

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in  $\square$  Informatica e  $\square$  TWM

## Analisi Matematica, tema A

Compitino del 28 giugno 2016

Cog	nom	ie e	Non	ne:															
Mat	rico	la:				Doc	ume	$_{ m ento}$	d'id	lenti	ità (	se c	hies	to):					

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{4(1-x)^{3/2} - 4\cos(x^2+x) + 3x(e^{-x} + e^x)}{x\sqrt{x^2 - x^3}}$$

e) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \sqrt{x^3 + x^2}}{1 - x - \sqrt{1 - 2x}}$$

b) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(x^2+2x+1)\sin 2x\cos x - 2x\sqrt{x+1} - 6e^x(1-\cos x)}{x^3\arctan(1/x)}$$

f) 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^3 + x^2}}{\left(1 + \frac{1}{x - 1}\right)^{x^3}}$$

c) 
$$\lim_{x \to 0} \left( \frac{2}{x + \sqrt{x^3 + x^2}} - \frac{1}{x} \right)$$

g) 
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(2n)!}{3^{n^2}}$$

d) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{5xe^x - 9\sin(\sin x) + 2\cos 2x + 2(x-1)(\cos x - \sin x)}{\tan x - \sin x \cos x}$$

- 2. Data la funzione  $f(x) := \frac{x^2 + 4x 4}{x^2 3x + 2}$ , trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** f', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.
- **3.** Data la funzione  $g(x) := x + \arctan\left(\frac{3x}{x^2 3}\right)$ , trovare **a**) dominio e limiti agli estremi; **b**) eventuali asintoti; **c**) f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d**) mostrare che f si annulla in esattamente 1 punto; **e**) f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **f**) un grafico qualitativo di f.
- 4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) 
$$\frac{x^4 - 3}{x^3 + 3x^2 + 2x}$$
, (b)  $\frac{2x(1 + \tan^2 x) + 2\tan x}{1 + 4x^2 \tan^2 x}$ , (c)  $\frac{2\log x}{x(2 + \log^2 x)}$ , (d)  $(e^{-x} + e^x)(\sin x + \cos x)$ 

- 5. Calcolare l'integrale  $\int \frac{1}{x-4x^3+x^3\sqrt{\frac{1}{x^2}-2}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y=\sqrt{\frac{1}{x^2}-2}$ .
- **6.** Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per  $n \to +\infty$  la precedente sia "o piccolo" della successiva:  $e^{-n}$ ,  $1/(1-\cos(1/n))$ ,  $2^{2^n}$ ,  $\sqrt[n]{n}$ ,  $2^{n^2}$ ,  $\log(1+2^n)$ , (2n)!.
- 7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in x = 0 delle seguenti funzioni:

(a) 
$$e^{x+1}\log(1-x)$$
 di ordine 3, (b)  $\frac{\sin 2x}{1-x}$  di ordine 3, (c)  $\frac{\log(1+x)}{1-3x^4}$  di ordine 6.



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in  $\square$  Informatica e  $\square$  TWM

## Analisi Matematica, tema B

Compitino del 28 giugno 2016

Cognome e Nome:																				
Matricola: Documento d'identità (se chiesto):																				

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

- Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno
  - a)  $\lim_{x\to 0} \frac{2\cos(x-x^2) 2(x+1)^{3/2} + 3x(2-e^x)^2}{x\sqrt{x^4+2x^2}}$

e) 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x+1}\right)^{x^3 + x^2}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^3}}$$

b)  $\lim_{x\to 0} \frac{x\sqrt{1-x} - (x^2 - 2x + 1) \sin x \cos x - 3e^x(1 - \cos x)}{x^3 \arctan(1/x)}$ 

f) 
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{2^{n^2}}{(2n)!}$$

c) 
$$\lim_{x \to 0} \left( \frac{2}{x + \sqrt{x^2 - x^3}} - \frac{1}{x} \right)$$

g) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{x + \sqrt{x^3 + x^2}}{1 - x - \sqrt{1 - 2x}}$$

d) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{5 \operatorname{sen}(\operatorname{sen} x) - 5xe^{2x} + 4 \cos x - 4(x+1)(\cos 2x - \operatorname{sen} x)}{\operatorname{sen} x \cos x - \tan x}$$

- **2.** Data la funzione  $f(x) := \frac{x^2 4x 4}{x^2 + 3x + 2}$ , trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; c) f', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di f; d) f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; e) un grafico qualitativo di f.
- **3.** Data la funzione  $g(x) := \arctan\left(\frac{3x}{3-x^2}\right) x$ , trovare **a)** dominio e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; c) f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; d) mostrare che f si annulla in esattamente 1 punto; e) f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; f) un grafico qualitativo di f.
- Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) 
$$\frac{x^4 + 2}{x^3 - 3x^2 + 2x}$$
, (b)  $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + (2x - \tan x)^2}$ , (c)  $\frac{4 \log x}{x(1 + 2 \log^2 x)}$ , (d)  $(e^{-x} + e^x)(\sin x - \cos x)$ 

- **5.** Calcolare l'integrale  $\int \frac{1}{x-4x^3-x^3\sqrt{\frac{1}{x^2}-2}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y=\sqrt{\frac{1}{x^2}-2}$ .
- **6.** Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per  $n \to +\infty$  la precedente sia "o piccolo" della successiva:  $\sqrt[n]{n}$ , (2n)!,  $2^{2^n}$ ,  $e^{-n}$ ,  $\log(1+2^n)$ ,  $1/(1-\cos(1/n))$ ,  $2^{n^2}$ .
- 7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in x=0 delle seguenti funzioni:

(a) 
$$e^{1-x} \log(1+x)$$
 di ordine 3, (b)  $\frac{\cos x}{1-2x}$  di ordine 3, (c)  $\frac{\log(1+2x)}{1-x^4}$  di ordine 6.



