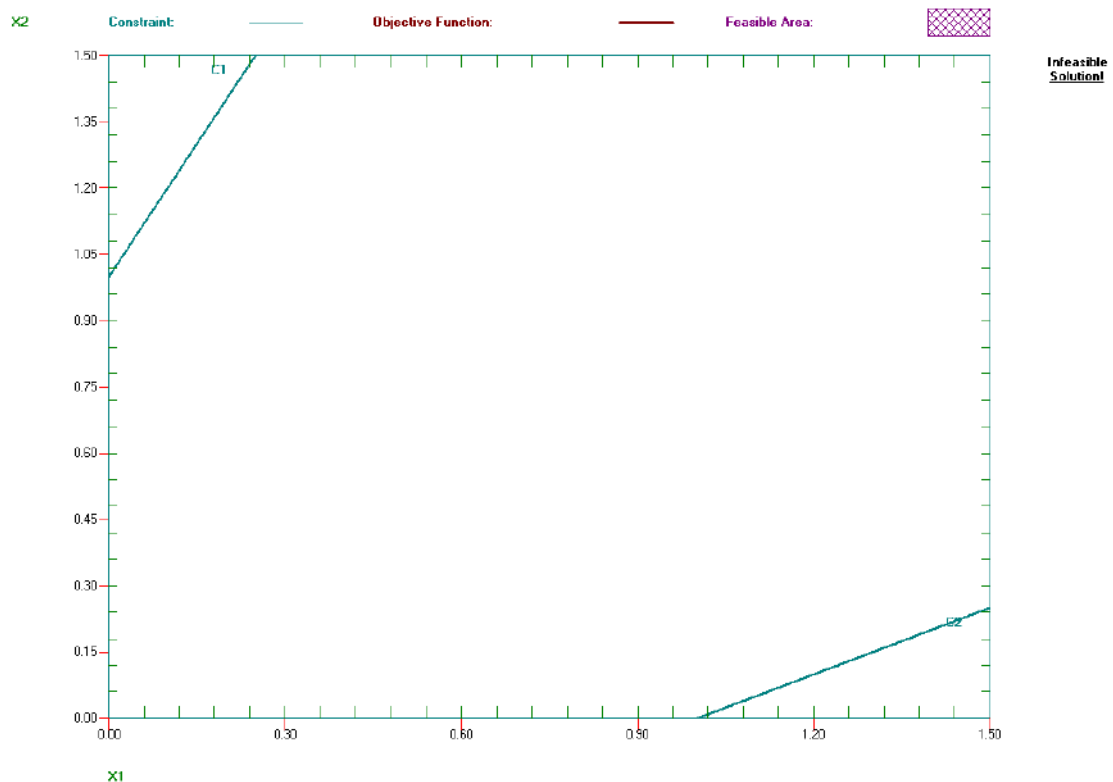
R1:

x_1	x_2
0	1
-0.3	0

R2:

x_1	x_2
0	-0.5
1	0

Hallando la pendiente: $m = -5/7 = -0.7142857143$ Entonces Angulo $\theta = -35.53767779$



⊕ Se demuestra que no tiene solución óptima porque no hay ninguna combinación de restricciones.

PREGUNTA 15.

3.2.6 Suponga que se proporcionaron las siguientes restricciones para un modelo de programación lineal.

$$-x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$-3x_1 + x_2 \leq 30$$

y

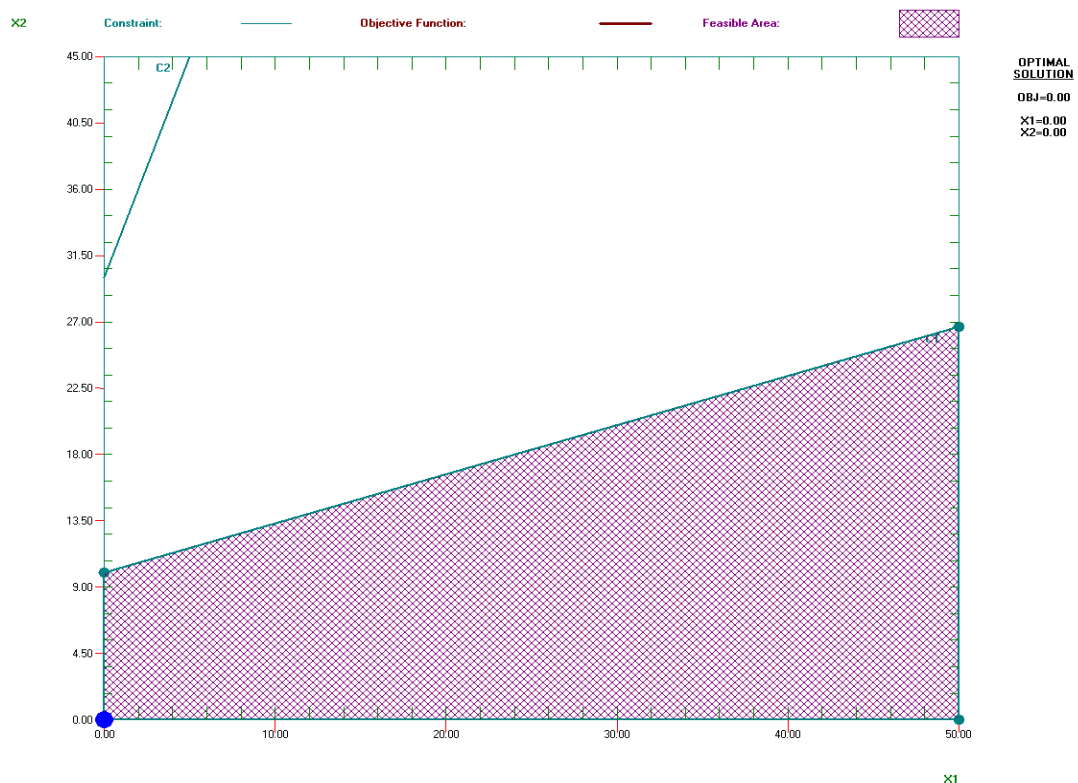
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- a) Demuestre que la región factible es no acotada.
- b) Si el objetivo es maximizar $Z = -X_1 + X_2$, ¿tiene el modelo una solución óptima? Si es así encuéntrela, si no explique por qué no.
- c) Repita el inciso b cuando el objetivo es maximizar $Z = X_1 - X_2$.
- d) Para las funciones objetivas con las que el modelo no tiene solución óptima, ¿Significa esto que no existen buenas soluciones según el modelo? Explique que es probable que este mal en la formulación del modelo.

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

(Existe ausencia de solución), la función objetivo no tiene valores extremos, pues la región factible es no acotada.



Solución (b)

⊕ Si el objetivo es Maximizar $Z = -x_1 + x_2$

⊕ Igualando las restricciones

$$-x_1 + 3x_2 = 30$$

$$-3x_1 + x_2 = 30$$

⊕ Sacando las restricciones:

