COMBOS

Aqui daremos los *Combos de definiciones y convenciones notacionales* y los *Combos de teoremas* que se usaran en los examenes teoricos de las materias:

- Lenguajes Formales y Computabilidad
- Logica

Combos de definiciones y convenciones notacionales de la materia Lenguajes formales y computabilidad

Combo 1.

(1) Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-recursivo (no hace falta que defina "funcion Σ-recursiva")
(2) Defina $\langle s_1, s_2, ...\rangle$
(3) Defina "f es una funcion Σ-mixta"
(4) Defina "familia Σ-indexada de funciones"
(5) Defina $R(f, \mathcal{G})$ (haga el caso de valores numericos)

Combo 2. Defina:

(1) $d \overset{n}{\vdash} d'$ y $d \overset{*}{\vdash} d'$ (no hace falta que defina $\vdash$)
(2) $L(M)$
(3) "f es una funcion de tipo (n, m, s)"
(4) (x)
(5) $(x)_i$

Combo 3.

(1) Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-recursivamente enumerable (no hace falta que defina "funcion Σ-recursiva")
(2) Defina $s^{\leq}$
(3) Defina $*^{\leq}$
(4) Defina $\#^{\leq}$

Combo 4. Defina cuando una funcion $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ es llamada Σ-efectivamente computable y defina "el procedimiento $\mathbb{P}$ computa a la funcion f"

Combo 5. Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-efectivamente computable y defina: "el procedimiento efectivo $\mathbb{P}$ decide la pertenencia a S"

Combo 6. Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-efectivamente enumerable y defina: "el procedimiento efectivo $\mathbb{P}$ enumera a S"

Combo 7. Defina cuando una funcion $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ es llamada Σ-Turing computable y defina "la maquina de Turing M computa a la funcion f"

Combo 8. Defina:

(1) $M(P)$
(2) Lt
(3) Conjunto rectangular
(4) "S es un conjunto de tipo (n, m)"

Combo 9. Defina:

(1) "I es una instruccion de $\mathcal{S}^\Sigma$"
(2) "$\mathcal{P}$ es un programa de $\mathcal{S}^\Sigma$"
(3) $I_i^{\mathcal{P}}$
(4) $n(\mathcal{P})$
(5) Bas

Combo 10. Defina relativo al lenguaje $\mathcal{S}^\Sigma$:

(1) "estado"
(2) "descripcion instantanea"
(3) $S_{\mathcal{P}}$
(4) "estado obtenido luego de t pasos, partiendo del estado $(\vec{s}, \vec{\sigma})$"
(5) "$\mathcal{P}$ se detiene (luego de t pasos), partiendo desde el estado $(\vec{s}, \vec{\sigma})$"

Combo 11. Defina:

(1) $\Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,\#}$
(2) "f es Σ-computable"
(3) "$\mathcal{P}$ computa a f"
(4) $M^{\leq}(P)$

Combo 12. Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-computable, cuando es llamado Σ-enumerable y defina "el programa $\mathcal{P}$ enumera a S"

Combo 13. Defina:

(1) $i^{n,m}$
(2) $E_{\#}^{n,m}$
(3) $E_{*}^{n,m}$
(4) $E_{\#j}^{n,m}$
(5) $E_{*j}^{n,m}$
(6) $Halt^{n,m}$
(7) $T^{n,m}$
(8) $AutoHalt^{\Sigma}$
(9) Los conjuntos A y N

Combo 14. Explique en forma detallada la notacion lambda

Combo 15. Dada una funcion $f : D_f \subseteq \omega \times \Sigma^* \to \omega$, describa que tipo de objeto es y que propiedades debe tener el macro:

$$[\mathrm{V2} \leftarrow f(\mathrm{V1}, \mathrm{W1})]$$

Combo 16. Dado un predicado $P : D_f \subseteq \omega \times \Sigma^* \to \omega$, describa que tipo de objeto es y que propiedades debe tener el macro:

$$[\mathrm{IF}\ P(\mathrm{V1}, \mathrm{W1})\ \mathrm{GOTO}\ \mathrm{A1}]$$

Combo 17. Defina el concepto de funcion y desarrolle las tres Convenciones Notacionales asociadas a dicho concepto (Guia 1)

COMBO 7

1) DEFINA CUANDO UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-RECURSIVO. (NO HACE FALTA DEFINIR "FUNCIÓN Σ-RECURSIVA")

UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-RECURSIVO CUANDO LA FUNCIÓN $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$ SEA Σ-RECURSIVA.

2) DEFINA $\langle s_1, s_2, \ldots \rangle$

UTILIZAMOS $\langle s_1, s_2, \ldots \rangle$ PARA DENOTAR AL NÚMERO $x = \prod_{i=1}^{\infty} pr(i)^{s_i}$ DONDE $pr(i)$ ES EL i-ÉSIMO NÚMERO PRIMO.

