

ESTADÍSTICA INFERENCIAL
EXÁMEN 1

Parte Obligatoria

Problema 1 (6 puntos) Analice la verdad o falsedad de los siguientes enunciados. Todos tienen un máximo puntaje de 1.5 si son correctos y están debidamente justificados. Respuesta correcta pero sin justificación sólo recibirá 0.5 puntos.

- (a) Sean A, B y C tres eventos, en donde A y B son eventos disjuntos y C es un evento independiente de A y de B. Entonces

$$P(A \cup B \cup C) = P(C) + P(A \cup B)P(C^c). \text{ FALSO}$$

- b) Si la función de densidad conjunta del vector (X, Y) tiene la forma $f_{XY}(x, y) = Ce^{xy}$ para valores $0 < x < 1$ e $0 < y < 1$, entonces las v.a's X e Y son independientes. FALSO

- c) Un supermercado ofrece 10 productos, 3 de los cuales están con fecha de expiración vencida. Si usted selecciona al azar a 5 de estos productos, entonces es más probable que le toquen más productos vencidos que los esperados a que le toquen menos productos vencidos que los esperados.

$$P(X > 1.5) \text{ VS } P(X < 1.5)$$

- d) Un inspector municipal con ayuda de la policía ha iniciado en cierto punto de la capital un operativo para parar todo auto sospechoso nuevo y multarlo en caso de no haber pagado el impuesto SAT. El operativo ha de culminar y moverse a otro punto de la capital apenas se coloque una tercera multa. Si la probabilidad de que un auto que se detenga no halla pagado el SAT es de 0.8, entonces la probabilidad de que se hallan detenido más de 5 autos en el operativo para este un punto de la ciudad es de 0.94208

$$1 - P(X \leq 5)$$

$$X = 3 + X = 4 + X = 5.$$

Problema 2 (4 puntos) En una empresa el número X de trabajadores estables, es una v.a con distribución de Poisson $X \sim P(20)$; por otra parte la empresa contrata una cantidad Y de trabajadores temporales, siendo $Y \sim P(50)$ e Y se asume que es independiente de X.

- (a) Halle el rango y la función de probabilidad del número total T de trabajadores de la empresa. (2.0 puntos)

- (b) Si se supiera que esta empresa cuenta con 68 trabajadores ¿cuál es la probabilidad de que solamente 15 de ellos sean estables? (2.0 puntos)

$$T = 68$$

$$P(X=15 | 68) =$$

$$\lambda = \mu = 20$$

$$X \sim P(20)$$

X = trabas estables

$$Y \sim P(50)$$

Y = trabas temporales

Problema 3 (5 puntos) La fabricación de un bien requiere de dos etapas independientes entre sí. Se asume que el tiempo de fabricación requerido en la primera etapa medido en minutos tiene distribución normal con media 5 y desviación estándar 0.5 y que el tiempo de fabricación requerido en la segunda etapa medido en minutos tiene distribución normal con media 4 y desviación estándar 0.4. Si cada minuto de fabricación en la primera etapa por bien cuesta 10 soles, cada minuto de la segunda etapa por bien cuesta 15 soles y además los materiales usados cuestan 100 soles por bien.

- Calcule la probabilidad que el tiempo de fabricación de un bien para la primera etapa haya sido menor al de la segunda etapa. (2.0 puntos)
- Calcule la probabilidad que el costo total (tiempo de fabricación y materiales usados para un bien) sea menor a 200 soles. (1.5 puntos)
- Si el bien se vende en lotes de 6 unidades. Calcule la probabilidad que más de 4 de los bienes que conforman un lote hayan tenido un costo superior a los 200 soles. (1.5 puntos)

Parte electiva Seleccione tan sólo uno de los dos problemas siguientes.

Problema 4 (5 puntos) Suponga que el gasto total mensual en propaganda de una compañía en miles de soles Y y el gasto mensual en propaganda televisiva de esta compañía, X , también en miles de soles se modelan mediante un vector aleatorio (X, Y) con función de densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} Cx^2y^2, & \text{si } 0 < x \leq y \leq 3 \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

- Halle la constante C . $C = 0.02469$ (1.0 punto)
- Halle la probabilidad que durante un mes la compañía destine más del 80% de sus gastos de propaganda a la televisión. $P(X > 0.8Y) = 0.95331$ (1.0 punto)
- Halle la función de densidad marginal de Y su valor esperado. $0.22x^2$ (1.5 puntos)
- Suponga que en un mes la compañía gastó un total de 2,000 soles en propaganda ¿cuánto de este monto esperaría que se halla destinado a la propaganda en televisión? (1.5 puntos)

Esperado de GASTO

Problema 5 (5 puntos)

Un economista plantea para la empresa en que trabaja un modelo normal multivariado para el vector $(X_1, X_2, X_3, Y)^T$, donde Y es el salario mensual en miles de dólares de un vendedor de la empresa, X_1 el número de años de estudio, X_2 el número de años de experiencia en ventas y X_3 es el número promedio de horas diarias que el vendedor realiza trabajo de oficina. Si el vector de medias y la matriz de varianzas-covarianzas de este vector vienen dados por

$$\mu = [5.8, 2.5, 1.2, 0.8]^T \text{ y}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & -0.8 & 0 & 0.24 \\ -0.8 & 1 & 0 & 0.75 \\ 0 & 0 & 0.9 & 0.45 \\ 0.24 & 0.75 & 0.45 & 0.09 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \text{var } X_1 & \text{cov } X_1 X_2 & \text{cov } X_1 X_3 & \text{cov } X_1 Y \\ \text{cov } X_2 X_1 & \text{var } X_2 & \text{cov } X_2 X_3 & \text{cov } X_2 Y \\ \text{cov } X_3 X_1 & \text{cov } X_3 X_2 & \text{var } X_3 & \text{cov } X_3 Y \\ \text{cov } Y X_1 & \text{cov } Y X_2 & \text{cov } Y X_3 & \text{var } Y \end{bmatrix}$$

a) Halle la probabilidad de que un vendedor de esta empresa gane más de 1,000 dólares mensuales? $1 - 0.2514 = 0.7486$ (1.0 punto)

b) Si un vendedor tiene 6 años de estudio y 1.8 años de experiencia en ventas ¿que salario se esperará perciba y cuántas horas diarias en promedio se esperará realice de trabajo de oficina? (2.0 puntos)

c) Suponga que se seleccionan al azar a 10 trabajadores de la empresa a quienes se los clasificará en 4 grupos. Para ello se considerará a aquellos que tienen más experiencia que años de estudio y aquellos que tienen menos experiencia que años de estudio y luego de estos dos grupos a aquellos que hallan permanecido o no en promedio más de 5 horas de oficina por día en la empresa ¿Con qué probabilidad estos trabajadores se distribuirán por igual en los tres primeros grupos, con excepción del grupo de menos experiencia y tiempo en oficina, en donde se tendrán más trabajadores? (2.0 puntos)

Profesor del curso: Luis Valdivieso

$$P(X_2 > X_1)$$

San Miguel, 14 de Octubre de 2017