

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 10 febbraio 2021

Cognome e Nome:

008	,11011	.10 0	110.											
Mat	rico	ola:												

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti

a)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{xe^{-x}\cos x + \sin x}{\log(2x^3 - \sqrt{4x^6 - 2x^2})}$$

b)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 - \ln(3^x + 1)} - \sqrt{x^2 - 2x} \right)$$

c)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^5 - 2x^6 + (x^2 - 2)(2x^4 - 3x^3)}{(x^2 + 3)(x^3 + 2x^4 - 1) - x^5(2x + 1)}$$

d)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{(2x - x^3)(3x^3 + 2x^2 - x^4)}{(x - 2)(1 + 2x^3 + x^2)}$$

e)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{\log^2 x + 2 \log x} + \log(1/x) - 1 \right) \log x$$

f)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(2^x \sqrt{x^2 - x^{2-x}} - x \sqrt{4^x + 2^x/x} \right)$$

g)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{(x^2 - x)^2 - x} - \sqrt{x^2 - 2x} \sqrt{x^2 + 2} \right)$$

h)
$$\lim_{x\to 1} \frac{\cos 2x - 1}{(2x^3 - 3x^2 + 1)(1 - \sqrt{x})}$$

i)
$$\lim_{x \to 0} \frac{(1-x^2)^{1/x} - 2}{x - \sqrt{x^2 - 2x^3}}$$

$$j) \quad \lim_{x \to 0} \frac{x - \sqrt{2 - 2\cos x}}{\cos x - \sqrt{1 - 2x}}$$

k)
$$\lim_{x \to 1} \frac{(e^x - e)^2}{2x^3 - 5x^2 + 4x - 1}$$

1)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x - \sqrt{x^2 - 2x}}{2x - \sqrt{x^2 + 2x}} \right)^x$$

m)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x^3 - 2x - 1}{2x^3 - x} \right)^{x^2}$$

n)
$$\lim_{x \to -1} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x - 3}{(e - e^x)(x^3 - 3x - 2)}$$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a)
$$\frac{36}{x+2} + \frac{30x-54}{x+3} > 7x - x^2$$
 (b) $\left| 3x + \max\{2-x, -2x\} - 2 \right| \le -\frac{3x}{2}$ (c) $\frac{-x-2}{\sqrt{3x^2+8x}} \le \frac{1}{2}$ (d) $\frac{(x-3)(x-2)}{3|x-1|-2|x|+|x+1|-4} > 0$.

3. Dimostrare che per ogni $n \ge 0$ vale l'uguaglianza $\frac{2n+1}{2^{2n}} + \frac{2n+2}{2^{2n+1}} + \frac{2n+3}{2^{2n+2}} + \dots + \frac{3n}{2^{3n-1}} + \frac{3n+1}{2^{3n}} = \frac{(2^{n+2}-3)(n+1)}{8^n}.$



Analisi Matematica, tema B

Compitino del 10 febbraio 2021

Cognome e Nome:

CUE	,11011		110.											
Mat	rico	ola:												

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti

a)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^5 - 2x^6 + (x^2 - 2)(2x^4 - 3x^3)}{(x^2 - 1)(x^3 + 2x^4 - 1) - x^5(2x + 1)}$$

b)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + \ln(2^x + 1)} - \sqrt{x^2 - 2x} \right)$$

c)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{(x^2 + 2x)^2 + x} - \sqrt{x^2 + x} \sqrt{x^2 + 3x} \right)$$

d)
$$\lim_{x \to +\infty} (2^x \sqrt{x^2 + x^{2-x}} - x \sqrt{4^x - 2^x/x})$$

e)
$$\lim_{x \to -1} \frac{\cos 2x}{(x^3 - 3x - 2)\tan(x + 1)}$$

f)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{(2x^2 - x^3)(2x^2 - 3x^4 + x^3)}{(2x+1)(2+3x^3 - x)}$$

g)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(2 + \log x - \sqrt{\log^2 x + 4 \log x} \right) \log x$$

h)
$$\lim_{x \to -1} \frac{(e^x e - 1)^2}{3x^3 + 5x^2 + x - 1}$$

i)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{xe^{-x} \sin x - \cos x}{\log(x^3 - \sqrt{x^6 - 3x^2})}$$

j)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x - \sqrt{x^2 - 3x}}{2x - \sqrt{x^2 - x}} \right)^x$$

k)
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - 2(1 - x^2)^{1/x}}{x - \sqrt{x^2 - 3x^3}}$$

l)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x^3 + 2x - 1}{2x^3 - x} \right)^{x^2}$$

m)
$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \sqrt{2 - 2\cos x}}{\cos x - \sqrt{2x + 1}}$$

n)
$$\lim_{x \to 1} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x - e}{(3x - x^3 - 2)(e^x - e)}$$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a)
$$\frac{36}{x-2} + \frac{30x+54}{3-x} < x^2 + 7x$$
 (b) $\left| 3x + \max\{1-x, -2x\} - 1 \right| \le -\frac{3x}{2}$ (c) $\frac{-2x-3}{\sqrt{5x^2+9x}} \le \frac{2}{3}$ (d) $\frac{(x-2)(x+3)}{|x-1|-2|x|+3|x+1|-4} \ge 0$.

