Combo 1

martes, 25 de noviembre de 2025 14:52

Combo 1

1. Defina $n(\mathbf{J})$ (para $\mathbf{J} \in Just^+$)
2. Defina "par adecuado de tipo τ" (no hace falta que defina cuando $\mathbf{J} \in Just^+$ es balanceada)
3. Defina $Mod_T(\varphi)$
4. Dados $\varphi =_d \varphi(v_1, ..., v_n)$, $\mathbf{A}$ una estructura de tipo τ y $a_1, ..., a_n \in A$, defina que significa $\mathbf{A} \models \varphi[a_1, ..., a_n]$ (i.e. Convencion notacional 4)
5. Defina $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)/\theta$ (θ una congruencia del reticulado complementado $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)$)

1) $n(\mathbf{J})$ DENOTA AL ÚNICO $n \in \mathbb{N}$ TQ EXISTEN $J_1, ..., J_n \in Just$ TQ $\mathbf{J} = J_1 \dots J_n$

2) UN PAR ADECUADO DE TIPO τ ES UN PAR $(\varphi, \mathbf{J}) \in S^{\tau^+} \times Just^+$ DONDE $n(\varphi) = n(\mathbf{J})$ Y $\mathbf{J}$ ES BALANCEADA.

3) SEA $T = (\Sigma, \tau)$ UNA TEORÍA. DEFINIMOS PARA $\varphi \in S^\tau$,

$$MOD_T(\varphi) = \{\mathbf{A} : \mathbf{A} \text{ ES UN MODELO DE } T \text{ Y } \mathbf{A} \models \varphi\}$$

4) DADOS $\varphi =_d \varphi(v_1, ..., v_n)$, $\mathbf{A}$ UNA ESTRUCTURA DE TIPO τ Y $a_1, ..., a_n \in A$, $\mathbf{A} \models \varphi[a_1, ..., a_n]$ DENOTA $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{b}]$, CON $\vec{b} \in A^{\mathbb{N}}$ UNA ASIGNACIÓN QUE LE ASIGNA A CADA v_i EL VALOR a_i. NOTAR QUE SI $n=0$, $\mathbf{A} \models \varphi[\,]$ SIGNIFICARÁ QUE $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{b}]$ DONDE $\vec{b}$ ES UNA ASIGNACIÓN CUALQUIERA. ESCRIBIREMOS $\mathbf{A} \not\models \varphi[a_1, ..., a_n]$ CUANDO NO SUCEDA QUE $\mathbf{A} \models \varphi[a_1, ..., a_n]$

5) SI $\mathbf{L} = (L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)$ ES UN RET. COMPLEMENTADO Y θ UNA CONGRUENCIA SOBRE $\mathbf{L}$, ENTONCES $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)/\theta$ DENOTA AL RETICULADO COMPLEMENTADO $(L/\theta, \tilde{\mathsf{s}}, \tilde{\mathsf{i}}, \tilde{c}, 0/\theta, 1/\theta)$ DONDE $\tilde{\mathsf{s}} : L/\theta \times L/\theta \to L/\theta$, $\tilde{\mathsf{i}} : L/\theta \times L/\theta \to L/\theta$ Y

SOBRE L, ENTONCES $(L, s, i, {}^c, 0, 1)/\theta$ DENOTA AL RETICULADO COMPLEMENTADO $(L/\theta, \tilde{s}, \tilde{i}, \tilde{c}, 0/\theta, 1/\theta)$ DONDE $\tilde{s}: L/\theta \times L/\theta \to L/\theta$, $\tilde{i}: L/\theta \times L/\theta \to L/\theta$ Y $\tilde{c}: L/\theta \to L/\theta$ ESTÁN DADAS POR:

$$x/\theta \ \tilde{s} \ y/\theta = (x s y)/\theta$$
$$x/\theta \ \tilde{i} \ y/\theta = (x i y)/\theta$$
$$(x/\theta)^{\tilde{c}} = x^c/\theta$$

Y SE LE LLAMA COCIENTE DE $\mathbb{L}$ SOBRE θ.

Combo 2

martes, 25 de noviembre de 2025 14:53

Combo 2

1. Defina $(\Sigma, \tau) \models \varphi$
2. Defina "Particion de A" y $R_{\mathcal{P}}$
3. Defina cuando "φ_i esta bajo la hipotesis φ_l en $(\varphi, \mathbf{J})$". (no hace falta que defina $\mathcal{B}^{\mathbf{J}}$)
4. Defina $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})/\theta$ (θ una congruencia del reticulado terna $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$). (No hace falta que defina el concepto de congruencia.)

1) SI (Σ, τ) ES UNA TEORÍA, USAMOS $(\Sigma, \tau) \models \varphi$ PARA $\varphi \in S^{\tau}$ CUANDO φ SEA VERDADERA EN TODO MODELO DE (Σ, τ)

2) DADO UN CONJUNTO A, UNA PARTICIÓN DE A ES UN CONJUNTO P TQ

- CADA ELEMENTO DE P ES UN SUBCONJUNTO NO VACÍO DE A.
- SI $S_1, S_2 \in P$ Y $S_1 \neq S_2$, ENTONCES $S_1 \cap S_2 = \emptyset$
- $A = \{a : a \in S$, PARA ALGÚN $S \in P\}$

Y DEFINIMOS $R_P = \{(a,b) \in A^2 : a, b \in S$, PARA ALGÚN $S \in P\}$

3) DADO UN PAR ADECUADO $(\varphi, \mathcal{J})$,
DECIMOS QUE φ_i ESTÁ BAJO LA HIPÓTESIS φ_l EN $(\varphi, \mathcal{J})$ CUANDO HAYA EN $\mathcal{B}^{\mathcal{J}}$ UN BLOQUE DE LA FORMA $\langle l, j \rangle$ EL CUAL CONTENGA A i.

