

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in \square Informatica e \square TWM

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 22 giugno 2017

Cog	nom	ie e .	Non	ie:																		
Mat	ricol	la:			Documento d'identità (se chiesto):																	

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a)
$$\lim_{x\to 0} \frac{8(1-x)^{3/2} - 8\cos(x-x^2) + 3x(1+e^x)^2}{\sqrt{2+x^2} - \sqrt{2-x^2}}$$

e)
$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{2x^3 - |x^3 - x^6|} - \frac{1}{3x^3} \right)$$

b)
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x(2-2\cos x) - 2\sqrt{x^3 + x^2} + \sin 2x \cos x}{x^3 \arctan(1/x)}$$

f)
$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x^3}}{\log(1 + 2x) - \log(1 - x)}$$

c)
$$\lim_{x \to +\infty} \left((x^4 - x^3) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x-1}\right) - x^4 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) \right)$$

g)
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

d)
$$\lim_{x \to 0} \frac{3e^{\sin x} - 5xe^x - 2\cos 2x + (\sin x - \cos x)(1-x)}{\tan x - \sin x \cos x}$$

- **2.** Data la funzione $f(x) := \frac{2x^2 x + 1}{2x^2 2x + 1}$, trovare **a)** dominio, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi (uno zero di f'' si trova facilmente); **e)** un grafico qualitativo di f.
- 3. Data la funzione $g(x) := (1 2x) \log |2ex + e|$, trovare a) dominio, segno e limiti agli estremi; b) dal teorema di Rolle e dallo studio del segno di g dedurre informazioni sugli zeri di g'; c) calcolare g'; d) g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; e) mostrare che g' si annulla in esattamente un punto, e dedurre gli intervalli di crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; f) un grafico qualitativo di g.
- 4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a)
$$\frac{x^4 - 3}{x^3 + 4x^2 + 5x}$$
, (b) $\frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + (2x + \log x)^2}$, (c) $\frac{2 \arctan x}{(1 + x^2)(1 + \arctan^2 x)}$, (d) $(x^2 + 1) \log^2 x$

- 5. Calcolare l'integrale $\int \frac{1}{x+x^2\sqrt{2-x^2}} dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{\frac{2}{x^2}-1}$. 6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to +\infty$ la precedente sia "o piccolo"
- **6.** Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n \to +\infty$ la precedente sia "o piccolo' della successiva: 2^{-n} , $1/(1-e^{1/n})$, (2n)!, $\sqrt[n]{n}$, $(1+\frac{1}{n})^{(n^3)}/e^{(n^2)}$, $\sqrt{n^3-2n+1}$, $(n!)^2$.
- 7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in x = 0 delle seguenti funzioni:

(a)
$$e^{-x}\cos 2x$$
 di ordine 3, (b) $\frac{e^x - 1}{1 - 2x}$ di ordine 3, (c) $\frac{\cos x}{1 - 3x^4}$ di ordine 6.



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in \square Informatica e \square TWM

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 22 giugno 2017

Cog	nom	e e	Non	ie:															
Mat	ricol	la:				Doc	ume	nto	d'id	entit	tà (s	e ch	iesto	o):					

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a)
$$\lim_{x \to +\infty} \left((x^4 + x^3) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x+1}\right) - x^4 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) \right)$$

e)
$$\lim_{x \to 0} \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x^3}}{\log(1 - 2x) - \log(1 - x)}$$

b)
$$\lim_{x \to 0} \frac{6\cos(x-x^2) - 6(1+x)^{3/2} + x(2+e^x)^2}{\sqrt{1+x-x^2} - \sqrt{1+x}}$$

f)
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

c)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^2 - x^3} + e^x(1 - \cos x) - \sin x \cos x}{x^3 \arctan(1/x)}$$

g)
$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x^3 - |x^3 - x^6|} - \frac{1}{2x^3} \right)$$

c)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^2 - x^3} + e^x(1 - \cos x) - \sin x \cos x}{x^3 \arctan(1/x)}$$

d) $\lim_{x \to 0} \frac{5e^{\sin x} - 5e^{2x}x - 3\cos x + (\sin x - \cos 2x)(2x + 2)}{\sin x \cos x - \tan x}$

