

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES  
ESPECIALIDAD DE ECONOMÍA

ESTADÍSTICA INFERENCIAL  
EXAMEN PARCIAL (2019-1)

Resuelva sólo 4 de los 5 problemas siguientes. Sólo se permite el uso de formularios, tabla normal y calculadora. Enumere del 1 al 5 en la contracarátula de su examen e indique allí la pregunta no respondida.

1.- Responda como verdadera o falsa a las siguientes afirmaciones. Toda respuesta debe de estar justificada, de no hacerlo no recibirá puntaje.

a) Se definen los eventos  $A = \text{"El precio de una acción de la compañía X subirá mañana"}$  y  $B = \text{"El precio de una acción de la compañía Y subirá mañana"}$ , los cuales tiene probabilidades  $P(A) = 0.2$  y  $P(B) = 0.5$ . Si la probabilidad de que el precio de cualquiera de estas acciones suba mañana es de 0.6, entonces  $A$  y  $B$  son eventos independientes. (1.0 punto)

b) Un economista estimo a inicios de año que la economía de un país se retraería, mantendría estable o crecería con probabilidades de 0.2, 0.7 y 0.1. Según el estado de la economía una empresa transnacional ha anticipado incrementar el número de sus franquicias en el país para el próximo año con probabilidades 0.05, 0.45 y 0.9 si, respectivamente, la economía se retrae, mantiene estable o crece en este año. Si al término del año la empresa anuncia que incrementará el número de sus franquicias en el país, entonces la probabilidad de que la economía del país se halla mantenido estable durante este año es de 0.63. (1.0 punto)

c) Si en el horario (son 22 alumnos y 8 con código 2015) se seleccionan al azar y sin reemplazamiento a 5 alumnos, entonces es más probable que el número de alumnos seleccionados con código 2015 supere a su valor esperado a que no lo haga. (1.5 puntos)

d) El número de siniestros  $X$  que se reportan diariamente a una compañía de seguros es una v.a. discreta con una función de probabilidad de la forma:

$$P_X(x) = \begin{cases} \frac{C}{x+1} & , \text{ si } x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & , \text{ en otro caso} \end{cases}$$

donde  $C$  es una constante. Entonces el valor esperado de  $X$  es mayor a 1. (1.5 puntos)

2.- Los pedido por delivery que se realizan a un restaurante se asumen que se presentan a través de un proceso de Poisson a razón de 2.5 por hora. El restaurante atiende sólo de 6pm a 10pm y cuenta para delivery sólo con un encargado quién tiene una cuota de atención de hasta como máximo 5 pedidos. De llegar más de pedidos el restaurante subcontratará a la empresa GLOBO para su entrega, generándole al restaurante un costo adicional de 3 soles por pedido.

a) Halle la probabilidad que en un día el restaurante no precise de los servicios de GLOBO. (1.0 punto)  
b) ¿Con qué probabilidad en una semana (7 días) se solicitará el apoyo de GLOBO en al menos 5 días? (1.5 puntos)

c) GLOBO envio pedidos del restaurante el día de ayer, ¿con qué probabilidad pasaran más de tres días sin que se vuelva a pedir el servicio de GLOBO? (1.0 punto)

d) ¿Qué costo adicional se espera genere el restaurante en un día por sus pedidos de delivery? (1.5 puntos)

3.- Suponga que el número de cotizaciones  $X$  que recibe una empresa hasta que se concrete una venta y el número de estas cotizaciones que se hicieron en línea,  $Y$ , son variables aleatorias discretas con la siguiente función de probabilidad conjunta

$$P_{XY}(x,y) = \begin{cases} \frac{y(\frac{4}{5})^x}{10(x+1)} & , \text{ si } x = 1, 2, 3, \dots; y = 1, 2, 3, \dots, x \\ 0 & , \text{ en otro caso} \end{cases}$$

- a) Halle la probabilidad de que se reciban 20 cotizaciones hasta realizar una venta y que el 80% de estas cotizaciones se hallan hecho en línea. (1.0 punto)
- b) Halle la función de probabilidad marginal de  $X$ . (1.0 punto)
- c) Si se registraron 20 cotizaciones hasta conseguir una venta, ¿con qué probabilidad 18 o más de ellas se habrán hecho en línea? (1.5 puntos)
- d) Responda, justificando adecuadamente, si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: Se esperará que por cada 6 cotizaciones adicionales que se hagan antes de una venta, el número de cotizaciones por línea se incrementará en 4. (1.5 puntos)

4.- En base a la historia de cómo se reinvierte la utilidad de una empresa en la producción, un economista ha planteado la siguiente función de densidad conjunta para las v.a's  $X$  = Utilidad mensual de la empresa en miles de u.m. e  $Y$  = Monto de la utilidad mensual de la empresa que se reinvierte

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} (x-y)e^{-x}, & \text{si } 0 < y \leq x \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

- a) Halle la probabilidad de que en un mes se destine más de la mitad de las utilidades a reinversión (1.5 puntos)
- b) Halle la función de densidad marginal de  $X$  y su valor esperado. (1.5 puntos)
- c) El economista manifiesta que si se conociera la utilidad de la empresa en un mes, es mucho más probable que los montos de inversión sean bajos a que sean cercanos al valor total de las utilidades. Muestre gráficamente si esto es cierto o no y comente. (2.0 puntos)

5.- Suponga que los precios unitarios al por mayor  $X$  e  $Y$  de dos bienes complementarios  $A$  y  $B$  en un mercado son variables aleatorias con distribución normal bivariada de medias respectivas de 3 y 3.5 u.m, varianzas 2.5 y 3.6 y correlación igual a 0.4.

- a) Halle la probabilidad de que el precio del bien  $A$  supere a la del precio del bien  $B$  en un establecimiento mayorista de este mercado.  $P(X > Y) = P(X - Y > 0) = 1 - P(X - Y \leq 0)$  (1.5 puntos)
- b) Un minorista acostumbra comprar semanalmente en el mercado 10 productos de  $A$  y 10 de  $B$ , pero ante la llegada de un nuevo producto, que dice cumplir las funciones de los bienes  $A$  y  $B$ , adquirirá esta vez sólo 10 unidades del nuevo producto. Si el nuevo producto tiene un precio fijo por introducción de 5 u.m, ¿cuánto esperará ahorrar el minorista por hacer este cambio en sus compras? (1.5 puntos)
- c) Un minorista tiene en stock 20 unidades del bien  $A$  y 30 unidades del bien  $B$ , los cuales fueron adquiridos de un mayorista en el mercado. Si vende cada unidad del bien  $A$  a 3.2 u.m y cada unidad del bien  $B$  a 4 u.m, halle e interprete la correlación de Pearson entre la utilidad que obtendrá por vender estos bienes y la diferencia de precios entre el monto total que pago inicialmente por estos bienes de  $B$  y el monto total que pago inicialmente por estos bienes de  $A$ . (2.0 puntos)