

## Mathématiques : 1ère Année Collège

### Séance 14 (Symétrie centrale)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

#### Sommaire

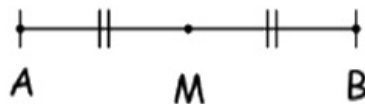
- I- Symétrie d'un point
- II- Symétrie d'un segment
- III- Symétriques des points alignés
- IV- Symétrie d'une demi-droite
- V- Symétrie d'une droite
- VI- Symétrie d'un angle
- VII- Symétrie d'un cercle
- IIIX- Centre de symétrie d'une figure
- IX- Exercices
- 9-1/ Exercice 1
- 9-2/ Exercice 2
- 9-3/ Exercice 3
- 9-4/ Exercice 4
- 9-5/ Exercice 5
- 9-6/ Exercice 6
- 9-7/ Exercice 7

---

#### I- Symétrie d'un point

##### Définition

On dit que le point  $B$  est le symétrique du point  $A$  par rapport au point  $M$  lorsque le point  $M$  est le milieu du segment  $[AB]$ .



$M$  est appelé centre de symétrie.

on dit que :  $A$  et  $B$  sont symétriques par rapport à  $M$ .

### Cas particulier

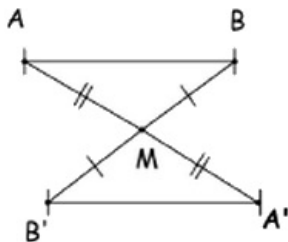
Le symétrique du point  $O$  par rapport au point  $O$  est le point  $O$  lui-même.

### Exemple

## II- Symétrique d'un segment

### Propriété

Le symétrique d'un segment  $[AB]$  par rapport à un point  $M$  est un segment  $[A'B']$  de même longueur.



### Remarques

On dit que la symétrie centrale conserve les distances entre deux points.

Pour construire le symétrique d'un segment par rapport à un point, on construit le symétrique de ses extrémités par rapport à ce point.

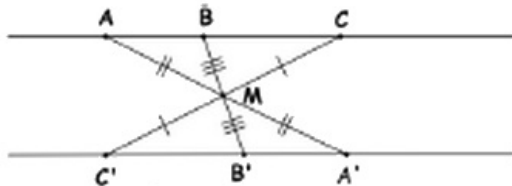
### Exemple

## III- Symétriques des points alignés

### Propriété

Les symétriques, par rapport à un point  $M$ , de trois points alignés  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont trois points alignés  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .

On dit que la symétrie centrale conserve l'alignement.

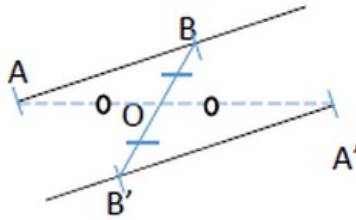


### Exemple

## IV- Symétrique d'une demi-droite

### Propriété

Le symétrique d'une demi-droite  $[AB)$ , par rapport à un point  $O$  est une demi-droite  $[A'B')$  telle que  $[AB) \parallel [A'B')$ .



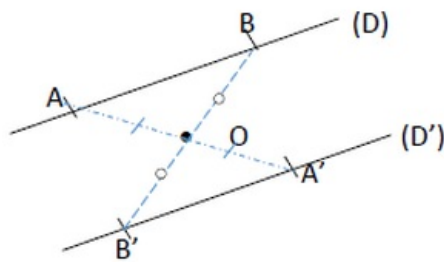
$[A'B')$  est le symétrique de la demi-droite  $[AB)$  par rapport au point  $O$ .

### Exemple

## V- Symétrie d'une droite

### Propriété

Le symétrique d'une droite  $(D)$  par rapport à un point  $O$  est une droite  $(D')$  parallèle à  $(D)$ .



$(D')$  est le symétrique de la droite  $(D)$  par rapport au point  $O$ .

On dit que les droites  $(D)$  et  $(D')$  sont symétriques par rapport à  $O$ .

### Cas particulier

Le symétrique d'une droite  $(D)$  par rapport à un point  $O$  tel que  $O \in (D)$  est la droite  $(D)$  elle-même.

