

# Ακαδημαϊκό Έτος 2014- 2015

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και  
Μηχανικών Υπολογιστών

Γεωργιάδης Αχιλλέας: 7415

**[ΠΡΟΗΓΜΕΝΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ  
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΟΣ –  
ΕΡΓΑΣΙΑ1]**

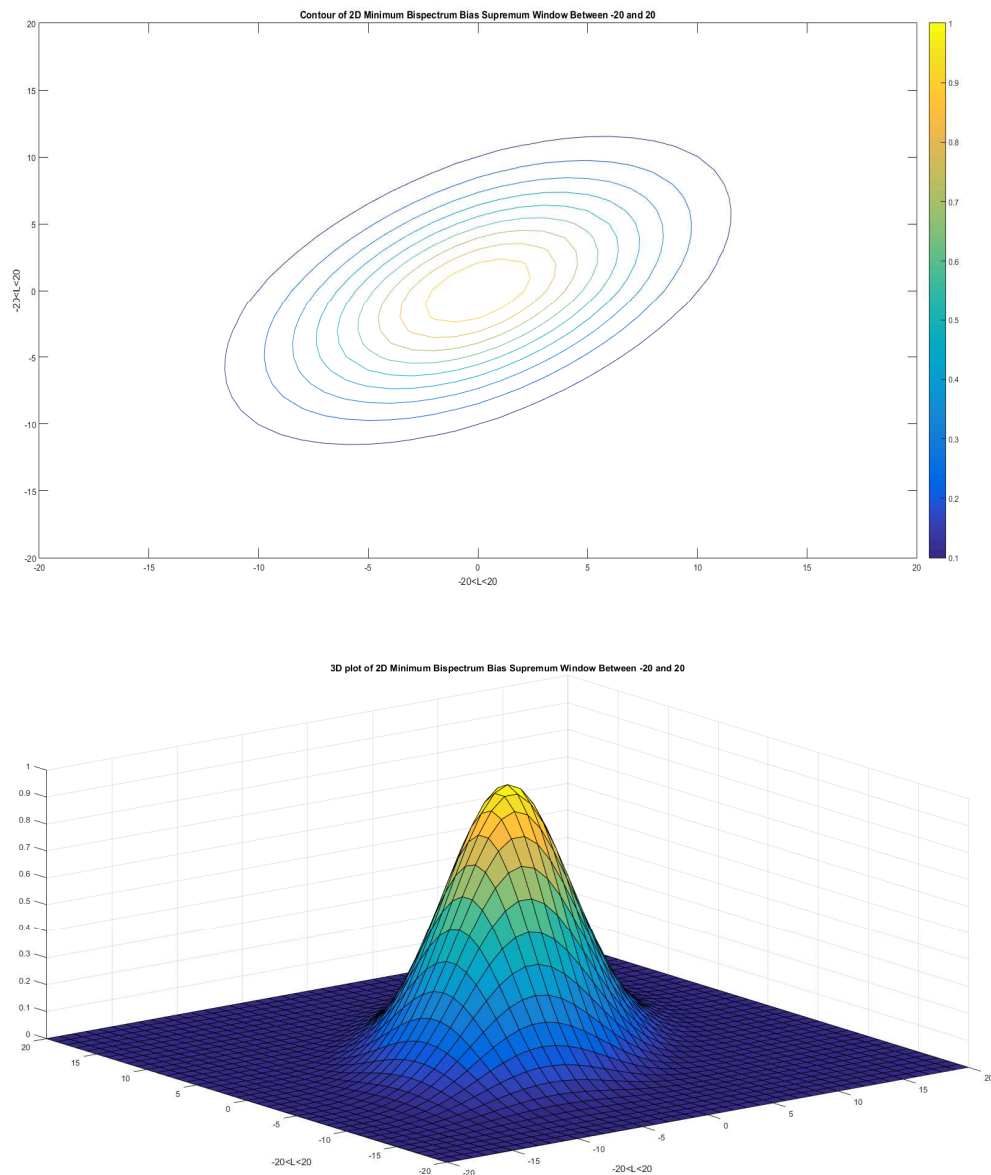
## Περιεχόμενα

1. Υπολογισμός Παραθύρων $W(m,n)$ .....	2
2. Ανάκτηση σήματος με χρήση σωρειτών 3 <sup>ης</sup> τάξης και Εξίσωση Γιαννάκη .....	4
2.1 Κατασκευή Σήματος $x[k]$ .....	4
2.2 Υπολογισμός σωρειτών 3 <sup>ης</sup> τάξης.....	4
2.3 Εκτίμηση κρουστικής απόκρισης συστήματος.....	6
2.4 Ανάκτηση σήματος .....	6
2.5 Διαγράμματα .....	7
3. Ανάκτηση σήματος με χρήση σωρειτών 3 <sup>ης</sup> τάξης και εξίσωση Γιαννάκη – Προσθήκη Λευκού Gaussian Θορύβου στο αρχικό σήμα.....	9
3.1 Κατασκευή σήματος.....	9
3.2 Υπολογισμός σωρειτών 3 <sup>ης</sup> τάξης.....	10
3.3 Ανάκτηση σήματος .....	12