3) DEFINA "f ES UNA FUNCIÓN Σ-MIXTA"

SEA Σ UN ALFABETO FINITO. DADA UNA FUNCIÓN f, DIREMOS QUE f ES UNA FUNCIÓN Σ-MIXTA SI $\exists m, n \in \omega$ TQ $D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ Y $I_f \subseteq \omega$ Ó $I_f \subseteq \Sigma^*$

4) DEFINA "FAMILIA Σ-INDEXADA DE FUNCIONES".

DADO UN ALFABETO Σ, UNA FAMILIA Σ-INDEXADA DE FUNCIONES ES UNA FUNCIÓN $\mathcal{G}$ TAL QUE $D_{\mathcal{G}} = \Sigma$ Y PARA CADA $a \in D_{\mathcal{G}}$, $\mathcal{G}(a)$ ES UNA FUNCIÓN.

5) DEFINA $R(f, \mathcal{G})$ PARA EL CASO DE VALORES NUMÉRICOS.

SEA $f: S_1 \times \ldots \times S_n \times L_1 \times \ldots \times L_m \rightarrow \omega$ CON $S_i \subseteq \omega$ Y $L_i \subseteq \Sigma^*$ $\forall i$ CONJUNTOS NO VACÍOS Y SEA $\mathcal{G}$ UNA FAMILIA Σ-INDEXADA DE FUNCIONES TAL QUE

$$\mathcal{G}_a : \omega \times S_1 \times \ldots \times S_n \times L_1 \times \ldots \times L_m \times \Sigma^* \rightarrow \omega$$

$$g_a : \omega \times S_1 \times \ldots \times S_n \times L_1 \times \ldots \times L_m \times \Sigma^* \to \omega$$

para cada $a \in \Sigma$.

Definimos

$$R(f,g) : S_1 \times \ldots \times S_n \times L_1 \times \ldots \times L_m \times \Sigma^* \to \omega$$

de la siguiente manera:

1) $R(f,g)(\vec{x},\vec{\alpha},\varepsilon) = f(\vec{x},\vec{\alpha})$

2) $R(f,g)(\vec{x},\vec{\alpha},\alpha a) = g_a(R(f,g)(\vec{x},\vec{\alpha},\alpha),\vec{x},\vec{\alpha},\alpha)$

COMBO 2

1) Defina $d \overset{n}{\vdash} d'$ y $d \overset{*}{\vdash} d'$ (no hace falta definir $\vdash$)

Para $d, d' \in Des$ y $n \in \omega$, decimos $d \overset{n}{\vdash} d'$ si: $\exists\, d_1, \ldots, d_{n+1} \in Des$ tq

1) $d = d_1$

2) $d' = d_{n+1}$

3) $d_i \vdash d_{i+1} \quad \forall i = 1, \ldots, n$

Con ello, definimos para $d, d' \in Des$:

$$d \overset{*}{\vdash} d' \Leftrightarrow \exists n \in \omega \text{ tq } d \overset{n}{\vdash} d'$$

2) Defina $L(M)$.

Dada una máquina de Turing $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ diremos que una palabra $\alpha \in \Sigma^*$ es <u>aceptada</u> por M por alcance de estado final si

$$\lfloor q_0 B \alpha \rfloor \overset{*}{\vdash} d, \text{ con } d \text{ tq } St(d) \in F$$

Luego el lenguaje aceptado por M por alcance de estado final se define como:

$$L(M) = \{\alpha \in \Sigma^* : \alpha \text{ es } \underline{\text{aceptada}} \text{ por } M \text{ por alcance de estado final}\}$$

3) Defina "f es una función de tipo (n,m,s)"

Dada una función Σ-mixta f, decimos que

Dada una función Σ-mixta f, decimos que f es una función de tipo (n, m, s) si $n, m \in \omega$ son tales que $D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ y $s = \#$ $\in I_f \subseteq \omega$ ó $s = *$ $\in I_f \subseteq \Sigma^*$.

4) Defina $\langle x \rangle$

Dado $x \in \mathbf{N}$, $\langle x \rangle$ denota la única infinitupla $(s_1, s_2, \ldots) \in \omega^{[\mathbf{N}]}$ tq $x = \prod_{i=1}^{\infty} pr(i)^{s_i}$

donde $pr(i)$ es el i-ésimo numero primo.

5) Defina $(x)_i$

Dado $x, i \in \mathbf{N}$, $(x)_i$ denota al exponente de $pr(i)$ en la unica posible factorización de x como producto de primos.

COMBO 3

1) Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-recursivamente enumerable. (No hace falta definir "función Σ-recursiva")

Un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$, $n, m \in \omega$ es llamado Σ-recursivamente enumerable sii es vacío ó hay una función $F: \omega \to \omega^n \times \Sigma^{*m}$ tq $I_F = S$ y $F_{(i)}$ es Σ-recursiva para cada $i \in \{1, \ldots, n+m\}$

2) Defina $s^{\leq}$.

Sea $\leq$ un orden total sobre un alfabeto novacío Σ.
Supongamos que $\Sigma = \{a_1, \ldots, a_n\}$ con $a_1 < a_2 < \ldots < a_n$.

Definimos $s^{\leq}: \Sigma^* \to \Sigma^*$ de la siguiente manera

1) $s^{\leq}((a_n)^m) = (a_1)^{m+1}$ para cada $m \geq 0$

2) $s^{\leq}(\alpha a_i (a_n)^m) = \alpha a_{i+1} (a_n)^m$ para cada $\alpha \in \Sigma^*$, $1 \leq i < n$ y $m \geq 0$

3) DEFINA $*^{\leq}$.

SEA $\leq$ UN ORDEN TOTAL SOBRE UN ALFABETO NO VACÍO Σ.

DEFINIMOS $*^{\leq} : \omega \to \Sigma^*$ DE LA SIGUIENTE MANERA

1) $*^{\leq}(0) = \varepsilon$

2) $*^{\leq}(i+1) = s^{\leq}(*^{\leq}(i))$ PARA CADA $i \in \omega$.

4) DEFINA $\#^{\leq}$.

SEA $\leq$ UN ORDEN TOTAL SOBRE UN ALFABETO NO VACÍO Σ.

SUPONGAMOS QUE $\Sigma = \{a_1, \ldots, a_n\}$ CON $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$

DEFINIMOS $\#^{\leq} : \Sigma^* \to \omega$ DE LA SIGUIENTE MANERA:

1) $\#^{\leq}(\varepsilon) = 0$

2) $\#^{\leq}(a_{i_k} a_{i_{k-1}} \ldots a_{i_0}) = i_k n^k + \ldots + i_0 n^0$

PARA $k \in \omega$ E $i_j \in \{1, \ldots, n\}$.

COMBO 4

1) DEFINA CUANDO UNA FUNCIÓN $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ ES LLAMADA Σ-EFECTIVAMENTE COMPUTABLE Y DEFINA "EL PROCEDIMIENTO $\mathbb{P}$ COMPUTA A LA FUNCIÓN f".

UNA FUNCIÓN $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ ES LLAMADA Σ-EFECTIVAMENTE COMPUTABLE CUANDO EXISTE UN PROCEDIMIENTO EFECTIVO $\mathbb{P}$ QUE LA COMPUTA, ES DECIR QUE $\mathbb{P}$ DEBE CUMPLIR:

1) EL CONJUNTO DE DATOS DE ENTRADA DE $\mathbb{P}$ ES $\omega^n \times \Sigma^{*m}$

2) EL CONJUNTO DE DATOS DE SALIDA DE $\mathbb{P}$ ESTÁ CONTENIDO EN ω.

3) SI $(\vec{x}, \vec{\alpha}) \in D_f$, $\mathbb{P}$ SE DETIENE PARTIENDO DE $(\vec{x}, \vec{\alpha})$ DANDO COMO DATO DE SALIDA $f(\vec{x}, \vec{\alpha})$

4) SI $(\vec{x}, \vec{\alpha}) \in (\omega^n \times \Sigma^{*m}) - D_f$, $\mathbb{P}$ NO SE DETIENE PARTIENDO DE $(\vec{x}, \vec{\alpha})$

COMBO 5

1) DEFINA CUANDO UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-EFECTIVAMENTE COMPUTABLE Y DEFINA "EL PROCEDIMIENTO EFECTIVO $\mathbb{P}$ DECIDE LA PERTENENCIA A S".

UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-EFECTIVAMENTE COMPUTABLE CUANDO SU FUNCIÓN CARACTERÍSTICA $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$ ES Σ-EFECTIVAMENTE COMPUTABLE. ES DECIR, CUANDO EXISTE UN PROCEDIMIENTO EFECTIVO $\mathbb{P}$ QUE DECIDE LA PERTENENCIA A S DE LA SIGUIENTE FORMA:

1) EL CONJUNTO DE DATOS DE ENTRADA DE $\mathbb{P}$ ES $\omega^n \times \Sigma^{*m}$, $\mathbb{P}$ SIEMPRE TERMINA Y DA COMO SALIDA UN ELEMENTO DE $\{0,1\}$

2) DADO UN DATO DE ENTRADA $(\vec{x},\vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m}$, $\mathbb{P}$ DA COMO DATO DE SALIDA EL NUMERO 1 SI $(\vec{x},\vec{\alpha}) \in S$ Y 0 SI $(\vec{x},\vec{\alpha}) \notin S$.

COMBO 6:

1) DEFINA CUANDO UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-EFECTIVAMENTE ENUMERABLE Y DEFINA: "EL PROCEDIMIENTO EFECTIVO $\mathbb{P}$ ENUMERA A S".

UN CONJUNTO $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ ES LLAMADO Σ-EFECTIVAMENTE ENUMERABLE CUANDO ES VACÍO O EXISTE UNA FUNCIÓN $F: \omega \to \omega^n \times \Sigma^{*m}$ TAL QUE $I_F = S$ Y $F_{(i)}$ ES Σ-EFECTIVAMENTE COMPUTABLE PARA CADA $i \in \{1,\dots,n+m\}$

DECIMOS QUE "EL PROCEDIMIENTO EFECTIVO $\mathbb{P}$ ENUMERA A S" CUANDO $\mathbb{P}$ CUMPLE:

1) EL CONJUNTO DE DATOS DE ENTRADA DE $\mathbb{P}$ ES ω.

2) $\mathbb{P}$ SE DETIENE PARTIENDO DE CADA $x \in \omega$.

3) EL CONJUNTO DE DATOS DE SALIDA DE $\mathbb{P}$ ES IGUAL A S. (ES DECIR, TODO DATO QUE DEVUELVE PERTENECE A S Y $\forall (\vec{x},\vec{\alpha}) \in S, \exists x \in \omega$ TQ $\mathbb{P}$ SE DETIENE PARTIENDO DE x Y DEVUELVE $(\vec{x},\vec{\alpha})$.

COMBO 7

1) DEFINA CUANDO UNA FUNCIÓN $f: D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ ES LLAMADA Σ-TURING COMPUTABLE Y DEFINA "LA MAQUINA DE TURING M COMPUTA A LA FUNCIÓN f".

Σ-TURING COMPUTABLE Y DEFINA "LA MÁQUINA DE TURING M COMPUTA A LA FUNCIÓN f".

UNA FUNCIÓN $f: D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ ES LLAMADA Σ-TURING COMPUTABLE CUANDO EXISTE UNA MÁQUINA DE TURING CON UNIT $M=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,B,1,F)$ TAL QUE

1) SI $(\vec{x},\vec{\alpha}) \in D_f$, ENTONCES HAY UN $p \in Q$ TQ

$$\lfloor q_0 B 1^{x_1} B \dots B 1^{x_n} B \alpha_1 B \dots B \alpha_m \rfloor \vdash^* \lfloor p B 1^{f(\vec{x},\vec{\alpha})} \rfloor$$

Y $\lfloor p B 1^{f(\vec{x},\vec{\alpha})} \rfloor \not\vdash d$ PARA CADA $d \in Des$

2) SI $(\vec{x},\vec{\alpha}) \in (\omega^n \times \Sigma^{*m}) - D_f$, ENTONCES M NO SE DETIENE PARTIENDO DE $\lfloor q_0 B 1^{x_1} B \dots B 1^{x_n} B \alpha_1 B \dots B \alpha_m \rfloor$

CUANDO UNA MÁQUINA DE TURING CON UNIT M CUMPLE (1) Y (2), DECIMOS QUE M COMPUTA A LA FUNCIÓN f.

COMBO 8

1) DEFINA $M(P)$

SEA Σ UN ALFABETO FINITO Y $P: D_P \subseteq \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ UN PREDICADO. DEFINIMOS

$$M(P) = \lambda_{\vec{x}\vec{\alpha}} [\min_t P(t,\vec{x},\vec{\alpha})]$$

DONDE PARA CADA $(\vec{x},\vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m}$, $\min_t P(t,\vec{x},\vec{\alpha})$ DENOTA AL MÍNIMO VALOR DE $t \in \omega$ PARA EL QUE $P(t,\vec{x},\vec{\alpha})=1$, SI EXISTE.

2) DEFINA Lt

$Lt: N \to \omega$

$$x \to \begin{cases} 0 & \text{si } x=1 \\ \max_i (x)_i \neq 0 & \text{si } x \neq 1 \end{cases}$$

3) DEFINA CONJUNTO RECTANGULAR

Sea Σ un alfabeto finito. Un conjunto Σ-mixto S es llamado rectangular cuando es de la forma $S_1 \times \dots \times S_n \times L_1 \times \dots \times L_m$ con cada $S_i \subseteq \omega$ y cada $L_i \subseteq \Sigma^*$.

4) Defina "S es un conjunto de tipo (n,m)"

Decimos que S es un conjunto de tipo (n,m) cuando $n,m \in \omega$ son tales que $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$

COMBO 9

1) Defina "I es una instrucción de S^Σ".

Decimos que una palabra I es una instrucción de S^Σ cuando es una instrucción básica de S^Σ o es de la forma $L\bar{n}J$ con $n \in \mathbf{N}$ y J una instrucción básica de S^Σ.

2) Defina $\mathcal{P}$ es un programa de S^Σ

Decimos que una palabra $\mathcal{P}$ es un programa de S^Σ cuando es de la forma

$$I_1 I_2 \dots I_n$$

donde $n \geq 1$, $I_1, I_2, \dots, I_n \in \mathrm{Ins}^\Sigma$ y además para cada $i \in \{1,\dots,n\}$, si $\mathrm{GOTO}L\bar{m}$ es un tramo final de I_i, $\exists j \in \{1,\dots,n\}$ tq I_j tiene label $L\bar{m}$.

3) Defina $I_i^{\mathcal{P}}$

Dado un programa $\mathcal{P} \in \mathrm{Pro}^\Sigma$ de la forma $I_1 I_2 \dots I_n$ y un valor $i \in \omega$,

$$I_i^{\mathcal{P}} = \begin{cases} \varepsilon & \text{si } i=0 \text{ ó } i > n(\mathcal{P}) \\ I_i & \text{si } 1 \leq i \leq n(\mathcal{P}) \end{cases}$$

4) Defina $n(\mathcal{P})$

Dado un programa $\mathcal{P} \in \mathrm{Pro}^\Sigma$, $n(\mathcal{P})$ es el único valor de $n \in \mathbf{N}$ tq $\mathcal{P}$

Dado un programa $\mathcal{P} \in \mathrm{Pro}^{\Sigma}$, $n(\mathcal{P})$ es el único valor de $n \in \mathbb{N}$ tq $\mathcal{P}$ es de la forma $I_1 I_2 \ldots I_n$ con cada $I_i \in \mathrm{Ins}^{\Sigma}$.

5) Defina Bas

$$Bas : \mathrm{Ins}^{\Sigma} \to (\Sigma \cup \Sigma_p)^*$$

$$I \to \begin{cases} J & \text{si } I \text{ es de la forma } L\bar{M}J \text{ con } M \in \mathbb{N} \text{ y } J \text{ una instrucción básica de } S^{\Sigma}. \\ I & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Combo 10

Defina relativo al lenguaje S^{Σ}

1) Estado

Un estado de S^{Σ} es un par $(\vec{s}, \vec{\sigma}) = ((s_1, s_2, \ldots), (\sigma_1, \sigma_2, \ldots)) \in \omega^{[\mathbb{N}]} \times \Sigma^{*[\mathbb{N}]}$

2) Descripción instantánea.

Una descripción instantánea de S^{Σ} es una terna $(i, \vec{s}, \vec{\sigma})$ tq $(\vec{s}, \vec{\sigma})$ es un estado e $i \in \omega$.

3) $S_{\mathcal{P}}$

$$S_{\mathcal{P}} : \omega \times \omega^{[\mathbb{N}]} \times \Sigma^{*[\mathbb{N}]} \to \omega \times \omega^{[\mathbb{N}]} \times \Sigma^{*[\mathbb{N}]}$$

$(i, \vec{s}, \vec{\sigma}) \to$ descripción instantánea que resulta luego de realizar $I_i^{\mathcal{P}}$ estando en el estado $(\vec{s}, \vec{\sigma})$

4) "Estado obtenido luego de t pasos, partiendo del estado $(\vec{s}, \vec{\sigma})$"

Decimos que $(\vec{u}, \vec{\eta})$ es el estado obtenido luego de t pasos partiendo del estado $(\vec{s}, \vec{\sigma})$ para un programa $\mathcal{P}$ cuando:

$$\underbrace{S_{\mathcal{P}}(\ldots S_{\mathcal{P}}(S_{\mathcal{P}}}_{t \text{ veces}}(1, \vec{s}, \vec{\sigma}) \ldots) = (j, \vec{u}, \vec{\eta})$$

Para algún $j \in \mathbb{N}$

$S_p(\dots S_p(S_p(1,\vec{s},\vec{\sigma}))\dots) = (j, \vec{u}, \vec{\eta})$

PARA ALGÚN $j \in \mathbf{N}$.

5) "P SE DETIENE (LUEGO DE t PASOS) PARTIENDO DEL ESTADO $\vec{s}, \vec{\sigma}$"

DECIMOS QUE UN PROGRAMA P SE DETIENE LUEGO DE t PASOS PARTIENDO DE $(\vec{s}, \vec{\sigma})$ CUANDO LA PRIMERA COORDENADA DE

$$\overbrace{S_p(\dots S_p(S_p}^{t \text{ VECES}}(1,\vec{s},\vec{\sigma}))\dots)$$

ES IGUAL A $n(P)+1$

COMBO 11

1) DEFINA $\Psi_P^{n,m,\#}$

PARA $P \in Pro^\Sigma$ Y $n,m \geq 0$, DEFINIMOS

$D_{\Psi_P^{n,m,\#}} = \{(\vec{x},\vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m} : P$ TERMINA PARTIENDO DEL ESTADO $\|x_1,\dots,x_n,\alpha_1,\dots,\alpha_m\|\}$

$\Psi_P^{n,m,\#}(\vec{x},\vec{\alpha})$ = VALOR DE $N1$ EN EL ESTADO OBTENIDO CUANDO P TERMINA, PARTIENDO DE $\|x_1,\dots,x_n,\alpha_1,\dots,\alpha_m\|$.

2) DEFINA "f ES Σ-COMPUTABLE"

UNA FUNCIÓN $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to O$, $O \in \{\omega, \Sigma^*\}$ ES Σ COMPUTABLE CUANDO EXISTE UN PROGRAMA $P \in Pro^\Sigma$ QUE

- $O = \omega$ Y $f = \Psi_P^{n,m,\#}$

Ó

- $O = \Sigma^*$ Y $f = \Psi_P^{n,m,*}$

3) DEFINA "P COMPUTA A f".

UN PROGRAMA P COMPUTA A UNA FUNCIÓN $f : D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to O$, $O \in \{\omega, \Sigma^*\}$ CUANDO

- $O = \omega$ Y $\Psi_P^{n,m,\#} = f$

cuando

- $O = \omega$ y $\Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,\#} = f$

ó

- $O = \Sigma^*$ y $\Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,*} = f$

4) Defina $M^{\leq}(P)$

Dado un orden total $\leq$ sobre un alfabeto no vacío Σ, definimos para un predicado $P : D_P \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \Sigma^* \to \omega$:

$$M^{\leq}(P) = \lambda_{\vec{x},\vec{\alpha}}[\min_{\alpha}^{\leq} P(\vec{x},\vec{\alpha},\alpha)]$$

Donde para cada par $(\vec{x},\vec{\alpha}) \in \omega^n \times \Sigma^{*m}$, la expresión $\min_{\alpha}^{\leq} P(\vec{x},\vec{\alpha},\alpha)$ denota al menor $\alpha \in \Sigma^*$ (según la extensión natural de $\leq$ a Σ^*) tal que $P(\vec{x},\vec{\alpha},\alpha)=1$ cuando existe tal α, y no está definida en otro caso.

COMBO 12

1) Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-computable, cuando es llamado Σ-enumerable y defina "el programa $\mathcal{P}$ enumera a S"

Un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado:

- Σ-computable cuando $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$ es Σ-computable.

- Σ-enumerable cuando es vacío o existe una función

$F : \omega \to \omega^n \times \Sigma^{*m}$ tq $I_F = S$ y cada $F_{(i)}$ es Σ-computable para $i \in \{1, \ldots, n+m\}$

Decimos que un programa $\mathcal{P}$ enumera a S cuando:

1) Para cada $x \in \omega$, $\mathcal{P}$ se detiene partiendo desde el estado $\|x\|$ y llega a un estado de la forma $((x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots),(\alpha_1, \ldots, \alpha_m, \beta_1, \ldots))$ donde $(x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m) \in S$.

Y LLEGA A UN ESTADO DE LA FORMA $((x_1,\dots,x_n,y_1,\dots),(\alpha_1,\dots,\alpha_m,\beta_1,\dots))$
DONDE $(x_1,\dots,x_n,\alpha_1,\dots,\alpha_m) \in S$.

2) PARA CADA $(x_1,\dots,x_n,\alpha_1,\dots,\alpha_m) \in S$ HAY UN $x \in \omega$ TAL $\mathcal{P}$ SE DETIENE PARTIENDO DEL ESTADO $\|x\|$ Y LLEGA A UN ESTADO DE LA FORMA $((x_1,\dots,x_n,y_1,\dots),(\alpha_1,\dots,\alpha_m,\beta_1,\dots))$.

COMBO 13

1 AL 5) DEFINA $i^{n,m}$, $E_{\#}^{n,m}$, $E_{*}^{n,m}$, $E_{\#j}^{n,m}$, $E_{*j}^{n,m}$

DADOS $n,m \in \omega$, DEFINIMOS:

$$i^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^{\Sigma} \to \omega$$

$$E_{\#}^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^{\Sigma} \to \omega^{[N]}$$

$$E_{*}^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^{\Sigma} \to \Sigma^{*[N]}$$

$$\left(i^{n,m}(0,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{\#}^{n,m}(0,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{*}^{n,m}(0,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P})\right) = (1,(x_1,\dots,x_n,\dots),(\alpha_1,\dots,\alpha_m,\dots))$$

$$\left(i^{n,m}(t+1,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{\#}^{n,m}(t+1,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{*}^{n,m}(t+1,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P})\right) = S_{\mathcal{P}}\left(i^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{\#}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}), E_{*}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P})\right)$$

LUEGO $E_{\#j}^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^{\Sigma} \to \omega$

$E_{*j}^{n,m}: \omega \times \omega^n \times \Sigma^{*m} \times \mathrm{Pro}^{\Sigma} \to \Sigma^{*}$

$E_{\#j}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) =$ j-ÉSIMA COORDENADA DE $E_{\#}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P})$

$E_{*j}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) =$ j-ÉSIMA COORDENADA DE $E_{*}^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P})$

6) DEFINA $\mathrm{HALT}^{n,m}$

DADOS $n,m \in \omega$,

$$\mathrm{HALT}^{n,m} = \lambda_{t\vec{x}\vec{\alpha}\mathcal{P}}\left[i^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},\mathcal{P}) = n(\mathcal{P})+1\right]$$

7) DEFINA $T^{n,m}$

$$T^{n,m} = \lambda_{\vec{x},\vec{\alpha},P}\left[MN_t \; Halt^{n,m}(t,\vec{x},\vec{\alpha},P)\right] = M(Halt^{n,m})$$

8) DEFINA $AutoHalt^{\Sigma}$.