4) SEA (L, s, i) UN RET. TERNA Y θ UNA CONGRUENCIA SOBRE L.
$(L, s, i)/\theta$ DENOTA AL RETICULADO TERNA "COCIENTE" $(L/\theta, \tilde{s}, \tilde{i})$
CON $\tilde{s} : L/\theta \times L/\theta \to L/\theta$ E $\tilde{i} : L/\theta \times L/\theta \to L/\theta$ DADOS POR:

$$x/\theta \,\tilde{s}\, y/\theta = (x \,s\, y)/\theta$$
$$x/\theta \,\tilde{i}\, y/\theta = (x \,i\, y)/\theta$$

Combo 3

martes, 25 de noviembre de 2025 14:53

Combo 3

1. Dados $t =_d t(v_1, ..., v_n) \in T^\tau$, $\mathbf{A}$ una estructura de tipo τ y $a_1, ..., a_n \in A$, defina $t^{\mathbf{A}}[a_1, ..., a_n]$ (i.e. Convencion notacional 2)
2. Defina "F es un homomorfismo de $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)$ en $(L', \mathsf{s}', \mathsf{i}', ^{c'}, 0', 1')$"
3. Defina "filtro generado por S en $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$"
4. Defina cuando $\mathbf{J} \in Just^+$ es balanceada (no hace falta que defina $B^{\mathbf{J}}$)

1) SEA τ UN TIPO, $\mathbf{A}$ UNA EST. DE TIPO τ, $t =_d t(v_1, \ldots, v_n) \in T^\tau$ Y $a_1, \ldots, a_n \in A$. UTILIZAMOS $t^{\mathbf{A}}[a_1, \ldots, a_n]$ PARA DENOTAR AL ELEMENTO $t^{\mathbf{A}}[\vec{b}]$, DONDE $\vec{b} \in A^{\mathbf{N}}$ ES UNA ASIGNACIÓN TAL QUE A CADA v_i LE ASIGNA EL VALOR a_i. NOTAR QUE SI $n=0$, $t^{\mathbf{A}}[]$ DENOTA AL ELEMENTO $t^{\mathbf{A}}[\vec{b}]$, DONDE $\vec{b}$ ES UNA ASIGNACIÓN CUALQUIERA.

2) DIREMOS QUE $F: L \to L'$ ES UN HOMOMORFISMO DE $(L, s, i, ^c, 0, 1)$ EN $(L', s', i', ^{c'}, 0', 1')$ CUANDO SEA TAL QUE PARA TODO $a, b \in L$ SE CUMPLE QUE

$$F(a \mathsf{s} b) = F(a) \mathsf{s}' F(b)$$
$$F(a \mathsf{i} b) = F(a) \mathsf{i}' F(b)$$
$$F(a^c) = F(a)^{c'}$$
$$F(0) = 0'$$
$$F(1) = 1'$$

3) DADO (L, s, i) Y $S \subseteq L$, EL FILTRO GENERADO POR S EN (L, s, i) ES

$$[S) = \{ y \in L : y \geq s_1 \mathsf{i} \ldots \mathsf{i} s_n, \text{ PARA ALGUNOS } s_1, \ldots, s_n \in S,\ n \geq 1 \}$$

4) DIREMOS QUE $\overline{\mathbf{J}} \in Just^+$ ES BALANCEADA CUANDO SE DE LO SIGUIENTE:

- PARA CADA $k \in \mathbf{N}$, HAY A LO SUMO UN i T.Q. $\mathbf{J}_i = \text{HIPOTESIS}\bar{k}$ Y A LO SUMO UN i T.Q. $\mathbf{J}_i = \text{TESIS}\bar{k}\alpha$, CON $\alpha \in JustBas$

tq $J_i = TESIS\,\overline{K}\,\alpha$, con $\alpha \in$ JustBas

- Si J_i = HIPOTESIS $\overline{K}$, entonces hay un $l > i$ tq $J_l = TESIS\,\overline{K}\,\alpha$, con $\alpha \in$ JustBas
- Si $J_i = TESIS\,\overline{K}\,\alpha$, con $\alpha \in$ JustBas, entonces hay un $l < i$ tq J_l = HIPOTESIS $\overline{K}$
- Si $B_1, B_2 \in \mathcal{B}^J$, entonces $B_1 \cap B_2 = \emptyset$ ó $B_1 \subseteq B_2$ ó $B_2 \subseteq B_1$

