Proporcionalidad de Magnitudes

Edison Achalma

Escuela Profesional de Economía, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga

Matemáticas Aplicadas a la Comunicación

Professor Name

Due Date

Nota del Autor

Edison Achalma https://orcid.org/0000-0001-6996-3364

El autor no tiene conflictos de interés que revelar. Expreso mi sincero agradecimiento a todas las personas que contribuyeron directa e indirectamente a la realización de esta monografía. En especial. A mi profesor, por su valiosa orientación, correcciones y sugerencias que permitieron estructurar y mejorar este trabajo. A la institución educativa y a la Facultad de Ciencias de la Comunicación, por brindar las herramientas necesarias para mi desarrollo profesional. A los autores y especialistas cuyas investigaciones sirvieron como base teórica para este estudio. A mi familia y seres queridos, por su constante apoyo emocional durante este proceso. Este trabajo es el resultado de un esfuerzo colectivo, y por ello, mi más profundo reconocimiento a quienes hicieron posible su culminación. Los roles de autor se clasificaron utilizando la taxonomía de roles de colaborador (CRediT; https://credit.niso.org/) de la siguiente manera: Edison Achalma: conceptualización, redacción

La correspondencia relativa a este artículo debe dirigirse a Edison Achalma, Email: elmer.achalma.09@unsch.edu.pe

Resumen

Este trabajo explora los fundamentos matemáticos de la proporcionalidad y sus aplicaciones en el campo de las Ciencias de la Comunicación. Se analizan conceptos clave como razones, proporciones y magnitudes, junto con sus implementaciones prácticas en estrategias mediáticas, análisis de audiencias y diseño de mensajes. El estudio demuestra cómo estas herramientas matemáticas optimizan procesos comunicacionales en entornos digitales y tradicionales

Palabras Claves: proporcionalidad, comunicación, matemáticas aplicadas, análisis de audiencias, estrategias mediáticas

Proporcionalidad de Magnitudes

Tabla de contenidos

Proporcionalidad de Magnitudes

Este trabajo monográfico analiza la aplicación de conceptos matemáticos de proporcionalidad, como la regla de tres, el reparto proporcional en el ámbito de las ciencias de la comunicación. Estas herramientas permiten resolver problemas prácticos, optimizar procesos y tomar decisiones informadas basadas en datos cuantitativos, en un contexto donde la precisión y la eficiencia son esenciales. El objetivo es demostrar cómo estas técnicas matemáticas, fundamentadas en razones y proporciones, se integran en la planificación estratégica, la distribución equitativa de recursos y la evaluación de resultados.

La monografía se estructura en tres capítulos principales: el Capítulo I aborda los fundamentos teóricos de razones y proporciones, el Capítulo II explora las aplicaciones de las magnitudes proporcionales, y el Capítulo III presenta casos prácticos que ilustran su relevancia. Finalmente, se ofrecen conclusiones y recomendaciones para fortalecer el uso de estas herramientas en la formación académica y profesional, acompañadas de referencias bibliográficas.

1 Razones y Proporciones

1.1 Historia

La historia de la razón y la proporcionalidad de magnitudes es un proceso complejo que se desarrolló desde la Antigua Grecia, pasando por la Edad Media y el Renacimiento, hasta influir en la enseñanza y comprensión actual de estos conceptos. El desarrollo de la razón y la proporcionalidad fue importante para el avance de las matemáticas y su aplicación en diversas disciplinas como las ciencias de la comunicación.

1.2 Orígenes y Evolución Histórica

Según Thorup (1992) los matemáticos griegos, antes de Euclides, ya exploraban teorías de proporciones basadas en el método de la “anthyphairesis” (división recíproca), que permitía comparar magnitudes incluso cuando no eran conmensurables. Euclides formalizó la teoría en el Libro V de los Elementos, definiendo la igualdad y el orden relativo de razones.

para Abdounur (2009) en la Edad Media y Renacimiento, la traducción latina de Euclides por Campanus de Novara en el siglo XIII introdujo una interpretación aritmética de la proporcionalidad, añadiendo el concepto de “denominatio” para la razón, lo que no estaba en el original griego. Este proceso fue influenciado por tradiciones latinas y árabes, y se aceleró durante el Renacimiento.

