Combo 1

sábado, 6 de diciembre de 2025 18:15

Combo 1.

(1) Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-recursivo (no hace falta que defina "funcion Σ-recursiva")

(2) Defina $\langle s_1, s_2, ...\rangle$

(3) Defina "f es una funcion Σ-mixta"

(4) Defina "familia Σ-indexada de funciones"

(5) Defina $R(f, \mathcal{G})$ (haga el caso de valores numericos)

(1) Un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ recursivo cuando su función característica $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$ es Σ recursiva.

(2) Dada una infinitupla $(s_1, s_2, \ldots) \in \omega^{[N]}$, utilizamos $\langle s_1, s_2, \ldots \rangle$ para denotar al número $\prod_{i=1}^{\infty} pr(i)^{s_i}$, donde $pr(i)$ es el i-ésimo numero primo.

(3) Decimos que una función f es Σ-mixta cuando hay $n, m \in \omega$ tales que $D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ y ya sea $I_f \subseteq \omega$ ó $I_f \subseteq \Sigma^*$.

(4) Dado un alfabeto Σ, una familia Σ-indexada de funciones es una función $\mathcal{G}$ tal que $D_{\mathcal{G}} = \Sigma$ y para cada $a \in D_{\mathcal{G}}$ se tiene que $\mathcal{G}(a)$ es una función.

(5) Dada una función

$$f : S_1 \times \ldots \times S_n \times L_1 \times \ldots \times L_m \to \omega$$

con $S_1, \ldots, S_n \subseteq \omega$ y $L_1, \ldots, L_m \subseteq \Sigma^*$ conjuntos no vacíos

y una familia Σ-indexada de funciones $\mathcal{G}$ tq para cada $a \in \Sigma$,

$$\mathcal{G}_a : \omega \times S_1 \times \ldots \times S_n \times L_1 \times \ldots \times L_n \times \Sigma^* \to \omega$$

definimos la función $R(f, \mathcal{G}) : S_1 \times \ldots \times S_n \times L_1 \times \ldots \times L_m \times \Sigma^* \to \omega$

como

$$R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{\alpha}, \varepsilon) = f(\vec{x}, \vec{\alpha})$$

$$R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha a) = \mathcal{G}_a(R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha), \vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha)$$

Combo 2

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:20

Combo 2. Defina:

(1) $d \overset{n}{\vdash} d'$ y $d \overset{*}{\vdash} d'$ (no hace falta que defina $\vdash$)
(2) $L(M)$
(3) "f es una funcion de tipo (n, m, s)"
(4) (x)
(5) $(x)_i$

(1) PARA $d, d' \in Des$ Y $n \geq 0$, ESCRIBIREMOS $d \overset{n}{\vdash} d'$ SI EXISTEN $d_1, \ldots, d_{n+1} \in Des$ TALES QUE

- $d_1 = d$
- $d_{n+1} = d'$
- $d_i \vdash d_{i+1}$ PARA CADA $i = 1, \ldots, n$.

NOTAR QUE $d \overset{0}{\vdash} d'$ SII $d = d'$. TAMBIÉN DEFINIMOS

$$d \overset{*}{\vdash} d' \text{ sii } \exists n \in \omega \text{ tq } d \overset{n}{\vdash} d'$$

(2) DADA UNA MÁQUINA DE TURING $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$, DECIMOS QUE UNA PALABRA $\alpha \in \Sigma^*$ ES ACEPTADA POR M POR ALCANCE DE ESTADO FINAL CUANDO

$$\lfloor q_0 B \alpha \rfloor \overset{*}{\vdash} d, \text{ con } d \text{ tq } st(d) \in F.$$

LUEGO DEFINIMOS EL "LENGUAJE ACEPTADO POR M":

$$L(M) = \{\alpha \in \Sigma^* : \alpha \text{ ES ACEPTADA POR } M \text{ POR ALCANCE DE ESTADO FINAL}\}$$

(3) DECIMOS QUE UNA FUNCIÓN f ES DE TIPO (n, m, s) PARA $n, m \in \omega$ Y $s \in \{\#, *\}$ CUANDO $D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ Y YA SEA $s = \#$ CON $I_f \subseteq \omega$ Ó $s = *$ CON $I_f \subseteq \Sigma^*$.
NOTAR QUE $f = \emptyset$ ES DE TIPO (n, m, s) PARA CUALQUIER $n, m \in \omega$, $s \in \{\#, *\}$.

(4) DADO $x \in \mathbf{N}$, DEFINIMOS (x) COMO LA ÚNICA INFINITUPLA $(s_1, s_2, \ldots) \in \omega^{[\mathbf{N}]}$ TQ $\langle s_1, s_2, \ldots \rangle = \prod_{i=1}^{\infty} pr(i)^{s_i} = x$.