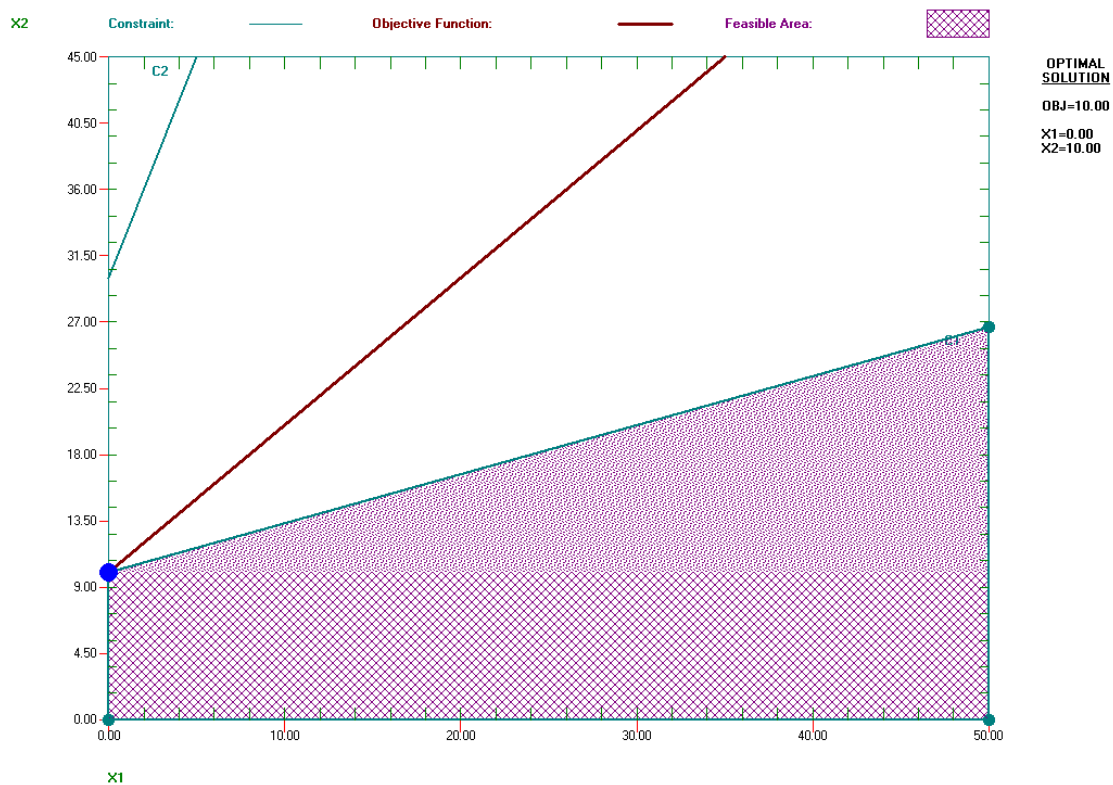
R1:

X_1	X_2
0	10
-30	0

R2:

X_1	X_2
0	30
-10	0

Hallando la pendiente: $m = -(-1)/1 = 1$ Entonces Angulo $\theta = 45$



⊕ Sacando valores para x_1, x_2 :

Entonces el valor de $x_2 = 10$

$$x_2 = 10$$

$$-x_1 + 3x_2 = 30$$

$$-x_1 + 3(10) = 30$$

$$-x_1 = 0$$

$$x_1 = 0$$

- ⊕ Reemplazando en la Función Objetivo:

$$\text{Max (Z)} = -x_1 + x_2$$

$$\text{Max (Z)} = -1 (0) + 1 (10)$$

$$\text{Max (Z)} = 10$$

- ⊕ El modelo si tiene una solución óptima que es 10.

Solución (c)

- ⊕ Si el objetivo es Maximizar $Z = x_1 - x_2$

- ⊕ Igualando las restricciones

$$-x_1 + 3x_2 = 30$$

$$-3x_1 + x_2 = 30$$

- ⊕ Sacando las restricciones:

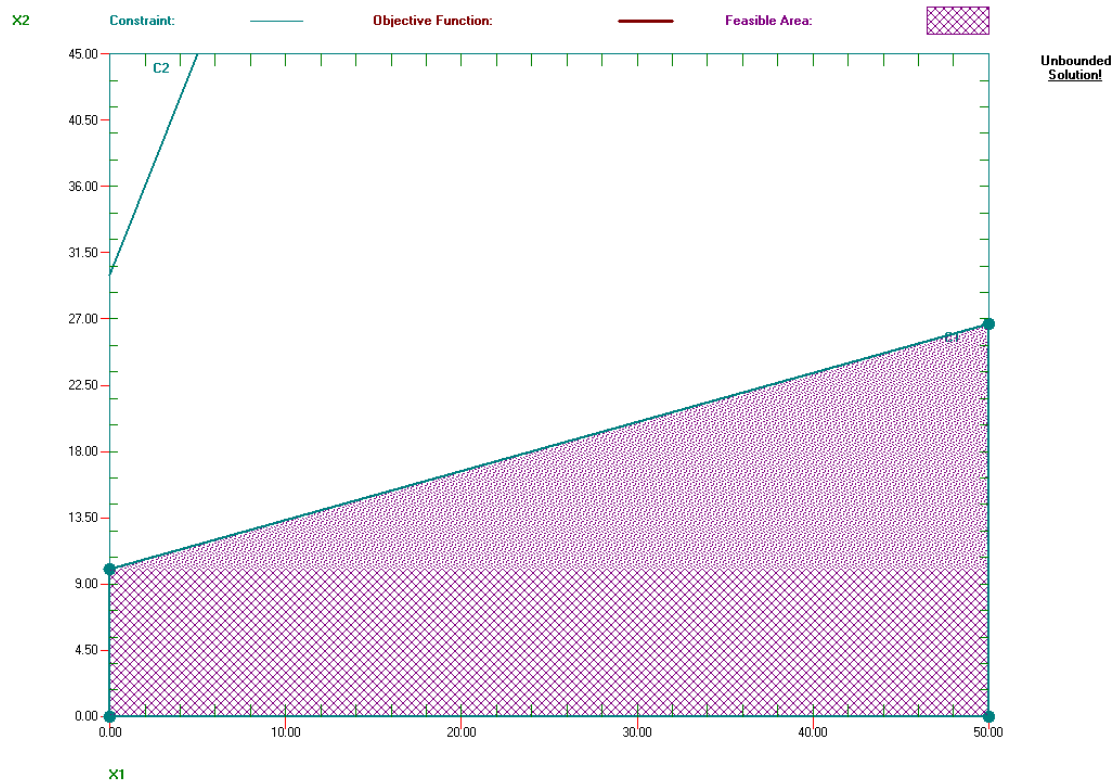
R1:

X_1	X_2
0	10
-30	0

R2:

X_1	X_2
0	30
-10	0

Hallando la pendiente: $m = -1/-1 = 1$ Entonces Angulo $\theta = 45$



⊕ En el modelo no existe una solución óptima ya que la pendiente es positiva.

Solución (d)

Para las funciones objetivas con las que el modelo no tiene solución óptima, ¿Significa esto que no existen buenas soluciones según el modelo? Explique que es probable que este mal en la formulación del modelo

Rta:

Si dentro de la función objetiva se encuentra tienen signos negativos la pendiente resultara positiva y este modelo no tendrá una solución óptima.

PREGUNTA 16

3.4.3 Utilice el método grafico para resolver el problema:

Maximizar: $Z = 15x_1 + 20x_2$

Sujeto a:

$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

$$2x_1 - 3x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

⊕ Igualando las ecuaciones:

$$x_1 + 2x_2 = 10$$

$$2x_1 - 3x_2 = 6$$

$$x_1 + x_2 = 6$$

⊕ Tabulando.