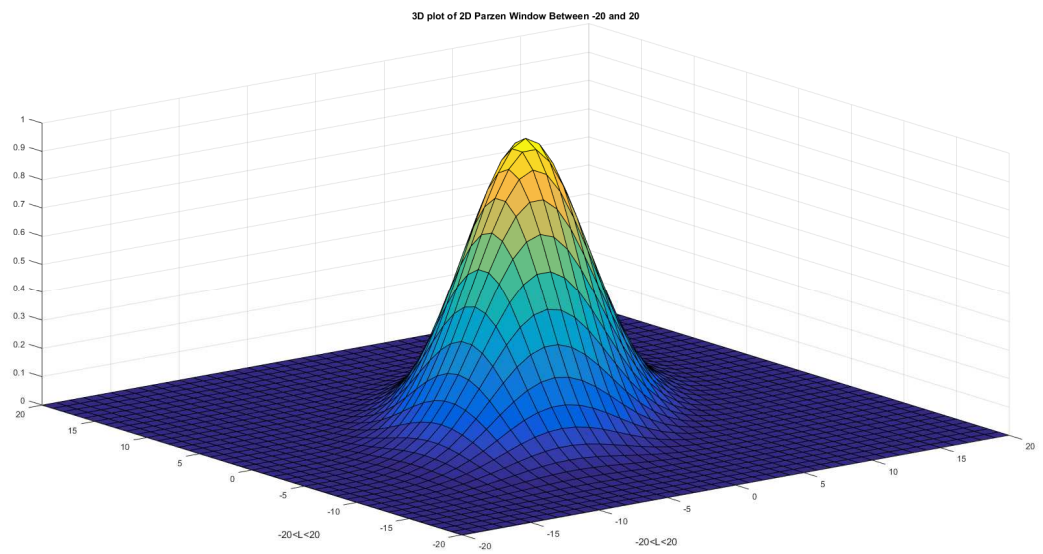
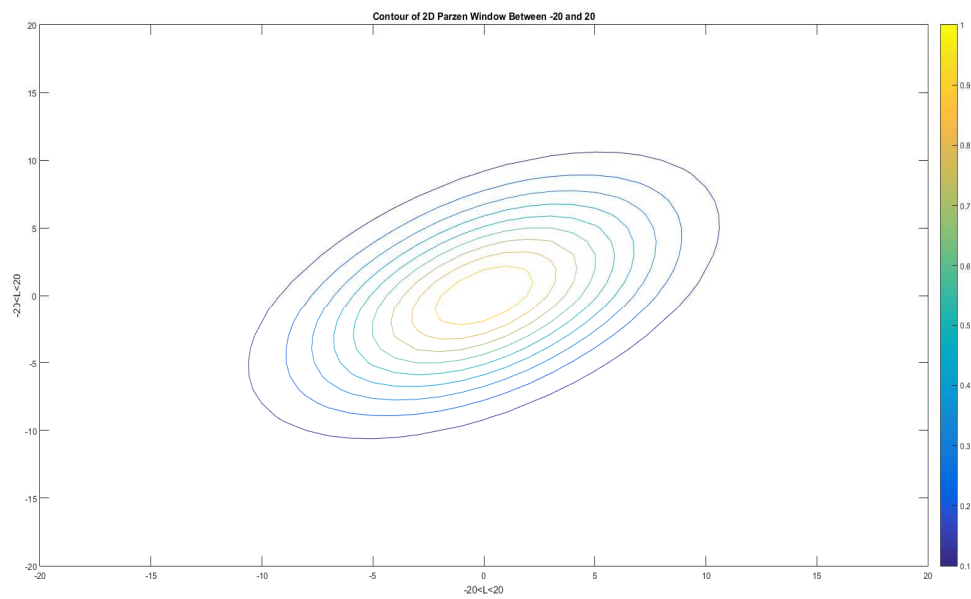
## 1. Υπολογισμός Παραθύρων $W(m,n)$

Στο πρώτο ερώτημα της εργασίας καλούμαστε να υπολογίσουμε και να απεικονίσουμε τα παράθυρα  $W(m,n)$  που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του bispectrum, και ορίζονται από τα μονοδιάστατα παράθυρα των εξισώσεων (2.50) και (2.51) των σημειώσεων. Πρόκειται για το Minimum Bispectrum Supremum Window, και το Parzen window. Ο υπολογισμός γίνεται μέσω της συνάρτησης  $w = \text{my\_window}(L, \text{type})$ . Ακολουθούν τα contour και 3D plots για κάθε παράθυρο.

- Minimum Bispectrum Supremum Window



- Parzen Window



## 2. Ανάκτηση σήματος με χρήση σωρειτών 3<sup>ης</sup> τάξης και Εξίσωσης Γιαννάκη

Στο 2<sup>ο</sup> ερώτημα της εργασίας καλούμαστε να κάνουμε τα εξής:

- Κατασκευή σήματος από MA-q διαδικασία
- Υπολογισμός και απεικόνιση σωρειτών 3<sup>ης</sup> τάξης  $c_3^x(\tau_1, \tau_2)$
- Εκτίμηση κρουστικής απόκρισης συστήματος (Giannakis Eq)
- Ανάκτηση σήματος

Παρακάτω αναλύουμε το κάθε βήμα χωριστά. Η παραπάνω διαδικασία εκτελείται μέσω του script **first\_implementation\_no\_gaussian\_noise**. Επιπλέον, επαναλαμβάνουμε την διαδικασία αυτή 50 φορές, για εξαγωγή ασφαλέστερων συμπερασμάτων. Ο αριθμός των επαναλήψεων ορίζεται στο script με την μεταβλητή `reps`.

### 2.1 Κατασκευή Σήματος $x[k]$

Αρχικά κατασκευάζουμε το σήμα  $x[k]$ , που προκύπτει από μία MA-q διαδικασία, με συντελεστές  $q = [1 \ 0.93 \ 0.85 \ 0.72 \ 0.59 \ -0.1]$ , θεωρώντας ως είσοδο στο σύστημα, λευκό Non-Gaussian θόρυβο  $v[k]$ , που προκύπτει από εκθετική κατανομή μοναδιαίας μέσης τιμής. Η κατασκευή του σήματος γίνεται στο code section **Signal Generation**, του script.

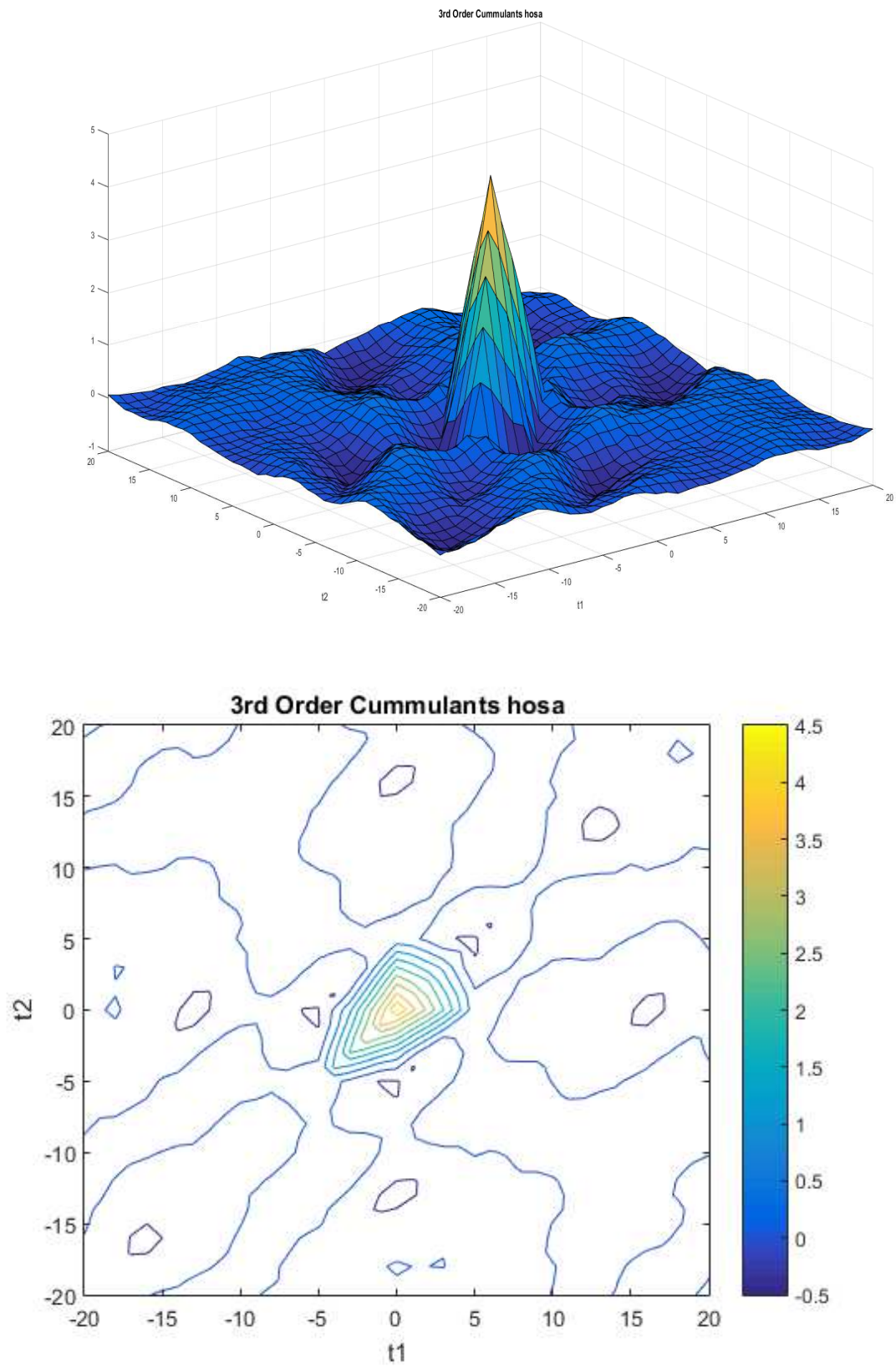
Για την επιβεβαίωση του Non-Gaussian χαρακτήρα της  $v[k]$ , υπολογίζουμε το skewness  $\gamma_3^v$  του σήματος  $v[k]$ . Τιμή του skewness  $\approx 0$ , επιβεβαιώνει το Non-Gaussianity. Ο υπολογισμός του skewness γίνεται μέσω της σχέσης  $\gamma_3^v = \sum_{i=1}^N \frac{(v(i) - m_v)^3}{(N-1)\sigma_v^3}$ . Ο έλεγχος αυτός γίνεται στο code section **Parametric Estimation of Skewness to check for Non-Gaussianity**, του script. Στο section αυτό υπολογίζεται και το σφάλμα εκτίμησης σε σχέση με την built-in συνάρτηση `skewness()` της Matlab.

### 2.2 Υπολογισμός σωρειτών 3<sup>ης</sup> τάξης

Ο υπολογισμός των σωρειτών 3<sup>ης</sup> τάξης μπορεί να γίνει με διάφορες μεθόδους. Για την εργασία αυτή καλούμαστε να υλοποιήσουμε την έμμεση μέθοδο, με  $K=32$ ,  $M=64$ , στην περιοχή  $(-\tau_1:0:-\tau_1) = (-20:0:20)$  και  $(-\tau_2:0:\tau_2) = (-20:0:20)$ . Η υλοποίηση αυτή εκτελείται στην συνάρτηση `c3 = my_c3_est(x,K,M,L)`. Παρόλα αυτά, λόγω του ότι η υλοποίηση αυτή είναι 'υπολογιστικά' ακριβή, στην εργασία αυτή χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `cum3est`, του HOSA toolbox.

Ο υπολογισμός των σωρειτών γίνεται στο code section **3<sup>rd</sup> Order Cummulant Estimation**, του script.

Παρακάτω φαίνονται τα contour και surf plots για τους σωρείτες 3<sup>ης</sup> τάξης.



## 2.3 Εκτίμηση κρουστικής απόκρισης συστήματος

Η εκτίμηση της κρουστικής απόκρισης του συστήματος, μέσω των σωρειτών 3<sup>ης</sup> τάξης, γίνεται με χρήση της εξίσωσης Γιαννάκη,  $h[k] = \frac{c_3^x(q,k)}{c_3^x(q,0)}, k = 0,1 \dots q, h[k] = 0, k > q$ .

Για την εκτίμηση, διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις:

- Εκτίμηση  $h[k]$ , για γνωστή τάξη  $q$  της MA- $q$  διαδικασίας
- Υποεκτίμηση  $h_2[k]$ , για  $q_2 = q-2$
- Υπερεκτίμηση  $h_3[k]$  για  $q_3 = q+3$

Οι διαφορετικές εκτιμήσεις της κρουστικής απόκρισης γίνονται στα code section

- **Giannakis equation for known  $q$**
- **Giannakis equation for underestimated  $q_2 = q-2$**
- **Giannakis equation for overestimated  $q_3 = q+3$**

## 2.4 Ανάκτηση σήματος

Για την ανάκτηση του αρχικού σήματος  $x[k]$ , χρησιμοποιούμε τις τρεις διαφορετικές εκτιμήσεις της κρουστικής απόκρισης του συστήματος. Υπολογίζουμε έτσι τα εξής:

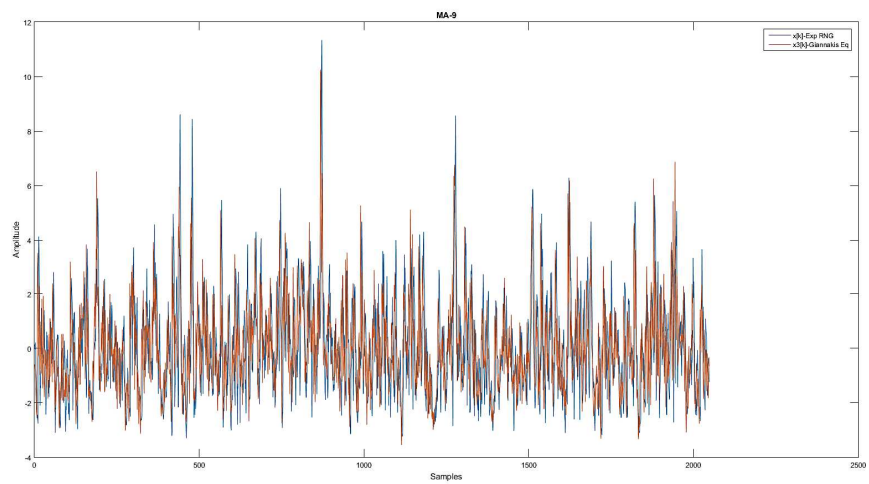
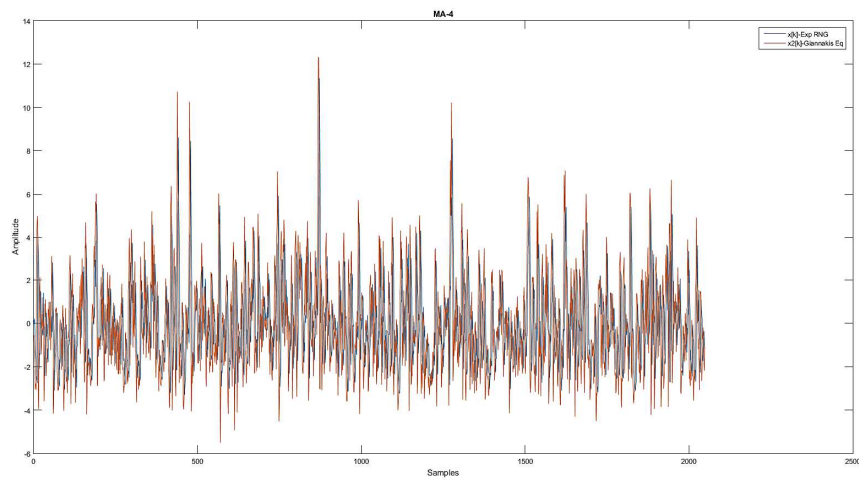
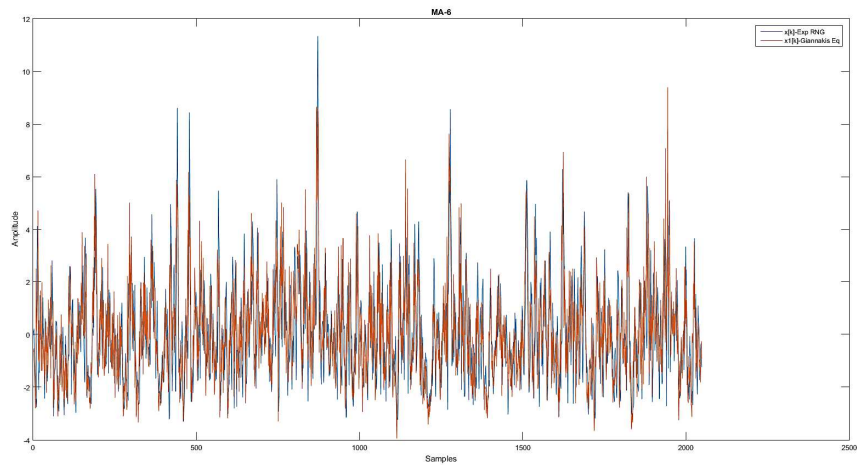
- $x_1[k] = v[k] * h[k]$
- $x_2[k] = v[k] * h_2[k]$  - Υποεκτίμηση
- $x_3[k] = v[k] * h_3[k]$  - Υπερεκτίμηση

Η δημιουργία των παραπάνω σημάτων, γίνεται στο code section **Signal Generation using Estimated Impulse Response**, του script.