(5) DADO $x \in \mathbf{N}$, UTILIZAMOS $(x)_i$ PARA DENOTAR A s_i DE LA INFINITUPLA DE (4), ES

(5) Dado $x \in \mathbb{N}$, utilizamos $(x)_i$ para denotar a s_i de la infinitupla de (4), es decir s_i es el exponente de $pr(i)$ en la única factorización de x como producto de primos

Combo 3

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:20

Combo 3.

(1) Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-recursivamente enumerable (no hace falta que defina "funcion Σ-recursiva")
(2) Defina $s^{\leq}$
(3) Defina $*^{\leq}$
(4) Defina $\#^{\leq}$

(1) Un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-recursivamente enumerable cuando sea vacío o haya una función $F : \omega \to \omega^n \times \Sigma^{*m}$ tal que $I_F = S$ y $F_{(i)}$ sea Σ-recursiva, para cada $i \in \{1, \dots, n+m\}$.

(2) Sea $\leq$ un orden total sobre un alfabeto no vacío Σ. Supongamos que $\Sigma = \{a_1, \dots, a_n\}$ y $a_1 < a_2 < \dots < a_n$. Definimos $s^{\leq} : \Sigma^* \to \Sigma^*$ como:

$$s^{\leq}((a_n)^m) = (a_1)^{m+1}, \text{ para cada } m \geq 0.$$

$$s^{\leq}(\alpha a_i (a_n)^m) = \alpha a_{i+1} (a_1)^m, \text{ cada vez que } \alpha \in \Sigma^*, 1 \leq i < n, m \geq 0.$$

(3) Sea $\leq$ un orden total sobre un alfabeto no vacío Σ. Definimos $*^{\leq} : \omega \to \Sigma^*$ recursivamente de la siguiente manera:

$$*^{\leq}(0) = \varepsilon$$

$$*^{\leq}(i+1) = s^{\leq}(*^{\leq}(i)), \quad i \geq 0$$

(4) Sea $\leq$ un orden total sobre un alfabeto no vacío Σ. Supongamos que $\Sigma = \{a_1, \dots, a_n\}$ y $a_1 < a_2 < \dots < a_n$. Definimos la función $\#^{\leq} : \Sigma^* \to \omega$ de la siguiente manera:

$$\#^{\leq}(\varepsilon) = 0$$

$$\#^{\leq}(a_{i_k} a_{i_{k-1}} \dots a_{i_0}) = i_k n^k + i_{k-1} n^{k-1} + \dots + i_0 n^0$$

donde $i_0, \dots, i_k \in \{1, \dots, n\}$, $k \in \omega$.

Combo 4

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:20

Combo 4. Defina cuando una funcion $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ es llamada Σ-efectivamente computable y defina "el procedimiento $\mathbb{P}$ computa a la funcion f"

Una función $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ es llamada Σ-efectivamente computable cuando hay un procedimiento efectivo $\mathbb{P}$ tal que

(1) El conjunto de datos de entrada de $\mathbb{P}$ es $\omega^n \times \Sigma^{*m}$

(2) El conjunto de datos de salida de $\mathbb{P}$ está contenido en ω.

(3) Si $(\vec{x}, \vec{\alpha}) \in D_f$, entonces $\mathbb{P}$ se detiene partiendo de $(\vec{x}, \vec{\alpha})$ dando como dato de salida $f(\vec{x}, \vec{\alpha})$.

(4) Si $(\vec{x}, \vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m} - D_f$, entonces $\mathbb{P}$ no se detiene partiendo de $(\vec{x}, \vec{\alpha})$

En tal caso diremos que "el procedimiento $\mathbb{P}$ computa a la función f".

Combo 5

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:20

Combo 5. Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-efectivamente computable y defina: "el procedimiento efectivo $\mathbb{P}$ decide la pertenencia a S"

UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-EFECTIVAMENTE COMPUTABLE CUANDO LA FUNCIÓN $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$ SEA Σ-EFECTIVAMENTE COMPUTABLE. ES DECIR QUE DEBE HABER UN PROCEDIMIENTO EFECTIVO $\mathbb{P}$ QUE COMPUTE A $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$ i.e:

- EL CONJUNTO DE DATOS DE ENTRADA DE $\mathbb{P}$ ES $\omega^n \times \Sigma^{*m}$, SIEMPRE TERMINA Y DA COMO DATO DE SALIDA UN ELEMENTO DE $\{0,1\}$.

- DADO $(\vec{x},\vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m}$, $\mathbb{P}$ DA COMO SALIDA AL NÚMERO 1 SI $(\vec{x},\vec{\alpha}) \in S$ Y AL NÚMERO 0 SI $(\vec{x},\vec{\alpha}) \notin S$.

EN TAL CASO DECIMOS QUE EL PROCEDIMIENTO EFECTIVO $\mathbb{P}$ DECIDE LA PERTENENCIA A S.

Combo 6

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:20

Combo 6. Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-efectivamente enumerable y defina: "el procedimiento efectivo $\mathbb{P}$ enumera a S"

UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-EFECTIVAMENTE ENUMERABLE CUANDO SEA VACÍO O HAYA UNA FUNCIÓN $F : \omega \to \omega^n \times \Sigma^{*m}$ TAL QUE $I_F = S$ Y $F_{(i)}$ SEA Σ-EFECTIVAMENTE COMPUTABLE PARA CADA $i \in \{1, \ldots, n+m\}$.

EN EL CASO DE $S \neq \emptyset$, TENEMOS QUE DEBE HABER UN PROCEDIMIENTO EFECTIVO $\mathbb{P}$ QUE ENUMERE A S, ES DECIR, QUE CUMPLA:

(1) EL CONJUNTO DE DATOS DE ENTRADA DE $\mathbb{P}$ ES ω.

(2) $\mathbb{P}$ SE DETIENE PARA CADA $x \in \omega$.

(3) EL CONJUNTO DE DATOS DE SALIDA DE $\mathbb{P}$ ES IGUAL A S. (ES DECIR, SIEMPRE QUE $\mathbb{P}$ SE DETIENE DA COMO SALIDA UN ELEMENTO DE S Y PARA CADA $(\vec{x}, \vec{\alpha}) \in S$, HAY UN $x \in \omega$ PARA EL CUAL $\mathbb{P}$ DA COMO SALIDA A $(\vec{x}, \vec{\alpha})$ CUANDO LO CORREMOS CON DATO DE ENTRADA x)

Combo 7

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:20

Combo 7. Defina cuando una funcion $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ es llamada Σ-Turing computable y defina "la maquina de Turing M computa a la funcion f"

UNA FUNCIÓN $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ ES LLAMADA Σ-TURING COMPUTABLE CUANDO HAYA UNA MÁQUINA DE TURING CON UNIT $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, 1, F)$ TAL QUE

(1) SI $(\vec{x}, \vec{\alpha}) \in D_f$, ENTONCES HAY UN $p \in Q$ TAL

$$\lfloor q_0 B 1^{x_1} B \ldots B 1^{x_n} B \alpha_1 B \ldots B \alpha_m \rfloor \vdash^{*} \lfloor p B 1^{f(\vec{x}, \vec{\alpha})} \rfloor$$

Y $\lfloor p B 1^{f(\vec{x}, \vec{\alpha})} \rfloor \not\vdash d$, PARA CADA $d \in Des$

(2) SI $(\vec{x}, \vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m} - D_f$, ENTONCES M NO SE DETIENE PARTIENDO DE

$$\lfloor q_0 B 1^{x_1} B \ldots B 1^{x_n} B \alpha_1 B \ldots B \alpha_m \rfloor$$

EN TAL CASO DIREMOS QUE LA MÁQUINA DE TURING M COMPUTA A LA FUNCIÓN f.

Combo 8

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:20

Combo 8. Defina:

(1) $M(P)$
(2) Lt
(3) Conjunto rectangular
(4) "S es un conjunto de tipo (n,m)"

(1) DADO UN PREDICADO $P: D_P \subseteq \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$, DEFINIMOS

$$M(P) = \lambda_{\vec{x},\vec{\alpha}}\left[\min_t P(t,\vec{x},\vec{\alpha})\right]$$

NOTAR QUE $D_{M(P)} = \{(\vec{x},\vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m} : (\exists t \in \omega)\ P(t,\vec{x},\vec{\alpha})\}$ Y PARA CADA $\vec{x},\vec{\alpha} \in \omega^n \times \Sigma^{*m}$, LA EXPRESIÓN $\min_t P(t,\vec{x},\vec{\alpha})$ DENOTA AL MÍNIMO VALOR DE $t \in \omega$ PARA EL QUE $P(t,\vec{x},\vec{\alpha}) = 1$, SI EXISTE.

(2) DEFINIMOS $Lt: \mathbf{N} \to \omega$

$$x \to \begin{cases} 0 & \text{si } x = 1 \\ \max_i ((x)_i \neq 0) & x \neq 1 \end{cases}$$

(3) SEA Σ UN ALFABETO FINITO. DECIMOS QUE UN CONJUNTO Σ-MIXTO S ES RECTANGULAR CUANDO ES DE LA FORMA $S_1 \times \ldots \times S_n \times L_1 \times \ldots \times L_m$ CON $n,m \in \omega$, $S_1,\ldots,S_n \subseteq \omega$ Y $L_1,\ldots,L_m \subseteq \Sigma^*$.

(4) SEA Σ UN ALFABETO FINITO.