R1

x_1	x_2
0	5
10	0

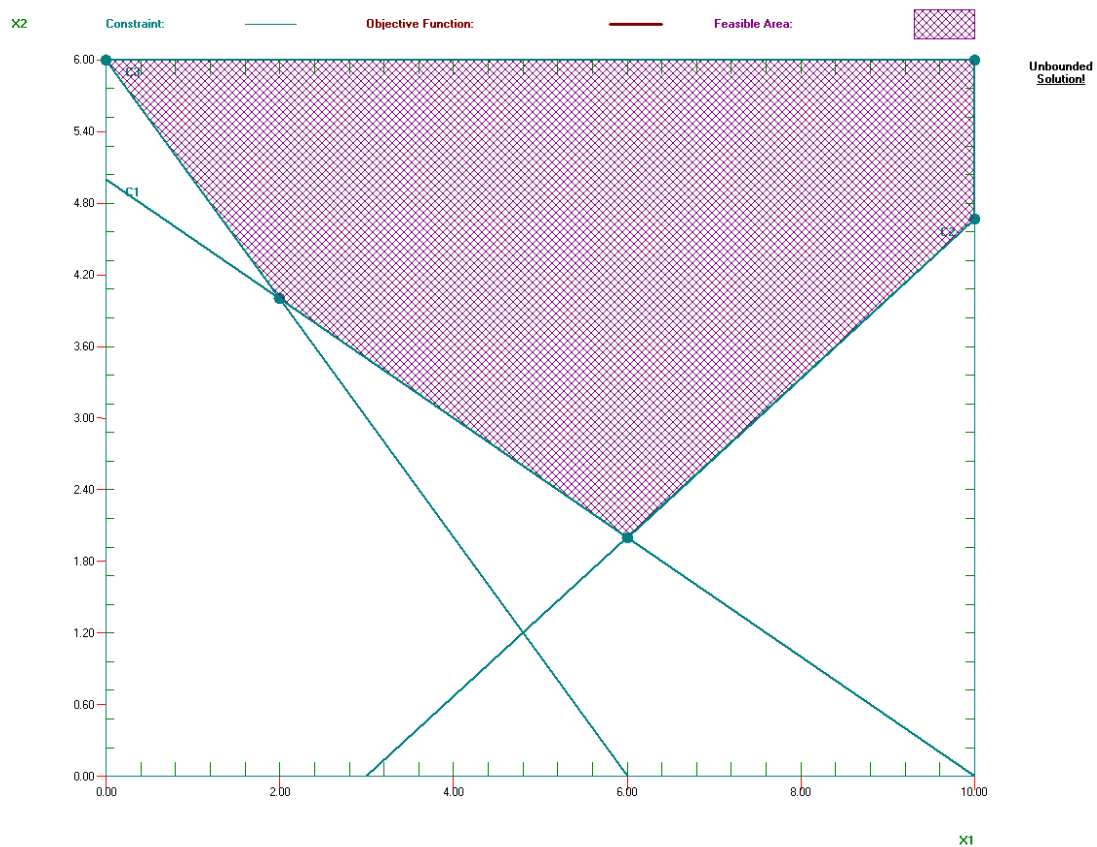
R2

x_1	x_2
0	-2
3	0

R3

x_1	x_2
0	6
6	0

Hallando la pendiente $m = -15/20 = -0.75$, entonces el ángulo $\theta = -36.87$



Como este es problema de maximización y la región factible se va hacia afuera en la grafica, entonces este problema no tiene solución optima.

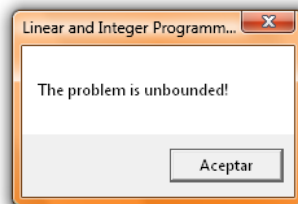
⊕ **Comprobación con el método simplex.**

		X1	X2	Surplus_C1	Slack_C2	Surplus_C3	Artificial_C1	Artificial_C3		
Basis	C(i)	15.0000	20.0000	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	-M	1.0000	2.0000	-1.0000	0	0	1.0000	0	10.0000	5.0000
Slack_C2	0	2.0000	-3.0000	0	1.0000	0	0	0	6.0000	M
Artificial_C3	-M	1.0000	1.0000	0	0	-1.0000	0	1.0000	6.0000	6.0000
	C(i)-Z(i)	15.0000	20.0000	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	2.0000	3.0000	-1.0000	0	-1.0000	0	0	0	

		X1	X2	Surplus_C1	Slack_C2	Surplus_C3	Artificial_C1	Artificial_C3		
Basis	C(i)	15.0000	20.0000	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	20.0000	0.5000	1.0000	-0.5000	0	0	0.5000	0	5.0000	M
Slack_C2	0	3.5000	0	-1.5000	1.0000	0	1.5000	0	21.0000	M
Artificial_C3	-M	0.5000	0	0.5000	0	-1.0000	-0.5000	1.0000	1.0000	2.0000
	C(i)-Z(i)	5.0000	0	10.0000	0	0	-10.0000	0	100.0000	
	* Big M	0.5000	0	0.5000	0	-1.0000	-1.5000	0	0	

		X1	X2	Surplus_C1	Slack_C2	Surplus_C3	Artificial_C1	Artificial_C3		
Basis	C(i)	15.0000	20.0000	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	20.0000	1.0000	1.0000	0	0	-1.0000	0	1.0000	6.0000	M
Slack_C2	0	5.0000	0	0	1.0000	-3.0000	0	3.0000	24.0000	M
Surplus_C1	0	1.0000	0	1.0000	0	-2.0000	-1.0000	2.0000	2.0000	M
	C(i)-Z(i)	-5.0000	0	0	0	20.0000	0	-20.0000	120.0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	-1.0000	-1.0000	0	

		X1	X2	Surplus_C1	Slack_C2	Surplus_C3	Artificial_C1	Artificial_C3		
Basis	C(i)	15.0000	20.0000	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	20.0000	1.0000	1.0000	0	0	-1.0000	0	1.0000	6.0000	M
Slack_C2	0	5.0000	0	0	1.0000	-3.0000	0	3.0000	24.0000	M
Surplus_C1	0	1.0000	0	1.0000	0	-2.0000	-1.0000	2.0000	2.0000	M
	C(i)-Z(i)	-5.0000	0	0	0	20.0000	0	-20.0000	120.0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	-1.0000	-1.0000	0	



Como Vemos al final Sale un Mensaje que dice no hay solución optima, ya que no se logra convertir los valores $c(i) - z(j)$ en positivos.

PREGUNTA 17

3.4.4 Utilice el método grafico para resolver el problema:

Minimizar: $Z = 3x_1 + 2x_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &\leq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 &= 12 \\ 2x_1 + x_2 &\geq 8 \end{aligned} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

⊕ Igualando las restricciones:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 12 \\ 2x_1 + 3x_2 &= 12 \\ 2x_1 + x_2 &= 8 \end{aligned}$$

⊕ Tabulando.

R1

R2

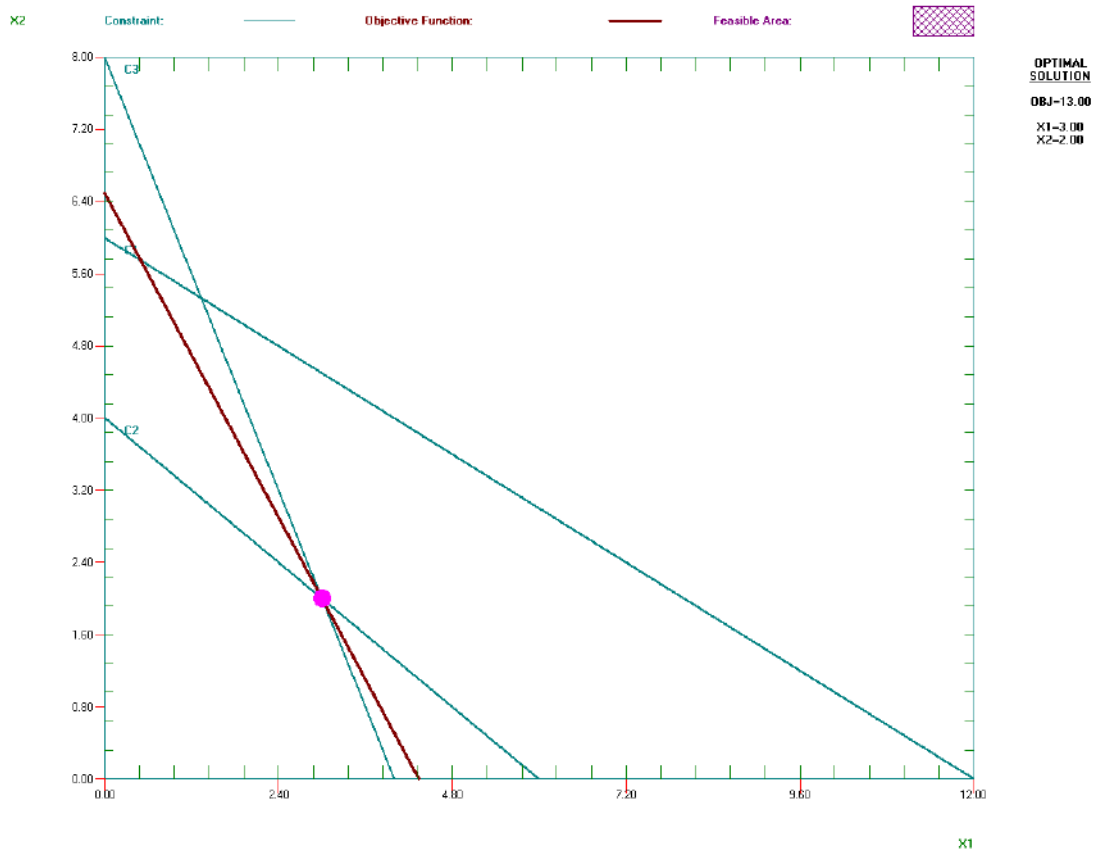
R3

x_1	x_2
0	6
12	0

x_1	x_2
0	4
6	0

x_1	x_2
0	8
4	0

Hallando la pendiente $m = -3/2 = -0.75$, entonces el ángulo $\theta = -56.30$



⊕ Sacando valores para x_1 , x_2 :

