

**EXERCICE 1**

1. Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels non nuls.

1. a. Simplifier le nombre  $M$  tel que :

$$M = \frac{a^{-3} \times b^2 \times (a^2 \times b^{-1})^5 \times a^{-3} \times b}{(a^2 \times b^3)^{-2} \times (a^{-2} \times b^2)^3}$$

1. b. Calculer  $M$  pour  $a = 10^{-1}$  et  $b = -10^{-6}$ .

2. Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels non nuls.

2. a. Simplifier le nombre  $N$  tel que :

$$N = \frac{x^{-2}y^{-3}(xy^2)^3 + x^3y}{x^2 + y^2}$$

2. b. Calculer  $N$  pour  $x = 100$  et  $y = -0,00001$ .

**EXERCICE 2**

1. Soient  $a$  et  $b$  deux réels tel que  $b \neq 0$  et  $a \neq b$ .

Montrer que : 
$$\frac{-1 - \frac{b}{a-b}}{1 - \frac{a}{a-b}} = \frac{a}{b}.$$

2. Soient  $x$  et  $y$  deux réels non nuls tel que :  
 $x^2 \neq y^2$

Simplifier le nombre : 
$$\frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} - \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}.$$

**EXERCICE 3**

Rendre rationnel les dénominateurs des nombres suivants :

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{1 - \sqrt{3}} ; & B &= \frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ C &= \frac{\sqrt{7} - 1}{\sqrt{7}} ; & D &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 3} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + 3} \\ E &= \frac{11}{\sqrt{7} - 2} - \frac{5}{\sqrt{7}} ; & F &= \frac{2\sqrt{3} - 3}{2\sqrt{3} + 3} + \frac{2\sqrt{3} + 3}{2\sqrt{3} - 3} \end{aligned}$$

**EXERCICE 4**

Soient  $x, y$  et  $z$  des nombres réels.

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= (x + y + z)^2 \\ B &= (x - y + z)^2 \\ C &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4) \\ D &= (2x + \sqrt{5})(4x^2 - 2\sqrt{5}x + 5) \\ E &= (2x^2 - 3y^2)(4x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4) \\ F &= (x - 1)^3 - (x + 1)^3 \end{aligned}$$

**EXERCICE 5**

Factoriser les expressions suivantes :

$$I = x^2 - 25 + 3(x + 5)(x + 1)$$

$$J = 6x(x - 2) - 3x^2 + 12$$

$$K = 2x(1 + x) - 1 + x^2$$

$$L = x^3 + 125$$

$$M = x^3 - 8 - 5x(x - 2)$$

$$N = 64 - (5x - 7)^3$$

$$P = (x - 7y)^3 + 27y^3$$

$$Q = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1)$$

**EXERCICE 6**

Soient  $a$  et  $b$  deux réels tels que :

$$a = \sqrt{20 + 6\sqrt{11}} \text{ et } b = \sqrt{20 - 6\sqrt{11}}$$

1. Montrer que  $ab = 2$ .

On pose :  $u = a + b$  et  $v = a - b$ .

2. Calculer  $u^2$  et  $v^2$ .

3. En déduire une écriture simple de  $u$  et  $v$ .

4. Déterminer une écriture simple de  $a$  et  $b$ .

**EXERCICE 7**

On considère les nombres réels  $x$  et  $y$  tels que :

$$x = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} \text{ et } y = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$$

1. Calculer  $x \cdot y$  ;  $(x + y)^2$  et  $(x - y)^2$ .

2. Déterminer  $x + y$  et  $x - y$ .

3. En déduire une simplification de  $x$  et  $y$ .

**EXERCICE 8**

Soient  $x$  et  $y$  deux réels positifs, on pose :

$$a = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{xy}}{\sqrt{xy} - 1} \text{ et } b = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + 1}$$

Simplifier l'expression 
$$\frac{a + b - 1}{b - a + 1}.$$

**EXERCICE 9**

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tel que

$$a + b = 1 \text{ et } a^2 + b^2 = 2$$

Calculer  $a^4 + b^4$  et  $a^6 + b^6$ .

**EXERCICE 10**

Soient  $a$  et  $b$  deux réels non nuls tel que

$$2(a^2 + b^2) = 5ab$$

Calculer 
$$\frac{a - b}{a + b}.$$