



Filière : SMA/S3

Filière : SMI/S3

28/12/2019

N° table .....	N° Apogée : .....	Nom : ..... Prénoms : ..... Né le : ...../...../..... à .....	Note .....
-------------------	----------------------	---	---------------

*Contrôle final - Electricité 2*  
*Durée : 2 h*

**Exercice 1**

On considère un cylindre, de rayon R et d'axe Oz, supposé de longueur infinie, parcouru par un courant volumique uniforme et permanent de densité  $\vec{j} = j \vec{e}_z$  ( $j > 0$ ).

Dans un repère orthonormé direct de base  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z)$ , un point M est repéré par ses coordonnées cylindriques  $\rho$ ,  $\phi$  et  $z$  (figure 1).

1) Déterminer la direction du champ d'induction magnétique  $\vec{B}(M)$  créé par la distribution de courant.

.....  
.....  
.....

2) Montrer que le module de  $\vec{B}(M)$  ne dépend que de la coordonnée  $\rho$

.....  
.....  
.....

3) Appliquer le théorème d'Ampère et déterminer le champ  $\vec{B}(M)$  en tout point M de l'espace

.....  
.....  
.....

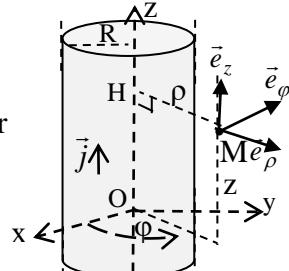


Figure1

4) On pose  $\vec{A} = \beta \operatorname{Log}\left(\frac{\rho}{R}\right) \vec{e}_z$  où  $\beta$  est une constante

4)a) Calculer  $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{A}$  .....

.....  
.....  
.....

4)b) A quelle condition sur  $\beta$  le champ d'induction magnétique  $\vec{B}(M)$  à l'extérieur du cylindre est égal à  $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{A}$ ? Dans ce cas, que représente  $\vec{A}$  ?

.....  
.....  
.....

Rappel :  $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{A}(\rho, \varphi, z) = \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \vec{e}_\rho + \left( \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \vec{e}_\varphi + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial (\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right) \vec{e}_z$

### Exercice 2

On considère un circuit constitué de **deux rails métalliques**, parallèles, horizontaux, de résistances négligeables, et de **deux barres métalliques MN et PQ** perpendiculaires aux rails (figure 2).

On note  $\mathbf{d}$  la distance entre les deux rails.

La barre **PQ**, de résistance  $R$ , est fixe en  $x = 0$ .

La barre **MN**, de résistance  $R$ , peut glisser sans frottement perpendiculairement aux rails.

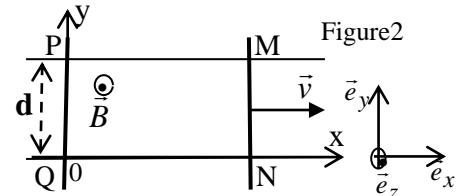
Tout le circuit est placé dans un champ d'induction magnétique vertical  $\vec{B} = B \vec{e}_z$ , où  $B$  est une constante positive.

La barre **MN** est mise en mouvement avec une vitesse  $\vec{v} = v(t) \vec{e}_x$  (figure 2).

A  $t = 0$ , la barre **MN** est en  $x = x_0 > 0$

1) Déterminer la force électromotrice induite ( $e$ ) dans le circuit en fonction de  $B$ ,  $\mathbf{d}$  et  $v(t)$

.....  
.....  
.....



2) En déduire le courant induit ( $i_{\text{ind}}$ ) dans le circuit. Indiquer sur un schéma le sens réel de ce courant.

.....  
.....  
.....

3) Déterminer l'expression de la force de Laplace  $\vec{F}_{MN}$  induite sur la barre MN.

.....  
.....  
.....

4) Déterminer l'expression de la force de Laplace  $\vec{F}_{PQ}$  induite sur la barre PQ.

.....

5) On suppose maintenant que la barre PQ est mobile et qu'elle peut glisser librement, sans frottement, perpendiculairement aux rails. Décrire qualitativement (sans calcul) le mouvement de la barre PQ. Expliquer ce comportement (on pourra s'aider de la loi de Lenz).

