PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE ECONOMÍA

ESTADÍSTICA INFERENCIAL
PRÁCTICA CALIFICADA 3

Clave del curso: EST241.

Horario 621.

Fecha: 3 de junio de 2017.

Ejercicio 1 **(8 puntos)**

La tasa de rentabilidad de la operación A [1] es una variable aleatoria continua X, cuya media es 0,06 y su desviación estándar es 0,02, y la tasa de rentabilidad de la operación B es Y, una variable aleatoria cuya media es 0,04 y su desviación estándar es 0,01. Además, estas tasas son independientes. A un agente financiero acuden dos clientes inversionistas que disponen, cada uno, de un capital inicial de 200 unidades monetarias (u.m.) Así, el agente estudia dos carteras de inversión:

c_1) 125 u.m. en la operación A y las 75 u.m. restantes en la B;

c_2) las 200 u.m. en la operación A y el capital final que resulte se invierte en la B.

El agente estudia el perfil de cada uno de estos clientes inversionistas. Así, el agente decide que para el primer cliente se escogerá la cartera cuyo capital final tenga el mayor valor esperado; mientras que para el segundo, escogerá la cartera que tenga menor variabilidad. Determine cuál de las dos carteras le ofrecerá el agente financiero

a) al primer cliente inversionista. C_{fA} ✓ (4 puntos)

b) al segundo cliente inversionista. (4 puntos)

Ejercicio 2 **(6 puntos)**

Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes, cada una tiene la misma media μ y la misma varianza σ^2.

a) Encuentre una expresión simplificada para $E(\bar{X})$. (1,5 puntos)

b) Determine una expresión simplificada para $V(\bar{X})$. (1,5 puntos)

c) Halle $cov(X_1, \bar{X})$. (1,5 puntos)

d) Halle $cov(X_j - \bar{X}, \bar{X})$. (1,5 puntos)

---

[1] Nota: sean C_0 el capital inicial, C_f el capital final y R la rentabilidad; entonces, $R = \frac{C_f - C_0}{C_0}$. Así, $C_f = (1 + R)C_0$.

Ejercicio 3 (9 puntos)

Un fabricante debe adquirir mensualmente una cantidad, X, de unidades del bien A y una cantidad, Y, de unidades del bien B, donde $(X, Y)^t \sim N(\mu; \Sigma)$, siendo

$$\mu = \begin{pmatrix} 15 \\ 20 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \Sigma = \begin{pmatrix} 225 & 96 \\ & \\ 96 & 64 \end{pmatrix}.$$

25a = X

25B ?

4.5 a) En los meses para los cuales se adquiere 25 unidades del bien A, ¿cuál es la probabilidad de que deba adquirirse, a lo sumo, 25 unidades del bien B. (3 puntos)

Recuérdese que $Y|X = x \sim N(\mu_Y + \frac{\rho\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X);\ \sigma_Y^2(1-\rho^2))$, donde $\rho = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$.

4.5 b) El fabricante tiene dos opciones de venta: Y = 100 104

o$_1$) en la primera se garantiza un ingreso de 1 mil u.m. (independientemente de la cantidad adquirida de cada bien) y cada unidad adquirida del bien A genera un ingreso de 2 mil u.m., mientras que cada unidad adquirida del bien B genera un egreso de 3 mil u.m.

o$_2$) en la segunda se garantiza un ingreso de 5 mil u.m. (independientemente de la cantidad adquirida de cada bien) y cada unidad adquirida del bien A genera un ingreso de 1 mil u.m. y lo mismo genera cada unidad adquirida del bien B.

Si U es la utilidad que genera la primera opción y V la que genera la segunda, determine el vector de medias y la matriz de varianzas-covarianzas del vector aleatorio $(U, V)^t$. Debe hacerlo, obligatoriamente, mediante la propiedad dada en clase: (3 puntos)

Sea $\mathbf{X}_{n\times 1}$ un vector columna, con vector de medias $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}$ y matriz de varianza covarianza $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}}$. Sea $\mathbf{Y}_{m\times 1}$ otro vector, tal que $\mathbf{Y}_{m\times 1} = \mathbf{A}_{m\times n}\mathbf{X}_{n\times 1} + \mathbf{B}_{m\times 1}$, donde $\mathbf{A}_{m\times n}$ y $\mathbf{B}_{m\times 1}$ no son aleatorias; entonces, el vector de medias de $\mathbf{Y}_{m\times 1}$ es $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}} + \mathbf{B}$ y la matriz de varianza covarianza de $\mathbf{Y}_{m\times 1}$ es $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}}\mathbf{A}^t$.

Recordatorio de propiedades

R_1) $V(X) = E\big(X - E(X)\big)^2 = E(X^2) - E^2(X)$.

R_2) $Cov(X, Y) = E\big((X - E(X))(Y - E(Y))\big) = E(XY) - E(X)E(Y)$.

R_3) $X_1, \ldots, X_n$ independientes: $V\big(a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i\big) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2\, V(X_i)$.

R_4) $V\big(a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i\big) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2\, V(X_i) + 2\sum\sum_{i<j} a_i a_j\, Cov(X_i, X_j)$.

R_5) $Cov\Big(a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i,\ b_0 + \sum_{j=1}^{m} b_j Y_j\Big) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_i b_j\, Cov(X_i, Y_j)$.

R_6) $X \sim N(\mu; \sigma^2) \Rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0;1)$.

San Miguel, 3 de junio de 2017.