

Risolvi i seguenti esercizi giustificando sinteticamente le risposte.

1. Correttezza dei programmi ricorsivi

Dati due interi non negativi i, j , il seguente programma in Scheme risolve il problema dei percorsi di *Manhattan*. In corrispondenza alla procedura ricorsiva sono riportate le assunzioni sui valori degli argomenti e un'espressione che rappresenta il valore restituito. In coerenza con le specifiche indicate, completa il programma introducendo opportune espressioni negli spazi denotati a tratto punteggiato (non è richiesta la dimostrazione formale di correttezza).

```
(define manhattan
  (lambda (i j)

    (manh-rec ..... 1 i j)

  ))          ; valore restituito:  $\frac{(i+j)!}{i! \cdot j!}$ 

(define manh-rec
  (lambda (p k i j) ; p, k, i, j: interi; si assume  $p > 0, 1 \leq k \leq j+1, i \geq 0, j \geq 0$ 

    (if .....

      (manh-rec (+ p ..... ) (+ k 1) i j)

      .....

    )))      ; valore restituito:  $\frac{p \cdot (i+j)! \cdot (k-1)!}{j! \cdot (i+k-1)!}$ 
```

2. Procedure con argomenti e valori procedurali

Completa il seguente programma dove la procedura `sorter` riceve un argomento procedurale, specificamente un predicato che determina la relazione di precedenza fra coppie di elementi di un dominio D , e restituisce la procedura per ordinare liste di elementi di D sulla base della precedenza stabilita dal predicato. Per esempio, `(sorter string<=?)` ordina liste di stringhe secondo l'ordine alfabetico; `(sorter <=)` ordina liste di numeri.

```
(define sorter          ; valore: procedura di ordinamento di liste di D
  (lambda (before)      ; before: procedura  $D \times D \rightarrow \text{boolean}$  (predicato)

    ( .....

      (if (or (null? sequence) (null? (cdr sequence)))

        .....

        (sorted-ins before (car sequence) ..... )

      )))

(define sorted-ins
  (lambda (before item sequence)

    (cond ((null? sequence)

      .....

      ((before item (car sequence))

        .....

      )

      (else

        (cons (car sequence) ..... )

      )))

  ))
```

3. Memoization

La procedura `llcs3` determina la *lunghezza della sottosequenza comune più lunga* (LLCS) di tre stringhe:

```
(define llcs3
  (lambda (t u v)
    (cond ((or (string=? t "") (string=? u "") (string=? v ""))
           0)
          ((char=? (string-ref t 0) (string-ref u 0) (string-ref v 0))
           (+ 1 (llcs3 (substring t 1) (substring u 1) (substring v 1))))
          (else
           (max (llcs3 (substring t 1) u v)
                 (llcs3 t (substring u 1) v)
                 (llcs3 t u (substring v 1)))))))
```

Trasforma la procedura `llcs3` in un programma *Java* che applica opportunamente la tecnica *top-down* di *memoization*.

4. Programmazione in Java

Come è noto dall'algebra lineare, una matrice quadrata Q si dice *simmetrica* se coincide con la propria trasposta, ovvero se $Q_{ij} = Q_{ji}$ per tutte le coppie di indici della matrice. Scrivi un metodo statico in Java per verificare se l'argomento è una matrice simmetrica (assumendo che tale argomento rappresenti una matrice *quadrata*).

Per quanto possibile, struttura il codice in modo tale da ridurre al minimo il numero di confronti effettuati dal programma nei casi in cui la matrice è effettivamente simmetrica.

5. Oggetti in Java

Considera il metodo `huffmanTree`, il cui codice è riportato sotto a destra, per costruire l'*albero di Huffman* direttamente sulla base del documento da comprimere, di nome `src`. In altre parole, questa versione di `huffmanTree` svolge allo stesso tempo i ruoli dei metodi `charHistogram` e `huffmanTree` nel programma discusso a lezione. Essenzialmente l'obiettivo viene perseguito arricchendo e riorganizzando la coda con priorità, ora istanza della classe `HuffmanQueue`, il cui protocollo viene ridefinito come specificato qui di seguito a sinistra.

```
// Coda con priorità "arricchita" di nodi: protocollo
HuffmanQueue() // costruttore: struttura vuota
int size() // numero di nodi nella struttura
void addChar(char c) // se non c'è un nodo associato a c
    // ne crea uno e lo aggiunge alla struttura,
    // altrimenti incrementa il peso del nodo preesistente
void addNode(Node n) // aggiunge il nodo n alla struttura
Node peekAndRemoveMin() // rimuove dalla struttura
    // e restituisce il nodo di peso minimo
```

```
public static Node huffmanTree( String src ) {
    InputTextFile in = new InputTextFile( src );
    HuffmanQueue queue = new HuffmanQueue();
    while ( in.textAvailable() ) {
        char c = in.readChar();
        queue.addChar( c );
    }
    in.close();
    while ( queue.size() > 1 ) {
        Node l = queue.peekAndRemoveMin();
        Node r = queue.peekAndRemoveMin();
        Node n = new Node( l, r );
        queue.addNode( n );
    }
    return queue.peekAndRemoveMin();
}
```

Definisci in Java una classe `HuffmanQueue` compatibile con le indicazioni fornite sopra. A tal fine supponi che il protocollo della classe `Node` renda disponibile anche un metodo `incrWeight()` per incrementare di uno il peso di un nodo (anche lo stato interno sarà modificato di conseguenza, ma ciò non ti è richiesto dal presente esercizio).