$$2x_1 + x_2 = 8$$

$$2x_1 + 2 = 8$$

$$2x_1 + 3x_2 = 12$$

$$2x_1 = 6$$

$$-2x_1 - x_2 = -8$$

$$x_1 = 3$$

$$2x_2 = 4$$

$$x_2 = 2$$

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Min. (Z)} = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{Min. (Z)} = 3(3) + 2(2)$$

$$\text{Min. (Z)} = 13$$

PREGUNTA 18

3.4.5 Considere el siguiente problema, donde el valor de C1 no se ha determinado.

Maximizar: $Z = c_1x_1 + 2x_2$

Sujeto a:

$$4x_1 + x_2 \leq 12$$

$$x_1 - x_2 \geq 2$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Use el método grafico para determinar la(s) solución de (X1, X2) para los valores posibles de C1.

⊕ Igualando las ecuaciones:

$$4x_1 + x_2 = 12$$

$$x_1 - x_2 = 2$$

⊕ Tabulando.

R1

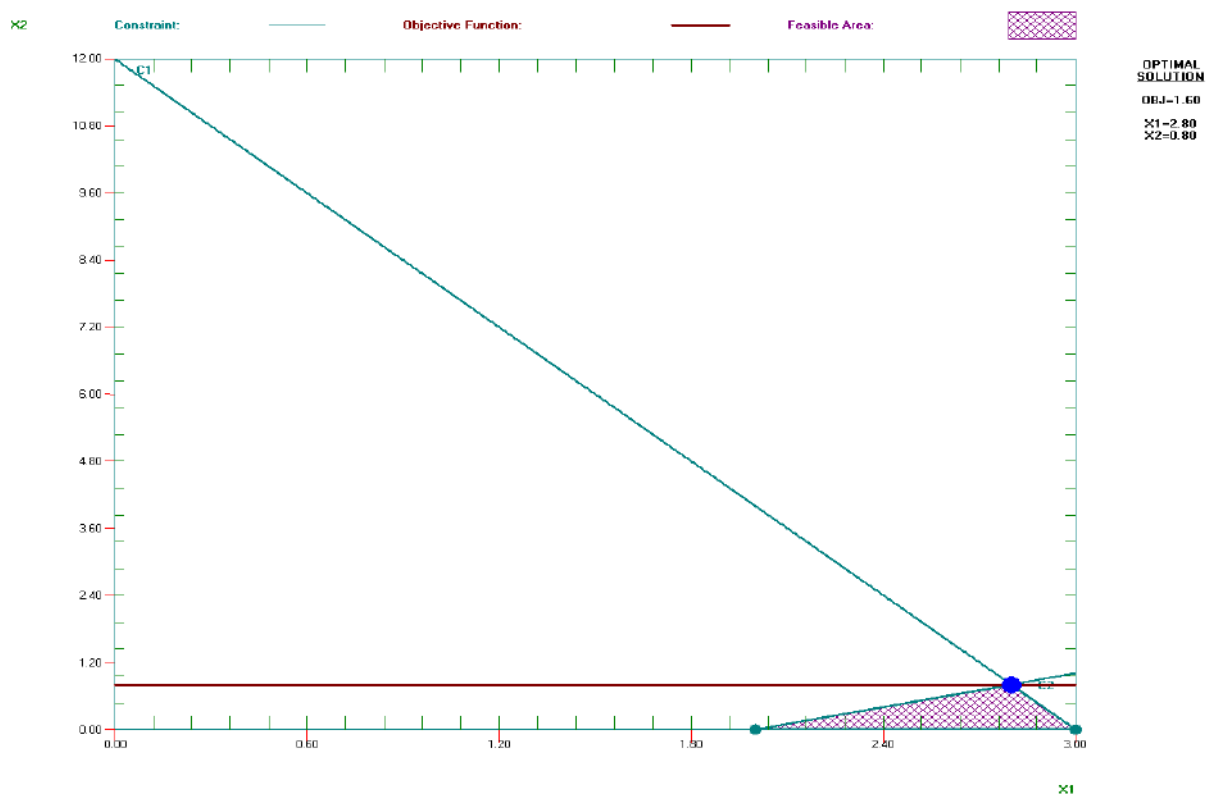
x_1	x_2
0	12
3	0

R2

x_1	x_2
0	-2
2	0

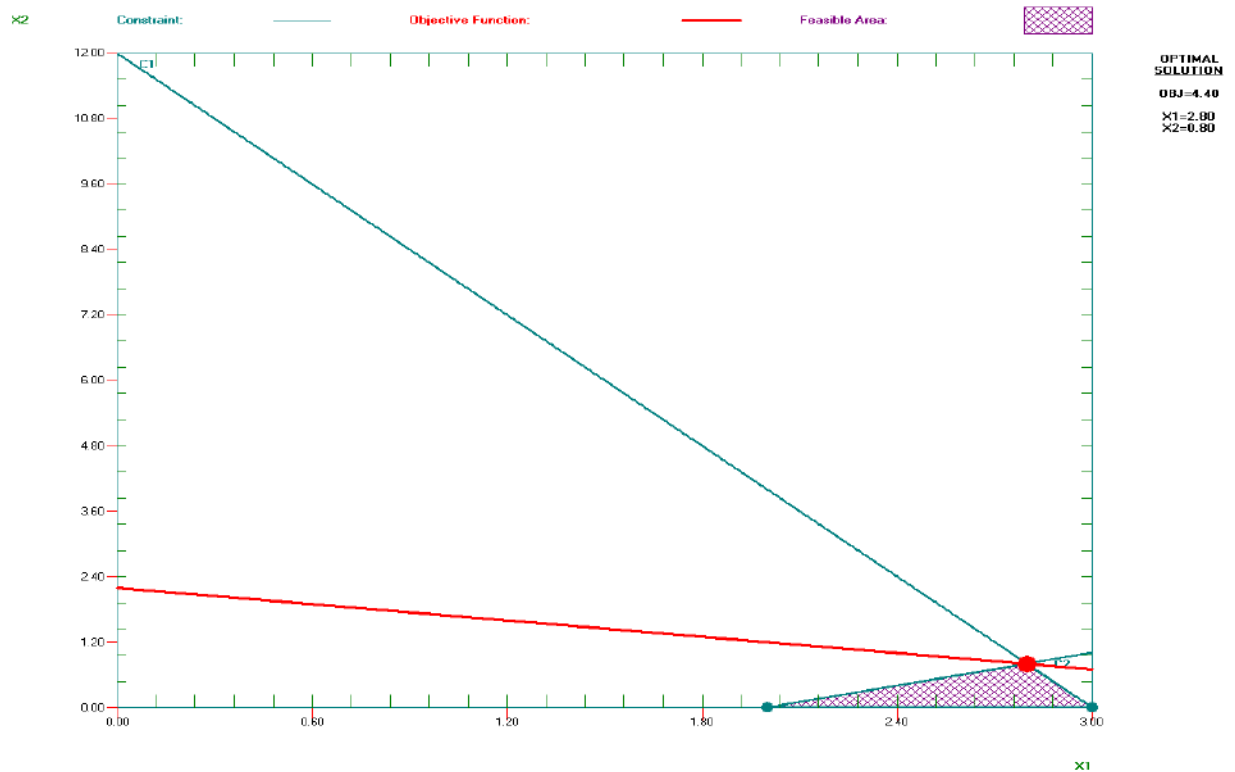
⊕ Como el valor de C1 todavía no ha sido establecido tomamos los positivos incluyendo el Cero, es decir $C1 \geq 0$.

