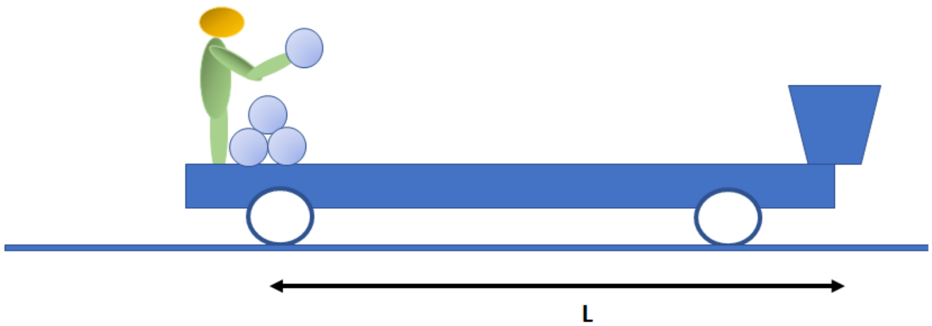
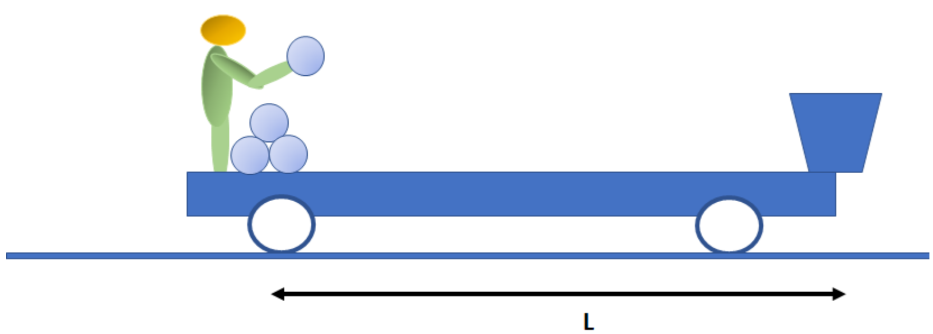



Domanda 1 Un uomo, posto all'estremità di un vagone, lancia 10 palle ciascuna di massa M1 dentro ad un cesto, fissato al pavimento del vagone a distanza L. Tra il vagone e le rotaie l'attrito è trascurabile. Durante tutto il processo, che dura un intervallo di tempo Delta_T, per il sistema costituito da vagone palle e uomo ………………… per cui ……………….

Le alternative proposte per il primo completamente sono

✖ la risultante delle forze esterne è nulla (non è vero, quando le palle sono in volo, la loro forza peso non è bilanciata)

✖ operano solo forze conservative (non è vero, quando le palle arrivano nel cestino, vi si fermano per effetto di forze dissipative)




L'unica opzione vera è

la risultante delle forze esterne ha una componente orizzontale nulla per cui la componente orizzontale della quantità di moto si conserva.

Domanda 2 Se la massa di ciascuna palla è M1 e la velocità con cui vengono lanciate è V0, quanta energia meccanica (in Joule) viene dissipata in tutto l'intervallo di tempo Delta_T?

Ogni palla viene lanciata con una energia cinetica pari a $\frac{1}{2}M1\ V0^2$ e quindi complessivamente per le 10 palle, $10\ \frac{1}{2}M1\ V0^2$. Questa energia poi viene dissipata quando le palle arrivano nel cestino e vi si fermano.

Domanda 3 Il vagone, nell'intervallo di tempo Delta_T, …………..

Dalla risposta alla domanda 1 si ricava che il centro di massa complessivo vagone+uomo+palle non si muove orizzontalmente.

Però quando le palle sono in volo, si muovono orizzontalmente verso destra, per cui il vagone deve muoversi verso sinistra per mantenere il CM fermo orizzontalmente. Quindi delle tre alternative

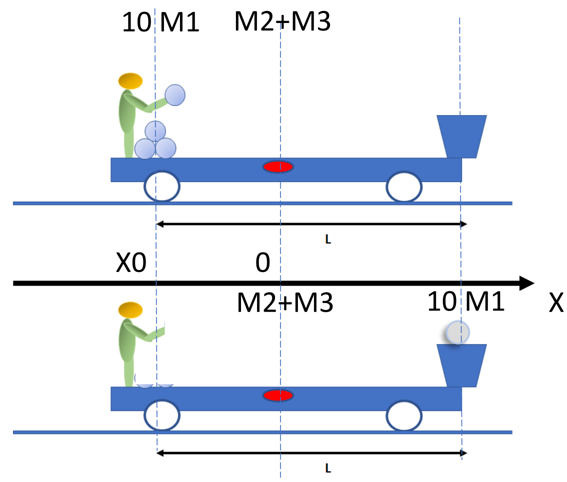
✖ Sta fermo

✖ Si muove verso destra

Si muove verso sinistra

è la terza che è corretta.