Combo 4

martes, 25 de noviembre de 2025 14:53

Combo 4

1. Defina "$(L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, {}^c, 0, 1)$ es un subreticulado complementado de $(L', \mathsf{s}', \mathsf{i}', {}^{c'}, 0', 1')$"
2. Defina $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ (version absoluta, no dependiente de una declaracion previa, i.e. $\vec{a} \in A^{\mathbf{N}}$. No hace falta definir $t^{\mathbf{A}}[\vec{a}]$)
3. Defina la relacion "*v ocurre libremente en φ a partir de i*"
4. Defina reticulado cuaterna

1) $(L, s, i, {}^c, 0, 1)$ es un subreticulado complementado de $(L', s', i', {}^{c'}, 0', 1')$ si se dan las siguientes condiciones:

1) $L \subseteq L'$
2) L es cerrado bajo las operaciones s', i', c'
3) $0 = 0'$ y $1 = 1'$
4) $s = s'|_{L \times L}$, $i = i'|_{L \times L}$ y $c = c'|_L$

2) Sea τ un tipo, $\varphi \in F^\tau$ y $\mathbf{A}$ una estructura de tipo τ. Escribiremos $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ para $\vec{a} \in A^{\mathbf{N}}$ para denotar la siguiente relación definida recursivamente

1) Si $\varphi = (t \equiv s)$, $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ sii $t^{\mathbf{A}}[\vec{a}] = s^{\mathbf{A}}[\vec{a}]$
2) Si $\varphi = r(t_1, \ldots, t_m)$, $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ sii $(t_1^{\mathbf{A}}[\vec{a}], \ldots, t_m^{\mathbf{A}}[\vec{a}]) \in r^{\mathbf{A}}$
3) Si $\varphi = (\varphi_1 \wedge \varphi_2)$, $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ sii $\mathbf{A} \models \varphi_1[\vec{a}]$ y $\mathbf{A} \models \varphi_2[\vec{a}]$
4) Si $\varphi = (\varphi_1 \vee \varphi_2)$, $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ sii $\mathbf{A} \models \varphi_1[\vec{a}]$ ó $\mathbf{A} \models \varphi_2[\vec{a}]$
5) Si $\varphi = \varphi_1 \rightarrow \varphi_2$, $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ sii $\mathbf{A} \not\models \varphi_1[\vec{a}]$ ó $\mathbf{A} \models \varphi_2[\vec{a}]$
6) Si $\varphi = \varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$, $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ sii se dan $\mathbf{A} \models \varphi_1[\vec{a}]$ y $\mathbf{A} \models \varphi_2[\vec{a}]$ ó se dan $\mathbf{A} \not\models \varphi_1[\vec{a}]$ y $\mathbf{A} \not\models \varphi_2[\vec{a}]$
7) Si $\varphi = \neg\varphi_1$, $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ sii $\mathbf{A} \not\models \varphi_1[\vec{a}]$
8) Si $\varphi = \forall x_i \varphi_1$, $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ sii para cada $a \in A$, $\mathbf{A} \models \varphi_1[\downarrow_i^a(\vec{a})]$
9) Si $\varphi = \exists x_i \varphi_1$, $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{a}]$ sii hay un $a \in A$ tal que $\mathbf{A} \models \varphi_1[\downarrow_i^a(\vec{a})]$

3) La relación "v ocurre libremente en φ a partir de i" para $v \in Var$, $\varphi \in F^\tau$, $i \in \{1, \ldots, |\varphi|\}$ está definida recursivamente de la siguiente

3) La relación "v ocurre libremente en φ a partir de i" para $v \in Var$, $\varphi \in F^{\tau}$, $i \in \{1, \dots, |\varphi|\}$ está definida recursivamente de la siguiente manera:

1) Si φ es atómica, v ocurre libremente en φ a partir de i sii v ocurre en φ a partir de i.

2) Si $\varphi = (\varphi_1 \eta \varphi_2)$, v ocurre libremente en φ a partir de i sii se da alguna de las siguientes:

a) v ocurre libremente en φ_1 a partir de $i-1$

b) v ocurre libremente en φ_2 a partir de $i - |(\varphi_1 \eta|$

3) Si $\varphi = \neg\varphi_1$, v ocurre libremente en φ a partir de i sii v ocurre libremente en φ_1 a partir de $i-1$

4) Si $\varphi = Qw\varphi_1$, v ocurre libremente en φ a partir de i sii $v \neq w$ y v ocurre libremente en φ_1 a partir de $i - |Qw|$

4) Un reticulado cuaterna es una 4-upla $(L, s, i, \leq)$ donde L es un conjunto no vacío cualquiera, s, i operaciones binarias sobre L, $\leq$ relación binaria sobre L que cumplen:

1) $x \leq x$

2) $x \leq y$ y $y \leq z \Rightarrow x \leq z$

3) $x \leq y$ y $y \leq x \Rightarrow x = y$

4) $x \leq x \, s \, y$ y $y \leq x \, s \, y$

5) $x \leq z$ y $y \leq z \Rightarrow x \, s \, y \leq z$

6) $x \, i \, y \leq x$ y $x \, i \, y \leq y$

7) $z \leq x$ y $z \leq y \Rightarrow z \leq x \, i \, y$

cualesquiera sean $x, y, z \in L$.

