

EXERCICE 1

1. Soit n un entier naturel. Étudier la parité des nombres suivants :

$$A = 6n + 13 ; \quad B = n^2 + 3n + 8 ; \quad C = n^6 + 2n^3 + n^2$$

2. Déterminer les nombres premiers parmi les nombres suivants :

$$559 ; \quad 523 ; \quad 11\,000\,011$$

EXERCICE 2

Soit n un entier naturel. On considère les deux nombres :

$$a = 10^{2n} \times 1134 \quad \text{et} \quad b = 7^3 \times 200 + 7^4 \times 6$$

1. a. Montrer que a est un multiple de 81.
1. b. Montrer que b est un multiple de 22.
2. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres a et b .
3. Déterminer $\text{pgcd}(a; b)$ et $\text{ppcm}(a; b)$.
4. Les nombres a et b sont-ils premiers entre eux ? Justifier votre réponse.
5. Montrer que $\sqrt{a \cdot b}$ est un entier naturel.
6. a. Écrire le nombre $\frac{11a}{9b}$ sous forme de fraction irréductible.
6. b. En déduire que $\frac{\sqrt{11a}}{\sqrt{9b}} = \frac{3 \times 10^n}{77} \sqrt{11}$.

EXERCICE 3

Soit ABCD un parallélogramme.

1. Construire les points M, N et P tels que : $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{2} \overrightarrow{BC}$.
2. Montrer que : $\overrightarrow{JK} = \frac{2}{5} \overrightarrow{CB} + \frac{4}{15} \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{CA}$.
3. En déduire que les points I, J et K sont alignés.
4. Soit H le point défini par : $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BI} + \frac{5}{6} \overrightarrow{BK}$.

Montrer que H est le centre du parallélogramme ABCD.

EXERCICE 4

Soit ABCD un trapèze rectangle en A tel que $AB < CD$ et $AD = 4 \text{ cm}$.

Soit L le point du plan tel que : $4 \cdot \overrightarrow{CL} = 3 \cdot \overrightarrow{CA}$.

1. Placer le point N le projeté du point L sur (AB) parallèlement à (BC).
2. Placer le point M le projeté orthogonal du point L sur (CD).
3. Montrer que : $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4} \overrightarrow{BA}$ et que : $\overrightarrow{CM} = \frac{3}{4} \overrightarrow{CD}$.
4. Calculer la distance : LM.
5. Montrer que : $3 \cdot \overrightarrow{DB} = 12 \cdot \overrightarrow{AN} - 4 \cdot \overrightarrow{ML}$.