Mathématiques : 1ère Année Collège

Séance 16 (Parallélogramme)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

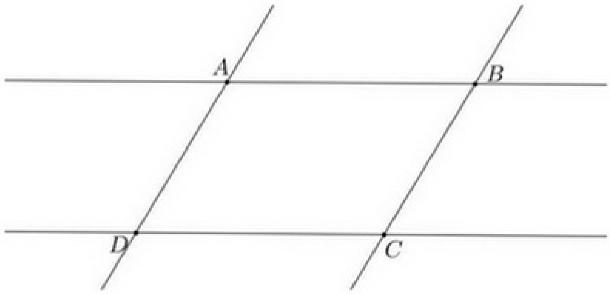
I- Le parallélogramme

1-1/ Définition

Le parallélogramme est un quadrilatère dont les supports des côtés opposés sont parallèles.

1-2/ Exemple

Soit ABCD un parallélogramme.



II- Propriétés

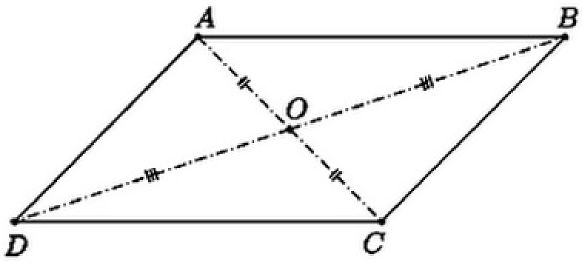
2-1/ Propriété des diagonales

Propriété directe

Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu, appelé centre du parallélogramme.

Exemple

Soit ABCD un parallélogramme de centre O.



Propriété réciproque

Si dans un quadrilatère les diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Exemple

2-2/ Propriété des côtés opposés

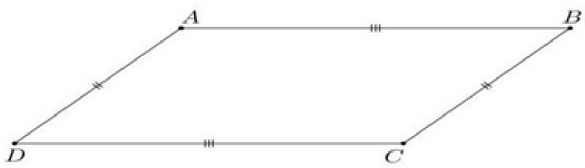
Propriété directe

Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont isométriques (égaux).

Exemple

Soit ABCD un parallélogramme.

On a : AB=DC et AD=BC



Propriété réciproque

Si dans un quadrilatère les côtés opposés sont isométriques (égaux), alors c'est un parallélogramme.

Exemple

Propriété réciproque (particulière)

Si dans un quadrilatère, deux côtés opposés sont isométriques (égaux) et leurs supports sont parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Exemple

2-3/ Propriété des angles opposés

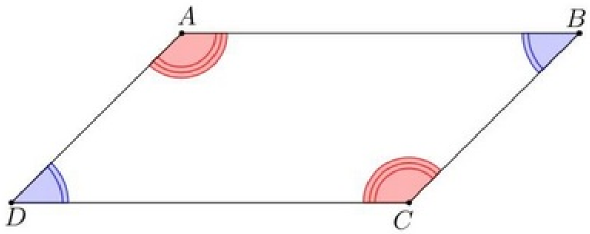
Propriété directe

Dans un parallélogramme, les angles opposés sont isométriques (égaux).

Exemple

Soit ABCD un parallélogramme.

On a : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$



Propriété réciproque

Si dans un quadrilatère les angles opposés sont isométriques (égaux), alors c'est un parallélogramme.

Exemple

2-4/ Propriété des angles consécutifs

Propriété directe

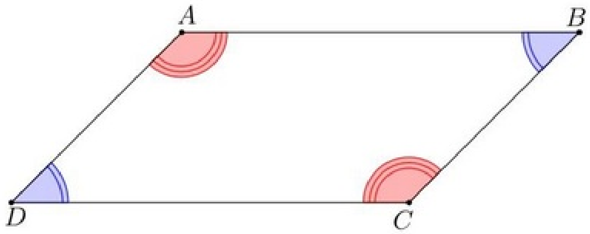
Dans un parallélogramme les angles consécutifs sont supplémentaires (la somme de leurs mesures égale à 180°).

Exemple

Soit ABCD un parallélogramme.

On a :

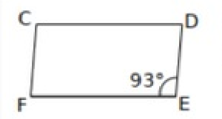
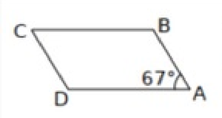
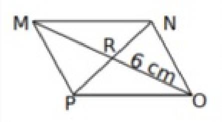
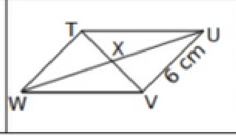
$\widehat{ABC} + \widehat{BCD} = 180^\circ$
$\widehat{BCD} + \widehat{CDA} = 180^\circ$
$\widehat{CDA} + \widehat{DAB} = 180^\circ$
$\widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 180^\circ$



III- Exercices

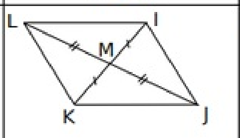
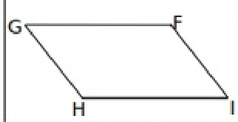
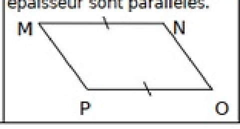
3-1/ Exercice 1