Domanda 4 Se il vagone è inizialmente in quiete e la massa dell'uomo è M2, quella del vagone M3 e la distanza tra l'uomo ed il cesto è L, di quanto si è spostato il vagone (in metri) durante tutto l'intervallo Delta_T?




Scegliamo un asse coordinato X orizzontale solidale con il vagone, con origine alla posizione del centro di massa di vagone+uomo.

Sia inoltre X0 la posizione iniziale delle palle: avremo che prima del lancio il centro di massa complessivo si trova a

$$x_{CM} = \frac{10\ M1\ X0}{10\ M1 + M2 + M3}$$

Dopo il lancio si troverà a

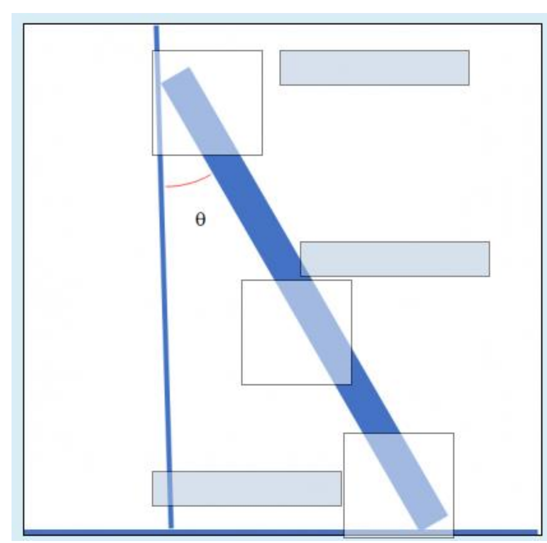
$$x'_{CM} = \frac{10\ M1\ (X0 + L)}{10\ M1 + M2 + M3}$$

Cioè la posizione del centro di massa complessivo si sarà spostato verso destra di

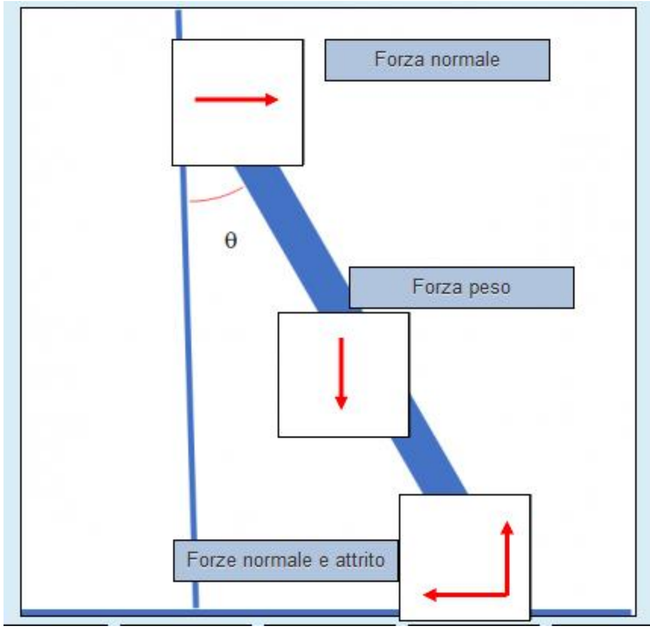
$$\Delta x'_{CM} = \frac{10\ M1\ L}{10\ M1 + M2 + M3}$$

Per un osservatore a terra però il CM è rimasto in quiete orizzontalmente: è il vagone che si è mosso verso sinistra, con uno spostamento $-\Delta x'_{CM}$

