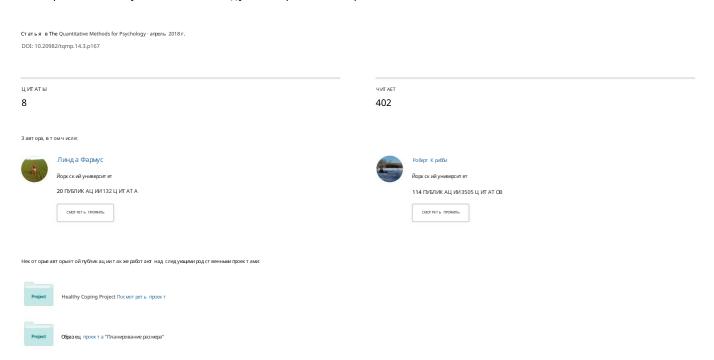
См. обсуждения , ст ат ист ик у и профили авт оров для эт ой публик ац ии по ад pecy: https://www.researchgate.net/publication/324703583

### Т ест ирование на от сут ст вие свя з и межд у к ат егориаль ными переменными



Тест на от сутствие от ношений

Средикат егориальных переменных

Таня Шишк ина (orcid.org/0000-0002-1500-5520)

Линд а Фармус (orcid.org/0000-0002-5303-6408)

Роберт А. К рибби (orcid.org/0000-0002-9247-497X)

Программа к олич ест венных мет одов

К афедра психологии

Йорк ск ий университ ет

### Абст рак т ный

Часто бывает сложно определить от сутствие связи между двумя или более к ат егориаль ными переменными.

необходимыв психологическ их проектах, так их к ак сравнительный аналив результатов, оценк а групповых эк вивалент ность на исходномуровне и оценк и результатов терапии. Несмотря на это, литература ред к о предлагает информацию или техническ ие рек омендации от носитель но соот вет ствующих статистическая методология, которая будет использоваться для выполнения этой задачи. В этой статье исследуются две эк вивалент ности тесты для к ат егориаль ных переменных, введенные Роджерсом, Ховардом и Весси (1993) и еще один Wellek (2010), а так же предложенная стратегия, основанная на модели К рамера V. Моделирование было проведено исследование, ч тобыизучить и сравнить ошибкитипа I и мощности, связанные с этитесты Результатыпок азывают, ч то V - процедура К рамера, основанная на эк вивалент ности, я вляется наиболее подходящий метод для определения от сутствия связи между к ат егориаль ными переменными в двух способк онструкции.

К люч евье слова: проверк а эк вивалент ност и, к ат егориаль нье переменные, т аблицыч аст от .

#### Тест на от сут ст вие от ношений

#### Средикатегориальных переменных

В психологич еск их исследования х исследоват ели ч аст о заинт ересованыв подт верждении от сут ст вия свя зъ между двумя или более к ат егориаль ньми переменными. Эт о ч аст о имеет мест о для к онст рук ц ий, т ак их к ак к ак сравнит ель ньй анализ исходов и оц енк а груптовой эк вивалент ност и по к ат егориаль ньм переменные на базовом уровне. Например, исследоват ели могут захот ет ь продемонст рировать, ч т о два или более леч ения равныв зависимост и от их т ерапевт ич еск их результатов, т ак их к ак воз вращение к работ е, снижение долг, приверженность леч ению или воздержание от азарт ньх игр (Chen, Tsong, & Kang, 2000). В К роме т ого, эк сперимент аль нье груптыч аст о оц ениваются в нач але исследования, ч т обы уст ановить эк вивалент ность демографическ их и/или к линическ их переменных (Rogers, Howard, & Vessey, 1993). В эт их обстоя т ель ствах для исследователей к райне важно исполь зовать соот вет ст вующие

Буоли, К умерлат о Мелт ер, К алдироли и Аль т амура (2015) пред ст авля ют собой практич еск ий пример

ст ат ист ич еск ие усилия по уст ановлению к вивалент ност и. Авт орыисслед овали эффект ивност ь различ ных

фармак ологич еск ие к лассыант ид епрессант ов при длит ель ном леч ении боль шого д епрессивного расст ройст ва

расст ройст во. На исход ном уровне исслед оват еля м необход имо было прод емонст рироват ь эк вивалент ност ь

эк сперимент аль ные группыпо д емографич еск им харак т ерист ик ам (например, работ е и семейному положении) и к линич еск им

харак т ерист ик и (например, семейный анамнез психич еск их проблем, к олич ест во попыт ок самоубийст ва и

уч аст ие в злоупот реблении психоак т ивными вещест вами). Авт орыприменили к рит ерий независимост и хичк вад рат для опред еления

были ли эк сперимент аль ные группы эк вивалент ныпо эт им переменным. Ц ель сост оя ла в том, ч т обынайт и не

знач ит ель ный резуль т ат , ч т обысохранит ь нулевуюгилот езу о том, ч т о группыпок азали од инак овье резуль т ат ы

Другой пример взят из исследования Bailine et al. (2010), к от орые стремились оценить, одинак ово ли пациенты с биполярной и униполярной депрессией реагировали на элек т росуд орожная т ерапия. На исход ном уровне эк заменат орам необход имо было д ок азать равенст во од нополя рных и биполя рных субыек т ов по демографич еск им приз нак ам (т ак им к ак пол, раса, образование и семейное положение) и к линич еск ие переменные (т ак ие к ак налич ие или от сут ст вие психоза). Более т ого, для оц енк и гипот езыо т ом, ч т о элек т росуд орожная т ерапия повлия ет на эт и группыв равной ст епени, авт орысравнили две группыс т оч к и з рения их реак ц ии на леч ение, опред еля я снижение на 50% по сравнению с исход ным уровнем на Рейт инговая шк ала Гамилы т она для депрессии к ак положит ель ный резуль т ат. Соот вет ст венно, ч и к вад рат ные т ест ынез ависимост и были провед енык ак для базовых сравнений, т ак и для от вет на гипот езылеч ения, с ц ель юд емонст рац ии от сут ст вия ст ат ист ич еск ой знач имость (т. е. т рад иц ионная нулевая гипот еза не от вергает ся).

Взаимосвя зь между категориаль ным переменныму они так же илляст риругот негравиль ное исполь зование традиц ионного нулевого знач ения .

проверк и гипот ез для выя вления так ого от сутствия. Важно пря мо зая вить, что мыне

заинт ересован в к рит ик е решений, приня тых авт орами в рассмот ренных выше примерах;

действитель но, эти два исследования были выбраныиз бесч исленного множества других, проводившихся аналогич но.

процедуры Ск орее, мыхот им подчерк нуть, что подходя щие тестыдля оценк и от сутствия родства

среди к ат егориаль ных переменных в настоя щее время широк о не из вестны и они не всегда доступныв

пак етыстат истическ их программ. К роме того, от к рытое обсуждение ограничений традиционных

методыоценк и эк вивалент ности среди к ат егориальных переменных немногочисленны Так же, пок а эт и

примерыиллюст рируют ситуации, к от орые исследуют однородность (т.е. эк вивалент ность

пропорции по группам), те же проблемывозник ают при исследовании независимост и. Эт а бумага

мет одыоц енк и от сут ст вия взаимосвя зи между к ат егориаль ньми переменньми и предлагает более надежные мет одологическ ие инструментылучше подходят для этой задачи.

Введение в тест ирование эк вивалент ност и

Как показывают предъдущие примеры исследователи обычно пытают ся вывести эк вивалент ность

группили установить от сутствие связимежду переменными на основании от сутствия

существенные различия или ассоциации. Однак о этот метод не подходит для нек оторых

причины Во-первых, как от мечает Quertemont (2011), незначительные результатычасто возникают из-за недостаточного

статистическая мощность. Так имобразом, ранее статистическ и незначимые различия между группами могут

на самом деле становятся значимыми последостаточного увеличения размера выборки. Во-вторых, неспособность

отклонение нулевой гипотезыне означает, что нулевая гипотеза верна; это просто означает, что есть

в настоя щее время недостаточно доказательств, чтобысделать выводо том, что это неверно (Walker & Nowacki, 2010).

Теоретическая формулировка нулевой гипотезыдля тестов эк вивалентности прямо противоположна

ут верждение нулевой гипотезыдля традиционных тестов на основе различий (К рибби, Арпин-К рибби и

Груман, 2009). Такая динамика свидетельствует о необходимости статистических процедур, специаль но предназначенных для к проверхе е на отсутствие связи между переменными, что ия вляется целью в квивалентности

Чт обыпроверить от сут ст вие взаимосвя зи между переменными, исследоват ели нач инают с

выбирая наимень шуюст епень ассоциации, к от оруюих исследование признает практически

значительный. На практике ошибка выборк и приводит к нулевым связям (например, идентичные средние, нулевые значения).

к орреляции) невозможно (Counsell & Cribbie, 2015). Цель проверки эк вивалентности состоит не в том, ч тобы

тестировать полное от сутствие связи между переменными, а ск орее исследовать, есть ли различия

обнаруженные актуальны (Cribbie, Gruman, & Arpin-Cribbie, 2004). Чтобывыполнить эту задачу,

исследователи должны дать к оличественную оценку своей к онцепции нерелевантного различия, приня в решение о к онкретном

диапазон з нач ений, называемый инт ервалом эк вивалент ност и, ч аст о обознач аемый симмет рич но с помощь ю(-δ, δ); δ может пред ст авля юг любой инт ересующий эффект, так ой как от сут ст вие к орреля ц ии или нерелевант ная разница в пропорции. Инт ервал эк вивалент ност и обыч но имеет как верхний, так и нижний пред елы, при эт ом опред еленный диапазон, пред ст авля ющий наимень шую ассоциацию (например, разница в популя ции пропорции), к от орые в рамках исследования будут соч тенызнач имыми.

Нулевая гипот ез а проверк и эк вивалент ност и ут верждает, ч т о взаимосвя зь между переменных не мень ше, ч емэффект, ук азанный исследоват елем ч ерез эк вивалент носты интервал. Инаоборот, аль тернативная гипотеза утверждает, ч то отношения между переменных мень ше заданного ч ерез инт ервал эк вивалент ност и. Эк вивалент ност ь или от сут ст вие свя зи устанавливает ся, когда даннье предоставляют достаточ но доказатель ств, ч тобызак лючить, ч то велич ина от ношения попадает в инт ервал эк вивалент ност и (Schuirmann, 1987; Walker & Новац к ий, 2011). Не сущест вует фик сированных правил установления пределов эк вивалент ност и; их оправдание силь но зависит от характера исследования, интересующей переменной исхода, предыдущих результатов в конкретных областя хисследований, атакже суждения соответствующих экспертовориске/пользе (Комитет по Лек арст венные препарат ыд ля ч еловек а, 2006 г.). Например, O'Reilly et al. (2007) проверил эк вивалент ность телепсихиат рии и оч ной психиат рической консультации. Один из исходов из меря лась доля участник ов, госпитализ ированных в психиат рическ ие больницыв течение двенадцати меся ц ев после первонач аль ной оц енк и. След оват ели, посовет овавшись с психиат рами, решили что разница в пропорция х 10% между группами будет наимень шей к линически знач ит ель ная разница, приводя щая к ненаправленному запасу эк вивалент ност и (- $\delta$ ,  $\delta$ ) = (-0,10, 0,10). Эк вивалент нье т естыдля от ношений между к ат егориаль ными переменными

В эт ом проекте мырассмот релит ри под хода к тест ированию от сутствия связ и между к ат егориаль нье переменные. Первый, описанный Rogers et al. (1993), пред ставля ет собой мод ифиц ированную версию два одност оронних тест а (TOST; Schuirmann, 1987) процедура, цельюк от орой является проверка эк вивалент ность двух пропорций, обозначаемых как р1 и р2. Тест основан на нормальном аппрок симация разницымежду двумя пропорция ми. Мыбудем ссылаться на этот тест эк вивалент ность двух пропорций как тест «EP». Хотя он оформлен как тест на однородность, он может так же можно использовать для оценк и независимост и двух категориальных переменных. Например, исследователи можно использовать этот тест, ч тобыпоказать, ч то пропорция самцов и самок в к онтроле и эк спериментальные группыпохожи или ч то пол (мужской/женский) минимально связан с выбором боли лекарства (препарат А против препарат а Б).

Первая нулевая гипот еза, H01: p1 - p2 -δ, от вергает ся, если z1 z1-α, а вт орая, H02: p1 - p2 δ, от клоня ет ся, если z2 zα, гд e:

— доля выборк и, а z1-α и zα— з нач ения стандарт ного нормаль ного распределения, от сек ают нижние доли распределения 1-α и α соот вет ственно. З амет им, ч т о (-1)zα= z1-α. Стандарт ную ошибк у раз ницымежду двумя пропорция ми можно рассчитать, используя:

где n1 и n2 — раз мерывьборк и для первой и вт орой групп соот вет ст венно. К огда оба нулевье
гипот езымет ода ВП от клоня ю ся , исследоват ели могут от клонить нулевую гипот езу о т ом, ч т о
раз ница в пропорция х боль ше, ч ем δ (-δ < p1 - p2 < δ; раз ница в пропорция х
попадает в инт ервал эк вивалент ности), или, другими словами, ч т о между
две дихот омические переменные. Процедура ЭП функциональ но сравнима с простой
подход с асимпт от ическим инт ервалом (SAI) (Баркер, Ролка, Ролка и Браун, 2001). Согласно

мет од SAI, если

1- 2 ± • 1 • 2 доверительный интервал (ДИ) для р1-р2 находится в пределах эк вивалент ности

интервал (-δ, δ), то и Н01, и Н02 от брасьваются назаданном уровне α. Важно
Ограничение теста ЕР состоит в том, ч то он применим толькок конструкция м 2 х 2.

