

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in  $\square$  Informatica,  $\square$  IBW,  $\square$  TWM

## Analisi Matematica, tema A

Compitino del 18 giugno 2018

Cognome	e	Ν	ome:

Mat	trico	la:			]		•	ı			•		ı		
		1													

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{5x^2e^x - 2x\sqrt{x+1} + 2(x-1)^2 \sin x \cos x}{x^2(2x-|x|)}$$

e) 
$$\lim_{n \to +\infty} \left( e^{n^2} - \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^3} \right)$$

b) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{8(1-x)^{3/2} - 8\cos(x-x^2) + 3x(e^x+1)^2}{x - \sqrt{x^2 + x^3}}$$

f) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\arccos(\log(e - ex^2))}{x}$$

c) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2\log(2e^x - 1) - 4\sin x + 1 - \cos 2x}{\tan x - \sin x \cos x}$$

g) 
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n! \cdot (3n)!}{((2n)!)^2}$$

d) 
$$\lim_{x \to +\infty} \left( (x^2 + x) \log \left( \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 3x} \right) + x^2 \log \left( \frac{x^3}{x^3 - x^2} \right) \right)$$

2. Data la funzione  $f(x) := \frac{4 - x^3}{x^2 - x - 1}$ , trovare **a)** dominio, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f (uno zero di f' si trova facilmente); **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi (uno zero di f'' coincide con uno zero di f'); **e)** un grafico qualitativo di f.

**3.** Data la funzione  $g(x) := \arcsin \sqrt{\left|\frac{x-1}{2x+1}\right|}$ , trovare **a)** dominio, continuità, segno, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; **b)** studiare la derivabilità e calcolare g'(x) dove esiste; **c)** studiare la crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **d)** g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di g.

4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) 
$$\frac{x^4 - 3}{4x^3 + 4x^2 + x}$$
, (b)  $\frac{1 + \frac{2}{x}}{1 + (x + \log(x^2))^2}$ , (c)  $\frac{4 \tan x}{(1 + 2 \tan^2 x) \cos^2 x}$ , (d)  $x^2 \operatorname{sen}(\log x)$ 

5. Calcolare l'integrale  $\int \frac{x}{x^2 - 4 - 2\sqrt{2 - x^2}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{2 - x^2}$ . 6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per  $n \to +\infty$  la precedente sia "o piccolo"

**6.** Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per  $n \to +\infty$  la precedente sia "o piccolo della successiva:  $((2n)!)^2$ ,  $\sqrt{n^3 - 2n + 1}$ ,  $2^{-n}$ ,  $n! \cdot (3n)!$ ,  $\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^3}$ ,  $\sqrt[n]{n^2 + 1}$ ,  $\frac{1}{\operatorname{sen}^2(\frac{1}{n})}$ ,  $e^{-n^2}$ .

7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in x = 0 delle seguenti funzioni:

(a) 
$$\log(1 + e^{x+1})$$
 di ordine 3, (b)  $\frac{x}{1 - 3\cos x}$  di ordine 3, (c)  $\frac{e^{2x}}{1 - 3x^4}$  di ordine 6.



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in  $\square$  Informatica,  $\square$  IBW,  $\square$  TWM

## Analisi Matematica, tema B

Compitino del 18 giugno 2018

Cognome e Nome:

Mat	rico	la:											

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{3x^2 e^x - 2x\sqrt{1-x} + 2(x-1)^2 \sin x \cos x}{x^2 (x-2|x|)}$$

e) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\pi - \arccos(\log((1+x^2)/e))}{x}$$

b) 
$$\lim_{x \to +\infty} \left( (2x^2 \log \left( \frac{x^3}{x^3 + x^2} \right) - (x^2 + x) \log \left( \frac{x^2 - x}{x^2 + x} \right) \right)$$
 f)  $\lim_{n \to +\infty} \frac{((2n)!)^2}{n! \cdot (3n)!}$ 

f) 
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{((2n)!)^2}{n! \cdot (3n)!}$$

c) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{6\cos(x - x^2) - 6(x+1)^{3/2} + x(e^x + 2)^2}{x + \sqrt{x^2 + x^3}}$$

g) 
$$\lim_{n \to +\infty} \left( \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^3} - e^{n^2} \right)$$

d) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{5e^{\sin x} - 5e^{2x}x - 3\cos x + (\sin x - \cos 2x)(2x+2)}{\sin x \cos x - \tan x}$$