Ya en el Renacimiento, según Kim (2023), Silvio Belli, en 1573, intentó simplificar y corregir la teoría de razón y proporción para facilitar su aprendizaje, aunque cometió errores matemáticos comprensibles para su época. Su obra refleja la transición hacia una visión más aritmética y aplicada, especialmente en arquitectura e ingeniería.

1.3 Etimología

La palabra *razón* proviene del latín *ratio*, que significa "cálculo" o "proporción". Por su parte, *proporción* deriva del latín *proportio*, que implica una relación equilibrada o simétrica entre partes.

1.4 Definición

1.4.1 Razón

Según Park (2008), es una relación entre dos cantidades que indica cuántas veces una contiene a la otra o cómo se comparan entre sí. Se clasifica en:

1.4.2 Razón Aritmética

Se refiere a la diferencia entre dos números o términos consecutivos de una secuencia (por ejemplo, en una progresión aritmética, la razón aritmética es la constante que se suma para pasar de un término al siguiente). Su fórmula es:

$$r = A - B$$

Donde:

- r es la razón
- A es el Antecedente
- B es el Consecuente.

1.4.3 Razón Geométrica

Es la relación basada en el cociente entre dos cantidades, especialmente relevante en secuencias donde cada término se obtiene multiplicando el anterior por una constante (progresión geométrica). Su fórmula es:

$$r = \frac{A}{B}$$

Donde:

- r es la razón
- A es el Antecedente
- B es el Consecuente.

1.4.4 Proporción

Es una igualdad entre dos razones, es decir, una relación que indica que dos pares de cantidades tienen la misma relación entre sí.

Proporción Aritmética: Se da cuando la diferencia entre términos consecutivos es constante.

$$A - B = C - D$$

Donde:

- A, B, C, D son magnitudes
- $A - C$ son los términos extremos
- $B - D$ los términos medios.

Discreta La proporcionalidad discreta aritmética establece una relación entre cuatro magnitudes donde la diferencia entre dos términos es igual a la diferencia entre otros dos. La relación se expresa como:

$$A - B = C - D$$

Donde:

- D es la cuarta diferencial de A, B y C.

Continua La proporcionalidad continua aritmética describe una relación entre tres magnitudes. La relación se expresa como:

$$A - B = B - C$$

Donde: - C es la tercera diferencial de A y B, y B es la media diferencial de A y C.

Proporción Geométrica: Se da cuando la razón (cociente) entre términos consecutivos es constante.

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \quad \text{o} \quad A \cdot D = B \cdot C$$

Donde: - A, B, C, D son magnitudes

- A y D son los términos extremos
- B y C son los términos medios.

Discreta La proporcionalidad discreta geométrica describe una relación entre cuatro magnitudes donde el cociente entre dos términos es igual al cociente entre otros dos. La relación se expresa como:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Donde:

- D es la cuarta proporcional de A, B y C.

Continua La proporcionalidad continua geométrica describe una relación entre tres magnitudes. La relación se expresa as:

$$\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$$

Donde:

- C es la tercera proporcional de A y B
- B es la media proporcional de A y C, implicando:

$$B^2 = A \cdot C$$

Propiedades de la Proporción Geométrica:

Sea la proporción $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

- $\frac{A+B}{A} = \frac{C+D}{C}$
- $\frac{A-B}{B} = \frac{C-D}{D}$
- $\frac{A+B}{A-B} = \frac{C+D}{C-D}$
- $\frac{A^n}{B^n} = \frac{C^n}{D^n}; \quad n \in \mathbb{Q}$
- $\frac{A-C}{B-D} = \frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

2 Magnitudes Proporcionales

Según Arican y Kiymaz (2022) es la relación entre dos cantidades donde el cambio en una afecta a la otra de manera predecible y constante, ya sea aumentando o disminuyendo juntas (directa) o en sentido contrario (inversa).

2.1 Magnitudes Directamente Proporcionales

Dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar o dividir una por un número, la otra también se multiplica o divide por ese mismo número.

Consideremos la relación entre el **número de publicaciones en redes sociales** de un medio periodístico y el **número de interacciones** (likes, comentarios, compartidos) que estas generan. La siguiente tabla muestra datos hipotéticos:

En esta tabla, observamos que el número de publicaciones en redes sociales y las interacciones son **directamente proporcionales**. A medida que aumenta el número de publicaciones, las interacciones crecen proporcionalmente.

