PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE ECONOMÍA

ESTADÍSTICA INFERENCIAL
EXAMEN PARCIAL

Fecha: 16 de mayo de 2015
Clave del curso: EST241
Horario: 522
Duración: 2 h y 30 min.
Profesor: José Flores Delgado

Ejercicio 1. (5 puntos)

Considere el modelo de regresión lineal sin intercepto:

$$Y_j = \beta x_j + \epsilon_j\,,\ \text{ para } j = 1, \ldots, n,$$

donde $x_1, \ldots, x_n$ son constantes conocidas, β es un parámetro por estimar y los errores $\epsilon_1, \ldots, \epsilon_n$ son variables aleatorias independientes con $E(\epsilon_j) = 0$ y $V(\epsilon_j) = \sigma^2$, para $j = 1, \ldots, n$.

a) Determine el vector de medias y la matriz de varianzas-covarianzas del vector aleatorio $\boldsymbol{Y} = (Y_1, \ldots, Y_n)^t$. (1 punto)

b) Determine la distribución del vector aleatorio $(Y_1, \ldots, Y_n)^t$. (1 punto)

c) A continuación se muestra el estimador usual de β y otros dos más: (2 puntos)

$$\hat{\beta}_1 = \sum_{j=1}^{n} b_j Y_j\,,\ \text{con } b_j = \frac{x_j}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\,,\ j = 1, \ldots, n;$$

$$\hat{\beta}_2 = \sum_{j=1}^{n} c_j Y_j\,,\ \text{con } c_j = \frac{x_j - \bar{X}}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{X})^2}\,,\ j = 1, \ldots, n;$$

$$\hat{\beta}_3 = \sum_{j=1}^{n} d_j Y_j\,,\ \text{con } d_j = n\bar{X},\ j = 1, \ldots, n.$$

Determine el vector de medias y la matriz de varianzas-covarianzas del vector aleatorio $(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)^t$, mediante propiedades matriciales del valor esperado y de la varianza.

Note que $(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)^t = B\boldsymbol{Y}$, donde $\boldsymbol{Y} = (Y_1, \ldots, Y_n)^t$ y $B = \begin{pmatrix} b_1 & \cdots & b_n \\ c_1 & \cdots & c_n \\ d_1 & \cdots & d_n \end{pmatrix}$.

Obtenga expresiones simplificadas.

d) A partir de los resultados de las partes anteriores, determine la distribución del vector aleatorio $(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)^t$. (1 punto)

Ejercicio 2. (4 puntos)

Para estimar la varianza σ^2 de una variable X cuya media $E(X)=0$, a partir de una muestra aleatoria $X_1, \ldots, X_n$, considere los estimadores siguientes:

$$\widehat{\sigma_1^2} = \frac{\sum_{j=1}^{n} X_j^2}{n}, \quad \widehat{\sigma_2^2} = S^2 \text{ y } \widehat{\sigma_3^2} = n\overline{X}^2.$$

$\boxed{\eta = \frac{\sum X_i}{\sigma_1^2}}$ $(n-1)\ldots = \frac{S^2(n-1)}{\sigma_2^2}$

$\widehat{\sigma_3^2} = n\overline{X}^2$

$\eta = \frac{n\bar{x}^2}{\sigma^2}$

a) Deducir cuáles de estos estimadores son insesgados. (2,5 puntos)

b) Si además, X tiene distribución normal, determine cuál de estos estimadores es más eficiente. Tenga en cuenta que, cuando X tiene distribución normal: (1,5 puntos)

$\frac{\sum_{j=1}^{n} X_j^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$; $G(\frac{n}{2}, \frac{1}{2})$ $\quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ y $\frac{n\overline{X}^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$; donde $\chi^2(n) = G(\frac{n}{2}; \frac{1}{2})$.

