

## 2. Procedure con argomenti procedurali

Data una sequenza  $s$  di interi positivi diversi fra loro, rappresentata in Scheme da una lista, la procedura `lis` risolve il problema della *sottosequenza crescente più lunga* (LIS) restituendo la lista che corrisponde a *una* possibile soluzione:

```
(define lis
  (lambda (s)
    (lis-rec s 0)
  ))

(define longer
  (lambda (u v)
    (if (< (length u) (length v))
        v
        u)
  ))

(define lis-rec
  (lambda (s t)
    (cond ((null? s) null)
          ((<= (car s) t) (lis-rec (cdr s) t))
          (else
           (longer
            (cons (car s) (lis-rec (cdr s) (car s)))
            (lis-rec (cdr s) t))
          ))
  ))
```

La procedura `all-lis`, componente del programma riportato nel riquadro, è invece intesa a determinare la lista di *tutte* le soluzioni. Completa il programma introducendo opportune espressioni negli appositi spazi.

```
(define all-lis (lambda (s) (all-lis-rec s 0) ))

(define all-lis-rec
  (lambda (s t)

    (cond ((null? s) ..... )
          ((<= (car s) t) (all-lis-rec (cdr s) t))
          (else
           (all-longer

            (map ..... )
            (all-lis-rec (cdr s) (car s))
            )
           (all-lis-rec (cdr s) t)
          ))
  ))

(define all-longer
  (lambda (u v)

    (let ((m (length ..... ))
          (n (length ..... ))
        )
      (cond ((< m n) v)
            ((> m n) u)
            (else (append u v))
            )
    )
  ))
```

## 3. Classi in Java

La classe `IntList` consente di modellare in Java strutture dati corrispondenti a *liste di interi* in Scheme. Gli oggetti *immutabili* di tipo `IntList` rappresentano liste vuote o coppie “car/cdr”, in modo sostanzialmente analogo a quanto avviene in Scheme. Più specificamente, il protocollo è definito da due costruttori e da cinque metodi così caratterizzati:

<code>new IntList()</code>	// costruisce una lista vuota — corrispondente in Scheme a:	<code>null</code>
<code>new IntList( n, u )</code>	// costruisce la lista con primo elemento $n$ e resto della lista $u$ :	<code>(cons n u)</code>
<code>s.isNull()</code>	// verifica se la lista $s$ è vuota:	<code>(null? s)</code>
<code>s.car()</code>	// restituisce il primo elemento della lista $s$ :	<code>(car s)</code>
<code>s.cdr()</code>	// restituisce il resto della lista $s$ , tolto il primo elemento:	<code>(cdr s)</code>
<code>s.length()</code>	// restituisce la lunghezza della lista $s$ :	<code>(length s)</code>
<code>s.append( v )</code>	// restituisce la lista che si ottiene giustappoendo $s$ e $v$ :	<code>(append s v)</code>

Completa la definizione della classe `IntList` introducendo opportune variabili d'istanza (rappresentazione interna nascosta) e realizzando i costruttori e i metodi coerentemente con le scelte implementative fatte.

```
public class IntList {

    private final boolean noItem;
    private final int n;
    private final IntList u;
    private final int k;

    public IntList() {                // null
        noItem = true;
        n = 0;
        u = null;
        k = 0;
    }

    public IntList( int n, IntList u ) { // cons
        noItem = false;
        this.n = n;
        this.u = u;
        k = u.length() + 1;
    }

    public boolean isNull() {         // null?
        return noItem;
    }

    public int car() {                // car
        return n;
    }

    public IntList cdr() {            // cdr
        return u;
    }

    public int length() {              // length
        return k;
    }

    public IntList append( IntList v ) { // append
        if ( isNull() ) {
            return v;
        } else {
            return new IntList( car(), cdr().append(v) );
        }
    }

} // class IntList
```

#### 4. Memoization

Il seguente programma è una traduzione in Java del codice Scheme riportato all'inizio dell'esercizio 2, dove le liste sono realizzate applicando la classe `IntList` il cui protocollo è specificato nell'esercizio 3:

```
public static IntList lis( IntList s ) {
    return lisRec( s, 0 );
}

public static IntList lisRec( IntList s, int t ) {
    if ( s.isNull() ) {
        return new IntList();
    } else if ( s.car() <= t ) {
        return lisRec( s.cdr(), t );
    } else {
        return longer( new IntList( s.car(), lisRec( s.cdr(), s.car() ) ),
                        lisRec( s.cdr(), t ) );
    }
}

public static IntList longer( IntList u, IntList v ) {
    if ( u.length() < v.length() ) {
        return v;
    } else {
        return u;
    }
}
```

Applica la tecnica *top-down* di *memoization* per realizzare una versione più efficiente del programma. A tal fine, assumi che le sequenze passate come argomento al metodo statico `lis` soddisfino sempre questa proprietà: una sequenza  $s$  di lunghezza  $k$  è costituita da una permutazione degli interi  $1, 2, \dots, k$ . (Tale proprietà limita l'intervallo di valori che possono essere assunti dal parametro  $t$  del metodo ricorsivo.)

```
public static IntList lisMem( IntList s ) {
    int n = s.length();
    IntList[][] h = new IntList[ n+1 ][ n+1 ];
    for ( int i=0; i<=n; i=i+1 ) {
        for ( int j=0; j<=n; j=j+1 ) {
            h[i][j] = UNKNOWN;
        }
    }
    return lismRec( s, 0, h );
}
```

```
public static IntList lisMRec( IntList s, int t, IntList[][] h ) {  
    int k = s.length();  
    if ( h[k][t] == UNKNOWN ) {  
        if ( s.isNull() ) {  
            h[k][t] = new IntList();  
        } else if ( s.car() <= t ) {  
            h[k][t] = lisMRec( s.cdr(), t, h );  
        } else {  
            h[k][t] = longer(  
                new IntList( s.car(), lisMRec(s.cdr(),s.car(),h) ),  
                lisMRec( s.cdr(), t, h )  
            );  
        }  
    }  
    return h[k][t];  
}  
  
private static final IntList UNKNOWN = null;
```