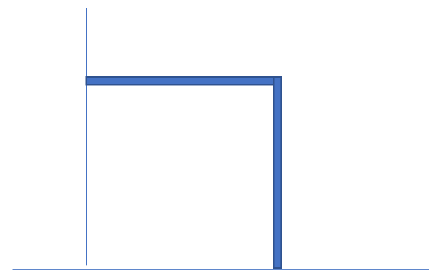
- Esercizio 23.1 Una sbarra di massa M, piegata a metà a formare un angolo di 90°, è appoggiata ad una estremità ad una parete priva di attrito, mentre l'altra giace sul pavimento scabro, nella posizione illustrata in figura.

1. Determinare l'intensità delle forze normali e di attrito statico esercitate da pavimento e parete

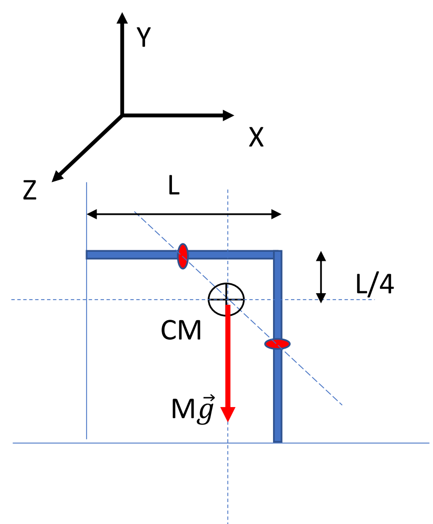
Utilizzare per i conti i seguenti valori: M = 10.0 kg, g = 9.81 m/s^2.



Individuiamo le forze agenti sul sistema.

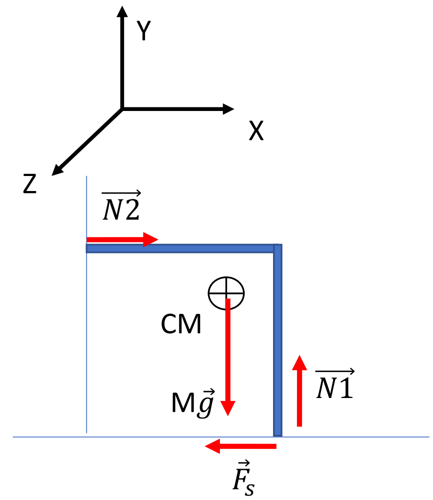
Innanzitutto la forza peso: possiamo trattare la sbarra piegata come l'insieme dei due bracci separati ed applicare la relativa forza peso al centro di ciascuno di essi; è un procedimento relativamente semplice.

Proviamo invece a determinare la posizione del centro di massa complessivo, per applicarvi la risultante della forza peso.



Poiché i due bracci sono di massa eguale, il centro di massa complessivo si trova a metà strada lungo la congiungente dei centri dei due bracci.
Se indichiamo con L la lunghezza di uno dei bracci, il centro di massa si trova in un punto spostato di L/4 in orizzontale ed in verticale rispetto il punto di giunzione della sbarra.

Le altre forze agenti sul sistema sono le due forze normali N1 e N2, applicate alla sbarra rispettivamente dal pavimento e dalla parete, e la forza di attrito statico F_s, applicato ancora una volta dal pavimento.

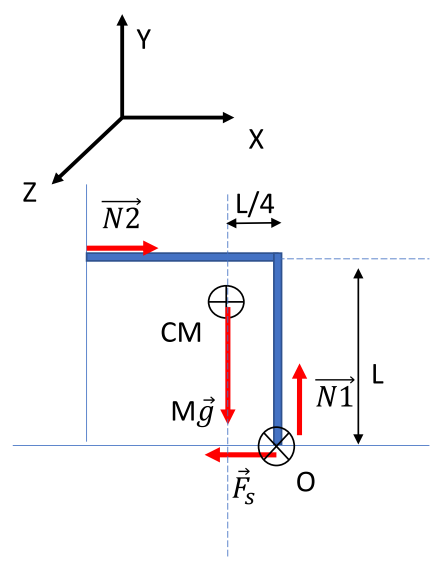


Se applichiamo le condizioni di staticità rispetto alle traslazioni, vediamo che quella relativa alla componente Z della risultante è identicamente nulla.

Avremo così

$$\begin{cases} N2 - F_s = 0 & (lungo\ X) \\ -M\,g + N1 = 0 & (lungo\ Y) \end{cases}$$

Per quanto riguarda le condizioni di staticità rispetto alle rotazioni, solo la componente Z dei momenti di forze non è identicamente nulla.



