

Risolvi i seguenti esercizi giustificando sinteticamente le risposte.

**1. Programmi in Scheme**

Data una stringa *txt*, composta esclusivamente da lettere minuscole e spazi bianchi, la procedura `word-list` restituisce la lista delle parole che occorrono in *txt*, ordinata in ordine alfabetico e senza ripetizioni. Completa il programma impostato nel riquadro definendo le procedure `first-word` e `word-add`. A tal fine puoi utilizzare i predicati predefiniti per confrontare coppie di stringhe e posizioni relative secondo l'ordine alfabetico/lessicografico: `string=?`, `string<?`, `string<=?`, `string>?`, `string>=?`. Assumi che qualunque sequenza di lettere senza spazi bianchi intermedi sia una parola. Per esempio:

```
(word-list "il sole illumina il giglio e due api sole")
```

```
→ '("api" "due" "e" "giglio" "il" "illumina" "sole")
```

```
(define word-list                                     ; valore: lista
  (lambda (txt)                                       ; txt: stringa
    (cond ((string=? txt "")                          null)
          ((char=? (string-ref txt 0) #\space) ; #\space è il carattere spazio bianco
           (word-list (substring txt 1)))
          (else
           (let ((w (first-word txt)))
             (word-add w (word-list (substring txt (string-length w))))
           ))
    )))
```

## 2. Procedure con valori e argomenti procedurali

Date una base intera  $b \geq 2$  e una funzione  $f$  che mappa i valori delle cifre appartenenti all'intervallo  $[0, b[$  nei simboli che li rappresentano (stringhe di un carattere), la procedura  $h$  restituisce la funzione che converte gli interi non negativi nelle corrispondenti rappresentazioni in base  $b$ . Per esempio, utilizzando le definizioni

```
(define d (lambda (v) (if (= v 0) "0" "1")))
(define t (h 2 d))
```

si hanno le seguenti valutazioni:

(t 0) → "0"	(t 1) → "1"	(t 5) → "101"
(t 12) → "1100"	(t 16) → "10000"	(t 23) → "10111"

Completa la definizione della procedura  $h$  riportata qui sotto, introducendo il codice Scheme appropriato negli spazi indicati a tratto punteggiato.

```
(define h
  (lambda (b f)      ;  $b \geq 2, f : [0, b[ \rightarrow stringa$ 
    ( .....
      (if (< n b)
        .....
        (let ((g ..... ))
          (string-append (g (quotient n b)) (f (remainder n b)))
          )))
    ))
```

## 3. Oggetti in Java

Considera il modello della scacchiera realizzato dalla classe `Board` per affrontare il rompicapo delle  $N$  regine. Per le istanze di `Board` è definito il protocollo richiamato qui di seguito:

<code>Board( int n )</code> // costruttore	<code>int size()</code>
	<code>int queensOn()</code>
<code>void addQueen( int i, int j )</code>	<code>boolean underAttack( int i, int j )</code>
<code>void removeQueen( int i, int j )</code>	<code>String arrangement()</code>

Utilizzando esclusivamente il protocollo sopra specificato, definisci in Java un metodo statico che, data un'istanza di `Board`, restituisce il numero di posizioni della scacchiera che non sono minacciate dalle regine collocate su di essa.

#### 4. Memoization

Considera la seguente procedura formalizzata in Scheme:

```
(define g
  (lambda (x y)
    (if (or (< x 2) (< y 2)) ;  $x, y \geq 0$ 
        (* x y)
        (+ (g (- x 1) y) (g x (- y 2)) (g (+ x 1) (- y 1)))))
```

Applicando la tecnica di *memoization*, trasforma la procedura ricorsiva in un programma in Java che consenta di ridurre drasticamente i tempi di calcolo. Per quanto possibile, organizza la rappresentazione dello stato in modo tale che non vengano allocate componenti dell'array destinate a rimanere inutilizzate.

## 5. Verifica formale della correttezza

```
(define magic ; valore intero
  (lambda (x) ; x > 0 intero
    (let ((r (remainder x 3)))
      (cond ((= r 0)
              (- (* 3 (magic (quotient x 3))) 2))
            ((= r 1)
              (if (= x r) 1 (* 3 (magic (quotient x 3)))))
            ((= r 2)
              (if (= x r) 1 (+ (* 3 (magic (quotient x 3))) 2)))
            ))))
```

In relazione alla procedura definita sopra è possibile dimostrare che per qualsiasi  $k \geq 0$  intero:

$$(\text{magic } 3^k) \rightarrow 1$$

Dimostra per induzione questa proprietà; in particolare:

- Formalizza la proprietà che esprime il caso / i casi base:
- Formalizza l'ipotesi induttiva:
- Formalizza la proprietà da dimostrare come passo induttivo:
- Dimostra il caso / i casi base:
- Dimostra il passo induttivo: