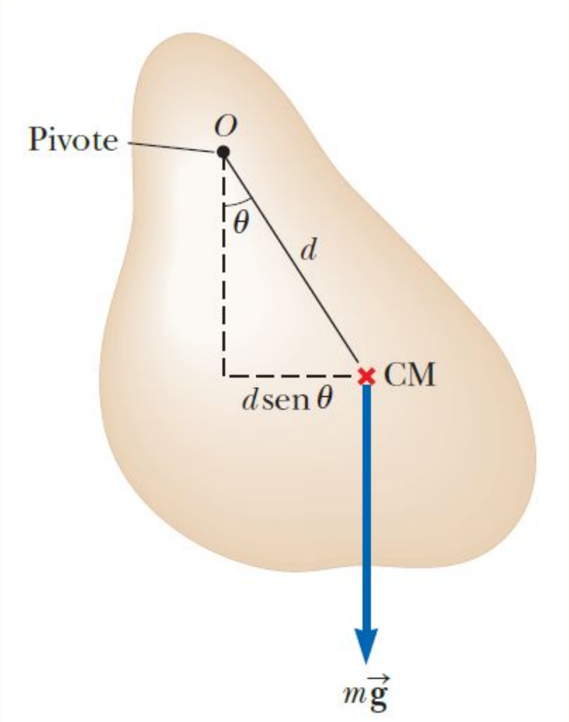
Péndulo Físico

Tomás Achával, Tomás Maraschio, Tomás Peyronel

¿Qué es un Péndulo Físico?



- Objeto rígido pivotando en eje O
- Eje O $\neq$ Centro de Masa
- Generalización para un objeto que no se puede aproximar como una masa puntual.

Fenómenos físicos:
Gravedad, Momento de Torsión, Momento de Inercia, Movimiento Oscilatorio Armónico.

¿Cómo se comporta?

La **siguiente fórmula** describe el comportamiento de un péndulo físico (donde I es el momento de inercia):

$$-mgd\sin\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Esta ecuación diferencial no tiene solución analítica que involucre solamente funciones elementales. Sin embargo, si suponemos que el **ángulo** es pequeño **($\boldsymbol{\theta < 15°}$)**, podemos aproximar **sen(θ) ≈ θ**, y la ecuación se reescribe como:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgd}{I}\theta$$

Esta ecuación es la de un oscilador armónico simple ($\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$) donde k = m^2gd/I y su solución es la siguiente:

$$\theta(t) = \theta_{max}\cos(\omega t + \phi)$$

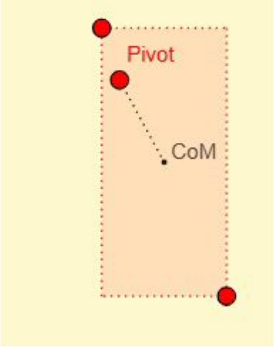
¿Cómo se comporta?

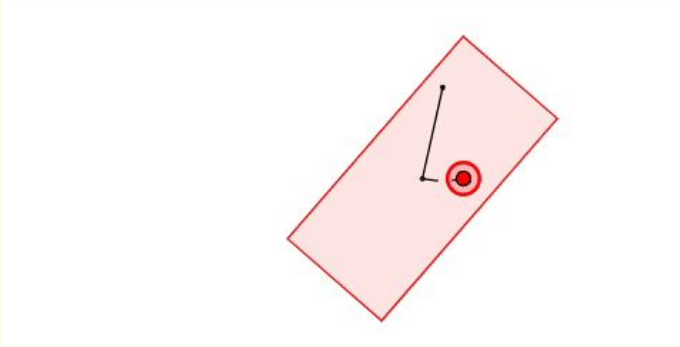
$$\theta(t) = \theta_{max}\cos(\omega t + \phi)$$

ω es la frecuencia angular (rad/s) y de ella podemos obtener el período de oscilación T:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$





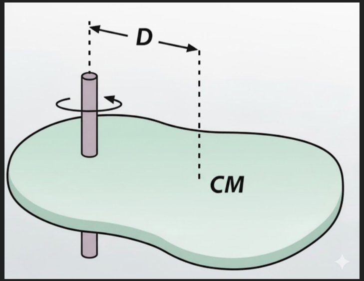
Cálculo experimental del momento de inercia (I) de un objeto

Requisitos: debemos conocer la posición del centro de masa y el peso (mg) del objeto rígido que compone el péndulo.

$$I = mgd\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$$

El teorema de ejes paralelos (Steiner) nos permite extraer más información:

$$I = I_{\mathrm{CM}} + mD^2 \implies I_{\mathrm{CM}} = I - mD^2$$



Péndulo Simple

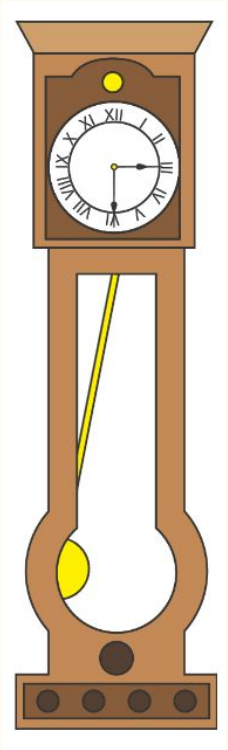
Si tenemos una masa puntual de masa **m** a distancia **d**, entonces su momento de inercia es **I = md²**. A este caso se lo llama **Péndulo Simple**, y sus fórmulas se obtienen reemplazando el valor de **I** en las anteriores.

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} = \sqrt{\frac{g}{d}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$$

¡La frecuencia angular y el período no dependen de la masa!

$$L_{eq} = \frac{I}{md}$$



En este caso, la medición del período **T** sirve para estimar el **valor local de g**:

$$g = d\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Estas mediciones proporcionan información valiosa sobre la composición subterránea de un lugar.

Otro caso de uso: si se conoce g, se puede calibrar a un T deseado variando d para ser utilizado como **reloj**.

Algunas limitaciones

- Lo analizado es solo una **aproximación** para ángulos pequeños. El comportamiento general del péndulo físico está descrito por ecuaciones no elementales, difíciles de conceptualizar.

- Estamos **ignorando** la **resistencia del aire** y el **rozamiento** entre el objeto rígido y el eje de rotación. En la realidad, la amplitud de oscilación se reduce eventualmente a 0.

- En la vida real ningún objeto es perfectamente rígido, pero muchos pueden ser modelados como tal.

¿Preguntas?