Ejercicio 3. (6 puntos)

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de X, tal que $E(X^k) = m_k, \forall k \in \mathbb{N}^+$.

a) Determine $Cov(\bar{X}; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2)$. $= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ $\quad Cov(\overline{X}, \overline{X^2})$ (2 puntos)

b) Halle $E(X_1 + \ldots + X_n \,|X_1 = 1)$. $\quad \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}[Cov(\overline{X}, \overline{X^2})]$ (1,5 puntos)

c) Halle $V(\sum_{j=1}^{n}(X_j - X_1)^2)$ $\quad Cov(X_i, X_i^2)$ (2,5 puntos)

Ejercicio 4. (5 puntos)

$E(X_i)E(\ldots)$

Sean X e Y tales que $X \sim G(\alpha; \beta)$ y $Y|\,X = x \sim G(2; x)$, $\forall x > 0$.

$E(X_iX_i^2) - E(X_i)E(X_i^2)$

a) Halle $E(X^2Y\,|X)$ y $E(X^2Y)$. (2 puntos)

b) Halle el modelo condicional $X|Y = y$, $\forall y > 0$. (3 puntos)

Recordatorio

$V(X) = E\big(X - E(X)\big)^2 = E(X^2) - E^2(X)$. $cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$.

$\mathbf{Y}_{m\times 1} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{X} \Rightarrow \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}$ y $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{B}\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{X}}\mathbf{B}^t$.

$X \sim G(\alpha, \beta)$; $\alpha > 0, \beta > 0$: $f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$, $x > 0$; $E(X) = \frac{\alpha}{\beta}$, $V(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$.

Si Y es discreta: $f_X(x) = \sum_{y=-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y)$. Si Y es continua: $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y)\, dy$.

$f_{X|Y=y}(x) = \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)}$.

$E(X|Y) = g(Y)$, donde $g(y) = E(X|Y = y)$. $E(X) = E(\,E(X|Y)\,)$.

$V = nV(\overline{X})$

$n\overline{X}^2$

$X_1, \ldots, X_n$ independientes: $V\big(a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i\big) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2\, V(X_i)$.

$V\big(a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i\big) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2\, V(X_i) + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j>i}^{n} a_i a_j\, Cov(X_i\,, X_j)$.

$\boxed{\frac{n}{2}, \frac{1}{4}}$

$Cov\Big(a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i\,,\ b_0 + \sum_{j=1}^{m} b_j Y_j\Big) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_i b_j\, Cov(X_i\,, Y_j)$.

$E X^k = m_k$

J.F. San Miguel, 16 de mayo de 2015.

2015-1

EX. Parcial

16 mayo 2015

(1) $Y_j = \beta X_j + \varepsilon_j$

$E(\varepsilon_j) = 0 \quad ; \quad V(\varepsilon_j) = \sigma^2$

a) Determinar vector medias y matriz varianzas covarianzas

Vector medias

$Y_j = \beta X_j + \varepsilon_j$

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}_{n\times 1} = \begin{pmatrix} \beta X_1 \\ \vdots \\ \beta X_n \end{pmatrix}_{n\times 1} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}_{n\times 1}$$

$$\begin{pmatrix} E(Y_1) \\ \vdots \\ E(Y_n) \end{pmatrix}_{n\times 1} = \begin{pmatrix} \beta X_1 \\ \vdots \\ \beta X_n \end{pmatrix}_{n\times 1} + \underbrace{\begin{pmatrix} E(\varepsilon_1) \\ \vdots \\ E(\varepsilon_n) \end{pmatrix}_{n\times 1}}_{\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}}$$

$$\begin{pmatrix} \mu_{y_1} \\ \vdots \\ \mu_{y_n} \end{pmatrix}_{n\times 1} = \begin{pmatrix} \beta X_1 \\ \vdots \\ \beta X_n \end{pmatrix}_{n\times 1} \longrightarrow \boxed{\mu_y = (\beta X_i)_{n\times 1}}$$

Matriz varianzas covarianzas

$Y_j = \beta X_j + \varepsilon_j$

$\sum_y = I_n \sum_{\varepsilon_j} I_n^T \quad ; \quad I_n =$ matriz identidad

$$\sum_{\varepsilon_j} = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{pmatrix}_{n\times n}$$

$$\boxed{\sum_y = \sum_{\varepsilon_j} = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{pmatrix}_{n\times n}}$$

Sin $\mu_{\underline{Y}}$

b) Determinar distribución $(Y_1; \dots Y_n)^T$

NO → con

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} \sim N_n(\cancel{X}; \cancel{\sigma^2}) \rightarrow \text{modelo normal con media } \cancel{X}\, 0$$

