Introduction au deep learning

ENSTA 2024

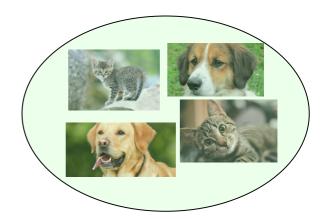
Adrien CHAN-HON-TONG HDR ONERA



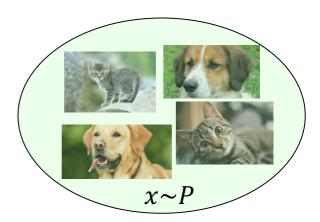




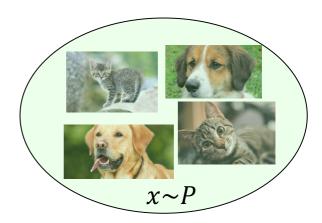




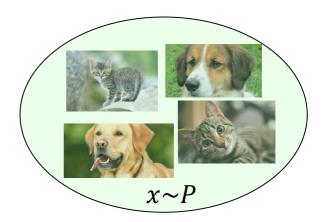
3







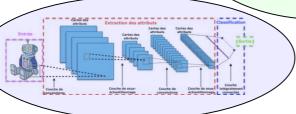








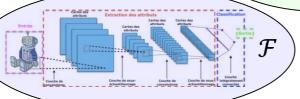
 $x \sim P$



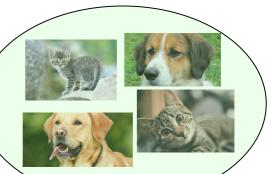




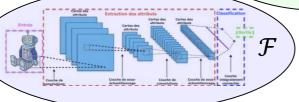
 $x \sim P$







 $x \sim P$



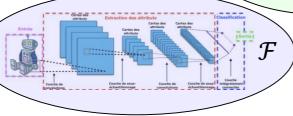


q





 $x \sim P$





Est-ce que
$$f(x) \approx y(x)$$
 pour $x \sim P$?

Est-ce que
$$f(x) \approx y(x)$$
 pour $x \sim P$?

Si f n'est pas une bonne approximation sur les données d'apprentissage, c'est de l'underfiting. Si f est une bonne approximation des données d'apprentissage mais pas de P c'est de l'overfiting.

Objectif du cours 1

Insister sur la différence entre architecture (i.e. famille de fonction) et fonction pour des MLP

La double descente?

L'apprentissage en pratique

Objectif du cours 2

pytorch

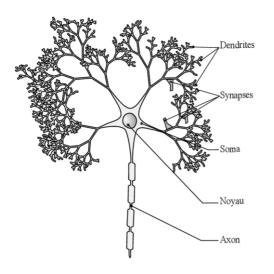
CNN

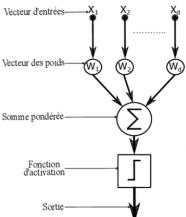
Transformer et perspective

PLAN

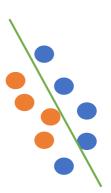
- COURS 1
 - MLP
 - Double descente?
 - Apprentissage
- Cours 2
 - Pytorch
 - CNN
 - Transformer et perspective

Réseau de neurones



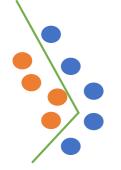


1 neurone ne peut être que linéaire



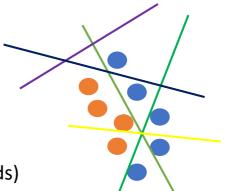
1 neurone ne peut être que linéaire



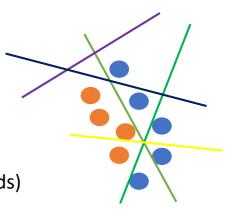


4 neurones + activation **peut** être une fonction **non** linéaire

1 neurone peut coder TOUTES ces fonctions (via la valeur des poids)



1 neurone peut coder TOUTES ces fonctions (via la valeur des poids)



Le SVM en est 1 seule fonction (optimisation des poids)



4 neurones + activation => On ne peut même pas dessiner l'ensemble des fonctions qu'on peut obtenir via les valeurs des poids!