DECIMOS QUE S ES UN CONJUNTO DE TIPO (n,m) CUANDO $n,m \in \omega$ SON TALES QUE $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$

Combo 9

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:20

Combo 9. Defina:

(1) "I es una instruccion de $\mathcal{S}^\Sigma$"
(2) "$\mathcal{P}$ es un programa de $\mathcal{S}^\Sigma$"
(3) $I_i^{\mathcal{P}}$
(4) $n(\mathcal{P})$
(5) Bas

(1) UNA PALABRA I ES UNA INSTRUCCIÓN DE S^Σ SI ES YA SEA UNA INSTRUCCIÓN BÁSICA DE S^Σ Ó ES DE LA FORMA $L\bar{n}J$ CON $n \in \mathbf{N}$ Y J UNA INSTRUCCIÓN BÁSICA DE S^Σ.

(2) UNA PALABRA $\mathcal{P}$ ES UN PROGRAMA DE S^Σ SI ES DE LA FORMA $I_1 \ldots I_n$ CON $I_1, \ldots, I_n \in Ins^\Sigma$, $n \geq 1$ Y ADEMÁS CUMPLE LA LEY DE LOS GOTO:

- PARA CADA $i \in \{1, \ldots, n\}$, SI $GOTO L\bar{m}$ ES UN TRAMO FINAL DE I_i, ENTONCES HAY UN $j \in \{1, \ldots, n\}$ TQ I_j TIENE LABEL $L\bar{m}$.

(3) DADO UN PROGRAMA $\mathcal{P} \in Pro^\Sigma$ DE LA FORMA $I_1 \ldots I_n$ Y UN VALOR $i \in \omega$, DEFINIMOS

$$I_i^{\mathcal{P}} = \begin{cases} \varepsilon & \text{si } i = 0 \text{ ó } i > n(\mathcal{P}) \\ I_i & \text{si } 1 \leq i \leq n(\mathcal{P}) \end{cases}$$

(4) DADO UN PROGRAMA $\mathcal{P} \in Pro^\Sigma$, $n(\mathcal{P})$ DENOTA AL ÚNICO $n \in \mathbf{N}$ TQ HAY $I_1, \ldots, I_n \in Ins^\Sigma$ TQ $\mathcal{P} = I_1 \ldots I_n$

(5) DEFINIMOS LA FUNCIÓN

$$BAS: Ins^\Sigma \to (\Sigma \cup \Sigma_p)^*$$

$$I \to \begin{cases} J & \text{si } I = L\bar{n}J, \text{ con } n \in \mathbf{N} \text{ y } J \in Ins^\Sigma \\ - \end{cases}$$

$$I \rightarrow \begin{cases} J & \text{si } I = C \wedge J \text{, con } n \in \mathbb{N} \text{ y } J \in Ins \\ I & \text{c.c.} \end{cases}$$

Combo 10

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:21

Combo 10. Defina relativo al lenguaje $\mathcal{S}^{\Sigma}$:

(1) "estado"
(2) "descripcion instantanea"
(3) $S_{\mathcal{P}}$
(4) "estado obtenido luego de t pasos, partiendo del estado $(\vec{s},\vec{\sigma})$"
(5) "$\mathcal{P}$ se detiene (luego de t pasos), partiendo desde el estado $(\vec{s},\vec{\sigma})$"

(1) UN ESTADO DE S^{Σ} ES UN PAR $(\vec{s},\vec{\sigma}) = ((s_1,s_2,\ldots),(\sigma_1,\sigma_2,\ldots)) \in \omega^{[N]} \times \Sigma^{*[N]}$

(2) UNA DESCRIPCIÓN INSTANTÁNEA DE S^{Σ} ES UNA 3-UPLA $(i,\vec{s},\vec{\sigma})$ DONDE $i \in \omega$ Y $(\vec{s},\vec{\sigma})$ ES UN ESTADO.

(3) DEFINIMOS $S_{\mathcal{P}} : \omega \times \omega^{[N]} \times \Sigma^{*[N]} \to \omega \times \omega^{[N]} \times \Sigma^{*[N]}$

$(i,\vec{s},\vec{\sigma}) \to$ DESCRIPCIÓN INSTANTÁNEA QUE RESULTA LUEGO DE REALIZAR $I_i^{\mathcal{P}}$ ESTANDO EN EL ESTADO $(\vec{s},\vec{\sigma})$, SI SE PUEDE, O $(i,\vec{s},\vec{\sigma})$ SI NO SE PUEDE.

(4) DADO UN PROGRAMA $\mathcal{P}$ Y UN ESTADO $(\vec{s},\vec{\sigma})$, DIREMOS QUE $(\vec{m},\vec{n})$ ES EL ESTADO OBTENIDO LUEGO DE t PASOS, PARTIENDO DEL ESTADO $(\vec{s},\vec{\sigma})$ CUANDO

$$\overbrace{S_{\mathcal{P}}(S_{\mathcal{P}}(\ldots S_{\mathcal{P}}}^{t \text{ VECES}}(1,\vec{s},\vec{\sigma})\ldots) = (k,\vec{m},\vec{n})$$

CON $k \in \omega$.