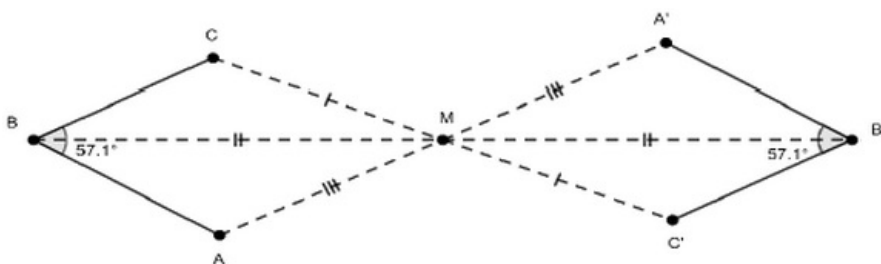
### Exemple

## VI- Symétrie d'un angle

### Propriété

Le symétrique d'un angle  $\widehat{ABC}$  par rapport à un point  $M$  est un angle  $\widehat{A'B'C'}$  de même mesure.

Avec  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  par rapport au point  $M$ .



### Remarque

On dit que la symétrie centrale conserve les mesures des angles.

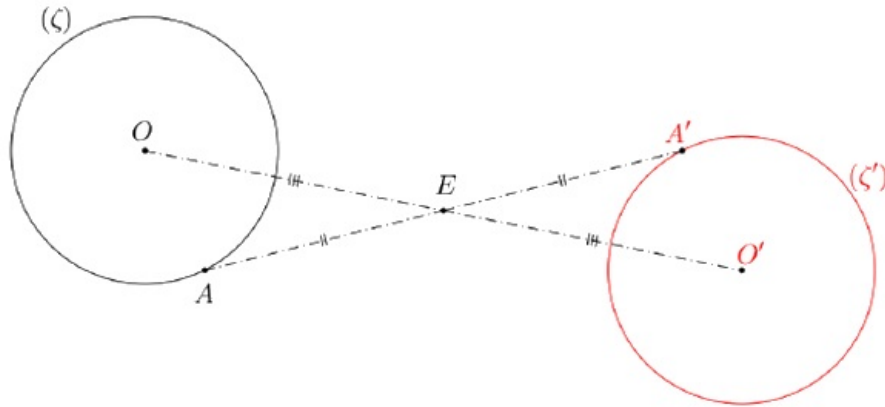
Pour construire le symétrique d'un angle  $\widehat{ABC}$  par rapport au point  $M$ , on construit les symétriques des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  par rapport au point  $M$ .

### Exemple

## VII- Symétrie d'un cercle

### Propriété

Le symétrique d'un cercle  $(\zeta)$  de centre  $O$  et de rayon  $r$  par rapport à un point  $E$  est le cercle  $(\zeta')$  de centre  $O'$  (le symétrique de  $O$  par rapport à  $E$ ) et de même rayon  $r$ .



### Remarque

Pour tracer le symétrique d'un cercle par rapport à un point, il suffit de tracer le symétrique du centre de ce cercle et de garder le même rayon.

### Exemple

## IIIX- Centre de symétrie d'une figure

### Définition

Soient  $(F)$  une figure et  $O$  un point.

On appelle  $O$  centre de symétrie de  $(F)$  lorsque le symétrique de  $(F)$  par rapport à  $O$  est  $(F)$ .

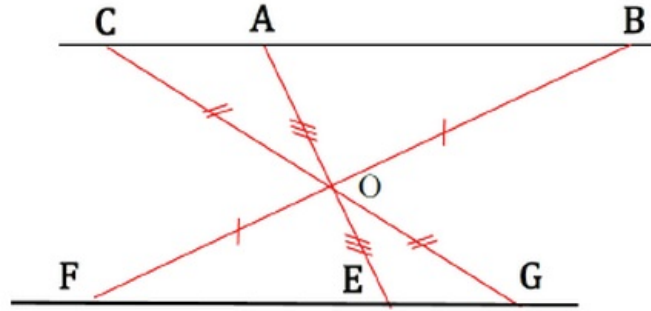
### Exemples

- Le centre de symétrie d'une droite est un point qui lui appartient.
- Le centre de symétrie d'un segment est son milieu.
- Le centre de symétrie d'un cercle est son centre.