### *Exercice 3*

On considère une onde électromagnétique plane monochromatique progressive, se propageant dans le vide ( $\rho=0$  et  $\vec{j}=\vec{0}$ ) à la vitesse  $c$  de la lumière.

Le champ électrique associé à cette onde est de la forme :  $\vec{E}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - \frac{k}{\sqrt{5}}(2x + y)) \hat{e}_z$

où  $k$  et  $E_0$  sont des constantes positives et  $\omega$  est la pulsation de l'onde.

L'espace où se propage l'onde est rapporté à un repère orthonormé direct ( $O, x, y, z$ ) de vecteurs de base  $\vec{e}_x, \vec{e}_y$  et  $\vec{e}_z$ . Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cartésiennes  $x, y$  et  $z$ .

1) Déterminer l'expression du vecteur d'onde  $\vec{k}$  dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$

2) Donner, en coordonnées cartésiennes, l'équation d'un plan d'onde

3) Déterminer l'expression du champ d'induction magnétique  $\vec{B}(M,t)$  associé à l'onde.

4) Déterminer l'expression du vecteur de Poynting  $\vec{P}(M, t)$ . En déduire son module  $|\vec{P}(M, t)|$  ainsi que la moyenne temporelle de son module.

5) Déterminer la puissance électromagnétique moyenne  $\mathbf{P}$  transportée par l'onde à travers une surface S normale à la direction de propagation.

#### Exercice 4

A- On considère le circuit électrique (figure 3) parcouru par un courant  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_i)$  et soumis à une tension  $e(t) = E\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_e)$

1) Déterminer l'impédance complexe  $\bar{Z}_{AB}$ , du circuit, vue entre A et B et le module de  $\bar{Z}_{AB}$ .

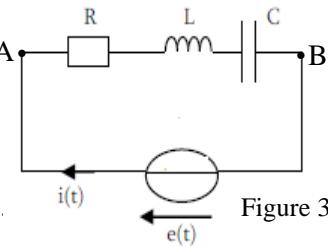


Figure 3 ...

2) En déduire le facteur de puissance ( $\cos(\varphi_e - \varphi_i)$ ) en fonction de R, L, C et  $\omega$

3) Déterminer la puissance moyenne  $\langle P \rangle$ , dissipée par effet joule dans le circuit, en fonction de E, R, L, C et  $\omega$

4) a) Quelle relation doit exister entre L, C et  $\omega_0$  (valeur de  $\omega$ ) pour que cette puissance moyenne  $\langle P \rangle$  soit maximale ? A quel phénomène physique correspond cette valeur  $\omega_0$  ?

4)b) Donner, dans ce cas, les expressions de I et de  $\varphi_i$  ainsi que la valeur du facteur de puissance  $\cos(\varphi_e - \varphi_i)$

$$I = \dots$$

$$\varphi_i = \dots$$

$$\cos(\varphi_e - \varphi_i) = \dots$$

B- On considère le circuit électrique de la figure 4 dans lequel  $R = \frac{L\omega}{2} = \frac{1}{C\omega}$

On donne :  $e(t) = E_m \cos(\omega t)$  et  $i_0(t) = I_{0m} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ . On supposera  $E_m > 2RI_{0m}$

1) Par application du principe de superposition, déterminer la tension v(t).

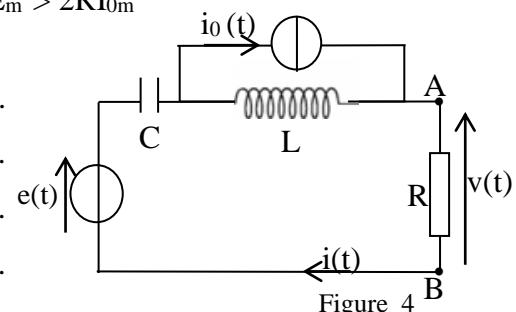


Figure 4 ...

2) Déterminer le courant  $i(t)$  sous la forme  $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$