

Contrôle de rattrapage d'électricité II
Durée 2h

Exercice 1

On considère, (figure 1), un conducteur cylindrique creux, de rayons intérieur R_1 et extérieur R_2 , parcouru par un courant d'intensité I . Le cylindre creux est supposé de longueur infinie.

Le vecteur densité de courant \vec{j} , dans la couche conductrice cylindrique, en un point situé à une distance ρ de l'axe du cylindre creux, est donné par :

$$\vec{j}(\rho) = C \frac{e^{-\rho/a}}{\rho} \vec{e}_z$$

où C et a sont des constantes positives

- 1- Vérifier que l'intensité de courant $I = 2\pi C a \left[e^{-R_1/a} - e^{-R_2/a} \right]$
- 2- Déterminer la direction du champ d'induction magnétique $\vec{B}(M)$ créé par la distribution de courant, en tout point M de l'espace. Justifiez votre réponse.
- 3- Montrer que le module $B(M)$ du champ $\vec{B}(M)$ ne dépend que de la coordonnée cylindrique radiale ρ .
- 4- Déterminer l'expression de $B(M)$ en tout point M de l'espace.

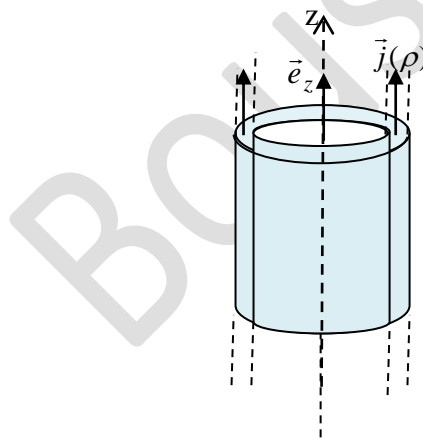


Figure 1

Exercice 2

1- On considère, (figure 2), un dipôle passif, d'impédance complexe $\bar{Z} = R + jX$, alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(\omega t)$. Le dipôle est parcouru par un courant sinusoïdal $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$

- 1-a- Déterminer l'expression de l'amplitude complexe \bar{I} du courant qui circule dans le dipôle.
- 1-b- En déduire l'expression de l'amplitude I_m et du déphasage φ_i de $i(t)$ par rapport à $u(t)$.
- 1-c- Déterminer l'expression de la puissance active P_a reçue par le dipôle, en fonction de U_m , I_m et φ_i .
- 1-d- Pour une impédance $\bar{Z} = (5 + j10) \Omega$ et une amplitude $U_m = 320$ volts, calculer les valeurs de I_m , φ_i et P_a

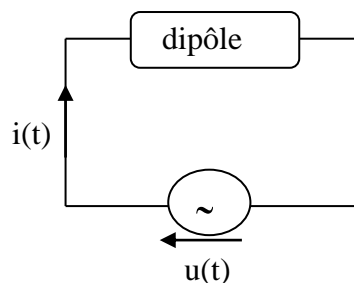


Figure 2

2- On considère le circuit électrique de la figure 3, où $e(t) = E_m \cos(\omega t)$.

2-a- Déterminer l'amplitude complexe \bar{I}_N et l'impédance complexe \bar{Z}_N du générateur de Norton équivalent au circuit actif pris entre A et B.

2-b- En déduire l'expression de l'amplitude complexe \bar{I} du courant qui circule dans le condensateur de capacité C.

2-c- En déduire les expressions du module et de l'argument de \bar{I}

2-d- Donner l'expression du courant instantané $i(t)$

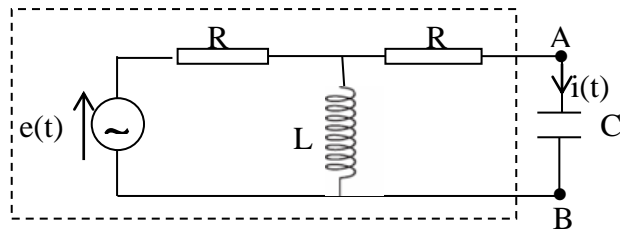


Figure 3

Exercice 3

On considère une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale, de pulsation ω , se propageant dans le vide à la vitesse c . L'espace est rapporté à un trièdre orthonormé direct (O, x, y, z) de vecteurs unitaires $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$. Le champ d'induction magnétique de cette onde est de la forme : $\vec{B}(M, t) = B_0 \cos[\omega t - k z] \vec{e}_y$ où B_0 et k sont des constantes positives.

1- Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(M, t)$ de l'onde

2- Tracer sur un même schéma le système cartésien Oxyz, le vecteur d'onde \vec{k} et les vecteurs champs électrique $\vec{E}(O, 0)$ et d'induction magnétique $\vec{B}(O, 0)$ à l'instant $t=0$ et à l'origine O du système cartésien..

3- on considère un cercle C de centre O et de rayon R (figure 4). On note \vec{n} le vecteur unitaire perpendiculaire à la surface S du disque limité par le cercle C. Le vecteur unitaire \vec{n} se trouve dans le plan Oxy et fait un angle θ avec l'axe Oy (figure 4).

3-a- Montrer, en utilisant une des équations de Maxwell, que la circulation $e(t)$ du champ électrique \vec{E} le long du cercle C s'exprime en fonction du flux $\Phi(t)$ du champ d'induction magnétique \vec{B} à travers la surface S du disque par :
$$e(t) = - \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

3-b- Déterminer l'expression de $\vec{B}(0, t)$ au point O (origine du système cartésien) et à l'instant t.

3-c- On considère qu'en tout point M de la surface S du disque : $\vec{B}(M, t) = \vec{B}(0, t)$. Déterminer, alors, l'expression du flux $\Phi(t)$ du champ d'induction magnétique \vec{B} à travers la surface S du disque.

3-d- En déduire que $e(t)$ est de la forme : $e(t) = A \sin(\omega t)$. Déterminer l'expression de A.

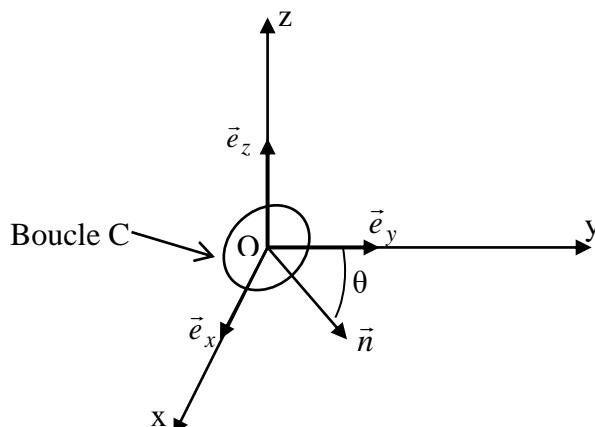


Figure 4