$F_a(a) = \left(\frac{a+1}{3}\right)^2$

$f_a(a) = 2\left(\frac{a+1}{3}\right)$

$\int_0^1 2\left(\frac{a+1}{3}\right) da \quad \frac{a^2}{3} + \frac{2}{3}a$

$\frac{2}{3}\frac{a^2}{2} + \frac{2}{3}a$

PUCP

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE ECONOMIA

$1 - P(Y < \frac{1}{3})$

EXAMEN PARCIAL
CURSO: Estadística Inferencial
CÓDIGO: EST 241
PROFESORA: Zaida Quiroz Cornejo
HORARIO: 0622

$\int_0^{\frac{a+1}{3}} 2y \quad 2\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 \quad 1 - \int_0^{1/3} 2\left(\frac{a+1}{3}\right)$

$1 - \frac{2}{3}\left[\frac{a^2}{2} + a\right]_0^{1/3}$

$1 - \frac{7}{18} = \frac{11}{18}$

Salvo su calculadora de uso personal, no está permitido el uso de otro material de consulta durante el desarrollo de la prueba.
No está permitido el uso de ningún dispositivo electrónico (celulares, tablets, laptops, iPods, etc.).
Los celulares y las cartucheras deben permanecer guardados durante la prueba.

---

1. (5 puntos) Un proceso para refinar azúcar rinde hasta 1 tonelada de azúcar puro al día, pero la cantidad real producida, Y, es una variable aleatoria debido a descomposturas de máquinas y otros problemas. Suponga que Y tiene la siguiente función de densidad:

$$f_Y(y) = cy; 0 \leq y \leq 1. \qquad c\frac{y^2}{2} = 1 \quad c = 2$$

A la compañía se le paga a razón de \$300 por tonelada de azúcar refinada, pero también tiene un costo fijo general de \$100 por día. Por tanto, la utilidad diaria, en cientos de dólares, es $U = 3Y - 1$, (en cientos de dólares).

   a) Encuentre el valor de c para que $f_Y(y)$ sea una función de densidad válida. Halle la función de distribución para U. $P(U < 3Y-1) \quad P(3Y-1 < a)$ (1 punto) $P(Y < \frac{a+1}{3})$

   b) Use a) para hallar la función de densidad de U. ¿Cuál es la probabilidad de no tener pérdidas en un día determinado? En base a dicho resultado, ¿el proceso de refinar azúcar es rentable? (1 punto)

   c) Si la compañía cuenta con diez sucursales donde se refina azucar. ¿Cuál es la probabilidad de tener pérdidas en un determinado día en más de dos sucursales? (1.5 puntos)

   d) El dueño de la compañía desea asegurarla por \$200,000. La aseguradora estima que la probabilidad de pérdida total es de 0.002, que la probabilidad de una pérdida del 50% es de 0.01 y la probabilidad de una pérdida del 25% es de 0.1. Si se ignoran todas las demás pérdidas parciales, ¿qué prima debería cobrar cada año la aseguradora para tener una utilidad promedio de \$500? (1.5 puntos)

   Nota: $Prima = Costo + Utilidad$.

2. (5 puntos) La tienda electrónica BigVision vende televisores de 73 pulgadas. El televisor viene con una garantía estándar de 1 año, en piezas y mano de obra, por lo que cubre cualquier mal funcionamiento en la TV durante el primer año, reparando o sustituyendo el televisor de forma gratuita. La tienda también ofrece una "garantía extendida" que un cliente puede adquirir extendiendo la cobertura de garantía en el televisor por otros 2 años adicionales, obteniendo un total de 3 años de cobertura. La cantidad de televisores y garantías extendidas vendidas diariamente pueden ser vistas como el resultado de un vector aleatorio bivariado (T,W) cuya f.d.p. es dada por:

$$P_{WT}(w,t) = \frac{2t+w}{100}; w = 0, 1, 2, 3, 4; \text{ y } t \geq w.$$

$w \quad t \quad \infty$

$P(a \leq 3Y - 1)$

$t \geq w$

$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad t \qquad 2t$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los televisores vendidos en un día dado sean vendidos con garantías extendidas? (1 punto)

b) Derive la función de densidad marginal para el número de televisores vendidos diariamente. Úsela para definir la probabilidad de que se vendan dos o menos televisores en un día determinado? (1.5 puntos)

c) Derive la función de densidad marginal para el número de garantías vendidas diariamente. ¿Cuál es la probabilidad de que se adquieran tres garantías o más en un día determinado? (1.5 puntos)

d) ¿Las variables aleatorias T y W son independientes? (1 punto)

Nota: $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$.

3. (4 puntos) Suponga que los precios unitarios al por mayor X e Y de dos bienes complementarios A y B en un mercado son variables aleatorias con distribución normal bivariada de medias respectivas de 3 y 3.5 u.m, varianzas 2.5 y 3.6 y correlación igual a 0.4.

a) Halle la probabilidad de que el precio del bien A supere a la del precio del bien B en un establecimiento mayorista de este mercado. (1.5 puntos)

b) El economista manifiesta que si se conociera que el precio del bien A es igual a 4 u.m, el precio esperado del bien B sería mayor que el precio esperado del bien B cuando no se conoce el precio del bien ~~B~~ A. Muestre si esto es cierto o no y comente. (1 punto)

c) Un minorista acostumbra comprar semanalmente en el mercado 10 productos de A y 10 de B, pero ante la llegada de un nuevo producto, que dice cumplir las funciones de los bienes A y B, adquirirá esta vez sólo 10 unidades del nuevo producto. Si el nuevo producto tiene un precio fijo por introducción de 5 u.m, ¿cuánto esperará ahorrar el minorista por hacer este cambio en sus compras? (1.5 puntos)

4. (6 puntos) En base a la historia de cómo se reinvierte la utilidad de una empresa en la producción, un economista ha planteado la siguiente función de densidad conjunta para las v.a's X = Utilidad mensual de la empresa en miles de u.m. e Y = Monto de la utilidad mensual de la empresa que se reinvierte:

$$f_{XY}(x,y) = (x-y)e^{-x}; 0 < y \leq x; < \infty$$

a) Halle la probabilidad de que en un mes se destine más de la mitad de las utilidades a reinversión. (1.5 puntos)

b) Halle la función de densidad marginal de X y su valor esperado. (1.5 puntos)

c) El economista manifiesta que si se conociera la utilidad de la empresa en un mes, es mucho más probable que los montos de inversión sean bajos a que sean cercanos al valor total de las utilidades. Muestre gráficamente si esto es cierto o no y comente. (2 puntos)

d) El gerente informa que dada una utilidad mensual, se espera reinvertir la tercera parte de dicho monto. Muestre si la afirmación del gerente es correcta o no. (1 punto)

Nota: $\int_0^\infty x^k e^{-x} dx = k!$

Pando, 18 de mayo de 2019

$\frac{3}{100} . (1 + 2 + 3 + 4$