Exercice 1

Soit ABC un triangle et D un point de (BC) n'appartenant à [BC].

Soit M un point défini par : $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$.

R est le projeté de D sur (AC) parallélement à (MC) et Q est le projeté de D sur (AB) parallélement à (MB).

1. Montrer que : $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AR}$ et $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AQ}$.
2. En déduire que : (QR)//(BC).

Exercice 2

ABCD est un parallélogramme de centre O.

Soit A′ le projeté de A sur (DC) parallélement à (DB).

1. Montrer que : $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{DC}$.

Soit E un point de la droite (BC) tel que A′ soit sont projeté sur (DC) parallélement à (BD).

2. Montrer que B est le milieu de [CE].

La droite (EO) coupe respectivement les droites (AB) et (CD) en Q et R.

3. Montrer que Q est le milieu de [ER].
4. Montrer que : $\overrightarrow{EO} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ER}$.

Exercice 3

Soit ABCD un trapèze de bases [AB] et [CD].

Soit I le point d'intersection des droites (AC) et (BD).

1. Placer le point J le projeté du point I sur (AB) parallèlement à (BC).
2. Placer le point K le projeté du point I sur (AD) parallèlement à (CD).
3. Montrer que : $\frac{AJ}{AB} = \frac{AI}{AC}$.
4. Montrer que : (JK)//(BD).

Exercice 4

ABC est un triangle, A′ le milieu de [BC] et M un point de [AA′] .

1. Construire les points E et F tels que : E est le projeté de M sur (BC) parallélement à (AB) et F est le projeté de M sur (BC) parallélement à (AC).
2. Montrer que : A′ est le milieu de [EF].

Exercice 5

Soient ABC un triangle et H un point du segment [BC].

Soit M le projeté du point B sur (AC) parallèlement à (AH).

Soit N le projeté du point C sur (AB) parallèlement à (AH).

1. Tracer une figure.
2. Montrer que : $\frac{AH}{BM} = \frac{CH}{CB}$ et $\frac{AH}{CN} = \frac{BH}{BC}$.
3. Déduire que : $\frac{1}{AH} = \frac{1}{BM} + \frac{1}{CN}$.
4. Énoncer un algorithme de construction d'un segment dont sa longueur est h qui vérifie l'égalité suivante : $\frac{1}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.
   (avec a et b deux longueurs connues)

Exercice 6

ABC est un triangle et I milieu de [BC] .

D et J sont deux points du plan tels que :

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Soit E le projeté de J sur (BC) parallélement à (AB).

1. Montrer que : $\overrightarrow{JE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$.
2. La droite (BD) coupe respectivement les droites (EJ) et (AC) en F et K.
   Montrer que : $\overrightarrow{BD} = 6\overrightarrow{KF}$.

Exercice 7

ABC est un triangle et Q milieu de [AC].

P un point tel que : $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

La parallèle à (BQ) passant par P coupe (AC) en un point J.

I le point d'intersection des droites (BQ) et (AP).

1. Montrer que : $\overrightarrow{QC} = 3\overrightarrow{QJ}$.
2. Montrer que : $\overrightarrow{JA} = 4\overrightarrow{JQ}$ et $\overrightarrow{PA} = 4\overrightarrow{PI}$.

La parallèle à (AP) passant par Q coupe (BC) en un point K.

3. Montrer que : $\overrightarrow{PK} = \overrightarrow{KC}$ et $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{PK}$.