

Nombre y apellido: *TOMÁS ACHÚAR BERZERO*DNI: *45085146*Número de hojas entregadas:¹ *3**10 (diez)*

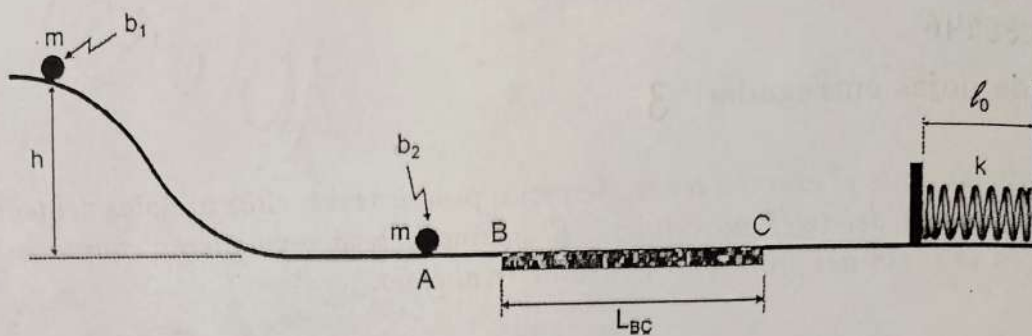
No se permite durante el examen tener ejercicios prácticos resueltos ni notas del teórico. Esta prohibido el uso del teléfono celular. El mismo deberá permanecer guardado y se deberá dejar en la mesa del profesor en caso de ir al baño.

Problema 1. En un partido de fútbol femenino, que se juega sobre piso de arena, una jugadora frente al arco, ve que éste está desguarnecido y pateo la pelota, con una velocidad inicial de módulo igual a 24 m/s formando un ángulo de 30° con la horizontal, intentando convertir el gol. Debido a que existe un fuerte viento la pelota experimenta, además de la aceleración de la gravedad, una aceleración horizontal de 2 m/s^2 en sentido opuesto a su dirección de movimiento. Sabiendo que el arco, de 2.44 m de altura, está ubicado a 45 m de donde parte la pelota, que en la arena, y al impactar con el piso, la pelota no se desplaza horizontalmente, que la aceleración de la gravedad es igual a 10 m/s^2 :

- Dibuje un esquema de la situación y el sistema de coordenadas elegido.
- Escriba los vectores aceleración, velocidad y posición de la pelota mientras la pelota está en vuelo.
- Calcule la altura máxima que alcanza la pelota.
- Determine si la jugadora logra convertir el gol. Realice todos los cálculos necesarios para justificar su respuesta.
- Si no hubiese existido la aceleración horizontal provocada por el viento, ¿la jugadora habría convertido el gol? Realice todos los cálculos necesarios para justificar su respuesta.
- En el esquema del item (a), grafique cualitativamente la trayectoria en el caso de que existe aceleración horizontal y dibuje los vectores velocidad y aceleración en dos puntos cualquiera de la misma.

Problema 2. Una bolita b_1 de masa m se encuentra en reposo en una loma, a una altura h , como se muestra en la figura. En un instante comienza a descender y choca con otra bolita idéntica, denotada b_2 , que se encuentra en reposo en el punto A. Considere que el choque es perfectamente elástico. La bolita b_2 atraviesa un tramo del camino delimitado por los puntos B y C donde se ve afectada por el rozamiento con el piso (coeficiente de rozamiento μ_d). En el extremo final de la pista se encuentra un resorte de constante elástica k y longitud natural ℓ_0 . La altura de la pista cumple la siguiente relación $h = 4\mu_d L_{BC}$:

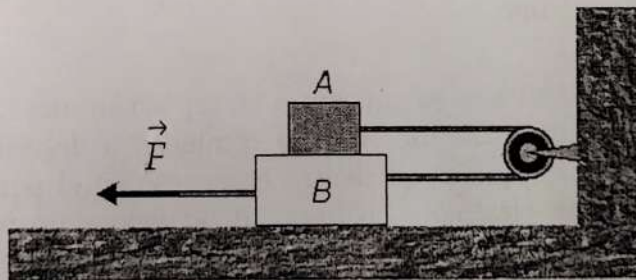
¹Usar hojas separadas por ejercicio. En cada hoja poner el número correspondiente.



- Calcule la velocidad $v_{2,B}$ de la bolita b_2 en el punto B . Describa que pasa con la bolita b_1 luego del choque.
- Calcule la longitud del resorte, ℓ , en su máxima compresión. Obtenga el trabajo hecho por el resorte durante su compresión e interprete el resultado.

