

Risolvi i seguenti esercizi giustificando sinteticamente le risposte.

### 1. Correttezza dei programmi ricorsivi

Dati due interi non negativi  $n, k$ , il seguente programma in Scheme calcola il relativo coefficiente binomiale. In corrispondenza alla procedura ricorsiva di coda sono riportate le assunzioni sui valori degli argomenti e un'espressione che rappresenta il valore restituito. In coerenza con le specifiche indicate, completa il programma introducendo opportune espressioni negli spazi denotati a tratto punteggiato (non è richiesta la dimostrazione formale di correttezza).

```
(define bin
  (lambda (n k) ;  $0 \leq k \leq n$ 

    (if .....

      1

      (bin-tr n k ..... 1)

    ))) ; valore restituito:  $\frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ 

(define bin-tr
  (lambda (n k q i) ;  $n, k, q, i$ : interi; si assume inoltre  $1 \leq i \leq k \leq n, q > 0$ 

    (if .....

      (/ (* q n) k)

      (bin-tr n k (/ (* q ..... ) ..... ) (+ i 1))

    ))) ; valore restituito:  $\frac{n \cdot q \cdot (n-i)! \cdot (i-1)!}{k! \cdot (n-k)!}$ 
```

### 2. Procedure con argomenti e valori procedurali

Completa la definizione della procedura `minmax` che, dato un predicato (procedura a valori booleani) per determinare la relazione di precedenza fra elementi del dominio  $D$ , restituisce la procedura che calcola la coppia di estremi (lista dei due elementi con precedenza minima e massima) di liste di elementi di  $D$  in base alla precedenza stabilita dal predicato. Per esempio, la procedura `(minmax string<=?)` si applica a liste di stringhe per determinare la prima e l'ultima stringa secondo l'ordine alfabetico; `(minmax <=)` consente di determinare i valori estremi di liste numeriche.

```
(define minmax ; valore: procedura da liste non vuote di  $D$  a coppie di  $D$ 
  (lambda (before) ; before: procedura  $D \times D \rightarrow \text{boolean}$ 

    ( .....

      (if (null? ..... )

          (cons (car sequence) sequence)

          (let ((pair ( ..... (cdr sequence))))

              (cond ((before (car sequence) (car pair))

                     (list (car sequence) (cadr pair)))

                    ( .....

                     (list (car pair) (car sequence)))

                    (else ..... )

              )))

    )))
```

### 3. Programmazione Dinamica

La procedura `manhattan3d` determina il *numero di percorsi di Manhattan* attraverso un reticolo tridimensionale che portano da un vertice del parallelepipedo al piano orizzontale che contiene il vertice diagonalmente opposto ( $k$  è la distanza dal vertice di partenza a tale piano orizzontale). Trasforma la procedura in un programma non ricorsivo in *Java* che applica opportunamente la tecnica *bottom-up* di *programmazione dinamica*.

```
(define manhattan3d
  (lambda (i j k)
    (cond ((= k 0) 1)
          ((and (= i 0) (= j 0)) 1)
          ((= i 0)
           (+ (manhattan3d 0 (- j 1) k) (manhattan3d 0 j (- k 1))))
          ((= j 0)
           (+ (manhattan3d (- i 1) 0 k) (manhattan3d i 0 (- k 1))))
          (else
           (+ (manhattan3d (- i 1) j k) (manhattan3d i (- j 1) k) (manhattan3d i j (- k 1)))))
    )))
```

#### 4. Programmazione in Scheme

Definisci in Scheme una procedura `monotone-subseqs` che, data una lista  $L$  di interi, restituisce la lista delle sottoliste di elementi successivi non decrescenti di  $L$ , rispettandone l'ordine. Per esempio:

```
(monotone-subseqs '(1 8 3 5 7 4 4 2 1 9 9 12 20 15 15 14 13 12 18 5 7 8 1 22 5 18 19))  
→ '((1 8) (3 5 7) (4 4) (2) (1 9 9 12 20) (15 15) (14) (13) (12 18) (5 7 8) (1 22) (5 18 19))
```

#### 5. Oggetti in Java

Considera il metodo `huffmanTree`, il cui codice è riportato sotto a destra, per costruire l'*albero di Huffman* direttamente sulla base del documento da comprimere, di nome `src`. In altre parole, questa versione di `huffmanTree` svolge allo stesso tempo i ruoli dei metodi `charHistogram` e `huffmanTree` nel programma discusso a lezione. Essenzialmente l'obiettivo viene perseguito arricchendo e riorganizzando la coda con priorità, ora istanza della classe `HuffmanQueue`, il cui protocollo viene ridefinito come specificato qui di seguito a sinistra.

```
// Coda con priorità "arricchita" di nodi: protocollo  
HuffmanQueue() // costruttore: struttura vuota  
int size()      // numero di nodi nella struttura  
void addChar(char c) // se non c'è un nodo associato a c  
                    // ne crea uno e lo aggiunge alla struttura,  
                    // altrimenti incrementa il peso del nodo preesistente  
void join()      // accoppia i due nodi di peso minimo e  
                    // li sostituisce nella struttura con la radice  
                    // del nuovo albero che ne risulta  
Node peekMin()   // restituisce il nodo di peso minimo
```

```
public static Node huffmanTree( String src ) {  
    InputTextFile in = new InputTextFile( src );  
    HuffmanQueue queue = new HuffmanQueue();  
    while ( in.textAvailable() ) {  
        char c = in.readChar();  
        queue.addChar( c );  
    }  
    in.close();  
    while ( queue.size() > 1 ) {  
        queue.join();  
    }  
    return queue.peekMin();  
}
```

Definisci in Java una classe `HuffmanQueue` compatibile con le indicazioni fornite sopra. A tal fine supponi che il protocollo della classe `Node` renda disponibile anche un metodo `incrWeight()` per incrementare di uno il peso di un nodo (anche lo stato interno sarà modificato di conseguenza, ma ciò non ti è richiesto dal presente esercizio).

