

# Mathématiques : 1ère Année Collège

## Séance 12 (Bissectrices et hauteurs d'un triangle)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

### Sommaire

#### I- Bissectrice

1-1/ Définition

1-2/ Propriété

1-3/ Bissectrice d'un triangle

#### II- Hauteurs d'un triangle

2-1/ Définition

2-2/ Propriété

2-3/ Cas particuliers

#### III- Exercices

3-1/ Exercice 1

3-2/ Exercice 2

3-3/ Exercice 3

3-4/ Exercice 4

3-5/ Exercice 5

3-6/ Exercice 6

---

#### I- Bissectrice

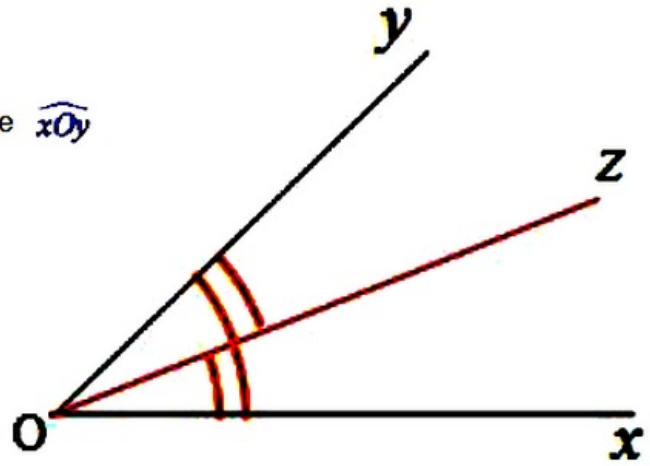
1-1/ Définition

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.

#### Exemple

La demi-droite  $[Oz)$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{xOy}$

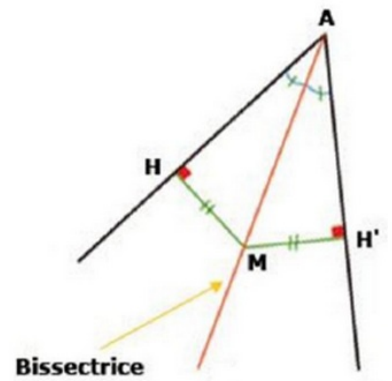
$$\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{1}{2} \widehat{xOy}$$



## 1-2/ Propriété

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.

Le point M appartient à la bissectrice de l'angle  $HAH'$ ,  
donc  $MH = MH'$



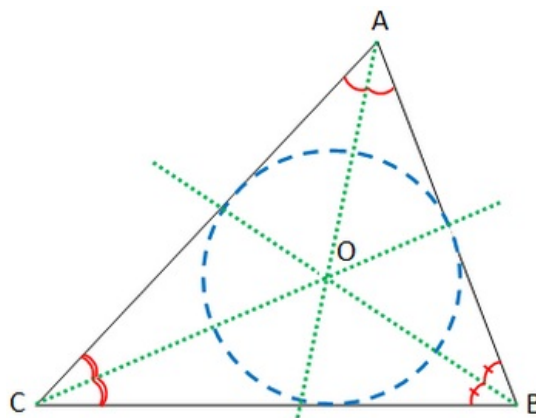
## 1-3/ Bissectrice d'un triangle

### Définition

Une bissectrice d'un triangle est une bissectrice de l'un de ses angles.

### Propriété

Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre du cercle inscrit au triangle.



### Remarque

Pour construire le centre du cercle inscrit, il suffit de tracer deux bissectrices de ce triangle.

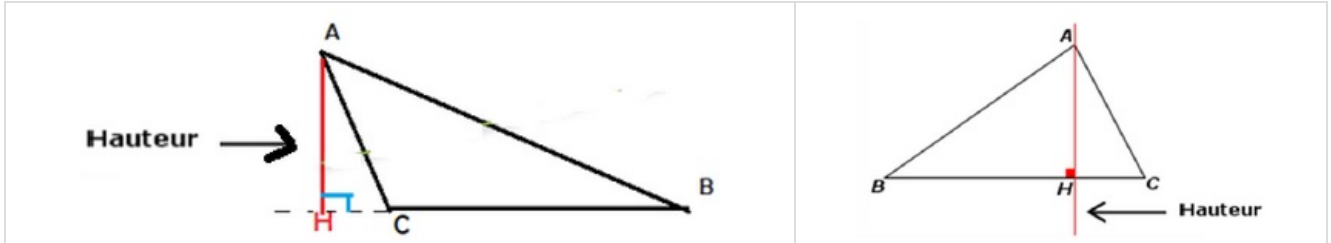
## II- Hauteurs d'un triangle

### 2-1/ Définition

La hauteur d'un triangle est la droite qui passe par l'un des sommets de ce triangle et perpendiculaire au support de côté opposé à ce sommet.

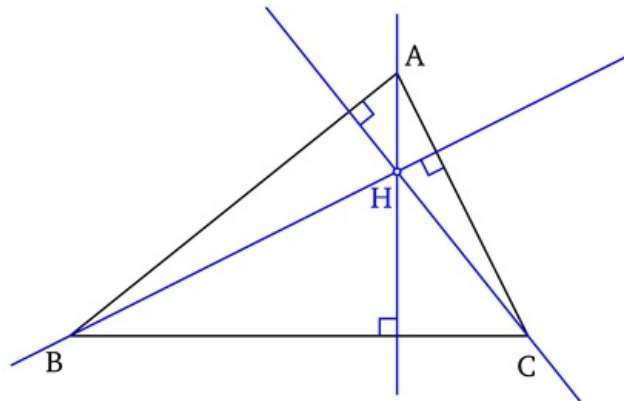
#### Exemple

(AH) est la hauteur issue du sommet A



### 2-2/ Propriété

Les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un seul point appelé orthocentre de ce triangle.



