Capítulo 8

Introducción a la econometría

La econometría trata de la aplicación de las técnicas estadísticas al caso de los modelos teóricos que usa el economista en situaciones reales, donde además del análisis cualitativo, el economista debe hacer análisis cuantitativo, esto es, debe especificar explícitamente una ecuación que represente el proceso económico en estudio y someterlo a prueba, contrastándolo con datos. Esto es necesario porque, al final, todo análisis teórico se debe aplicar a situaciones concretas y hay que hacer pronósticos que sean acertados, dentro de los límites que impone el hecho de trabajar con muestras y no con censos.

De todos los modelos, los más simples y frecuentes son los lineales, donde hay una variable dependiente Y cuyos valores se desea explicar a partir de los valores de otra u otras variables independientes o explicativas $X_1, X_2, \ldots, X_p$. En este contexto, un supuesto económico es que la respuesta de Y es proporcional a las v. independientes. Específicamente, que *cambios en cada v.i.* X_j *generan cambios en Y a una tasa constante, digamos* β_j, *con ciertas variaciones aleatorias* ε *que se suman a* Y. El caso más sencillo, que es el modelo inicial de la econometría, es el del modelo de regresión lineal simple o bivariado, especificado por la ecuación: $E(Y|X) = \alpha + \beta X$, donde se incorpora el efecto de variación aleatoria o residuo aleatorio a la tendencia promedio de Y dado el valor de la v. independiente X, de modo que se pasa del modelo económico determinista $Y = \varphi(X; \alpha, \beta),\ \frac{\partial\varphi}{\partial X} \neq 0$, al modelo econométrico $E(Y|X) = \varphi(X; \alpha, \beta) = \alpha + \beta X,\ \ \beta \neq 0$ y de ahí al modelo de datos $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon,\ \ \beta \neq 0,\ \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$. Este modelo será tratado en este capítulo

1.1 Uso del modelo de regresión lineal simple

Cuando se tiene una teoría que dice que, salvo variaciones aleatorias, una determinada variable cuantitativa X condiciona a otra variable cuantitativa Y de modo que cambios en X inducen cambios *proporcionales* en Y; *deseamos contrastar la teoría con datos de una muestra aleatoria.*

Geométricamente la proporcionalidad equivale a que en un plano cartesiano XY, las parejas de valores (X,Y) describen o siguen una trayectoria rectilínea.
Algebraicamente la proporcionalidad equivale a que X e Y satisfacen la ecuación $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ donde α y β son constantes características o sea son "parámetros" y $\boldsymbol{\varepsilon}$ es una variación aleatoria debida a que los agentes económicos no siempre tienen el mismo comportamiento.

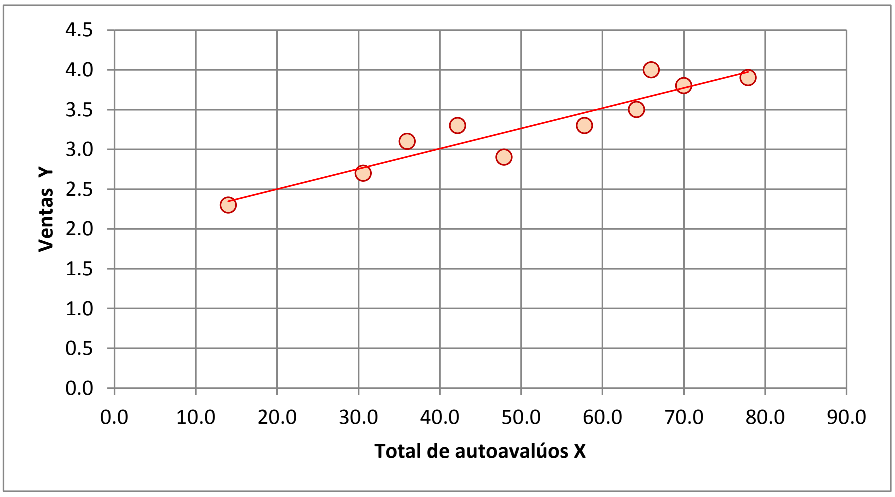
Ejemplo
Un economista trabaja para una cadena de supermercados que desea abrir una nueva sucursal en un distrito de la ciudad siempre que haya posibilidad de tener suficientes ventas mensuales. El economista sugiere que las ventas deben estar asociadas directamente y proporcionalmente a la riqueza de todos los hogares del distrito y que una buena aproximación a esta riqueza es el total del valor de autoavalúo de las viviendas del distrito, que en este distrito es 28 millones. El economista consigue, de los catastros de los distritos donde la cadena tiene sucursales, el valor total de autoavalúos de las viviendas del distrito y también el valor de las ventas de los correspondientes establecimientos de la cadena en el último mes, ambos en millones de unidades monetarias.