Scegliendo come polo O il punto di appoggio della sbarra sul pavimento (in modo da annullare i momenti delle forze applicate da quest'ultimo) avremo

$$-L\,N2 + \frac{L}{4}M\,g = 0$$

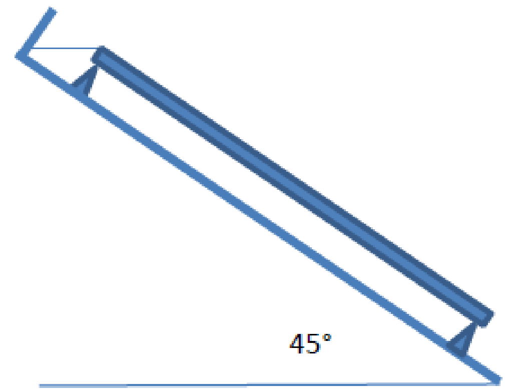
cioè N2 = ¼ M g

Riassumendo (e riportando i valori numerici delle soluzioni)

$$N2 = F_s = \frac{1}{4}Mg = 24.5\ N$$
$$N1 = M\,g = 98.1\ N$$

- Soluzione del «tema 3» del file 2013_09_11.pdf

Una sbarra di massa M è appoggiata su due supporti privi di attrito, disposti come in figura. Per far star ferma la sbarra, è necessario legarla ad una estremità con una fune, disposta **orizzontalmente.**

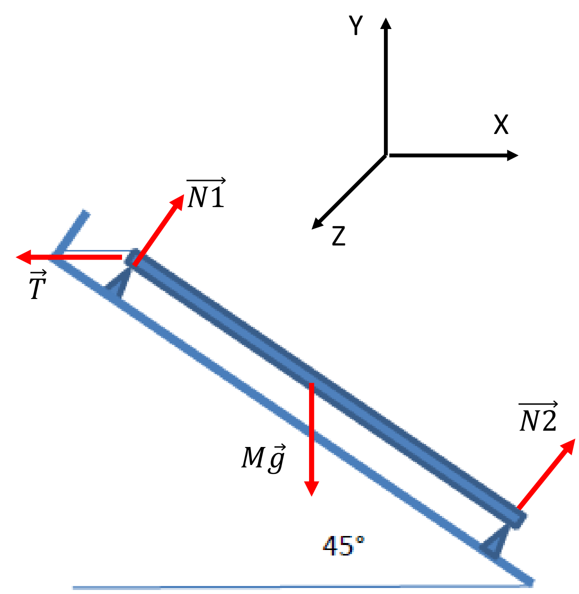


Determinare le forze normali offerte dai due supporti e la tensione della fune.

Utilizzare per i conti i seguenti valori M = 10.0 kg, g = 9.81 m s^{-2}

Identifichiamo le forze agenti

- Forza peso
- Forze normali supporti
- Tensione della fune



Introducendo un sistema di riferimento come in figura, le due componenti non identicamente nulle della condizione di staticità per le traslazioni sono

$$\begin{cases} -T + N1\sin(45°) + N2\sin(45°) = 0 \\ -M\ g + N1\ cos(45°) + N2\cos(45°) = 0 \end{cases}$$

cioè

$$\begin{cases} N1 + N2 = \sqrt{2}Mg \\ T = Mg \end{cases}$$

Consideriamo la condizione di staticità per le rotazioni. Scegliamo come polo O il punto in cui la sbarra è fissata alla fune, in modo da annullare i momenti della tensione e di N1.

L'unica componente non identicamente nulla della condizione (componente momenti lungo Z) ci fornisce

$$-\frac{L}{2}Mg\cos(45°) + L\,N2 = 0$$

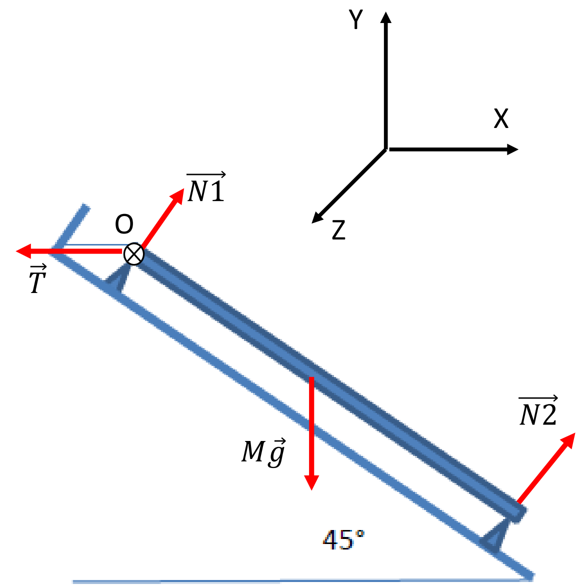
avendo posto L pari alla lunghezza della sbarra.