Combo 5

martes, 25 de noviembre de 2025 14:53

Combo 5

Explique la notacion declaratoria para terminos con sus 3 convenciones notacionales (convenciones 1,2 y 5 de la Guia 11)

SEA τ UN TIPO, $t \in T^\tau$ Y $v_1,\dots,v_n \in Var$. ESCRIBIMOS $t =_d t(v_1,\dots,v_n)$ PARA DECLARAR QUE $v_1,\dots,v_n$ SON VARIABLES DISTINTAS Y TALES QUE TODA VARIABLE QUE OCURRE EN t PERTENECE A $\{v_1,\dots,v_n\}$.

CONVENCION 1 SI $t =_d t(v_1,\dots,v_n)$ Y $P_1,\dots,P_n$ SON PALABRAS CUALESQUIERA, ENTONCES $t(P_1,\dots,P_n)$ DENOTA LA PALABRA QUE RESULTA DE REEMPLAZAR SIMULTÁNEAMENTE CADA OCURRENCIA DE v_i EN t POR P_i PARA $i=1,\dots,n$.

CONVENCIÓN 2: SI $t =_d t(v_1,\dots,v_n)$, $\mathbf{A}$ ES UN MODELO DE TIPO τ Y $a_1,\dots,a_n \in A$, ENTONCES CON $t^{\mathbf{A}}[a_1,\dots,a_n]$ DENOTAREMOS AL ELEMENTO $t^{\mathbf{A}}[\vec{b}]$, DONDE $\vec{b} \in A^{\mathbf{N}}$ ES UNA ASIGNACIÓN TAL QUE A CADA v_i LE ASIGNA EL VALOR a_i. NOTAR QUE SI $n=0$, $t^{\mathbf{A}}[\,]$ DENOTARÁ AL ELEMENTO $t^{\mathbf{A}}[\vec{b}]$ DONDE $\vec{b}$ ES UNA ASIGNACIÓN CUALQUIERA.

CONVENCIÓN 5: SI $t =_d t(v_1,\dots,v_n)$ Y ADEMÁS $t = f(t_1,\dots,t_m)$, $f \in \mathcal{F}_n$, $t_1,\dots,t_m \in T^\tau$, $m \geq 1$ SUPONDREMOS TÁCITAMENTE QUE HEMOS HECHO LAS DECLARACIONES $t_1 =_d t_1(v_1,\dots,v_n),\dots,t_m =_d t_m(v_1,\dots,v_n)$

Combo 6

martes, 25 de noviembre de 2025 14:53

Combo 6

Explique la notacion declaratoria para formulas con sus 3 convenciones notacionales (convenciones 3,4 y 6 de la Guia 11). Puede asumir la notacion declaratoria para terminos

SEA $\varphi \in F^{\tau}$ y $v_1, \ldots, v_n \in Var$. USAMOS $\varphi =_d \varphi(v_1, \ldots, v_n)$ PARA DECLARAR QUE $v_1, \ldots, v_n$ SON VARIABLES DISTINTAS Y TALES QUE $Li(\varphi) \subseteq \{v_1, \ldots, v_n\}$

CONVENCIÓN 3: SI $\varphi =_d \varphi(v_1, \ldots, v_n)$ y $P_1, \ldots, P_n$ SON PALABRAS CUALQUIERA, ENTONCES $\varphi(P_1, \ldots, P_n)$ DENOTA LA PALABRA QUE RESULTA DE REEMPLAZAR SIMULTÁNEAMENTE CADA OCURRENCIA LIBRE DE v_i EN φ POR P_i PARA $i = 1, \ldots, n$.

CONVENCIÓN 4: SI $\varphi =_d \varphi(v_1, \ldots, v_n)$, A ES UN MODELO DE TIPO τ y $a_1, \ldots, a_n \in A$, ENTONCES $A \models \varphi[a_1, \ldots, a_n]$ SIGNIFICARÁ QUE $A \models \varphi[\vec{b}]$ DONDE $\vec{b} \in A^{\mathbb{N}}$ ES UNA ASIGNACIÓN TAL QUE A CADA v_i LE ASIGNA EL VALOR a_i. NOTAR QUE PARA $n=0$, $A \models \varphi[\,]$ SIGNIFICARÁ QUE $A \models \varphi[\vec{b}]$ DONDE $\vec{b}$ ES UNA ASIGNACIÓN CUALQUIERA. ESCRIBIREMOS $A \not\models \varphi[a_1, \ldots, a_n]$ CUANDO NO SUCEDA $A \models \varphi[a_1, \ldots, a_n]$

CONVENCIÓN 6: SI $\varphi =_d \varphi(v_1, \ldots, v_n)$, ENTONCES:

1) SI $\varphi = (t \equiv s)$, $t, s \in T^{\tau}$, SUPONDREMOS $t =_d t(v_1, \ldots, v_n)$ y $s =_d s(v_1, \ldots, v_n)$

2) SI $\varphi = r(t_1, \ldots, t_m)$, $t_i \in T^{\tau}$, SUPONDREMOS $t_i =_d t_i(v_1, \ldots, v_n)$ $i = 1, \ldots, m$.