NO σ^2 y varianza $\cancel{\sigma^2}$

Sin $\Sigma_{\underline{Y}}$

0,5

c) Determinar vector medias y matriz var-cov de $(\hat{B}_1; \hat{B}_2; \hat{B}_3)^T$

$$E\begin{pmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E(\Sigma c_j Y_j) \\ E(\Sigma d_j Y_j) \\ E(\Sigma d_j Y_j) \end{pmatrix}$$

$\odot$ $E\left(\sum_{j=1}^{n} b_j Y_j\right) = E\left(\sum_{j=1}^{n} \frac{X_j}{\Sigma (X_i)^2} (BX_j + \cancel{\varepsilon_j})\right)$

$= E\left(B \frac{\sum_{j=1}^{n} (X_j)^2}{\sum_{i=1}^{n} (X_i)^2}\right) = E(B) = \boxed{B}$

$\odot$ $E\left(\sum_{j=1}^{n} c_j Y_j\right) = E\left(\sum_{j=1}^{n} \frac{(X_j - \bar{X})}{\Sigma (X_i - \bar{X})^2} (BX_j + \varepsilon_j)\right)$

$= E\left(B \frac{\sum_{j=1}^{n} (X_j - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}\right) = E(B) = \boxed{B}$

$\odot$ $E\left(\sum_{j=1}^{n} d_j Y_j\right) = E\left(\sum_{j=1}^{n} n\bar{X} (BX_j + \varepsilon_j)\right)$

$= E\left(n\bar{X} B \left(\sum_{j=1}^{n} X_j \frac{n}{n}\right)\right) = E(n^2 \bar{X}^2 B) = n^2 \bar{X}^2 B$

$$\hookrightarrow \boxed{E\begin{pmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B \\ B \\ n^2\bar{X}^2 B \end{pmatrix}}$$

NO vale

ACÁ esta rpta a matriz covarianzas.

Vector medias en otro cuadernillo $\boxed{\hat{B} = \begin{pmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \end{pmatrix}}$

Sí vale

c) matriz varianza covarianza

$$\hat{B} = BY \Rightarrow \Sigma_{\hat{B}} = B\,\Sigma_Y\,B^T$$

$$\Sigma_{\hat{B}} = \begin{pmatrix} b_1 & \cdots & b_n \\ c_1 & \cdots & c_n \\ d_1 & \cdots & d_n \end{pmatrix}_{3\times n} \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{pmatrix}_{n\times n} \begin{pmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_n & c_n & d_n \end{pmatrix}_{n\times 3}$$

$$\Sigma_{\hat{B}} = \begin{pmatrix} b_1\sigma^2 & b_2\sigma^2 & \cdots & b_n\sigma^2 \\ c_1\sigma^2 & & \cdots & c_n\sigma^2 \\ d_1\sigma^2 & & \cdots & d_n\sigma^2 \end{pmatrix}_{3\times n} \begin{pmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_n & c_n & d_n \end{pmatrix}_{n\times 3}$$

$$\boxed{\Sigma_{\hat{B}} = \begin{pmatrix} b_1\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} b_i & b_1\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} c_i & b_1\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} d_i \\ c_1\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} b_i & c_1\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} c_i & c_1\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} d_i \\ d_1\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} b_i & d_1\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} c_i & d_1\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} d_i \end{pmatrix}_{3\times 3}}$$

mal multiplicación

las sumas

4) $X \sim G(\alpha; B)$; $Y/X=x \sim G(2; x)$ $\forall x>0$

a) $E(x^2 Y/X) \Rightarrow E(x^2 Y/X=x) = E(x^2 Y/X=x)$

$= x^2\, E(Y/X=x)$

$= x^2 \cdot \frac{2}{x} = 2x \rightarrow$ en variable de integración

No es lo mismo

~~$\Rightarrow E(X^2Y/X) = 2X$~~

En variable aleatoria:

$$\boxed{E(X^2Y/X) = 2X}$$

$$E(X^2Y) = E(E(X^2Y/X)) = E(2X) = 2E(X)$$

$$= 2 \cdot \frac{\alpha}{B}$$

$$\boxed{E(X^2Y) = \frac{2\alpha}{B}}$$

2

b) Hallar modelo condicional $X/Y=y \quad \forall y>0$

$$f_X(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \; ; \quad f_{Y/X=x}(y) = \frac{x^2}{\Gamma(2)} y\, e^{-xy}$$