La razón entre las magnitudes es constante:

$$\frac{\text{Publicaciones}}{\text{Interacciones}} = \frac{2}{20} = \frac{4}{40} = \frac{6}{60} = \frac{8}{80} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

La **constante de proporcionalidad** es:

Tabla 1

Relación entre Publicaciones en redes sociales e Interacciones

Publicaciones en redes sociales (x, en publicaciones)	2	4	6	8	10
Interacciones (y, en cientos)	20	40	60	80	100

Nota. Elaboración propia

$$k = \frac{y}{x} = \frac{1}{10}$$

2.2 Representación Gráfica

La relación directamente proporcional se representa como una línea recta que pasa por el origen.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Datos
x = np.array([2, 4, 6, 8, 10])  # Publicaciones en redes sociales
y = np.array([20, 40, 60, 80, 100])  # Interacciones (en cientos)

# Gráfica
plt.figure(figsize=(6,4))
plt.plot(x, y, 'o-', color='blue', label='Datos observados')
plt.plot(x, 10*x, '--', color='gray', label='Línea de proporcionalidad ($y = 10x$)')
plt.xlabel('Publicaciones en redes sociales ($x$, en publicaciones)')
plt.ylabel('Interacciones ($y$, en cientos)')
# plt.title('Relación entre Publicaciones e Interacciones')
# plt.grid(True)
# plt.legend()
```

```
# Ocultar bordes (spines) superiores y derechos
ax = plt.gca()
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

2.3 Caso General

Para cualquier par de magnitudes directamente proporcionales A e B, se cumple:

Tabla 2

Magnitudes directamente proporcionales

A	A_1	A_2	A_3
B	B_1	B_2	B_3

Nota. Elaboración propia

La relación entre estas magnitudes satisface:

$$\frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2} = \frac{A_3}{B_3} = k$$

En general:

$$\frac{A_i}{B_i} = k, \quad \text{donde } 1 \leq i < n, \quad i \in \mathbb{Z}$$

Aquí, k es la **constante de proporcionalidad directa**.

2.4 Función de Proporcionalidad Directa

La relación entre dos magnitudes directamente proporcionales se expresa mediante una **función lineal homogénea**:

$$f(x) = kx$$

donde $f(x)$ es la magnitud dependiente (en este caso, las interacciones), x es la magnitud independiente (publicaciones) y k es la constante de proporcionalidad.

Ejemplo Artículos Publicados y Lectores

Ahora, consideremos otro ejemplo. Supongamos que el **número de artículos publicados** en un sitio web periodístico está relacionado con el **número de lectores** que visitan el sitio:

Tabla 3

Relación entre Artículos publicados y Lectores

Artículos publicados (x)	1	2	3	4	5
Lectores (y, en cientos)	15	30	45	60	75

Nota. Elaboración propia

La constante de proporcionalidad es:

$$k = \frac{y}{x} = \frac{15}{1} = \frac{30}{2} = \frac{45}{3} = \frac{60}{4} = \frac{75}{5} = 15$$

La función que describe esta relación es:

$$y = 15x$$

2.5 Magnitudes Inversamente Proporcionales

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción, y viceversa

Imagina un medio periodístico que verifica noticias antes de publicarlas. A mayor **tiempo dedicado a verificar noticias**, menor es el **número de errores** en las publicaciones. La siguiente tabla se muestra los datos:

Tabla 4

Relación entre Tiempo de verificación y Errores en publicaciones

Tiempo de verificación (x, en horas)	1	2	4	8
Errores en publicaciones (y, en cantidad)	40	20	10	5

Nota. Elaboración propia

El tiempo de verificación y los errores en publicaciones son **inversamente proporcionales**. Esto se verifica porque el producto de ambas magnitudes es constante:

$$(\text{Tiempo de verificación}) \cdot (\text{Errores}) = 1 \cdot 40 = 2 \cdot 20 = 4 \cdot 10 = 8 \cdot 5 = 40$$

