

# Universidade do Estado do Rio de Janeiro

# centro

unidade patrono

Nome Sobrenome

Título do trabalho acadêmico

Cidade

#### Nome Sobrenome

#### Título do trabalho acadêmico

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Curso, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Cargo Titulação Nome Sobrenome Coorientador: Cargo Titulação Nome Sobrenome

# CATALOGAÇÃO NA FONTE UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/D

D979 So	obrenome,	TOHIC

Título do trabalho acadêmico / Nome Sobrenome. – Cidade, a<br/>aaa- $\ref{eq:constraint}$ f.

Orientador: Cargo Titulação Nome Sobrenome Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro, unidade, Programa de Pós-Graduação em Curso, aaaa.

1. primeira palavra chave.. 2. segunda palavra chave.. 3. terceira palavra chave.. I. Cargo Titulação Nome Sobrenome. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. III. unidade. IV. Título

CDU 02:141:005.7

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e cie	entíficos, a reprodução total ou parcial des	ta
dissertação, desde que citada a fonte.		
		_
Assinatura	Data	

#### Nome Sobrenome

#### Título do trabalho acadêmico

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Curso, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em dd de Mês de aaaa. Banca Examinadora: Cargo Titulação Nome Sobrenome (Orientador) Unidade – Instituição Cargo Titulação Nome Sobrenome (Coorientador) Unidade – Instituição primeiro membro titular da banca instituição segundo membro titular da banca instituição terceiro membro titular da banca instituição primeiro membro suplente da banca instituição segundo membro suplente da banca instituição terceiro membro suplente da banca instituição instituição instituição

Cidade

aaaa

# DEDICATÓRIA

## AGRADECIMENTOS

Texto de agradecimento

#### RESUMO

SOBRENOME, Iniciais. Do. Nome. *Título do trabalho acadêmico*. aaaa. ?? f. Dissertação (Mestrado em Curso) – unidade, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Cidade, aaaa.

Texto do resumo em português.

Palavras-chave: primeira palavra chave. segunda palavra chave. terceira palavra chave.

#### ABSTRACT

SOBRENOME, Iniciais. Do. Nome. *Title of dissertation*. aaaa. ?? f. Dissertação (Mestrado em Curso) – unidade, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Cidade, aaaa.

Abstract in English.

Keywords: first keyword. second keyword. third keyword.

## LIST OF FIGURES

## LIST OF TABLES

## LISTA DE ALGORITMOS

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

sigla1	por extenso
sigla2	por extenso
sigla3	por extenso

# LISTA DE SÍMBOLOS

simbolo1	significado e/ou valor
simbolo2	significado e/ou valor
simbolo3	significado e/ou valor

# CONTENTS

# INTRODUÇÃO

Texto da introdução. Texto, texto texto (??), texto ??). Texto ?? em ??, texto ??, texto.

#### 1 BOLTZMANN MACHINES

Here we begin by explaining the theory behind Boltzmann Machines EXPLICAR OS ELEMENTOS DE PROBABILIDADE COM OS QUAIS ESTAMOS LIDANDO:QUEM SÃO AS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E COMO VAMOS DOMINÁ-LAS NO TEXTO, COMENTAR QUE ESTAMOS TRATANDO COM VARIÁVEIS DISCRETAS, COMO VAMOS IDENTIFICAR AS PROBABILIDADES,...

EXPLICAR O QUE OS ÍNDICES REPResentam, e as variáveis, MUDAR de alfa e beta para v e h.

#### 1.1 Boltzmann Machines

Boltzmann Machines (BM) are a type of stochastic neural networks (SNN) where the connections between units, which are described by w, are symmetrical, i.e.,  $w_{ij} = w_{ji}$  [HERTZ]. This kind of stochastic neural networks are capable of learning internal representation and to model an input distribution. Boltzmann Machines were named after the Boltzmann distribution. Due to its stochatics behaviour, the probability of the state of the system to be found in a certain configuration is given by previous mentioned distribution [HERTZ]. According to [MONTUFAR, 2018], BM can be seen as an extension of Hopfield networks to include hidden units.

Boltzamann Machines have visible and hidden units. The visible units are linked to the external world and they correspond to the components of an observation. On the other hand, the hidden units do not have any connection outside of the network and model the dependencies between the components of the observations [FISCHER, 2012]. In BM, there is no connection restriction, this means that every unit, visible or hidden, can be connected to every other unit as in a complete graph, this pattern is not mandatory as some of the connections may not exists depending on the network layout.

Training Boltzmann Machines means finding the right connection between the units.

Boltzmann Machines (BM) are stochastics neural networks with symmetric connections, i.e.,  $w_{ij} = w_{ji}$ . Boltzmann Machines use the Boltzmann distribution to determine the probability of the state of the system of the network. BM ressambles the Hopfield networks with the inclusion of hidden units. Finding the right connections between the hidden units without knowing it from the training patterns what the hidden units represent is part of the solving the Boltzmann Machine problem.