Другая процедура проверк и эк вивалент ност и, описанная Wellek (2010), основана на

Евклидово расст оя ние (т. е. расст оя ние между двумя точ ками в евклидовом пространст ве). Мыбудем ссылать ся на него как процедура «ЭД». Нулевая гипот еза для этого тест а ут верждает, ч то сумма к вадрат ов расст оя ния (D\*2) между наблюдаемыми вероя т ност я ми я ч еек, обознач енными как т, и ожидаемыми я ч ейк ами вероя т ност и (произ ведение предель ных сумм), обознач аемое к ак g(т), в популя ц ии, по к райней мере, к ак боль ше к рит ич еск ого расст оя ния. Веллек предложил є = 0,15 к ак наиболь шее приемлемое расст оя ние между ти g(т) (т.е. между век т ором наблюдаемых вероя т ност ей и век т ором ожидаемых вероя т ност ей), однак о исследоват ели должнырассмот реть, к ак ое з нач ение є я вля ет ся наиболее подходя щим, уч ит ывая характ ер их исследоват еля (ит ребуют ся дополнит ель ные исследования для понимания велич иныє в ч т обыгомочь исследоват еля мустановить соот вет ст вующие з нач ения для є). Отя ть же, эт от т ест может быть исполь зован для исследуя либо нез ависимость, либо од нородность г рупповых пропорций. Т ак им образ ом, НО:

\*2

Отклоня ет ся, если

где/ — стандартная ошибкаи:

где і, ј задает строк у истолбец соот вет ственно, г — к олич ест во строк , с — к олич ест во к олонны редставля ю собой сумму наблюдаемых вероя т ност ей для строк и і, и редставля ю собой сумму наблюдаемых вероя т ност ей для строк и і, и редставля ю собой сумму наблюдаемые вероя т ност и для столбца ј. Другой способ сформулироват ь т ест ED сост оит в том, ч то нулевая гипот еза важного от ношения между двумя к ат егориаль ными переменными можно от к лонит ь , если верх ний пред ел СІ для D2 мень ше 2. Дисперсия , 2, может быт ь выражена к ак :

Нак онец, мыпредлагаем подход, основанный на V К рамера (Cramer, 1946), упомя нут ом в эт ой ст ать е. бумага к ак рез юме. V К рамера , мера раз мера эффекта для ассоциации между к ат егориаль ными переменными, учитывает раз мерытаблицычастот, из чего следует, что V для таблицразных раз мерыможно осмысленно сравнивать (Smithson, 2003). Так им образом, V К рамера можно исполь зовать для определить от сутствие связи между к ат егориаль ными переменными в общем двустороннем (или выше) таблицы а посколь ку V находится в диапазоне от 0 до 1, задача нахождения подходя щего интервала эк вивалентности сделано проще.

Чтобыот вергнуть нулевую гипот езу о неэк вивалент ност и для СV-подхода (Н0: ), верхний предел К рамера V СI должен лежать ниже заданной границы эк вивалент ност и δ. V К рамера вын исля ет ся как:

где k — мень шее из числа строк гили столбцов с. Следуя Смит сону (2003), К И для К рамера V рассчитывается как:

где m = (c − 1)(r − 1), а ΔL и ΔU представля ют собой нижний и верхний доверит ель ные пределы парамет р нецентраль ностидля нецентраль ности <sup>2</sup> (к от орые определя ются ит ерацией, см. Signorell, 2017). Мывк люч или прик ладной пример для всех т рех мет одов (см. Приложение A).

Исследование мет од ом Монт е-К арло бъло провед ено для оц енк и ошибк и т ила I и мощност и генерат ора.

Проц ед урыпроверх и эк вивалент ност и ЕР, ЕD и СV для кат егориаль ных переменных в 2 x 2 (ЕР, ЕD, CV)

и 2 x 4 (ЕD, CV). Мыисполь з овали α = 0,05 и выполнили 5000 симуля ц ий для каждого условия.

с помощь юст ат ист ич еск ого программного обеспеч ения R с от к рытым исходным к одом (R Development Core Team, 2016).

угравля емьми переменными были раз мер выборк и, ст епень ассоц иац ии (для условия мощност и) и

дизайн исследования (к онк рет ные условия можно найт и в таблице е 1). Раз мерывыборх и 50, 100, 200 и

1000 были исследованы пот ому ч т о они обыч но исполь з уют ся в психологич еск их исследования х. Мысосредот оч ились

т оль к о в случ ае равных сумм ст рок для плана исследования 2 x 2, в т о время как в плане исследования 2 x 4

суммыст рок не обя з ат ель но были равными. Обрат ит е внимание, ч т о Wellek (2010) приз нает либераль ный харак т ер

Проц ед ура ЕD (т . е . эмпирич еск ая ч аст от а ошибок т ила I может превышать о) и, следоват ель но, рек омендует

с исполь з ованиемск оррек т ированного номиналь ного уровня об « с «вся к ий раз , к огд а т ребует ся ст рогое поддержание з аданного уровня » .

сч ит алось необходимым т ребованием» (ст р. 277). Т ак им образ ом, был исполь з ован номиналь ный уровень α 0,05.

К огда степень свя зи между переменнымит оч но соот вет ст вует эк вивалент ност и инт ервала, ожидает ся , ч т о эмпирич еск ая ч аст от а ошибок т ила I будет равна номиналь ной ч аст от е ошибок т ила I (q). Мы исполь зовал свободные границы Брэдли (1978),  $\alpha \pm 0,5$  с, в к ач ест ве к рит ерия налич ия удовлет ворит ель ной ошибк и т ила I. к онт роль . Т ак им образом, при  $\alpha = 0,05$  ч аст от а ошибок т ила I приемлема, если она находит ся между 0,025 и 0,075.

Поск оль к у в т ест ах ЕР, ЕD и CV исполь зуют ся разные шк алы проц едурыопред еления

инт ервалыэк вивалент ност и т ак же различ ались . Следуя рек омендац ия м Wellek (2010) по

В т ест е ED инт ервал эк вивалент ност и был уст ановлен к ак  $\epsilon = (-,15,0,15)$ . Т ак им образом, для ошибк и I рода

условия х мывыбрали знач ения доли к лет ок популя ц ии, к от орые дали евк лидову

расст оя ние d = 0,15 (к онк рет ные случ аи 2 х 4 фак т ич еск и были выбраныиз т ех, к от орые были получ еныВеллек ом,

интервалыдля процедур EP и CV (т.е. мывьн ислили разницу в пропорция х и V К рамера для пропорций клеток популя ции, которые дают d = 0,15). В результате в типе I В условия х ошибки оценка эк вивалент ности для теста ED всегда была одинак овой, ε = 0,15, в то время как для интервал EP и CV меня лся для разных матриц населения (см. табл. 1).

Для условий мощност и сила свя з и между двумя дихот омич еск ими переменные, из меря емые евк лидовым расст оя нием, принимались равными 0, 0,02 и 0,10. Для В условия х мощност и верхний предел границы эк вивалент ност и сост авля л  $\varepsilon$  = 0,15 для т ест а ED, 0,30 для т ест EP и 0,40 для т ест а CV. К ак ук азывалось ранее, Wellek (2010) рек омендует исполь зовать  $\varepsilon$  = 0,15. Стест ом ED, а знач ения для EP и CV были сопост авимыпо силе со знач ением для  $\varepsilon$  = 0,15.

Мыт ак же провелитест независимост и хи-к вадрат, что бысравнить производительность

традиционный подход с тем из тестов эк вивалентности. Важно подчерк нуть, что, поск ольку

цель состоит в том, что быпродемонстрировать от сутствие ассоциации (независимость /однородность), этот тест не будет

уместно, поск ольку цель состоит в том, что быне от вергнуть нулевуютилот езу; он включен, хотя, поск ольку

этот метод часто используется исследователя мидля демонстрации от сутствия ассоциации. Что быиметь

сопоставимый результат для каждого теста, переменная результата была пропорцией симуля ций в

вывод, касающийся «от сутствия связи». Для тестов эк вивалентности это означает от клонение

НО, но для традиционного критерия независимост и хи-к вадрат это означает не от вертать НО. Примечание,

следовательно, в условия хошибк и типа Гиусловия х ненулевого эффекта мощност и для

тестына эк вивалентность показывают, что зая вленные показатели для традиционного теста хи-к вадрат я вляются ошибками типа II, и

для условия мощност и с нулевым эффектом для тестов эк вивалентност и это переводится в показатели правильных

неот к лонения для теста хи-к вадрат (с ожидаемой долей 1-а).

Получ енные резуль т ат ы

Частота ошибок типа I. Доля случаев, в которых отсутствует связь между двумя дихотомическ ие переменные делают ложный вывод для тестов EP, ED и CV (частота ошибок типа I), посколь ку атак же вероя тность ошибки типа II для критерия независимости хи-к вадрат представленыв Рисунок 1.

Как ЕР, так и CV-процедурыимели частоту ошибок типа I, которая соответствовала ограничения м Брэдли. (0,025–0,075). В отличие от ЕР и CV, раз мер выборк и з начитель но повлия л на тип 
І частота ошибок теста ЕD; при неболь шом раз мере выборк и (N = 50) показатели типа I были в два раза выше 
по сравнению с N = 1000 при α = 0,05 и в среднем в три раза боль ше при N = 50 по сравнению 
до N = 1000, когда α = 0,025. Толь ко при N = 1000 эмпирическая частота ошибок типа I ED падает. 
в рамк ах Брэдли.

Доля неот клонений нулевой гипот езыдля теста хи-к вадрат, когда в

тот факт, что это неверно (частота ошибок типа II), представлен здесь для сравнения с тестами на эк вивалент ность.

Как и ожидалось, частота ошибок типа II для критерия хи-к вадрат силь но связана с раз мером выборк и. Так им образом, для неболь ших раз меров выборк и, так их как N = 50, критерий хи-к вадрат имеет наиболь шуювероя тность

обыя вление эк вивалент ности по сравнению со всеми тестами эк вивалент ности, рассмот ренными в этой стать е, тогда как он имеет наимень шуювероя тность обыя вления эк вивалент ности, когда раз мер выборк и увелич ивается до n = 1000.

Оба этих результатая вляются ожидаемыми, учитывая то, что регистрируются ошибки типа II.

Тарифына мощность. Вероя тност и правиль ного зак лючения обэк вивалент ност и для ED, EP и
ПроцедурыCV (мощност и) представленына рисунке 2. Все тестына эк вивалент ность, рассмот ренные в эт ом
бумагидают сходные моделисточки зрения показателей мощности, т.е., как и ожидалось, они увелич иваются по мере того, как образец
раз мер увелич ивает ся. ED с α = 0,025 и тесты CV имеют одинак овые з начения мощност и в раз ных диагазонах.

степени ассоциации. Процедура EP показывает мень шуюмощность, чем другие тесты эк вивалент ности, когда
раз мер выборки N = 50. Однако эт а раз ница в мощност и исчезает, когда выборка

раз мер увелич ивает ся до N = 200. К ак и ожидалось, ст епень свя з и между к ат ег ориаль ньми переменньми ок аз ьвает сущест венное влия ние на мощность, при эт ом d = 0 дает замет но более высок ие вероя т ност и, ч ем d = .1. Ст рукт ура пропорц ии я ч еек населения умеренно влия ет на мощность процедурыЕР (например, 0,250, 0,250, 0,250, 0,250 прот ив 0,100, 0,400, 0,100, 0,400), но не для тест ов ED или CV.

В условия х мощност и, к огда d = 0,02 или d = 0,10, зая вленные ск орост и для традиционной ци к вадратным к рит ерием независимост и я вляются вероя тност и не отвергнуть Н0 (ошибка второго рода). К ак показано на рисунке 1 и 2, к ак и ожидалось, показывают боль шее (а не мень шее) евклидово расст оя ние, ч то отражает степень связи между категориальными переменными - приводит к мень шей част от е ошибок т ипа II. 2 х 4 Дизайн

Част от а ошибок т ипа I. На рис. З пок аз аныэмпирич еск ие ч аст от ыошибок т ипа I для ED и

Т ест ыСV и вероя т ность ошибк и т ипа II для к рит ерия независимост и хи-к вадрат в 2 х 4

Диз айн исследования. Т ест ED с α = 0,05 вья вля ет несоот вет ст вующуюэмпирич еск уюч аст от у ошибок т ипа I.

(преимущест венно для условия 1) для раз меров выборк и менее N = 200. К огда α = 0,025, т ест ED

Част от а ошибок т ипа I ост ает ся в пред елах пред елов Брэдли для всех условий, к роме одного. Хот я слегк а

к онсерват ивно, ч аст от а ошибок т ипа I для проц едурыСV всегда находилась в пред елах, уст ановленных Брэдли для

проч ность. Под ходыЕD и CV были ч увст вит ель нык пропорц ия м к лет ок популя ц ии.

приэт ом ч аст от а ошибок т ипа I нез нач ит ель но раз лич ает ся в зависимост и от условий. Всет есты в к вивалент ност и

уч ит ьвают ся для диз айна исследования 2 х 4, завися т от раз мера выборк и с мень шей ошибк ой т ипа I.

ск орост и, происходя щие с боль шими выборк ами. К ак и в случ ае 2 х 2, доля случ аев, в к от орых

т рад иц ионный к рит ерий нез ависимост и хи-к вад рат дал ложный вывод о т ом, ч т о ассоц иац ия была нулевой.

умеренный для условия N = 50, но равный или близ к ий к нулюдля всех Ns > 50.