La **constante de proporcionalidad inversa** es:

$$x \cdot y = 40$$

La relación se expresa como:

$$y = \frac{40}{x}$$

2.6 Representación Gráfica

La relación inversamente proporcional se visualiza como una curva hiperbólica.

```
import matplotlib.pyplot as plt

import numpy as np


# Datos

x = np.array([1, 2, 4, 8])  # Tiempo de verificación (en horas)

y = np.array([40, 20, 10, 5])  # Errores en publicaciones (en cantidad)


# Gráfica
```

```
plt.figure(figsize=(6,4))
plt.plot(x, y, '*-', color='blue', label='Datos observados')
plt.plot(x, 40/x, '--', color='gray', label='Curva de proporcionalidad ($y = 40/x$)')
plt.xlabel('Tiempo de verificación ($x$, en horas)')
plt.ylabel('Errores en publicaciones ($y$, en cantidad)')
# plt.title('Relación entre Verificación y Errores')
# plt.grid(True)
# plt.legend()

# Ocultar bordes (spines) superiores y derechos
ax = plt.gca()
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

La gráfica muestra cómo, al aumentar el tiempo de verificación, el número de errores disminuye, siguiendo una relación inversa.

2.7 Caso General

Para dos magnitudes inversamente proporcionales A e B, se cumple:

Tabla 5

Magnitudes inversamente proporcionales

A	A_1	A_2	A_3	$\ldots$	A_n
B	B_1	B_2	B_3	$\ldots$	B_n

Nota. Elaboración propia

El producto de las magnitudes es constante:

$$A_1 \cdot B_1 = A_2 \cdot B_2 = A_3 \cdot B_3 = \cdots = A_n \cdot B_n = k$$

En general:

$$A_i \cdot B_i = k, \quad \text{donde } 1 \leq i < n, \quad i \in \mathbb{Z}$$

Aquí, k es la **constante de proporcionalidad inversa**.

2.8 Función de Proporcionalidad Inversa

La relación inversamente proporcional se expresa como:

$$y = \frac{k}{x}$$

donde y es la magnitud dependiente (errores), x es la magnitud independiente (tiempo de verificación) y k es la constante de proporcionalidad inversa.

Ejemplo Frecuencia de Titulares Clickbait y Confianza del Lector

Consideremos otro ejemplo: la relación entre la **frecuencia de titulares clickbait** (titulares exagerados para atraer clics) y la **confianza del lector** en un medio:

Tabla 6

Relación entre Frecuencia de titulares clickbait y Confianza del lector

Frecuencia de titulares clickbait (x, por semana)	12	4	2.4	1.3
Confianza del lector (y, en escala 1-50)	5	15	25	45

Nota. Elaboración propia

El producto es constante:

$$12 \cdot 5 = 4 \cdot 15 = 2.4 \cdot 25 = 1.3 \cdot 45 = 60$$

La constante de proporcionalidad inversa es:

$$x \cdot y = 60$$

La función es:

$$y = \frac{60}{x}$$

2.9 Propiedades

Sean las magnitudes A y B, entonces:

1. Si A DP $B \Rightarrow B$ DP A
2. Si A IP $B \Rightarrow B$ IP A
3. A IP $B \Leftrightarrow A$ DP $\left(\frac{1}{B}\right)$
4. A DP $B \Leftrightarrow A$ IP $\left(\frac{1}{B}\right)$
5. Si $n \in \mathbb{Q}$, entonces:
   - A DP $B \Leftrightarrow A^n$ DP B^n
   - A IP $B \Leftrightarrow A^n$ IP B^n

3 Aplicaciones de las Magnitudes Proporcionales

Las magnitudes proporcionales permiten distribuir cantidades de forma equitativa según una relación directa o inversa. Este proceso, conocido como **reparto proporcional**, asigna una cantidad total entre varias partes según una variable de referencia. Se divide en dos tipos: **reparto directo** y **reparto inverso**.

3.1 Reparto Directo