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in  $\square$  Informatica e  $\square$  TWM

## Analisi Matematica, tema C

Compitino del 28 giugno 2016

Cognome e Nome:																				
Mat	rico	la:				_	Doc	ume	$_{ m ento}$	d'id	lenti	ità (	se c	hies	to):					

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(\sin x) - xe^{-x} - \cos x + (1-x)(\sin x + \cos x)}{2\tan x - \sin 2x}$$

e) 
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{3^{n^2}}{(2n)!}$$

b) 
$$\lim_{x \to 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{2}{x + \sqrt{x^2 - x^3}} \right)$$

f) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{x + \sqrt{x^3 + x^2}}{x + 2 - 2\sqrt{x + 1}}$$

c) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{4\cos(x-x^2) - 4(x+1)^{3/2} + 3x(e^{-x} + e^x)}{x\sqrt{x^2 - x^4}}$$

g) 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^3 - x^2}}{\left(1 + \frac{1}{x+1}\right)^{x^3}}$$

d) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{x\sqrt{1-x} - (x^2 + 2x + 1) \sin x \cos x + 5e^{-x}(1 - \cos x)}{x^3 \arctan(1/x)}$$

- 2. Data la funzione  $f(x) := \frac{x^2 + 4x 4}{2x^2 + 2x 4}$ , trovare **a**) il dominio ed i limiti agli estremi; **b**) gli eventuali asintoti; **c**) f', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di f; **d**) f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **e**) un grafico qualitativo di f.
- **3.** Data la funzione  $g(x) := 3x + \arctan\left(\frac{3x}{3x^2 1}\right)$ , trovare **a**) dominio e limiti agli estremi; **b**) eventuali asintoti; **c**) f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d**) mostrare che f si annulla in esattamente 1 punto; **e**) f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **f**) un grafico qualitativo di f.
- 4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) 
$$\frac{x^4 - 2}{x^3 - x^2 - 2x}$$
, (b)  $\frac{3 + \tan^2 x}{1 + (2x + \tan x)^2}$ , (c)  $\frac{4 \log(x)}{x(1 - 2\log^2(x))}$ , (d)  $(e^{-x} - e^x)(\sin x - \cos x)$ 

- 5. Calcolare l'integrale  $\int \frac{1}{3x^3 2x + x^3\sqrt{\frac{2}{x^2} 1}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{\frac{2}{x^2} 1}$ .
- **6.** Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per  $n \to +\infty$  la precedente sia "o piccolo" della successiva:  $\log(1+2^n)$ ,  $\sqrt[n]{n}$ ,  $2^{n^2}$ ,  $1/(1-\cos(1/n))$ ,  $2^{2^n}$ , (2n)!,  $e^{-n}$ .
- 7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in x=0 delle seguenti funzioni:

(a) 
$$e^{x-1}\log(1-x)$$
 di ordine 3, (b)  $\frac{\sin x}{1-2x}$  di ordine 3, (c)  $\frac{\log(1-x)}{1-2x^4}$  di ordine 6.



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in  $\square$  Informatica e  $\square$  TWM

## Analisi Matematica, tema D

Compitino del 28 giugno 2016

Cognome e Nome:																							
Mat	rico	la:					Documento d'identità (se chiesto):																

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - xe^{-x} - \sin(\sin x) + (1-x)(\sin x - \cos x)}{\sin 2x - 2\tan x}$$

e) 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x-1}\right)^{x^3 - x^2}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^3}}$$

b) 
$$\lim_{x \to 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{2}{x - \sqrt{x^3 + x^2}} \right)$$

f) 
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(2n)!}{2^{n^2}}$$

c) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2(1-x)^{3/2} - 2\cos(x^2+x) + 3x(2-e^{-x})^2}{x\sqrt{x^3+2x^2}}$$

g) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \sqrt{x^3 + x^2}}{1 + x - \sqrt{2x + 1}}$$

d) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{3e^{-x}(1-\cos x) - (x^2 + 2x + 1)\sin x \cos 2x + x\sqrt{x+1}}{x^3 \arctan(1/x)}$$

- **2.** Data la funzione  $f(x) := \frac{x^2 4x 4}{2x^2 2x 4}$ , trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** f', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.
- **3.** Data la funzione  $g(x) := \arctan\left(\frac{3x}{1-3x^2}\right) 3x$ , trovare **a**) dominio e limiti agli estremi; **b**) eventuali asintoti; **c**) f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d**) mostrare che f si annulla in esattamente 1 punto; **e**) f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **f**) un grafico qualitativo di f.
- 4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) 
$$\frac{x^4 + x}{x^3 + x^2 - 2x}$$
, (b)  $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + (2x - \tan x)^2}$ , (c)  $\frac{2 \log(x)}{x(2 - \log^2(x))}$ , (d)  $(e^x - e^{-x})(\sin x + \cos x)$ 

- 5. Calcolare l'integrale  $\int \frac{2}{2x-3x^3+x^3\sqrt{\frac{2}{x^2}-1}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y=\sqrt{\frac{2}{x^2}-1}$ .
- **6.** Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per  $n \to +\infty$  la precedente sia "o piccolo" della successiva:  $2^{2^n}$ ,  $\log(1+2^n)$ ,  $\sqrt[n]{n}$ , (2n)!,  $e^{-n}$ ,  $2^{n^2}$ ,  $1/(1-\cos(1/n))$ .
- 7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in x = 0 delle seguenti funzioni:

(a) 
$$e^{1-x} \log(1-x)$$
 di ordine 3, (b)  $\frac{\cos 2x}{1-x}$  di ordine 3, (c)  $\frac{\log(1+x)}{1+2x^4}$  di ordine 6.