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \cdot \frac{x^2}{\Gamma(2)} y\, e^{-xy}$$

proporcional

$$f_{X/Y=y}(x) \propto x^{\alpha-1} e^{-\beta x} x^2 e^{-xy}$$

$$f_{X/Y=y}(x) \propto x^{\alpha+1} e^{-(\beta+y)x} \Rightarrow \boxed{X/Y=y \sim G(\alpha+2, \beta+y)}$$

$$\boxed{f_{X/Y=y}(x) = \frac{(\beta+y)^{2+\alpha}}{\Gamma(\alpha+2)} x^{\alpha+1} e^{-(\beta+y)x}}$$

3) $X_1, \dots, X_n$ muestra aleatoria X $\quad E(X^k) = m_k \; ; \; \forall k \in \mathbb{N}^+$

a) $Cov\left(\bar{X} ; \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2\right)$

$$Cov\left(\frac{1}{n}\sum_{j=1}^n X_j , \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2\right) = \frac{1}{n^2} Cov(X_1 + X_2 + \dots + X_n , X_1^2 + \dots + X_n^2)$$

$$= \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^n Cov(X_i ; X_i^2) \quad \text{Mal justificado}$$

$$= \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^n \left[E(X_i X_i^2) - E(X_i)E(X_i^2)\right]$$

$$= \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^n \left[m_3 - m_1 m_2\right]$$

$$= \frac{1}{n^2}[n][m_3 - m_1 m_2]$$

$$\boxed{Cov\left(\bar{X}, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2\right) = \left[\frac{m_3 - m_1 m_2}{n}\right]}$$

Faltó

principio sustitución

b) $E(X_1 + \dots + X_n / X_1 = 1) = E(1 + \dots + X_n / X_1 = 1)$

$= 1 + E(X_2 + \dots + X_n)$

$$\boxed{E(X_1 + \dots + X_n / X_1 = 1) = 1 + (n-1)\, m_1}$$

Δ

No siempre

$V(X+Y+Z)$

$V(X) + V(Y) + V(Z)$

c) $V\left(\sum_{j=1}^{n} (X_j - X_1)^2\right) = V\left(\sum_{j=1}^{n} (X_j^2 - 2X_jX_1 + X_1^2)\right)$

$= V\left(\sum_{j=1}^{n} X_j^2 - 2X_1 \sum_{j=1}^{n} X_j + n X_1^2\right)$

$= V\left(\sum_{j=1}^{n} X_j^2\right) + 4\, \cancel{V(X_1X_1 + X_1X_2 + \dots + X_1X_j)} + n^2 V(X_1^2)$

$= \sum_{j=1}^{n} V(X_j^2) + 4\left[V(X_1^2) + \sum_{j=2}^{n} V(X_1X_j)\right] + n^2 V(X_1^2)$

(*) $V(X_i^2) = E(X_i^4) - E^2(X_i) = [m_2 - m_1^2]$

$= n[m_2 - m_1^2] + 4\left[m_2 - m_1^2 + \sum_{j=2}^{n} V(X_1X_j)\right] + n^2[m_2 - m_1^2]$

(*) $V(X_iX_j) = E(X_i^2X_j^2) - E^2(X_iX_j) = E(X_i^2)E(X_j^2) - [E(X_i)E(X_j)]^2$

$\boxed{i \neq j}$

$= m_2\, m_2 - [m_1\, m_1]^2 = m_2^2 - m_1^4$

$= n[m_2 - m_1^2] + 4\left[m_2 - m_1^2 + (n-1)(m_2^2 - m_1^4)\right] + n^2[m_2 - m_1^2]$

$$\boxed{V\left(\sum_{j=1}^{n} (X_j - X_1)^2\right) = [n^2 + n + 4][m_2 - m_1^2] + 4(n-1)(m_2^2 - m_1^4)}$$

(2) Estimar varianza σ^2 de X; cuya media es $E(X)=0$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} \quad ; \quad \hat{\sigma}_2^2 = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\hat{\sigma}_3^2 = n\,\bar{x}^2$$

a) ¿ cuales son insesgados ?