El reparto directo distribuye una cantidad total entre varias partes proporcionalmente a sus magnitudes. Por ejemplo, supongamos que se desea repartir un presupuesto de S/ 12,000 entre tres proyectos según el número de publicaciones planificadas, con proporciones de 1, 3 y 4.

Calculamos:

$$\text{Total a repartir: } 12,000$$

$$\begin{cases} 1k = \text{Monto para el primer proyecto} \\ 3k = \text{Monto para el segundo proyecto} \\ 4k = \text{Monto para el tercer proyecto} \end{cases}$$

La suma total es:

$$1k + 3k + 4k = 8k = 12,000$$

Resolviendo para k:

$$k = \frac{12,000}{8} = 1,500$$

Por lo tanto, los montos asignados son:

$$\begin{cases} 1k = 1 \cdot 1,500 = 1,500 \\ 3k = 3 \cdot 1,500 = 4,500 \\ 4k = 4 \cdot 1,500 = 6,000 \end{cases}$$

Los proyectos reciben S/ 1,500, S/ 4,500 y S/ 6,000, respectivamente.

3.1.1 Gráfica del Reparto Directo

La siguiente gráfica ilustra cómo se distribuye el presupuesto según las proporciones:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np


# Datos
proyectos = ['Proyecto 1', 'Proyecto 2', 'Proyecto 3']
proporciones = np.array([1, 3, 4])
montos = proporciones * 1500  # k = 1500
```

```
# Gráfica
plt.figure(figsize=(6,4))
plt.bar(proyectos, montos, color='skyblue', label='Monto asignado')
plt.xlabel('Proyectos')
plt.ylabel('Monto asignado (S/)')
# plt.title('Reparto directo del presupuesto')
# plt.grid(True, axis='y')
# plt.legend()

# Ocultar bordes (spines) superiores y derechos
ax = plt.gca()
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

3.2 Reparto Inverso

El reparto inverso distribuye una cantidad total entre varias partes de forma inversamente proporcional a sus magnitudes. Por ejemplo, supongamos que se desea repartir un fondo de S/ 60,000 entre tres equipos según el tiempo de entrega de artículos, con proporciones de 1, 2 y 4 horas.

La distribución se calcula como sigue:

$$\text{Total a repartir: } 60,000$$

$$\begin{cases} \frac{k}{1} = \text{Monto para el primer equipo} \\ \frac{k}{2} = \text{Monto para el segundo equipo} \\ \frac{k}{4} = \text{Monto para el tercer equipo} \end{cases}$$

La suma total es:

$$\frac{k}{1} + \frac{k}{2} + \frac{k}{4} = k\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = k \cdot \frac{7}{4} = 60,000$$

Resolviendo para k:

$$k = \frac{60,000 \cdot 4}{7} \approx 34,285.71$$

Por lo tanto, los montos asignados son:

$$\begin{cases} \frac{k}{1} \approx \frac{34,285.71}{1} \approx 34,285.71 \\ \frac{k}{2} \approx \frac{34,285.71}{2} \approx 17,142.86 \\ \frac{k}{4} \approx \frac{34,285.71}{4} \approx 8,571.43 \end{cases}$$

Los equipos reciben aproximadamente S/ 34,286, S/ 17,143 y S/ 8,571, respectivamente.

3.2.1 Gráfica del Reparto Inverso

La siguiente gráfica se muestra cómo se distribuye el fondo según el tiempo de entrega:

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np


# Datos
equipos = ['Equipo 1', 'Equipo 2', 'Equipo 3']
tiempos = np.array([1, 2, 4])
k = 34285.71
```

```python
montos = k / tiempos  # k dividido por los tiempos


# Gráfica
plt.figure(figsize=(6,4))
plt.bar(equipos, montos, color='lightcoral', label='Monto asignado')
plt.xlabel('Equipos')
plt.ylabel('Monto asignado (S/)')
# plt.title('Reparto inverso del fondo')
# plt.grid(True, axis='y')
# plt.legend()


# Ocultar bordes (spines) superiores y derechos
ax = plt.gca()
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)


plt.tight_layout()
plt.show()
```