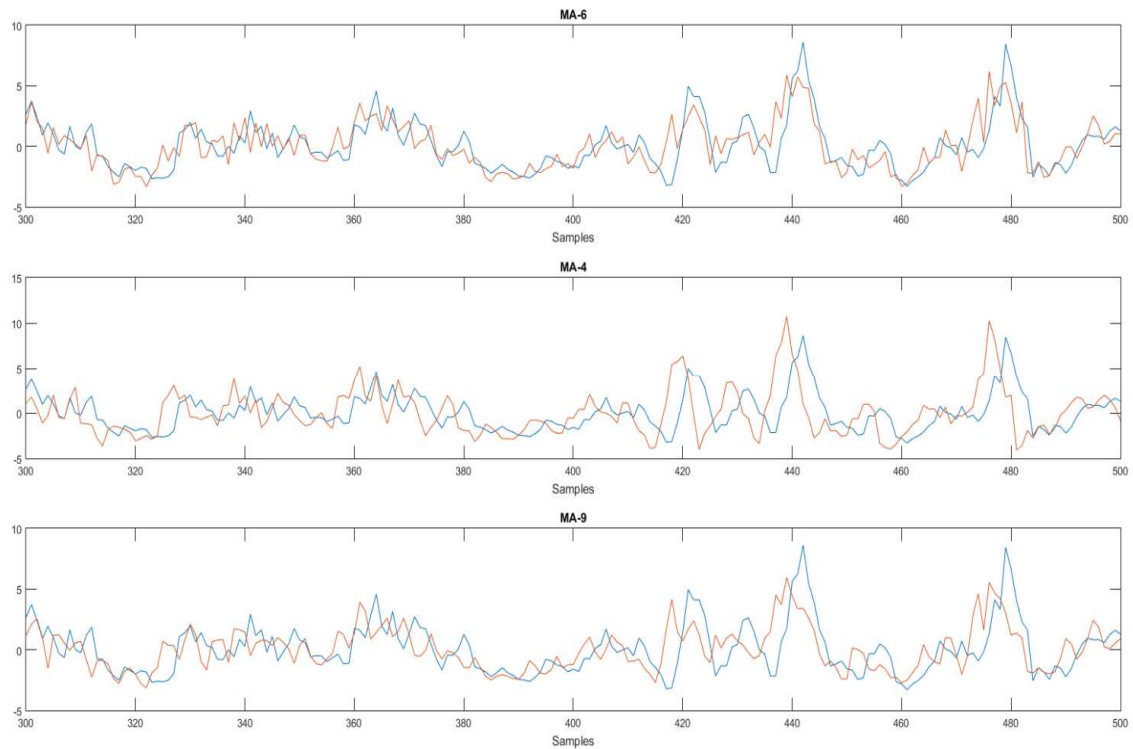
Επιπλέον, υπολογίζεται για κάθε επανάληψη, το RMSE, για το κάθε σήμα.

Παρακάτω φαίνονται όλα τα σχετικά διαγράμματα.

## 2.5 Διαγράμματα



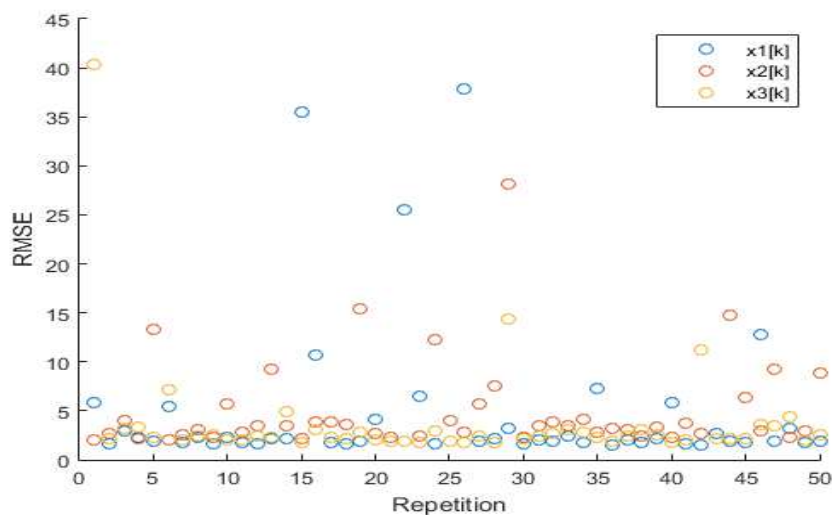




Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση που κανείς εκτιμήσει σωστά την τάξη  $q$  της MA διαδικασίας, μπορεί να ανακτήσει το σήμα καλύτερα από τις περιπτώσεις υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης, πράγμα αναμενόμενο. Επίσης βλέπουμε ότι η περίπτωση της υπερεκτίμησης δίνει πιο αποτέλεσμα πιο κοντά στο πραγματικό. Τα παραπάνω επιβεβαιώνονται κοιτώντας κανείς το μέσο όρο RMSE της κάθε εκτίμησης (αφού αφαιρεθούν πιθανά outliers). Συγκεκριμένα, μετά από 50 επαναλήψεις έχουμε:

- Root Mean Square Error of  $x_1[k]$  is 2.1352
- Root Mean Square Error of  $x_2[k]$  is 3.2947
- Root Mean Square Error of  $x_3[k]$  is 2.2924

Παρακάτω φαίνονται τα RMSE για κάθε μια επανάληψη και εκτίμηση:



Παρατηρούμε την ύπαρξη διαφόρων ακραίων τιμών, πράγμα που σχετίζεται με το σφάλμα εκτίμησης της κρουστικής απόκρισης σε συνδυασμό με το σφάλμα εκτίμησης των σωρειτών. Λόγω των εκτιμήσεων λοιπόν, υπάρχει πιθανότητα να έχουμε μεγάλο σφάλμα στην τελική εκτίμηση του σήματος.

### 3. Ανάκτηση σήματος με χρήση σωρειτών 3<sup>ης</sup> τάξης και Εξίσωσης Γιαννάκη – Προσθήκη Λευκού Gaussian Θορύβου στο αρχικό σήμα

Στο 3<sup>ο</sup> ερώτημα της εργασίας καλούμαστε να κάνουμε τα εξής:

- Κατασκευή σήματος από MA-q διαδικασία
- Προσθήκη WGN μεταβαλλόμενου SNR στο σήμα
- Υπολογισμός και απεικόνιση σωρειτών 3<sup>ης</sup> τάξης  $c_3^x(\tau_1, \tau_2)$
- Εκτίμηση κρουστικής απόκρισης συστήματος (Giannakis Eq)
- Ανάκτηση σήματος

Παρακάτω αναλύουμε τα βήματα που είναι διαφορετικά από το πρώτο ερώτημα. Η παραπάνω διαδικασία εκτελείται μέσω του script **second\_implementation\_gaussian\_noise**. Επιπλέον, επαναλαμβάνουμε την διαδικασία αυτή 50 φορές, για εξαγωγή ασφαλέστερων συμπερασμάτων. Ο αριθμός των επαναλήψεων ορίζεται στο script με την μεταβλητή `reps`.