- **2.** Data la funzione $f(x) := \frac{2x^2 + x + 1}{2x^2 + 2x + 1}$, trovare **a)** dominio, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi (uno zero di f'' si trova facilmente); e) un grafico qualitativo di f.
- **3.** Data la funzione $g(x) := (2x+1)\log|e-2ex|$, trovare a) dominio, segno e limiti agli estremi; b) dal teorema di Rolle e dallo studio del segno di g dedurre informazioni sugli zeri di g'; c) calcolare g'; d) g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; e) mostrare che g' si annulla in esattamente un punto, e dedurre gli intervalli di crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di q; f) un grafico qualitativo di q.
- Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a)
$$\frac{x^4+2}{x^3-2x^2+2x}$$
, (b) $\frac{1-\frac{2}{x}}{1+(x-2\log x)^2}$, (c) $\frac{2\arctan x}{(1+x^2)(1-\arctan^2 x)}$, (d) $(2-x^2)\log^2 x$

- 5. Calcolare l'integrale $\int \frac{1}{x+4x^2\sqrt{1-4x^2}} dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{\frac{1}{x^2}-4}$. 6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to +\infty$ la precedente sia "o piccolo"
- della successiva: $\sqrt[n]{n}$, $(n!)^2$, (2n)!, 2^{-n} , $\sqrt{n^3 2n + 1}$, $1/(1 e^{1/n})$, $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{(n^3)}/e^{(n^2)}$.
- Trovare il polinomio di Taylor centrato in x = 0 delle seguenti funzioni:

(a)
$$e^{-2x}\cos x$$
 di ordine 3, (b) $\frac{e^x-1}{x-2}$ di ordine 3, (c) $\frac{\sin x}{1-3x^4}$ di ordine 6.



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in \square Informatica e \square TWM

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 22 giugno 2017

Cog	nom	e e	Non	ie:															
Mat	rico	la:				Doc	ume	nto	d'id	entit	tà (s	e ch	iesto	o):					

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a)
$$\lim_{x \to 0} \frac{8\cos(x^2 + x) - 8(1+x)^{3/2} + 3x(1+e^{-x})^2}{\sqrt{1+2x^2} - \sqrt{1-2x^2}}$$

e)
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

b)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2 - x^3} + e^{-x}(1 - \cos x) - \sin x \cos x}{x^3 \arctan(1/x)}$$

f)
$$\lim_{x \to 0} \frac{x + \sqrt{x^2 - x^3}}{\log(1 + 3x) - \log(1 - x)}$$

c)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(x^4 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) - (x^4 - x^3) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x - 1}\right) \right)$$

g)
$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{2x^3 - |x^3 - x^6|} - \frac{1}{x^3} \right)$$

d)
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin x} - 3\cos x + 2(\cos x + \sin x)(1-x) - xe^{-x}}{2\tan x - \sin 2x}$$

- 2. Data la funzione $f(x) := \frac{x^2 + 2x 2}{x^2 2x + 2}$, trovare a) dominio, segno e limiti agli estremi; b) eventuali asintoti; c) f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; d) f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi (uno zero di f'' si trova facilmente); e) un grafico qualitativo di f.
- 3. Data la funzione $g(x) := (e 2x) \log|2x + e|$, trovare **a**) dominio, segno e limiti agli estremi; **b**) dal teorema di Rolle e dallo studio del segno di g dedurre informazioni sugli zeri di g'; **c**) calcolare g'; **d**) g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e**) mostrare che g' si annulla in esattamente un punto, e dedurre gli intervalli di crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **f**) un grafico qualitativo di g.
- 4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a)
$$\frac{x^4 + 1}{x^3 + 2x^2 + 2x}$$
, (b) $\frac{1 + \frac{2}{x}}{1 + (x + 2\log x)^2}$, (c) $\frac{2\arccos x}{\sqrt{1 - x^2}(1 + \arccos^2 x)}$, (d) $(2x^2 + 1)\log^2 x$

- 5. Calcolare l'integrale $\int \frac{1}{x-4x^2\sqrt{1-4x^2}} dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{\frac{1}{x^2}-4}$. 6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to +\infty$ la precedente sia "o piccolo"
- **6.** Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n \to +\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: $\sqrt{n^3 2n + 1}$, $\sqrt[n]{n}$, $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{(n^3)} / e^{(n^2)}$, $1/(1 e^{1/n})$, (2n)!, $(n!)^2$, 2^{-n} .
- 7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in x=0 delle seguenti funzioni:

(a)
$$e^{-x} \operatorname{sen} 2x$$
 di ordine 3, (b) $\frac{e^x - 1}{2 - x}$ di ordine 3, (c) $\frac{\cos x}{1 - 2x^4}$ di ordine 6.



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in \square Informatica e \square TWM

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 22 giugno 2017

Cog	nom	ie e .	Non	ie:															
Mat	rico	la:				Doc	ume	nto	d'id	entit	tà (s	e ch	iesto	o):					

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a)
$$\lim_{x\to 0} \frac{6(1-x)^{3/2} - 6\cos(x^2+x) + x(2+e^{-x})^2}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1-x+2x^2}}$$

e)
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{|2x^3 - x^6| - x^3} - \frac{1}{x^3} \right)$$

b)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(x^4 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) - (x^4 + x^3) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x+1}\right) \right)$$

f)
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

c)
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{-x}(1 - \cos x) - \sqrt{x^3 + x^2} + \sin x \cos 2x}{x^3 \arctan(1/x)}$$

g)
$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \sqrt{x^2 - x^3}}{\log(3+x) - \log(3-x)}$$

d)
$$\lim_{x\to 0} \frac{3\cos x - 3xe^{-x} - e^{\sin x} + 2(\sin x - \cos x)(1-x)}{\sin 2x - 2\tan x}$$

- **2.** Data la funzione $f(x) := \frac{x^2 2x 2}{x^2 + 2x + 2}$, trovare **a)** dominio, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi (uno zero di f'' si trova facilmente); **e)** un grafico qualitativo di f.
- 3. Data la funzione $g(x) := (2x + e) \log |e 2x|$, trovare **a**) dominio, segno e limiti agli estremi; **b**) dal teorema di Rolle e dallo studio del segno di g dedurre informazioni sugli zeri di g'; **c**) calcolare g'; **d**) g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e**) mostrare che g' si annulla in esattamente un punto, e dedurre gli intervalli di crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **f**) un grafico qualitativo di g.
- 4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a)
$$\frac{x^4 - 1}{x^3 - 4x^2 + 5x}$$
, (b) $\frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + (2x - \log x)^2}$, (c) $\frac{2 \operatorname{arcsen} x}{\sqrt{1 - x^2}(1 + \operatorname{arcsen}^2 x)}$, (d) $(x^2 - 1) \log^2 x$

- 5. Calcolare l'integrale $\int \frac{1}{x^2\sqrt{2-x^2}-x} dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{\frac{2}{x^2}-1}$. 6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to +\infty$ la precedente sia "o piccolo"
- **6.** Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n \to +\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: (2n)!, $\sqrt{n^3 2n + 1}$, $\sqrt[n]{n}$, $(n!)^2$, 2^{-n} , $(1 + \frac{1}{n})^{(n^3)}/e^{(n^2)}$, $1/(1 e^{1/n})$.
- 7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in x = 0 delle seguenti funzioni:

(a)
$$e^{-2x} \operatorname{sen} x$$
 di ordine 3, (b) $\frac{e^x - 1}{2x + 1}$ di ordine 3, (c) $\frac{\operatorname{sen} x}{1 + 2x^4}$ di ordine 6.