- **2.** Data la funzione  $f(x) := \frac{x^3 + 4}{1 x x^2}$ , trovare **a)** dominio, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; c) f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f (uno zero di f' si trova facilmente); d) f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi (uno zero di f'' coincide con uno zero di f'); e) un grafico qualitativo di f.
- **3.** Data la funzione  $g(x) := \arcsin \sqrt{\left|\frac{x+1}{2x-1}\right|}$ , trovare **a)** dominio, continuità, segno, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; b) studiare la derivabilità e calcolare g'(x) dove esiste; c) studiare la crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; d) g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi;  $\mathbf{e}$ ) un grafico qualitativo di g.
- Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) 
$$\frac{x^4 + 2}{x^3 - 4x^2 + 4x}$$
, (b)  $\frac{\log(x^2) + 2}{1 + (x\log(x^2))^2}$ , (c)  $\frac{\tan x}{(1 - 2\tan^2 x)\cos^2 x}$ , (d)  $x^3 \operatorname{sen}(\log x)$ 

- 5. Calcolare l'integrale  $\int \frac{x}{x^2 + 4 2\sqrt{x^2 + 2}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{x^2 + 2}$ . 6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per  $n \to +\infty$  la precedente sia "o piccolo"
- della successiva:  $\frac{1}{\sin^2(\frac{1}{n})}$ ,  $((2n)!)^2$ ,  $e^{-n^2}$ ,  $2^{-n}$ ,  $n! \cdot (3n)!$ ,  $\sqrt[n]{n^2+1}$ ,  $\sqrt{n^3-2n+1}$ ,  $\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^3}$ . Trovare il polinomio di Taylor centrato in x=0 delle seguenti funzioni:

(a) 
$$\log(1 + e^{x-1})$$
 di ordine 3, (b)  $\frac{x}{1 + \cos 2x}$  di ordine 3, (c)  $\frac{e^{-x}}{1 - x^4}$  di ordine 6.



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in  $\square$  Informatica,  $\square$  IBW,  $\square$  TWM

## Analisi Matematica, tema C

Compitino del 18 giugno 2018

Cognome	e	N	ome:

Matricola:		,	'	•	 '	'	"				

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{8\cos(x^2 + x) - 8(x+1)^{3/2} + 3x(e^{-x} + 1)^2}{x - \sqrt{x^2 + x^3}}$$

e) 
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(3n)! \cdot n!}{((2n)!)^2}$$

b) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2\log(2-e^x) + \sin 2x + 4 - 4\cos x}{2\tan x - \sin 2x}$$

f) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\pi - 2\arcsin((\sin x)/|x|)}{x}$$

c) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{3x^2e^x + 2x\sqrt{x+1} - 2(x+1)^2 \sin x \cos 2x}{|2x^3| - x^3}$$

g) 
$$\lim_{n \to +\infty} e^{n^2} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^3}$$

d) 
$$\lim_{x \to +\infty} \left( (x^2 - 2x) \log \left( \frac{x^2 - x}{x^2 + x} \right) + x^2 \log \left( \frac{x^3}{x^3 - 2x^2} \right) \right)$$

- **2.** Data la funzione  $f(x) := \frac{x^3 4}{x^2 x 1}$ , trovare **a)** dominio, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f (uno zero di f' si trova facilmente); d) f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi (uno zero di f'' coincide con uno zero di f'); e) un grafico qualitativo di f.
- **3.** Data la funzione  $g(x) := \arccos \sqrt{\left|\frac{x-1}{2x+1}\right|}$ , trovare **a)** dominio, continuità, segno, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; b) studiare la derivabilità e calcolare g'(x) dove esiste; c) studiare la crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; d) g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi;  $\mathbf{e}$ ) un grafico qualitativo di q.
- Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) 
$$\frac{x^4 + 1}{x^3 + 4x^2 + 4x}$$
, (b)  $\frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + (x - \log(x^2))^2}$ , (c)  $\frac{\arccos x}{(1 - \arccos^2 x)\sqrt{1 - x^2}}$ , (d)  $x^3 \cos(\log x)$ 