3) SI $\varphi = (\varphi_1 \eta \varphi_2)$, $\varphi_1, \varphi_2 \in F^{\tau}$, SUPONDREMOS $\varphi_1 =_d \varphi_1(v_1, \ldots, v_n)$ y $\varphi_2 =_d \varphi_2(v_1, \ldots, v_n)$

4) SI $\varphi = Q v_j \varphi_1$, $Q \in \{\exists, \forall\}$, $j \in \{1, \ldots, n\}$ y $\varphi_1 \in F^{\tau}$ O $\varphi = \neg \varphi_1$, SUPONDREMOS $\varphi_1 =_d \varphi_1(v_1, \ldots, v_n)$

5) SI $\varphi = Q v \varphi_1$, $Q \in \{\exists, \forall\}$, $v \in Var - \{v_1, \ldots, v_n\}$ y $\varphi_1 \in F^{\tau}$, SUPONDREMOS $\varphi_1 =_d \varphi_1(v_1, \ldots, v_n, v)$

Combo 7

martes, 25 de noviembre de 2025 14:53

Combo 7

1. Defina recursivamente la relacion "*v es sustituible por w en* φ"
2. Defina cuando $\mathbf{J} \in Just^+$ es balanceada (no hace falta que defina $\mathcal{B}^{\mathbf{J}}$)
3. Defina "filtro del reticulado terna $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$"
4. Defina "teoria elemental"

1) DADA $\varphi \in F^{\tau}$ Y $v, w \in Var$ DEFINIMOS "v ES SUSTITUIBLE POR w EN φ" RECURSIVAMENTE DE LA SIGUIENTE FORMA:

1) SI φ ES ATÓMICA, v ES SUSTITUIBLE POR w EN φ.

2) SI $\varphi = (\varphi_1 \eta \varphi_2)$, v ES SUSTITUIBLE POR w EN φ SII v ES SUST. POR w EN φ_1 Y v ES SUST. POR w EN φ_2.

3) SI $\varphi = \neg\varphi_1$, v ES SUSTITUIBLE POR w EN φ SII v ES SUST. POR w EN φ_1

4) SI $\varphi = Qv\varphi_1$, v ES SUSTITUIBLE POR w EN φ.

5) SI $\varphi = Qw\varphi_1$, CON $v \in Li(\varphi_1)$, ENTONCES v NO ES SUSTITUIBLE POR w EN φ.

6) SI $\varphi = Qw\varphi_1$, CON $v \notin Li(\varphi_1)$, ENTONCES v ES SUSTITUIBLE POR w EN φ

7) SI $\varphi = Qu\varphi_1$, CON $u \neq v, w$, ENTONCES v ES SUSTITUIBLE POR w EN φ SII v ES SUST. POR w EN φ_1

2) DECIMOS QUE $J \in Just^+$ ES BALANCEADA CUANDO SE DAN LAS SIGUIENTES CONDICIONES:

- PARA CADA $k \in \mathbb{N}$, HAY A LO SUMO UN i TQ $J_i = \text{HIPOTESIS}\bar{k}$ Y A LO SUMO UN i TQ $J_i = \text{TESIS}\bar{k}\alpha$, CON $\alpha \in \text{JustBas}$.
- SI $J_i = \text{HIPOTESIS}\bar{k}$, HAY UN $l > i$ TQ $J_l = \text{TESIS}\bar{k}\alpha$, CON $\alpha \in \text{JustBas}$
- SI $J_i = \text{TESIS}\bar{k}\alpha$, CON $\alpha \in \text{JustBas}$, HAY UN $l < i$ TQ $J_l = \text{HIPOTESIS}\bar{k}$
- SI $B_1, B_2 \in \mathcal{B}^J$ ENTONCES $B_1 \cap B_2 = \emptyset$ Ó $B_1 \subseteq B_2$ Ó $B_2 \subseteq B_1$

3) DIREMOS QUE UN CONJUNTO $F \subseteq L$ ES UN FILTRO DEL RETICULADO TERNA (L, s, i) CUANDO SEA TAL QUE

3) Diremos que un conjunto $F \subseteq L$ es un filtro del reticulado terna (L, s, i) cuando sea tal que

- $F \neq \emptyset$
- $x, y \in F \Rightarrow x \, i \, y \in F$
- $x \in F$ y $x \leq y \Rightarrow y \in F$

4) Una teoría elemental es un par (Σ, τ) donde τ es un tipo cualquiera y Σ es un conjunto de sentencias elementales puras de tipo τ.

Combo 8

martes, 25 de noviembre de 2025 14:53

Combo 8

1. Defina $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)/\theta$ (θ una congruencia del reticulado complementado $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)$)
2. Dados $\varphi =_d \varphi(v_1, ..., v_n)$, $\mathbf{A}$ una estructura de tipo τ y $a_1, ..., a_n \in A$, defina que significa $\mathbf{A} \models \varphi[a_1, ..., a_n]$ (i.e. Convencion notacional 4)
3. Dado un poset $(P, \leq)$, defina "a es supremo de S en $(P, \leq)$"
4. Defina "i es anterior a j en $(\varphi, \mathbf{J})$" (no hace falta que defina $B^{\mathbf{J}}$)