Il va falloir en choisir 1

Notebook illustration +

https://playground.tensorflow.org

1 neurone : $f(x) = w^{T}x + b = \sum_{d=1}^{D} w_{d}x_{d} + b$



1 couche de 2 neurones + 1 neurone :

 $f(x) = w_3^T \begin{pmatrix} \phi(w_1^T x + b_1) \\ \phi(w_2^T x + b_2) \end{pmatrix} + b_3$

+ 1 neurone:

$$f(x) = w_6^T \begin{pmatrix} \phi(w_3^T \begin{pmatrix} \phi(w_1^T x + b_1) \\ \phi(w_2^T x + b_2) \end{pmatrix} + b_3) \\ \phi(w_4^T \begin{pmatrix} \phi(w_1^T x + b_1) \\ \phi(w_2^T x + b_2) \end{pmatrix} + b_4) \\ \phi(w_5^T \begin{pmatrix} \phi(w_1^T x + b_1) \\ \phi(w_2^T x + b_2) \end{pmatrix} + b_5) \end{pmatrix} + b_6$$



















1 neurone :
$$f(x) = Ax + b$$

1 couche de 2 neurones + 1 neurone :
$$f(x) = A_2(\phi(A_1x + b_1)) + b_2$$

1 couche de 2 neurones

- + 1 couche de 3 neurones
- + 1 neurone:

$$f(x) = A_3 (\phi(A_2(\phi(A_1x + b_1)) + b_2)) + b_3$$

la famille de MLP à activation ϕ et à Q couches de taille i_1 , ..., i_Q est la famille des fonctions qui peuvent s'écrire

$$f(x) = A_Q \left(\phi \left(A_{Q-1} \left(\dots \phi \left(A_2 \left(\phi (A_1 x + b_1) \right) + b_2 \right) \dots \right) + b_{q-1} \right) \right) + b_q$$

Avec
$$A_a \in \mathbb{R}^{i_q \times i_{q-1}}$$
 et $b_a \in \mathbb{R}^{i_q}$

Convention i0 correspond à la dimension des entrées « x »

L'activation la plus classique est : relu(t) = max(t, 0)

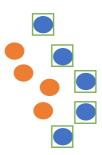
Notebook illustration +

https://playground.tensorflow.org

PLAN

- COURS 1
 - MLP
 - Double descente?
 - Apprentissage
- Cours 2
 - Pytorch
 - CNN
 - Transformer et perspective

Avec 100 neurones, on peut faire



 $\forall x \in \mathbb{R}, |x| = relu(x) + relu(-x)$

```
 \forall x \in \mathbb{R}, |x| = relu(x) + relu(-x) 
 \forall x \in \mathbb{R}^D, ||x||_1 = \mathbf{1}^T \left( relu(Ix) + relu(-Ix) \right)
```

```
 \forall x \in \mathbb{R}, |x| = relu(x) + relu(-x) 
 \forall x \in \mathbb{R}^D, ||x||_1 = \mathbf{1}^T \left( relu(Ix) + relu(-Ix) \right) 
 \forall x, u \in \mathbb{R}^D, ||x - u||_1 = \mathbf{1}^T \left( relu(Ix - u) + relu(-Ix + u) \right)
```

```
 \forall x \in \mathbb{R}, |x| = relu(x) + relu(-x) 
 \forall x \in \mathbb{R}^D, ||x||_1 = \mathbf{1}^T \left( relu(Ix) + relu(-Ix) \right) 
 \forall x, u \in \mathbb{R}^D, ||x - u||_1 = \mathbf{1}^T \left( relu(Ix - u) + relu(-Ix + u) \right) 
 \forall x, u \in \mathbb{R}^D, relu(1 - ||x - u||_1) 
 = relu \left( 1 - \mathbf{1}^T \left( relu(Ix - u) + relu(-Ix + u) \right) \right)
```

