

$$P(X < 2 - Y)$$

independiente

$$P(X/Y) = P(Y)$$

$$P(Y/Y) = \frac{P(X/Y)}{P(X)=0}$$

Ejemplo  $P(X=0) =$

$$P(Y/X=0) = \frac{0,12}{0,4} + \frac{0,16}{0,4} + \frac{0,12}{0,4} = 0,3 + 0,4 + 0,3 = 1$$

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES  
ESPECIALIDAD DE ECONOMÍA

ESTADÍSTICA INFERENCIAL  
EXÁMEN PARCIAL

2018-1

✓ Problema 1 (4 puntos)

Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio bidimensional discreto, donde  $X$  e  $Y$  pueden tomar los valores 0, 1 ó 2. La variable aleatoria  $X$  hace referencia al volumen de ventas de bebidas alcohólicas en un restaurante de playa en un día cualquiera, mientras que  $Y$  hace mención al volumen de ventas de refrescos el mismo día en el mismo establecimiento. Definamos las variables de la siguiente manera:  $X = 0$  si se vende poco,  $X = 1$  si el volumen de ventas es medio y  $X = 2$  si se vende mucho. De manera análoga definimos  $Y$ . La función de probabilidad conjunta viene dada por:

$X/Y$	0	1	2	$P_Y$
0	0.12	0.16	0.12	0.4
1	0.08	0.12	0.16	0.36
2	0.04	0.08	0.12	0.24
$P_X$	0.24	0.36	0.4	

*Handwritten notes: "Ver muy med", "Se vend mucho", "Ver med", "Ver muy", "P(X=0/X=0)", "X|Y"*

- El dueño del restaurante considera un mal día a aquel en el que las ventas bajas de un tipo de bebida, no son compensadas con ventas elevadas del otro tipo de bebida (es decir, cuando  $X + Y < 2$ ) ¿Con qué probabilidad ocurrirá ello?
- Obtenga las distribuciones marginales de  $X$  e  $Y$ . Según esta información ¿son independientes  $X$  e  $Y$ ?
- ¿Cuál es la correlación entre la venta de refrescos y la de bebidas alcohólicas? Interprete el resultado.

✓ Problema 2 (4 puntos)

Un bien, que tiene 3 marcas A, B y C, es regularmente ofrecido por un supermercado a 5 soles la unidad. Iniciada una promoción  $3 \times 2$  es decir, que los clientes pueden adquirir 3 unidades del bien de una misma marca por el precio de 2, se ha modelado la cantidad de unidades del bien que un cliente que asiste al supermercado adquirirá mediante una variable aleatoria  $X$  con función de probabilidad

$$P_X(x) = \begin{cases} 0.2, & \text{si } x = 0 \\ K, & \text{si } x = 1 \\ K/2, & \text{si } x = 2 \\ 0.5, & \text{si } x = 3 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

*Handwritten note: "X: # unidades del bien que el cliente adquiere."*

*Handwritten note: "No 3 un. del bien"*

Se asume en ella un máximo de una promoción por cliente y que no es posible adquirir 3 unidades del bien combinando marcas. De otro lado, según promociones pasadas se ha observado que en el 25%, 40% y 35% de las veces que un cliente elige la promoción o que el cliente compra sólo una unidad del bien, este selecciona respectivamente las marcas A, B y C; mientras que si adquiere sólo dos unidades del bien en el 70%, 20% y 10% de las veces eligen respectivamente los pares de marcas B con C, A con B; y A con C.

- Halle el valor de  $K$
- ¿Con qué probabilidad un cliente elegirá una promoción del bien de la marca B?
- Halle la probabilidad de que un cliente adquiera más de una unidad del bien de la marca A.
- Si un cliente pago 10 soles ¿con qué probabilidad no habrá hecho uso de la promoción?

Bien = A, B, C

COMPRA A = 0,25  
" B = 0,40  
" C = 0,35

COMPRA B-C = 70%  
COMPRA A-B = 20%  
COMPRA A-C = 10%

$$0,677$$

$$\lambda = 3 \times \text{semana}$$

$$P(X) = 0,5$$

$$P(Y) = 0,3$$

$$P(2) = 0,2$$

### ✓ Problema 3 (4 puntos)

Suponga que las compras en línea que Juan realiza se producen a través de un proceso de Poisson a razón de 3 por semana. La probabilidad que Juan pague su compra en línea con tarjeta de crédito, a contraentrega o con un depósito bancario son de respectivamente 0.5, 0.3 y 0.2. Asuma que un mes tiene 4.5 semanas.

- ¿Con qué probabilidad Juan realizará 10 compras en línea durante un mes?  $P(X=10)$
- Si durante un mes Juan realizó 10 compras en línea ¿con qué probabilidad a lo más 3 de estas compras las habrá pagado mediante un depósito bancario? Binomial
- Si durante un mes Juan realizó 10 compras en línea ¿con qué probabilidad la mitad de ellas las habrá pagado con su tarjeta de crédito y sólo una de ellas mediante un depósito bancario. Multinomial

### Problema 4 (4 puntos)

Un agente tiene un capital de 100 u.m y desea invertir este monto en  $C$  acciones de una empresa A y el resto en acciones de una empresa B, las cuales tienen hoy precios por acción de 20 u.m y 16 u.m respectivamente. Sean  $X$  e  $Y$  las rentabilidades diarias de cada una de las acciones de las empresas A y B respectivamente. Si asumimos que ambas rentabilidades son variables aleatorias que se distribuyen conjuntamente de manera Normal, con  $X \sim N(1/2, 1/4)$ ,  $Y \sim N(1, 2)$  y con correlación -0.25.

- Halle la probabilidad de que el precio de una acción A supere mañana las 25 u.m.
- ¿Con qué probabilidad el precio de una acción A superará mañana al precio de una acción B?
- Si  $C = 3.5$  ¿qué rentabilidad se esperará tenga la inversión realizada por el agente?
- Suponga que mañana el agente decide vender su cartera, halle en función de  $C$  la varianza del precio que tendrían que pagarle por esta cartera y el valor de  $C$  que minimice tal varianza.

### Problema 5 (4 puntos)

Suponga que el gasto total mensual en propaganda de una compañía en miles de soles  $Y$  y el gasto mensual en propaganda televisiva de esta compañía,  $X$ , también en miles de soles se modelan mediante un vector aleatorio  $(X, Y)$  con función de densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} Cx^2y, & \text{si } 0 < x \leq y \leq 3 \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

$$Y = \text{Prop} \\ X = TV$$

- Halle el valor de  $C$ .  $0.0617$
- Si se definen los eventos  $A =$  "La compañía gasta más de 1,000 soles al mes en propaganda televisiva" y  $B =$  "La compañía gasta menos de 2,000 soles al mes en propaganda" ¿son estos eventos independientes? Justifique. NO son independientes
- Obtenga la función de densidad condicional de  $X$  dado que  $Y = y$  y mediante su gráfico afirme o refute la siguiente afirmación: "Es mucho más probable que la compañía destine su presupuesto mensual de propaganda hacia medios no televisivos que a medios televisivos".  $\frac{3x^2}{43}$
- Halle e interprete la regresión de  $X$  sobre  $Y$ .  $\frac{3}{4}y$

gráfica?

Pando, 12 de Mayo de 2018

L.H.V.S.

$$f_{xy} = f_x \cdot f_y$$

$$\frac{10!}{0! 10!}$$

$$\frac{10!}{1! 9!}$$

$$\frac{10!}{3! 7!} = 2810$$

$$-120$$