

Contrôle Final d'électricité II  
 Durée 2h

### Exercice 1

**A)** On considère un solénoïde de rayon  $R$ , d'axe ( $\Delta$ ) et de longueur  $\ell$  ( $\ell \gg R$ ), comportant  $n$  spires circulaires par unité de longueur. Les spires sont jointives et parcourues par un courant continu d'intensité  $I$  (figure 1-a). Le solénoïde est **supposé infini**. On désigne par  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide.

- 1) En utilisant la symétrie plane, déterminer la direction du champ d'induction magnétique  $\vec{B}(M)$  créé par le solénoïde en un point  $M$  de l'espace, repéré par ses coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$
- 2) On suppose que le champ d'induction magnétique à l'extérieur du solénoïde est nul ( $\vec{B}_{ext} = \vec{0}$ ).

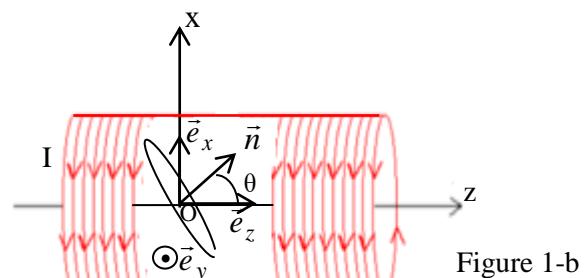
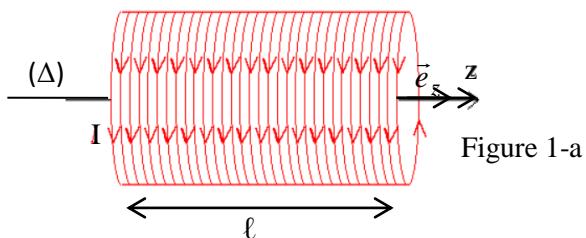
Appliquer le théorème d'Ampère et déterminer l'expression du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  à l'intérieur du solénoïde.

**B)** Une spire circulaire conductrice (C), de centre O, de rayon  $a \ll R$ , est placée à l'intérieur du solénoïde (figure 1-b) où règne le champ uniforme  $\vec{B}$  déterminé au A) 2).

Cette spire est mise en rotation à la vitesse angulaire  $\omega$ , constante positive, autour d'un de ses diamètres, qui est confondu avec l'axe Oy.

Soit l'angle  $\theta(t) = (\vec{e}_z, \vec{n})$  où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à la surface  $S$  du disque limitée par la spire (C) (figure 1-b). On pose  $\theta(t) = (\omega t)$  et  $\vec{n} = \cos(\omega t) \vec{e}_z + \sin(\omega t) \vec{e}_x$

- 1) Déterminer, en fonction de  $\mu_0$ ,  $n$ ,  $I$ ,  $S$  et  $\theta(t)$ , le flux  $\Phi(t)$  du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  créé par le solénoïde à travers la spire (C).
- 2) Déterminer l'expression de la f.e.m  $e(t)$  induite dans la spire (C).
- 3) Sachant que la spire (C) a une résistance électrique  $r$ , calculer le courant  $i(t)$  induit dans (C).
- 4) Déterminer l'expression de la puissance instantanée  $p_j(t)$  dissipée par effet Joule dans (C).
- 5) En déduire la puissance moyenne temporelle  $\langle p_j(t) \rangle$  dissipée par effet Joule dans (C).
- 6) Déterminer l'expression du moment magnétique instantané  $\vec{m}$  de la spire (C).
- 7) Déterminer le moment résultant des forces de Laplace  $\vec{\Gamma}_L(t)$  qui s'exerce sur la spire (C) ainsi que sa moyenne temporelle  $\langle \vec{\Gamma}_L \rangle$ .



### Exercice 2

On considère le circuit électrique de la figure 2

On donne:  $e(t) = 4 \cos(\omega t)$  volts ;  $i_0(t) = 0,04 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$  ampères ;  $R_1 = R_2 = 100 \Omega$  ;  $\frac{1}{c\omega} = 50 \Omega$

- 1) Montrer que l'impédance complexe équivalente  $\bar{Z}_{AB}$  du dipôle AB pris entre A et B peut se mettre sous la forme suivante:  $\bar{Z}_{AB} = \frac{100}{1 + 2j}$  où  $j^2 = -1$
- 2) Appliquer le théorème de superposition et montrer que la tension  $v(t) = 2 \cos(\omega t)$  volts .
- 3) Calculer les courants  $i_2(t)$  et  $i_3(t)$  (figure 2), [on pourra utiliser la loi d'Ohm].
- 4) Calculer le courant  $i_1(t)$
- 5) Calculer la puissance dissipée par effet joule dans le circuit.
- 6) Calculer la puissance réactive mise en jeu dans le circuit.

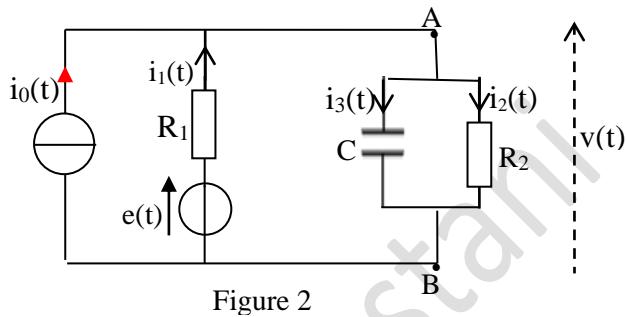


Figure 2

### Exercice 3

Dans un repère orthonormé direct  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , une onde électromagnétique plane progressive harmonique de pulsation  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\vec{k}$ , se propage dans le vide de perméabilité  $\mu_0$ , à la vitesse  $c$  de la lumière . Le champ électrique associé à cette onde est de la forme :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(\omega t - k z) \vec{e}_x$$

- 1) Déterminer l'expression du vecteur d'onde  $\vec{k}$ .
- 2) Déterminer l'équation des plans d'onde.
- 3) Déterminer l'expression du champ d'induction magnétique  $\vec{B}(z, t)$  associé à cette onde.
- 4) Déterminer l'expression du vecteur de Poynting  $\vec{P}(z, t)$  de l'onde et calculer la moyenne temporelle de son module  $\|\vec{P}(z, t)\|$ .
- 5) En déduire la puissance moyenne  $p$  transportée à travers une surface  $S$  normale à la direction de propagation de l'onde.
- 6) Calculer la moyenne temporelle de la densité volumique d'énergie électromagnétique  $w_{em}$ .