Los datos son:

Sucursal	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Total de Autoavaluos	66.0	14.0	47.9	77.9	57.8	30.6	36.0	64.2	70.0	42.2
Ventas	4.0	2.3	2.9	3.9	3.3	2.7	3.1	3.5	3.8	3.3

Si hubiera relación la proporcionalidad sugerida, entonces un simple diagrama de parejas XY debiera seguir una tendencia lineal. Veamos, con ayuda de Excel se puede hacer el gráfico

Figura 1 Ventas según valor de autoavalúos en los distritos



Se observa que hay relación, pero *los puntos <u>no</u> caen sobre una recta, <u>aunque</u> la siguen, pero con algo de variabilidad, esto es, hay puntos algo alejados de la tendencia.*

La cuestión es ¿Cómo verificar la hipótesis? O sea ¿Sería válido el modelo $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$? Y si fuera así ¿Cómo usar los datos para resolver el problema y tomar la decisión de dar la recomendación de abrir o no la nueva sucursal

1.2 Supuestos y parámetros del modelo lineal simple

Dado el modelo $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$, evaluado en una muestra aleatoria de *n* parejas $(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),\cdots,(X_n,Y_n)$, en general se cumple $Y_j = \alpha + \beta X_j + \varepsilon_j$ donde ε_j representa el efecto mezclado de otras variables no controladas, para el cual se asume que se comporta como "el azar", como variable aleatoria: $\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$ habiendo independencia entre observaciones

Formalmente:
(a) $E(\varepsilon_j) = 0 \quad \forall j$

(b) $V(\varepsilon_j) = \sigma^2 = \text{constante} \quad \forall j$

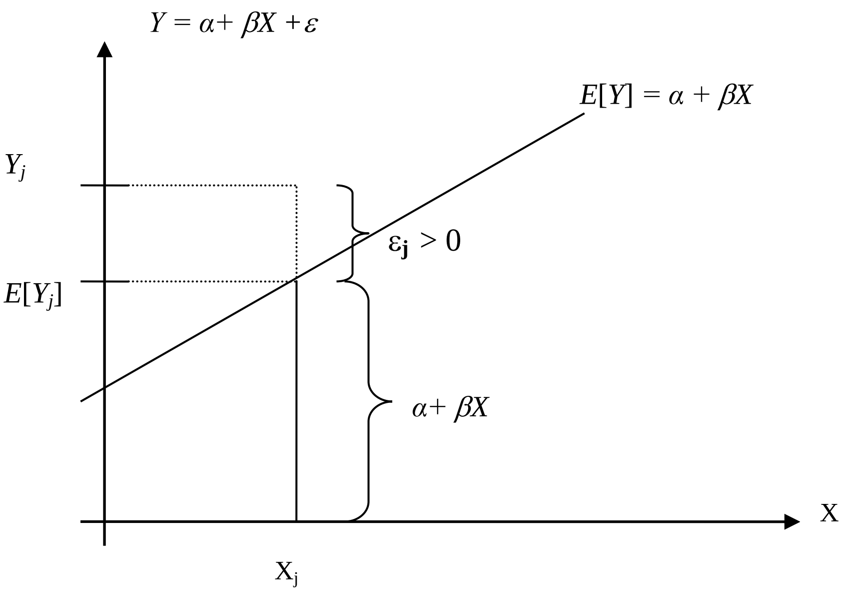
(c) $\rho_{\varepsilon_j \varepsilon_{j'}} = 0 \quad \forall j \, \forall j'$

(d) X es de valores predeterminados, medidos antes de registrar los valores de Y .
Los supuestos implican que $E(Y) = \alpha + \beta X$ y $V(Y) = \sigma^2$

Parámetros del modelo:

- La constante α, llamada "*constante" o "intercepto" en programas como Excel, SPSS o Stata, y en otros textos, "ordenada en el origen" o "intercepto"* de la recta. *En general es el valor esperado o promedio de Y cuando X es cero.*
- La constante β, llamada la "*pendiente"* de la recta. *En general mide en cuántas unidades se espera que varíe Y cuando X aumenta en 1 unidad. Es la inclinación de la recta: Si* $\beta > 0$ la recta se inclina a la derecha, *si* $\beta < 0$ se inclina a la izquierda.
- σ^2 es la varianza del azar representado por el residuo aleatorio ε ; σ es la variación promedio arriba o debajo de la recta $Y = \alpha + \underbrace{\beta X}_{\text{Efecto de X}} + \underbrace{\varepsilon}_{\text{Efecto de azar}}$

Figura 2 Efectos de *X* y del azar



Descomposición de Y_j según el modelo lineal

El gráfico muestra la "descomposición" del valor de Y_j como una parte debida a X_j (a través del efecto lineal) y una parte debida al azar, que en este caso ha dado un valor positivo (un $\varepsilon_j > 0$)
Podemos pronosticar el valor esperado de Y , $E(Y) = \alpha + \beta X$, estimando α y β y reemplazando luego en el modelo. El "error" en el pronóstico se puede aproximar en una primera instancia con la estimación de σ .

1.3 Los estimadores

Se obtienen aplicando el método de mínimos cuadrados

- Si $\varepsilon_j = [Y_j - \alpha - \beta X_j]$ la función objetivo por minimizar es $Q(\alpha,\beta) = \sum_{j=1}^{n}\left[Y_j - \alpha - \beta X_j\right]^2$
- Aplicando derivadas:

$$\nabla Q(\alpha,\beta) = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial Q(\alpha,\beta)}{\partial \alpha} = 0 \text{ y } \frac{\partial Q(\alpha,\beta)}{\partial \beta} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{\partial Q(\alpha,\beta)}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \alpha}\sum_{j=1}^{n}\left[Y_j - \alpha - \beta X_j\right]^2 = -2\sum_{j=1}^{n}\left[Y_j - \alpha - \beta X_j\right] = 0$$

$$\frac{\partial Q(\alpha,\beta)}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \beta}\sum_{j=1}^{n}\left[Y_j - \alpha - \beta X_j\right]^2 = -2\sum_{j=1}^{n}\left[Y_j - \alpha - \beta X_j\right]X_j = 0$$

El sistema 2x2 resultante es:

$$\sum_{j=1}^{n} Y_j - \sum_{j=1}^{n}\alpha - \beta\sum_{j=1}^{n} X_j = 0 \Rightarrow n\overline{Y} - \alpha n - \beta n\overline{X} = 0 \Rightarrow \alpha n + \beta n\overline{X} = n\overline{Y}$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_jY_j - \sum_{j=1}^{n} \alpha X_j - \beta\sum_{j=1}^{n} X_j^2 = 0 \Rightarrow \alpha n\overline{X} + \beta\sum_{j=1}^{n} X_j^2 = \sum_{j=1}^{n} X_jY_j$$

- Matricialmente el sistema anterior es: $\begin{pmatrix} n & n\overline{X} \\ n\overline{X} & \sum_{j=1}^{n} X_j^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n\overline{Y} \\ \sum_{j=1}^{n} X_jY_j \end{pmatrix}$ que se puede resolver aplicando inversa o con la Regla de Cramer o por sustitución. Resolviendo y verificando el mínimo, tenemos que

$\hat{\beta} = \dfrac{\sum_{j=1}^{n} X_jY_j - n\overline{X}\overline{Y}}{\sum_{j=1}^{n} X_j^2 - n\overline{X}^2}$ y $\hat{\alpha} = \overline{Y} - \hat{\beta}\overline{X}$ son los estimadores MCO de β y α respectivamente.

Estos mismos estimadores se obtienen aplicando Máxima Verosimilitud, bajo el supuesto adicional $\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$

Adicionalmente obtenemos:

- La predicción de $E(Y)$ es $\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X$ o $\hat{Y}_j = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_j$
- Aproximamos ε con $\hat{\varepsilon} = Y - \hat{Y}$, o sea $\hat{\varepsilon}_j = Y_j - \hat{Y}_j$
- σ^2 se estima con $\hat{\sigma}^2 = S_\varepsilon^2 = \dfrac{\sum_{j=1}^{n}\hat{\varepsilon}_j^2}{n-2} = \dfrac{\sum_{j=1}^{n}(Y_j - \hat{Y}_j)^2}{n-2}$, (aplicando máxima verosimilitud y corrigiendo el sesgo del estimador obtenido), que viene a ser "la distancia promedio <u>al cuadrado</u> entre un valor real de Y y su valor esperado estimado $E(Y)$ o predicción a partir de X.
- El Error Estándar o Error típico de estimación de $E(Y)$ es $\hat{\sigma} \equiv S_\varepsilon^2 = \sqrt{\hat{\sigma}^2}$. Es el "margen de error" asociado pronóstico: $Y = \hat{Y} \pm \hat{\sigma} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X \pm \hat{\sigma}$ determina el "intervalo de estimación de Y"
- Como $\hat{\beta}$ es una estimación del verdadero β, tiene también un "error de estimación", cuyo cuadrado es $S_{\hat{\beta}_1}^2 = \dfrac{\hat{\sigma}^2}{\sum_{j=1}^{n} X_j^2 - n\overline{X}^2}$, así que el Error Estándar de estimación de $\hat{\beta}$ es

$$e.e.(\hat{\beta}) \equiv S_{\hat{\beta}} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{\sum_{j=1}^{n} X_j^2 - n\overline{X}^2}} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{(n-1)S_X^2}}.$$

1.4 Ajuste del Modelo

"Ajuste del modelo" se refiere a medir qué tan bien son representa el modelo a los datos.

Una medida natural es calcular la correlación entre el valor real de Y y su valor estimado $\hat{Y}$ según el modelo; Esta correlación siempre es positiva (pues se espera que Y coincida con su estimación $\hat{Y}$) y debiera ser grande o al menos mediana. Se denota R y es definida como $R = r_{Y\hat{Y}}$. Un problema con esta medida es que aún siendo grande, no mide exactamente la coincidencia, pues la correlación de Pearson mide asociación, no necesariamente coincidencia.

Otra manera alternativa de medir el "ajuste", siguiendo un enfoque explicativo, es *cuantificar el ajuste con la proporción de variabilidad en Y que se puede atribuir a X*:

A partir de $(Y_j - \overline{Y}) = (\hat{Y}_j - \overline{Y}) + (Y_j - \hat{Y}_j)$ se puede demostrar que

$$\underbrace{\sum_{j=1}^{n}(Y_j - \bar{Y})^2}_{Variabilidad\ total\ en\ Y} = \underbrace{\sum_{j=1}^{n}(\hat{Y}_j - \bar{Y})^2}_{Variabilidad\ debida\ a\ X} + \underbrace{\sum_{j=1}^{n}(Y_j - \hat{Y}_j)^2}_{Variabilidad\ residual}$$

$$\underbrace{\sum_{j=1}^{n}(Y_j-\bar{Y})^2}_{Variabilidad\ total\ en\ Y} = SCT = Suma\ de\ cuadrados\ total$$

$$\underbrace{\sum_{j=1}^{n}(\hat{Y}_j-\bar{Y})^2}_{Variabilidad\ debida\ a\ X} = SCR = Suma\ de\ cuadrados\ de\ la\ regresión$$

$$\underbrace{\sum_{j=1}^{n}(Y_j-\hat{Y}_j)^2}_{Variabilidad\ residual} = SCE = Suma\ de\ cuadrados\ residual\ o\ del\ error$$

Se escribe entonces $SCT = SCR + SCE$ y en este contexto se define:

<u>El Coeficiente de Determinación</u> R^2

$$R^2 = \frac{SCR}{SCT} = \frac{\sum_{j=1}^{n}(\hat{Y}_j-\bar{Y})^2}{\sum_{j=1}^{n}(Y_j-\bar{Y})^2} = \frac{Variabilidad\ en\ Y\ generada\ por\ X}{Variabilidad\ total\ en\ Y}$$

R^2 mide la proporción de la variabilidad total en Y que es "explicada" o atribuible a las diferencias en la variable independiente X a través de la regresión. Es la proporción de diferencias en Y que se deben a las diferencias en X.
Equivalentemente, la cantidad $100R^2\%$ es el porcentaje de variabilidad (por extensión, también se dice "% de la varianza") de Y explicada por el modelo.

