

Epreuve d'électricité II  
 Durée 2h

**Exercice 1**

- A)** On considère un solénoïde  $S_1$  de longueur  $\ell_1$  et de rayon  $R_1$ , ( $\ell_1 \gg R_1$ ), comportant  $N_1$  spires circulaires jointives. Les spires sont parcourues par un courant d'intensité  $I_1$  (figure 1). Le solénoïde  $S_1$  est supposé infini. On désigne par  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide.
- On choisit un système de coordonnées cylindriques, dont l'axe des  $z$  est confondu avec l'axe ( $\Delta$ ) du solénoïde.
- 1) En utilisant la symétrie plane, déterminer la direction du champ d'induction magnétique  $\vec{B}(M)$  créé par le solénoïde en un point  $M$ , de l'espace, repéré par ses coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$ .
  - 2) De quelle coordonnée du point  $M$  dépend le module du champ d'induction magnétique  $\vec{B}(M)$  ?
  - 3) Préciser l'allure des lignes du champ.
  - 4) Appliquer le théorème d'Ampère et montrer que le champ d'induction magnétique  $\vec{B}_{ext}$ , à l'extérieur du solénoïde, est constant. On prendra, pour la suite de l'exercice,  $\vec{B}_{ext} = \vec{0}$ .
  - 5) En appliquant le théorème d'Ampère montrer que le champ d'induction magnétique  $\vec{B}_{int}$ , à l'intérieur du solénoïde, a pour module:  $B_{int} = \frac{N_1}{\ell_1} \mu_0 I_1$ .

- B)** Un deuxième solénoïde  $S_2$ , de longueur  $\ell_2$ , de rayon  $R_2$  ( $R_2 < R_1$ ), comportant  $N_2$  spires circulaires jointives parcourues par un courant d'intensité  $I_2$ , est introduit à l'intérieur du solénoïde  $S_1$  sur une longueur  $h$  (figure 2). Les deux solénoïdes, de même axe ( $\Delta$ ), sont supposés infinis.
- On note  $L_1$  et  $L_2$  les inductances propres respectives des deux solénoïdes  $S_1$  et  $S_2$ .
- 1) Déterminer l'expression de l'inductance propre  $L_1$  du solénoïde  $S_1$
  - 2) Déterminer l'expression de l'inductance propre  $L_2$  du solénoïde  $S_2$
  - 3) Déterminer le flux magnétique  $\Phi_{12}$ , à travers  $S_2$ , du champ d'induction magnétique créé par  $S_1$
  - 4) En déduire le coefficient d'inductance mutuelle  $M$  entre les deux solénoïdes  $S_1$  et  $S_2$
  - 5) Vérifier que  $\frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = k \frac{R_2}{R_1}$ . En déduire  $k$  en fonction de  $h$ ,  $\ell_1$  et  $\ell_2$ .

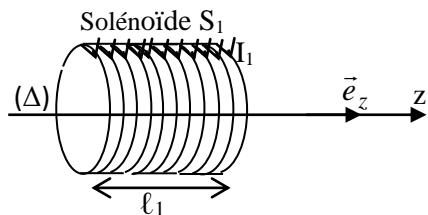


Figure 1

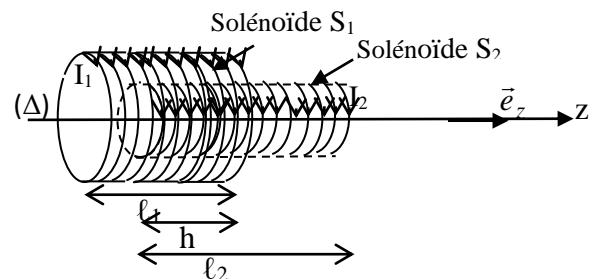


Figure 2

## Exercice 2

On considère le circuit électrique, de la figure 3.

$$\text{On donne : } i_0(t) = \sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ A ; } R = L\omega = 100 \Omega ; R_L = 10 \Omega ; \frac{1}{C\omega} = 100 \Omega$$

1- a- Déterminer l'expression de l'amplitude complexe  $\bar{I}$  du courant qui circule dans la résistance R. Calculer le module et l'argument de  $\bar{I}$ .

1-b- En déduire l'expression du courant  $i(t)$

1-c- Calculer le courant  $i_L(t)$  qui circule dans la bobine

1-d- Calculer la puissance active et la puissance réactive qui sont mises en jeu dans le circuit.

2) En appliquant le théorème de Thévenin retrouver l'expression du courant  $i(t)$

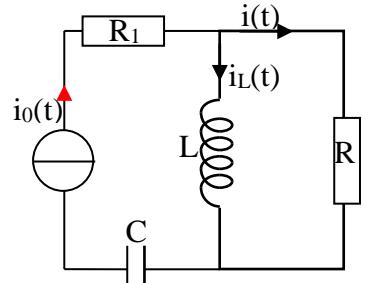


Figure 3

## Exercice 3

On considère une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale, de fréquence  $f = 1,6 \times 10^{10} \text{ Hz}$  se propageant à la vitesse  $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  dans le vide, caractérisé par sa permittivité  $\epsilon_0$  et sa perméabilité  $\mu_0$ . L'espace est rapporté à un trièdre orthonormé direct ( $O, x, y, z$ ) de vecteurs unitaires  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ .

Le champ électrique de cette onde est de la forme :  $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos[\omega t - k y] \vec{e}_z$  où  $E_0$ ,  $\omega$  et  $k$  sont des constantes positives.

1) Que représentent  $E_0$ ,  $\omega$  et  $k$  ? .

2) Calculer  $\omega$ ,  $k$  et la longueur d'onde  $\lambda$ .

3) Préciser la direction de propagation de l'onde.

4) Déterminer l'expression du champ d'induction magnétique  $\vec{B}(M, t)$  de l'onde.

5) Déterminer l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique  $w_{em}$ .

6) Déterminer l'expression du vecteur de Poynting  $\vec{P}(M, t)$ .

7) On considère un dispositif de réception constitué par un cadre indéformable carré, de centre  $O'$ , de côté  $a$  comportant N spires jointives. Le centre  $O'$ , du carré, a pour coordonnées  $(0, d, 0)$  :  $\overrightarrow{OO'} = d \vec{e}_y$

le cadre est placé de telle sorte que le flux magnétique  $\Phi(t)$ , du champ  $\vec{B}$ , qui le traverse soit maximal.

7-a- Montrer que le flux magnétique  $\Phi(t)$  peut être écrit sous la forme :  $\Phi(t) = \Phi_a \cos(\omega t - k d)$  .

En déduire l'expression de  $\Phi_a$  en fonction des données.

7-b- Déterminer l'expression de la force électromotrice  $e(t)$  induite dans le cadre.

7-c- Pour  $a = \frac{\lambda}{2}$  déterminer, en fonction de  $N$ ,  $E_0$  et  $\lambda$ , l'amplitude de la f.e.m induite  $e(t)$ .

$$\text{On donne : } \sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$