### 2-3/ Cas particuliers

 <p>L'orthocentre d'un triangle rectangle est le sommet d'angle droit</p>	 <p>L'orthocentre d'un triangle à un angle obtus existe à l'extérieur du triangle</p>
--	--

## III- Exercices

### 3-1/ Exercice 1

A- Dans le triangle ABC :	
---------------------------	--

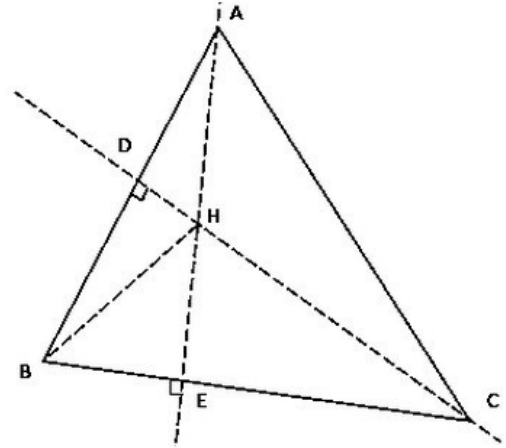
1. Quelle est la hauteur issue de A ?
2. Quelle est la hauteur issue de C ?
3. Quel est l'orthocentre du triangle
4. Quelle est la hauteur relative à [AC] ?

B- Dans le triangle BCH :

1. Quelle est la hauteur relative à [BC] ?
2. Quelle est la hauteur issue de B ?
3. Quel est l'orthocentre du triangle ?
4. Quelle est la hauteur relative à [BH] ?

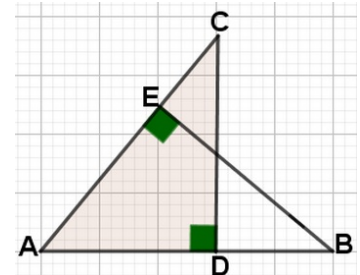
C- Dans le triangle ABH :

1. Quelle est la hauteur relative à [AB] ?
2. Quelle est la hauteur relative à [AH] ?
3. Quel est l'orthocentre du triangle ?
4. Quelle est la hauteur relative à [BH] ?



### 3-2/ Exercice 2

- 1) Dans la figure ci-contre : Tracer F le point d'intersection des deux droites (CD) et (BE)
- 2) Montrer que  $(AF) \perp (BC)$

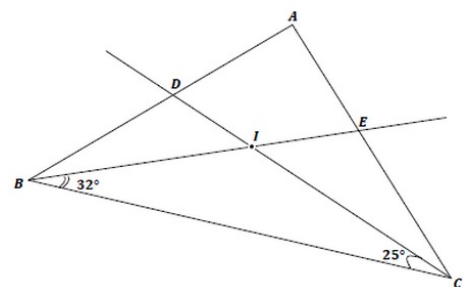


### 3-3/ Exercice 3

Dans la figure suivante, I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC

On donne :  $\widehat{EBC} = 32^\circ$  et  $\widehat{DCB} = 25^\circ$

- 1) Calculer  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{ACB}$  . Justifier les réponses.
- 2) Déterminer les mesures des angles  $\widehat{BAC}$  puis  $\widehat{BAI}$  . Justifier.



### 3-4/ Exercice 4

$ABC$  est un triangle isocèle de sommet A tel que :  $\widehat{ABC} = 50^\circ$  et  $BC = 4cm$

$(AH)$  est la hauteur issue du point A

- 1) Dessiner une figure convenable
- 2)

- a) Calculer en justifiant :  $\widehat{HAC}$  et  $\widehat{HAB}$
- b) En déduire que la demi-droite  $[AH)$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{BAC}$
- 3)
  - a) Tracer la bissectrice de l'angle  $\widehat{ACB}$ , tel qu'elle coupe le segment  $[AH]$  en  $M$
  - b) Calculer en justifiant  $\widehat{CMH}$
  - c) Prouver que  $[BM)$  est la bissectrice de  $\widehat{ABC}$

### 3-5/ Exercice 5

$MAD$  est un triangle tels que  $AP = 6cm$ ,  $\widehat{MAP} = 80^\circ$  et  $\widehat{MPA} = 40^\circ$ .

La bissectrice de  $\widehat{MAP}$  coupe  $[MP]$  en  $I$ .

1. Faire une figure.
2. Comparer  $AI$  et  $IP$ .

La bissectrice de l'angle  $\widehat{AMP}$  coupe  $(AI)$  en  $O$ .

3. Déterminer la mesure de  $\widehat{OPA}$ , en justifiant la réponse.

Soit  $N$  le milieu de  $[AP]$ .

4. Montrer que  $(NI) \perp (AP)$ .

### 3-6/ Exercice 6

1. Peut-on construire un triangle  $ABC$  tels que  $AB = 2cm$ ,  $AC = 4,5cm$  et  $BC = 3cm$  ? justifier.
2. Construire le triangle  $ABC$ , puis placer le point  $H$ , intersection de la perpendiculaire à  $(BC)$  passant par  $A$  et la perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $C$ .
3. Que représente le point  $H$  pour le triangle  $ABC$  ? justifier.
4. Montrer que  $(BH) \perp (AC)$ .
5. Quel est l'orthocentre du triangle  $HBC$  ? justifier.
6. Quel est l'orthocentre du triangle  $ABH$  ? justifier.