Units  $x_i$  in BM are split into two kinds: visible and hidden units. The visible units have connection to the outside world and are the units that receive the data input.

On the other hand, the hidden units do not have any connection to the outside of the network and they are resposible to find the data relation from the input. In a BM, the connections between units can be complete or not. Regardless of how the connections are, every connection in a BM is symmetric.

BM are made of stochastics units  $x_i$  which each of them can assume a binary value with a certain probabily as follows:

$$x_i = \begin{cases} 1 \text{ with probability } g(h_i) \\ 0 \text{ with probability } 1 - g(h_i) \end{cases}$$
(1)

where

$$h_i = \sum_j w_{ij} x_j, \tag{2}$$

and

$$g(h_i) = \frac{1}{1 + e^{-2\beta h_i}}. (3)$$

Due to the symmetrical connections, there is an energy function give by

$$H(\mathbf{x}) = -\sum_{i} \sum_{j} w_{ij} x_i x_j - \sum_{i} w_{ii} x_i, \tag{4}$$

where  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , and n is equal to the number of units in the network, and the above energy function has minimum when there is a stable state characterised by

$$x_i = sgn(h_i). (5)$$

The probability P of finding the system in a given state  $\mathbf{x}$  after the equilibrium is reached can be computed as follows:

$$P(\mathbf{x}) = \frac{1}{Z}e^{-\beta H(\mathbf{x})},\tag{6}$$

where

$$Z = \sum_{\mathbf{x}'} e^{-\beta H(\mathbf{x}')} \tag{7}$$

is the partition function.

The learning process of a Boltzmann Machine consists in ajusting the connections  $w_{ij}$  in such a way that the state of the visible units have a particular desired probability distribution.

Let us identify the state of the visible units by an index v and the state of the hidden units by an index h. Considering a system which has N visible units and K hidden units, the whole system have  $2^{N+K}$  possibilities of states in which it can be found.

The joint probability  $P_{vh}$  is the probability of finding the visible and hidden units in the states v and h, respectively. This probability measurement is given by the Boltzmann distribution:

$$P_{vh} = \frac{e^{-\beta H_{vh}}}{Z},\tag{8}$$

where

$$Z = \sum_{u} \sum_{k} e^{-\beta H_{uk}},\tag{9}$$

and

$$H_{vh} = -\sum_{i} \sum_{j} w_{ij} x_i^{vh} x_j^{vh} - \sum_{i} w_{ii} x_i^{vh}.$$
 (10)

As metioned above, the problem a Boltzmann Machine is trying to solve is determining the connections  $w_{ij}$  between units such that the visible units have a certain probability distribution. In order to do that, we need to find the marginal probability of the state v in which the visible units are found regardless of the state h of the hidden units. The marginal probability  $P_v$  is given by

$$P_v = \sum_h P_{vh} = \sum_h \frac{e^{-\beta H_{vh}}}{Z}.$$
(11)

Although we know that  $P_v$  is a function of the connections  $w_{ij}$ , and that this is the probability of finding the visible units in the state v. We want the states to have a certain probability  $Q_v$ , i.e., a desired probability. This means that ideally we would like to match the empirical distribution of the data, even though we do not have access to the correct distribution, only to what the observed data has given us as an input to training the model.

One way to evaluate the difference between two probability distribution, for example,  $P_v$  and  $Q_v$ , is using the Kullback-Leibler divergence, which can also be referred to relative entropy, E, which will be our cost function. (EXPLICAR FUNÇÃO DE CUSTO e  $D_{KL}$ !!!).

$$E = \sum_{v} Q_v \ln\left(\frac{Q_v}{P_v}\right). \tag{12}$$

The relative entropy E has the property of always being equal or greater than

zero. It reaches zero only if  $P_v = Q_v$ , which means that we are able to retrieve the exactly probability distribution of the input data at the visible units.

$$E = \sum_{v} Q_v \ln \left(\frac{Q_v}{P_v}\right)$$

$$\geq \sum_{v} Q_v \left(1 - \frac{P_v}{Q_v}\right)$$

$$= \sum_{v} (Q_v - P_v)$$

$$= \sum_{v} Q_v - \sum_{v} P_v = 1 - 1$$

$$\Rightarrow E > 0.$$
(13)

From the gradient descent equation

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}},\tag{14}$$

where

$$E = \sum_{v} Q_v \ln \left( \frac{Q_v}{P_v} \right)$$

$$= \sum_{v} \left[ \ln \left( Q_v \right) - \ln \left( P_v \right) \right].$$
(15)