Supongamos $\Sigma_p \subseteq \Sigma$, entonces

$$AutoHalt^{\Sigma} = \lambda_P\left[(\exists t \in \omega) \; Halt^{0,1}(t,P,P)\right]$$

9) Defina los conjuntos A y N

Supongamos $\Sigma_p \subseteq \Sigma$. Definimos:

$$A = \{P \in Pro^{\Sigma} : AutoHalt^{\Sigma}(P) = 1\}$$

$$N = \{P \in Pro^{\Sigma} : AutoHalt^{\Sigma}(P) = 0\}$$

COMBO 14

1) Explique en forma detallada la notación lambda.

Sea Σ un alfabeto finito. La notación lambda es una herramienta que nos permite convertir ciertas expresiones en funciones. Para ello, una expresión E debe cumplir:

1) Sólo involucra variables numéricas que se valuarán en números de ω y alfabéticas que se valuarán en palabras de Σ^*. Las numéricas deben ser $x, y, z, n, x_1, y_1, \ldots$ y las alfabéticas deben ser $\alpha, \beta, \gamma, \alpha_1, \beta_1, \ldots$

2) Los valores que asume E cuando hayan sido asignados valores de ω a sus variables numéricas y valores de Σ^* a sus variables alfabéticas de manera que E esté definida para esos valores, deberán ser siempre elementos de ω ó siempre elementos de Σ^*

Cuando una expresión E cumple las características 1) y 2), decimos que E es lambdificable con respecto a Σ. Luego para una expresión lambdificable E:

Sea $x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m$ una lista de variables distintas tq las variables numéricas de E están contenidas en $x_1, \ldots, x_n$ y las alfabéticas en $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$. Entonces la notación

$$\lambda_{x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m}[E]$$

denota la función

$$D_{\lambda_{x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m}[E]} = \{(y_1, \ldots, y_n, \beta_1, \ldots, \beta_m) \in \omega^n \times \Sigma^{*m} : E \text{ está definida cuando le asignamos a cada } x_i \text{ el valor } y_i \text{ y a cada } \alpha_i \text{ el valor } \beta_i\}$$

$\lambda_{x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_m}[E](y_1, \ldots, y_n, \beta_1, \ldots, \beta_m)$ = valor que asume o representa E cuando le asignamos a cada x_i el valor y_i y a cada α_i el valor β_i

<u>Combo 15</u>

1) Dada una función $f: D_f \subseteq \omega \times \Sigma^* \to \omega$, describa que tipo de objeto es y que propiedades tiene el macro $[V2 \leftarrow f(V1, W1)]$

Dada una función $f: D_f \subseteq \omega \times \Sigma^* \to \omega$ Σ-computable, el macro:

$$[V2 \leftarrow f(V1, W1)]$$

es una <u>palabra</u> que denota a un macro de S^{Σ} M el cual debe cumplir las siguientes propiedades:

1) Las variables oficiales de M son $V1, V2$ y $W1$
2) M no tiene labels oficiales.
3) Si reemplazamos en M:
   - $V1, V2$ y $W1$ por variables concretas $N\bar{k_1}, N\bar{k_2}$ y $P\bar{j_1}$ elegidas libremente
   - las variables auxiliares de M por variables concretas (distintas de a dos) y no pertenecientes a la lista $N\bar{k_1}, N\bar{k_2}, P\bar{j_1}$

• LOS LABELS AUXILIARES DE M POR LABELS CONCRETOS (DISTINTOS DE A OO)

ENTONCES OBTENEMOS UNA PALABRA QUE ES UN PROGRAMA $\mathcal{E}$ DE S^{Σ} DENOTADO POR

$$[N\bar{K_2} \leftarrow f(N\bar{K_1}, P\bar{j_1})]$$

EL CUAL DEBE TENER LA SIGUIENTE PROPIEDAD:

• SI HACEMOS CORRER $\mathcal{E}$ PARTIENDO DE UN ESTADO e QUE LE ASIGNE A LAS VARIABLES $N\bar{K_1}, P\bar{j_1}$ VALORES x_1, α_1, ENTONCES INDEPENDIENTEMENTE DE QUÉ VALORES LE ASIGNE e AL RESTO DE LAS VARIABLES, SE DARÁ QUE:

i) SI $(x_1, \alpha_1) \notin D_f$, ENTONCES $\mathcal{E}$ NO SE DETIENE.

ii) SI $(x_1, \alpha_1) \in D_f$, ENTONCES $\mathcal{E}$ SE DETIENE Y LLEGA A UN ESTADO e' QUE CUMPLE:

- e' LE ASIGNA A $N\bar{K_2}$ EL VALOR $f(x_1, \alpha_1)$
- e' SÓLO PUEDE DIFERIR DE e EN LOS VALORES QUE LE ASIGNA A $N\bar{K_2}$ O EN LAS VARIABLES QUE FUERON A REEMPLAZAR LAS VARIABLES AUXILIARES DE M.