⊕ Tomando Función Objetivo. $z = 0x_1 + 2x_2$, Entonces Hallando la pendiente $m = -0/2 = -0$, entonces el ángulo $\theta = 0$.



⊕ ∴ Solución Óptima es $z=1.60 = 0(2.80) + 2(0.80)$.

⊕ Tomando Función Objetivo. $z = x_1 + 2x_2$, Entonces Hallando la pendiente $m = -1/2 = -0.5$, entonces el ángulo $\theta = -26.56$.



⊕ ∴ Solución Óptima es $z=4.40 = 0(2.80) + 2(0.80)$.

⊕ Sacando valores para x_1 , x_2 :

$$4x_1 + x_2 = 12$$

$$x_1 - x_2 = 2$$

$$5x_1 = 14$$

$$x_1 = 14/5$$

$$4(14/5) + x_2 = 12$$

$$x_2 = 12 - 56/5$$

$$x_2 = 4/5$$

⊕ Reemplazando para $C_1=0$, Luego para $C_1 = 1$:

$$\text{Max. (Z)} = 0x_1 + 2x_2$$

$$\text{Max. (Z)} = 0(2.80) + 2(0.80)$$

$$\text{Max. (Z)} = 1.60$$

⊕

$$\text{Max. (Z)} = 1x_1 + 2x_2$$

$$\text{Max. (Z)} = 1(2.80) + 2(0.80)$$

$$\text{Max. (Z)} = 4.40$$

PREGUNTA 19

3.4.6 Considere el siguiente modelo:

Maximizar: $Z = 40x_1 + 50x_2$

Sujeto a:

$$\begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ x_1 - x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + x_2 \geq 20 \end{array} \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

- a) Use el modelo grafico para resolver este modelo.
- b) ¿Cómo varia la solución optima si la función objetivo se cambia a $Z = 40X_1 + 70X_2$?
- c) ¿Cómo varia la solución optima si la tercera restricción funcional se cambia a $2x_1 + x_2 \geq 15$?

SOLUCION AL PROBLEMA.

Solución (a).

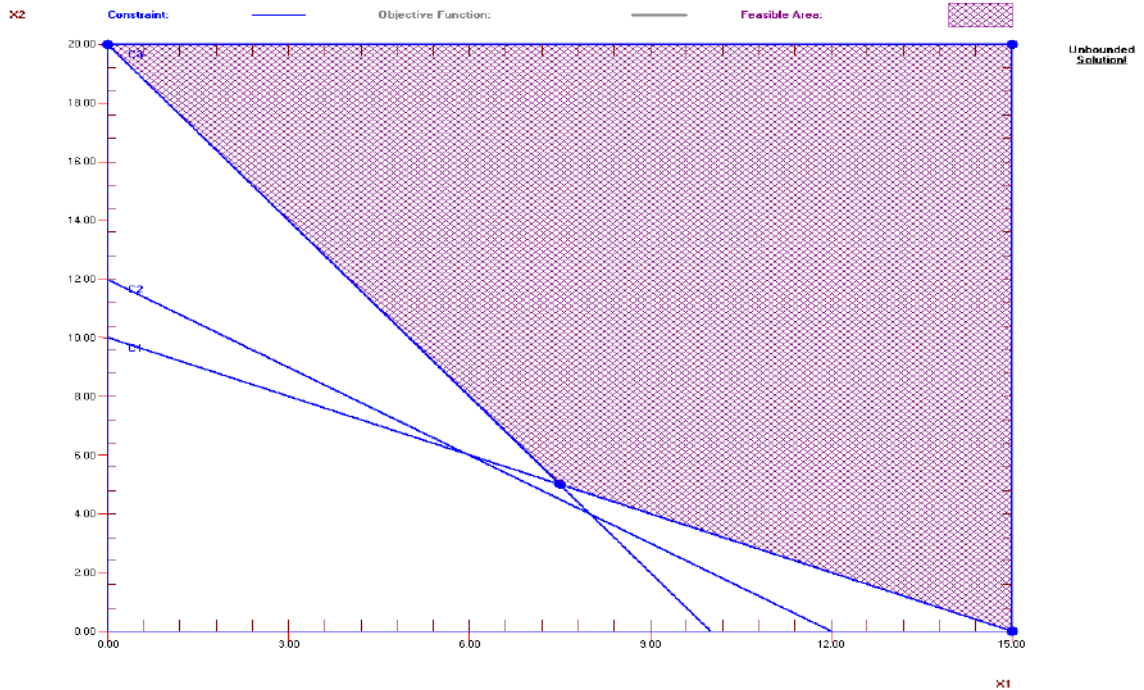
⊕ Igualando valores de x_1, x_2 :

$$\begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 = 30 \\ x_1 - x_2 = 12 \\ 2x_1 + x_2 = 20 \end{array}$$

⊕ Tabulando.

R1	R2	R3																		
<table border="1"><tr><td>x_1</td><td>x_2</td></tr><tr><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>15</td><td>0</td></tr></table>	x_1	x_2	0	10	15	0	<table border="1"><tr><td>x_1</td><td>x_2</td></tr><tr><td>0</td><td>-12</td></tr><tr><td>12</td><td>0</td></tr></table>	x_1	x_2	0	-12	12	0	<table border="1"><tr><td>x_1</td><td>x_2</td></tr><tr><td>0</td><td>20</td></tr><tr><td>10</td><td>0</td></tr></table>	x_1	x_2	0	20	10	0
x_1	x_2																			
0	10																			
15	0																			
x_1	x_2																			
0	-12																			
12	0																			
x_1	x_2																			
0	20																			
10	0																			

⊕ Hallando la pendiente $m = -40/50 = -0.80$, entonces el ángulo $\theta = -38.65$.



⊕ Como en las ecuaciones la el símbolo de inecuación es diferente al de maximización no se obtendrá Solución Optima, ya que el área factible también es inversa a una maximización.

Solución (b)

Tampoco va a variar el Resultado si la Solución Optima Cambia, ya que no cumplen las restricciones.

Solución (c)

Tampoco va a variar el Resultado si una de las restricciones varía y se mantiene el sentido contrario, ya que no cumplen las restricciones.

PREGUNTA 20

3.4.7 carne con papas es el plato favorito de Ralph Edmund. Por eso decidió hacer una dieta continua de solo estos dos alimentos (más algunos líquidos y suplementos de vitaminas) en todas sus comidas. Ralph sabe que no es la dieta más sana y quiere asegurarse de que toma las cantidades adecuadas de los dos alimentos para satisfacer los requerimientos nutricionales. Cuenta con la siguiente información nutricional y de costo:

Ingrediente	Gramos de ingredientes por porción		Requerimiento diario (gramos)
	Res	Papas	
Carbohidratos	5	15	≥ 50
Proteínas	20	5	≥ 40
Grasa	15	2	≥ 60
Costo/porción	\$ 4	\$ 2	

Ralph quiere determinar el número de porciones diarias (pueden ser fraccionales) de res y papas que cumplirían con estos requerimientos a un costo mínimo.

- a) Formule un modelo de programación lineal.
- b) Use el método gráfico para resolver el modelo.
- c) Utilice una computadora para resolver este modelo por el método simplex.

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Res = x_1

Papas = x_2

	Carbohidratos	Proteínas	Grasa	Costo
x_1	5	20	15	4
x_2	15	5	2	2
	50	40	60	$4x_1 + 2x_2$

⊕ Función Objetivo $\text{Min } (Z) = 4x_1 + 2x_2$

⊕ Restricciones:

$$4x_1 + 15x_2 \geq 50$$

$$20x_1 + 5x_2 \geq 40$$

$$15x_1 + 2x_2 \geq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Solución (b)

⊕ Igualando valores de. x_1 , x_2 :

$$4x_1 + 15x_2 = 50$$

$$20x_1 + 5x_2 = 40$$

$$15x_1 + 2x_2 = 60$$

⊕ Tabulando.

