

Contrôle de rattrapage d'électricité II
 Durée 2h

Questions de cours

Le vide est caractérisé par sa permittivité ϵ_0 et sa perméabilité μ_0

1) Soit (\vec{A}, V) un couple de potentiel pour un champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) .

1-a) Donner les relations entre les champs \vec{E} et \vec{B} et les potentiels \vec{A} et V

1-b) Le couple (\vec{A}, V) est-il unique ? Justifier la réponse

1-c) Déterminer l'équation de propagation, dans le vide ($\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$), du potentiel vecteur \vec{A} et du potentiel scalaire V , sachant que le couple de potentiel (\vec{A}, V) vérifie la condition (jauge) de Lorenz :

$$\operatorname{div} \vec{A} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

2) Soit une onde plane progressant dans le vide à la vitesse c vers les z croissants. Soient \vec{E} et \vec{B} respectivement le champ électrique et le champ d'induction magnétique associés à cette onde.

L'espace est rapporté à un trièdre orthonormé direct de vecteurs unitaires $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$.

2-a) Montrer que les champs \vec{E} et \vec{B} sont perpendiculaires à la direction de propagation.

2-b) Déterminer la relation de structure de cette onde (relation entre \vec{E} , \vec{B} et la direction de propagation)

Rappel : $\overrightarrow{\operatorname{rot}} \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{a} = \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\operatorname{div} \vec{a}) - \Delta \vec{a}$

Exercice 1

On considère un câble coaxial constitué **d'un fil rectiligne** (infini) d'axe (Oz), parcouru par un courant **I** dans le sens des z croissants, et **d'un cylindre conducteur** (infini) de rayon R et d'axe (Oz), parcouru par le courant surfacique **I** dans le sens des z décroissants avec une densité de courant surfacique \vec{j}_s uniforme (figure 1). L'espace entre les deux conducteurs est assimilé au vide.

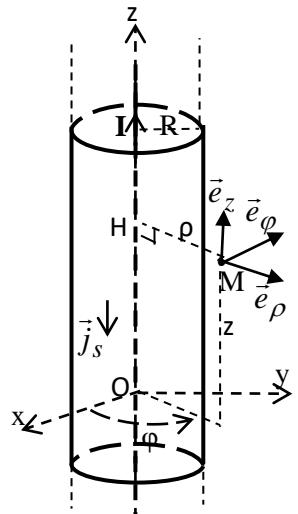
Dans le repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z)$, un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cylindriques (ρ, ϕ, z) (figure 1).

1) Déterminer l'expression de la densité de courant surfacique \vec{j}_s .

Quelle est l'unité, en système international, de j_s ?

2) Appliquer le théorème d'Ampère et déterminer l'expression du champ d'induction magnétique $\vec{B}(M)$ créé par le câble coaxial en tout point M de l'espace.

3) Donner l'allure du module $\|\vec{B}(M)\|$ du champ $\vec{B}(M)$ en fonction de ρ .



Exercice 2

Soit une spire circulaire conductrice de centre O, de rayon a et de résistance \mathbf{R} , placée dans le plan xOy (figure 2) où règne un champ d'induction magnétique \vec{B} de la forme : $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ où B_0 et ω sont des constantes positives.

- 1) Déterminer le flux magnétique $\phi(t)$ du champ \vec{B} à travers la spire.
- 2) Déterminer l'expression de la force électromotrice induite, $e(t)$, dans la spire.
- 3) Déterminer le courant induit, $i(t)$, dans la spire.

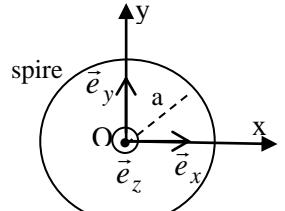


Figure 2

Exercice 3

On considère le circuit électrique de la figure 3 où $e_1(t) = E_1 \cos(\omega t)$ et $e_2(t) = E_2 \cos(\omega t)$

On donne : $E_1 = 20 \text{ V}$; $E_2 = 10 \text{ V}$; $R = 50 \Omega$; $L\omega = 100 \Omega$; $\frac{1}{C\omega} = 100 \Omega$

- 1) a) Appliquer le théorème de superposition et calculer le module et l'argument de l'amplitude complexe \bar{V} de la tension complexe $\bar{v}(t)$.
- b) En déduire l'expression de la tension $v(t)$.
- 2) On veut retrouver l'amplitude complexe \bar{V} de la tension $\bar{v}(t)$ par application du théorème de Norton.
- a) Déterminer l'amplitude complexe \bar{I}_N du générateur de Norton.
- b- Déterminer l'impédance complexe \bar{Z}_N du générateur de Norton.
- c- Calculer le module et l'argument de l'amplitude complexe \bar{V} .
- d- En déduire l'expression de la tension $v(t)$.
- 3) Calculer les courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$
- 4) Calculer la puissance active P_a et la puissance réactive P_r mises en jeu dans le circuit.

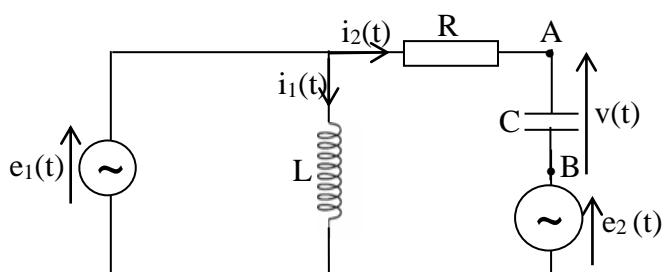


Figure 3

Barème approximatif :

questions de cours : 4 points ; exercice 1 : 5 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 7 points

Boustanti