3. Dimostrare che per ogni $n \ge 1$ vale l'uguaglianza $\frac{-n}{3^{-n+1}} + \frac{-n+1}{3^{-n+2}} + \frac{-n+2}{3^{-n+3}} + \ldots + \frac{n-3}{3^{n-2}} + \frac{n-2}{3^{n-1}} = \frac{(9^n+3)(1-2n)}{4\times 3^n}.$



Analisi Matematica, tema C

Compitino del 10 febbraio 2021

Cognome e Nome:

~~	,		 										
Mat	ricc	ola:											

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti

a)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 - \ln(2^x + 1)} - \sqrt{x^2 + 2x} \right)$$

b)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{(5x+x^3)(x^3-4x^4+3x)}{(1-3x)(3+2x^3-x)}$$

c)
$$\lim_{x \to +\infty} (2^x \sqrt{x^2 - 4^{-x}} - x \sqrt{4^x - 2^x/x})$$

d)
$$\lim_{x \to +\infty} (\log x) \left(\sqrt{\log^2 x - 2 \log x} + 1 + \log(1/x) \right)$$

e)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^5 - 2x^6 + (x^2 - 2)(2x^4 - 3x^3)}{x^5(2x - 1) + (x^2 + 3)(x^3 - 2x^4 - 1)}$$

f)
$$\lim_{x \to -1} \frac{\cos 2x}{(2x^3 + 3x^2 - 1) \operatorname{sen}(x+1)}$$

g)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{(x^2 - x)^2 + x} - \sqrt{x + 1} \sqrt{x^3 - 3x^2} \right)$$

h)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x - \sqrt{x^2 + 3x}}{2x - \sqrt{x^2 - x}} \right)^x$$

i)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{xe^{-x} \sin x - \cos 3x}{\log(x^3 - \sqrt{x^6 - 2x^2})}$$

$$\mathrm{j)} \quad \lim_{x \to 0} \frac{x - \sqrt{2 - 2\cos x}}{2\cos x - \sqrt{4 + x}}$$

k)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\left(1+x^2\right)^{1/x}-2}{x-\sqrt{x^2-x^3}}$$

1)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x^3 - x - 1}{2x^3 - 2x} \right)^{x^2}$$

m)
$$\lim_{x \to -1} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x - 3}{(e - e^x)(1 - 2x^3 - 3x^2)}$$

n)
$$\lim_{x \to -1} \frac{(1 - e^x e)^2}{2x^3 + x^2 - 4x - 3}$$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a)
$$\frac{36}{x-3} - x^2 - 5x < \frac{24x+48}{x-4}$$
 (b) $\left| 3x + \max\{2-x, -2x\} - 2 \right| \le -\frac{4x}{3}$ (c) $\frac{-x-3}{\sqrt{5x^2+18x}} \le \frac{1}{3}$ (d) $\frac{(x-2)(x+3)}{2|x-1|+|x+1|-|x|-3} > 0$.

3. Dimostrare che per ogni $n \ge 1$ vale l'uguaglianza $\frac{-2n}{3^{-2n+1}} + \frac{-2n+1}{3^{-2n+2}} + \frac{-2n+2}{3^{-2n+3}} + \dots + \frac{2n-3}{3^{2n-2}} + \frac{2n-2}{3^{2n-1}} = \frac{(3+81^n)(1-4n)}{4\times 9^n}.$



Analisi Matematica, tema D

Compitino del 10 febbraio 2021

Cognome e Nome:

	,													
														ĺ
														ĺ
														İ
														ĺ
3.6	•	,												
Mat	ricc	ıla:												
			ı											
	l													

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti

a)
$$\lim_{x \to 1} \frac{\cos 2x - 1}{(x^3 + x^2 - 5x + 3)(1 - \sqrt{x})}$$

b)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(x^2 - 2)(2x^4 - 3x^3) + 3x^5 - 2x^6}{(x^2 - 2)(x^3 + 2x^4 - 1) - x^5(2x + 1)}$$

c)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + \ln(2 + 3^x)} - \sqrt{x^2 + x} \right)$$

d)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{(x^2 + x)^2 + x} - \sqrt{x^2 + 2x} \sqrt{x^2 - 2} \right)$$

e)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(2^x \sqrt{x^2 + 4^{-x}} - x \sqrt{4^x + 2^x/x} \right)$$

f)
$$\lim_{x \to +\infty} (\log x) \left(2 - \log x + \sqrt{\log^2 x - 4 \log x} \right)$$

g)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{(2x - 5x^3)(2x - x^4 + 2x^3)}{(4x - 1)(2 + x^3 - 3x^2)}$$

h)
$$\lim_{x \to 1} \frac{(e^x - e)^2}{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}$$

i)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{xe^{-x} \sin x + \cos x}{\log(2x^3 - \sqrt{4x^6 - x^2})}$$

j)
$$\lim_{x \to 1} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x - e}{(3x^2 - 2x^3 - 1)(e^x - e)}$$

k)
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - 2(1 + x^2)^{1/x}}{x - \sqrt{x^2 - 2x^3}}$$

1)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x^3 - 3x - 1}{2x^3 - x} \right)^{x^2}$$

m)
$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \sqrt{2 - 2\cos x}}{2\cos x - \sqrt{4 - x}}$$

n)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x - \sqrt{x^2 - 2x}}{2x - \sqrt{x^2 + x}} \right)^x$$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a)
$$\frac{36}{x+3} + \frac{24x-48}{x+4} > 5x - x^2$$
 (b) $\left| 3x + \max\{1-x, -2x\} - 1 \right| \le -\frac{4x}{3}$ (c) $\frac{-x-3}{\sqrt{2x^2+9x}} \le \frac{2}{3}$ (d) $\frac{(x-3)(x+2)}{|x-1|-|x|+2|x+1|-3} \ge 0$.

3. Dimostrare che per ogni $n \ge 0$ vale l'uguaglianza $\frac{n+1}{2^n} + \frac{n+2}{2^{n+1}} + \frac{n+3}{2^{n+2}} + \dots + \frac{3n+3}{2^{3n+2}} + \frac{3n+4}{2^{3n+3}} = \frac{(4^{n+2}-3)(n+2)}{8^{n+1}}.$