(5) DECIMOS QUE UN PROGRAMA $\mathcal{P}$ SE DETIENE LUEGO DE t PASOS, PARTIENDO DESDE EL ESTADO $(\vec{s},\vec{\sigma})$ CUANDO LA PRIMERA COORDENADA DE

$$\underbrace{S_{\mathcal{P}}(\ldots S_{\mathcal{P}}(S_{\mathcal{P}}}_{t \text{ VECES}}(1,\vec{s},\vec{\sigma}))\ldots)$$

ES IGUAL A $n(\mathcal{P})+1$.

Combo 11

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:21

Combo 11. Defina:

(1) $\Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,\#}$
(2) "f es Σ-computable"
(3) "$\mathcal{P}$ computa a f"
(4) $M^{\leq}(P)$

(1) Dado $\mathcal{P} \in Pro^{\Sigma}$, $n, m \in \omega$, definimos la función $\Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,\#}$ de la siguiente manera:

$$D_{\Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,\#}} = \{ (\vec{x}, \vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m} : \mathcal{P} \text{ termina, partiendo del estado } \|x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m\| \}$$

$\Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,\#}(\vec{x}, \vec{\alpha})$ = valor de N1 en el estado obtenido cuando $\mathcal{P}$ termina, partiendo del estado $\|x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m\|$.

(2) Decimos que una función Σ-mixta f es Σ-computable cuando

(a) $I_f \subseteq \omega$ y hay un programa $\mathcal{P}$ de S^{Σ} t.q. $f = \Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,\#}$

(b) $I_f \subseteq \Sigma^*$ y hay un programa $\mathcal{P}$ de S^{Σ} t.q. $f = \Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,*}$

(4) En los casos (a) y (b) de (2), decimos que el programa $\mathcal{P}$ computa a f.

(4) Sup. $\Sigma \neq \emptyset$ un conjunto y $\leq$ un orden total sobre Σ. Sea $P : D_P \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \Sigma^* \to \omega$ un predicado. Definimos

$$M^{\leq}(P) = \lambda_{\vec{x}, \vec{\alpha}} [\min^{\leq}_{\alpha} P(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha)]$$

Para $(\vec{x}, \vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m}$, $\min^{\leq}_{\alpha} P(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha)$ denota al menor α (según la extensión natural de $\leq$ a Σ^*) t.q. $P(\vec{x}, \vec{\alpha}, \alpha) = 1$, si existe, y no está definida en otro caso.

Combo 12

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:21

Combo 12. Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-computable, cuando es llamado Σ-enumerable y defina "el programa $\mathcal{P}$ enumera a S"

UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-COMPUTABLE CUANDO SU FUNCIÓN CARACTERÍSTICA $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$ SEA Σ-COMPUTABLE.

UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-ENUMERABLE CUANDO SEA VACÍO O HAYA UNA FUNCIÓN $F: \omega \to \omega^n \times \Sigma^{*m}$ TAL QUE $I_F = S$ Y $F_{(i)}$ SEA Σ-COMPUTABLE, PARA CADA $i \in \{1, \ldots, n+m\}$.

EN EL CASO DE $S \neq \emptyset$, DECIMOS QUE EL PROGRAMA $\mathcal{P}$ ENUMERA A S CUANDO SEA TAL QUE:

(a) PARA CADA $x \in \omega$, $\mathcal{P}$ SE DETIENE PARTIENDO DEL ESTADO $\|x\|$ Y LLEGA A UN ESTADO DE LA FORMA $((x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots), (\alpha_1, \ldots, \alpha_m, \beta_1, \ldots))$ TAL QUE $(x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m) \in S$.

(b) PARA CADA $(x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m) \in S$, HAY UN $x \in \omega$ TAL $\mathcal{P}$ SE DETIENE PARTIENDO DESDE EL ESTADO $\|x\|$ Y LLEGA A UN ESTADO DE LA FORMA $((x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots), (\alpha_1, \ldots, \alpha_m, \beta_1, \ldots))$.