1) Si $(L, s, i, ^c, 0, 1)$ es un reticulado complementado y θ una congruencia sobre él, entonces $(L, s, i, ^c, 0, 1)/\theta$ denota al reticulado complementado cociente $(L/\theta, \tilde{s}, \tilde{i}, \tilde{c}, 0/\theta, 1/\theta)$ con $\tilde{s}: L/\theta \times L/\theta \to L/\theta$, $\tilde{i}: L/\theta \times L/\theta \to L/\theta$ y $\tilde{c}: L/\theta \to L/\theta$ dados por

$$x/\theta \ \tilde{s}\ y/\theta = (x \, s \, y)/\theta$$

$$x/\theta \ \tilde{i}\ y/\theta = (x \, i \, y)/\theta$$

$$(x/\theta)^{\tilde{c}} = x^c/\theta$$

2) Dada $\varphi =_d \varphi(v_1, ..., v_n)$, $\mathbf{A}$ una est. de tipo τ y $a_1, ..., a_n \in A$, entonces $\mathbf{A} \models \varphi[a_1, ..., a_n]$ significa que $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{b}]$, donde $\vec{b} \in A^{\mathbf{N}}$ es una asignación tal que a cada v_i le asigna el valor a_i. Notar que si $n = 0$, $\mathbf{A} \models \varphi[\,]$ significa que $\mathbf{A} \models \varphi[\vec{b}]$ donde $\vec{b}$ es una asignación cualquiera. Usamos $\mathbf{A} \not\models \varphi[a_1, ..., a_n]$ cuando no sucede que $\mathbf{A} \models \varphi[a_1, ..., a_n]$

3) Sea $(P, \leq)$ un poset y $S \subseteq P$. Decimos que $a \in P$ es supremo de S en P (y escribimos $\sup(S) = a$) cuando se de lo siguiente:

- a es cota superior de S en $(P, \leq)$
- Si $b \in P$ es cota superior de S en $(P, \leq)$, entonces $a \leq b$

• Si $b \in P$ es cota superior de S en $(P, \preceq)$, entonces $a \preceq b$

OBS: $x \in P$ es cota superior de $S \subseteq P$ cuando $y \preceq x$ para todo $y \in S$.

4) Dado un par adecuado $(\mathcal{C}, \mathcal{J})$, decimos que i es anterior a j en $(\mathcal{C}, \mathcal{J})$ si $i < j$ y además para cada $B \in \mathcal{B}^{\mathcal{J}}$, se tiene que $i \in B \Rightarrow j \in B$.

Combo 9

martes, 25 de noviembre de 2025 14:54

Combo 9

1. Defina "termino elemental de tipo τ"
2. Defina $\dashv\vdash_T$
3. Defina s^T (explique por que la definicion es inhambigua)
4. Defina $\mathcal{A}_T$
5. Defina "S es un subuniverso del reticulado complementado $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)$"

1) SEA $\tau = (\mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{R}, a)$ UN TIPO. LOS TÉRMINOS ELEMENTALES DE TIPO τ SE DEFINEN CON LAS SIGUIENTES CLÁUSULAS:

- CADA PALABRA DE $\mathcal{C}$ ES UN TÉRMINO ELEMENTAL DE TIPO τ.
- LAS VARIABLES $x, y, z, \ldots$ SON TÉRMINOS ELEMENTALES DE TIPO τ
- LOS NOMBRES DE ELEMENTOS FIJOS $a, b, c, d, \ldots$ SON TÉRMINOS ELEMENTALES DE TIPO τ
- SI $f \in \mathcal{F}_n$, CON $n \geq 1$ Y $t_1, \ldots, t_n$ SON TÉRMINOS ELEMENTALES DE TIPO τ, ENTONCES $f(t_1, \ldots, t_n)$ ES UN TÉRMINO ELEMENTAL DE TIPO τ
- UNA PALABRA ES UN TÉRMINO ELEMENTAL DE TIPO τ SII SE PUEDE CONSTRUIR USANDO LAS CLAUSULAS ANTERIORES.

2) SEA $T = (\Sigma, \tau)$ UNA TEORÍA, DEFINIMOS LA RELACIÓN BINARIA $\dashv\vdash_T$ SOBRE S^τ DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$\varphi \dashv\vdash_T \psi \iff T \vdash (\varphi \leftrightarrow \psi)$$

3) SEA $T = (\Sigma, \tau)$ UNA TEORÍA. DADA $\varphi \in S^\tau$, $[\varphi]_T$ DENOTA LA CLASE DE EQUIVALENCIA DE φ CON RESPECTO A $\dashv\vdash_T$. DEFINIMOS LA OPERACIÓN BINARIA s^T SOBRE $S^\tau / \dashv\vdash_T$ DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$[\varphi]_T \ \mathsf{s}^T \ [\psi]_T = [(\varphi \vee \psi)]_T$$

ESTA DEFINICIÓN ES INAMBIGUA PORQUE SE DA LA SIGUIENTE PROPIEDAD:

ESTA DEFINICIÓN ES INAMBIGUA PORQUE SE DA LA SIGUIENTE PROPIEDAD:

- SI $[\varphi]_T = [\varphi']_T$ Y $[\psi]_T = [\psi']_T$ ENTONCES $[(\varphi \vee \psi)]_T = [(\varphi' \vee \psi')]_T$

4) SEA $T = (\Sigma, \tau)$ UNA TEORÍA. ENTONCES A_T ES EL ÁLGEBRA DE BOOLE $(S^\tau/\dashv\vdash_T, s^\tau, i^\tau, {}^{c^\tau}, 0^\tau, 1^\tau)$ LLAMADA ÁLGEBRA DE LINDENBAUM DE T DONDE s^T, i^T SON OPERACIONES BINARIAS SOBRE $S^T/\dashv\vdash_T$, c^T ES UNA OPERACIÓN UNARIA SOBRE $S^\tau/\dashv\vdash_T$ Y $0^T, 1^T \in S^\tau/\dashv\vdash_T$ DEFINIDOS DE LA SIGUIENTE MANERA:

$$[\varphi]\ s^\tau\ [\psi] = [(\varphi \vee \psi)]_T$$

$$[\varphi]\ i^\tau\ [\psi] = [(\varphi \wedge \psi)]_T$$

$$([\varphi]_T)^{c^\tau} = [\neg\varphi]_T$$

$$0^\tau = \{\varphi \in S^\tau : \varphi \text{ ES REFUTABLE EN } T\}$$

$$1^T = \{\varphi \in S^\tau : \varphi \text{ ES UN TEOREMA DE } T\}$$

5) UN CONJUNTO $S \subseteq L$ ES UN SUBUNIVERSO DEL RETICULADO COMPLEMENTADO $(L, s, i, {}^c, 0, 1)$ CUANDO:

- $0, 1 \in S$
- S ES CERRADO BAJO LAS OPERACIONES s, i Y ^{c}.

<u>OBS</u> UN CONJUNTO A ES CERRADO BAJO UNA OPERACIÓN n-ARIA op SI PARA CUALQUIER $a_1, \ldots, a_n \in A$, SE TIENE QUE $op(a_1, \ldots, a_n) \in A$.

Combo 10

martes, 25 de noviembre de 2025 14:54

Combo 10

1. Defina "tesis del bloque $\langle i, j\rangle$ en $(\varphi, \mathbf{J})$"
2. Defina cuando una teoria de primer orden (Σ, τ) es consistente
3. Dada una teoria elemental (Σ, τ) y una sentencia elemental pura φ de tipo τ, defina "prueba elemental de φ en (Σ, τ)"

1) SEA τ UN TIPO Y $(\varphi, \mathcal{J})$ UN PAR ADECUADO DE TIPO τ. SI $\langle i, j\rangle \in \mathcal{B}^{\mathcal{J}}$, ENTONCES φ_j ES LA TESIS DEL BLOQUE $\langle i, j\rangle$ EN $(\varphi, \mathcal{J})$

2) UNA TEORÍA DE PRIMER ORDEN (Σ, τ) SE DICE INCONSISTENTE CUANDO EXISTA ALGUNA SENTENCIA φ TAL QUE $(\Sigma, \tau) \vdash (\varphi \wedge \neg\varphi)$. DECIMOS QUE (Σ, τ) ES CONSISTENTE CUANDO NO ES INCONSISTENTE.

3) DADA UNA TEORÍA ELEMENTAL (Σ, τ) Y UNA SENTENCIA ELEMENTAL PURA φ DE TIPO τ, UNA PRUEBA ELEMENTAL DE φ EN (Σ, τ) ES UNA PRUEBA DE φ QUE POSEA LAS SIGUIENTES CARACTERÍSTICAS:

1) EN LA PRUEBA SE PARTE DE UNA ESTRUCTURA DE TIPO τ, FIJA PERO ARBITRARIA EN EL SENTIDO DE QUE SÓLO SABEMOS QUE SATISFACE LOS AXIOMAS DE Σ (i.e ES UN MODELO DE (Σ, τ)) Y ADEMÁS ESTA ES LA ÚNICA INFORMACIÓN PARTICULAR QUE PODEMOS UTILIZAR.

2) LAS DEDUCCIONES DE LA PRUEBA SON MUY SIMPLES Y OBVIAS DE JUSTIFICAR CON MÍNIMAS FRASES EN CASTELLANO.

3) EN LA ESCRITURA DE LA PRUEBA, LO CONCERNIENTE A LA MATEMÁTICA MISMA SE EXPRESA USANDO SÓLO SENTENCIAS ELEMENTALES DE TIPO τ.

Combo 11

martes, 25 de noviembre de 2025 14:54

Combo 11

1. Enuncie el programa de logica matematica dado al final de la Guia 8 y explique brevemente con que definiciones matematicas se van resolviendo los tres primeros puntos y que teoremas garantizan la resolucion del 4to punto de dicho programa.

PROGRAMA DE LÓGICA MATEMÁTICA

(1) DAR UN MODELO MATEMÁTICO DEL CONCEPTO DE FÓRMULA ELEMENTAL DE TIPO τ.

(2) DAR UNA DEFINICIÓN MATEMÁTICA DE CUÁNDO UNA FÓRMULA ELEMENTAL ES VERDADERA EN UNA ESTRUCTURA DE TIPO τ PARA UNA ASIGNACIÓN DADA DE VALORES A LAS VARIABLES LIBRES Y A LOS NOMBRES DE ELEMENTOS FIJOS QUE OCURRAN EN DICHA FÓRMULA

(3) DAR UN MODELO MATEMÁTICO DEL CONCEPTO DE PRUEBA ELEMENTAL EN UNA TEORÍA ELEMENTAL. A ESTE MODELO LO LLAMAREMOS PRUEBA FORMAL

(4) INTENTAR PROBAR MATEMÁTICAMENTE QUE NUESTRO CONCEPTO DE PRUEBA FORMAL ES UNA CORRECTA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DE LA IDEA INTUITIVA DE PRUEBA ELEMENTAL EN UNA TEORÍA ELEMENTAL.

