Ecole Nationale Polytechnique d'Oran

Modules Représentation des Connaissances et Raisonnement, Intelligence Artificielle

Deuxième fiche de TD sur la logique des prédicats, Prolog

Exercice 01 : Soient le langage ***L*** = (f_1, g_1, h_2, R_1, S_2, T_2, $=_2$) où les indices désignent les arités et les expressions suivantes :

$$\Theta_1 = (\forall x(T(f(x), y))) \rightarrow (\neg(\exists x(f(x, y)))))$$
$$\Theta_2 = (\forall z(T(x, y))) \rightarrow (\exists y((\forall x(\neg(\exists x(f(x=y))) \vee T(y, z)))$$

1) Quelles sont les formules de *L ?*
2) Déterminer les occurrences liées des variables dans les deux formules.

Exercice 02 : Soient le langage L= (a, f_2, R_2, S_1), les termes t_i et formules $ø_j$ suivantes :

$$t_1 : f(x, y) \quad t_2 : f(a, y) \quad t_3 : a \quad t_4 : f(x, f(x, y))$$
$$\phi_1 : R(x, y) \rightarrow \forall y S(y) \quad \phi_2 = \forall y R(y, a) \rightarrow \exists y R(x, y)$$

$$\varphi_3 : \forall x \exists z R(x, z) \wedge \exists x \forall y R(x, y) \quad \varphi_4 : \exists x R(x, y) \wedge R(y, x)$$

Q) Déterminer si t_i est substituable à x (libre pour x) dans $ø_j[t_i /x]$ et calculer pour tous i et j entre 1 et 4. Dans le cas où t_i n'est pas substituable, renommer les variables qui le composent ou les variables de la formule afin qu'il soit.

Exercice 03 : Dans le langage *L*= (¿ , ≠) on considère les formules :

$$x \neq y \wedge y \neq z \wedge z \neq x$$
$$x \equiv y \vee x \equiv z \vee x \equiv t \vee y \equiv z \vee y \equiv t \vee z \equiv t$$
$$\forall t(x \neq y \wedge y \neq z \wedge z \neq x \wedge (t \equiv x \vee t \equiv y \vee t \equiv z))$$

Q) Déterminer la validité de ces formules dans les 5 interprétations données par les 5 domaines d'interprétation suivants. L'interprétation du prédicat $x \equiv y$ (resp x ≠ y) est vraie (resp fausse) si et seulement si x et y sont égaux et fausse (resp vraie) sinon.

$D_1 = \{0\} \quad D_2 = \{0,1\} \quad D_3 = \{0,1,2\} \quad D_4 = \{0,1,2,3\} \quad D_5 = N$

Exercice 04 : Mettre sous forme clausale les formules suivantes :

$$\forall x \exists y \forall z \left(R(x,y,z) \rightarrow \forall y \exists z S(y,z) \right)$$
$$\forall x \left(\exists z \left(R(z,x) \rightarrow \exists y R(y,x) \right) \wedge \neg \left(R(t,x) \wedge R(t,z) \right) \right)$$

Exercice 05 : Peut-on unifier les deux formules atomiques suivantes :

$$P\left(f\left(x, g(z)\right), x, f\left(y, g(b)\right)\right) \quad et \quad P\left(u, g\left(f(a,b)\right), u\right)$$

Exercice 06 : démontrer les déductions suivantes à l'aide de la méthode de résolution de Robinson :

1)

$$\forall x \left(S(x,x) \rightarrow U(x,x) \right)$$
$$\neg \left(T(z, f(x)) \wedge U(z, f(x)) \right)$$
$$\forall y \left(R(y,z) \vee S(y,z) \right)$$
$$\mapsto \exists x \exists y \left(T(x,y) \rightarrow R(x,y) \right)$$

2)
Tout homme est un primate.
Les dauphins ne sont pas des primates.
Il y a des dauphins qui sont intelligents.
$\mapsto$ ***On peut ne pas être un homme et être intelligent.***

Exercice 07 : Démontrer la déduction du système suivant à l'aide de la méthode de résolution de Robinson :
L'antilope est un animal herbivore.
Le lion est un animal féroce
Un animal féroce est carnivore
Les herbivores mangent de l'herbe.
Tous boivent de l'eau.
Un carnivore peut manger un herbivore.
Un animal consomme ce qu'il boit ou ce qu'il mange.
But : le lion est un animal féroce et consomme de l'antilope.