

### EXERCICE 1

1. Simplifier les nombres suivants :

$$A = \frac{(2^4)^3 \times 3^6 \times (5^{-4})^5 \times 25}{5^{-18} \times 6^{10} \times 3^{-8}}; \quad B = \frac{1 - \frac{\pi-1}{\pi+1}}{\frac{2-4\pi}{1-\pi} - 4}; \quad C = |1 - \sqrt{3}| - |\sqrt{12} - 3| - 2|\sqrt{27} - 4\sqrt{3}|$$

2. Soient  $x, y$  et  $z$  des nombres réels.

2.a. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$D = (x + y - z)^2; \quad E = (x + 2)^3 - (x - 2)^3$$

2.b. Factoriser les expressions suivantes :

$$F = x^2 + 1 - 2x - y^2; \quad G = x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3x + 6$$

### EXERCICE 2

On considère les nombres réels :  $x = \sqrt{10 - 3\sqrt{11}}$  et  $y = \sqrt{10 + 3\sqrt{11}}$ .

1.a. Montrer que  $y$  est l'inverse de  $x$ .

1.b. Déduire la valeur de :  $x^{90} \cdot y^{92}$ .

2.a. Montrer que :  $(x + y)^2 = 22$  et  $(x - y)^2 = 18$ .

2.b. Déduire une expression simplifiée de  $x$  et  $y$ .

### EXERCICE 3

Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels tels que :  $1 \leq \frac{2 + \sqrt{x}}{3} \leq 2$  et  $\left| 3y - \frac{9}{2} \right| \leq \frac{15}{2}$ .

1. Montrer que :  $1 \leq x \leq 16$  et  $-1 \leq y \leq 4$ .

2. Encadrer chacun des nombres suivants :  $y - 2x$ ;  $(x - 1)(y - 4)$ ;  $2\sqrt{x} - y^2$  et  $\frac{xy}{y + 2}$ .

### EXERCICE 4

Soit  $x$  un nombre réel tel que  $x \in [3; +\infty[$ . Posons :  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ .

1. Montrer que :  $A - 1 = \frac{1}{\sqrt{x} - 1(\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1)}$ .

2. Montrer que :  $2\sqrt{x} - 1 < \sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 < 2\sqrt{x}$ .

3. Déduire que :  $\frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{x} - 1} < A - 1 < \frac{1}{2(x - 1)}$ .

4. Montrer que :  $\frac{1}{x - 1} \leq \frac{3}{2x}$  et  $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x} - 1}$ .

5. Déduire que :  $1 + \frac{1}{2x} < A < 1 + \frac{3}{4x}$ .

6. Déduire que  $\frac{9}{4}$  est une valeur approchée de  $\sqrt{5}$  à la précision  $5 \times 10^{-2}$  près.

### EXERCICE 1

1. Simplifier les nombres suivants :

$$A = \frac{(2^4)^3 \times 3^6 \times (5^{-4})^5 \times 25}{5^{-18} \times 6^{10} \times 3^{-8}}; \quad B = \frac{1 - \frac{\pi-1}{\pi+1}}{\frac{2-4\pi}{1-\pi} - 4}; \quad C = |1 - \sqrt{3}| - |\sqrt{12} - 3| - 2|\sqrt{27} - 4\sqrt{3}|$$

2. Soient  $x, y$  et  $z$  des nombres réels.

2.a. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$D = (x + y - z)^2; \quad E = (x + 2)^3 - (x - 2)^3$$

2.b. Factoriser les expressions suivantes :

$$F = x^2 + 1 - 2x - y^2; \quad G = x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3x + 6$$

### EXERCICE 2

On considère les nombres réels :  $x = \sqrt{10 - 3\sqrt{11}}$  et  $y = \sqrt{10 + 3\sqrt{11}}$ .

1.a. Montrer que  $y$  est l'inverse de  $x$ .

1.b. Déduire la valeur de :  $x^{90} \cdot y^{92}$ .

2.a. Montrer que :  $(x + y)^2 = 22$  et  $(x - y)^2 = 18$ .

2.b. Déduire une expression simplifiée de  $x$  et  $y$ .

### EXERCICE 3

Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels tels que :  $1 \leq \frac{2 + \sqrt{x}}{3} \leq 2$  et  $\left| 3y - \frac{9}{2} \right| \leq \frac{15}{2}$ .

1. Montrer que :  $1 \leq x \leq 16$  et  $-1 \leq y \leq 4$ .

2. Encadrer chacun des nombres suivants :  $y - 2x$ ;  $(x - 1)(y - 4)$ ;  $2\sqrt{x} - y^2$  et  $\frac{xy}{y + 2}$ .

### EXERCICE 4

Soit  $x$  un nombre réel tel que  $x \in [3; +\infty[$ . Posons :  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ .

1. Montrer que :  $A - 1 = \frac{1}{\sqrt{x} - 1(\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1)}$ .

2. Montrer que :  $2\sqrt{x} - 1 < \sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 < 2\sqrt{x}$ .

3. Déduire que :  $\frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{x} - 1} < A - 1 < \frac{1}{2(x - 1)}$ .

4. Montrer que :  $\frac{1}{x - 1} \leq \frac{3}{2x}$  et  $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x} - 1}$ .

5. Déduire que :  $1 + \frac{1}{2x} < A < 1 + \frac{3}{4x}$ .

6. Déduire que  $\frac{9}{4}$  est une valeur approchée de  $\sqrt{5}$  à la précision  $5 \times 10^{-2}$  près.