COMBO 16

1) DADO UN PREDICADO $P: D_P \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$, DESCRIBA QUÉ TIPO DE OBJETO ES Y QUÉ REPRESENTA EL MACRO [IF P(V1, W1) GOTO A1].

SEA Σ UN ALFABETO FINITO Y $P: D_P \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \omega$ UN PREDICADO Σ-COMPUTABLE. ENTONCES

$$[\text{IF } P(V1, W1) \text{ GOTO } A1]$$

ES UNA PALABRA QUE DENOTA A UN MACRO DE S^{Σ} M EL CUAL CUMPLE LAS SIGUIENTES PROPIEDADES

- V1, W1 SON LAS VARIABLES OFICIALES DE M
- A1 ES EL ÚNICO LABEL OFICIAL DE M
- SI REEMPLAZAMOS:

• V_1, W_1 por variables concretas $N\bar{K_1}$, $P\bar{J_1}$ elegidas libremente

• A1 por un label concreto $L\bar{m}$, elegido libremente ($m \in N$)

• Las variables auxiliares de M por variables concretas que no estén en la lista $N\bar{K_1}, P\bar{J_1}$

• Los labels auxiliares de M por labels concretos (distintos de A2) y distintos de $L\bar{m}$

Entonces obtenemos un "programa" P de S^{Σ} que <u>no cumple</u> la regla de los GOTO para el label $L\bar{m}$ que denotamos con

[IF $P(N\bar{K_1}, P\bar{J_1})$ GOTO $L\bar{m}$]

el cual partiendo de un estado e el cual le asigna a las variables $N\bar{K_1}$ y $P\bar{J_1}$ los valores x_1 y α_1, independientemente de los valores que le asigne e al resto de las variables, debe cumplir:

• Si $(x_1, \alpha_1) \notin D_P$, entonces P no se detiene.

• Si $(x_1, \alpha_1) \in D_P$ y $P(x_1, \alpha_1) = 1$, entonces luego de una cantidad finita de pasos, P direcciona al label $L\bar{m}$ quedando en un estado e' que sólo puede diferir de e en los valores que le asigna a las variables que fueron a reemplazar a las variables auxiliares de M.

• Si $(x_1, \alpha_1) \in D_P$ y $P(x_1, \alpha_1) = 0$, entonces luego de una cantidad finita de pasos, P se detiene (intenta realizar la siguiente a su última instrucción) quedando en un estado e' que sólo puede diferir de e en los valores que le asigna a las variables que fueron a reemplazar a las variables auxiliares de M.

<u>COMBO 17</u>

1) Defina el concepto de función y desarrolle las tres convenciones notacionales asociadas a dicho concepto (Guía 1)

Una función es un conjunto f de pares ordenados con la siguiente propiedad:

• Si $(x, y) \in f$ y $(x, z) \in f$, entonces $y = z$.

Junto a ella definimos

• SI $(x,y)\in f$ y $(x,z)\in f$, ENTONCES $y=z$.

JUNTO A ELLA, DEFINIMOS

$$D_f = \text{"DOMINIO DE } f\text{"} = \{x : (x,y)\in f \text{ PARA ALGÚN } y\}$$

$$I_f = \text{"IMAGEN DE } f\text{"} = \{y : (x,y)\in f \text{ PARA ALGÚN } x\}$$

Y LAS SIGUIENTES CONVENCIONES NOTACIONALES:

1) DADO $x\in D_f$, $f(x)$ DENOTA AL ÚNICO $y\in I_f$ TQ $(x,y)\in f$.

2) ESCRIBIREMOS $f: S\subseteq A\to B$ PARA EXPRESAR QUE f ES UNA FUNCIÓN TQ $D_f = S\subseteq A$ y $I_f\subseteq B$. TAMBIÉN ESCRIBIREMOS $f: A\to B$ PARA EXPRESAR QUE f ES UNA FUNCIÓN TQ $D_f = A$ y $I_f\subseteq B$. EN ESTE CONTEXTO B ES LLAMADO "CONJUNTO DE LLEGADA".

3) MUCHAS VECES PARA DEFINIR UNA FUNCIÓN f LO HACEMOS DANDO SU DOMINIO Y SU REGLA DE ASIGNACIÓN. ES DECIR ESPECIFICAMOS DE FORMA PRECISA QUE CONJUNTO ES EL DOMINIO DE f Y ADEMÁS ESPECIFICAMOS EN FORMA PRECISA QUIÉN ES $f(x)$ PARA CADA x DE DICHO DOMINIO. TAMBIÉN ESCRIBIREMOS

$$\begin{aligned} f: A &\to B \\ x &\to f(x) \end{aligned}$$

PARA DESCRIBIR A f, INCLUYENDO SU CONJUNTO DE LLEGADA Y EXPRESANDO LA REGLA DE ASIGNACIÓN CON UNA FLECHA. POR EJEMPLO:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{N} &\to \mathbb{N} \\ x &\to x^2 \end{aligned} \quad \text{: DENOTA LA FUNCIÓN } \{(x,x^2) : x\in \mathbb{N}\}$$