4 Regla de Tres y Porcentajes

La regla de tres y los porcentajes son herramientas matemáticas esenciales para resolver problemas de proporcionalidad y comparación de datos.

4.1 Regla de Tres

La **regla de tres** permite encontrar un valor desconocido a partir de tres valores conocidos, en relaciones de proporcionalidad directa o inversa.

4.1.1 Regla de Tres Simple Directa

En una relación **directamente proporcional**, si una magnitud aumenta, la otra también lo hace en la misma proporción, cumpliendo:

$$\frac{\text{Magnitud 1}}{\text{Magnitud 2}} = k$$

De forma práctica, se multiplica en cruz:

$$a \cdot x = b \cdot c \quad \Rightarrow \quad x = \frac{b \cdot c}{a}$$

Ejemplo: Si escribir 2 artículos toma 4 horas, ¿cuánto tiempo tomará escribir 5 artículos?

Planteamos:

$$\frac{\text{2 artículos}}{\text{4 horas}} = \frac{\text{5 artículos}}{x \text{ horas}}$$

Multiplicamos en cruz:

$$2 \cdot x = 4 \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad 2x = 20 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{20}{2} = 10$$

Tomará 10 horas escribir 5 artículos.

Gráfica de la Regla de Tres Directa.. La siguiente gráfica muestra la relación proporcional entre artículos y tiempo:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Datos
articulos = np.array([2, 5])
tiempo = np.array([4, 10])

# Gráfica
plt.figure(figsize=(6,4))
plt.plot(articulos, tiempo, 'o-', color='blue', label='Datos observados')
plt.plot(articulos, 2*articulos, '--', color='gray', label='Proporción ($y = 2x$)')
plt.xlabel('Número de artículos')
```

```
plt.ylabel('Tiempo (horas)')
# plt.title('Regla de tres simple directa')
# plt.grid(True)
# plt.legend()

# Ocultar bordes (spines) superiores y derechos
ax = plt.gca()
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

4.1.2 Regla de Tres Simple Inversa

En una relación **inversamente proporcional**, si una magnitud aumenta, la otra disminuye, cumpliendo:

$$\text{Magnitud 1} \cdot \text{Magnitud 2} = k$$

De forma práctica, se multiplica en paralelo:

$$a \cdot b = c \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{a \cdot b}{c}$$

Ejemplo: Si con 4 máquinas se imprimen 200 revistas en 8 horas, ¿cuánto tiempo tomará con 12 máquinas?

Planteamos:

$$4 \cdot 8 = 12 \cdot x$$

Resolviendo:

$$4 \cdot 8 = 12x \quad \Rightarrow \quad 32 = 12x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{32}{12} \approx 2.67$$

Con 12 máquinas, tomará aproximadamente 2.67 horas.

Gráfica de la Regla de Tres Inversa.. La siguiente gráfica muestra la relación inversa entre máquinas y tiempo:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Datos
maquinas = np.array([4, 8])
tiempo = np.array([12, 2.67])

# Gráfica
plt.figure(figsize=(6,4))
plt.plot(maquinas, tiempo, 'o-', color='blue', label='Datos observados')
plt.plot(maquinas, 32/maquinas, '--', color='gray', label='Proporción ($y = 32/x$)')
plt.xlabel('Número de máquinas')
plt.ylabel('Tiempo (horas)')
# plt.title('Regla de tres simple inversa')
# plt.grid(True)
# plt.legend()

# Ocultar bordes (spines) superiores y derechos
ax = plt.gca()
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

4.1.3 Regla de Tres Compuesta

La **regla de tres compuesta** se usa cuando más de dos magnitudes están involucradas. Se combinan proporciones directas e inversas para resolver el problema.

Ejemplo: Si 3 periodistas escriben 6 artículos en 12 horas, ¿cuánto tiempo tomará a 6 periodistas escribir 12 artículos?

- **Proporción directa** (artículos): Más artículos requieren más tiempo.
- **Proporción inversa** (journalistas): Más periodistas reducen el tiempo.

Planteamos:

$$\frac{3 \text{ periodistas} \cdot 12 \text{ horas}}{6 \text{ artículos}} = \frac{6 \text{ periodistas} \cdot x \text{ horas}}{12 \text{ artículos}}$$

Simplificando:

$$\frac{3 \cdot 12}{6} = \frac{6 \cdot x}{12}$$

$$\frac{36}{6} = \frac{6x}{12} \quad \Rightarrow \quad 6 = \frac{6x}{12} \quad \Rightarrow \quad 6 \cdot 12 = 6x \quad \Rightarrow \quad 72 = 6x \quad \Rightarrow \quad x = 12$$

Tomará 12 horas.

4.2 Porcentajes

El **porcentaje** expresa una proporción en términos de “por cada cien”, facilitando la comparación de datos. La fórmula para calcular un porcentaje es:

$$\text{a por ciento de N} = a$$

Ejemplo: Calcular el 25% de 200 lectores.

50 lectores representan el 25% de 200.

4.2.1 Parte de un Total como Porcentaje

Para expresar una parte de un total en porcentaje:

$$\frac{\text{Parte}}{\text{Total}} \cdot 100$$

Ejemplo: Si 30 de 150 suscriptores leen un artículo, ¿qué porcentaje representa?

$$\frac{30}{150} \cdot 100$$

El 20% de los suscriptores leyeron el artículo.

4.2.2 Operaciones con Porcentajes

Un número se puede expresar como el 100% de sí mismo:

$$N = 100$$

Ejemplo: Si el 40% de un presupuesto más el 60% del mismo presupuesto se usan, ¿qué porcentaje total se gastó?

$$40$$

Se gastó el 100% del presupuesto.