- Domanda 5 Una scala di massa M è appoggiata ad una parete liscia, formando un angolo theta con essa, mentre il pavimento su cui è posta è scabro, con coefficiente di attrito statico mu. Indicare le forze che agiscono sulla scala, trascinando le immagini di vettori a disposizione nelle zone indicate con un riquadro e la descrizione delle forze individuate, trascinando il testo nella casella accanto al riguardo

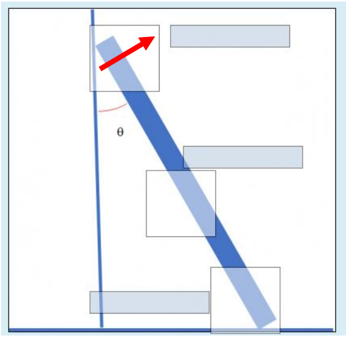


Le risposte corrette sono quelle riportate in figura.




Una delle risposte (la forza normale applicata dalla parete) merita un approfondimento. Alcuni hanno risposto come qui sotto.

Interpreto questa risposta come il tentativo di definire una direzione normale, basandosi sulla superficie della sbarra.




In realtà bisogna ricordarsi che la forza normale per definizione è una forza che si contrappone agli spostamenti del corpo che lo portano a compenetrare un altro corpo. Nel caso specifico, il movimento della scala che porterebbe a compenetrare la parete è orizzontale.

Domanda 6 La forza d'attrito del pavimento ……….. perché …………..

Le alternative per il primo inserimento, accoppiate con quelle del secondo, sono

✖ è nulla perché la scala è ferma

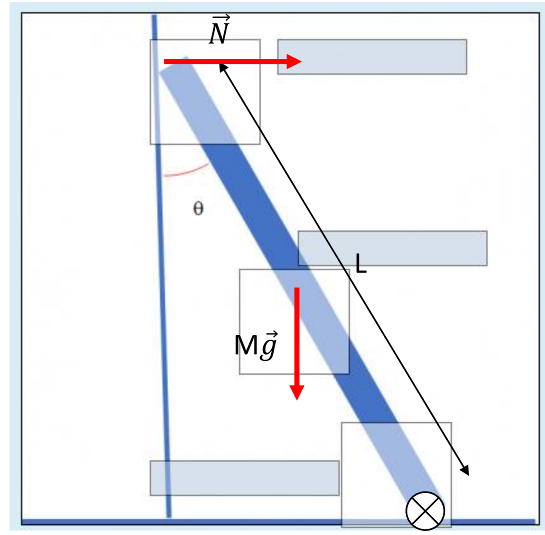
(abbiamo a che fare con **attrito statico** e non dinamico)

✖ è pari a mu M g perché la forza normale del pavimento è pari a M g

(mu N è la forza di attrito statico **massima**)

è pari alla forza normale della parete perché sono le uniche forze orizzontali

Domanda 7    Se mu = ..., M = ..., theta = ... e g = 9,81 m/s^2, determinare il valore dell'intensità della forza normale della parete (in Newton).




Scegliendo come polo per il calcolo dei momenti il piede O della scala avremo per la staticità rispetto le rotazioni

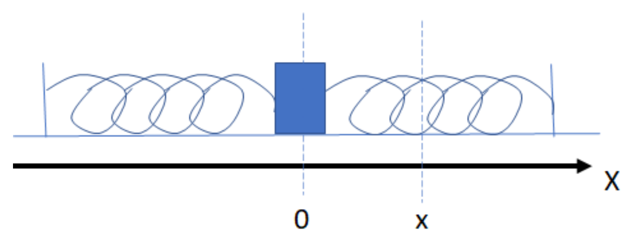
$$-L\,N\,sin(\theta) + \frac{1}{2} L\,M\,g\,cos(\theta) = 0$$

avendo indicato con L la lunghezza della scala. Si ottiene così

$$N = \frac{1}{2} M\,g\;/\;\mathrm{tg}(\theta)$$

(ovviamente il valore di mu riportato tra i dati è un trabocchetto)

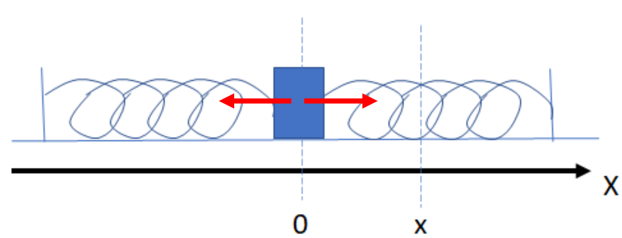
Domanda 8    Un corpo di massa M è vincolato alle estremità di due molle di eguale costante elastica K, fissate a due pareti contrapposte.