R1

x_1	x_2
0	10/3
25/2	0

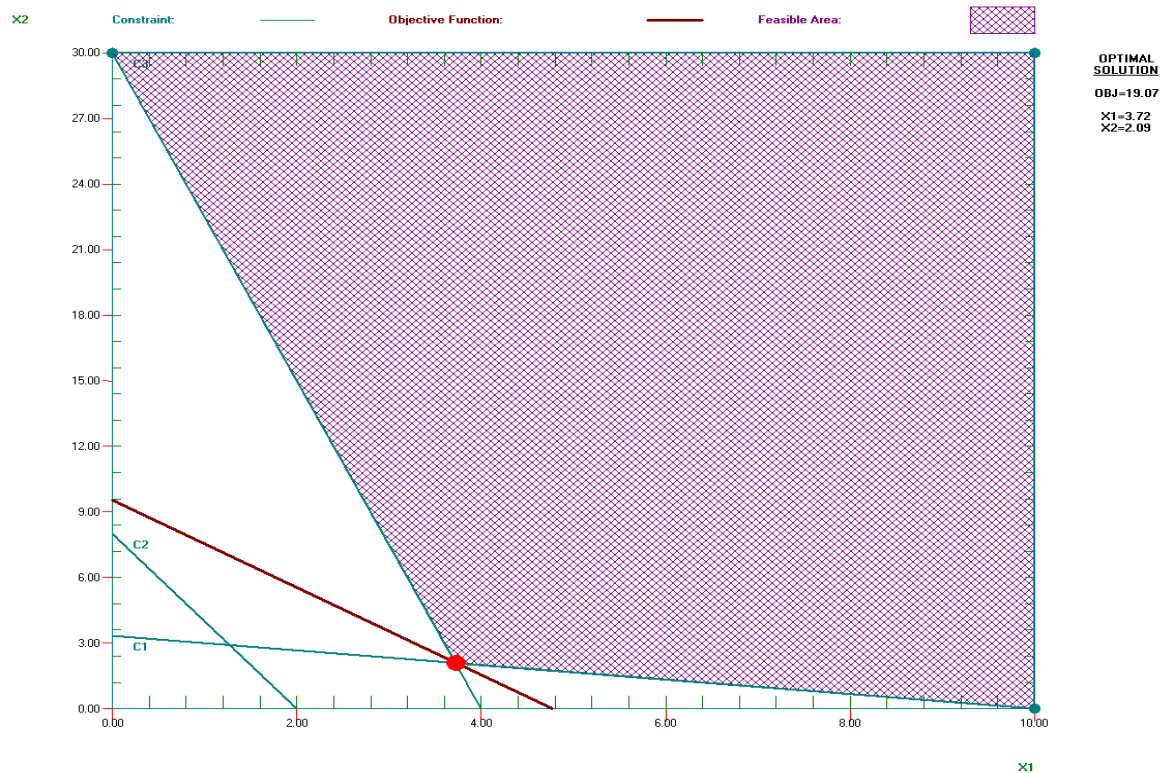
R2

x_1	x_2
0	8
2	0

R3

x_1	x_2
0	30
4	0

Hallando la pendiente $m = -4/2 = -2$, entonces el ángulo $\theta = -63$



⊕ Sacando valores para x_1 , x_2 :

$$5x_1 + 15x_2 = 50$$

$$15x_1 + 2x_2 = 60$$

$$\frac{-15x_1 - 45x_2 = -150}{-43x_2 = -90}$$

$$x_2 = 2.09$$

$$5x_1 + 15(2.09) = 50$$

$$x_1 = 3.72$$

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Min. (Z)} = 4x_1 + 2x_2$$

$$\text{Min. (Z)} = 4(3.72) + 2(2.09)$$

$$\text{Min. (Z)} = 19.07$$

⊕ Ralph requiere de 3.72 porciones de Res y 2.09 porciones de Papas diarias para obtener los requerimientos a un Costo Mínimo

Solución (c)

⊕ Por Método Simplex en Computadora.

Basis	C(j)	X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Surplus_C3	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C3	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	M	5.0000	15.0000	-1.0000	0	0	1.0000	0	0	50.0000	10.0000
Artificial_C2	M	20.0000	5.0000	0	-1.0000	0	0	1.0000	0	40.0000	2.0000
Artificial_C3	M	15.0000	2.0000	0	0	-1.0000	0	0	1.0000	60.0000	4.0000
	C(j)-Z(j)	4.0000	2.0000	0	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	-40.0000	-22.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0	0	0	0	

Basis	C(j)	X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Surplus_C3	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C3	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	M	0	13.7500	-1.0000	0.2500	0	1.0000	-0.2500	0	40.0000	2.9091
X1	4.0000	1.0000	0.2500	0	-0.0500	0	0	0.0500	0	2.0000	8.0000
Artificial_C3	M	0	-1.7500	0	0.7500	-1.0000	0	-0.7500	1.0000	30.0000	M
	C(j)-Z(j)	0	1.0000	0	0.2000	0	0	-0.2000	0	8.0000	
	* Big M	0	-12.0000	1.0000	-1.0000	1.0000	0	2.0000	0	0	

Basis	C(j)	X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Surplus_C3	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C3	R. H. S.	Ratio
X2	2.0000	0.0000	1.0000	-0.0727	0.0182	0	0.0727	-0.0182	0	2.9091	160.0000
X1	4.0000	1.0000	0.0000	0.0182	-0.0545	0	-0.0182	0.0545	0	1.2727	M
Artificial_C3	M	0	0	-0.1273	0.7818	-1.0000	0.1273	-0.7818	1.0000	35.0909	44.8837
	C(j)-Z(j)	0	0	0.0727	0.1818	0	-0.0727	-0.1818	0	10.9091	
	* Big M	0	0	0.1273	-0.7818	1.0000	0.8727	1.7818	0	0	

Basis	C(j)	X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Surplus_C3	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C3	R. H. S.	Ratio
X2	2.0000	0.0000	1.0000	-0.0698	0	0.0233	0.0698	0	-0.0233	2.0930	
X1	4.0000	1.0000	0.0000	0.0093	0	-0.0698	-0.0093	0	0.0698	3.7209	
Surplus_C2	0	0.0000	0.0000	-0.1628	1.0000	-1.2791	0.1628	-1.0000	1.2791	44.8837	
	C(j)-Z(j)	0	0	0.1023	0	0.2326	-0.1023	0	-0.2326	19.0698	
	* Big M	0	0	0	0	0	1.0000	1.0000	1.0000	0	

PREGUNTA 21

3.4.8 Dwight es un maestro de primaria que también cría puerco para tener ingresos adicionales. Intenta decir que alimento darles. Piensa que debe usar una combinación de los alimentos que venden los proveedores locales. Dwight desea que tenga un costo mínimo al mismo tiempo que cada puerco reciba una cantidad adecuada de calorías y vitaminas. El costo y los contenidos de cada alimento se muestran en la tabla, Cada puerco requiere al menos \$ 8 000 calorías por día y 700 unidades de vitaminas.

- Formule un modelo de programación lineal.
- Use el método grafico para resolver el modelo. ¿Cuál es el costo diario por puerco que resulta?

SOLUCION AL PROBLEMA:

Solución (a)

Alimento Tipo A = x_1

Alimento Tipo B = x_2

	Calorías	Vitaminas	Costo
x_1	800	140	0.4
x_2	1000	70	0.8

	8000	700	$0.4x_1 + 0.8x_2$
--	------	-----	-------------------

⊕ Función Objetivo $\text{Min } (Z) = 0.4x_1 + 0.8x_2$

⊕ Restricciones:

$$800x_1 + 1000x_2 \geq 8000$$

$$140x_1 + 70x_2 \geq 700$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Solución (b)

⊕ Igualando las restricciones

$$800x_1 + 1000x_2 = 8000$$

$$140x_1 + 70x_2 = 700$$

⊕ Tabulando.

