

Risolvi i seguenti esercizi giustificando sinteticamente le risposte.

### 1. Procedure in Scheme

Considera la seguente definizione di procedura in Scheme:

```
(define f
  (lambda (s)
    (let ((n (string-length s)))
      (if (= n 1)
          s
          (f (string-append (substring s 2 n) (substring s 0 1)))))))
```

Riporta i risultati della valutazione di ciascuna delle seguenti espressioni:

(f "a")	→	_____	(f "abcd")	→	_____
(f "ab")	→	_____	(f "abcde")	→	_____
(f "abc")	→	_____	(f "abcdef")	→	_____

### 2. Astrazione procedurale

Scrivi una procedura in Scheme che data una funzione  $f$ , definita per tutti gli argomenti interi e a valori interi, e dati due numeri interi  $u$  e  $v$ , con  $u \leq v$ , restituisce la lista degli zeri di  $f$  nell'intervallo di interi  $[u, v]$  (i punti dell'intervallo in cui  $f$  si annulla), ordinati in ordine crescente.

### 3. Dimostrazioni per induzione

Con riferimento alla definizione della procedura  $h$  in Scheme:

```
(define h
  (lambda (x)
    (if (= x 0)
        (cons 0 null)
        (let ((z (h (- x 1))))
          (cons (+ (car z) (* 2 x) -1) z))))))
```

dimostra per induzione che la seguente proprietà vale per ogni  $n$  naturale:

$$(h\ n) \rightarrow (n^2\ (n-1)^2\ (n-2)^2\ \dots\ 4\ 1\ 0)$$

In particolare:

- Scrivi formalmente la proprietà che intendi dimostrare per induzione.
- Scrivi formalmente la proprietà che esprime il caso base.
- Scrivi formalmente l'ipotesi induttiva.
- Scrivi formalmente la proprietà che occorre dimostrare come passo induttivo.
- Dimostra formalmente il caso base.
- Dimostra formalmente il passo induttivo.

#### 4. Astrazione sui dati

Un albero di Huffman è un albero binario non vuoto le cui foglie sono etichettate con simboli dell'alfabeto diversi fra loro e i cui restanti nodi non sono etichettati e hanno sempre esattamente due figli. La codifica di un simbolo  $s$  dell'alfabeto, basata su un albero di Huffman  $H$ , è la stringa binaria che si determina scendendo lungo il percorso dalla radice di  $H$  all'unica sua foglia etichettata con  $s$ , e giustapponendo la cifra "0" per ogni spostamento a sinistra e la cifra "1" per ogni spostamento a destra. Per esempio, se per raggiungere la foglia etichettata con la lettera "b" a partire dalla radice si scende di tre livelli, spostandosi dapprima al sottoalbero sinistro, quindi per due volte a destra, allora la codifica di "b" (per quell'albero di Huffman) è data dalla stringa binaria "011".

Assumi che sia stata sviluppata una classe *HuffmanTree* in Java per rappresentare questa struttura. Tale classe è utilizzabile attraverso il seguente protocollo:

- un costruttore per creare alberi di un solo nodo, dove il simbolo è un oggetto di tipo *String* passato come argomento;
- un secondo costruttore per creare alberi di più nodi collegando la radice (non etichettata) ai due sottoalberi di Huffman, sinistro e destro, passati come argomento;
- un metodo *symbol()* che restituisce il simbolo rappresentato (*String* di un solo carattere) se l'albero di Huffman ha un solo nodo, *null* altrimenti;
- i metodi *left()* e *right()* che restituiscono i sottoalberi sinistro e destro, rispettivamente, di un albero con più nodi, oppure *null* se l'albero è costituito da un solo nodo.

Completa il seguente metodo statico in Java che, data una codifica  $c$  (stringa di zeri e uno) e un albero di Huffman  $ht$ , restituisce il simbolo corrispondente alla codifica  $c$ , quando questa è rappresentata da  $ht$ , oppure *null* se non lo è.

```
public static String symbol( String c, HuffmanTree ht ) {  
    if ( ht == null ) {  
        .....  
    } else if ( c.length() == 0 ) {  
        .....  
    } else if ( c.charAt(0) == '0' ) {  
        .....  
    } else {  
        .....  
    }  
}
```

#### 5. Classi in Java

Proponi una realizzazione della classe *HuffmanTree* in accordo con le specifiche introdotte nell'esercizio precedente. In particolare, il protocollo deve prevedere i due costruttori e i metodi *symbol*, *left* e *right*.