Combo 13

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:21

Combo 13. Defina:

(1) $i^{n,m}$
(2) $E_{\#}^{n,m}$
(3) $E_{*}^{n,m}$
(4) $E_{\#j}^{n,m}$
(5) $E_{*j}^{n,m}$
(6) $Halt^{n,m}$
(7) $T^{n,m}$
(8) $AutoHalt^{\Sigma}$
(9) Los conjuntos A y N

(1) a (5) Definimos simultáneamente las funciones dados $n,m \in \omega$,

$$i^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times Pro^{\Sigma} \to \omega$$
$$E_{\#}^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times Pro^{\Sigma} \to \omega^{[N]}$$
$$E_{*}^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times Pro^{\Sigma} \to \Sigma^{*[N]}$$

de la siguiente manera:

$$(i^{n,m}(0,\vec{x},\vec{\alpha},P), E_{\#}^{n,m}(0,\vec{x},\vec{\alpha},P), E_{*}^{n,m}(0,\vec{x},\vec{\alpha},P)) = (1, (x_1,\dots,x_n,0,\dots),(\alpha_1,\dots,\alpha_m,\varepsilon,\dots))$$

$$(i^{n,m}(t+1,\vec{x},\vec{\alpha},P), E_{\#}^{n,m}(t+1,\vec{x},\vec{\alpha},P), E_{*}^{n,m}(t+1,\vec{x},\vec{\alpha},P))$$
$$= S_P(i^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P), E_{\#}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P), E_{*}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P))$$

y para cada $j \in N$, las funciones

$$E_{\#j}^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times Pro^{\Sigma} \to \omega$$
$$E_{*j}^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times Pro^{\Sigma} \to \Sigma^{*}$$

como

$E_{\#j}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P) = j$-ésima coordenada de $E_{\#}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P)$

$E_{*j}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P) = j$-ésima coordenada de $E_{*}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P)$

(6) Dados $n,m \in \omega$, definimos

$$\mathrm{Halt}^{n,m} = \lambda t\vec{x}\vec{\alpha}P\left[i^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P) = n(P)+1\right]$$

Y NOTAR QUE $D_{\mathrm{Halt}^{n,m}} = \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^{\Sigma}$.

(7) CON (6), DEFINIMOS $T^{n,m} = M(\mathrm{Halt}^{n,m}) = \lambda\vec{x}\vec{\alpha}P\left[\min_t \mathrm{Halt}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P)\right]$, NOTAR QUE

$D_{T^{n,m}} = \{(\vec{x},\vec{\alpha},P) \in \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^{\Sigma} : P$ SE DETIENE PARTIENDO DE $\|x_1,\dots,x_n,\alpha_1,\dots,\alpha_m\|$

(8) CUANDO $\Sigma_p \subseteq \Sigma$, PODEMOS DEFINIR

$$\mathrm{AutoHalt}^{\Sigma} = \lambda P\left[(\exists t \in \omega)\ \mathrm{Halt}^{0,1}(t,P,P)\right]$$

(9) CUANDO $\Sigma_p \subseteq \Sigma$, DEFINIMOS

$$A = \{P \in \mathrm{Pro}^{\Sigma} : \mathrm{AutoHalt}^{\Sigma}(P) = 1\}$$

$$N = \{P \in \mathrm{Pro}^{\Sigma} : \mathrm{AutoHalt}^{\Sigma}(P) = 0\}$$

Combo 14

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:21

Combo 14. Explique en forma detallada la notacion lambda

Sea Σ un alfabeto finito. La notación lambda es una herramienta útil para convertir ciertas expresiones en funciones. Para que sea posible, una expresión E debe cumplir:

(1) Sólo involucra variables numéricas de la forma $x, y, z, n, x_1, y_1, \ldots$ que se valuarán en números de ω y variables alfabéticas de la forma $\alpha, \beta, \gamma, \alpha_1, \beta_1, \ldots$ que se valuarán en palabras de Σ^*.

(2) Los valores que asume E cuando hayan sido asignados valores de ω a sus variables numéricas y palabras de Σ^* a sus variables alfabéticas de manera tal que E esté definida para esos valores deben ser siempre elementos de ω o siempre elementos de Σ^*.

OBS: Cuando E es una expresión booleana pensamos que asume el valor $0 \in \omega$ cuando es falsa y $1 \in \omega$ cuando es verdadera.

Cuando una expresión E cumple (1) y (2), decimos que E es lambdificable con respecto a Σ.

Sea E una expresión lambdificable, $x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m$ una lista de variables distintas tales que toda variable numérica de E está en $\{x_1, \ldots, x_n\}$ y toda variable alfabética de E está en $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_m\}$.

Entonces la notación

$$\lambda_{x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m}[E]$$

denota a la función dada por:

$D_{\lambda \ldots}[E] = \{ (y_1, \ldots, y_n, \beta_1, \ldots, \beta_m) \in \omega^n \times \Sigma^{*m} : E$ está definida cuando

$D_{\lambda x_1,\dots,x_n,\alpha_1,\dots,\alpha_n}[E] = \{(y_1,\dots,y_n,\beta_1,\dots,\beta_m) \in \omega^n \times \Sigma^{*m} :$ E está definida cuando le asignamos a cada x_i el valor y_i y a cada α_i el valor $\beta_i\}$

$\lambda_{x_1,\dots,x_n,\alpha_1,\dots,\alpha_n}[E](y_1,\dots,y_n,\beta_1,\dots,\beta_n) =$ valor que asume E cuando le asignamos a cada x_i el valor y_i y a cada α_i el valor β_i.

Combo 15

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:21

Combo 15. Dada una funcion $f : D_f \subseteq \omega \times \Sigma^* \to \omega$, describa que tipo de objeto es y que propiedades debe tener el macro:

$$[\mathrm{V2} \leftarrow f(\mathrm{V1}, \mathrm{W1})]$$

Dada una función $f: D_f \subseteq \omega \times \Sigma^* \to \omega$, el macro

$$[V2 \leftarrow f(V1,W1)]$$

es una palabra que denota a un macro de S^Σ M el cual debe cumplir las siguientes propiedades:

(1) Las variables oficiales de M son V1, V2 y W1.

(2) M no tiene labels oficiales.

(3) Si reemplazamos en M:

- las variables V1, V2 y W1 por variables concretas $N\bar{k_1}, N\bar{k_2}, P\bar{j_1}$ elegidas libremente.
- Las variables auxiliares de M por variables concretas, distintas de a dos y no pertenecientes a la lista $N\bar{k_1}, N\bar{k_2}, P\bar{j_1}$
- Los labels auxiliares de M por labels concretos (distintos de a dos)

Entonces la palabra así obtenida es un programa $\mathcal{P}$ de S^Σ que denotaremos en general con

$$[N\bar{k_2} \leftarrow f(N\bar{k_1}, P\bar{j_1})]$$

el cual debe tener la siguiente propiedad:

(E) Si hacemos correr $\mathcal{P}$ partiendo de un estado e que le asigne a las variables $N\bar{k_1}, P\bar{j_1}$ los valores x_1, α_1, entonces independientemente de los valores que le asigne e al resto de las variables (incluidas las que fueron a reemplazar las variables auxiliares de M), se dará que:

(i) Si $(x_1, \alpha_1) \notin D_f$, entonces $\mathcal{P}$ no se detiene.

(ii) Si $(x_1, \alpha_1) \in D_f$, entonces $\mathcal{P}$ se detiene y llega a un estado e'

(ii) si $(x_1, a_1) \in D_f$, entonces E se detiene y llega a un estado e' el cual cumple

- e' le asigna a $N\bar{K}_2$ el valor $f(x_1, a_1)$
- e' sólo puede diferir de e en los valores que le asigna a $N\bar{K}_2$ o a las variables que fueron a reemplazar a las variables auxiliares de M.

Combo 16

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:21

Combo 16. Dado un predicado $P : D_f \subseteq \omega \times \Sigma^* \to \omega$, describa que tipo de objeto es y que propiedades debe tener el macro:

$$[\text{IF } P(\text{V1}, \text{W1}) \text{ GOTO A1}]$$

SEA Σ UN ALFABETO FINITO Y $P : D_P \subseteq \omega \times \Sigma^* \to \omega$ UN PREDICADO.

EL MACRO

$$[\text{IF } P(\text{V1}, \text{W1}) \text{ GOTO A1}]$$

ES UNA PALABRA QUE DENOTA A UN MACRO DE S^{Σ} M EL CUAL CUMPLE LAS SIGUIENTES PROPIEDADES:

1) LAS VARIABLES OFICIALES DE M SON V1, W1

2) A1 ES EL ÚNICO LABEL OFICIAL DE M

3) SI REEMPLAZAMOS:

- LAS VARIABLES OFICIALES DE M V1, W1 POR VARIABLES CONCRETAS $N\bar{K}_1, P\bar{J}_1$, ELEGIDAS LIBREMENTE
- EL LABEL OFICIAL A1 POR UN LABEL CONCRETO $L\bar{K}$ ELEGIDO LIBREMENTE.
- LAS VARIABLES AUXILIARES DE M POR VARIABLES CONCRETAS, DISTINTAS DE A DOS Y NO PERTENECIENTES A LA LISTA $N\bar{K}_1, P\bar{J}_1$.
- LOS LABELS AUXILIARES DE M POR LABELS CONCRETOS, DISTINTOS DE A DOS Y NINGUNO IGUAL A $L\bar{K}$.

ENTONCES LA PALABRA ASÍ OBTENIDA ES UN PROGRAMA $\mathcal{E}$ DE S^{Σ} (SALVO POR LA LEY DE LOS GOTO PARA EL LABEL $L\bar{K}$) QUE DENOTAREMOS EN GENERAL CON:

$$[\text{IF } P(N\bar{K}_1, P\bar{J}_1) \text{ GOTO } L\bar{K}]$$

EL CUAL DEBE TENER LA SIGUIENTE PROPIEDAD:

(E) SI HACEMOS CORRER $\mathcal{E}$ PARTIENDO DE UN ESTADO e QUE LE ASIGNE A LAS VARIABLES $N\bar{K}_1, P\bar{J}_1$ LOS VALORES x_1, α_1, ENTONCES INDEPENDIENTEMENTE DE LOS VALORES QUE LE ASIGNE e AL RESTO DE LAS VARIABLES SE DARÁ QUE:

(i) Si $(x_1,\alpha_1) \notin D_p$, entonces $\mathcal{E}$ no se detiene.