Sarà quindi

$$N2 = \frac{\sqrt{2}}{4}\,M\,g = 34.7\,N$$

E di conseguenza

$$\begin{cases} N1 = \dfrac{3\sqrt{2}}{4}\,M\,g = 104.\,N \\ T = M\,g = 98.1\,N \end{cases}$$

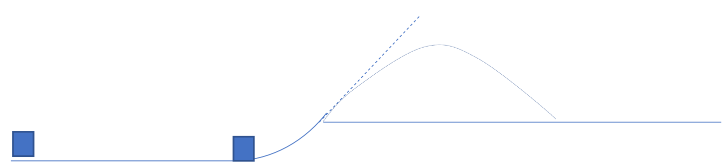


- Esercizio 23.2 Un corpo viene lanciato su un piano orizzontale liscio con velocità V0.

Ad un certo esso incontra un secondo corpo, di massa eguale ed in quiete. Dopo l'urto (elastico) il secondo corpo si muove un lungo un profilo curvo liscio, fino ad arrivare ad una quota H più alta di quella di partenza. A quel punto il profilo diventa nuovamente piano ed orizzontale: il secondo corpo si stacca dal profilo con una velocità che forma un angolo di 45° rispetto all'orizzontale. Sapendo che il secondo corpo ricade sul piano ad una distanza L dal punto di distacco, determinare

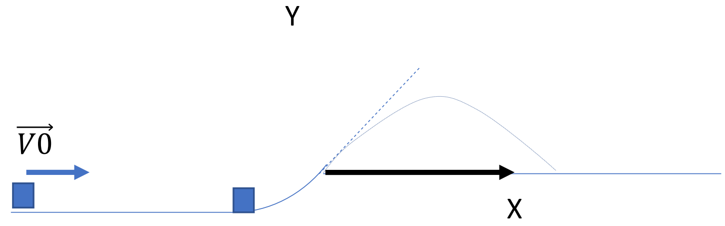
1. La velocità iniziale V0 del primo corpo.

Utilizzare per i calcoli i seguenti valori: H= 0.50 m, L = 1.00 m, g = 9.81 m s^{-2}.



L'evoluzione del sistema può essere suddiviso in tre fasi

- Urto elastico
- Risalita del profilo curvo
- Moto di grave finale

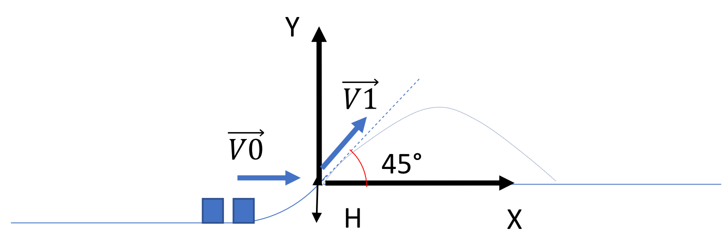


Nella prima fase il primo corpo urta elasticamente un corpo di massa eguale, inizialmente in quiete.

L'urto può essere studiato facilmente con la conservazione dell'energia cinetica e della quantità di moto.

Il risultato è che nell'urto elastico, i due corpi di massa eguale tra stato iniziale e stato finale, si scambiano la velocità.
Cioè il primo corpo si ferma ed il secondo procede con velocità V0 verso destra.

Nella seconda fase il secondo corpo risale il pendio alto H e lascia la rampa con una velocità (che indicheremo in modulo V1) orientata a 45° con l'orizzontale.



Per la conservazione dell'energia meccanica

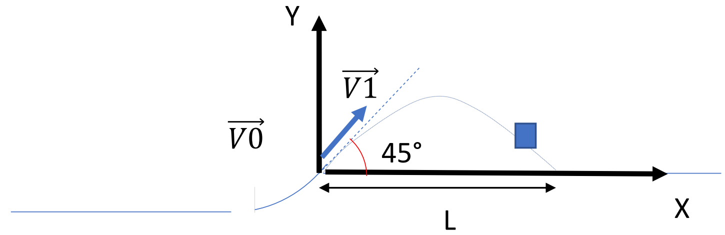
$$\Delta U + \Delta K = 0$$

$$-MgH = \frac{1}{2}MV1^2 - \frac{1}{2}MV0^2$$

e quindi

$$V1 = \sqrt{V0^2 - 2gH}$$

Nella terza fase il secondo corpo percorre una traiettoria di grave, fino a tornare alla quota di partenza.