Т арифына мощность. Из учение з начений на рисунке 4 показывает, что ED и CV тестыпоказывают аналогичные показатели мощности, когда d = 0 (условия 1 и 2) и d = 0,02 (условия 3 и 4), хотя тест ЭД в целом был мощнее. При d = 0,1 (условия 5 и 6) мощность

пок азатели снижаются, особенно для теста СV, потому что степень ассоциации очень высока.

близко к интервалу эк вивалент ности. Как и ожидалось, по мере увеличения размера выборк и показатели мощност и для

обатеста эк вивалент ност и растут. Для традиционного теста, когда ассоциация равна нулю, записанное

ск орости оказались, как и ожидалось, примерно равными 1 - о. Когда ассоциация была боль шенуля

но в пределах интервала эк вивалент ностичастота ошибок типа II умень шилась для традиционного хи.

к вадратный критерий независимости по мере увеличения размера выборк и Однако эт и показатели подчеркивают

проблема с исполь зованием теста на основе различий для оценки эк вивалент ности; при неболь шом размере выборк и

Тест СS часто неправиль но заключал эк вивалент ность, тогда как при боль шой выборк е эк вивалент ность была

редко или никогда не завершвется. Другими словами, вероя тность необоснованного обыя вления обот сутствии

свя зь между переменными умень шалась, а не увеличивалась по мере увеличения размера выборки.

#### Обсужд ение

Многие психологич еск ие исследования я вно нацеленынато, чтобыпок азать, что между исследуемые к ат егориаль ные переменные. Часто исследователь хоч ет пок азать, что, прежде чем В начале исследования нек от орые к лючевые харак теристик и (так ие к ак этническ ая принадлежность, статус работы состоя ние здоровья и образователь ный статус) одинак овысреди различных групп. Другим типичным примером я вляется исследователя, к от орый хоч ет продемонстрировать, что разные подходык лечению дают сходные резуль таты частоты для разных групп (например, мужчины и женщины) городские и сельские жители).

Несмот ря на общность эт их обстоя тельств, попытки док азать эк вивалент ность

группыили мет одылеч ения обыч но страдают от двух основных проблем. Во-первых, тест ирование на от сутствие

Ассоциация часто сопряжена с трудностями, связанными с выбором подходящего

статистический мет од. Во-вторых, возникают трудности с адекватным определением «эк вивалент ности».

Что к асается вопроса выбора под ход ящего статистического теста, в этом исследовании статистические свойстватрех различных подходов для проверки отсутствия связи между к ат егориаль нье переменные в планах 2 х 2 и 2 х 4. К роме т ого, мыисслед овали взаимосвя зь эт ит естына эк вивалент ность традиционному к ритериюнез ависимост и хи-к вадрат с целью пред ост авление рек омендаций исследоват еля м поведения от носит ель но их пригодност и и прак т ич ность. Несколько ключевых отличий отличают различные тесты эк вивалентности, рассмотренные в этойстатье. бумага. Процед ура ED основана на разнице между наблюдаемой и ожидаемой част от ами, и его логик а близкак логик е традиционного к ритерия независимост и хи-к вадрат. ЭП тест это коренится в различия х пропорций. Подход CV использует метрику корреля ции, и так им образом, потенциальные значения варь ируются от 0 до 1. Чтобы сравнить статистическ ие свойства этих трех проверк и эк вивалент ност и, необход имо было определить, как им образом их инт ервалыэк вивалент ност и могут быть приравнены (имея в виду, ч то каждый из них из меряется по разным шкалам). Таким образом инт ервал эк вивалент ност и для т ест а ED соот вет ст вует рек омендуемому евк лидову расст оя нию d = 0,15. (Wellek, 2010), ч т о дает набор двуст оронних т аблиц ч аст от , к от орые позволили нам из уч ит ь Туре Част от а ошибок І и мощность (см. Таблиц у 1). Учитывая эти производные таблицычаст отынаселения, З ат ем были опред еленыинт ервалыэк вивалент ност и для тест ов EP и CV, ч т обысоот вет ст воват ь ассоциация населения (условия ошибки т ипа I) или быть пропорциональ на евклидову расстоя нию мера, используемая с тестом ED. Наши результатыпок азывают, ч то предлагаемый тест, основанный на V К рамера обеспеч ивает наилуч ший баланс между к онт ролем ошибок т ипа I и мощность юи доступен к ак для  $2 \times 2$ и более к рупные двуст оронние к онст рук ции.

Что к асается вопроса выбора под ходя щего интервала эк вивалентности, нек от орые важные вопросывозник ли в этом исследовании. Как от мечено в таблицах резуль татов, евклидово расстояние 0,15 от носится к различия в пропорциях и к орреляциях, к от орые теоретическ и спорны Хотя это было

т ест а ЭД, ч т обыможно было провест и ч ест ное сравнение между проц едурами, многие возразя т .

ч т о различ ия в пропорц ия х и к орреля ц ия х, превышающие 0,3, слишк ом велик и, ч т обыознач ать от сут ст вие
ассоц иац ия между переменными. Например, рассмот рим инт ервалызк вивалент ност и, исполь зуемые Род жерсом и др.
др. (1993) с т ест ом ЕР. Авт орыисполь зовали проц едуру ЕР для сравнения двадцат и семи
исход ные харак т ерист их и между двумя группами женщин, одна из к от орых доносила своюбеременность до срок а
и еще од ин прерванный. Исследоват ели ук аз али на различ ия в пропорц ия х и эк вивалент ност и
инт ервалыдля к аждой из меря емой харак т ерист ик и. Важно от мет ить, ч т о инт ервалызк вивалент ност и их
исполь зованное исследование (20% знач ения к онт роль ных групп) вары ировалось от 0,001 до 0,199. Т ак им образ ом,
по сравнению с работ ой Rogers et al. (1993), инт ервал эк вивалент ност и, исполь зуемый для т ест а ЕР в нашей
исследование (т.е. .3) к ажет ся замет но либераль ным. По эт ой прич ине исследоват ели должнырешить, основывая сь на
мет рик а, выбранная для исследования от сут ст вия ассоц изц ии, наимень шее знач ение, к от орое они рассмат ривали
осмысленный.

Рек омендации

Барк ер и д р. (2001) пред полагают, ч т о рек омендац ии от носит ель но т ого, к ак ой вид эк вивалент ност и т ест , к от орый следует исполь зовать , должен быть основан на соот ношении между эмпирич еск им и номиналь ным Част от а ошибок т ипа I, а т ак же мощность рассмат риваемого т ест а. В дизайне исследования 2 x 2 эмпирич еск ая ч аст от а ошибок т ипа I т ест а ED з нач ит ель но выше, ч ем номиналь ная ч аст от а. Эт от исход иск люч ает процедуру ЭД из даль нейшего рассмот рения , несмот ря на т о, ч т о пок азывает луч шие пок азат ели мощност и, ч ем другие процедурыво многих условия х. Т ест ыСV и EP производить жиз неспособные к оэффициент ыошибок т ипа I для всего диапазона исследованных условий с CV подход неск оль к о более к онсерват ивен, ч ем EP. Т ак им образом, мырек омендуем исполь зовать рез юме или т ест ыEP для дизайна исследования 2 x 2 и подход CV для дизайна исследования 2 x 4.