$$\begin{split} \forall x \in \mathbb{R}, |x| &= relu(x) + relu(-x) \\ \forall x \in \mathbb{R}^D, ||x||_1 &= \mathbf{1}^T \left(relu(Ix) + relu(-Ix) \right) \\ \forall x, u \in \mathbb{R}^D, ||x - u||_1 &= \mathbf{1}^T \left(relu(Ix - u) + relu(-Ix + u) \right) \\ \forall x, u \in \mathbb{R}^D, relu(1 - ||x - u||_1) \\ &= relu \left(1 - \mathbf{1}^T \left(relu(Ix - u) + relu(-Ix + u) \right) \right) \\ \forall x, u, v \in \mathbb{R}^D, \begin{pmatrix} relu(1 - ||x - u||_1) \\ relu(1 - ||x - v||_1) \end{pmatrix} \\ &= relu \left(1 - \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} relu \begin{pmatrix} Ix - u \\ -Ix + u \\ Ix - v \\ -Ix + v \end{pmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} 1 - \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} Ix - u \\ -Ix + u \\ Ix - v \\ -Ix + v \end{bmatrix}_{+} \\ &= \begin{bmatrix} 1 - \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} Ix - u \\ -Ix + u \\ Ix - v \\ -Ix + v \end{bmatrix}_{+} \end{bmatrix}_{+} \end{split}$$

Soit la matrice $W \in \mathbb{R}^{N \times (N \times 2D)}$ tel que $\forall n \in \{1, ..., N\}, i \in \{1, ..., N \times 2D\}$,

$$W_{n,i} = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & ssi & 2nD \leq i < 2nD + 2D \\ 0 & sinon \end{array} \right.$$

alors, $\forall x_1, ..., x_N \in \mathbb{R}^D$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} - \begin{pmatrix} ||x - x_1||_1 \\ ||x - x_2||_1 \\ \dots \\ ||x - x_N||_1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{+} = \begin{bmatrix} 1x - x_1 \\ -Ix + x_1 \\ Ix - x_2 \\ -Ix + x_2 \\ \dots \\ Ix - x_N \\ -Ix + x_N \end{bmatrix}_{+}$$

Soit la matrice $W \in \mathbb{R}^{N \times (N \times 2D)}$ tel que $\forall n \in \{1, ..., N\}, i \in \{1, ..., N \times 2D\},$

$$W_{n,i} = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & ssi & 2nD \leq i < 2nD + 2D \\ 0 & sinon \end{array} \right.$$

alors, $\forall x_1, ..., x_N \in \mathbb{R}^D$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} - \begin{pmatrix} ||x - x_1||_1 \\ ||x - x_2||_1 \\ \dots \\ ||x - x_N||_1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{+} = \begin{bmatrix} Ix - x_1 \\ -Ix + x_1 \\ Ix - x_2 \\ -Ix + x_2 \\ \dots \\ Ix - x_N \\ -Ix + x_N \end{bmatrix}_{+}$$

 $\forall x_1, ..., x_N \in \mathbb{Z}^D, y_1, ..., y_N \in \{-1, 1\}$ la fonction

$$f(x) = \left(\begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_N \end{array}\right)^T \begin{bmatrix} Ix - x_1 \\ -Ix + x_1 \\ Ix - x_2 \\ -Ix + x_2 \\ \dots \\ Ix - x_N \\ -Ix + x_N \end{bmatrix}_+ \end{bmatrix}$$

vérifie $\forall n \in \{1, ..., N\}, y_n f(x_n) > 0.$

Avec 100 neurones, on peut faire ça

Théorème d'universalité

Avec 100 neurones, on peut faire ça



Sauf que c'est la pire chose possible

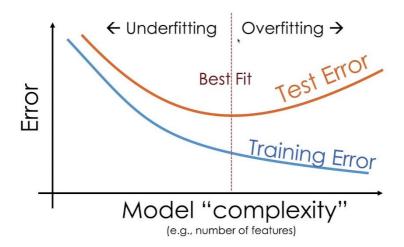
Théorème d'universalité

Avec 100 neurones, on peut faire ça

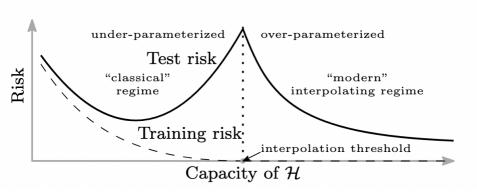


Il se trouve que ça arrive pas ????

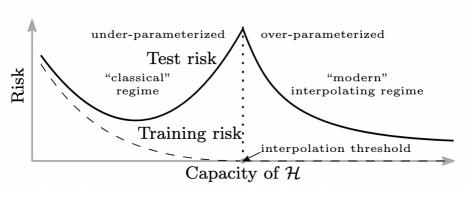
Ancien paradigme



Ce qu'on observe



Ce qu'on observe



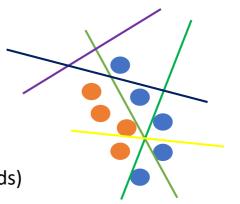
On pourrait penser que limiter le nombre de neurones est le moyen de limiter le sur-apprentissage. En pratique, c'est plus compliqué.