Nota: Estimación de la correlación de Pearson ρ_{XY}
Usando el límite en probabilidad Plim, se puede probar que una estimación consistente de la correlación de Pearson ρ_{XY} entre dos variables aleatorias X e Y es $\hat{\rho}_{XY} \equiv r_{XY} = \frac{\sum_{j=1}^{n}(X_j-\bar{X})(Y_j-\bar{Y})}{(n-1)S_Y S_X} = \frac{\sum_{j=1}^{n}(X_jY_j-n\bar{X}\bar{Y})}{(n-1)S_Y S_X}$. r_{XY} se llama "correlación muestral de Pearson".
Con este dato se tienen dos resultados importantes:

Relación entre r_{XY}, $\hat{\beta}$ y R^2

De la fórmula de r_{XY}, tenemos $\sum_{j=1}^{n}(Y_j-\bar{Y})(X_j-\bar{X}) = r_{XY}(n-1)S_X S_Y$ y así resulta $\hat{\beta} = \frac{r_{XY}S_Y}{S_X}$

Análogamente obtenemos $SCR = \hat{\beta}\sum_{j=1}^{n}(Y_j-\bar{Y})(X_j-\bar{X}) = \frac{r_{XY}S_Y}{S_X}\times r_{XY}(n-1)S_X S_Y = r_{XY}^2(n-1)S_Y^2$, luego

$R^2 = \frac{SCR}{SCT} = \frac{r_{XY}^2(n-1)S_Y^2}{(n-1)S_Y^2} = r_{XY}^2$, que nos proporciona una nueva interpretación del coeficiente de correlación*: r_{XY}^2 es la proporción de varianza de Y compartida con X. Si <u>además</u> se puede asumir relación de dependencia, r_{XY}^2 es proporción de varianza de Y generada o explicada por X..*
Además como $SCE = SCT - SCR$, *tenemos* $SCE = SCT - SCR = (n-1)S_Y^2[1-r_{XY}^2]$

Ejemplo
En el caso inicial tomado para introducir el tema, podemos calcular la correlación: formemos una tabla auxiliar de cálculos:

Sucursal	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Media	D. Estándar
Total de Autoavalúos	66.0	14.0	47.9	77.9	57.8	30.6	36.0	64.2	70.0	42.2	50.66	20.0725
Ventas	4.0	2.3	2.9	3.9	3.3	2.7	3.1	3.5	3.8	3.3	3.28	0.5473
XY	264	32.2	138.91	303.81	190.74	82.62	111.6	224.7	266.0	139.26	SumaXY	1753.84

Aplicando la fórmula del coeficiente de correlación r_{XY} se obtiene:
$\boldsymbol{r_{XY}} = \frac{\sum_{i=1}^{12} X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{(n-1)S_X S_Y} = \frac{1{,}753.84 - 10\times 50.66\times 3.28}{(10-1)\times 20.0725\times 0.5473} = \mathbf{0.9324}$ que resulta positiva y grande (mayor que 0.9 que es el estándar para datos del área de Economía). O sea, hay una relación lineal suficientemente fuerte como para animarse a aplicar un modelo lineal $\boldsymbol{E(Y|X) = \alpha + \beta X}$

Pasando a estimar parámetros:

$\hat{\boldsymbol{\beta}} = r_{XY}\frac{S_Y}{S_X} = 0.9324\times\frac{0.5473}{20.0725} = \mathbf{0.02542}$ **y** $\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} = \mathbf{3.28 - 0.02542\times 50.66 = 1.9922}$
Nuestra "fórmula de pronóstico" es
$\hat{\boldsymbol{y}} = \mathbf{1.9922 + 0.02542}\boldsymbol{X} \Leftrightarrow \boldsymbol{Ventas} = \mathbf{1.922 + 0.02542}\ \boldsymbol{Autoavalúos}$

Finalmente, tratemos de obtener una respuesta al problema de si se debe abrir la sucursal:

La condición para empezar la construcción de la nueva sucursal es que las ventas Y sean 3.5 millones o más. De los datos conseguidos por el economista se sabe que el total de autoavalúos de las viviendas en ese distrito es X=28 millones. Necesitamos aplicar la recta de regresión $\hat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{a + bX}$, reemplazando X por 28 en la ecuación y ver si $\hat{\boldsymbol{y}} > \mathbf{3.5}$, si así ocurriera, sí procedería la construcción de la nueva sucursal. Ya vimos que "fórmula de pronóstico" es
$\hat{\boldsymbol{y}} = \mathbf{1.9922 + 0.02542}\boldsymbol{X} \Leftrightarrow \boldsymbol{Ventas} = \mathbf{1.922 + 0.02542}\ \boldsymbol{Autoavalúos}$

En el caso del distrito $\boldsymbol{X = Autoavalúos = 28 \Rightarrow Ventas = 1.922 + 0.02542\times 28 = 2.6338}$ **millones < 3.5**
A nivel de estimación puntual, la decisión es: No abrir la sucursal, no tendría suficientes ventas.