Si può risolvere il problema considerando il moto uniformemente accelerato, ricavando quella che è l'espressione della gittata del moto

$$L = \frac{V1^2 \sin(2 \times 45°)}{g}$$

e quindi

$$V1 = \sqrt{Lg}$$

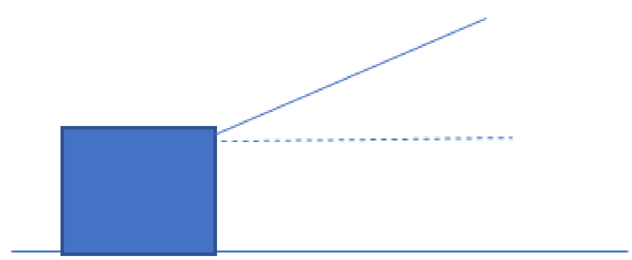
Alla fine, mettendo tutto assieme abbiamo

$$V0 = \sqrt{V1^2 + Hg} = \sqrt{(L + H)g}$$

Numericamente

V0 = 3.8 m/s

- Esercizio 23.3 Un cassa del peso di 10.0 N viene trainata su un piano orizzontale con una corda che forma con la direzione orizzontale un angolo di 30° (vedi figura). La tensione della fune è di 10.0 N. Se tra il piano e la cassa si esercita un attrito dinamico di coefficiente μ = 0.100, determinare

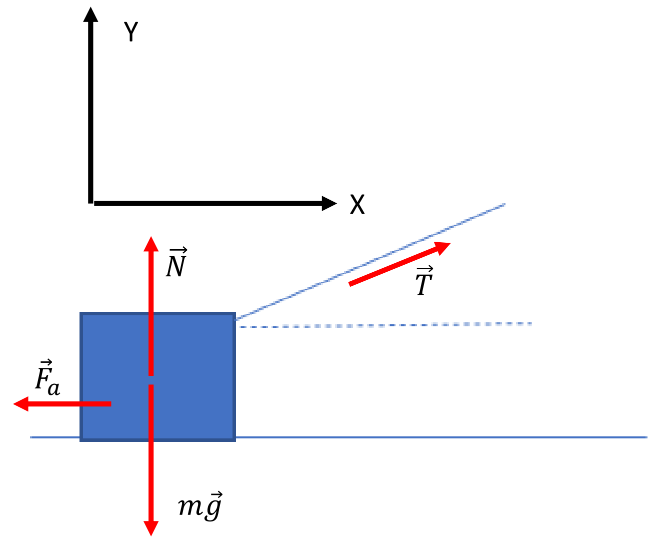


1. L'intensità della forza di attrito, con la cassa in movimento.
2. La velocità raggiunta dalla cassa quando ha compiuto uno spostamento di 1.00 m, partendo da ferma

Utilizzare per i calcoli il seguente valore g=9.81 m/s^2

Individuiamo le forze agenti sulla cassa

- Forza peso
- Forza normale del piano
- Tensione della fune
- Forza di attrito dinamico



Introdotto un sistema di riferimento come in figura abbiamo

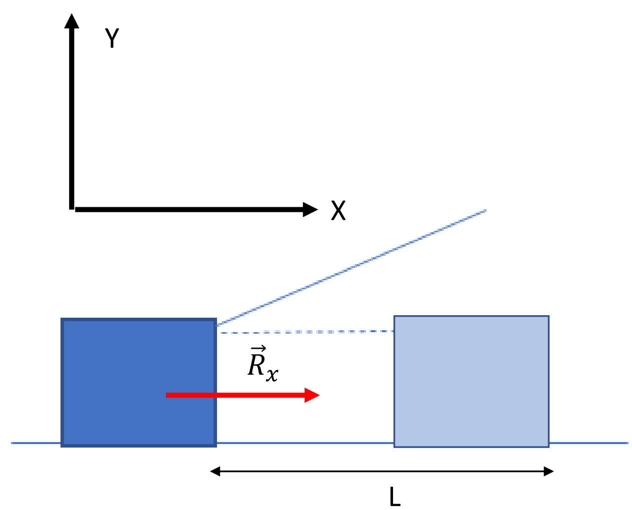
$$\begin{cases} R_x = -F_a + T\cos(30°) \\ R_y = N - mg + T\sin(30°) = 0 \end{cases}$$