Problema 3. En el sistema que se muestra en la figura a continuación, el bloque A pesa 40 N y el B pesa 80 N. El coeficiente de rozamiento dinámico entre superficies es $\mu_d = 0.25$ y el estático $\mu_e = 0.4$. Se solicita calcular la fuerza \vec{F} necesaria para arrastrar el bloque B hacia la izquierda con velocidad constante (despreciar el rozamiento en la polea) para lo cual:

- Realice el diagrama de cuerpo aislado para cada uno de los bloques teniendo en cuenta todas las fuerzas que actúan sobre los mismos.
- Calcular la fuerza \vec{F} suponiendo que sólo existe roce entre los bloques.
- Calcular la fuerza \vec{F} considerando para este caso adicionalmente la existencia de roce con el suelo.



Ejercicio 1:

$$|\vec{v}_0| = 24 \text{ m/s}$$

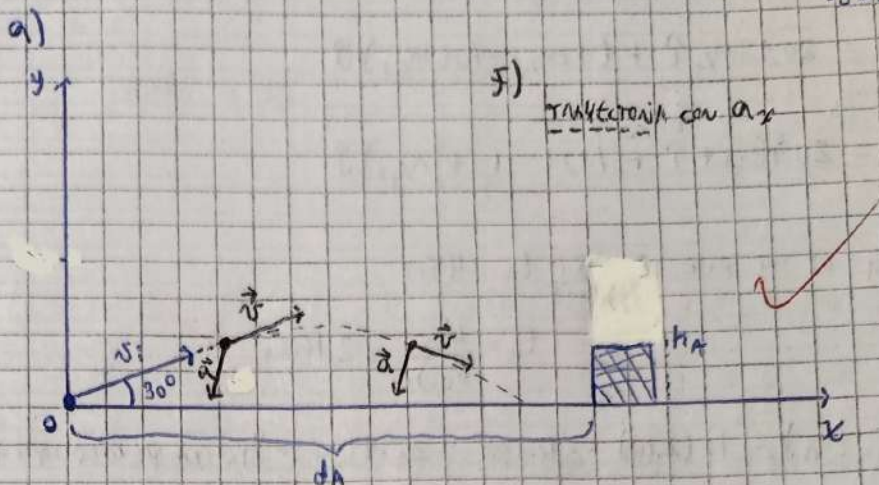
$$\theta = 30^\circ$$

$$|a_x| = 2 \text{ m/s}^2$$

$$h_A = 2.44 \text{ m}$$

$$d_A = 45 \text{ m}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



b) $\vec{a}(t) = -2 \text{ m/s}^2 \hat{i} - 10 \text{ m/s}^2 \hat{j}$

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= \vec{v}_0 + \int \vec{a}(t) dt = 24 \text{ m/s} \cos(\theta) \hat{i} + 24 \text{ m/s} \sin(\theta) \hat{j} - 2 \text{ m/s}^2 t \hat{i} - 10 \text{ m/s}^2 t \hat{j} \\ &= (24 \cos(\theta) - 2t) \hat{i} + (24 \sin(\theta) - 10t) \hat{j} \\ &= (20.78 \text{ m/s} - 2t) \hat{i} + (12 \text{ m/s} - 10t) \hat{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= (20.78 \text{ m/s} t - \frac{2}{2} t^2) \hat{i} + (12 \text{ m/s} t - \frac{10}{2} t^2) \hat{j} \\ &= (20.78 t - t^2) \hat{i} + (12 t - 5 t^2) \hat{j} \end{aligned}$$

c) ALTURA MÁXIMA. EL TIEMPO t_{\max} DE ALTURA MÁXIMA ES TAL QUE $v_y(t_{\max}) = 0$

$$12 \text{ m/s} - 10 t_{\max} \text{ m/s}^2 = 0 \Rightarrow t_{\max} = \frac{12}{10} \text{ s} = 1.2 \text{ s}$$

$$\therefore \text{LA ALTURA MÁXIMA ES } \Gamma_y(t_{\max}) = 12 \text{ m/s} (1.2 \text{ s}) - 5 (1.2 \text{ s})^2 \text{ m/s}^2 = 7.2 \text{ m}$$

d) DETERMINAR SI SE CONVIERTE EL GOL.

PARA ELLO, VERÉ SI LA ALTURA DE LA PLOTA TAN RECÓRRE DA ESTIMA A 0 Y MENOS A h_A .

EL TIEMPO QUE TARDAR EN LLEGAR AL ALGO ES t_A TAL QUE $\Gamma_x(t_A) = 45 \text{ m}$

$$\therefore 20.78 \text{ m/s} t_A - t_A^2 \text{ m/s}^2 = 45 \text{ m} \Rightarrow t_A^2 - 20.78 t_A + 45 = 0 \Rightarrow t_A = \frac{20.78 \pm \sqrt{(20.78)^2 - 4 \cdot 45}}{2}$$

$$\text{LUEGO } \Gamma_y(t_A) = 12 \text{ m/s} (2.455 \text{ s}) - 5 (2.455 \text{ s})^2 = -0.675 \text{ m} < 0$$

$$t_A = 2.455 \text{ s}$$

\therefore LA JUGADORA NO CONVIERTE EL GOL $\Gamma_y(t_A) < 0 \Rightarrow$ LA PLOTA CAE ANTES DE LOS 45 m.

e) Sup. no existe la aceleración por el viento. Entonces tenemos

$$\vec{a}(t) = -10 \text{ m/s}^2 \hat{j}$$

$$\vec{v}(t) = 20.78 \text{ m/s} \hat{i} + (12 \text{ m/s} - 10t \text{ m/s}^2) \hat{j}$$

$$\vec{r}(t) = 20.78 \frac{\text{m}}{\text{s}} t \hat{i} + (12t - \frac{10}{2} t^2 \text{ m/s}^2) \hat{j}$$

Así, t_A es tal que $20.78 \frac{\text{m}}{\text{s}} t_A = 45 \text{ m}$

$$t_A = \frac{45 \text{ m}}{20.78} = 2.165 \text{ s}$$

y $r_y(t_A) = 12(2.165) - 5(2.165)^2 = 2.544 \text{ m} > h_A$ la pelota pasaría por encima

del arco sin la aceleración horizontal.

EJERCICIO 2.

TOMÁS ACHAVAL BERZBERG
45085746 (2)

$$b_1 \rightarrow m_1 = m$$

$$b_2 \rightarrow m_2 = m_1 = m$$

$$\text{USARE } g = 10$$

$$M_A = M_B$$

$$K = K$$

$$l_0 = l_0$$

$$h = 4 M_A L_{BC}$$

a) calcular v_{2B} . Para ello, calculare' la velocidad adquirida por b_1 antes del choque.

SABEMOS QUE EN EL ESTADO INICIAL, $E_{b_1} = mgh = m \cdot 10 \cdot 4 M_A L_{BC}$ (PUES $K^i = 0$ Y $v_{b_1}^i = 0$)
 $= 40 M_A L_{BC}$

ANTES DEL IMPACTO, $E_{b_1}^f = \frac{1}{2} m |v_{b_1}|^2 = \frac{m}{2} v_{b_1}^2$ (PUES $U^f = 0$ Y $h^f = 0$)

COMO NO HAY ROTACION Y SÓLO ACTÚAN FUERZAS CONSERVATIVAS, $\Delta E = 0$

$$\therefore \frac{m}{2} v_{b_1}^2 = 40 M_A L_{BC} \Rightarrow v_{b_1}^2 = 80 M_A L_{BC}$$

$$\therefore v_{b_1} = \sqrt{80 M_A L_{BC}}$$

COMO EL CHOQUE DE b_1 Y b_2 ES PERFECTAMENTE ELÁSTICO Y TIENEN LA MISMA MASA, INTERCAMBIAN SU VELOCIDAD. ADEMAS, COMO NO HAY FRICCION PARA b_2 HASTA EL PUNTO B, MANTIENE SU VELOCIDAD DESDE EL CHOQUE. ASÍ,

$$v_{2B} = v_{2A} = v_{b_1} = \sqrt{80 M_A L_{BC}}$$

COMO INTERCAMBIARON VELOCIDAD, LA BOLITA b_1 SE PUEDE QUIETA EN EL LUGAR DEL CHOQUE.

b) calcular Δ DEL RESORTE EN SU MÁXIMA COMPRESIÓN.

