



PRÁCTICA CALIFICADA No. 2
CURSO: Estadística Inferencial
CÓDIGO: EST 241
PROFESORA: Zaida Quiroz Cornejo
HORARIO: 0522

Salvo su calculadora de uso personal, no está permitido el uso de otro material de consulta durante el desarrollo de la prueba.

No está permitido el uso de ningún dispositivo electrónico (celulares, tablets, laptops, iPods, etc.).

Los celulares y las cartucheras deben permanecer guardados durante la prueba.

1. (6 puntos) Dado el vector aleatorio (X, Y) donde X es el tamaño familiar (número de personas del hogar) y Y porcentaje del ingreso destinado a los gastos, con función de probabilidad conjunta:

$Y \backslash X$	2	5	8
40	0.15	0.30	0.35
80	0.05	0.12	0.03

$P(Y=40)$
0.18
 $P(Y=80)$
0.2

$E(Y|X=2)$

$P(X=2)$ 0.20 0.12 0.38

- a) Encontrar la probabilidad de que una familia que destine el 40% de los ingresos para gastos este conformada máximo por 5 personas. (1 punto)
- b) ¿Cuál es el número de integrantes que se espera que tenga una familia en promedio? Halle la desviación estándar del número del tamaño familiar del hogar. (1 punto)
- c) ¿Cuál es el porcentaje de ingreso que se espera destinar a los gastos cuando la familia tiene 2 integrantes? ¿cuando tiene 5 integrantes? ¿Tiene esto sentido? Tome en cuenta que $E(Y) = 48$. Explique. (2 puntos)
- d) La varianza de Y es 256. Construir las matrices de covarianzas y correlación. Interprete el coeficiente de correlación entre X e Y . (2 puntos)

2. (4 puntos) El precio y la cantidad vendida de trigo en un mercado del noroeste durante el primer mes de comercialización es el resultado de una vector aleatorio bivariado (P, Q) teniendo la función de densidad de probabilidad

$$f_{PQ}(p, q) = 0.5pe^{-pq}; 2 < p < 4; 0 < q < \infty.$$

donde p se mide en unidades monetarias (u.m.), y q se mide en unidades de 100 000 u.m.

- a) Encuentre la densidad marginal del precio. ¿Cuál es la probabilidad de que el precio del trigo sea mayor exceda 3.5 u.m.? (2 puntos)
- b) Calcular los valores de $E(Q|p = 2.50)$ y $E(Q|p = 3.50)$. ¿Tiene esto sentido económico? Explique. (2 puntos)

Use:

$$\int e^{-ax} dx = -\frac{1}{a}e^{-ax};$$

$$\int xe^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax - 1)$$

3. (10 puntos) La administración en un restaurante de comida rápida está interesada en el comportamiento conjunto de las variables aleatorias Y_1 , definidas como el tiempo total entre la llegada de un cliente a la tienda y la salida de la ventanilla de servicio y Y_2 , el tiempo que un cliente espera en la fila antes de llegar a la ventanilla de servicio. Como Y_1 incluye el tiempo que un cliente espera en la fila, debemos tener $Y_1 \geq Y_2$. La distribución de frecuencia relativa de valores observados de Y_1 y Y_2 puede ser modelada por la función de densidad de probabilidad

$$f(y_1, y_2) = e^{-y_1}; 0 < y_2 < y_1 < \infty$$

con el tiempo medido en minutos. Encuentre:

- a) ¿Cuál es la probabilidad que el tiempo total entre la llegada de un cliente a la tienda y la salida de la ventanilla de servicio sea menor a 2 minutos y que el tiempo que un cliente espera en la fila antes de llegar a la ventanilla de servicio sea mayor a un minuto? (1 punto)
- b) ¿Cuál es la probabilidad que el tiempo que se pasa en la ventanilla de servicio sea mayor a un minuto? (1 punto)
- c) Encuentre las funciones de densidad marginal para Y_1 y Y_2 . ¿ Y_1 y Y_2 son independientes? (2 puntos)
- d) ¿Cuál es la función de densidad condicional de Y_1 dado que $Y_2 = y_2$? Asegúrese de especificar los valores de Y_2 para los cuales está definida esta densidad condicional. (2 puntos)
- e) ¿Cuál es la función de densidad condicional de Y_2 dado que $Y_1 = y_1$? Asegúrese de especificar los valores de y_1 para los cuales está definida esta densidad condicional. (2 puntos)
- f) La variable aleatoria $Y_1 - Y_2$ representa el tiempo que pasa en la ventanilla de servicio. Encuentre $E(Y_1 - Y_2)$ y $V(Y_1 - Y_2)$. (2 puntos)

Nota: $\int_0^{\infty} x^k e^{-x} dx = k! = k \times (k-1) \times \dots \times 2 \times 1$

4. (Pregunta Bonus:) (2 puntos) Sea (X, Y) vector aleatorio discreto con función de probabilidad conjunta dada por:

$$P_{XY}(x, y) = \frac{2}{N(N+1)}; \text{ si } 1 \leq x \leq y; y \in \{1, \dots, N\}$$

- a) Halle $P_Y(y)$
b) Halle $E(X|Y)$

Pando, 4 de mayo de 2019