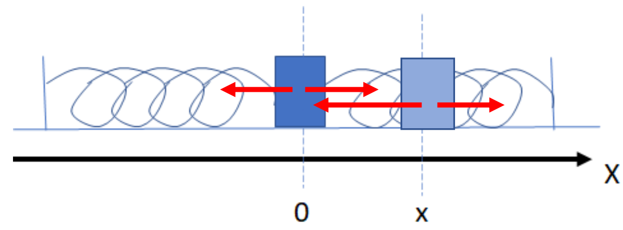



Supponendo di spostare il corpo dalla posizione di equilibrio, individuata dalla coordinata X=0 in figura, ad una di coordinata X=x, la componente della risultante delle forze lungo la direzione X risulta essere ...........

Tra le alternative proposte la risposta corretta è    - 2 K x

Questo risultato può essere ricavato in vari modi: il più semplice è quello di considerare dapprima il corpo nella posizione di equilibrio (x=0), con le due molle deformate in maniera da applicare ciascuna una tensione di modulo T ma in versi opposti (la risultante deve essere nulla). Per fissare le idee, supponiamo le due tensioni orientate come in figura.






Spostiamo ora il corpo nella posizione x.

La molla a sinistra vede aumentare la propria deformazione di x e quindi la componente lungo x della sua tensione diventa

- T - K x (in modulo aumenta)

La molla di destra invece si accorcia di x, per cui la componente x della sua tensione diventa

T - K x (in modulo diminuisce)

Sommando le due forze otteniamo che la risultante è

- 2 K x

Domanda 9 La massa viene rilasciata a velocità nulla dalla posizione x = … . Determinare in quanto tempo la massa ripassa per la posizione di riposo (in secondi). Utilizzare per i conti i valori M = …., K = ……

Il moto del corpo è armonico (la risultante delle forze è proporzionale allo spostamento) e quindi ha una legge oraria del tipo

$$X(t) = A\cos(\omega\, t + \varphi 0)$$

ove $\omega$ è la pulsazione del moto. Essendo in questo caso l'equazione del moto

$$-2\,K\,x = M\,\frac{d^2x}{dt^2}$$

la pulsazione risulta essere

$$\omega = \sqrt{\frac{2K}{M}}$$

L'intervallo di tempo $\Delta$t richiesto dalla domanda è quello corrispondente ad un quarto di oscillazione (dalla massima elongazione alla posizione di equilibrio) e quindi

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{2K}}$$

Domanda 10 Con quale velocità (in m/s) la massa passa per il punto X=0?

La legge oraria del moto (imponendo le condizioni iniziali della domanda 9) è

$$X(t) = A\cos(\omega t)$$

e la dipendenza dal tempo della velocità

$$V(t) = -A\omega \sin(\omega t)$$

Per un quarto di periodo avremo

$$V\left(\frac{T}{4}\right) = -A\sqrt{\frac{2K}{M}}$$

- Esercizio 24.1 Una cassa di massa M è appoggiato sul pianale di un autocarro. Tra la cassa e il pianale c'è attrito, di coefficiente statico $\mu$.

1. Qual è la massima accelerazione a cui può procedere il camion, senza che la cassa slitti sul pianale?
2. Se il camion procede con accelerazione pari a metà del valore massimo della domanda 1, che forza di attrito si sviluppa tra pianale e cassa?

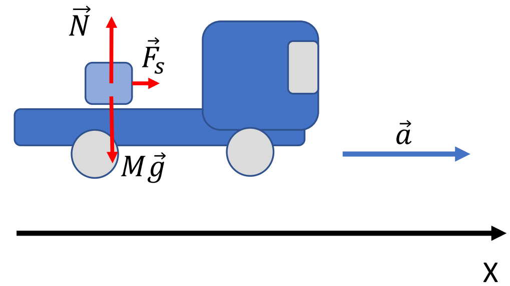
Utilizzare per i calcoli i seguenti valori: g = 9.81 m $s^{-2}$, $\mu$ =0.90, M = 100. kg.

