

Exercice 01 :

On considère les propositions suivantes :

- a) $B \rightarrow (B \rightarrow R)$ b) $\neg(\neg(B \rightarrow R) \rightarrow \neg(B \rightarrow R))$ c) $(B \vee R)$
d) $(B \rightarrow R) \rightarrow C$ e) $((B \rightarrow R) \rightarrow C) \rightarrow P$ f) $P \rightarrow (B \rightarrow C)$

Quelles sont les propositions dans lesquelles les parenthèses sont inutiles ?

Exercice 02 :

En utilisant les atomes S (le soleil brille), P (il pleut), B (il bruine), A (il y a un arc en ciel), O (il a un vent d'Ouest), E (il y a du vent d'Est) Traduire dans la logique des propositions les énoncés suivants :

- 1) *S'il pleut et que le soleil brille en même temps alors il y a un arc en ciel*
- 2) *Si le vent d'ouest amène la pluie, on n'a jamais vu qu'un vent d'est soit porteur de pluie.*
- 3) *La bruine est une forme de pluie.*

Exercice 03 :

Donnez les interprétations des atomes P, Q et R (par exemple P = Vrai ; Q = Faux ; R = Faux) qui rendent fausses les formules suivantes :

- 1) $R \rightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow (R \rightarrow P))$
- 2) $[Q \rightarrow (R \rightarrow P)] \rightarrow R \rightarrow P$

Exercice 04 :

1) Précisez, en utilisant la méthode des tables de vérité, si les formules suivantes sont des tautologies, des contradictions, ou des propositions simplement satisfaisables.

- a) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$ b) $P \rightarrow (P \rightarrow Q)$
- c) $P \rightarrow (P \rightarrow Q)$
- d) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P)$
- e) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$

2) Quelle remarque peut-on faire au sujet du résultat d ?

Exercice 05 :

Monsieur Truisme nous fait les deux affirmations suivantes :

- (1) *Si cet objet est rare, alors il est cher*

(2) *De plus, si cet objet est cher, alors il n'est pas rare*

A première vue ces deux affirmations semblent contradictoires. Montrez, à l'aide de la méthode des tables de vérité, que cet ensemble de propositions est satisfaisable. C'est à dire que Monsieur Truisme n'a pas forcément toujours tort...

Exercice 06 :

- 1) Démontrer que la formule suivante est universellement valide ou une contradiction:

$$(A \rightarrow B) \wedge (\text{non } A \rightarrow B \vee C) \wedge (\text{non } C \rightarrow \text{non } B) \wedge ((B \wedge C) \rightarrow \text{non } A)$$

- 2) Démontrer la déduction suivante :

$$A \vee B \vee \text{non } D, \text{non } A \vee C \vee \text{non } D, \text{non } B, D \vdash C$$