1.5 Contrastes en el Análisis de Regresión.

Si asumimos $\varepsilon_j \sim N(0,\sigma^2)$ entonces se cumplen las siguientes proposiciones que permiten realizar contrastes de hipótesis:

Proposición 1
En el modelo de Regresión Lineal Simple $Y_j = \alpha + \beta X_j + \varepsilon_j$ si además $\varepsilon_j \sim N(0,\sigma^2)$, entonces:

(a) $\hat{\beta} \sim N(\beta_1, \sigma^2_{\hat{\beta}_1})$ donde $\sigma^2_{\hat{\beta}_1} = \dfrac{\sigma^2}{\sum_{j=1}^{n} X_j^2 - n\bar{X}^2}$

(b) $W = (n-2)\hat{\sigma}^2/\sigma^2 \sim \chi^2(n-2)$. Es decir $SCE/\sigma^2 \sim \chi^2(n-2)$

(c) Si $\beta = 0 \Rightarrow F = \frac{\sum_{j=1}^{n}(\hat{Y}_j - \bar{Y})^2/1}{\sum_{j=1}^{n}(Y_j - \hat{Y}_j)^2/(n-2)} = \frac{SCR/1}{SCE/(n-2)} \sim F(k_1 = 1, k_2 = n-2)$
(Ver Wackerly, Mendenhall y Scheaffer (2008) Mathematical Statistics Cap 11. N. York: Cengage Learning. o Baltagi,B (2011) Econometrics Cap 3. N.York:Springer

Proposición 2
En el contexto anterior, se cumple que

$$t=\frac{(\hat{\beta}_1-\beta_1)}{S_{\hat{\beta}_1}}\sim t(n-2) \text{ donde } S_{\hat{\beta}_1}=\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{\sum_{j=1}^{n}X_j^2-n\overline{X}^2}}$$

Contraste sobre R^2
De acuerdo con (c) si $\beta=0$, entonces $R^2=0$ (pues el modelo se reduce a $Y_j=\alpha+\varepsilon_j$ y en este contexto $\hat{Y}_j=\bar{Y}\ \forall j$ y por tanto en la población $\rho_{XY}=0$ de modo que $R^2=(\rho_{XY})^2=0$), de modo que para contrastar $H_0: R^2=0$ vs $H_0: R^2>0$, si $F=\frac{SCR/1}{SCE/(n-2)}>F_{0.95}(1,n-2)$ se debe rechazar $H_0: R^2=0$, pues de ser cierta H_0 esperamos un $F=0$ y si ocurre un F muestral "muy grande", tenemos evidencia contra H_0.

En este caso estamos usando un nivel de significación (o P(Error I)) de 0.05; Si usáramos un nivel de significación α (**no** confundir el nivel de significación α con el parámetro α del modelo!), se rechazará H_0 si $F=\frac{SCR/1}{SCE/(n-2)}>F_{1-\alpha}(1,n-2)$

Contraste general sobre β
Queremos contrastar $H_0:\beta=b$ donde b es un valor hipotético predeterminado, contra las distintas alternativas H_1 uni o bilaterales. Aplicando variantes del Teorema de Neyman-Pearson se llega a:
Como en general $t=\frac{(\hat{\beta}-\beta)}{S_{\hat{\beta}_1}}\sim t(n-2)$ entonces si $H_0:\beta_1=b$ es cierta, el estadístico $t=\frac{(\hat{\beta}_1-b)}{S_{\hat{\beta}_1}}$ debe seguir la distribución *t-Student* y se espera que su valor sea cero o cercano a cero. *Entonces un valor de t muy alejado de cero es buena razón para rechazar* $H_0:\beta=b$.
Considerando "muy alejados" de cero a los valores de *t* que tienen probabilidad menor que un nivel de significación α (**no** confundir con el intercepto del modelo!) predeterminado, llegamos a:

Hipótesis Nula	Hipótesis Alterna	Rechazar H_0 si	Tipo de contraste
$H_0:\beta=b$	$H_1:\beta>b$	$t>t_{1-\alpha}$	Unilateral derecho
	$H_1:\beta<b$	$t<-t_{1-\alpha}$	Unilateral izquierdo
	$H_1:\beta\neq b$	$\lvert t\rvert>t_{1-\alpha/2}$	Bilateral
$t_{1-\alpha}$ *y* $t_{1-\alpha/2}$ *percentiles* $1-\alpha$ *y* $1-\alpha/2$ *de la tabla t de Student*: *t(k=n-2)*			

Contraste de coeficiente nulo $H_0:\beta=0$
Contrastar $H_0:\beta=0$ equivale a decir que Y no depende de X. El estadístico de contraste es $t=\hat{\beta}/S_{\beta_1}$;el procedimiento para rechazar H_0 es el mismo descrito en la tabla anterior haciendo b=0 y $t=\hat{\beta}/S_{\hat{\beta}}\sim t(n-2)$

Hipótesis Nula	Hipótesis Alterna	Rechazar H_0 si	Tipo de contraste
$H_0:\beta=0$	$H_1:\beta>0$	$t>t_{1-\alpha}$	Unilateral derecho
	$H_1:\beta<0$	$t<-t_{1-\alpha}$	Unilateral izquierdo
	$H_1:\beta\neq 0$	$\lvert t\rvert>t_{1-\alpha/2}$	Bilateral
$t_{1-\alpha}$ *y* $t_{1-\alpha/2}$ *percentiles* $1-\alpha$ *y* $1-\alpha/2$ *de la tabla t de Student*: *t(k=n-2)*			

En nuestro curso, como usamos siempre un nivel de significación α=0.05, la tabla anterior se convierte en:

Hipótesis Nula	Hipótesis Alterna	Rechazar H_0 si	Tipo de contraste
$H_0:\beta=0$	$H_1:\beta>0$	$t>t_{0.95}$	Unilateral derecho
	$H_1:\beta<0$	$t<-t_{0.95}$	Unilateral izquierdo
	$H_1:\beta\neq 0$	$\lvert t\rvert>t_{0.975}$	Bilateral
$t_{0.95}$ *y* $t_{0.975}$ *percentiles* 0.95 *y* 0.975 *de la tabla t de Student*: $t(k=n-2)$			

Notas:

(1) Para el parámetro α hay un contraste de hipótesis similar, pero no es muy usado.

(2) Programas estadísticos como SPSS. STATA, R o el módulo de Análisis de datos de Excel, realizan automáticamente el contraste bilateral $H_0:\beta=0$ vs $H_1:\beta\neq 0$, pero no muestran el percentil $t_{1-\alpha/2}$ de la distribución t-Student, sino la "significación" (o "valor p" según el programa estadístico) que es la probabilidad de obtener un valor |t| mayor o igual que el valor absoluto del calculado en la muestra. Si esta probabilidad es menor que 0.05, entonces se rechaza $H_0:\beta=0$ y se concluye que la variable X sí tiene efecto sobre la v. dependiente Y.

(3) Como $\hat{\beta}=\frac{r_{XY}S_Y}{S_X}$ y es posible pasar de un coeficiente a otro, entonces *el contraste de* $H_0:\beta=0$ *es totalmente equivalente al de* $H_0:\rho_{XY}=0$ y por tanto al de $H_0:R^2=0$. **La consecuencia es que *las hipótesis* $H_0:\beta=0$, $H_0:\rho_{XY}=0$ *y* $H_0:R^2=0$ *son todas equivalentes* en el modelo simple.**

Ejemplo:

En el caso de nuestro problema de las ventas y los autoavaluos, apoyándonos es Excel, tenemos:

Resumen

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.93
Coeficiente de determinación R^2	0.87
R^2 ajustado	0.85
Error típico	0.21
Observaciones	10

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	2.34	2.34	53.26	0.00
Residuos	8	0.35	0.04		
Total	9	2.70			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*	*Inferior 95%*	*Superior 95%*
Intercepción	1.99	0.19	10.57	0.00	1.56	2.43
Total de Auto avalúos	0.03	0.00	7.30	0.00	0.02	0.03

Como vemos Excel obtiene las mismas estimaciones que calculamos manualmente y además hace el contraste de $H_0 : \beta = 0$ vs $H_1 : \beta \neq 0$, dando además un I.C. para cada coeficiente. Examinando el I.C. se concluye que $\beta > 0$, o sea, el modelo aplicado es correcto.