- Esercizio 22.4   Un cuneo di massa M viene lasciato cadere da una altezza H rispetto al terreno, ove si conficca e si ferma.

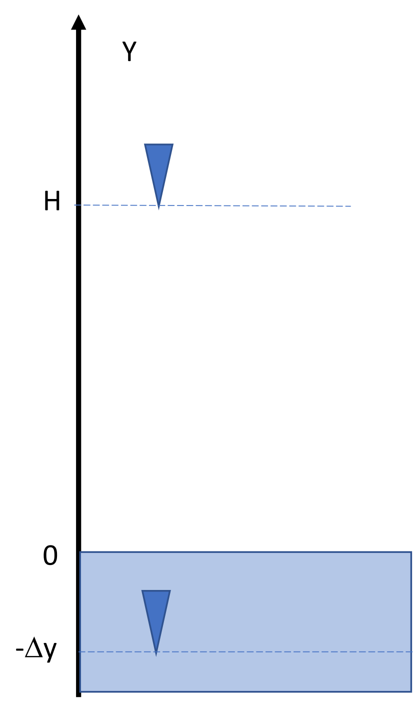
Supponendo che la forza F che il terreno oppone alla penetrazione del cuneo sia costante e che questo venga fermato in un intervallo di tempo Dt, si calcoli

1. L'intensità della forza F
2. Di quanto il cuneo si conficca nel terreno

Utilizzare per i calcoli i seguenti valori: g = 9.81 m s^{-2}, M = 1.00 kg, H = 1.00 m, Dt = 1.00 10^{-2} s

Introduciamo un asse coordinato Y come in figura. Il moto del cuneo può essere suddiviso in due parti

- La caduta libera fino al terreno
- La fase in cui il cuneo si conficca nel terreno e si ferma.



Nella prima parte abbiamo la conservazione dell'energia meccanica, essendo presente solo la forza peso

$$\Delta U + \Delta K = 0$$

e quindi

$$-mgH + (\frac{1}{2}mv^2 - 0) = 0$$

avendo indicato con v la velocità con cui il cuneo tocca terra

$$v = -\sqrt{2gH}$$

Nella seconda fase sul cuneo sono applicate due forze: la forza peso $m\vec{g}$ e la forza del terreno $\vec{F}$.

Per la seconda legge della dinamica avremo

$$F - mg = m\,a$$

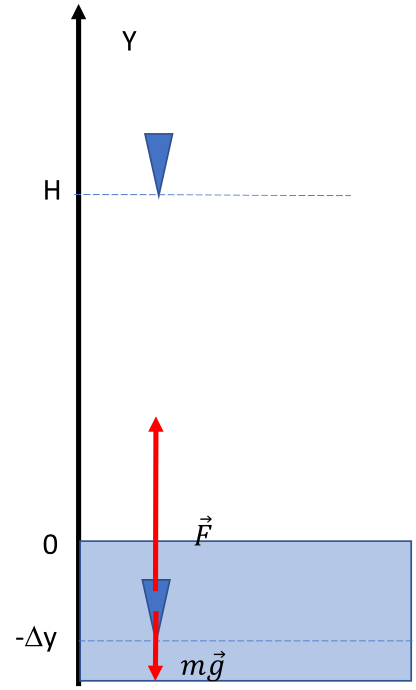
avendo indicato con a l'accelerazione del moto nella seconda fase. Poiché entrambe le forze agenti sono costanti, l'accelerazione è costante e quindi avremo per l'istante di tempo in cui il cuneo si arresta

$$0 = v_{fin} = v + a\,Dt$$

$$a = \frac{-v}{Dt}$$

$$F = m(a+g) = m(\frac{-v}{Dt} + g) = m(\frac{\sqrt{2gH}}{Dt} + g)$$

Numericamente F = 453. N



Per determinare la profondità Δy a cui il cuneo si conficca, possiamo utilizzare il teorema dell'energia cinetica.