- **5.** Calcolare l'integrale  $\int \frac{x}{2x^2+3-2\sqrt{2x^2+1}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y=\sqrt{2x^2+1}$ . **6.** Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per  $n\to +\infty$  la precedente sia "o piccolo"
- della successiva:  $\sqrt[n]{n^2+1}$ ,  $((2n)!)^2$ ,  $\frac{1}{\sin^2(\frac{1}{n})}$ ,  $\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^3}$ ,  $\sqrt{n^3-2n+1}$ ,  $2^{-n}$ ,  $e^{-n^2}$ ,  $(3n)! \cdot n!$ . Trovare il polinomio di Taylor centrato in x=0 delle seguenti funzioni:

(a) 
$$\log(1 - e^{-x-1})$$
 di ordine 3, (b)  $\frac{x}{1 + 2\cos x}$  di ordine 3, (c)  $\frac{e^{-x}}{1 - 2x^4}$  di ordine 6.



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in  $\square$  Informatica,  $\square$  IBW,  $\square$  TWM

## Analisi Matematica, tema D

Compitino del 18 giugno 2018

Cognome	$\mathbf{e}$	N	ome	:

~~			 										
Mat	ricol	la:											

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{-6\cos(x^2+x) + 6(1-x)^{3/2} + x(e^{-x}+2)^2}{x + \sqrt{x^2 - 2x^3}}$$

e) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\arccos((\sin x)/|x|)}{x}$$

b) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2\log(2-e^x) + 1 - \cos 2x + 2\sin x}{\sin 2x - 2\tan x}$$

f) 
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{((2n)!)^2}{(3n)! \cdot n!}$$

c) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{3e^x x^2 + 2x\sqrt{x+1} - (x+1)^2 \sin 2x \cos x}{2x^3 - |x^3|}$$

g) 
$$\lim_{n \to +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^3} e^{n^2}$$

d) 
$$\lim_{x \to +\infty} \left( (x^2 - x) \log \left( \frac{x^2 - x}{x^2 + x} \right) + x^2 \log \left( \frac{x^3}{x^3 - 2x^2} \right) \right)$$

- **2.** Data la funzione  $f(x) := \frac{x^3 + 4}{1 x x^2}$ , trovare **a)** dominio, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; c) f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f (uno zero di f' si trova facilmente); d) f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi (uno zero di f'' coincide con uno zero di f'); e) un grafico qualitativo di f.
- **3.** Data la funzione  $g(x) := \arccos \sqrt{\left|\frac{x+1}{2x-1}\right|}$ , trovare **a)** dominio, continuità, segno, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; b) studiare la derivabilità e calcolare g'(x) dove esiste; c) studiare la crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; d) g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi;  $\mathbf{e}$ ) un grafico qualitativo di q.
- 4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) 
$$\frac{x^4 + 1}{4x^3 - 4x^2 + x}$$
, (b)  $\frac{2x + \frac{2}{x}}{1 + (x^2 + \log(x^2))^2}$ , (c)  $\frac{\arcsin x}{(1 - \arcsin^2 x)\sqrt{1 - x^2}}$ , (d)  $x^2 \cos(\log x)$ 

- 5. Calcolare l'integrale  $\int \frac{x}{x^2 + 2\sqrt{x^2 2}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{x^2 2}$ . 6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per  $n \to +\infty$  la precedente sia "o piccolo"
- della successiva:  $2^{-n}$ ,  $\sqrt[n]{n^2+1}$ ,  $((2n)!)^2$ ,  $\frac{1}{\sin^2(\frac{1}{n})}$ ,  $\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^3}$ ,  $(3n)! \cdot n!$ ,  $e^{-n^2}$ ,  $\sqrt{n^3-2n+1}$ . Trovare il polinomio di Taylor centrato in x=0 delle seguenti funzioni:

(a) 
$$\log(1 - e^{x-1})$$
 di ordine 3, (b)  $\frac{x}{1 - 2\cos x}$  di ordine 3, (c)  $\frac{e^{2x}}{2x^4 + 1}$  di ordine 6.