

Contrôle de rattrapage d'électricité II  
Durée 2h

**Questions de cours**

Le vide est caractérisé par sa permittivité  $\epsilon_0$  et sa perméabilité  $\mu_0$

1) Soit  $(\vec{A}, V)$  un couple de potentiel pour un champ électromagnétique  $(\vec{E}, \vec{B})$ .

1-a) Donner les relations entre les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  et les potentiels  $\vec{A}$  et  $V$

1-b) Le couple  $(\vec{A}, V)$  est-il unique ? Justifier la réponse

1-c) Déterminer l'équation de propagation, dans le vide ( $\rho = 0$  et  $\vec{j} = \vec{0}$ ), du potentiel vecteur  $\vec{A}$  et du potentiel scalaire  $V$ , sachant que le couple de potentiel  $(\vec{A}, V)$  vérifie la condition (jauge) de Lorenz :

$$\text{div} \vec{A} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

2) Soit une onde plane progressant dans le vide à la vitesse  $c$  vers les  $z$  croissants. Soient  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  respectivement le champ électrique et le champ d'induction magnétique associés à cette onde.

L'espace est rapporté à un trièdre orthonormé direct de vecteurs unitaires  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ .

2-a) Montrer que les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont perpendiculaires à la direction de propagation.

2-b) Déterminer la relation de structure de cette onde (relation entre  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  et la direction de propagation)

Rappel :  $\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{a} = \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{a}) - \Delta \vec{a}$

**Exercice 1**

On considère un câble coaxial constitué **d'un fil rectiligne** (infini) d'axe  $(Oz)$ , parcouru par un courant  $I$  dans le sens des  $z$  croissants, et **d'un cylindre conducteur** (infini) de rayon  $R$  et d'axe  $(Oz)$ , parcouru par le courant surfacique  $I$  dans le sens des  $z$  décroissants avec une densité de courant surfacique  $\vec{j}_s$  uniforme (figure 1). L'espace entre les deux conducteurs est assimilé au vide.

Dans le repère orthonormé direct  $(O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z)$ , un point  $M$  de l'espace est repéré par ses coordonnées cylindriques  $(\rho, \phi, z)$  (figure 1).

1) Déterminer l'expression de la densité de courant surfacique  $\vec{j}_s$ .

Quelle est l'unité, en système international, de  $j_s$  ?

2) Appliquer le théorème d'Ampère et déterminer l'expression du champ d'induction magnétique  $\vec{B}(M)$  créé par le câble coaxial en tout point  $M$  de l'espace.

3) Donner l'allure du module  $\|\vec{B}(M)\|$  du champ  $\vec{B}(M)$  en fonction de  $\rho$ .

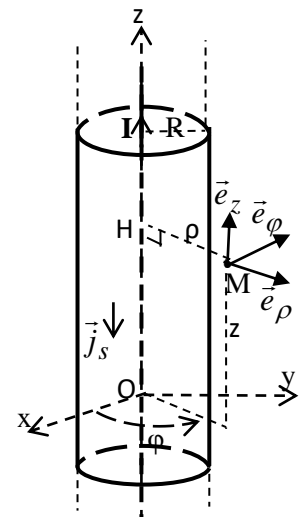


Figure 1

## Exercice 2

Soit une spire circulaire conductrice de centre O, de rayon  $a$  et de résistance  $R$ , placée dans le plan  $xOy$  (figure 2) où règne un champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  de la forme :  $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$  où  $B_0$  et  $\omega$  sont des constantes positives.

- 1) Déterminer le flux magnétique  $\phi(t)$  du champ  $\vec{B}$  à travers la spire.
- 2) Déterminer l'expression de la force électromotrice induite,  $e(t)$ , dans la spire.
- 3) Déterminer le courant induit,  $i(t)$ , dans la spire.

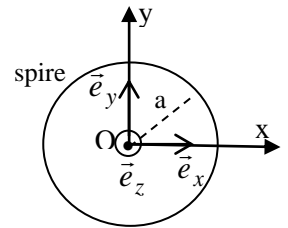


Figure 2

## Exercice 3

On considère le circuit électrique de la figure 3 où  $e_1(t) = E_1 \cos(\omega t)$  et  $e_2(t) = E_2 \cos(\omega t)$

On donne :  $E_1 = 20 \text{ V}$  ;  $E_2 = 10 \text{ V}$  ;  $R = 50 \Omega$  ;  $L\omega = 100 \Omega$  ;  $\frac{1}{C\omega} = 100 \Omega$

- 1) a) Appliquer le théorème de superposition et calculer le module et l'argument de l'amplitude complexe  $\bar{V}$  de la tension complexe  $\bar{v}(t)$ .
- b) En déduire l'expression de la tension  $v(t)$ .
- 2) On veut retrouver l'amplitude complexe  $\bar{V}$  de la tension  $\bar{v}(t)$  par application du théorème de Norton.
  - a) Déterminer l'amplitude complexe  $\bar{I}_N$  du générateur de Norton.
  - b- Déterminer l'impédance complexe  $\bar{Z}_N$  du générateur de Norton.
  - c- Calculer le module et l'argument de l'amplitude complexe  $\bar{V}$ .
  - d- En déduire l'expression de la tension  $v(t)$ .
- 3) Calculer les courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$
- 4) Calculer la puissance active  $P_a$  et la puissance réactive  $P_r$  mises en jeu dans le circuit.

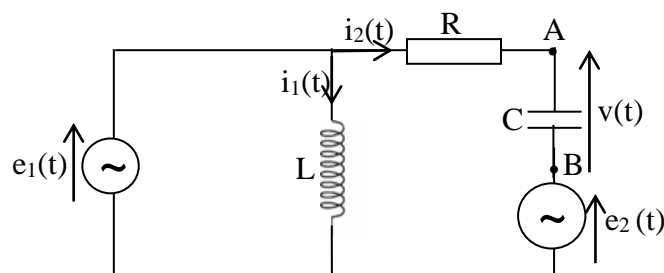


Figure 3

**Barème approximatif :**

**questions de cours : 4 points ; exercice 1 : 5 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 7 points**

Boustani