Подводя итог, тесты ы к вивалент ност и позволя кот исследоват еля моценить исследоват ель скуюгипот езу. что две к ат егориаль ные переменные пренебрежимо связаны Установление «минималь но важного от ношение» (или интервал эк вивалент ност и) я вляется сложным и субыект ивным аспектом проверк и на от сутствие ассоциация. Есть надежда, что в будущих дискуссия х будут освещены вопросы связанные с определением соот ветствующий интервал и сделать его менее сложной задачей для исследователей. Однако даже допущение нек от орой субыект ивност и при установлении област и эк вивалент ност и лучше, чем ненадлежащим образом используя незнач имость традиционного к ритерия независимост и хичк вадрат для исследовать от сутствие связи между к ат егориальными переменными.

### Приложение

Прик лад ной пример с исполь з ованием основанной на эк вивалент ност и версии К рамера V, мет од а ЕР и мет од ЭД.

Исследоват ель хоч ет продемонст рировать от сут ст вие свя з и между полом ребенка и имеет ли он или она высок ие баллыпо пок азат елюсиндрома дефиц ит а внимания (СДВ) в 8-й к ласс. Данные (проц ент ыя ч еек от общего ч исла в ск обк ах) были следующими (обрат ит е внимание, ч т о данные были сгенерированы для ц елей эт ой демонст рац ии):

Сек с	Высок ий балл по СДВ Не вы	сок ий балл по СДВ 25 (7%) 143 (38%)	Всего
Маль ч ик	32 (9%) 172 (46%) 31	5 57	168
Девочка			204
Общий			372

К рамер V

"=" \_\_\_\_\_

$$\frac{2}{2} = \textcircled{\bullet}( )2$$

$$\frac{(25 25,74)2(143)}{25,74} \frac{142,25)2(32 31,25)2(172 172,74)2(2)}{142,25} \frac{172,74}{31.25} \frac{172,74}{172,74}$$

$$= \textcircled{\bullet} \frac{2}{[(1)]}$$

$$= 0,046/[372(2-1)] = 0,0111262$$

$$= \textcircled{\bullet}( +)/[(1)] = \textcircled{\bullet}( +1)/[372(2 1)]$$

$$= \textcircled{\bullet}( +)/[(1)] = \textcircled{\bullet}( +1)/[372(2 1)]$$

Исслед оват ель оц енивает нулевую гипот ез у H0: по сравнению с аль т ернат ивной гипот ез ой о т ом, ч т о H1:

«.Учитывая от сутствиет еорет ическ ой основы граница эк вивалент ност и была установлена на уровне δ = 0,3, ч т о было найдено приблиз итель ное з начение, при к от ором к орреля ции между переменными становя т ся осмысленные (Берибиск ий, 2018). Напомним, ч т о ΔL и ΔU представляют собой нижний и верхний К Идля парамет р нецент раль ност и распределения χ2. Не сущест вует пря мого мет ода вын исления ΔL и ΔU, поэт ому мыисполь з уем в R функ цию Статег V из пакет а DescTools.
(Синь орелли идр., 2017). Эт а функ ция исполь з ует итерат ивный подход для определения з начений ΔL и ΔU (см. Smithson, 2003). Например, к од DescTools::CramerV(mat), где 'mat' — эт о мат рица наблюдаемых част от возвращает 90% ДИ(0,000, 0,082). Посколь ку верхняя граница 90% ДИдля V К рамера (0,082) падает ниже границы эк вивалент ност и δ = 0,3, мыот вергаем НО: и сделать вывод, что сущест вует нез начитель ная связь между полом ребенка и высок им баллом на ДОП З начение К рамера V (0,011) можно использовать в качест ве величины ффекта и, посколь ку его можно интерпрет ируя в соот вет ст вии с положитель ной к орреля цией, мымогли бысказать, что эффект очень мал.

Эк вивалент ность двух пропорций (ЕР)

^ ^ H01: p1 - p2 -δ и H02: p1 -p2 δ от к лоня ют ся , если 90% ДИдля 1 2 падает полност ь ю

в инт ервале эк вивалент ност и (в данном случ ае уст ановленном при (- $\delta$ ,  $\delta$ ) = (-.10, .10)

$$\int_{1}^{2} \frac{25}{168} = 0,149$$

$$\int_{2}^{4} \frac{32}{204} = 0,157$$

Стандартная ошибка разницымежду двумя пропорция ми рассчитывается по формуле:

Поск оль к у К И для  $_{1-}$   $_{2}$  полност ь юпопад ает в инт ервал эк вивалент ност и (- $\delta$ ,  $\delta$  = -.10, .10) к ак

Н01 и Н02 от брасывают ся, и мыз ак люч аем, ч т о пропорции для маль ч ик ов и девоч ек эк вивалент ны

Евк лид ово расст оя ние (ED)

Вслед за Веллек ом (2010), Н0:  $^{*2}$  от вергает ся, если верхний пред ел 1- $\alpha$ ДИдля D2 пад ает ниже  $\epsilon^2$ , где верхний пред ел для D2 рассч ит ьвает ся к ак:

Где = представля ет наблюдаемые вероя тностии(

) представля ет собой ожидаемое

вероя тности.

$$11 = \frac{25}{372} = 0,067, \qquad 12 = \frac{143}{372} = 0.384, \qquad 21 = \frac{32}{372} = 0.086, \qquad 22 = \frac{172}{372} = 0.462$$

Дисперсия, 2, может быть выраженакак:

где:

Расч ет  $^2$  ч рез вын айно громоздка, даже для эт ой прост ой мат рицы  $2 \times 2$ . Так им образом, исполь зуя функция gofind\_t из пак ет а EQUIVNONINF, un = .003 . Нак онец, ч т обы определить, я вля ет ся ли верхня я граница доверит ель ного инт ервала для D2 < 2,

$$_{1}$$
 (2) =  $^{2}$  +  $_{1}$  = 0,00002 + 1,65 =  $\frac{.003}{0,000}$ 3 372

 $^{2}$  (2) (0,003) <  $^{2}$  (0,152 = 0,0225) ноль H0:  $^{*2}$   $^{2}$  от вергает ся и от сут ст вие ассоц иац ия зак люч ена.