In the following steps, we present the gradient descent derivation

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}$$

$$= -\eta \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \left[ \sum_{v} Q_{v} \left( \ln \left( Q_{v} \right) - \ln \left( P_{v} \right) \right) \right]$$

$$= \eta \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \left[ \sum_{v} Q_{v} \ln \left( P_{v} \right) \right]$$

$$= \eta \sum_{v} Q_{v} \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \left[ \ln \left( P_{v} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \Delta w_{ij} = \eta \sum_{v} \frac{Q_{v}}{P_{v}} \frac{\partial P_{v}}{\partial w_{ij}}.$$

$$(16)$$

To continue with the computation of  $\Delta w_{ij}$ , we have to find the derivative of  $\partial P_v/\partial w_{ij}$ , from the marginal probability, equation ??,

$$P_v = \frac{\sum_h e^{-\beta H_{vh}}}{\sum_u \sum_k e^{-\beta H_{uk}}},\tag{17}$$

thus the derivative of  $P_v$  follows

$$\frac{\partial P_{v}}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \left[ \frac{\sum_{h} e^{-\beta H_{vh}}}{\sum_{u} \sum_{k} e^{-\beta H_{uk}}} \right] 
= \frac{1}{\sum_{u} \sum_{k} e^{-\beta H_{uk}}} \sum_{h} (-\beta) e^{-\beta H_{vh}} \frac{\partial H_{vh}}{\partial w_{ij}} - \sum_{h} e^{-\beta H_{vh}} \frac{1}{(\sum_{u} \sum_{k} e^{-\beta H_{uk}})^{2}} \sum_{u} \sum_{k} e^{-\beta H_{uk}} (-\beta) \frac{\partial H_{uk}}{\partial w_{ij}}$$
(18)

# 2 TÍTULO DO CAPÍTULO 1

Texto do capítulo. Texto, texto, Figura ??. Texto Figura ????.

Figure 1 - Título da figura.



Legend: Texto da legenda. Source: Citação da fonte ou 'O

autor.'.

Table 1 - Título da tabela.

X	Y
1,20	15,7
1,23	15,6
1,19	15,3
1,26	15,1
1,22	15,5
1,16	15,3
$1,\!37$	15,7

Legend: Texto da

legenda.

Source: Citação da

fonte ou 'O

autor.'.

Figure 2 - Título da figura.



Legend: Texto da legenda. ?? Texto da imagem. ?? Texto da imagem.

Source: Citação da fonte ou 'O autor'.

#### 3 TÍTULO DO CAPÍTULO 2

Texto do capítulo. Texto, texto Algoritmo ??. Texto.

Algoritmo 1 - Título do algoritmo.

### DOCUMENTAÇÃO

Título

#### Nome do algoritmo

#### Propósito

Propósito do algoritmo.

#### Ме́торо

Método utilizado no algoritmo.

#### Entradas

a, m: multiplicador e módulo

n0: semente

i: contador auxiliar

#### Saídas

n: número aleatório

### Observações, Restrições, Requisitos

Observações, restrições e requisitos.

#### ALGORITMO IDENTIFICAÇÃO

— continua —

```
declarar a, m, i numéricos declarar n0, n numéricos
```

```
m \leftarrow 13
1.
    n0 \leftarrow 1
2.
    para a de 2 até m-1, fazer
                                          {para cada possível valor de 'a'}
3.
        escrever "a = ", a, ": n = {"}
4.
                     {reinicia a geração com a semente n0}
5.
        para i de 0 até m-1, fazer
6.
            n \leftarrow resto(a * n, m)
                                      {gerador de números aleatórios}
7.
            se (n == n0), então
                                       {se fim da sequencia...}
8.
                escrever n, "}"
9.
                parar
10.
11.
            senão
                escrever n
12.
            fim se
13.
        fim para
14.
   fim para
15.
```

### Algoritmo 1 - Título do algoritmo. (continuação)

```
— continuação —
       a \leftarrow 1
       enquanto (a < 10), fazer \{coment\'{a}rio\}
       escrever a
        a \leftarrow a + 1
       fim enquanto
       a \leftarrow 1
                 {comentário}
       repetir
        escrever a
          a \leftarrow a + 1
       até que (a \ge 10)
       a \leftarrow 1
                 {comentário}
       fazer
        escrever a
        a \leftarrow a + 1
       enquanto (a < 10)
   FIM ALGORITMO
Fim documentação
```

# CONCLUSÃO

Texto da conclusão.

# GLOSSÁRIO

termo significado termo significado termo significado

## **APPENDIX** A – Primeiro apêndice

## A.1 Primeira seção

Texto da primeira seção.

# A.1.1 Primeira subseção

Texto da primeira subseção.

# A.1.1.1 Primeira subsubseção

## APPENDIX B – Segundo apêndice

## B.1 Primeira seção

Texto da primeira seção.

# B.1.1 Primeira subseção

Texto da primeira subseção.

# B.1.1.1 Primeira subsubseção

### ANNEX A – Primeiro anexo

## A.1 Primeira seção

Texto da primeira seção.

# A.1.1 Primeira subseção

Texto da primeira subseção.

# A.1.1.1 Primeira subsubseção

## ANNEX B – Segundo anexo

## B.1 Primeira seção

Texto da primeira seção.

# B.1.1 Primeira subseção

Texto da primeira subseção.

# B.1.1.1 Primeira subsubseção