

CORRIGÉ

Faculté des Sciences Semlalia
Université Cadi Ayyad, FSSM
Département de Mathématiques
Marrakech

Année 2019-2020

Contrôle Final

de Statistique Descriptive

SMA/S4. *2020*

Durée 30'

Septembre 2020

Nom et Prénom :

Numéro Apogée :

Numéro de Table :

Partie Statistique Descriptive

Exercice 1 :

Une étude sur les salaires (en milliers de Dirhams) des techniciens du secteur industriel a été faite sur un échantillon de 30 techniciens et a fourni les résultats suivants :

1.2 1.5 1.6 1.7 1.7 1.8 1.8 1.9 2.0 2.1 2.2 2.2 2.3 2.3 2.4
2.4 2.5 2.6 2.7 2.7 2.8 2.8 2.9 3.0 3.1 3.1 3.2 3.3 3.8 4.2

1. Quelle est l'étendue de cette série ?

$$E = x_{\max} - x_{\min} = 4,2 - 1,2 = \boxed{3}$$

2. Déterminer les trois quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 de la série brute.

$$Q_1 ? \quad \frac{n}{4} = \frac{30}{4} = 7,5 \notin \mathbb{N} \rightarrow Q_1 = x_{(7,5 + \frac{1}{2})} = x_{(8)} = 1,9 \Rightarrow \boxed{Q_1 = 1,9}$$

$$Q_2 ? \quad \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15 \in \mathbb{N} \rightarrow Q_2 = \frac{x_{(15)} + x_{(16)}}{2} = \frac{2,4 + 2,4}{2} = 2,4 \Rightarrow \boxed{Q_2 = 2,4}$$

$$Q_3 ? \quad \frac{3n}{4} = 22,5 \notin \mathbb{N} \rightarrow Q_3 = x_{(22,5 + \frac{1}{2})} = x_{(23)} = 2,9 \Rightarrow \boxed{Q_3 = 2,9}$$

3. Classer les données dans le tableau ci-dessous en utilisant les bornes de classes 1.0, 1.8, 2.2, 2.8, 3.3 et 4.5.

| Classes | Effectif n_i | ... N_i ... | ... a_i ... | $h_i = n_i/a_i$ |
|--------------|----------------|---------------|---------------|-----------------|
| $[1,0; 1,8[$ | 5 | 5 | 0,8 | 6,25 |
| $[1,8; 2,2[$ | 5 | 10 | 0,4 | 12,5 |
| $[2,2; 2,8[$ | 10 | 20 | 0,6 | 16,67 |
| $[2,8; 3,3[$ | 7 | 27 | 0,5 | 14 |
| $[3,3; 4,5[$ | 3 | 30 | 1,2 | 2,5 |
| Total | 30 | | | |

4. a) Déterminer une valeur approximative de chacun des quartiles, que l'on notera Q'_1, Q'_2 et Q'_3 , de la série classée du tableau ci-dessus.

$$Q'_1 ? \frac{n}{4} = 7,5 \rightarrow Q'_1 \in [1,8; 2,2[\cdot \frac{Q'_1 - 1,8}{7,5 - 5} = \frac{2,2 - 1,8}{10 - 5} \Rightarrow Q'_1 = \frac{2,2 - 1,8}{10 - 5} (7,5 - 5) + 1,8 \Rightarrow Q'_1 = 2$$

$$Q'_2 ? \frac{n}{2} = 15 \rightarrow Q'_2 \in [2,2; 2,8[\cdot \frac{Q'_2 - 2,2}{15 - 10} = \frac{2,8 - 2,2}{20 - 10} \Rightarrow Q'_2 = \frac{2,8 - 2,2}{20 - 10} (15 - 10) + 2,2 \Rightarrow Q'_2 = 2,5$$

$$Q'_3 ? \frac{3n}{4} = 22,5 \rightarrow Q'_3 \in [2,8; 3,3[\cdot \frac{Q'_3 - 2,8}{22,5 - 20} = \frac{3,3 - 2,8}{27 - 20} \Rightarrow Q'_3 = \frac{3,3 - 2,8}{27 - 20} (22,5 - 20) + 2,8 \Rightarrow Q'_3 = 2,98$$

b) Comparer les valeurs obtenues en 4. a) aux valeurs de Q_1, Q_2 et Q_3 de la question 2.. Que peut-on dire ?

Les valeurs en 4. a) et celles de la question 2. sont relativement proches. Le fait d'avoir classé les valeurs n'a pas tellement affecté les valeurs des quartiles.

5. Après avoir complété le tableau ci-dessus, tracer l'histogramme correspondant à ces données. Utiliser le quadrillage en fin d'épreuve.

Exercice 2 :

Pour une même maladie, un médecin peut choisir, théoriquement, de prescrire un des trois médicaments A, B ou C .

Dans le but d'avoir une idée sur le lien entre le médicament prescrit et la guérison, il a fait une étude sur 20 de ses patients (atteints de la même maladie), et il a noté s'il y a eu guérison ou pas, après un mois de traitement.

On appelle X la variable "choix du médicament" et Y la variable "résultat après un mois" (Guérison ou non).

| X/Y | Guérison | Pas guérison | Total |
|-------|----------|--------------|-------|
| A | 1 | 5 | 6 |
| B | 7 | 0 | 7 |
| C | 2 | 5 | 7 |
| Total | 10 | 10 | 20 |

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. Donner la formule permettant de calculer les effectifs théoriques dans le cas de l'indépendance des deux variables X et Y , puis remplir le tableau suivant.

$$eff_{th}(ij) = n_{X(i)Y(j)} = \frac{n_{i.} \times n_{.j}}{n}$$

| X/Y | Guérison | Pas guérison | Total |
|-------|----------|--------------|-------|
| A | 3 | 3 | 6 |
| B | 3,5 | 3,5 | 7 |
| C | 3,5 | 3,5 | 7 |
| Total | 10 | 10 | 20 |

3. Calculer le χ^2 d'indépendance puis le coefficient V de Cramér.

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \frac{(n_{ij} - n_{i.} n_{.j} / n)^2}{n_{i.} n_{.j} / n} = \frac{(1-3)^2}{3} + \frac{(5-3)^2}{3} + \frac{(7-3,5)^2}{3,5} + \frac{(0-3,5)^2}{3,5} + \frac{(2-3,5)^2}{3,5} + \frac{(5-3,5)^2}{3,5}$$

$$\chi^2 = 10,95238$$

$$\phi^2 = \frac{\chi^2}{n} = \frac{\chi^2}{20} \approx 0,547619$$

$$V = \sqrt{\frac{\phi^2}{m \wedge n (2-1, 3-1)}} \approx 0,7400128$$

4. Existe-t-il une liaison entre le médicament administré et la guérison. Justifier votre réponse

Oui, il existe une liaison entre les 2 caractères.
La liaison est assez forte.

Histogramme :