EL PUNTO (1) SE RESUELVE MODELIZANDO A LAS FÓRMULAS ELEMENTALES DE TIPO τ CON FÓRMULAS DE TIPO τ_1, CON τ_1 UNA EXTENSIÓN DE τ POR NOMBRES DE CONSTANTE.

EL PUNTO (2) SE RESUELVE CON LA INTRODUCCIÓN DE LAS ASIGNACIONES $\vec{a} \in A^{\mathbb{N}}$ Y LA RELACIÓN $A \models \varphi[\vec{a}]$ PARA A UNA EST. DE TIPO τ, $\varphi \in F^{\tau}$ Y $\vec{a}$ UNA ASIGNACIÓN. DECIMOS QUE φ ES VERDADERA EN A PARA LA ASIGNACIÓN $\vec{a}$ CUANDO $A \models \varphi[\vec{a}]$

EL PUNTO (3) SE RESUELVE INTRODUCIENDO EL CONCEPTO DE TEORÍA DE PRIMER ORDEN. EN UNA TEORÍA, DEFINIMOS PARES ADECUADOS $(\varphi, J) \in S^{\tau^+} \times Just^+$ CON SENTENCIAS Y JUSTIFICACIONES LOS CUALES DEBEN CUMPLIR CIERTAS RESTRICCIONES PARA SER LLAMADOS PRUEBAS FORMALES EN UNA TEORÍA.

[illegible]
llamados pruebas formales en una teoría.

El punto (4) es probado por los teoremas de corrección ($\Rightarrow$) y completitud ($\Leftarrow$) los cuales nos dicen que para una teoría $T=(\Sigma,\tau)$ y $\varphi \in S^T$, entonces

$$T \vdash \varphi \Leftrightarrow T \models \varphi$$

Donde $T \models \varphi$ significa que $\mathcal{A} \models \varphi$ para todo $\mathcal{A}$ modelo de T.

Combo 12

martes, 25 de noviembre de 2025 14:54

Combo 12. Defina el concepto de funcion y desarrolle las tres Convenciones Notacionales asociadas a dicho concepto (Guia 0)

UNA FUNCIÓN ES UN CONJUNTO f DE PARES ORDENADOS CON LA SIGUIENTE PROPIEDAD

• SI $(x,y) \in f$ Y $(x,z) \in f$, ENTONCES $y = z$.

DEFINIMOS TAMBIÉN

$$D_f = \{ x : (x,y) \in f \text{ PARA ALGÚN } y \}$$

$$I_f = \{ y : (x,y) \in f \text{ PARA ALGÚN } x \}$$

CONVENCIÓN NOTACIONAL 1: DADO $x \in D_f$, USAREMOS $f(x)$ PARA DENOTAR AL ÚNICO $y \in I_f$ TAL $(x,y) \in f$.

CONVENCIÓN NOTACIONAL 2: ESCRIBIREMOS $f : S \subseteq A \to B$ PARA EXPRESAR QUE f ES UNA FUNCIÓN TAL QUE $D_f = S \subseteq A$ Y $I_f \subseteq B$. TAMBIÉN ESCRIBIREMOS $f : A \to B$ PARA EXPRESAR QUE f ES UNA FUNCIÓN TAL QUE $D_f = A$ Y $I_f \subseteq B$. EN TAL CONTEXTO LLAMAREMOS A B CONJUNTO DE LLEGADA. CUALQUIER CONJUNTO B QUE CONTENGA A I_f PUEDE SER CONSIDERADO CONJUNTO DE LLEGADA DE f.

CONVENCIÓN NOTACIONAL 3: MUCHAS VECES PARA DEFINIR UNA FUNCIÓN f, LO HAREMOS DANDO SU DOMINIO Y UNA REGLA DE ASIGNACIÓN, ES DECIR ESPECIFICAREMOS EN FORMA PRECISA QUÉ CONJUNTO ES EL DOMINIO DE f Y ADEMÁS ESPECIFICAREMOS EN FORMA PRECISA QUIÉN ES $f(x)$ PARA CADA x DE DICHO DOMINIO. ESTO DETERMINA POR COMPLETO A LA FUNCIÓN YA QUE $f = \{ (x, f(x)) : x \in D_f \}$

ALGUNOS EJEMPLOS PARA DEFINIR $f = \{ (x, x^2) : x \in \mathbb{N} \}$

$$D_f = \mathbb{N} \,,\, f(x) = x^2$$

Ó

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$$

$$x \to x^2$$ REGLA DE ASIGNACIÓN

OTRO EJEMPLO SI $f = \{ (x, x+1) : x \in \mathbb{N} \text{ ES PAR} \} \cup \{ (x, 2x) : x \in \mathbb{N} \text{ ES IMPAR} \}$

Por ejemplo si $f = \{(x, x+1) : x \in \mathbb{N}$ es par$\} \cup \{(x, 2x) : x \in \mathbb{N}$ es impar$\}$
escribimos

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$$

$$x \longrightarrow \begin{cases} x+1 & \text{si } x \text{ es par} \\ 2x & \text{si } x \text{ es impar} \end{cases}$$