Poiché $F_a = \mu N$ abbiamo

$$F_a = \mu\big(mg - T\sin(30°)\big) = 0.50 \text{ N}$$

Dalla prima relazione otteniamo

$$R_x = -\mu(mg - T\sin(30°)) + T\cos(30°)$$



Applichiamo il teorema dell'energia cinetica nello spostamento lungo L della cassa

$$L\,R_x = \Delta K = \frac{1}{2}mv^2$$

essendo la velocità iniziale nulla. Si avrà così

$$v = \sqrt{\frac{2L(-\mu(mg - T\sin(30°)) + T\cos(30°))}{m}}$$

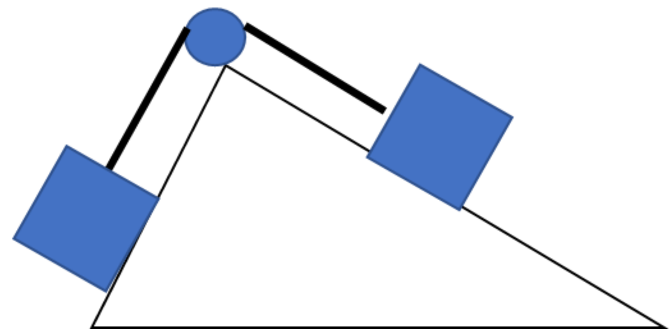
Numericamente

$$v = 4.00\ m/s$$

- Esercizio 23.4 Due corpi di massa eguale M sono disposti su due piani inclinati (privi di attrito) che formano tra di loro un angolo di 90° e con l'orizzontale rispettivamente 30° e 60°. I due corpi sono collegati tra di loro da una fune ideale, che passa attraversa una puleggia priva di attrito. Determinare

1. Il valore dell'accelerazione delle due masse nel loro moto, specificando quale dei due corpi scende
2. La tensione della fune

Utilizzare per i calcoli i seguenti valori: g = 9.81 m s^{-2}, M = 1.00 kg



Identifichiamo le forze agenti sui due blocchi

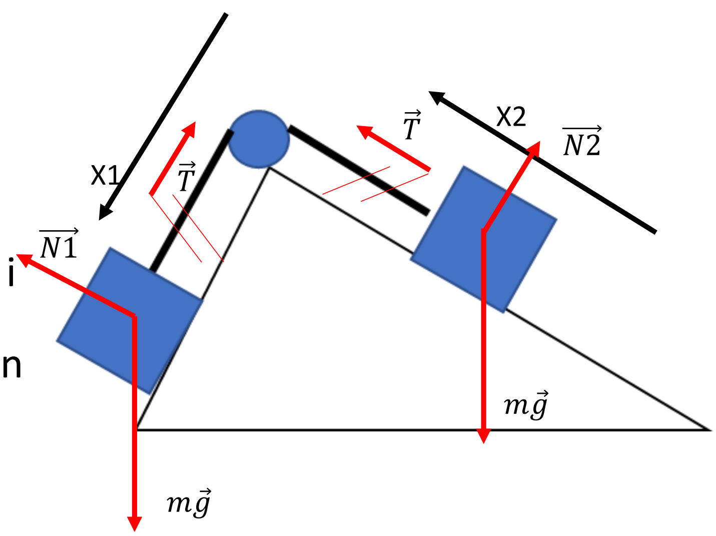
- Le forze peso
- Le forze normali applicate dai piani
- Le tensioni della fune

Poiché non sono in gioco forze d'attrito, non ci interessa determinare le intensità delle forze normali. Ci limiteremo quindi a considerare le componenti delle forze lungo i piani.

Introdotti due assi coordinati X1 e X2 come in figura avremo

$$\begin{cases} mg\ sin(60°) - T = m\ a_1 \\ -mg\ sin(30°) + T = m\ a_2 \end{cases}$$

poiché la puleggia è priva di attrito e quindi l'intensità della tensione è la stessa lungo tutta la fune.



Poiché il vincolo geometrico della fune impone che gli spostamenti dei due corpi generino eguali variazioni di coordinate rispetto ai due assi X1 e X2, risulta

$$a_1 = a_2 \equiv a$$

e quindi il sistema si riduce a due sole incognite

$$\begin{cases} mg\ sin(60°) - T = m\ a \\ -mg\ sin(30°) + T = m\ a \end{cases}$$

Risolvendolo otteniamo

$$a = \frac{1}{2} g(\sin(60°) - \sin(30°) = 1.80 m\ s^{-2}$$

$$T = \frac{1}{2} mg(\sin(60°) + \sin(30°) = 6.70\ N$$

Il corpo che scende è quello sul piano a 60°.