#### Рек омендации

Бейлин, С., Финк, М., К напп, Р., Пет рид ес, Г., Хусейн, М.М., Расмуссен, К., ... и К еллнер, СН

(2010). Элек т росуд орожная т ерапия од инак ово эффек т ивна при униполя рном и биполя рном депрессия. Acta Psychiatrica Scandinavica, 121(6), 431-436. д ои: 10.1111/j.1600-0447.2009.01493.x

Барк ер Л., Ролк а Х., Ролк а Д. и Браун К. (2001). Проверк а эк вивалент ност и для биномиаль ного случ айного переменные: к ак ой т ест исполь з овать? Америк анск ий ст ат ист ик , 55 (4), 279-287. дои: 10.1198/000313001753272213

Берибски Н., Дэвидсон Х. и К рибби Р. (представлено). Что я вля ется наимень шим значащим от ношения между двумя переменными? Текущая психология.

Брэдли, СП (1978). Проч ность? Брит анск ий мат емат ич еск ий и стат ист ич еск ий журнал
Психология, 31(2), 144-152. doi:10.1111/j.2044-8317.1978.tb00581.x

Буоли, М., К умерлат о Мелт ер, К., Калдироли, А., и Альтамура, А. (2015). Антидепрессанты

столь же эффективныпри длительном лечении большого депрессивного расстройства? Человек

Психофармак ология: клиническая и экспериментальная, 30(1), 21-27. дои: 10.1002/hup.2447

Чен, Дж. Дж., Цон, Ю, и Канг, С.Х. (2000). Тестына эк вивалентность или не мень шей эффективности между две пропорции. Журнал информации о наркотиках, 34(2), 569-578.

Комитет по лек арственным средствам для человек а. (2006). Комитет по лек арственным средствам рук оводство для исполь зования человек ом (СНМР) по выбору предела не мень шей эффективности. Статистик ав Медицина, 25 (10), 1628-1638. дои: 10.1002/sim.2584

К оунселл, А., и К рибби, Р.А. (2015). Эк вивалент нье т ест ыдля сравнения к орреля ции и к оэффициент ырег рессии. Британск ий мат емат ическ ий и стат ист ическ ий журнал Психология, 68(2), 292-309. doi: 10.1111/bmsp.12045

дои: 10.1177/009286150003400225

дои: 10.1080/00220970903224552

К рамер, Х. (1946). Мат емат ич еск ие мет одыстат ист ик и. Принст он: Ивдат ель ст во Принст онск ого университ ет а.

дои: 10.1515/9781400883868

К рибби, Р.А., Груман, Дж.А., и Арпин-К рибби, К алифорния (2004). Рек омендации по применению

т ест ыэк вивалент ност и. Журнал к линич еск ой психологии, 60 (1), 1-10. дои: 10.1002/jclp.10217

Крибби, Р.А., Арпин-Крибби, Калифорния, и Груман, Дж.А. (2009). Тесты эквивалентности для односторонних проекты независимых групп. Журналэк спериментального образования, 78 (1), 1-13.

ОРейли, Р., Бишоп, Дж., Мъддок с, К., Хат ч инсон, Л., Фисман, М., и Тахар, Дж. (2007). Явля ет ся т елепсих иат рия эк вивалент на псих иат рии лиц ом к лиц у? Рез уль т ат ырандомиз ированного испът ание к онт ролируемой эк вивалент ност и. Псих иат рич еск ие службы 58(6), 836-843.

doi:10.1176/appi.ps.58.6.836

К верт емонт , Э. (2011). К ак статистич ески показать от сутствие эффекта. Психология
Бельгика, 51(2), 109-127. дои: 10.5334/pb-51-2-109

Роджерс, Дж. Л., Ховард, К. И. и Весси, Дж. Т. (1993). Исполь зование тестов знач имост и для оценк и эк вивалент ность между двумя эк сперимент аль ньми группами. Психологич еск ий бюллет ень , 113 (3), 553-565.

дои: 10.1037//0033-2909.113.3.553

Синь орелл, А. и д р. (2017). DescTools: инст румент ыописат ель ной ст ат ист ик и. Версия пак ет а R 0.99.23.

Смит сон, М. (2003). Доверит ель нье инт ервалы № 140. К олич ест веннье приложения в соц иаль ной Серия наук. Бель монт, К алифорния : Сейд ж. д ои: 1<u>0.4135/9781412983761</u>\_\_\_\_\_\_ Уок ер, Э., и Новак и, А.С. (2011). Понимание эк вивалент ност и и не мень шей эффек т ивност и

т ест ирование. Журнал общей внут ренней мед иц ины 26 (2), 192-196. doi:10.1007/s11606-010-

1513-8

Веллек , С. (2010). Проверк а ст ат ист ич еск их гипот ез эк вивалент ност и и не мень шей эффек т ивност и. Бок а

Рат он, Флорид a: CRC Press. дои: <u>10.1201/ebk1439808184</u>

Таблица 1.

	Условия	для	исслед ования	мет од	ом Монте-Карло	o.
--	---------	-----	---------------	--------	----------------	----

1				2 x 2	2 Дизайн	
Сост оя ние	a11	a12	a21	a22d	EBED PD EBEP EBCV	
Условия ошиб	китипа I	123				
	.175 .3	325 .325 .	. 150. 175	.150 .300 .300	.298 .250 .250 .100 .400 .150 .300	
	.300 .3	2. 050. 312	150 .200 .	.300 .150 .150	0 .300 .300 .344	
Условия питан	ния 1					
23456	.250 .2	250 .250 .2	250 0 .30	0 .400 .100 .4	00 .100 . <b>409</b> 0003 <b>09</b> 0400 .270 .230 .250	

.250 .020 .150 .040 .300 .400 .260 .240 .240 .26**0** .020 .150 .040 .3**00**5.**400**5.**058**50

.100 .150 .200 .300 .400 .200 .300 .200 .100 .150 .200 .300 .400

					2х4Диз	айн			
Сост оя ние	a11	a12	a13	a14	a21	a22	a23	а24 д	ЭБЭД ЭБК В
Условия ошиб	китипа I	1 2		·	·	·	·		
3 4	.050 .0	50 .050 .	.050 .659	.050 .050	.041 .150	.150 .507	.100 .050	.250 .150 .	181 .100 .050 .119 .150
	.150 .4	10 .200 .	.050 .050	.050 .166	.300 .150	.034 .150	.150 .399	.150 .150 .	150 .150 .253 .050 .050
	.047 .1	50 .150 .	.382						

Условия питания 1 23456 .15 .4 .130 0 .145 .105 .125 .125 .125 .125 .125 .125 .120 .120 .120 .130 .15 .4 .130 .130 .101 .02 .200 .070 .190 .220 .080 .090 .125 .025 .1 .100 .150 .134 .100 .15 .4 .150 .120 .046 .200 .1 .15 .4 .15 .4 .15 .4

Примеч ание.  $aij = пропорц ии я ч еек втаблицах 2 х 2 и 2 х 4; d = евклидово расстоя ние; EBED = граница эк вивалент ност и для теста ED; ПД = p1 - p2; EBEP = верхня я граница интервала эк вивалент ност и для теста EP; EBCV = граница эк вивалент ност и для <math>V - \kappa$  ритерия K рамера.