4.2.3 Aplicaciones de los Porcentajes

a. Descuentos Sucesivos.. Para dos descuentos consecutivos de a y b, el descuento único equivalente es:

$$\text{Descuento único} = (a + b) - \frac{a \cdot b}{100}$$

Ejemplo: Un equipo de publicidad aplica descuentos del 10% y 20% en un contrato. ¿Cuál es el descuento único equivalente?

$$\text{Descuento único} = (10 + 20) - \frac{10 \cdot 20}{100} = 30 - 2 = 28$$

El descuento único es del 28%.

b. Aumentos Sucesivos.. Para dos incrementos consecutivos de a y b, el aumento único equivalente es:

$$\text{Aumento único} = (a + b) + \frac{a \cdot b}{100}$$

Ejemplo: Si un presupuesto aumenta un 15% y luego un 10%, ¿cuál es el aumento único equivalente?

$$\text{Aumento único} = (15 + 10) + \frac{15 \cdot 10}{100} = 25 + 1.5 = 26.5$$

El aumento único es del 26.5%.

5 Ejemplos Aplicados a Ciencias de la Comunicación

5.1 Ejercicio 1

Problema: Si producir 3 videos promocionales requiere 9 horas de trabajo, ¿cuánto tiempo tomará producir 7 videos?

Solución:

Dado que el número de videos y el tiempo de trabajo son directamente proporcionales, usamos la regla de tres simple directa:

$$\frac{\text{Magnitud 1}}{\text{Magnitud 2}} = k \quad \Rightarrow \quad a \cdot x = b \cdot c \quad \Rightarrow \quad x = \frac{b \cdot c}{a}$$

Planteamos la proporción:

$$\frac{3 \text{ videos}}{9 \text{ horas}} = \frac{7 \text{ videos}}{x \text{ horas}}$$

Multiplicamos en cruz:

$$3 \cdot x = 9 \cdot 7$$

$$3x = 63 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{63}{3} = 21$$

Se necesitan 21 horas para producir 7 videos.

Gráfica:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Datos
videos = np.array([3, 7])
tiempo = np.array([9, 21])

# Gráfica
plt.figure(figsize=(6,4))
plt.plot(videos, tiempo, 'o-', color='blue', label='Datos observados')
plt.plot(videos, 3*videos, '--', color='gray', label='Proporción ($y = 3x$)')
plt.xlabel('Número de videos')
plt.ylabel('Tiempo (horas)')
# plt.grid(True)
plt.legend()
ax = plt.gca()
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)
plt.tight_layout()
plt.show()
```

5.2 Ejercicio 2

Problema: Si 5 diseñadores tardan 10 días en crear 100 gráficos, ¿cuántos días tardarán 10 diseñadores en crear los mismos 100 gráficos?

Solución:

Dado que el número de diseñadores y el tiempo son inversamente proporcionales (a más diseñadores, menos tiempo), usamos la regla de tres simple inversa:

$$\text{Magnitud 1} \cdot \text{Magnitud 2} = k \quad \Rightarrow \quad a \cdot b = c \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{a \cdot b}{c}$$

Planteamos:

$$5 \text{ diseñadores} \cdot 10 \text{ días} = 10 \text{ diseñadores} \cdot x \text{ días}$$

Multiplicamos en paralelo:

$$5 \cdot 10 = 10 \cdot x$$

$$50 = 10x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{50}{10} = 5$$

Con 10 diseñadores, se tardarán 5 días.

Gráfica:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Datos
disenadores = np.array([5, 10])
tiempo = np.array([10, 5])

# Gráfica
plt.figure(figsize=(6,4))
plt.plot(disenadores, tiempo, 'o-', color='blue', label='Datos observados')
plt.plot(disenadores, 50/disenadores, '--', color='gray', label='Proporción ($y = 50/
plt.xlabel('Número de diseñadores')
plt.ylabel('Tiempo (días)')
# plt.grid(True)
plt.legend()
ax = plt.gca()
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)
```

```
plt.tight_layout()

plt.show()
```

5.3 Ejercicio 3

Problema: Se desea repartir un presupuesto de S/ 15,000 entre tres campañas según el número de anuncios planificados, con proporciones de 2, 3 y 5. ¿Cuánto recibirá cada campaña?