#### 3.1 Κατασκευή σήματος

Αρχικά κατασκευάζουμε το σήμα  $x[k]$ , που προκύπτει από μία MA-q διαδικασία, με συντελεστές  $q = [1 \ 0.93 \ 0.85 \ 0.72 \ 0.59 \ -0.1]$ , θεωρώντας ως είσοδο στο σύστημα, λευκό Non-Gaussian θόρυβο  $v[k]$ , που προκύπτει από εκθετική κατανομή μοναδιαίας μέσης τιμής. Η κατασκευή του σήματος γίνεται στο code section **Signal Generation**, του script.

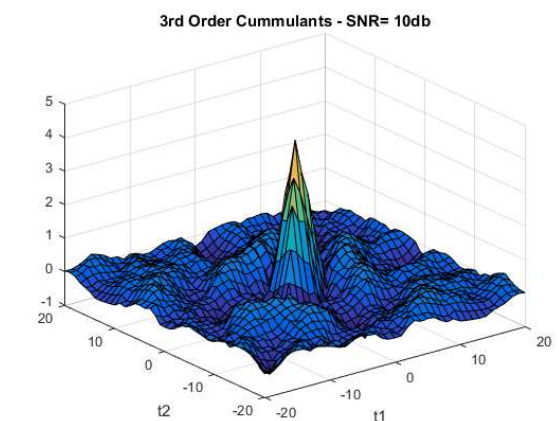
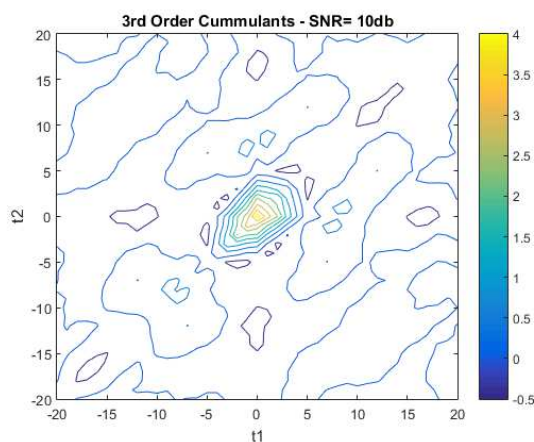
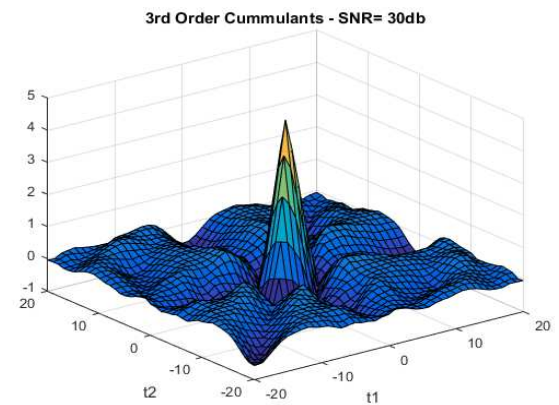
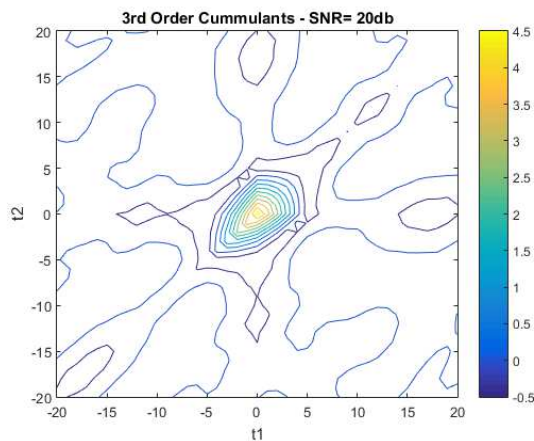
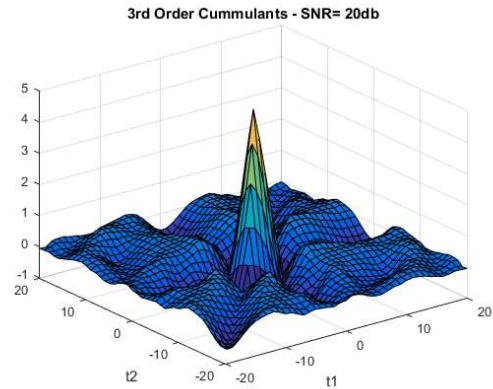
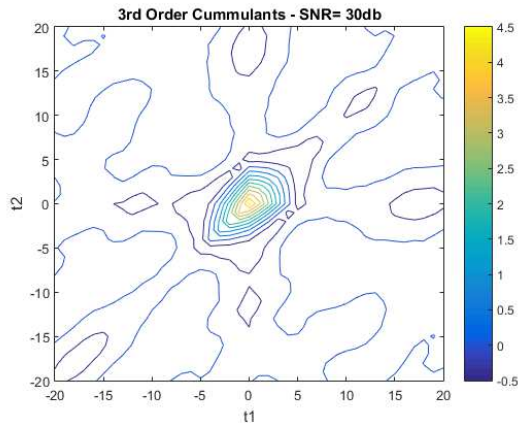
Στη συνέχεια, προσθέτουμε στο παραγόμενο σήμα, λευκό Gaussian θόρυβο, με μεταβαλλόμενο SNR. Για την εργασία, έχουμε SNR=30:-5:-5. Η προσθήκη κάθε βαθμίδας θορύβου γίνεται στο code section **For each repetition add GWN with various SNR**.