PARA ELLO, VEMOS CON QUÉ ENERGÍA LLEGA b_2 AL RESORTE. ($E_{b_2}^R$)

SABEMOS QUE ENTRE EL CHOQUE Y LA LLEGADA AL RESORTE, $\Delta E = W_{NO-CONS} = W_{FRICCION}$, Y $|N| = mg = 10m$

$$\text{Y } W_{FRICCION} = -M_A |N| L_{BC} = -10 M_A L_{BC} \quad (F_{RD} \cdot \Delta x)$$

$$\therefore E_{b_2}^R = E_{b_2}^{CHOQUE} - 10 M_A L_{BC} = \frac{1}{2} m |v_{2B}|^2 - 10 M_A L_{BC} = \frac{m}{2} 80 M_A L_{BC} - 10 M_A L_{BC}$$

EN SU COMPRESIÓN MÁXIMA, $E_R^{\max} = \frac{1}{2} K \Delta x^2$ → TRABAJO DE LA MASA SOBRE EL RESORTE

$$= 30 M_A L_{BC}$$

COMO YA NO HAY FRICCION, $\Delta E = E_R^{\max} - E_{b_2}^R = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} K \Delta x^2 = 30 M_A L_{BC} \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{60 M_A L_{BC}}{K}} \quad \text{Y ASÍ } \Delta = l_0 - \Delta x = l_0 - \sqrt{\frac{60 M_A L_{BC}}{K}}$$

EL TRABAJO HECHO POR EL RESORTE ES $-\frac{1}{2} K \Delta x^2 = -30 M_A L_{BC}$ i.e. ABSORBIÓ TRABAJO

Ejercicio 3

$P_A = 40 \text{ N}$

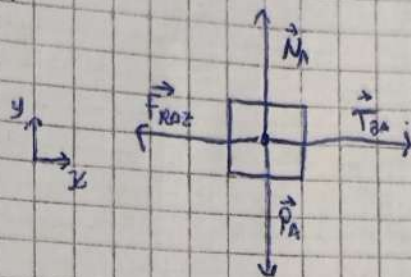
$P_B = 80 \text{ N}$

$\mu_s = 0.25$

$\mu_k = 0.4$

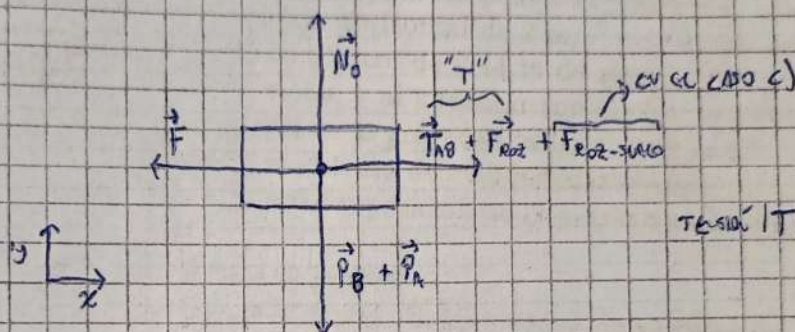
a) DIAGRAMAS DE CUERPO AISLADO

A:



Tensión $T = T_{BA} - F_{R02}$

B:



Tensión $T = T_{AB} + F_{R02}^{AB} + F_{R02}^{BA}$

b) Calcular \vec{F} para avanzar B hacia la izquierda con velocidad constante.

Si sólo hay rozamiento entre los bloques, $F_{R02} = \mu_s |N_A| = 0.25 \cdot 40 \text{ N} = 10 \text{ N}$
(y siempre con vel. cte.)

Vel. constante $\Rightarrow \sum \vec{F}_0 = 0 \Rightarrow \vec{F} + \vec{P}_A + \vec{N}_B + \vec{T}_{AB} + \vec{F}_{R02} = 0 \Rightarrow F - T_{AB} - F_{R02} = 0$

$\vec{F} = \vec{T}_{AB} + \vec{F}_{R02} \Rightarrow T_{AB} = F - F_{R02}$

$T_{AB} = F - 10 \text{ N}$

pero en A), $\vec{T}_{BA} = -\vec{F}_{R02}$ (vel. cte.)

y $T_{BA} = -T_{AB} \Rightarrow T_{AB} = 10 \text{ N}$

$\therefore \boxed{F = 20 \text{ N}}$ i.e. $\vec{F} = -20 \text{ N} \uparrow$

el componente de la tensión sin contar la fricción

$F_{R02}^{juicio} = \mu_k \frac{P_A + P_B}{2}$

c) Si además hay roce con el suelo, tenemos $F = T_{AB} + F_{R02}^{AB} + F_{R02}^{BS}$

$F = 20 \text{ N} + 0.25 (P_A + P_B) = 20 \text{ N} + 30 \text{ N} = \boxed{50 \text{ N}}$

i.e. $\vec{F} = -50 \text{ N} \uparrow$