

Contrôle de ratrappage d'électricité II  
 Durée 2h

**Exercice 1**

On considère, (figure 1), un conducteur cylindrique creux, de rayons intérieur  $R_1$  et extérieur  $R_2$ , parcouru par un courant d'intensité  $I$ . Le cylindre creux est supposé de longueur infinie.

Le vecteur densité de courant  $\vec{j}$ , dans la couche conductrice cylindrique, en un point situé à une distance  $\rho$  de l'axe du cylindre creux, est donné par :

$$\vec{j}(\rho) = C \frac{e^{-\rho/a}}{\rho} \vec{e}_z$$

où  $C$  et  $a$  sont des constantes positives

1- Vérifier que l'intensité de courant  $I = 2\pi C a \left[ e^{-R_1/a} - e^{-R_2/a} \right]$

2- Déterminer la direction du champ d'induction magnétique  $\vec{B}(M)$  créé par la distribution de courant, en tout point M de l'espace. Justifiez votre réponse.

3- Montrer que le module  $B(M)$  du champ  $\vec{B}(M)$  ne dépend que de la coordonnée cylindrique radiale  $\rho$ .

4- Déterminer l'expression de  $B(M)$  en tout point M de l'espace.

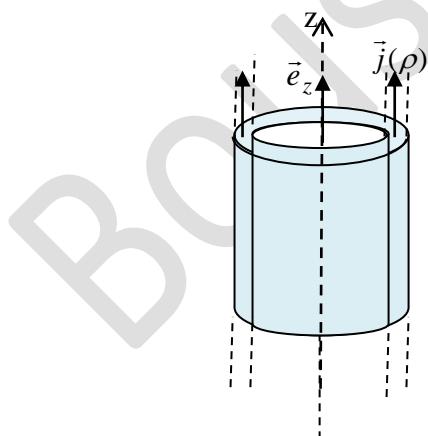


Figure 1

**Exercice 2**

1- On considère, (figure 2), un dipôle passif, d'impédance complexe  $\bar{Z} = R + jX$ , alimenté par un générateur de tension sinusoïdale  $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ . Le dipôle est parcouru par un courant sinusoïdal  $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$

1-a- Déterminer l'expression de l'amplitude complexe  $\bar{I}$  du courant qui circule dans le dipôle.

1-b- En déduire l'expression de l'amplitude  $I_m$  et du déphasage  $\phi_i$  de  $i(t)$  par rapport à  $u(t)$ .

1-c- Déterminer l'expression de la puissance active  $P_a$  reçue par le dipôle, en fonction de  $U_m$ ,  $I_m$  et  $\phi_i$ .

1-d- Pour une impédance  $\bar{Z} = (5 + j10) \Omega$  et une amplitude  $U_m = 320$  volts, calculer les valeurs de  $I_m$ ,  $\phi_i$  et  $P_a$

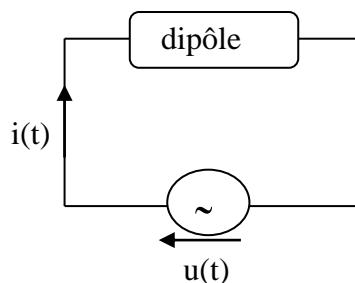


Figure 2

2- On considère le circuit électrique de la figure 3, où  $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ .

2-a- Déterminer l'amplitude complexe  $\bar{I}_N$  et l'impédance complexe  $\bar{Z}_N$  du générateur de Norton équivalent au circuit actif pris entre A et B.

2-b- En déduire l'expression de l'amplitude complexe  $\bar{I}$  du courant qui circule dans le condensateur de capacité C.

2-c- En déduire les expressions du module et de l'argument de  $\bar{I}$

2-d- Donner l'expression du courant instantané  $i(t)$

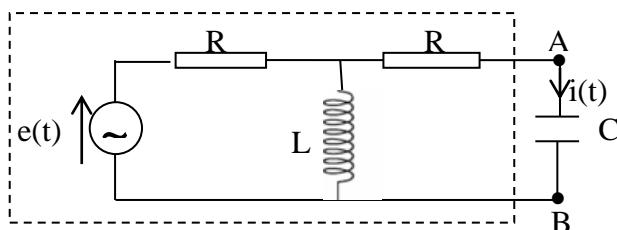


Figure 3

### Exercice 3

On considère une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale, de pulsation  $\omega$ , se propageant dans le vide à la vitesse c. L'espace est rapporté à un trièdre orthonormé direct ( $O, x, y, z$ ) de vecteurs unitaires  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ . Le champ d'induction magnétique de cette onde est de la forme :  $\vec{B}(M, t) = B_0 \cos[\omega t - k z] \vec{e}_y$  où  $B_0$  et  $k$  sont des constantes positives.

1- Déterminer l'expression du champ électrique  $\vec{E}(M, t)$  de l'onde

2-Tracer sur un même schéma le système cartésien Oxyz, le vecteur d'onde  $\vec{k}$  et les vecteurs champs électrique  $\vec{E}(O, 0)$  et d'induction magnétique  $\vec{B}(O, 0)$  à l'instant  $t=0$  et à l'origine O du système cartésien..

3- on considère un cercle C de centre O et de rayon R (figure 4). On note  $\vec{n}$  le vecteur unitaire perpendiculaire à la surface S du disque limité par le cercle C. Le vecteur unitaire  $\vec{n}$  se trouve dans le plan Oxy et fait un angle  $\theta$  avec l'axe Oy (figure 4).

3-a- Montrer, en utilisant une des équations de Maxwell, que la circulation  $e(t)$  du champ électrique  $\vec{E}$  le long du cercle C s'exprime en fonction du flux  $\Phi(t)$  du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  à travers la surface S du disque par :  $e(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$

3-b- Déterminer l'expression de  $\vec{B}(0, t)$  au point O (origine du système cartésien) et à l'instant t.

3-c- On considère qu'en tout point M de la surface S du disque :  $\vec{B}(M, t) = \vec{B}(0, t)$ . Déterminer, alors, l'expression du flux  $\Phi(t)$  du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  à travers la surface S du disque.

3-d- En déduire que  $e(t)$  est de la forme :  $e(t) = A \sin(\omega t)$ . Déterminer l'expression de A.

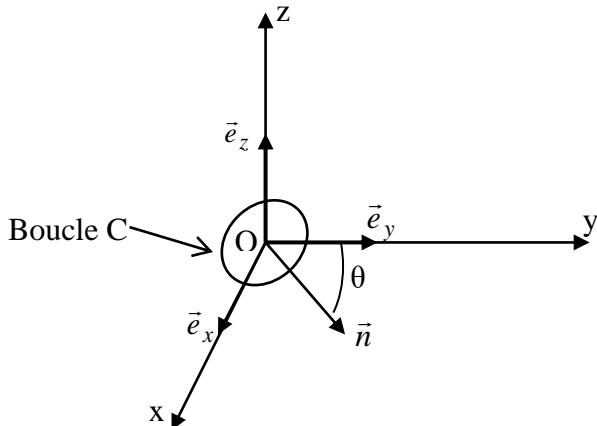


Figure 4