Solución:

Usamos el reparto proporcional directo, donde el presupuesto se distribuye según las proporciones:

$$\text{Total a repartir: } 15,000$$

Asignamos:

$$\begin{cases} 2k = \text{Monto para la primera campaña } 3k = \text{Monto para la segunda campaña } 5k = \text{Monto para la tercera cam} \end{cases}$$

La suma total es:

$$2k + 3k + 5k = 10k = 15,000$$

Resolviendo para k:

$$k = \frac{15,000}{10} = 1,500$$

Calculamos los montos:

$$\begin{cases} 2k = 2 \cdot 1,500 = 3,000 \; 3k = 3 \cdot 1,500 = 4,500 \; 5k = 5 \cdot 1,500 = 7,500 \end{cases}$$

Las campañas reciben S/ 3,000, S/ 4,500 y S/ 7,500, respectivamente.

Gráfica:

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np


# Datos
campanas = ['Campaña 1', 'Campaña 2', 'Campaña 3']
proporciones = np.array([2, 3, 5])
montos = proporciones * 1500


# Gráfica
plt.figure(figsize=(6,4))
plt.bar(campanas, montos, color='skyblue', label='Monto asignado')
plt.xlabel('Campañas')
plt.ylabel('Monto asignado (S/)')
# plt.grid(True, axis='y')
plt.legend()
ax = plt.gca()
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)
plt.tight_layout()
plt.show()
```

5.4 Ejercicio 4

Problema: Un contrato de servicios tiene un costo original de S/ 1,000. Se aplican dos descuentos sucesivos del 15% y del 10%. ¿Cuál es el costo final después de los descuentos?

Solución:

Para calcular el costo final, usamos la fórmula de descuentos sucesivos para encontrar el descuento único equivalente:

$$\text{Descuento único} = (a + b) - \frac{a \cdot b}{100}$$

Donde $a = 15$ y $b = 10$:

$$\text{Descuento único} = (15 + 10) - \frac{15 \cdot 10}{100} = 25 - 1.5 = 23.5$$

El descuento total es del 23.5%. Calculamos el monto del descuento:

$$\text{Monto descontado} = 23.5$$

El costo final es:

$$1,000 - 235 = 765$$

El costo final es S/ 765.

6 Conclusiones y Recomendaciones

La proporcionalidad, a través de herramientas como la regla de tres simple, el reparto proporcional y los porcentajes, proporciona un marco matemático para abordar desafíos en la gestión de recursos y el análisis de datos. Estas técnicas permiten optimizar la asignación de presupuestos, planificar tiempos de producción y evaluar métricas de impacto, asegurando decisiones estratégicas basadas en cálculos precisos. Su simplicidad y versatilidad las convierten en recursos esenciales para profesionales que buscan eficiencia en entornos dinámicos, conectando la teoría matemática con aplicaciones prácticas.

Para maximizar el impacto de estas herramientas, se recomienda incorporar módulos prácticos en los planes de estudio de ciencias de la comunicación, enfocados en resolver problemas reales, como la distribución de recursos o el análisis de indicadores de audiencia. Asimismo, se sugiere desarrollar talleres interactivos y recursos digitales, como simuladores o aplicaciones, que faciliten el aprendizaje de estas técnicas y refuercen las competencias cuantitativas de los estudiantes.

7 Bibliografía y referencias

8 Referencias

Abdounur, O. J. (2009). A Preliminary Survey on the Emergence of an Arithmetical Theory of Ratios. *Circumscribere*, *9*, 1-8. https://repositorio.usp.br/item/003065271

Arican, M., & Kiymaz, Y. (2022). Investigating Preservice Mathematics Teachers' Definitions, Formulas, and Graphs of Directly and Inversely Proportional Relationships. *The Mathematics Enthusiast*, *19*(2), 632-656. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1566

Kim, W. (2023). Silvio Belli's On Ratio and Proportion | Nexus Network Journal. *Nexus Network Journal*, *25*, 5-39. https://doi.org/10.1007/s00004-022-00638-4

Park, J.-S. (2008). The Historical Developments Process of the Representations and Meanings for Ratio and Proportion. *Journal for History of Mathematics*, *21*(3), 53-66. https://koreascience.kr/article/JAKO200800557082829.page

Thorup, A. (1992). A Pre-Euclidean Theory of Proportions. *Archive for History of Exact Sciences*, *45*(1), 1-16. https://doi.org/10.1007/BF00375885