PLAN

- COURS 1
 - MLP
 - Double descente?
 - Apprentissage
- Cours 2
 - Pytorch
 - CNN
 - Transformer et perspective

Rappel

1 neurone peut coder TOUTES ces fonctions (via la valeur des poids)



Le SVM en est 1 seule fonction (optimisation des poids)

Comment apprendre un MLP en pratique ?

- Descente de gradient
- Descente de gradient stochastique
- Fonction de perte
- Calcul du gradient

$$J(u+\varepsilon) \approx J(u) + [\nabla_u J]^T \varepsilon + \varepsilon o(\varepsilon)$$

$$J(u + \varepsilon) \approx J(u) + [\nabla_{u}J]^{T}\varepsilon + \varepsilon o(\varepsilon)$$

$$J(u - \lambda \nabla_{u}J)$$

$$\approx J(u) - \lambda [\nabla_{u}J]^{T}[\nabla_{u}J] + \lambda o(\lambda)$$

$$\approx J(u) - ||\nabla_{u}J||^{2} \times \lambda + \lambda o(\lambda)$$

$$J(u + \varepsilon) \approx J(u) + [\nabla_{u}J]^{T}\varepsilon + \varepsilon o(\varepsilon)$$

$$J(u - \lambda \nabla_{u}J)$$

$$\approx J(u) - \lambda [\nabla_{u}J]^{T}[\nabla_{u}J] + \lambda o(\lambda)$$

$$\approx J(u) - ||\nabla_{u}J||^{2} \times \lambda + \lambda o(\lambda)$$

$$\nabla_u J \neq 0 \Longrightarrow \exists \lambda > 0,$$
 $J(u - \lambda \nabla_u J) < J(u)$

- Initialiser u
- Si $\|\nabla_{u}J\| < \delta$, sortir
- Sinon
 - Initialiser λ
 - Si $J(u \lambda \nabla_u J) < J(u)$, alors $u = u \lambda \nabla_u J$
 - Sinon réessayer avec $\lambda = \frac{\lambda}{2}$

- Initialiser u
- Si $\|\nabla_{u}J\| < \delta$, sortir
- Sinon
 - Initialiser λ
 - Si $J(u \lambda \nabla_u J) < J(u)$, alors $u = u \lambda \nabla_u J$
 - Sinon réessayer avec $\lambda = \frac{\lambda}{2}$



Converge vers un point u tel que $\|\nabla_{u}J\| < \delta$

$$\min_{\mathbf{u}} ||A\mathbf{u} - b||^2$$

- 1. u = 0
- 2. Si $||2A^T(Au b)|| < 10^{-6}$, sortir
- 3. $u = u \lambda A^{T}(Au b)$, GOTO2

$$\min_{\mathbf{u}} ||A\mathbf{u} - \mathbf{b}||^2 \qquad u = A^{-1}\mathbf{b}$$

$$0(N^{\gamma}L), \quad \gamma \approx 2.34$$

- 1. u = 0
- 2. Si $||2A^{T}(Au b)|| < 10^{-6}$, sortir
- 3. $u = u \lambda A^{T}(Au b)$, GOTO2 $O(N^{2}2^{L}L)$

Descente de gradient stochastique

$$J(u) = \sum_{k=1}^{K} j_k(u)$$

Si je tire k uniformément dans $\{1,...,K\}$, et que $g=j_k(u)$

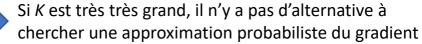
$$\mathbf{E}[\nabla g] = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \nabla j_k = \nabla J$$

Descente de gradient stochastique

$$J(u) = \sum_{k=1}^{K} j_k(u)$$

Si je tire k uniformément dans $\{1,...,K\}$, et que $\mathcal{G}=j_k(u)$

$$\mathbf{E}[\nabla g] = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \nabla j_k = \nabla J$$

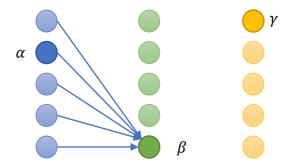




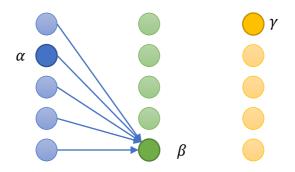
Descente de gradient stochastique pour un MLP

- Choisir une fonction de perte J
- Initialiser aléatoirement les poids w
- Faire un certain nombre de fois
 - Sélectionner un paquet de données X
 - Comparer f(X) et y(X) à travers J
 - Calculer le gradient correspondant dw
 - w = w lr * dw

Calcul du gradient ?