$$E(\hat{\sigma}_1^2) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(x_i^2)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(V(x_i) + E^2(x_i)\right)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sigma^2 + 0\right)$$

$$= \frac{1}{n}\left[n\,\sigma^2\right]$$

$$\boxed{E(\hat{\sigma}_1^2) = \sigma^2}$$

⟶ Es insesgado.

f)

$\odot$ $E(\hat{\sigma}_2^2) = E(S^2) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}\right)$

$= \left(\frac{1}{n-1}\right) E\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)$

$= \left(\frac{1}{n-1}\right)\left[E\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - n E(\bar{x}^2)\right]$

2 ✓

$= \left(\frac{1}{n-1}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} E(x_i^2) - n\left(V(\bar{x}) + E^2(\bar{x})\right)\right]$

$= \left(\frac{1}{n-1}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} (\sigma^2 + 0) - n\left(\frac{V(x)}{n} + E^2(x)\right)\right]$

$= \left(\frac{1}{n-1}\right)\left[n\sigma^2 - \sigma^2 + 0\right]$

$\boxed{E(\hat{\sigma}_2^2) = \frac{(n-1)}{(n-1)}\sigma^2 = \sigma^2}$ → es insesgado!

$\odot$ $E(\hat{\sigma}_3^2) = E(n\bar{x}^2) = n E(\bar{x}^2) = n\left[V(\bar{x}) + E^2(\bar{x})\right]$

$= n\left[\frac{V(x)}{n} + E^2(x)\right]$

$= V(x) + n(0)$

$\boxed{E(\hat{\sigma}_3^2) = \sigma^2}$

→ es insesgado

b) X tiene distribución normal. Ver cuál es más eficiente.

Para ver cuál es más eficiente vamos a ver cuál tiene menor varianza. Como son insesgados, su error cuadrático medio es su varianza.

①

②

① $V(\hat{\sigma}_1^2) = V\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} \cdot \frac{\sigma^2}{\sigma^2}\right) = V\left(\frac{\sum x_i^2}{\sigma^2}\right) \cdot \frac{(\sigma^2)^2}{n^2}$

$$V(\hat{\sigma}_1^2) = \boxed{\frac{2(\sigma^2)^2}{n}}$$

② $V(\hat{\sigma}_2^2) = V\left(S^2 \cdot \frac{(n-1)}{(n-1)} \cdot \frac{\sigma^2}{\sigma^2}\right) = \left(\frac{(n-1)^2}{(\sigma^2)^2}\right)^{-1} 2(n-1)$

$$\boxed{V(\hat{\sigma}_2^2) = \frac{2(\sigma^2)^2}{(n-1)}}$$

③ $V(\hat{\sigma}_3^2) = V\left(n\bar{X}^2 \frac{\sigma^2}{\sigma^2}\right) = \boxed{(\sigma^2)^2\ 2n}$

④ Como $\frac{1}{n} < \frac{1}{n-1} < 1n$, solo se compara en lo que difieren.

→ El más eficiente es $\boxed{\hat{\sigma}_1^2}$

Sí vale : respuesta ítem (d)

y parte ítem (c) de

pregunta (1)

Pregunta 1

1 d) distribución del vector $(\hat{B}_1 ; \hat{B}_2 ; \hat{B}_3)^T \sim N_3(\mu_{\hat{B}} ; \Sigma_{\hat{B}})$

es normal ya que se desprende de una combinación lineal de variables aleatorias ~~...~~ normales con ~~...~~ media 0 y varianza σ^2

c) vector medias $(\hat{B}_1 ; \hat{B}_2 \; \hat{B}_3)^T = \hat{B}$

1

$\hat{B} = B Y$

$\mu_{\hat{B}} = B \mu_Y$

$\mu_{\hat{B}} = B (B X_i) \quad \begin{pmatrix} b_1 & \dots & b_n \\ c_1 & \dots & c_n \\ d_1 & \dots & d_n \end{pmatrix}_{3\times n} \begin{pmatrix} B X_1 \\ \vdots \\ B X_n \end{pmatrix}_{n\times 1}$

Simplifica