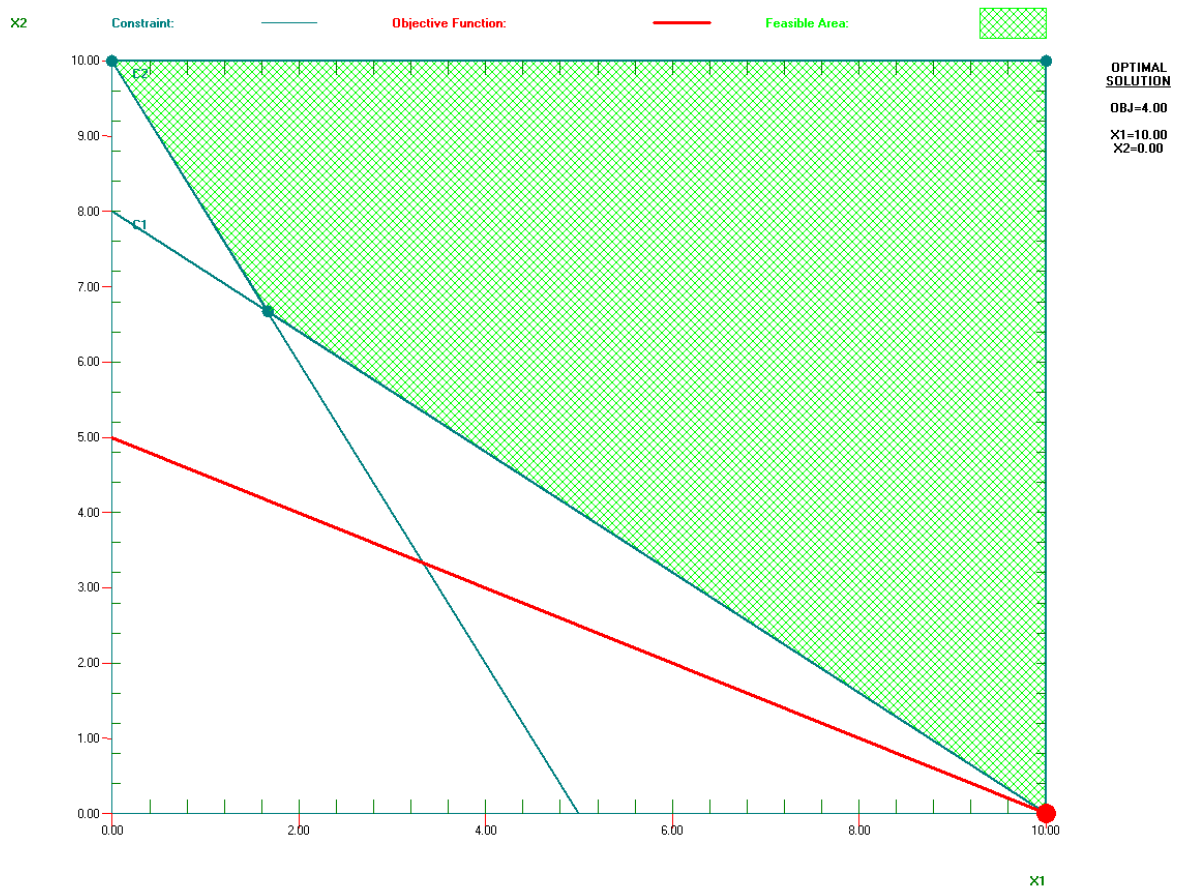
R1

x_1	x_2
0	8
10	0

R2

x_1	x_2
0	10
5	0

Hallando la pendiente $m = -0.4/0.8 = -0.5$, entonces el ángulo $\theta = -26.56$



⊕ Sacando valores para x_1 , x_2 :

Como $x_2 = 0$

$$8x_1 + 10(0) = 80$$

$$x_1 = 10$$

⊕ Reemplazando en:

$$\text{Minimizar } (Z) = 0.4(10) + 0.8(0)$$

$$(Z) = 4 + 0$$

$$(Z) = 4 \rightarrow \text{Solución Óptima}$$

PREGUNTA 22

La Medequip Company produce equipos de precisión de diagnostico medico en dos fabrica. Se han recibido pedidos de tres centros médicos para la producción de este mes. La tabla muestra el costo unitario de envío desde cada fábrica a cada centro. Además muestra el número de unidades que se producirán en cada fábrica y el número de unidades ordenadas por cada cliente.

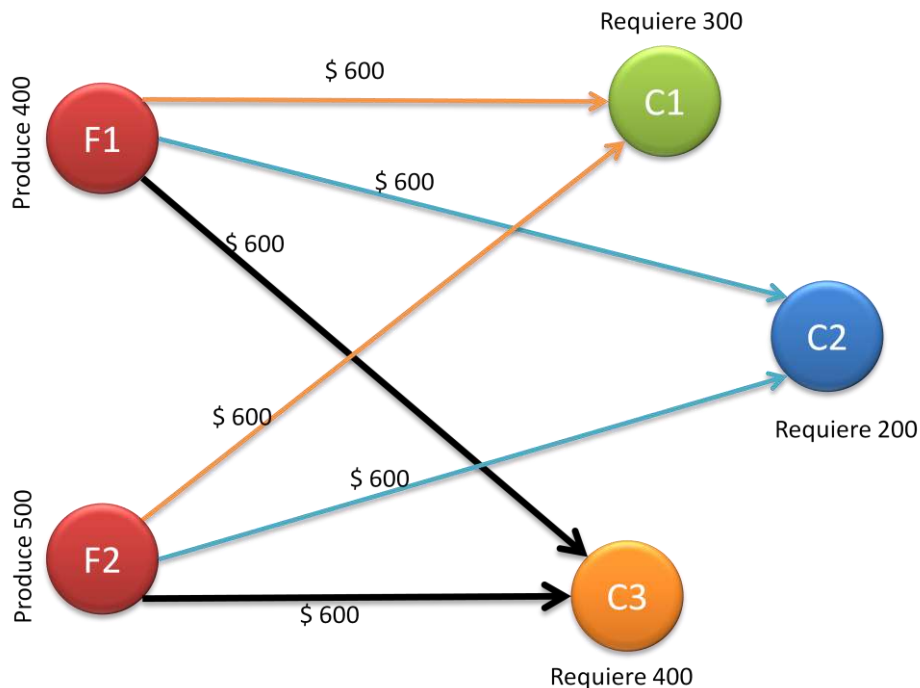
A		Costo unitario de envío			producción
De		Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	
Fabrica 1		\$ 600	\$ 800	\$ 700	400 unid
Fabrica 2		\$ 400	\$ 900	\$ 600	500 unid
orden		300 unid	200 unid	400 unid	

Ahora debe tomar la decisión sobre el plan de cuantas unidades enviar de cada fábrica a cada cliente.

- Formule un modelo de programación lineal.
- Resuelva el modelo por el método simplex

SOLUCION AL PROBLEMA:

Como es un problema de Flujo de Costo Mínimo entonces plantearemos el modelo de ecuación a partir de la Grafica.



Como este problema tiene 6 canales entonces tendrá 6 variables de decisión, para minimizar el costo de envío.

⊕ **Función Objetivo:**

$$\text{Minimizar } Z = 6x_{F1-C1} + 8x_{F1-C2} + 7x_{F1-C3} + 4x_{F2-C1} + 9x_{F2-C2} + 6x_{F2-C3}$$

⊕ **Restricciones:**

$$\begin{aligned} x_{F1-C1} + x_{F1-C2} + x_{F1-C3} &= 400 \\ x_{F2-C1} + x_{F2-C2} + x_{F2-C3} &= 500 \\ -x_{F1-C1} &= -300 \\ -x_{F1-C2} &= -200 \\ -x_{F1-C3} &= -400 \end{aligned}$$

⊕ **Resolución por el método simplex.**

Escribimos todas las Restricciones de la siguiente forma. En el software WinQSB 2.0 para hallarlo por el método simplex.