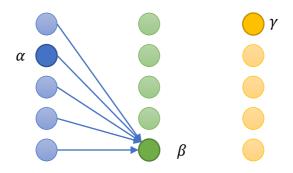
Calcul du gradient ?



$$\beta = w_{\{\beta,\alpha\}}\alpha + \cdots$$

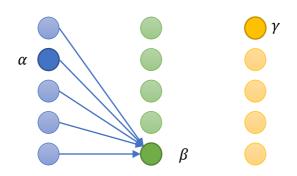
 $\gamma = w_{\{\gamma,\beta\}}\beta + \cdots$

Calcul du gradient?



$$\beta = w_{\{\beta,\alpha\}}\alpha + \cdots \qquad \gamma(\alpha, \dots) = \gamma(\beta(\alpha, \dots), \dots)$$
$$\gamma = w_{\{\gamma,\beta\}}\beta + \cdots$$

Calcul du gradient ?



$$\beta = w_{\{\beta,\alpha\}}\alpha + \cdots \qquad \gamma (\alpha, \dots) = \gamma (\beta(\alpha, \dots), \dots)$$
$$\gamma = w_{\{\gamma,\beta\}}\beta + \cdots \qquad \frac{\partial \gamma}{\partial \alpha} = \frac{\partial \gamma}{\partial \alpha} \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} + \cdots$$

Calcul du gradient

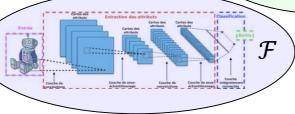
Et en pratique à la fin c'est pytorch qui le calcul pour vous!

Rappel



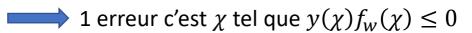


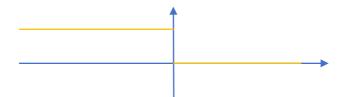
 $x \sim P$

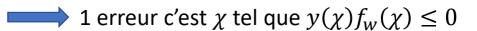






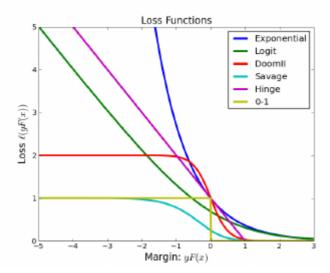




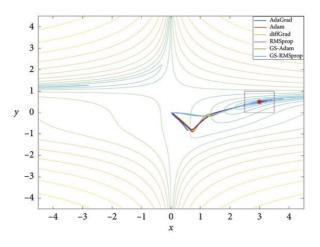




fonction de perte



fonction de perte



Bilan : MLP

- Choisir une architecture
- Choisir une fonction de perte
- Choisir une variante de la SGD
- Effectuer une SGD sur les données d'apprentissage (en utilisant les gradients calculés par pytorch)

Bilan: MLP

- Choisir une architecture MLP
- Choisir une fonction de perte
- Choisir une variante de la SGD
- Effectuer une SGD sur les données d'apprentissage (en utilisant les gradients calculés par pytorch)



PLAN

- COURS 1
 - MLP
 - Double descente?
 - Apprentissage
- Cours 2
 - Pytorch
 - CNN
 - Transformer et perspective

Pytorch

Voir notebooks

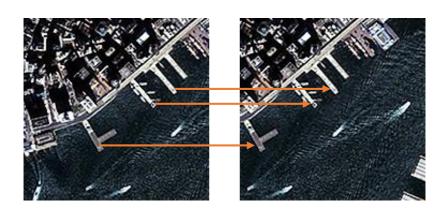
PLAN

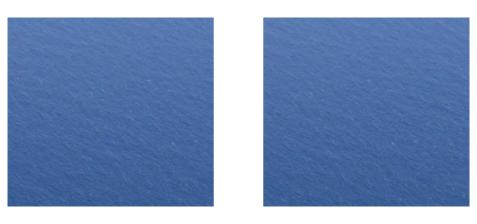
- COURS 1
 - MLP
 - Double descente?
 - Apprentissage
- Cours 2
 - Pytorch
 - CNN
 - Transformer et perspective

