

Risolvi i seguenti esercizi giustificando sinteticamente le risposte.

### 1. Programmazione in Scheme

Date due stringhe  $u$  e  $v$ , la procedura `lcs` calcola una soluzione del problema della *sottosequenza comune più lunga* (LCS). Il risultato è rappresentato dalla lista delle coppie di posizioni relative ai caratteri comuni a  $u$  e  $v$  che fanno parte della sottosequenza più lunga. Esempi:

```
(lcs "pino" "pino") → ((0 0) (1 1) (2 2) (3 3))
(lcs "pelo" "peso") → ((0 0) (1 1) (3 3))
(lcs "ala" "palato") → ((0 1) (1 2) (2 3))
(lcs "arto" "atrio") → ((0 0) (2 1) (3 4))
```

In particolare, nell'ultimo esempio (2 1) corrisponde alle posizioni di 't' rispettivamente in "arto" e "atrio". Completa il programma riportato nel riquadro introducendo opportune espressioni negli appositi spazi.

```
(define lcs      ; valore: lista di coppie
  (lambda (u v) ; u, v: stringhe

    (lcs-rec u v _____ )
  ))

(define lcs-rec
  (lambda (u v i j)
    (cond ((or (= i (string-length u)) (= j (string-length v)))
            _____ )
          ((char=? _____ )
            (cons _____ (lcs-rec u v (+ i 1) (+ j 1))))
          (else
            (better _____
                      _____ ))
          )))

(define better
  (lambda (x y)
    (if (< (length x) (length y)) y x)
  ))
```

### 2. Procedure con argomenti e valori procedurali

Nel seguente programma la procedura `livs` risolve una variante del problema della *sottosequenza crescente più lunga*:

```
(define livs
  (lambda (f n)
    (livs-rec f 1 0 n)
  ))

(define livs-rec
  (lambda (f i k n)
    (if (> i n)
        (lambda (x) false)
        (let ((g (livs-rec f (+ i 1) k n)))
          (if (<= (f i) k)
              g
              (let ((h (livs-rec f (+ i 1) (f i) n)))
                (better g (lambda (x) (if (= x i) true (h x))) i n)
              ))
          )))
  ))
```

```

(define better
  (lambda (g h i n)
    (if (< (count g i n) (count h i n)) h g)
    ))

(define count
  (lambda (f i n)
    (cond ((> i n) 0)
          ((f i) (+ 1 (count f (+ i 1) n)))
          (else (count f (+ i 1) n))
          )))

```

Con riferimento al programma riportato sopra, determina il risultato della valutazione di ciascuna delle espressioni:

(count (lambda (x) (even? x)) 1 5)	→	_____
(count (lambda (x) (not (even? x))) 3 9)	→	_____
(map (lives (lambda (x) 5) 1) '(1))	→	_____
(map (lives (lambda (x) x) 1) '(1))	→	_____
(map (lives (lambda (x) x) 3) '(1 2 3))	→	_____
(map (lives (lambda (x) (- 3 x)) 2) '(1 2))	→	_____
(map (lives (lambda (x) (* (- (* 4 x) 9) (- (* 4 x) 9))) 3) '(1 2 3))	→	_____

### 3. Ricorsione e iterazione

Dato un *albero di Huffman*, il metodo statico `shortestCodeLength` determina la lunghezza del più corto fra i codici di Huffman associati ai caratteri che compaiono in un documento di testo. In particolare, la visita dell'albero, finalizzata alla determinazione di tale lunghezza, è realizzata attraverso uno schema iterativo basato su uno stack specializzato il cui protocollo è specificato nell'esercizio **5** (vedi). Completa la definizione del metodo `shortestCodeLength`.

```

public static int shortestCodeLength( Node root ) {

    int sc = 8;

    NodeIntStack stack = new NodeIntStack();
    stack.push( root, 0 );

    do {

        Node n = stack.topNode();

        int d = _____ ;

        _____ ;

        if ( n.isLeaf() ) {

            sc = Math.min( sc, d );

        } else if ( d+1 < sc ) {

            _____

            _____

        }

    } while ( _____ );

    return sc;

}

```

**4. Memoization**

Il seguente programma in Scheme calcola la lunghezza della *sottosequenza comune crescente più lunga* di due stringhe, dove l'ordine (crescente) dei caratteri è quello alfabetico:

```
(define llcis                ; valore: intero
  (lambda (u v)             ; u, v: stringhe
    (llcis-rec u v #\space)
  ))

(define llcis-rec
  (lambda (u v c)
    (cond ((or (string=? u "") (string=? v ""))
      0)
      ((char<=? (string-ref u 0) c)
        (llcis-rec (substring u 1) v c))
      ((char<=? (string-ref v 0) c)
        (llcis-rec u (substring v 1) c))
      (else
        (let ((k (max (llcis-rec (substring u 1) v c) (llcis-rec u (substring v 1) c))))
          (if (char=? (string-ref u 0) (string-ref v 0))
              (max k (+ 1 (llcis-rec (substring u 1) (substring v 1) (string-ref u 0))))
              k)))
        )))
```

Applica la tecnica *top-down* di *memoization* per realizzare in Java una versione più efficiente del programma.

## 5. Classi in Java

La classe `NodeIntStack` consente di istanziare *stack* in cui possono essere inserite coppie  $\langle \text{nodo}, \text{intero} \rangle$ . Più specificamente, il protocollo è definito da un costruttore e da cinque metodi così caratterizzati:

```
new NodeIntStack()           // costruisce uno stack vuoto
s.empty()                    // verifica se lo stack s è vuoto
s.push(n,k)                  // aggiunge in cima allo stack s la coppia costituita dal nodo n e dall'intero k
s.pop()                      // rimuove la coppia in cima allo stack s
s.topNode()                  // restituisce il nodo della coppia in cima allo stack s, senza modificare lo stack
s.topInt()                   // restituisce l'intero della coppia in cima allo stack s, senza modificare lo stack
```

Completa la definizione della classe `NodeIntStack` introducendo opportune variabili d'istanza (rappresentazione interna nascosta) e realizzando il costruttore e i metodi coerentemente con le scelte implementative fatte.

```
public class NodeIntStack {

    // ...

    public NodeIntStack() {

    }

    public boolean empty() {

    }

    public void push( Node n, int d ) {

    }

    public void pop() {

    }

    public Node topNode() {

    }

    public int topInt() {

    }

} // class NodeIntStack
```