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Direction	R. H. S.
Minimize	6	8	7	4	9	6		
C1	1	1	1	0	0	0	=	400
C2	0	0	0	1	1	1	=	500
C3	-1	0	0	-1	0	0	=	-300
C4	0	-1	0	0	-1	0	=	-200
C5	0	0	-1	0	0	-1	=	-400
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

ITERACION 1:

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C3	Artificial_C4	Artificial_C5		
Basis	C(j)	6.00	8.00	7.00	4.00	9.00	6.00	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	M	1.00	1.00	1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	400.00	M
Artificial_C2	M	0	0	0	1.00	1.00	1.00	0	1.00	0	0	0	500.00	500.00
Artificial_C3	M	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	0	300.00	300.00
Artificial_C4	M	0	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	200.00	M
Artificial_C5	M	0	0	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	400.00	M
	C(j)-Z(j)	6.00	8.00	7.00	4.00	9.00	6.00	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	-2.00	-2.00	-2.00	-2.00	-2.00	-2.00	0	0	0	0	0	0	

ITERACION 2:

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C3	Artificial_C4	Artificial_C5		
Basis	C(j)	6.00	8.00	7.00	4.00	9.00	6.00	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	M	1.00	1.00	1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	400.00	M
Artificial_C2	M	-1.00	0	0	0	1.00	1.00	0	1.00	-1.00	0	0	200.00	200.00
X4	4.00	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	0	300.00	M
Artificial_C4	M	0	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	200.00	M
Artificial_C5	M	0	0	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	400.00	400.00
	C(j)-Z(j)	2.00	8.00	7.00	0	9.00	6.00	0	0	-4.00	0	0	1200.00	
	* Big M	0	-2.00	-2.00	0	-2.00	-2.00	0	0	2.00	0	0	0	

ITERACION 3:

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C3	Artificial_C4	Artificial_C5		
Basis	C(j)	6.00	8.00	7.00	4.00	9.00	6.00	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	M	1.00	1.00	1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	400.00	400.00
X6	6.00	-1.00	0	0	0	1.00	1.00	0	1.00	-1.00	0	0	200.00	M
X4	4.00	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	0	300.00	M
Artificial_C4	M	0	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	200.00	M
Artificial_C5	M	1.00	0	1.00	0	-1.00	0	0	-1.00	1.00	0	1.00	200.00	200.00
	C(j)-Z(j)	8.00	8.00	7.00	0	3.00	0	0	-6.00	2.00	0	0	2400.00	
	* Big M	-2.00	-2.00	-2.00	0	0	0	0	2.00	0	0	0	0	

ITERACION 4:

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C3	Artificial_C4	Artificial_C5		
Basis	C(j)	6.00	8.00	7.00	4.00	9.00	6.00	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	M	0	1.00	0	0	1.00	0	1.00	1.00	-1.00	0	-1.00	200.00	200.00
X6	6.00	-1.00	0	0	0	1.00	1.00	0	1.00	-1.00	0	0	200.00	M
X4	4.00	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	0	300.00	M
Artificial_C4	M	0	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	200.00	200.00
X3	7.00	1.00	0	1.00	0	-1.00	0	0	-1.00	1.00	0	1.00	200.00	M
	C(j)-Z(j)	1.00	8.00	0	0	10.00	0	0	1.00	-5.00	0	-7.00	3800.00	
	* Big M	0	-2.00	0	0	-2.00	0	0	0	2.00	0	2.00	0	

ITERACION 5:

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C3	Artificial_C4	Artificial_C5		
Basis	C(j)	6.00	8.00	7.00	4.00	9.00	6.00	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	M	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	-1.00	-1.00	-1.00	0	
X6	6.00	-1.00	0	0	0	1.00	1.00	0	1.00	-1.00	0	0	200.00	
X4	4.00	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	0	300.00	
X2	8.00	0	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	0	200.00	
X3	7.00	1.00	0	1.00	0	-1.00	0	0	-1.00	1.00	0	1.00	200.00	
	C(j)-Z(j)	1.00	0	0	0	2.00	0	0	1.00	-5.00	-8.00	-7.00	5400.00	
	* Big M	0	0	0	0	0	0	0	0	2.00	2.00	2.00	0	

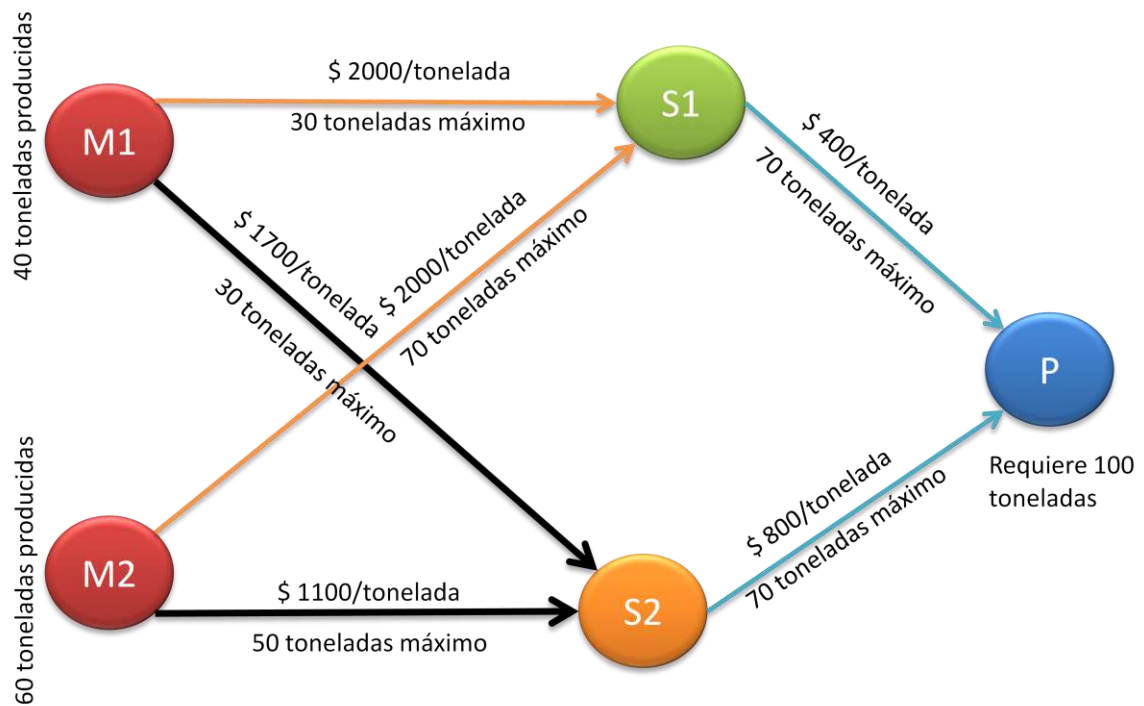
⊕ ∴ De la fabrica 1 se envía 200 unidades al cliente 2 y 200 unidades al cliente 3, y de la fabrica 2 se envía 300 unidades al cliente 1 y 200 unidades al cliente 3, Así se obtendrá un costo mínimo de envío.

PREGUNTA 22

Fagesta Stellworks explora dos minas para obtener mineral de hierro, este mineral de hierro se envía a una de dos instalaciones de almacenamiento. Cuando se necesita se manda a la planta de acero de la compañía... El siguiente diagrama describe la red de distribución, donde M1 y M2 son las dos minas, S1 y S2, los dos almacenes, P es la planta de acero. También muestra las cantidades producidas en las minas y las necesarias en la planta al igual que el costo de envío y la cantidad máxima de que se puede enviar al mes por cada vía, La administración desea determinar el plan más económico de envío del mineral de las minas a la planta.

- Formule un modelo de programación lineal.
- Resuelva este modelo por el método de simplex.

SOLUCION AL PROBLEMA.



SOLUCION POR EL METODO SIMPLEX

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Direction	R. H. S.
Minimize	2	17	16	11	4	8		
C1	1	1	0	0	0	0	=	40
C2	0	0	1	1	0	0	=	60
C3	-1	0	-1	0	0	0	=	0
C4	0	-1	0	-1	0	0	=	0
C5	0	0	0	0	-1	-1	=	-100
C6	1	0	0	0	0	0	<=	30
C7	0	1	0	0	0	0	<=	30
C8	0	0	1	0	0	0	<=	70
C9	0	0	0	1	0	0	<=	50
C10	0	0	0	0	1	0	<=	70
C11	0	0	0	0	0	1	<=	70
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

COMO EL PROBLEMA TIENE 11 RESTRICCIONES Y 6 VARIABLES ES DEMACIADO GRANDE Y POR TANTO LO GUARDAMOS EN UN PROGRAMA RESUELTO EN WINQSB 2.0 PARA ELLO TAMBIEN SE ADJUNTA EL PROGRAMA.