$$L_{peso} + L_F = \Delta K$$

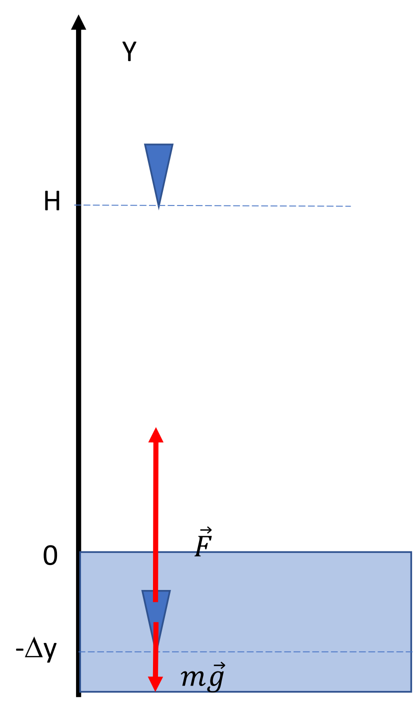
Poiché entrambe le forze sono costanti, i due lavori si riducono al prodotto (vettoriale) forza per spostamento

$$m\,g\,\Delta y - F\,\Delta y = 0\ - \frac{1}{2}mv^2$$

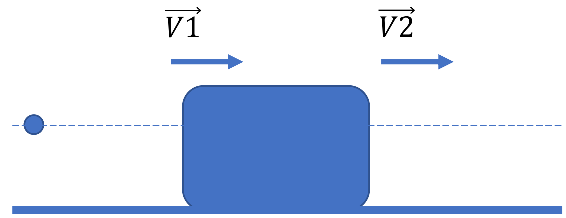
cioè

$$\Delta y = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{F - mg} = \frac{mgH}{m\frac{\sqrt{2gH}}{Dt}} = Dt\sqrt{\frac{gH}{2}}\ \left(= \frac{1}{2}a\,Dt^2\right)$$

Numericamente Δy = 0.022 m.



- Esercizio 22.5 Un proiettile di massa m viene sparato contro un blocco B di massa M, inizialmente fermo. Il proiettile ha una velocità V1 prima di entrare nel blocco B e V2 quando ne esce. Il coefficiente d'attrito tra blocco B e il piano orizzontale vale μ. Determinare:



1. la velocità acquistata dal blocco B, dopo che è stato attraversato dal proiettile
2. lo spazio percorso da B prima di fermarsi

Utilizzare per i conti i seguenti valori : m = 0.050 kg, M = 5.00 kg, V1 = 600. m/s, V2 = 400. m/s, μ = 0.1

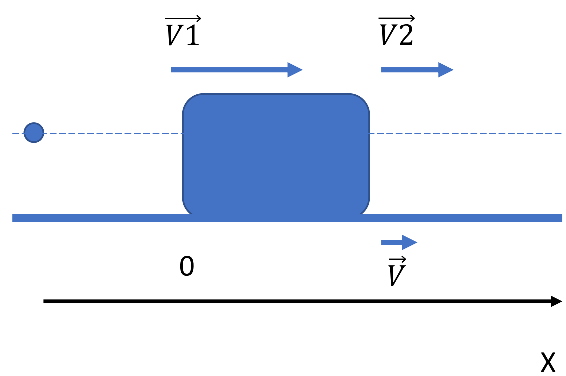
Chiamata $\vec{V}$ la velocità del blocco quando il proiettile esce da esso, avremo per la conservazione della quantità di moto

$$0 + m\,V1 = M\,V + m\,V2$$

e quindi

$$V = \frac{m}{M}(V1 - V2)$$

Numericamente V = 2.00 m/s



Nel moto successivo il blocco si muove sottoposto alla forza di attrito $\vec{F}_a$.

Poiché l'intensità della forza normale è pari a quella peso, avremo

$$F_a = -\mu\, N = -\mu\, M\, g$$

Per determinare lo spostamento L fino all'arresto, utilizzeremo il teorema dell'energia cinetica

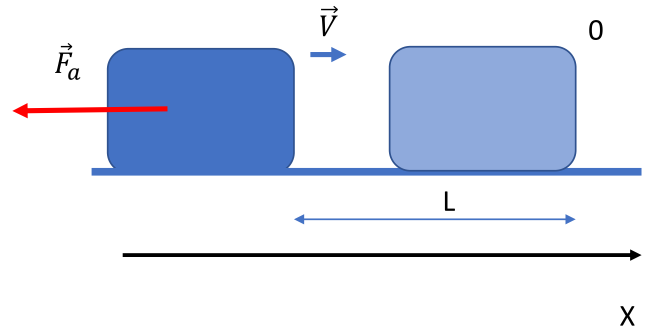
$$L_a = \Delta K$$

$$-\mu\, M\, g\, \mathrm{L} = 0\ - \frac{1}{2}\mathrm{M}V^2$$

$$L = \frac{V^2}{2\mu g}$$

Numericamente

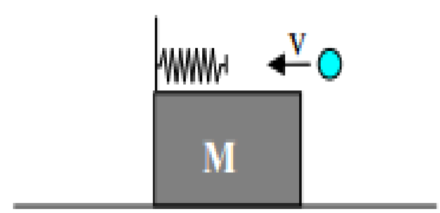
L = 2.04 m



- Esercizio 22.6 Un blocchetto di massa M è fermo su un piano orizzontale scabro e il coefficiente di attrito statico relativo è μs. Sopra il blocchetto si trova in condizioni di riposo una molla ideale di costante elastica k avente un estremo saldato al blocco stesso. Un proiettile di massa m, diretto secondo l'asse della molla, urta con velocità v l'estremo libero della molla e la comprime.

