PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE ECONOMIA

PRÁCTICA CALIFICADA No. 1
CURSO: Estadística Inferencial
CÓDIGO: EST 241
PROFESORA: Zaida Quiroz Cornejo
HORARIO: 0522

Salvo formulario y calculadora, no está permitido el uso de otro material de consulta durante el desarrollo de la prueba.

No está permitido el uso de ningún dispositivo electrónico (celulares, tablets, laptops, iPods, etc.).

Los celulares y las cartucheras deben permanecer guardados durante la prueba.

---

1. (5 puntos) Supongamos que la distribución de los ingresos (en miles de soles) de una cierta población es una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f_X(x) = k(10x - x^2); 1 < x < 10$$

   a) Halle el valor de k para que $f_X(x)$ sea una función de densidad válida. (1 punto)

   b) ¿Cuál es el porcentaje de individuos con ingresos inferiores al ingreso medio? (2 puntos)

   c) Si sabemos que un individuo tiene un ingreso de menos de 8000 soles y necesita ganar al menos 6000 para poder comprar cierta vivienda, ¿Qué probabilidad tiene de poder comprarla? (2 puntos)

P(X<

2. (5 puntos) El consumo mensual de agua, en litros, por parte de las familias de una gran región se asume que es una variable aleatoria con distribución lognormal de parámetros μ y $\sigma^2 = 4$.

   a) Si la probabilidad de que una familia de la región consuma al mes más de 17,500 litros es 0.33, determine μ. (2 puntos)

   b) Suponga que para un estudio se han seleccionado al azar a 10 familias de la región ¿con qué probabilidad dos o más de estas familias consumirán durante el mes en estudio más que la media de consumos mensuales de la región? (1.5 puntos)

   c) Si en el estudio anterior, se envió a un encuestador a medir el consumo mensual de agua de las familias seleccionadas y su supervisor le ordena que lo llame cada vez que el encuentre una medición que supere los 30,000 litros ¿con qué probabilidad él llamará a su supervisor por segunda vez recién en su octava visita? (1.5 puntos)

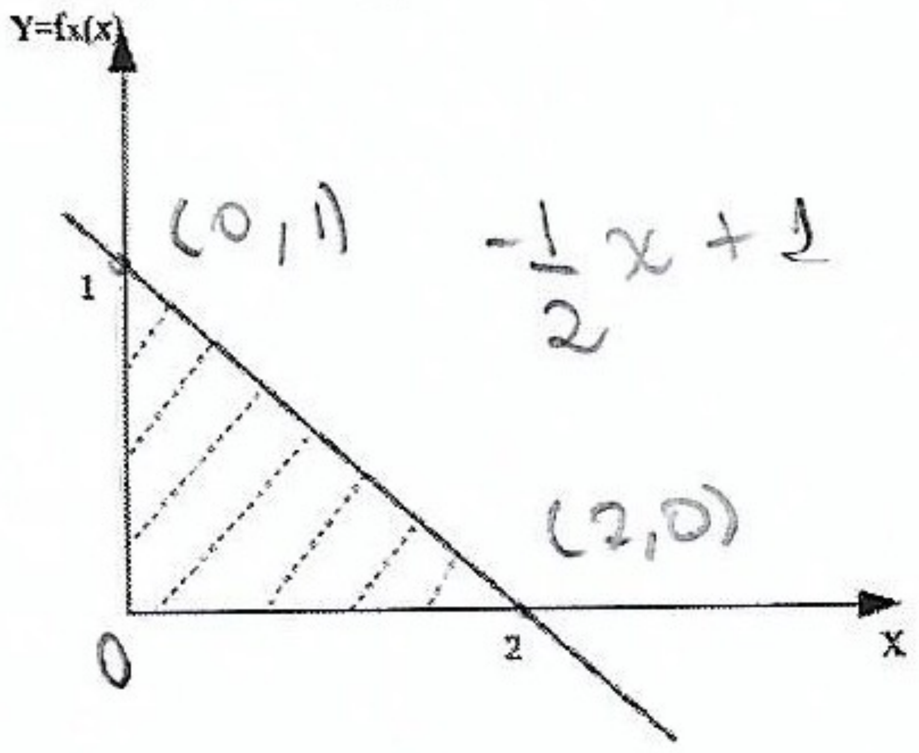
(Sugerencia: Use la siguiente propiedad: Si $X \sim LogN(\mu, \sigma^2)$ y se define Y=ln(X), entonces $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, donde LogN es la distribución Lognormal. Además $E(X) = (\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$)

ex

$P(X > 8{,}99) = 1 - P(X < 8{,}99)$

$= 1 - P\left(X < \dfrac{\ln 8{,}99 - \mu}{\sigma}\right)$

3. (5 puntos) Una empresa que vende café sabe que su demanda es una variable aleatoria continua X, que puede estar entre 0 y 2 toneladas diarias, cuya función de densidad está definida en la siguiente figura:



$= \frac{-1}{2}$

a) Halle la fórmula explícita de $f_X(x)$ y obtener la demanda diaria esperada y su varianza. (2 puntos)

b) Determinar el stock de café que habría que mantener para poder satisfacer hasta el 80% de la demanda. (1.5 puntos)

$= P(X < 0{,}8)$ $\int_0$

c) Si los beneficios obtenidos por la venta del café responden a la función B=6x(3-x). ¿Cuál es la cantidad de café vendido diariamente que maximiza los beneficios? ¿Cuál es el porcentaje de la demanda que corresponde a dichos beneficios?, es decir, la probabilidad de vender a lo más dicha cantidad que maximiza los beneficios? (1.5 puntos)

$P(X \leq 1{,}5) \int_0^1$

Nota: Las raices de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ son:
$x = \frac{-b-\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$ o $x = \frac{-b+\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$

4. (5 puntos) Sea (X, Y) una variable aleatoria bidimensional discreta, donde X e Y pueden tomar los valores 0, 1, 2, 3. La variable aleatoria Y hace referencia a los cambios en los ingresos, mientras que X hace mención a los cambios en los gastos en publicidad. Definimos las variables de la siguiente manera: Y = 0 si las ventas caen, Y = 1 si las ventas se mantienen, Y = 2 si las ventas suben, pero menos de un 10%, Y = 3 si suben más de un 10%. De manera análoga definimos X. La ley de probabilidad conjunta viene dada por $P_{XY}(x, y) = k(3-x+y)$.

a) Halle el valor de k para que $P_{XY}(x, y)$ sea una f.d.p. (1 punto)

b) Calcule las funciones de probabilidad marginales de X e Y. Según esta información, ¿es más probable que las ventas bajen, se mantengan o suban? (1 punto)

c) Halle las funciones de probabilidad condicionadas de Y con respecto a los diferentes valores que pueda tomar X. Si X = 0, ¿Varían entre ellas y con respecto a la ley de probabilidad marginal de Y? ¿Que significa la respuesta a la pregunta anterior? (1 punto)

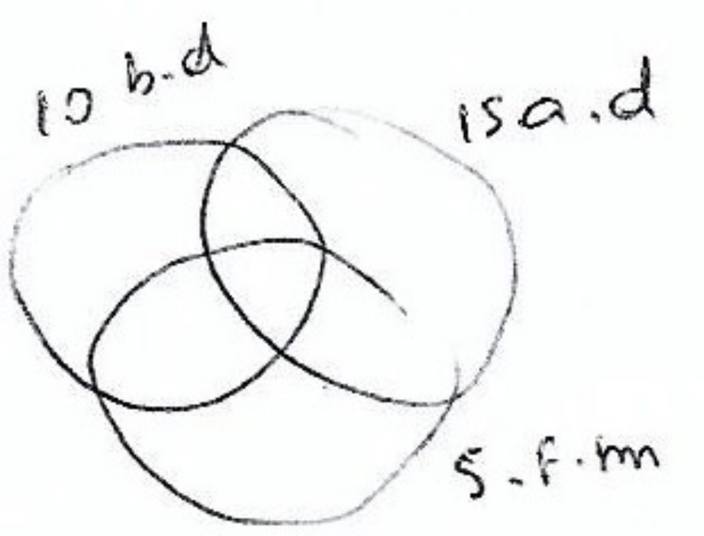
d) Definamos Z = Y - X. ¿Cuál es la probabilidad de que $Z > 0$? (1 punto)

e) ¿Cuál es el valor del gasto esperado independiente de lo que pase con las ventas? ¿Qué significa? (1 punto)

5. **Pregunta Bonus: (2 puntos)** Un inversionista debe elegir un instrumento de inversión de entre 15 acciones diferentes, 10 bonos diferentes y 5 fondos mutuos diferentes. Si cada instrumento tiene la misma probabilidad ser elegido y el inversionista elige al azar un instrumento, dado que el instrumento elegido no era un bono, ¿cuál es el probabilidad de que una acción sea elegida?

Pando, 13 de abril de 2019

$P(A) = 15/30$
$P(B) = 10/30$
$P(F) = 5/30$
$P(A/B^C) = P(A \mid A \cup F)$
$= \frac{15/30}{20/30} = \frac{3}{4} = 0{,}75$



$\frac{C^{15}_1}{C^{30}_{15}}$

$P(X=x) = P(Y=y) = P(Z=z)$

$\frac{C^{15}_1}{C^{30}_{15}}$