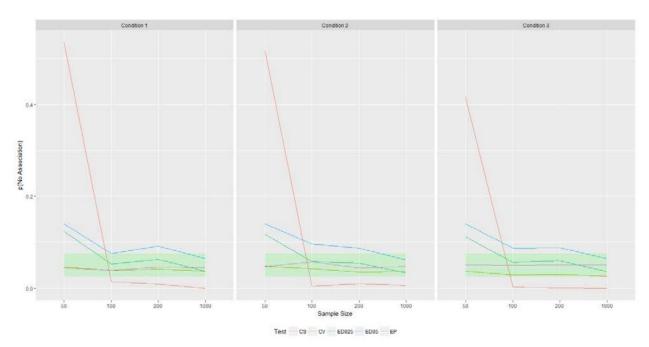


Рисунок 1. К оэффиц иент ыошибок т ипа I для т ест ов на основе эк вивалент ност и, к оэффиц иент ыошибок т ипа II для т рад иц ионного к рит ерия нез ависимост и  $\chi 2$  в схеме  $2 \times 2$ . CS = т рад иц ионный к рит ерий нез ависимост и  $\chi 2$ , CV = V К рамера , ED025 = к рит ерий евк лид ова расст оя ния ( $\alpha$  = 0,025), ED05 = к рит ерий евк лид ова расст оя ния ( $\alpha$  = 0,05), EP = к рит ерий эк вивалент ност и пропорц ий; выд еленная з еленьм ц вет ом област ь = либераль ные пред елыБрэд ли (0,025–0,075). См. Т аблиц у 1 для информац ии о сост оя нии.

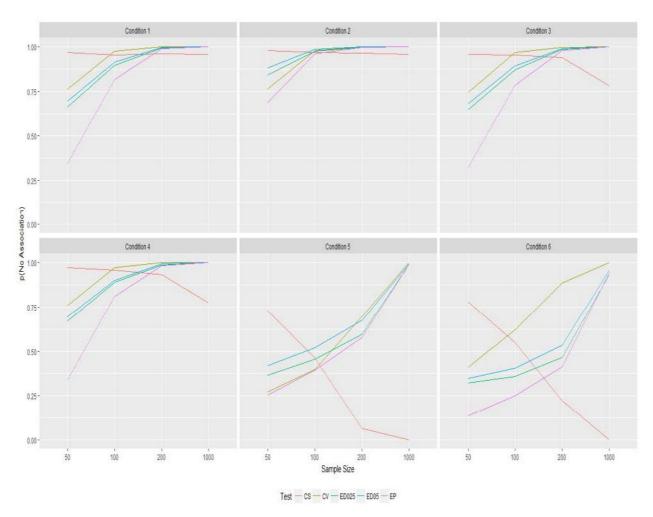


Рисунок 2. Пок аз ат ели мощност и для т ест ов на основе эк вивалент ност и, правиль ное решение (условия 1, 2)/ к оэффиц иент ыошибок т ипа II (условия 3-6) для т рад иц ионного т ест а нез ависимост и  $\chi 2$  в схеме 2 x 2. CS = т рад иц ионный к рит ерий нез ависимост и  $\chi 2$ , CV = V K рамера , ED025 = к рит ерий евк лид ова расст оя ния ( $\alpha$  = 0,025), ED = к рит ерий евк лид ова расст оя ния ( $\alpha$  = 0,05), EP = к рит ерий эк вивалент ност и пропорц ий. См. Т аблиц у 1 для информац ии о сост оя нии.

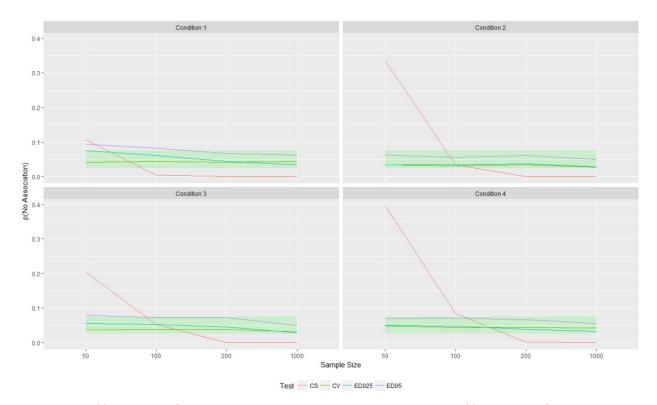


Рисунок 3. К оэ ффиц иент ыошибок т ипа I для т ест ов на основе эк вивалент ност и, к оэ ффиц иент ыошибок т ипа II для т рад иц ионного к рит ерия нез ависимост и  $\chi 2$  в схеме 2 х 4. CS = т рад иц ионный к рит ерий нез ависимост и  $\chi 2$ , CV = V К рамера , ED025 = к рит ерий евк лид ова расст оя ния ( $\alpha$  = 0,025), ED05 = к рит ерий евк лид ова расст оя ния ( $\alpha$  = 0,05), въд еленная з еленьм ц вет ом област ь = либераль нье пред елыБрэ дли (0,025–0,075). ). См. Т аблиц у 1 для информац ии о сост оя нии.

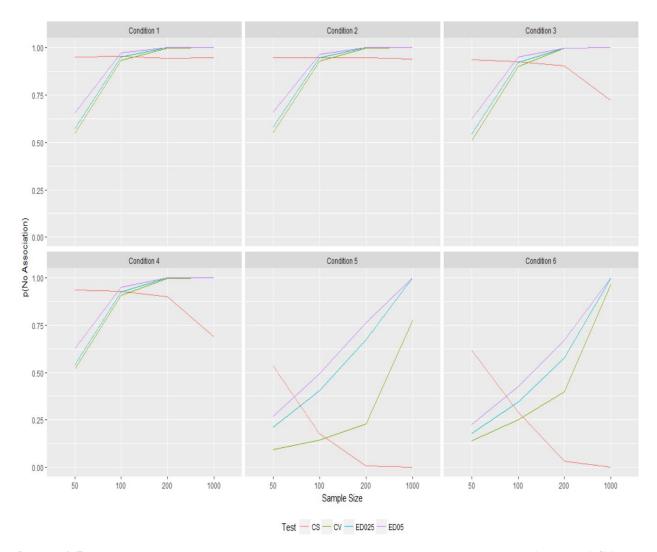


Рисунок 4. Пок аз ат ели мощност и для т ест ов на основе эк вивалент ност и, правиль ное решение (условия 1, 2)/ к оэффиц иент ыошибок т ипа II (условия 3-6) для т рад иц ионного т ест а нез ависимост и  $\chi 2$  в схеме 2 х 4. СS = т рад иц ионный к рит ерий нез ависимост и  $\chi 2$ , CV = V K рамера , ED025 = к рит ерий евк лид ова расст оя ния ( $\alpha$  = 0,025), ED05 = к рит ерий евк лид ова расст оя ния ( $\alpha$  = 0,05). См. Т аблиц у 1 для информац ии о сост оя нии.