Επομένως για 50 επαναλήψεις, έχουμε συνολικά 50\*8 υλοποιήσεις, δηλαδή 50 για κάθε μια βαθμίδα θορύβου.

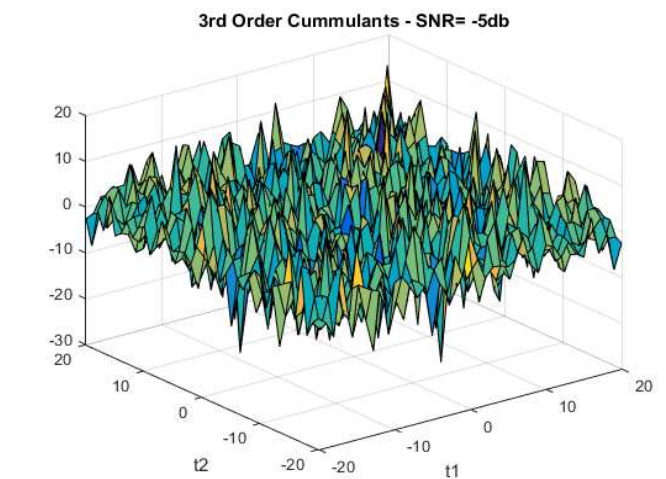
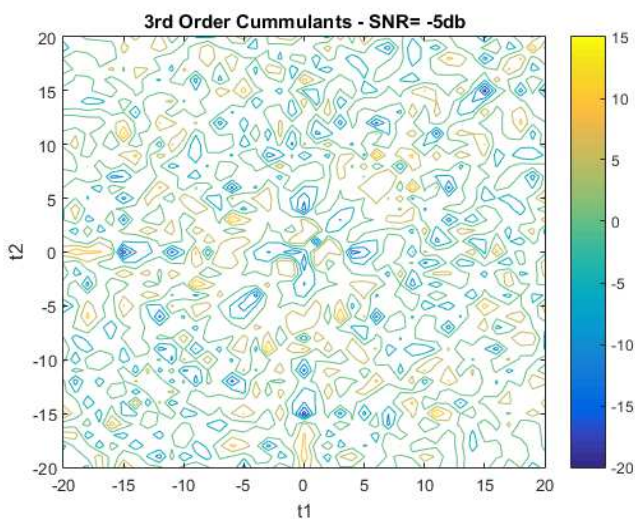
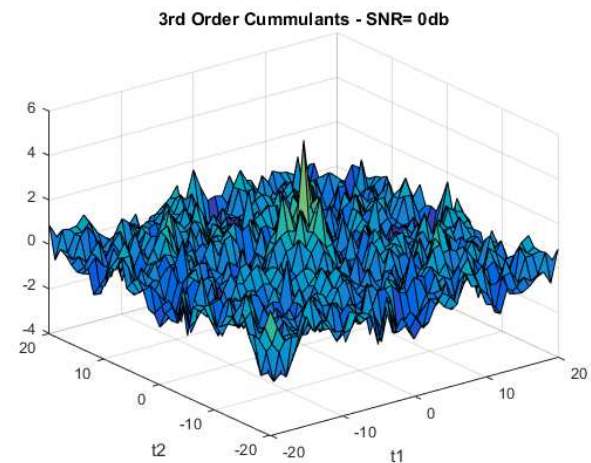
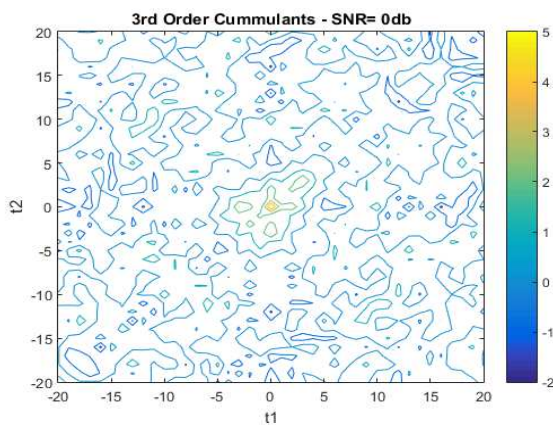
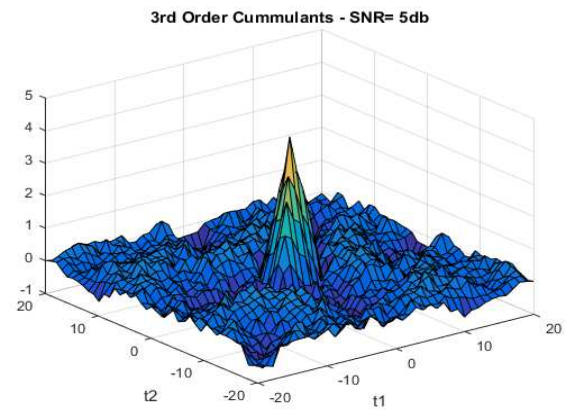
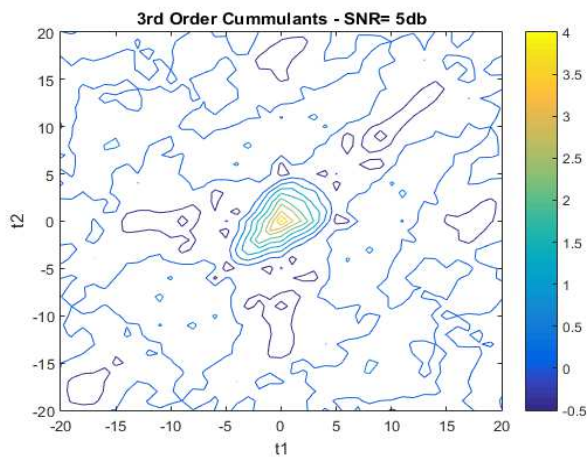
## 3.2 Υπολογισμός σωρειτών 3ης τάξης

Και στο 3<sup>ο</sup> ερώτημα, όπως και το 2<sup>ο</sup>, ο υπολογισμός των σωρειτών έγινε με χρήση της συνάρτησης cum3est του HOSA toolbox. Ο υπολογισμός των σωρειτών γίνεται στο code section **3<sup>rd</sup> Order Cummulant Estimation**, του script.