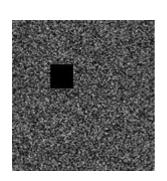
À la recherche de l'information visuelle

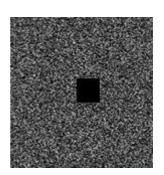








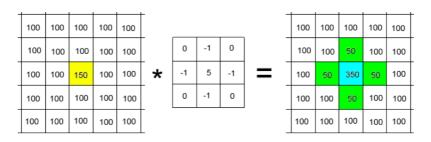




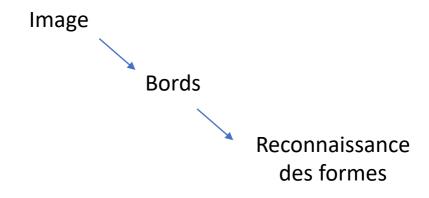


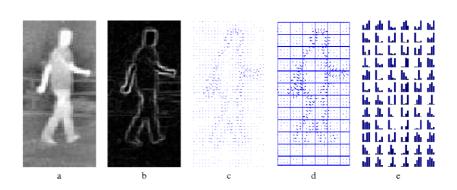


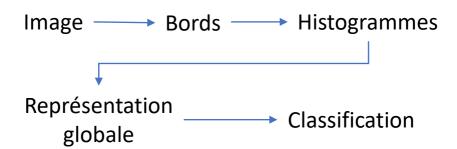




$$\mathbf{G_x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \mathbf{A} \quad \text{et} \quad \mathbf{G_y} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} * \mathbf{A}$$



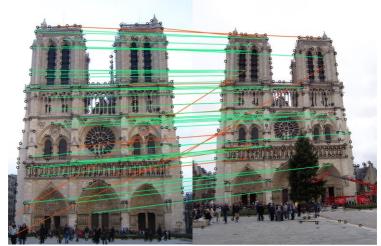




À la recherche de l'information visuelle : coin de Harris



À la recherche de l'information visuelle : coin de Harris



À la recherche de l'information visuelle : coin de Harris

ROBERT COILINS CSE486, Penn SHarris Corner Detection Algorithm

Compute x and y derivatives of image

$$I_x = G_{\sigma}^x * I$$
 $I_y = G_{\sigma}^y * I$

2. Compute products of derivatives at every pixel

$$I_{x2} = I_x . I_x \quad I_{y2} = I_y . I_y \quad I_{xy} = I_x . I_y$$

Compute the sums of the products of derivatives at each pixel

$$S_{x2} = G_{\sigma \prime} * I_{x2}$$
 $S_{y2} = G_{\sigma \prime} * I_{y2}$ $S_{xy} = G_{\sigma \prime} * I_{xy}$

4. Define at each pixel (x, y) the matrix

$$H(x,y) = \begin{bmatrix} S_{x2}(x,y) & S_{xy}(x,y) \\ S_{xy}(x,y) & S_{y2}(x,y) \end{bmatrix}$$

Compute the response of the detector at each pixel

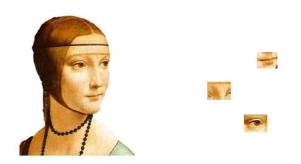
$$R = Det(H) - k(Trace(H))^2$$

6. Threshold on value of R. Compute nonmax suppression.

À la recherche de l'information visuelle : rappel

$$\mathbf{G_x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \mathbf{A} \quad \text{et} \quad \mathbf{G_y} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} * \mathbf{A}$$