Le forze che agiscono sulla cassa sono

- La forza peso
- La forza normale del pianale
- La forza d'attrito statico del pianale

La componente verticale dell'equazione del moto serve unicamente a determinare l'intensità della forza normale

N = M g




La risultante delle forze si riduce quindi alla sola forza di attrito, che deve assicurare che la cassa si muova solidalmente al camion e quindi con accelerazione a

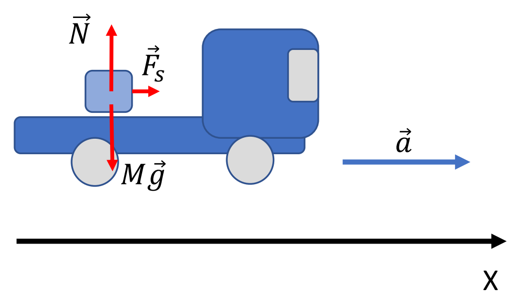
$$F_s = M\, a$$

Avremo quindi come massimo valore possibile dell'accelerazione

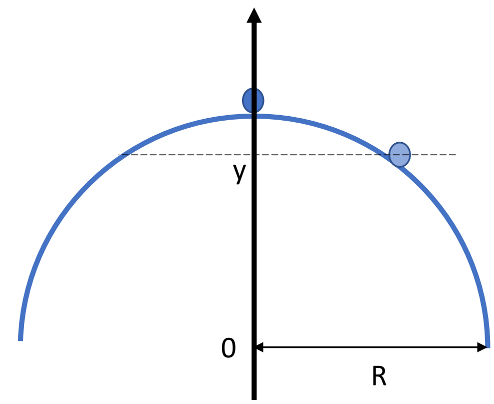
$$a_{max} = \frac{F_s^{max}}{M} = \mu\, g = 8.83\, m\, s^{-2}$$

Se la accelerazione invece è pari a metà di quella massima, il valore della forza d'attrito viene ricavata dalla

$$F_s = M\, a = M\frac{a_{max}}{2} = 441.\, N$$



- Esercizio 24.2  Un corpo di dimensioni trascurabili è posta sulla sommità di un circuito formato da una rotaia, che segue un profilo circolare verticale di raggio R (vedi figura). Inizialmente in quiete, la massa comincia a scivolare lungo la rotaia. Supponendo trascurabili gli attriti

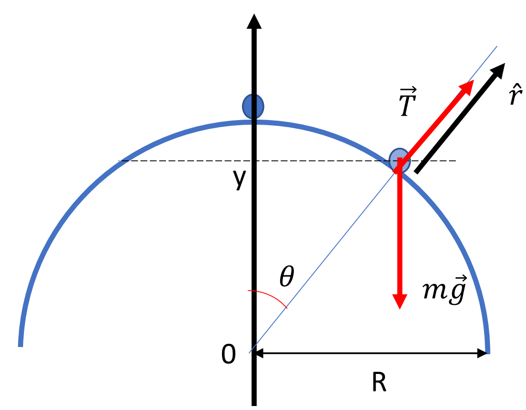



1. Descrivere come varia l'intensità della forza normale della rotaia in funzione della quota y del corpo (misurata dal centro della circonferenza a cui appartiene il profilo della rotaia).
2. Determinare la quota a cui il corpo si stacca dalla rotaia, non più sostenuto dalla forza normale.

Utilizzare per i conti il valore R = 2.00 m

Per la posizione del corpo ad una generica quota y, vi sono due forze agenti su di esso

- La forza peso, verticale
- La forza normale della rotaia, radiale rispetto la traiettoria circolare seguita dal corpo.




In direzione radiale (quella del versore $\hat{r}$ in figura) l'equazione del moto risulta

$$T - m\,g\cos(\theta) = T - m\,g\,\frac{y}{R} = -m\,a_{centr} = -m\,\frac{v^2}{R}$$

