

Risolvi i seguenti esercizi giustificando sinteticamente le risposte.

1. Scheme e Java

Traduci la seguente procedura Scheme in un corrispondente metodo in Java, basato sulla stessa struttura ricorsiva.

```
(define tiles
  (lambda (d k) ; 0 <= d < 4, k >= 0
    (if (= k 0)
        (if (> d 0) 0 1)
        (+ (* 2 (tiles d (- k 1)))
           (tiles (remainder (+ d 3) 4) (- k 1))
           (tiles (remainder (+ d 1) 4) (- k 1)) )
        )))
```

2. Programmazione dinamica

Trasforma la soluzione dell'esercizio 1 in un programma corrispondente, formalizzato nel linguaggio *Java*, che applichi la tecnica di *programmazione dinamica*, cercando di ridurre quanto più possibile la memoria utilizzata per registrare i valori via via calcolati.

3. Astrazione procedurale

La procedura con valori procedurali *ht* è definita in modo che, valutando l'espressione `(let ((f (ht x))) (f y))`, si ottiene lo stesso risultato dell'espressione `(tiles x y)`. Coerentemente a quanto indicato nell'esercizio 1, si assume che *x* sia un intero compreso nell'intervallo $[0, 3]$ e che *y* sia un numero naturale. Completa il codice Scheme della procedura *ht* riportato qui sotto. Il corpo della procedura può fare riferimento ricorsivo ad *ht*, ma non può chiamare la procedura *tiles* dell'esercizio 1.

```
(define ht
  .....
  .....
  (if (= k 0)
      (if (> d 0) 0 1)
      (+ (* 2 ..... )
         ..... )
      )
  ) ... ) ; chiusura di tutte le parentesi
```

4. Dimostrazioni per induzione

Con riferimento alla procedura *tiles* dell'esercizio 1, assumi che per tutti i valori di *n* nell'insieme dei naturali siano già state dimostrate le seguenti proprietà:

$$(tiles\ 0\ n+1) \rightarrow 4^n + 2^n \quad \text{e} \quad (tiles\ 2\ n+1) \rightarrow 4^n - 2^n$$

Dimostra quindi per induzione che anche la seguente proprietà vale per ogni *n* naturale:

$$(tiles\ 1\ n+1) \rightarrow 4^n$$

In particolare:

- Scrivi formalmente la proprietà che intendi dimostrare per induzione.
- Scrivi formalmente la proprietà che esprime il caso base.
- Scrivi formalmente l'ipotesi induttiva.
- Scrivi formalmente la proprietà che occorre dimostrare come passo induttivo.
- Dimostra formalmente il caso base.
- Dimostra formalmente il passo induttivo.

5. Classi in Java

Formalizza in Java una classe *PlaneVect* per rappresentare vettori nel piano. Per ogni oggetto *u* della classe *PlaneVect* deve essere definito il seguente protocollo: un costruttore; due metodi per determinare il valore di ciascuna delle componenti; il metodo *u.length()* che consente di conoscere la lunghezza del vettore; il metodo *u.add(v)* che restituisce la somma vettoriale di *u* e *v*; il metodo *u.rescale(c)* che restituisce un vettore con la stessa direzione di *u*, ma di lunghezza riscalata di un fattore *c*; il metodo *u.rotate(a)* che restituisce un vettore con la stessa lunghezza di *u*, ma ruotato di *a* radianti in verso antiorario.