1. Trascurando l'attrito tra proiettile e blocco, determinare la massima velocità v che può avere il proiettile affinché il blocchetto resti fermo sul piano.

Utilizzare per i conti i seguenti valori: M = 1.00 kg, k = 100. N/m, m = 0.050 kg, μs = 0.800, g = 9.81 m/s^2.

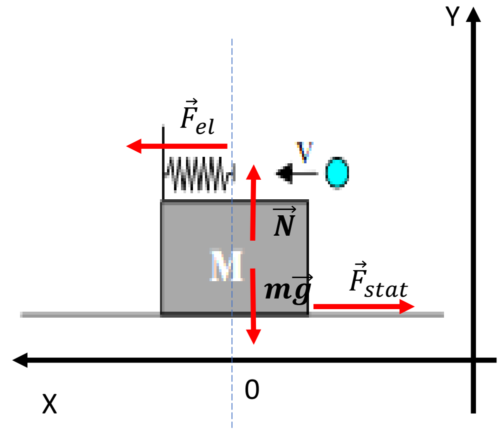


Le forze che agiscono sul blocchetto sono

- Forza peso $m\vec{g}$ e forza normale $\vec{N}$, verticali.
- Forza elastica $\vec{F}_{el}$ applicata dalla molla al blocchetto. Scelto un sistema di riferimento come in figura e posto x la coordinata del proiettile, quando esso è a contatto con la molla, si ha

$$F_{el} = k\,x$$

- Forza di attrito statico $\vec{F}_{stat}$ (nell'ipotesi che il blocchetto rimanga effettivamente in quiete)

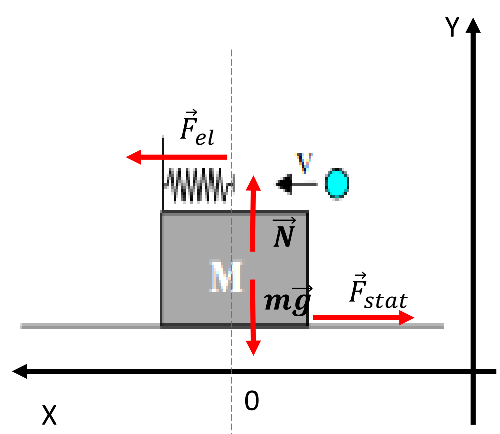


Poiché la condizione di quiete impone che la risultante delle forze sia nulla, avremo

$$\begin{cases} -mg + N = 0 \\ F_{el} - F_{stat} = 0 \end{cases}$$

quindi

$$\begin{cases} N = mg \\ F_{stat} = F_{el} = k\,x \end{cases}$$



Bisogna determinare il valore massimo della coordinata x del proiettile: lo si può fare usando il teorema dell'energia cinetica

Lo utilizzeremo nell'intervallo di tempo tra l'istante in cui il proiettile tocca la molla, con velocità v, e quello in cui istantaneamente si ferma, alla coordinata x_{max}

$$L_{el} = \Delta K$$

$$-\Delta U_{el} = 0 - \frac{1}{2} m\, v^2$$

$$-\left(\frac{1}{2} k\, x_{max}^2\right) = -\frac{1}{2} m\, v^2$$

E quindi $$x_{max} = \sqrt{m/_k}\, v$$

Ne segue che la massa intensità della forza di attrito statico che deve essere esercitata, per una data velocità, è

$$F_{stat} = k\, x_{max} = \sqrt{m\,k}\; v$$

La forza di attrito statico però è condizionata dall'intensità della forza normale

$$F_{stat} \le \mu_s N = \mu_s m g$$

per cui si deve avere

$$\sqrt{m\,k}\; v \le \mu_s m g$$

cioè

$$v \le \mu_s g \sqrt{{}^{m}/_{k}}$$

Numericamente v ≤ 0.18 m/s.