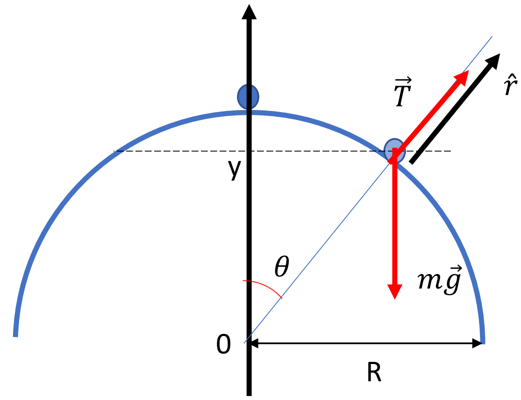
avendo indicato con v la velocità del corpo alla quota y.
Per determinare v possiamo ricorrere alla conservazione dell'energia meccanica (sul sistema compiono lavoro solo forze di tipo conservativo). Prendendo come punto di partenza quello dell'apice della traiettoria, avremo

$$-\Delta U = m\,g\,(R - y) = \frac{1}{2}m\,v^2 = \Delta K$$

Riassumendo avremo

$$T = m\,g\,\frac{y}{R} - m\,\frac{v^2}{R}$$

$$= m\,g\,\frac{y}{R} - \frac{2\,m\,g\,(R-y)}{R} = mg\,\frac{3\,y\ - 2R}{R}$$




Per la seconda domanda: poiché la forza normale per una rotaia può essere solo positiva (non ha modo di «trattenere» un corpo sulla traiettoria, ma solo di impedirgli di sprofondare), la quota alla quale T risulta nulla è critica per il moto del corpo.

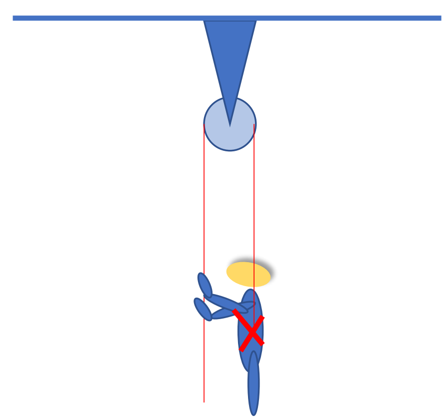
Oltre a tale punto il corpo si stacca dalla rotaia e prosegue con un moto di grave.

La quota a cui avviene ciò è per

$$T = mg\,\frac{3\,y\ - 2R}{R} = 0$$

cioè y = 2/3 R = 1.33 m.

- Esercizio 24.3 Un uomo di peso P, imbragato all'estremità di una fune che pende da una puleggia, si sta sollevando tirando l'altra estremità della fune (vedi figura).



Supponendo che la fune sia di massa trascurabile e che la puleggia non offra resistenza allo scorrimento della fune

1) Determinare l'intensità della forza con cui l'uomo deve tirare la fune per salire a velocità costante
2) Il lavoro fatto dalla forza della domanda 1, quando l'uomo si è sollevato ad una altezza H rispetto a quella di partenza.

Utilizzare per i calcoli i seguenti valori P = 60.0 N, H = 1.00 m.

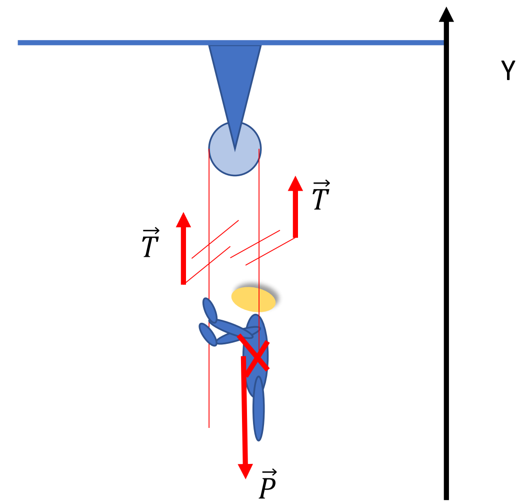
Le forze agenti sull'uomo sono

- Le due tensioni della fune (una applicata sulle mani, l'altra all'imbragatura)
- La forza peso

Poiché la fune è priva di massa e la puleggia non offre resistenza al suo scorrimento, le due tensioni sono in modulo eguali.

La componente verticale della risultante delle forze sarà allora

$$2\,T - P = m\,a = 0$$




perché il moto avviene a velocità costante. Ne deriva che

$$T = \frac{1}{2} P = 30.0\ N$$

e questa è pure l'intensità della forza F applicata dall'uomo alla fune ( F e T della fune davanti all'uomo sono azione e reazione dell'interazione mano-fune).