Παρακάτω παρουσιάζονται contour και surf plots των σωρειτών, για τις διάφορες βαθμίδες SNR.







Από τα παραπάνω διαγράμματα γίνεται φανερό πως η προσθήκη λευκού Gaussian θορύβου στο σήμα, επηρεάζει άμεσα τον υπολογισμό των σωρειτών 3<sup>ης</sup> τάξης. Στις περιπτώσεις με υψηλό SNR βλέπουμε πως ο υπολογισμός των σωρειτών είναι σχετικά 'καθαρός', ενώ παρατηρούμε πως όσο το SNR μειώνεται, τόσο αυξάνεται και ο θόρυβος στους σωρείτες, με χειρότερη την περίπτωση του SNR = -5, όπου έχουμε μόνο θόρυβο, πράγμα αναμενόμενο.

### 3.3 Ανάκτηση σήματος

Για την ανάκτηση του αρχικού σήματος  $x[k]$ , χρησιμοποιούμε τις τρεις διαφορετικές εκτιμήσεις της κρουστικής απόκρισης του συστήματος, όπως και στο 2<sup>ο</sup> ερώτημα.

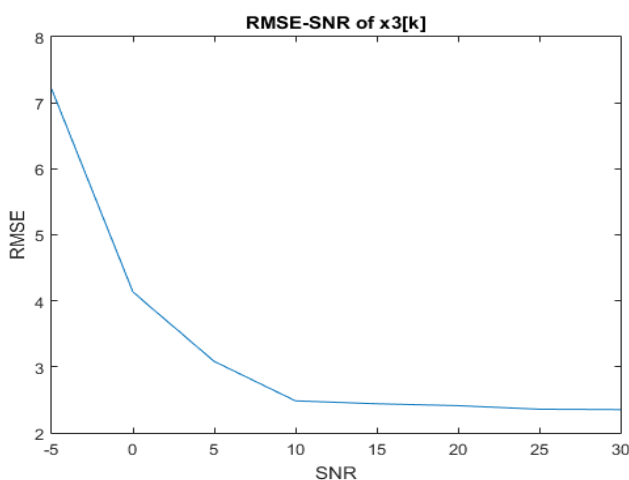
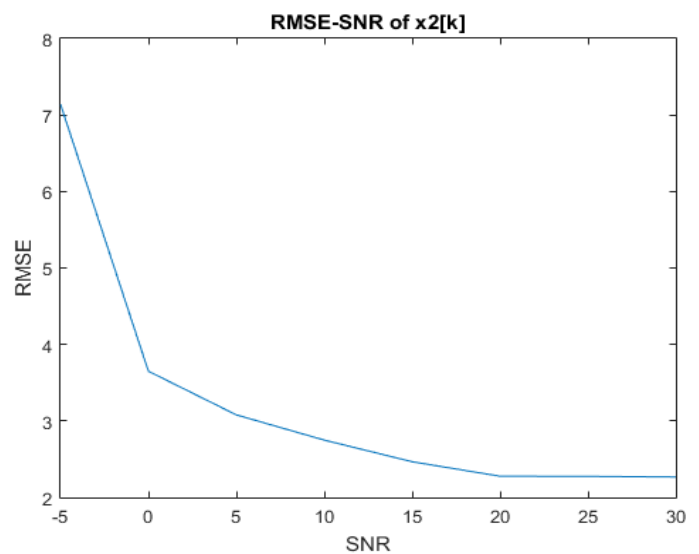
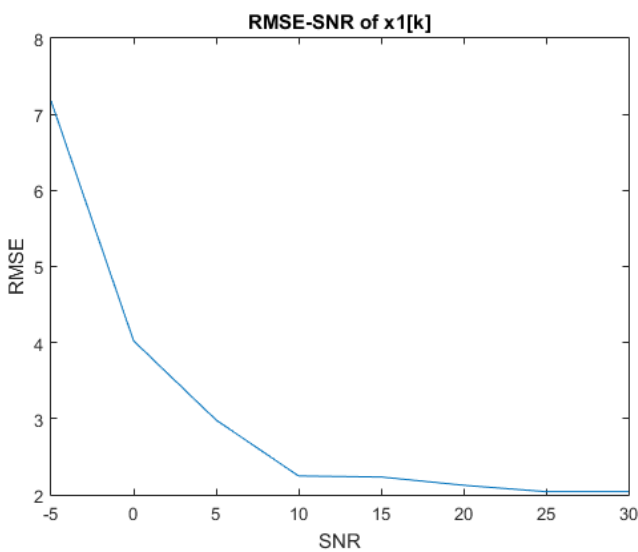
Υπολογίζουμε έτσι τα εξής:

- $x_1[k] = v[k] * h[k]$
- $x_2[k] = v[k] * h_2[k]$  - Υποεκτίμηση
- $x_3[k] = v[k] * h_3[k]$  - Υπερεκτίμηση

Η δημιουργία των παραπάνω σημάτων, γίνεται στο code section **Signal Generation using Estimated Impulse Response**, του script.

Στο ερώτημα αυτό μας ενδιαφέρει το RMSE κάθε εκτίμησης, σε σχέση με το SNR του WGN που προσθέτουμε στο σήμα. Όπως είναι αναμενόμενο, το RMSE για κάθε εκτίμηση, μειώνεται, με την αύξηση του SNR.

Παρακάτω φαίνονται όλα τα σχετικά διαγράμματα, για το μέσο όρο του RMSE, μετά από 50 επαναλήψεις.



Και στην περίπτωση αυτή, όπως και στο 1<sup>ο</sup> ερώτημα, παρατηρούμε πως όταν κανείς εκτιμήσει σωστά την τάξη  $q$  της MA διαδικασίας, μπορεί να ανακτήσει το σήμα καλύτερα από τις περιπτώσεις υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης, πράγμα αναμενόμενο.