PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE ECONOMIA

PUCP

ESTADISTICA INFERENCIAL
PRÁCTICA CALIFICADA 5

Clave: EST241
Horario: 0622
Profesora: Zaida Quiroz Cornejo

---

1. (7 puntos) Un modelo relaciona exportaciones (Y) con la tasa de cambio (X) a partir del modelo $Y_j = \alpha + \beta X_j + \epsilon_j$. Asumiendo los supuestos básicos.

   a) Verifique que los estimadores por mínimos cuadrados son:

   $$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \beta\bar{X};$$

   $$\hat{\beta} = \frac{\sum_{j=1}^{n} X_j Y_j - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_j^2 - n\bar{X}^2}.$$

   (3 puntos)

   b) Verifique que $\hat{\beta}$ es un estimador insesgado de β. (2 puntos)
   (Sugerencia: Use

   $$\hat{\beta} = \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{X_j - \bar{X}}{\sum(X_j - \bar{X}^2)} \right) Y_j = \sum c_j Y_j, \quad \checkmark$$

   tal que $\sum c_j = 0$.) // $\sum c_j X_j = 1$

   c) Mediante un muestreo aleatorio simple se han recogido las siguientes 10 tasas de cambio:

   $$3.40, 2.60, 3.20, 3.22, 2.70, 3.46, 2.72, 2.90, 3.66, 2.88$$ $n=10$

   y las siguientes exportaciones peruanas en millones de dólares:

   $$1390, 4200, 1945, 2700, 3800, 980, 3500, 2530, 1230, 3230.$$

   Calcule $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y defina el modelo de regresión $\hat{Y}_j = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_j$ en base a estos datos. (2 puntos)
   exp tasa

2. (6 puntos) La rentabilidad de una inversión en un sector de economía es una v.a. $X \sim Gamma(\alpha = 1, \beta)$. Para estudiar estimar el parámetro β se tomó una m.a. suficientemente grande.

$\mu = \beta$

$Q(\theta) = Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

Normal

a) Formule una cantidad pivotal $Q(\theta)$ para β. Justifique su elección. (2 puntos)
(Sugerencia: Use TLC para la media muestral $\mu = E(X) = \beta$)

a) Construya un IC (simétrico) de 95% para β usando la cantidad pivotal que propuso en a). (2 puntos)

$a < Q(\theta) < b$

$a < Z < b$

b) ¿Cuál es el IC para β cuando el tamaño de muestra es 36 y la media muestral es 2.1.? Interprete el intervalo de confianza obtenido. (2 puntos)

3. (5 puntos) La revista Playbill reportó que el ingreso familiar anual medio de sus suscriptores es \$119 155 (Playbill, enero de 2006). Suponga que la estimación del ingreso familiar anual medio está basada en una muestra de 80 familias y que por datos de estudios anteriores la desviación estándar poblacional es conocida y es $\sigma = 30000$ dólares.

   a) Calcule el Intervalo con 95% de confianza para el ingreso familiar medio. (2 puntos)

   b) Dé un intervalo de estimación de 99% de confianza para el ingreso familiar medio. (2 puntos)

   c) ¿Qué le pasa a la amplitud del intervalo de confianza a medida que el nivel de confianza aumenta? ¿Parece esto razonable? Explique. (1 punto)

4. (2 puntos) El 2003 Information Please Almanac presenta los tiempos que para transportarse al trabajo son requeridos en las 15 ciudades más grandes de Estados Unidos. Suponga que usa una muestra aleatoria simple preliminar de los habitantes de San Francisco y como valor planeado para la desviación estándar poblacional obtiene 6.25 minutos. Si desea estimar la media poblacional del tiempo que necesitan en San Francisco para transportarse al trabajo, con un margen de error de 2 minutos, ¿cuál debe ser el tamaño de la muestra? Suponga que el nivel de confianza es de 95%.

Pregunta Bonus

5. (2 puntos) Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ es una m.a. de X, el Número de vehículos que entran en una gasolinera cada minuto, tal que $X \sim Poisson(\lambda)$. Se desea contrastar las siguientes hipótesis: $H_0 : \lambda = 1$ y $H_1 : \lambda = 2$. Asuma que el tamaño de muestra es 100.

   a) Si la región crítica es definida por $RC = \{\bar{X} \geq 0.87\}$, calcule α. (1 punto)

   b) Determine la región crítica cuando el error de tipo I que estamos dispuestos a aceptar es igual a 0.05. Si la media muestral obtenida es 0.85, ¿cuál seria su decisión según los resultados obtenidos en a) y b) (1 punto)
   (Sugerencia: Use TLC de la media muestral para muestras grandes.)

Pando, 23 de Junio de 2018