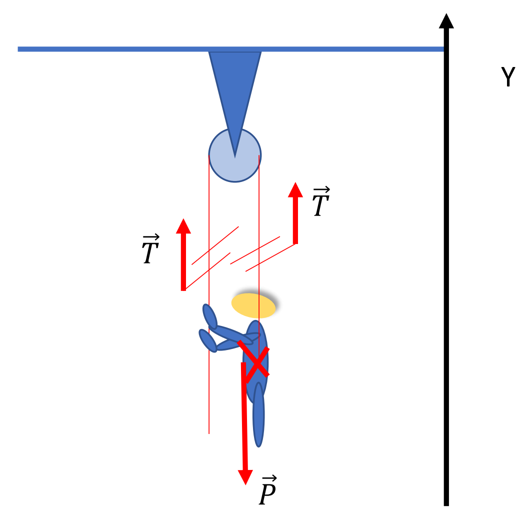
Per quanto riguarda il lavoro fatto dalla forza F nel sollevamento ad una quota H, il procedimento più semplice è quello di far ricorso al teorema dell'energia cinetica

$$L_F + L_P = \Delta K = 0$$

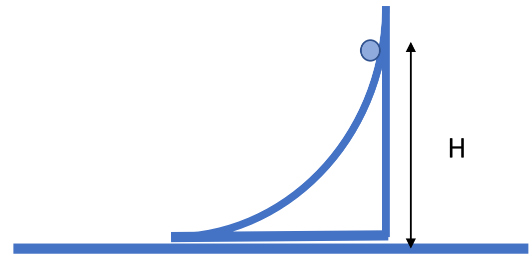
(poiché il moto avviene a velocità costante).

Risulta così

$$L_F = \Delta U_P = H\ P = 60.0\ J$$



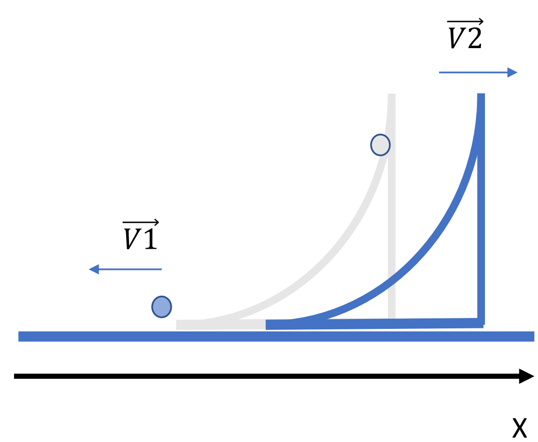
- Esercizio 24.4 Un punto materiale di massa M1 viene lasciato scivolare con velocità iniziale nulla lungo una guida di massa M2 con profilo a quarto di circonferenza, a partire da una altezza H dal pavimento. Gli attriti tra il punto materiale e la guida, e la guida ed il pavimento sono trascurabili; la guida è inizialmente ferma.




1) Valutare le velocità dei due oggetti, quando il punto materiale abbandona la guida

Utilizzare per i conti M1 = 1.00 kg, M2 = 2.00 kg, H = 0.50 m, g = 9.81 m $s^{-2}$

Poiché le forze esterne agenti sul sistema punto materiale + guida sono tutte verticali (forze peso e forza normale del pavimento), la risultante delle forze ha una componente orizzontale nulla.




Ne segue che la quantità di moto totale nella discesa del punto materiale lungo la guida si conserva. Essendo il sistema inizialmente in quiete si avrà

$$-M1\,V1 + M2\,V2 = 0$$

avendo indicato con V1 e V2 i moduli delle velocità finali dei due oggetti.

Sarà così

$$V2 = \frac{M1}{M2}\,V1$$

Nel moto compiono lavoro solo forze di tipo conservativo, per cui l'energia meccanica si conserva. Avremo

$$-\Delta U = \Delta K$$

$$M1\ g\ H = \frac{1}{2} M1\ V1^2 + \frac{1}{2} M2\ V2^2$$

Dalla relazione ricavata in precedenza otterremo

$$M1\ g\ H = \frac{1}{2} M1\ V1^2 + \frac{1}{2} M2\ (\frac{M1}{M2})^2 V1^2$$

e quindi

$$V1 = \sqrt{\frac{2\ g\ H}{1 + \frac{M1}{M2}}} = 2.56\ m/s$$

$$V2 = \frac{M1}{M2}\sqrt{\frac{2\ g\ H}{1 + \frac{M2}{M1}}} = 1.81\ m/s$$