(ii) Si $(x_1,\alpha_1) \in D_p$ y $p(x_1,\alpha_1)=1$, entonces luego de una cantidad finita de pasos, $\mathcal{E}$ direcciona al label $L_{\bar{k}}$ quedando en un estado e' el cual solo puede diferir de e en los valores que le asigna a las variables que fueron a reemplazar a las variables auxiliares de M.

(iii) Si $(x_1,\alpha_1) \in D_p$ y $p(x_1,\alpha_1)=0$, entonces luego de una cantidad finita de pasos, $\mathcal{E}$ se detiene (i.e. intenta realizar la sig. a su última instrucción) quedando en un estado e' el cual solo puede diferir de e en los valores que le asigna a las variables que fueron a reemplazar a las variables auxiliares de M.

Combo 17

lunes, 8 de diciembre de 2025 15:21

Combo 17. Defina el concepto de funcion y desarrolle las tres Convenciones Notacionales asociadas a dicho concepto (Guia 1)

UNA FUNCIÓN ES UN CONJUNTO f DE PARES ORDENADOS EL CUAL CUMPLE LA SIGUIENTE PROPIEDAD:

- SI $(x,y)\in f$ Y $(x,z)\in f$, ENTONCES $y=z$

TAMBIÉN DEFINIMOS:

"DOMINIO DE f" $= D_f = \{x : (x,y)\in f$, PARA ALGÚN $y\}$

"IMAGEN DE f" $= I_f = \{y : (x,y)\in f$, PARA ALGÚN $x\}$

CONVENCIÓN NOTACIONAL 1

PARA CADA $x\in D_f$, UTILIZAMOS $f(x)$ PARA DENOTAR AL ÚNICO $y\in I_f$ TAL QUE $(x,y)\in f$. POR EJEMPLO, SI $D_f=\mathbb{N}$ Y $f=\{(x,x^2) : x\in\mathbb{N}\}$ SE TIENE QUE $f(x)=x^2$ PARA CADA $x\in\mathbb{N}$.

CONVENCIÓN NOTACIONAL 2

ESCRIBIREMOS $f: S\subseteq A\to B$ PARA DENOTAR QUE f ES UNA FUNCIÓN TAL QUE $D_f=S\subseteq A$ Y $I_f\subseteq B$. TAMBIÉN UTILIZAREMOS $f: A\to B$ PARA DENOTAR QUE f ES UNA FUNCIÓN TAL QUE $D_f=A$ Y $I_f\subseteq B$. EN ESTE CONTEXTO LLAMAREMOS A B EL "CONJUNTO DE LLEGADA DE f". NOTAR QUE CUALQUIER CONJUNTO B QUE CONTENGA A I_f PUEDE SER CONSIDERADO CONJUNTO DE LLEGADA DE f.

CONVENCIÓN NOTACIONAL 3

COMÚNMENTE PARA DEFINIR UNA FUNCIÓN f, LO HAREMOS DANDO SU DOMINIO Y UNA REGLA DE ASIGNACIÓN. ES DECIR, ESPECIFICANDO LA FORMA PRECISA

UNA REGLA DE ASIGNACIÓN. ES DECIR, ESPECIFICANDO DE FORMA PRECISA QUE CONJUNTO ES D_f Y QUIÉN ES $f(x)$ PARA CADA $x \in D_f$. ES CLARO QUE ESTO DETERMINA POR COMPLETO A LA FUNCIÓN f PUES SIEMPRE SE DA QUE $f = \{(x, f(x)) : x \in D_f\}$.

ALGUNOS EJEMPLOS PARA DEFINIR $f = \{(x, x^2) : x \in N\}$ SERÁN

- $D_f = N$ Y $f(x) = x^2$

- $f : N \to N$
  $x \to x^2$

  (A VECES TAMBIÉN DAREMOS UN CONJUNTO DE LLEGADA Y LA REGLA DE ASIGNACIÓN LA EXPRESAREMOS CON UNA FLECHA)

O POR EJEMPLO SI

$$f = \{(x, 2x) : x \in N \text{ ES IMPAR}\} \cup \{(x, x+1) : x \in N \text{ ES PAR}\}$$

ESCRIBIREMOS

$$f : N \to N$$

$$x \to \begin{cases} 2x, & \text{SI } x \text{ ES IMPAR} \\ x+1, & \text{SI } x \text{ ES PAR} \end{cases}$$