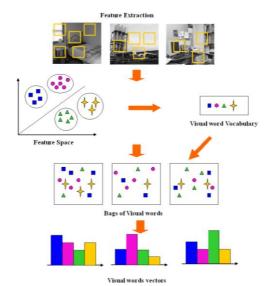






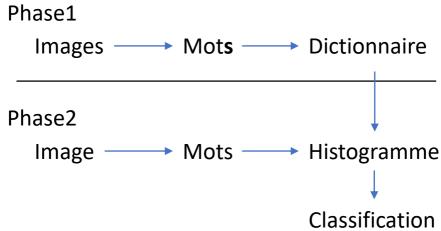




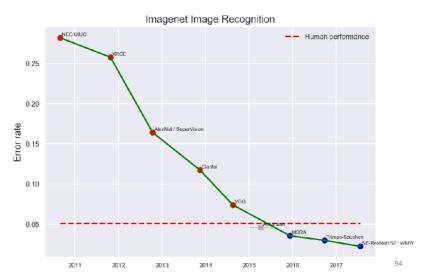


Phase1

Images --- Mots --- Dictionnaire



À la recherche de l'information visuelle : apprentissage profond



À la recherche de l'information visuelle : apprentissage profond

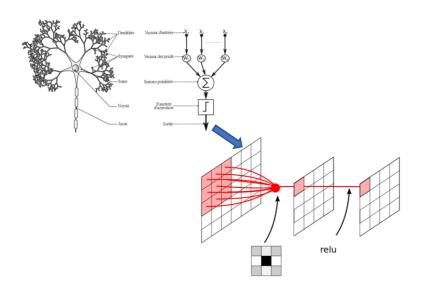
Image Classification

À la recherche de l'information visuelle : apprentissage profond

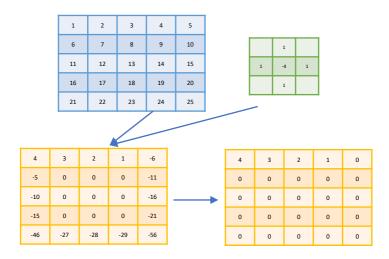
Image Classification

C'est le réseau qui trouve l'information visuelle et l'exploite en même temps

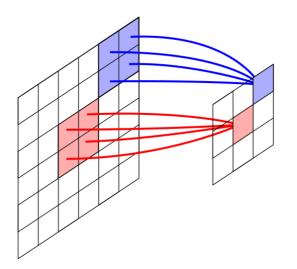
ConvNet: convolution



ConvNet

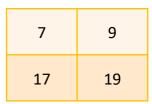


ConvNet: pooling

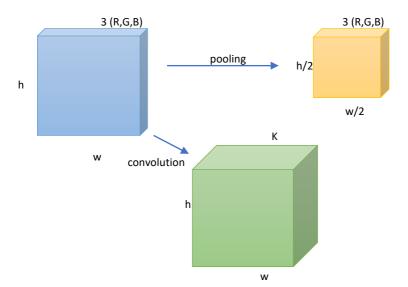


ConvNet

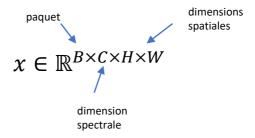
1	2	3	4
6	7	8	9
11	12	13	14
16	17	18	19



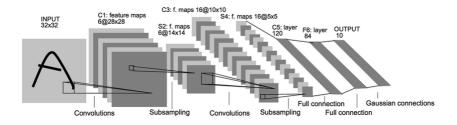
Attention: on oublie souvent la dimension spectrale



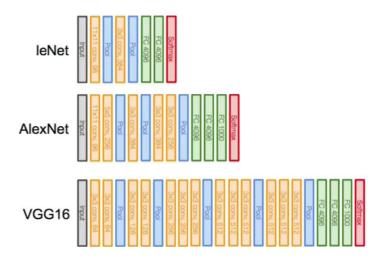
Attention, on manipule des paquets (donc 4D)



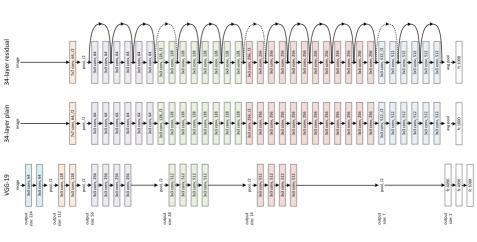
Lenet



Alexnet et VGG



Resnet



Resnet

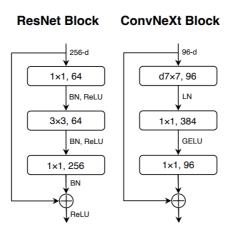


$$BN(x) = \frac{x - (\sum_b x_b)}{\sqrt{\sum_b (x_b - (\sum_{b'} x_{b'}))^2} + 0.0000001}$$