Pour chaque énoncé, complète les données, la propriété et la conclusion :

	Figure	Données	Propriété	Conclusion
a.		CDEF est un parallélogramme et $\widehat{DEF}$ = ... °	....	$\widehat{DCF}$ = ...°
b.		ABCD est un parallélogramme et $\widehat{BAD}$ = ... °	....	$\widehat{CBA}$ = ...°
c.		MNOP est un parallélogramme et RO = ... cm	....	RM = ... cm
d.		TUVW est un parallélogramme et UV = ... cm	....	WT = ... cm

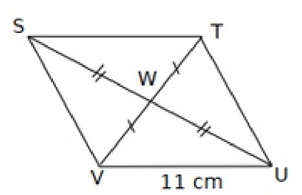
3-2/ Exercice 2

Pour chaque énoncé, complète les données, la propriété et la conclusion :

	Figure	Données	Propriété	Conclusion
a.		.... est un quadrilatère ; IM = ... JM = ...	....	IJKL est un ....
b.	Les segments de même épaisseur sont parallèles. 	.... est un quadrilatère ; (FG) // (IH) et (GH) // (FI)	....	FGHI est un ....
c.	Les segments de même épaisseur sont parallèles. 	.... est un quadrilatère ; (MN) // (......) et MN = ...	....	MNOP est un ....

3-3/ Exercice 3

Complète les démonstrations suivantes :

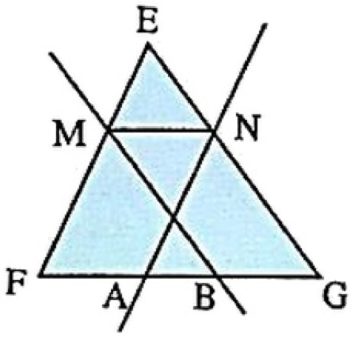
Texte du problème : STUV est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en W tel que SW = UW et TW = VW. On donne UV = 11 cm. Calcule ST. 	**Étape 1**	*Données :*	On sait que STUV est un quadrilatère. W∈[SU], W∈[TV]. ...... = ... et ...... = ...
		Propriété :	Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
		Conclusion :	Donc STUV est un ....
	Étape 2	*Données :*	On sait que STUV est un .... et UV = 11 cm.
		Propriété :	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur.
		Conclusion :	Donc ...... = ... cm.

3-4/ Exercice 4

Dans la figure suivante, on a :

$$(EF) \parallel (AN) \ ; \quad (MN) \parallel (FG) \ ; \quad (MB) \parallel (EG)$$

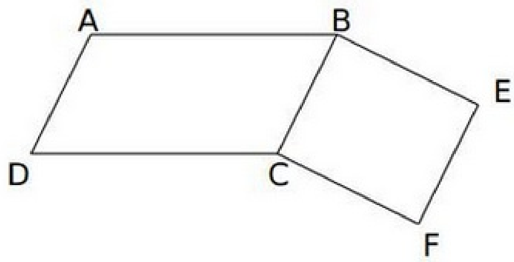
- Montrer que : $FA = BG$.



3-5/ Exercice 5

On considère la figure suivante où $ABCD$ et $BEFC$ sont deux parallélogrammes.

1. Donnez, en justifiant, deux droites parallèles à la droite (BC).
2. Démontrez que $AEFD$ est un parallélogramme.
3. Démontrez que les segments $[AF]$ et $[ED]$ se coupent en leur milieu.

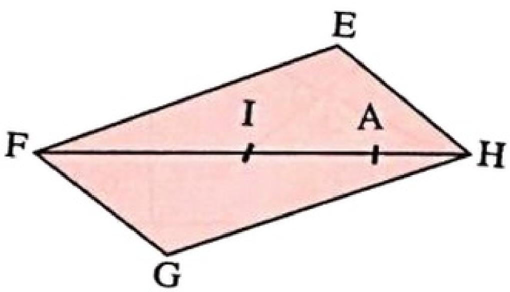


3-6/ Exercice 6

$EFGH$ est un parallélogramme de centre I.

A est un point de $[HF]$.

1. Construire B le symétrique de A par rapport à I.
2. Montrer que le quadrilatère $AEBG$ est un parallélogramme.

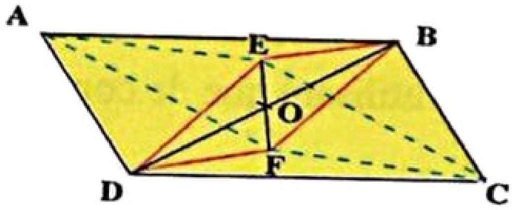


3-7/ Exercice 7

$ABCD$ et $BEDF$ sont deux parallélogrammes.

Soit O le centre de $BEDF$.

1. Montrer que O est le milieu de $[AC]$.
2. Montrer que $AECF$ est un parallélogramme.


A
E
B
O
D
F
C