## IX- Exercices

### 9-1/ Exercice 1

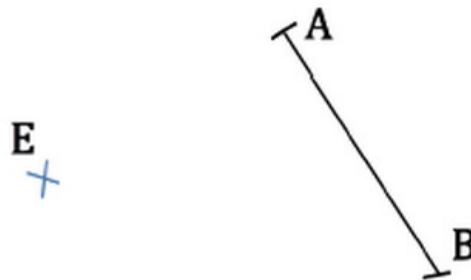
Compléter par ce qui convient en utilisant la figure suivante :



1. Le symétrique du segment  $[BC]$  par rapport à  $O$  est \_\_\_\_\_ .
2. Le symétrique de la demi-droite  $[AB)$  par rapport à  $O$  est \_\_\_\_\_ .
3. Le symétrique de la droite  $(AF)$  par rapport à  $O$  est \_\_\_\_\_ , donc les deux droites \_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_ sont \_\_\_\_\_ .
4.  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés, donc leurs symétriques \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_ sont aussi \_\_\_\_\_ .
5. Si  $AC = 6cm$ , alors \_\_\_\_\_ .

### 9-2/ Exercice 2

Sur la figure ci-dessous,  $[AB]$  est un segment de longueur  $4cm$  et le point  $E$  est le symétrique de  $A$  par rapport à un point  $O$  effacé.



1. Placer le point  $O$  en justifiant.
2. Placer  $F$  le symétrique de  $B$  par rapport à  $O$ .
3. Calculer la distance  $EF$  en justifiant.

### 9-3/ Exercice 3

Le triangle  $ABC$  est tel que :  $AB = 5cm$ ,  $AC = 4cm$  et  $\widehat{BAC} = 40^\circ$ .

On appelle  $G$  le milieu de  $[AC]$  et  $D$  le symétrique du point  $B$  par rapport à  $G$ .

1. Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{ACD}$  ?
2. Déterminer la longueur  $CD$ .

### 9-4/ Exercice 4

$ABC$  est un triangle tel que  $AB = 4cm$ ,  $AC = 5cm$  et  $BC = 6cm$ .

$I$  désigne le milieu de  $[AB]$  et  $D$  le symétrique de  $C$  par rapport à  $I$ .

1. Construis la figure.
2. Sans mesurer, mais en justifiant tes réponses, donne les mesures  $AD$  et  $BD$ .

### 9-5/ Exercice 5

Tracer un triangle  $ABC$  tel que  $AC = 8cm$ ,  $\widehat{ABC} = 50^\circ$  et  $BC = 10cm$ .

Placer le point  $M$  du segment  $[BC]$  tel que  $CM = 3cm$ .

$O$  est le milieu du segment  $[AM]$ .

1. Construire les points  $G$  et  $H$ , les symétriques respectifs des points  $B$  et  $C$  par rapport à  $O$ .
2. Démontrer que les longueurs  $GH$  et  $BC$  sont égales.
3. Démontrer que les droites  $(AB)$  et  $(MG)$  sont parallèles.
4. Démontrer que les points  $A$ ,  $G$  et  $H$  sont alignés.

### 9-6/ Exercice 6

1. Construire le triangle  $ABC$  tels que  $AB = 2cm$ ,  $AC = 3,2cm$  et  $BC = 4cm$ .
2. Placer  $H$ , le pied de la hauteur de  $ABC$  issue de  $A$ .

Soit  $O$  un point situé à l'extérieur du triangle  $ABC$ .

3. Construire les points  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  et  $H'$  les symétriques respectifs des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $H$  par rapport à  $O$ .
4. Comment sont les droites  $(A'H')$  et  $(B'C')$  ? Justifier.

### 9-7/ Exercice 7

$EFG$  un triangle tels que  $FG = 6cm$ ,  $EF = 4,5cm$  et  $EG = 5,2cm$ .

Les médiatrices de  $[EF]$  et  $[FG]$  se coupent en  $I$ .

1. Faire une figure.

Soit  $(C)$  le cercle de centre  $I$  et de rayon  $OE$ .

2. En n'utilisant qu'une règle non graduée, construire le symétrique du triangle  $EFG$  par rapport à  $I$ . Expliquer la construction.