EfficientNet, ConvNext

https://pytorch.org/vision/stable/models.html

EfficientNet, ConvNext



EfficientNet, ConvNext

https://pytorch.org/vision/stable/models.html

PLAN

- COURS 1
 - MLP
 - Double descente?
 - Apprentissage
- Cours 2
 - Pytorch
 - CNN
 - Transformer et perspective

Transformer

Si $H = h_1, ..., h_R$ sont R vecteurs de dimension D, la self attention s'exprime comme

$$S(H) = softmax \left(\frac{(QH)(KH)^T}{\sqrt{L}} \right) (VH)$$

avec
$$Q, K \in \mathbb{R}^{L \times D}$$

Transformer

Si $H = h_1, ..., h_R$ sont R vecteurs de dimension D, la self attention s'exprime comme

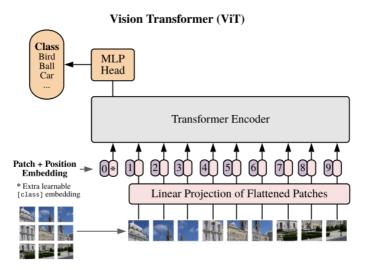
$$S(H) = softmax \left(\frac{(QH)(KH)^T}{\sqrt{L}} \right) (VH)$$

avec $Q, K \in \mathbb{R}^{L \times D}$



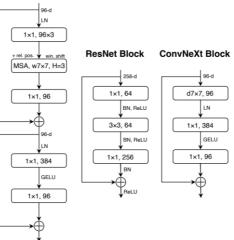
Le nombre de poids ne dépend pas de R!

Visual transformer

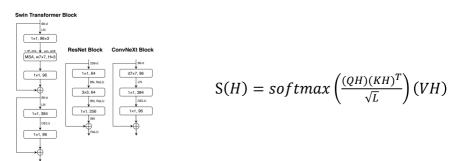


ViT vs ConvNet

Swin Transformer Block



ViT vs ConvNet



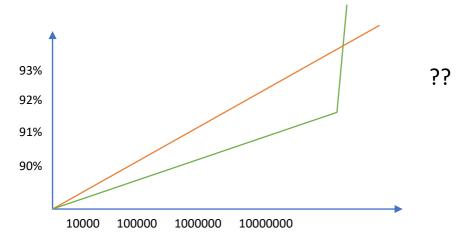
Augmenter brutalement la taille n'apporte pas tant que cela sur des architectures convolutives, alors que l'augmentation de performance semble constante avec des architectures

Transformer!

L'état de l'art de la vision par ordinateur

https://pytorch.org/vision/stable/models.html

Performance vs tailles-donnéesmodèles



Fondation models

EfficientNet 100 Mo

SAM (Segment Everything by Meta)
2Go de poids
21Go pour faire un batch de 2 sur le petit modèle

Fondation models



"Most good ideas still come from academia." 1999

Prof @ylecun on the role of academia in AI and the importance of good ideas (even if you don't have access to 50k gpus for compute). Fireside chat @Northeastern with @Experiential AI's @usamaf.

Pirelde Chat

Que A

Luna Firell

Que A

Luna Firell

Lun

8:32 PM · 24 mai 2023 depuis Boston, MA · 25,5 k vues

119

Fondation models



"Most good ideas still come from academia." '얼일일

Prof @ylecun on the role of academia in AI and the importance of good ideas (even if you don't have access to 50k gpus for compute). Fireside chat @Northeastern with @Experiential_AI's @usamaf.

Traduire le Tweet



8:32 PM · 24 mai 2023 depuis Boston, MA · 25,5 k vues

- Lenet AT&T

Alexnet toronto / google

VGG OxfordResnet Microsoft

- Gpipe Google - Efficientnet Google

- ViT Google

- SWIM Microsoft

ConvNext Meta

Perspectives

Il existe de très bon modèles convolutifs (EfficientNet, ConvNext) mais leurs performances saturent

L'utilisation de couche Transformer est autant prometteuse que couteuse!

Le passage à l'échelle ne se fera pas dans les labos, car les ordres de grandeur mis en jeux ont explosé!

Merci pour votre attention